

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ
по дисциплине «Корректирующий курс по математике»
для студентов направления подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Ставрополь
2026

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

ТЕМА 1. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.

Практическое занятие № 1. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Практическое занятие № 2. Тождественные преобразования иррациональных выражений.

Практическое занятие № 3. Тождественные преобразования показательных выражений.

Практическое занятие № 4. Тождественные преобразования логарифмических выражений

ТЕМА 2. УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ.

Практическое занятие № 5. Рациональные уравнения.

Практическое занятие № 6. Системы рациональных уравнений.

Практическое занятие № 7. Иррациональные уравнения и их системы.

Практическое занятие № 8. Показательные и логарифмические уравнения.

Практическое занятие № 9 Системы показательных и логарифмических уравнений.

Практическое занятие № 10. Итоговое занятие по темам «Тождественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений».

ТЕМА 3. НЕРАВЕНСТВА.

Практическое занятие № 11. Рациональные неравенства. Метод интервалов.

Практическое занятие № 12. Неравенства с модулями

Практическое занятие № 13. Системы рациональных неравенств

Практическое занятие № 14. Иррациональные неравенства

Практическое занятие № 15. Показательные неравенства.

Практическое занятие № 16. Логарифмические неравенства.

Практическое занятие № 17. Комбинированные неравенства.

Практическое занятие № 18. Итоговое занятие по теме «Неравенства»

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Корректирующий курс по математике» является формирование универсальной компетенции УК-1 будущего бакалавра по направлению подготовки 01.03.02- Прикладная математика и информатика.

Задачами освоения дисциплины «Корректирующий курс по математике» являются повторение, закрепление и систематизация основных идей и методов школьного курса математики.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать: принципы тождественных преобразований математических выражений; теоремы равносильности уравнений, неравенств и их систем; методы решения уравнений, неравенств и их систем.

Уметь: доказывать тождества; решать уравнения, неравенства и их системы; применять теоремы равносильности уравнений, неравенств и их систем.

Владеть: навыками решения уравнений, неравенств и их систем и применения теорем равносильности уравнений, неравенств и их систем.

В методических указаниях по выполнению практических работ по дисциплине «Корректирующий курс по математике» описана последовательность и основное содержание практических занятий по дисциплине. Для каждого практического занятия даны теоретические задания, практические задания, решаемые в аудитории, и практические задания для самостоятельной работы дома.

Тема 1. Тожественные преобразования.

Практическое занятие 1.

Тожественные преобразования рациональных выражений.

Цель занятия: проведение тождественных преобразований рациональных выражений.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Определите понятие тождественного преобразования выражения на множестве.
2. Какое алгебраическое выражение называется рациональным?
3. Запишите формулы сокращённого умножения.
4. Как разложить квадратный трехчлен на линейные множители?
5. Какими методами доказывают тождества ?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Сократите дроби

а) $\frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16}$; б) $\frac{2x^2 + 9x + 7}{x^2 - 1}$.

2. Найдите значение выражения

а) $\frac{11a^4 - 11b^4}{a^2 + 2ab + b^2}$ при $a = \frac{13}{2}$, $b = \frac{9}{2}$.

3. Упростить выражения

а) $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$;

б) $\frac{a^3b - ab^3 + b^3c - bc^3 + c^3a - ca^3}{a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2}$.

4. Докажите тождество

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}.$$

5. Докажите, что если $a=b=c=0$, то $\frac{a^5+b^5+c^5}{7} = \frac{a^3+b^3+c^3}{5} \cdot \frac{a^2+b^2+c^2}{2}$.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Сократите дробь $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$

2. Найдите значение выражения $\frac{6a^3 + 6b^3}{3a^2 - 3b^2}$ при $a = 6,5$, $b = 2,5$.

3. Упростить выражения

а) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$;

б) $\frac{(a^2 - b^2)^3 + (b^2 - c^2)^3 + (c^2 - a^2)^3}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$.

4. Докажите тождество

$$a^2 \frac{(d-b)(d-c)}{(a-b)(a-c)} + b^2 \frac{(d-c)(d-a)}{(b-c)(b-a)} + c^2 \frac{(d-a)(d-b)}{(c-a)(c-b)} = d^2.$$

5. Докажите, что из равенства $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ следует, что $a=b=c$.

Практическое занятие 2.

Тождественные преобразования иррациональных выражений.

Цель занятия: проведение тождественных преобразований иррациональных выражений.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Какое алгебраическое выражение называется иррациональным?

2. Дайте определение степени с рациональным показателем.
3. Определите арифметический корень.
4. Как перейти от степени к корню и наоборот.
5. Сформулируйте свойства степеней.
6. Сформулируйте свойства корней.
7. Запишите формулы сокращенного умножения для корней .
8. Запишите формулы сокращенного умножения для степеней.

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Вычислите

а) $5 \cdot \sqrt{1\frac{1}{5}} - \sqrt{120} + \sqrt{7\frac{1}{2}}$; б) $2 \cdot \sqrt{8\frac{1}{2}} - \sqrt{136} - 5 \cdot \sqrt{1\frac{9}{25}}$;

2. Найдите значение выражений

а) $\sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7} - 5)^2}$;

б) $\sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} - \sqrt{(\sqrt{7} - 5)^2}$.

3. Упростите выражения

а) $\left(\sqrt{\left(\sqrt{5} - \frac{5}{2} \right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{5} \right)^3} \right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} \cdot \sin \frac{7\pi}{4}$;

б) $\left(\sqrt{\left(\sqrt{3} - \frac{5}{2} \right)^2} + \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 2)^3} \right)^{-\frac{1}{2}} - 2^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin \frac{5\pi}{4}$;

4. Преобразуйте дробь а) $\frac{\sqrt[6]{a^5 \cdot \sqrt[3]{a}}}{a^{-\frac{7}{9}}}$; б) $\frac{a \cdot \sqrt[6]{a^4 \cdot \sqrt{a}}}{a^{-\frac{7}{8}}}$.

5. Сократите дробь

$$\text{а) } \frac{\sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2}}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}; \text{ б) } \frac{\left(a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \left(a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}}\right)}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

6. Упростите выражения

$$\text{а) } \frac{\sqrt{x}}{1 - x^{\frac{3}{2}}} : \frac{x^{\frac{1}{2}} + x}{x + \sqrt{x} + 1}; \text{ б) } \frac{a^6 + 64}{a^4 - 4a^2 + 16} - \frac{a^4 - 16}{a^2 + 4}.$$

7. Преобразуйте выражение $(x^{-1} + y^{-1}) \cdot \frac{2xy}{x^2 + 2xy + y^2}.$

8. Найдите значение выражений

$$\text{а) } \left(\frac{a^{-\frac{4}{5}} - a^{-\frac{6}{5}}}{a^{-\frac{4}{5}} - a^{-\frac{2}{5}}} \right)^{-1} \quad \text{при} \quad a = 3,2 \cdot 10^{-4}; \quad \text{б) } \left(\frac{a^{-\frac{5}{3}} - a^{\frac{1}{3}}}{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

при $a = 0,8 \cdot 10^{-5}.$

9. Упростите алгебраические выражения

$$\text{а) } \left(\frac{x^{1,5} - 1}{x^{0,5} - 1} + x^{0,5} \right) : \frac{x - 1}{x^{0,5} - 1}; \text{ б) } \left(\frac{x^{2,5} + x^{1,5}}{1 + x} + 1 \right) : \frac{1 - x^3}{1 - x^{1,5}};$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Вычислите $3 \cdot \sqrt{3\frac{2}{3}} - \sqrt{132} + 4 \cdot \sqrt{2\frac{1}{16}}.$

2. Найдите значение выражений

а) $\sqrt{(\sqrt{13}-3)^2} - \sqrt{(\sqrt{13}-4)^2}$;

б) $\sqrt{(\sqrt{13}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{13}-4)^2}$.

3. Упростите выражения

а) $\left(\sqrt{\left(\sqrt{5} - \frac{3}{2} \right)^2} + \sqrt[3]{(1-\sqrt{5})^3} \right)^2 + 2^{-\frac{3}{2}} \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$;

б) $\left(\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{1/2} \right) \left((\sqrt{3} + \sqrt{2})^{1/2} + \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)^{-1} - \cos \frac{5\pi}{4}$.

4. Преобразуйте дроби

а) $\frac{\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}{a^{-0,25}}$; б) $\frac{\sqrt[6]{a^5} \cdot \sqrt[3]{a^{-1}}}{a^{-\frac{2}{9}}}$.

5. Сократите дробь

а) $\frac{a^{\frac{2}{3}} + 6 \cdot \sqrt[3]{ab} + 9 \cdot b^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a} + 3 \cdot \sqrt[3]{b}}$; б) $\frac{\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right)^2 - 2 \cdot \sqrt[3]{ab}}{a \cdot \sqrt[3]{a} - b \cdot \sqrt[3]{b}}$.

6. Упростите выражения

а) $(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}) \cdot \left(x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{2}{3}} \right)$; б) $\frac{10m^{0,5}}{n-m} + \frac{5}{n^{0,5} + m^{0,5}}$;

7. Преобразуйте выражение

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{x^{\frac{3}{2}} + x + x^{\frac{1}{2}}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$$

8. Найдите значение выражений

$$а) \left(\frac{a^{-0,75} - a^{-1,25}}{a^{-0,75} - a^{-0,25}} \right)^{-1} \text{ при } a = 2,5 \cdot 10^{-3}; \text{ б) } \left(\frac{a^{-\frac{7}{6}} - a^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} - a^{\frac{7}{6}}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ при } a = 4,9 \cdot 10^{-3};$$

9. Упростите алгебраические выражения

$$а) \left(\frac{x-1}{\frac{1}{x^3}-1} + x^{\frac{1}{3}} \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}}-1}{x^{\frac{2}{3}}-1};$$

$$б) \left(\frac{x^{0,5}+2}{x+2 \cdot x^{0,5}+1} - \frac{x^{0,5}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{x^{0,5}+1}{x^{0,5}}.$$

10. Упростите выражение

$$\frac{b-3b-(b-1)\sqrt{b^2-4}+2}{b^2+3b-(b+1)\sqrt{b^2-4}+2} \cdot \sqrt{\frac{b+2}{b-2}} \cdot (b+1) \text{ при } b > 2.$$

Практическое занятие 3-4

Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.

Цель занятия: проведение тождественных преобразований показательных и логарифмических выражений.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Определите показательную функцию.
2. Сформулируйте свойства показательной функции.
3. Запишите основное логарифмическое тождество и определите логарифм числа b по основанию a

4. Укажите формулы для логарифмов произведения, частного и степени.

5. Запишите формулу перехода к новому основанию.

6. Как связаны между собой функции $y=a^x$ и $y=\log_a x$?

7. Что Вы можете сказать о связи области определения одной из функций

$y=a^x$ и $y=\log_a x$ с областью изменения другой?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Вычислите выражения

а) $\frac{2 \log_5 2}{\log_5 49}$;

б) $36^{\frac{1}{\log_5 6}} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$.

2. Найдите значения выражений

а) $81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 27^{\log_9 36} + 3^{4 \cdot \log_9 7}$;

б) $8^{\frac{2}{\log_3 4}} - 25^{\log_5 3} + 81^{\log_3 2}$.

3. Вычислите $2^{\log_{16} 121^{-1} \cdot \log_{\sqrt{11}} 4}$.

4. Определите значения выражений

а) $3^{\log_{\sqrt{3}} 7} - 2 \cdot \log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$;

б) $2^{\log_8 125} - \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \log_3 27$.

5. Найдите значения выражений

а) $\log_3 72 - \log_3 \frac{16}{27} + \log_3 18$;

б) $\log_4 36 + \log_4 \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \log_4 \frac{25}{81}$.

6. Вычислите значения выражений

а) $3 \cdot \log_2 6 \cdot (4 \cdot \log_{36} 6 - \log_6 9)$;

б) $5 \cdot (1 - \log_5 35) \cdot (\log_7 175 - 1)$.

7. Определите значения выражений

а) $\log_{\sqrt{7}} \frac{49}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \log_{\frac{1}{7}} (8 + 2\sqrt{15})$;

б) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{9 + 2\sqrt{14}} - \log_{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{8}$.

8. Определите значения выражений

а) $\log_{297} 84$ при $\log_{28} 11 = a$, $\log_{28} 9 = b$;

б) $\log_{165} 77$ при $\log_{15} 11 = a$, $\log_{15} 7 = b$.

9. Вычислите $0,2^{\log_{\sqrt{5}} (\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots)}$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Вычислите выражения

а) $5^{\frac{\log_9 2}{\log_{81} 125}}$; б) $2^{\frac{\log_7 5}{\log_7 16}}$..

2. Найдите значение выражения $49^{\frac{1}{\log_5 7}} - 10^{1+\lg 4} + 16^{\log_4 36}$.

3. Вычислите

а) $49^{0,5\log_7 10 - \log_8^{-1} 49}$; б) $8^{\log_7 \sqrt[6]{5} \cdot \log_5 49}$.

4. Определите значения выражений

а) $7^{\log_{7\sqrt{7}} 64} + 2 \cdot \log_4 \log_3 \sqrt{81}$;

б) $9^{\log_3 \sqrt{5}} + \frac{1}{2} \cdot \log_{\sqrt{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$.

5. Найдите значения выражений

а) $2 \cdot \log_2 6 + \log_2 \frac{35}{9} - \log_2 35$;

б) $\log_3 8 + \log_3 \frac{9}{2} - 2 \cdot \log_3 2$.

6. Вычислите значения выражений

а) $5 \cdot 2^{1+\log_4 9} \cdot \log_2 \sqrt[3]{3} \cdot \log_3 \sqrt{8}$;

б) $3^{1+\log_9 16} \cdot \log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{7} \cdot \log_7 9$.

7. Определите значения выражений

а) $\log_{\frac{1}{11}} \frac{1}{16 + 2\sqrt{63}} - \log_{\sqrt{11}} \frac{3 + \sqrt{7}}{121}$; б) $\log_{\frac{1}{5}} (10 + 2 \cdot \sqrt{21}) - \log_{\sqrt{5}} \frac{25}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$.

8. Определите значения выражений

а) $\log_{275} 60$ при $\log_{12} 5 = a$, $\log_{12} 11 = b$;

б) $\log_{91} 294$ при $\log_{36} 7 = a$, $\log_{36} 13 = b$;

в) $\log_9 40$, при $\lg 15 = a$, $\log_{20} 50 = b$.

Тема 2. Уравнения и системы уравнений.

Практическое занятие 5.

Рациональные уравнения.

Цель занятия: решение рациональных уравнений основными методами.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

Теоретические задания.

1. Какие два уравнения называются равносильными?
2. Какие уравнения относят к рациональным уравнениям?
3. Укажите основные методы решения рациональных уравнений.
4. Сформулируйте теорему для решения дробно-рационального уравнения .
5. *Дайте определение модуля.* Сформулируйте теорему о решении уравнения $|f(x)| = a$.
6. Какие методы применяются при решении уравнений, содержащих переменную под знаком модуля ?
7. Сформулируйте теоремы, которые применяются при решении уравнений, содержащих переменную под знаком модуля .
8. Каким методом решают уравнения, представляющие алгебраическую сумму двух и более модулей?
9. Расскажите об этапах применения метода интервалов для решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля .

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

Решите уравнения:

1. $(x-1)^3 + (2x+3)^3 = 27x^3 + 8$

2. $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3} - \frac{28}{15}$

$$3. \frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$$

$$4. \frac{x^2 - 6x - 9}{x} = \frac{x^2 - 4x - 9}{x^2 - 6x - 9}$$

$$5. |x| + x^3 = 0$$

$$6. \frac{|x+2|}{3} = \frac{x+2}{5} + x$$

$$7. |x+7| = |x+9|$$

$$8. |x^2 + x - 1| = 2x - 1$$

$$9. |x-2| + |x-3| + |2x-8| = 9$$

$$10. |x^2 - 4| - |9 - x^2| = 5$$

$$11. \frac{|x^2 - 3x + 2| + x}{|x^2 - x| + 1} = 1$$

Задания для самостоятельной работы дома

Решите уравнения:

$$1. x^3 + 9x^2 + 23x + 15 = 0$$

$$2. \frac{(3+x)(2+x)(1+x)}{(3-x)(2-x)(1-x)} = -35$$

$$3. \frac{1}{x^2 - 3x + 3} + \frac{2}{x^2 - 3x + 4} = \frac{6}{x^2 - 3x + 5}$$

$$4. 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$$

$$5. |x| - 2x^3 = 0$$

$$6. \frac{7x+4}{5} - x = \frac{|3x-5|}{2}$$

$$7. |x+3| = |2x-1|$$

$$8. |x^2 - x - 3| = -x - 1$$

$$9. |x+1| - |x-2| + |3x+6| = 5$$

$$10. |x^2 - 9| + |x^2 - 4| = 5$$

$$11. \frac{|x^2 + 4x + 3| - x}{2 - |2x + x^2|} = 1$$

Практическое занятие 6.

Системы рациональных уравнений.

Цель занятия: решение систем рациональных уравнений разными методами.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

Теоретические задания.

1. Когда несколько уравнений с несколькими переменными образуют *систему уравнений*?
2. Что называют *решением системы уравнений*?
3. Как *решение системы уравнений* связано с множествами корней уравнений этой системы?
4. Когда несколько уравнений с несколькими переменными образуют *совокупность уравнений*?
5. Как *решение совокупности уравнений* связано с множествами корней уравнений этой совокупности ?
6. Какие две системы уравнений называют *равносильными*?
7. Сформулируйте теоремы о *равносильных преобразованиях систем уравнений*.
8. Укажите основные методы решения систем уравнений
9. Расскажите о решении однородных систем уравнений.
- 10 . Расскажите о решении симметрических систем уравнений.

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

Решите системы уравнений

$$1. \begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 3y + 4z = -1 \\ 3x + 4y + 6z = -1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x^2 - y^2 + x + y = -11 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y - xy = 4 \\ 3x + y + 3xy = 3 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x^2 + 3y^2 - xy = 6 \\ 2x - y + 3z = 11 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 2 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 14x^2 + 19xy - 3y^2 = 0 \\ 56x^2 - xy - y^2 = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x^2 + 8y^2 = 14 \\ x^2 + xy + 4y^2 = 6 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + y + xy = 23 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x^4 + 6x^2y^2 + y^4 = 136 \\ x^3y + xy^3 = 30 \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы дома

Решите системы уравнений:

$$1. \begin{cases} x + y = -8 \\ x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x^2 + 2y = -5 \\ 2x^2 + 3y^2 = 29 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x^2(x + y) = 80 \\ x^2(2x - 3y) = 80 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + yz + zx = 3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{4}{x-y} = 3 \\ (x+y)^2 + (x-y)^2 = 20 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 6x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ 3x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 7x^2 - 8xy + 7y^2 = 49 \\ 5x^2 - 6xy + 5y^2 = 29 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 21 \\ x^4 - x^2y^2 + y^4 = 601 \end{cases}$$

Практическое занятие 7.

Иррациональные уравнения и их системы .

Цель занятия: решение иррациональных уравнений и их систем.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

Теоретические задания.

1. Какие уравнения относят к иррациональным уравнениям?
2. Укажите основные методы решения иррациональных уравнений.
3. Когда обе части уравнения можно возводить в четную степень ?
4. Когда обе части уравнения можно возводить в любую нечетную степень?
5. Почему при решении иррациональных уравнений желательно проводить равносильные преобразования или выполнять проверку корней ?

6. В каких случаях возможно получение посторонних корней, а в каких случаях можно потерять корни при решении иррациональных уравнений. Приведите примеры.

7. Укажите основные методы решения систем иррациональных уравнений.

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Решите уравнения

а) $\sqrt{2x^2 + 8x + 7} = x + 2$; б) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = x - 1$.

2. Определите среднее арифметическое корней уравнения

а) $\sqrt{x-1} + x - 3 = 0$; б) $\sqrt{x+2} + 4 - x = 0$.

3. Найдите корень или сумму корней уравнения

а) $\sqrt{3x-5} - \sqrt{4-x} = 1$; б) $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-2} = 7$.

4. Решите уравнения

а) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+1} = 2$; б) $\sqrt{11x-2} + 3 \cdot \sqrt{x} = 6$.

5. Найдите наименьший корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = \sqrt[3]{x+4} - 2$.

6. Определите наибольший корень уравнения $\sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{5-x} = \sqrt[3]{10}$.

7. Решите уравнение $x\sqrt{x^2+15} - \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2+15} = 2$.

8. Решите системы уравнений:

а)
$$\begin{cases} 5\sqrt[3]{x-2y} + 3\sqrt[3]{x+y} = 13 \\ 3\sqrt[3]{x-2y} - 4\sqrt[3]{x+y} = 2 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14 \\ x^2 + y^2 + xy = 84 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{xy} + \sqrt{yz} = 9 \\ \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 5 \\ \sqrt{xz} + \sqrt{xy} = 8 \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Решите уравнение $\sqrt{4 + 2x - x^2} = x - 2$.

2. Определите среднее арифметическое корней уравнения

а) $\sqrt{x+4} + x - 2 = 0$; б) $\sqrt{2x-1} - x + 2 = 0$.

3. Найдите корень или сумму корней уравнения

а) $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$; б) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$.

4. Решите уравнения

а) $\sqrt{x-9} - \sqrt{x-18} = 1$; б) $\sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} = 3$.

5. Найдите наименьший корень уравнения $\sqrt[3]{7-x} + \sqrt[3]{x+7} = \sqrt[3]{14}$.

6. Определите наибольший корень уравнения $\sqrt[3]{x-2} - \sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{4} = 0$.

7. Решите уравнение $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x+4} = \sqrt{x^2-16}$.

8. Решите системы уравнений:

а)
$$\begin{cases} \sqrt{2x-y+11} - \sqrt{3x+y-9} = 3 \\ \sqrt[3]{2x-y+11} + \sqrt[3]{3x+y-9} = 3 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6 \\ x^2y + y^2x = 20 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3 \\ \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} = 3 \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} = 3 \\ \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 5 \\ \sqrt{z+x} + \sqrt{x+y} = 4 \end{cases}$$

Практическое занятие 8.

Показательные и логарифмические уравнения.

Цель занятия: решение показательных и логарифмических уравнений..

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

Теоретические задания.

1. Какие уравнения называют показательными ?
2. Какие методы используются при решении показательных уравнений?
3. На какой теореме основано решение уравнений вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где $a > 0$ и $a \neq 1$?
4. Какие уравнения называют логарифмическими ?
5. Какие формулы используются при решении логарифмических уравнений?
6. Какие методы используются при решении уравнений вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$?
7. Какие методы используются при решении уравнений вида $\log_{a(x)} f(x) = \log_{a(x)} g(x)$?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Найдите корень или сумму корней уравнения

а) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} \cdot \left(\frac{125}{27}\right) = \left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{x+4}}$; б) $\left(\frac{5}{7}\right)^{6-x} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{1}{x-1}} = \frac{125}{343}$; в) $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$.

2. Определите корень или сумму корней (если их несколько) уравнения

$3 \cdot 16^x + 36^x = 2 \cdot 81^x$.

3. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$4 \cdot 9^{2x} - 3 \cdot 4^{2x} - 4 \cdot 36^x = 0$.

4. Определите сумму различных корней или корень уравнения

а) $4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$; б) $9^{\sqrt{x-1}} - 3^{\sqrt{x-1}+1} = 0$.

5. Найдите среднее арифметическое действительных корней уравнения

$$3^{\sqrt{x}} - 3^{1-\sqrt{x}} = \frac{26}{3}.$$

6. Найдите произведение действительных корней уравнения

$$2^{x^2} + 2^{1-x^2} = \frac{9}{2}.$$

7. Определите больший корень уравнения

а) $\log_5 x - \log_x 5 = \frac{3}{2}$; б) $5 \cdot \log_4 x + 3 \cdot \log_x 4 = 8$;

8. Определите среднее арифметическое корней уравнения

а) $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1$; б) $\log_3 x + \log_3(x+2) = 1$.

9. Решите уравнения

а) $\log_2 \log_5 x = 1$; б) $\log_5 \log_2 x = 1$.

10. Найдите корни уравнения $\log_{13x} \frac{13}{x} + \log_x^{-2} 13 = 1$.

11. Определите корень или произведение корней уравнения

$$(\sqrt{x})^{\lg x} = \sqrt{100x}.$$

12. Вычислите меньший корень уравнения

а) $\left(\frac{4}{x}\right)^{\sqrt{\log_2 x}} = x$; б) $(x+1)^{\log_2^3(x+1)} = 2$.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Найдите корень или сумму корней уравнения

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{x-2}} = \frac{243}{1024}$; б) $\left(\frac{7}{4}\right)^{\frac{1}{x-5}} \cdot \left(\frac{4}{7}\right) = \left(\frac{16}{49}\right)^{x-3}$.

2. Определите корень или сумму корней (если их несколько) уравнения

$$4^x + 2 \cdot 6^x - 3 \cdot 9^x = 0.$$

3. Найдите среднее арифметическое корней уравнения

$$25 \cdot 9^x - 34 \cdot 15^x + 9 \cdot 25^x = 0.$$

4. Определите сумму различных корней или корень уравнения

а) $49^{\sqrt{x+2}} - 7^{\sqrt{x+2}+2} = 0$; б) $25^{\sqrt{x-3}} - 5^{\sqrt{x-3}+1} = 0$.

5. Найдите среднее арифметическое действительных корней уравнения

$$5^{\sqrt{x}} - 5^{3-\sqrt{x}} = 20.$$

6. Найдите произведение действительных корней уравнения

$$2^{-2x} - 17 \cdot 2^{-(x+2)} + 1 = 0.$$

7. Определите больший корень уравнения

а) $2 \cdot \log_x 2 - \log_2 x + \frac{7}{3} = 0$; б) $\log_3 x + 2 \cdot \log_x 3 = 3$.

8. Определите среднее арифметическое корней уравнения

б) $\log_2(x+1) + \log_2 x = 1$; б) $\lg x + \lg(x-3) = 1$.

9. Решите уравнения

а) $\log_{0,5} \log_9 x = 1$; б) $\log_3 \log_2(x^2 - 1) = 1$.

10. Найдите корни уравнения

$$\log_{0,9x} \frac{9}{10x} + \log_x^{-2} 0,9 = 1.$$

11. Вычислите больший корень уравнения $3x = x^{2\log_3 x}$.

12. Решите уравнение. $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$.

Практическое занятие 9.

Системы показательных и логарифмических уравнений.

Цель занятия: решение систем показательных и логарифмических уравнений.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Какие методы используются при решении систем показательных и логарифмических уравнений?

2. Что нужно сделать с системой показательных и логарифмических уравнений прежде чем применять тот или иной метод решения систем?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

Решите системы уравнений

$$1. \begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2^x 9^y = 648 \\ 3^x 4^y = 432 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3^x - 2^y = 77 \\ 3^{\frac{x}{2}} - 2^y = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x^{y^2-5y+5} = 4 \\ x^{y^2-5y+9} = 64 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x^{x+y} = y^{12} \\ y^{x+y} = x^3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \lg(x^2 + y^2) - 1 = \lg 13 \\ \lg(x + y) - \lg(x - y) = 3 \lg 2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 5(\log_y x + \log_x y) = 26 \\ xy = 64 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \log_5 x + 3^{\log_3 y} = 7 \\ x^y = 5^{12} \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 20x^{\log_3 y} + 7y^{\log_3 x} = 81\sqrt[3]{3} \\ \log_9 x^2 + \log_{27} y^3 = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} \log_4 xy + 3 \frac{\log_4 x}{\log_4 y} = 0 \\ \log_4 \frac{x}{y} - \log_4 x \cdot \log_4 y = 0 \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы дома

1) Решите системы уравнений

$$1. \begin{cases} 64^{2x} + 64^{2y} = 12 \\ 64^{x+y} = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 8^x = 10y \\ 2^x = 5y \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x^{y+1} = 27 \\ x^{2y-5} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x^{y-2} = 4 \\ x^{2y-3} = 64 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x^{\sqrt{y}} = y \\ y^{\sqrt{y}} = x^4 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3} \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3 \left(2 \log_{y^2} x - \log_{\frac{1}{x}} y \right) = 10 \\ xy = 81 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \log_{0,5}(y-x) + \log_2 \frac{1}{y} = -2 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} (x+y)3^{y-x} = \frac{5}{27} \\ 3\log_5(x+y) = x-y \end{cases}$$

2) Подготовьтесь к собеседованию по темам 1-2 по указанным вопросам

Тема 1. «Тождественные преобразования»

Базовый уровень.

1. Виды алгебраических выражений.

2. Допустимые значения переменных. Область определения алгебраического выражения.

3. Понятие тождественного преобразования выражения на множестве.
4. Тождество. Методы доказательства тождеств.
5. Формулы сокращённого умножения.
6. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.
7. Методы разложения на множители.
8. Определение модуля действительного числа.
9. Понятие арифметического корня. Свойства арифметических корней.
10. Свойства степеней с рациональными показателями.
11. Показательная функция и её свойства.
12. Определение логарифма положительного числа по данному основанию.
13. Свойства логарифмов.
14. Переход к новому основанию логарифма.
15. Логарифмическая функция и её свойства.

Повышенный уровень.

1. Возведение двучлена в натуральную степень (бином Ньютона).
2. Тождество $\sqrt{a^2} = |a|$
3. Свойства степеней с действительными показателями.

Тема 2. «Уравнения и системы уравнений».

Базовый уровень.

1. Определение уравнения. Корни уравнения.
2. Область определения уравнения.
3. Равносильность уравнений.
4. Рациональные уравнения и методы их решений.
5. Системы и совокупности уравнений.
6. Равносильные системы уравнений.
7. Системы рациональных уравнений и методы их решения.
8. Иррациональные уравнения и методы их решений.
9. Системы иррациональных уравнений и методы их решения.
10. Показательные уравнения и методы их решений.
11. Логарифмические уравнения и методы их решений.

Повышенный уровень.

1. Методы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля.

- 2.Решение показательно-логарифмических уравнений.
- 3.Особенности применения основных методов решения систем уравнений при решении показательных и логарифмических систем уравнений.

Практическое занятие 10.

Итоговое занятие по темам «Тожественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений».

Цель занятия: проверка теоретических знаний и практических умений по темам «Тожественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений».

.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов проверяется уровень формирования компетенции УК-1, знаний, умений и навыков по темам «Тожественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений», которые станут основой их профессиональной деятельности.

На занятии студенты проходят:

- 1.Собеседование по темам «Тожественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений», по теоретическим вопросам.
- 2.Собеседование по умению решать задачи по темам «Тожественные преобразования» и «Уравнения и системы уравнений».

Тема 3. Неравенства

Практическое занятие 11.

Рациональные неравенства. Метод интервалов.

Цель занятия: решение рациональных неравенств методом интервалов.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Что называется областью определения неравенства $f(x) > g(x)$?
2. Какие два неравенства с одной переменной x называются равносильными?
3. Сформулируйте теоремы о преобразованиях, приводящих к равносильным неравенствам, и следствия из них.
4. Какой метод применяют для решения рациональных неравенств?
5. Сформулируйте утверждения, на которых основан метод интервалов.
6. Расскажите алгоритм применения метода интервалов.

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Найдите целые решения неравенства $x \geq \frac{25}{1-x} - 9$.
2. Определите наибольшее целое решение неравенства $\frac{121}{x+2} \leq 20 - x$.
3. Определите число целых решений неравенства $\frac{2x^2 - 9x + 7}{x^2 - 1} \leq 1$.
4. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{3}{x^2 - 49} \leq \frac{1}{x^2 - 9x + 14}$.
5. Найдите число целых решений неравенства

$$\frac{(27 - x^3)^3 \cdot (x^2 - 5x + 6)}{(x^2 + 3x + 5)^2 \cdot (x - 2)^3} \leq 0 \text{ на интервале } [-2; 4].$$

6. Найдите число целых решений неравенства:

$$\text{а) } \frac{(x^2 - 5x + 6) \cdot (x^2 - 4)}{(9 - x^2)^3 \cdot (x^2 + x + 4)^2} \geq 0; \text{ б) } \frac{(64 - x^2) \cdot (x^2 - 4x + 4)^2}{(x^2 - 5x + 6)^3 \cdot (x^2 + 3x + 16)} \geq 0.$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Определите наибольшее целое решение неравенства $\frac{5}{9 - x^2} \leq \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$.

2. Найдите наименьшее решение неравенства $\frac{4x^2 + 45x}{x - 1} \geq 25$.

3. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} \geq \frac{2}{x^2 - 4x + 4}$.

4. Найдите число целых решений неравенства

$$\text{а) } \frac{(x^2 - 5x + 12)^3 \cdot (1 - x^3)^2}{(x^2 + 8x + 12) \cdot (3 - x)^3} \geq 0 \text{ на интервале } [-8; 4];$$

$$\text{б) } \frac{(x^2 - 7x + 12)^3 \cdot (x - 1)}{(64 - x^3)^2 \cdot (x^2 - 7x + 13)} \geq 0 \text{ на интервале } [0; 6].$$

5. Определите сумму целых решений неравенства $\frac{(8 + x^3)^3 \cdot (x^2 - 4x + 7)}{(3 - x) \cdot (x^2 - 5x - 6)^2} \geq 0$.

6. Найдите число целых решений неравенства $\frac{(x^2 - 10x + 25) \cdot (x^2 - x + 4)}{(25 - x^2)^2 \cdot (x^2 - 16)} \geq 0$.

Практическое занятие 12. Неравенства с модулями.

Цель занятия: решение неравенств с модулями.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

- 1.Какая из теорем о равносильности неравенств полезна при решении неравенств, содержащих переменную под знаком модуля?
- 2.В чём особенность применения метода интервалов при решении неравенств, содержащих переменную под знаком модуля?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Определите наименьшее целое положительное решение неравенства:

$$|x - 2| + |x + 2| \leq 4.$$

2. Найдите сумму целых решений неравенства $|x| + |x + 3| < 5$.

3. Решите неравенства

$$\left| \frac{2x - 4}{x + 1} \right| > 2.$$

4. Найдите наибольшее целое решение неравенства:

$$\frac{x+1}{|2-x|} + \frac{x+1}{x-5} \leq 0.$$

5. Определите наименьшее целое решение неравенства:

$$\frac{x-3}{|4+x|} - \frac{x-3}{x+7} \geq 0.$$

6. Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения

функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 7|x| + 10}{6x - x^2 - 9}}$.

7. Определите наибольшее целое число, входящее в область определения

функции $f(x) = \lg\left(\frac{6}{|x-3|} - 1\right)$.

8. Определите решение неравенства:

$$\left|\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 4}\right| + \left|\frac{x-1}{x-2}\right| - 12 > 0.$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Определите наименьшее целое положительное решение неравенства:

а) $|2x - 1| + |x - 3| \leq 4$;

б) $|2x - 5| + |x + 1| < 3$.

2. Решите неравенства

$$\frac{x^2 - |x| - 12}{x - 3} \geq 2x.$$

3. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{x+2}{|3-x|} + \frac{x+2}{x-6} \leq 0.$$

4. Определите наименьшее целое решение неравенства:

$$\text{б) } \frac{x-1}{|3+x|} - \frac{x-1}{x+4} \geq 0.$$

5. Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения

функции $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{|x-2|}\right)$.

6. Определите наибольшее целое число, входящее в область определения

функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5 \cdot |x| + 6}{4x - x^2 - 4}}$.

7. Определите решение неравенства:

$$\left| \frac{x^2+6x+9}{x^2-2x+1} \right| + 5 \cdot \left| \frac{x+3}{x-1} \right| - 6 < 0.$$

Практическое занятие 13.

Системы рациональных неравенств.

Цель занятия: решение систем рациональных неравенств.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Когда несколько неравенств с одной переменной образуют систему неравенств?
2. Что является решением системы неравенств?
3. Когда несколько неравенств с одной переменной образуют совокупность неравенств?
4. Что является решением совокупности неравенств?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

Решите системы неравенств

$$1. \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10x-3}{5} > \frac{2x+7}{3} - \frac{148}{21} \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+1)}{6} > \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2}. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ 2x - 4 < 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x^2 + 2 < 5x \\ x^2 \geq x \end{cases}$$

$$4. 4x - 2 < x^2 + 1 < 4x + 6$$

$$5. \begin{cases} (2x+3)(2x+1)(x-1) < 0 \\ (x+5)(x+1)(1-2x)(x-3) > 0 \end{cases}$$

.

Задания для самостоятельной работы дома

Решите системы неравенств

$$1. \begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{2} \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3) \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x^2 < 9 \\ x^2 > 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x+3}{x-2} < 1 \\ \frac{2x+3}{3x-2} < 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} (x^2 + 12x + 35)(2x+1)(3-2x) \geq 0 \\ (x^2 - 2x - 8)(2x-1) \geq 0 \end{cases}$$

Практическое занятие 14

Иррациональные неравенства.

Цель занятия: решение иррациональных неравенств.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

Теоретические задания.

1. Сформулируйте теоремы о равносильных преобразованиях для иррациональных неравенств четной степени.

2. Сформулируйте теоремы о равносильных преобразованиях для иррациональных неравенств нечетной степени.
3. Чему равносильно неравенство вида $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} \geq 0$?
4. Чему равносильно неравенство вида $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} \leq 0$?
5. Чему равносильно неравенство вида $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} > 0$?
6. Чему равносильно неравенство вида $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} < 0$?
7. Чему равносильно неравенство вида $\frac{\sqrt{g(x)}}{f(x)} \vee 0$, где $\vee$ - один из знаков неравенства $\leq, \geq, <, >$?
8. Чему равносильно неравенство вида $\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \vee 0$, где $\vee$ - один из знаков неравенства $\leq, \geq, <, >$?
9. В каких случаях целесообразно выполнять замену переменной при решении иррациональных неравенств? Приведите примеры.

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Решите неравенства:
 - а) $\sqrt{5x-2} < 3$; б) $\sqrt{3x+5} < 2$
2. Найдите наименьшее целое решение неравенства:
 - а) $\sqrt{2x+3} \geq 2$; б) $\sqrt{7x+8} \leq 5$.
3. Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{\frac{x-2}{1-2x}} > -1$.
4. Определите наименьшее целое отрицательное решение неравенства $\sqrt{\frac{1-x}{2x+5}} \geq -\sqrt{5}$.
5. Решите неравенства:

а) $\sqrt{x+61} > x+5$; б) $\sqrt{2x^2+x} < 2x+1$;

6. Определите решение неравенства $\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+5} < 5$.

7. Найдите решение неравенства

$$\frac{x^3 - 8 + 6x(2-x)}{|3-4x|} \leq \sqrt{4x-3}.$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Решите неравенства:

в) $\sqrt{7x-9} < 4$; г) $\sqrt{4x+11} < 3$.

2. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\sqrt{3x-1} < 3$.

3. Определите наибольшее целое решение неравенства $\sqrt{5-2x} > 4$.

4. Определите наименьшее отрицательное решение неравенства

$$\sqrt{\frac{3+2x}{4-x}} > -\sqrt{3}.$$

5. Найдите число целых решений неравенства $\sqrt{\frac{3-x}{1+2x}} \geq -2$.

6. Решите неравенства: а) $\sqrt{x^2-4} \geq 10-x$; б) $\sqrt{x^2-9} \leq 5-x$;

в) $\sqrt{x^2-5x+6} \leq x+4$.

7. Определите решения неравенств

а) $\frac{1-\sqrt{1-8x^2}}{2x} < 1$; б) $\frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x} > \frac{3}{2}$.

Практическое занятие 15.

Показательные неравенства.

Цель занятия: решение показательных неравенств.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Какому неравенству при $a > 1$ равносильно неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$?
2. Какому неравенству при $0 < a < 1$ равносильно неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Найдите наибольшее решение неравенства $\left(\frac{2}{3}\right)^{5x^2-29} \geq \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2+5}$.
2. Определите наименьшее решение неравенства $\left(\frac{7}{13}\right)^{28x^2-5} \geq \left(\frac{13}{7}\right)^{5x^2-127}$.
3. Найдите наибольшее целое отрицательное решение неравенства $\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x \cdot (2-x)} > 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}$.
4. Определите сумму целых решений неравенства $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$.
5. Решите неравенства:
а) $27 \cdot 25^{\frac{1}{x}} + 30 \cdot 15^{\frac{1}{x}} - 125 \cdot 9^{\frac{1}{x}} \geq 0$; б) $8 \cdot 49^{\frac{1}{x}} - 126 \cdot 14^{\frac{1}{x}} + 343 \cdot 4^{\frac{1}{x}} \geq 0$.
6. Решите неравенства:
а) $\frac{1}{2^x+3} > \frac{1}{2^{x+3}+1}$; б) $\frac{5}{4^x+3} \geq \frac{3}{3-4^x}$.
7. Решите неравенство $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9$.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Найдите наибольшее решение неравенства:
а) $\left(\frac{2}{7}\right)^{4x^2-23} \leq \left(\frac{7}{2}\right)^{5x^2-13}$; б) $\left(\frac{9}{26}\right)^{3x^2-2x} \leq \left(\frac{26}{9}\right)^{5x^2+3x}$.

2. Найдите наибольшее целое отрицательное решение неравенства

$$\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x \cdot (2-x)} > 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}.$$

3. Определите сумму целых решений неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{16-x}$.

4. Найдите наименьшее целое положительное решение неравенства

$$\sqrt{0,8^{x \cdot (x-3)}} > 0,64.$$

5. Решите неравенства:

а) $64 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 12 \cdot 12^{\frac{1}{x}} - 27 \cdot 16^{\frac{1}{x}} \leq 0;$

б) $125 \cdot 4^{\frac{1}{x}} - 70 \cdot 10^{\frac{1}{x}} + 8 \cdot 25^{\frac{1}{x}} \geq 0.$

6. Решите неравенства:

а) $\frac{7^x - 30}{7^{x-1} + 1} \leq -14;$ б) $\frac{3}{3 - 5^x} > \frac{5}{5^x + 3}.$

Практическое занятие 16.

Логарифмические неравенства.

Цель занятия: решение логарифмических неравенств.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Какой системе неравенств равносильно неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, если $a > 1$?
2. Какой системе неравенств равносильно неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, если $0 < a < 1$?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

1. Найдите наименьшее целое решение неравенства $\log_8(x^2 - 4x + 3) \leq 1$.

2. Определите число целых решений неравенства:

а) $\log_5(9 - x) + \log_5(6 - x) + \log_5(5 - x) > 2 \cdot \log_5(x + 3) - 3 \cdot \log_5(4 - x)$;

б) $2 \cdot \log_5(7 - x) + 3 \cdot \log_5(6 - x) \geq \log_5(x + 5) - \log_5(5 - x) + \log_5(x + 4)$.

3. Решите неравенства:

а) $\frac{1}{2} + \log_3 x - \log_3 5x > \log_{\frac{1}{3}}(x + 3)$

б) $\log_x \frac{x + 3}{x - 1} > 1$

в) $\log_{x^2 - 3} 729 > 3$

г) $\log_2 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2) < 1$

д) $\frac{\log_3(x^2 + 3)}{4x^2 - 16} < 0$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Найдите наименьшее целое решение неравенства:

а) $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) > -1$; б) $\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \leq 0$.

2. Определите число целых решений неравенства:

а) $\log_3(3 - x) > 6 \cdot \log_3(x + 1) - 2 \cdot \log_3(2 - x) - \log_3(9 - x) - \log_3(5 - x)$;

б) $2 \log_5(x + 3) - \log_5(5 - x) - 3 \log_5(4 - x) \geq \log_5(9 - x) + \log_5(6 - x)$.

3. Решите неравенства:

а) $\log_2(x - 3)(x + 2) + \log_{\frac{1}{2}}(x - 3) < -\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 3$

б) $\log_x(x - 1) \geq 2$

в) $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0,3 > 0$

г) $\log_2(\log_3(2 - \log_4 x)) < 1$

$$д) \frac{3x^2 - 16x + 21}{\log_{0,2}(x^2 + 4)} < 0$$

Практическое занятие 17.

Комбинированные неравенства.

Цель занятия: решение комбинированных неравенств.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция УК-1, знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

Теоретические задания.

1. Какие неравенства называют комбинированными ?

Практические задания

Задания, решаемые в аудитории

Решите неравенства:

$$1. (2x-1)^x \geq (2x-1)^{x^2-2}$$

$$2. |3x^2 - 2|^{\sqrt{1+x}} > |3x^2 - 2|^{1+\sqrt{x}}$$

$$3. \sqrt{13^x - 5} \leq \sqrt{2(13^x + 12)} - \sqrt{13^x + 5}$$

$$4. \frac{\lg(\sqrt{x+1} + 1)}{\lg \sqrt[3]{x-40}} < 3$$

$$5. \frac{\log_2(\sqrt{4x+5} - 1)}{\log_2(\sqrt{4x+5} + 11)} > \frac{1}{2}$$

$$6. |x-1|^{\log_2(4-x)} > |x-1|^{\log_2(1+x)}$$

Задания для самостоятельной работы дома

Решите неравенства:

$$1. |x-3|^{2x^2-7x} > 1$$

$$2. (4x^2 + 2x + 1)^{x^2-x} > 1$$

$$3. \sqrt{2(5^x + 24)} - \sqrt{5^x - 7} \geq \sqrt{5^x + 7}$$

$$4. \frac{\lg \sqrt{x+7} - \lg 2}{\lg 8 - \lg(x-5)} < -1$$

$$5. \frac{\log_{0,5}(\sqrt{x+3}-1)}{\log_{0,5}(\sqrt{x+3}+5)} < \frac{1}{2}$$

$$6. x^{\lg x} > 10$$

2) Подготовьтесь к собеседованию по теме 3 по указанным вопросам

Тема 3. «Неравенства».

Базовый уровень.

1. Область определения неравенства $f(x) > g(x)$.
2. Равносильность двух неравенств с одной переменной x .
3. Теоремы о преобразованиях, приводящих к равносильным неравенствам, и следствия из них.
4. Метод интервалов для решения рациональных неравенств.
5. Системы неравенств с одной переменной. Множество их решений.
6. Равносильные системы неравенств с одной переменной.
7. Совокупности неравенств с одной переменной. Множество их решений.
8. Показательные неравенства и методы их решения.
9. Логарифмические неравенства и методы их решения.

Повышенный уровень.

1. Методы решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.
2. Иррациональные неравенства и методы их решения.
3. Комбинированные неравенства и методы их решения.

Практическое занятие 18.

Итоговое занятие по теме «Неравенства».

Цель занятия: проверка теоретических знаний и практических умений по теме «Неравенства».

.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов проверяется уровень формирования компетенции УК-1, знаний, умений и навыков по теме «Неравенства», которая станет одной из основ их профессиональной деятельности.

На занятии студенты проходят:

- 1.Собеседование по теме «Неравенства», по теоретическим вопросам.
- 2.Собеседование по умению решать задачи по теме «Неравенства».