

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по выполнению практических работ

по дисциплине «**Использование математических методов в экономике**»

для студентов направления подготовки

02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

направленность (профиль)

«Анализ данных и искусственный интеллект»

Содержание

Введение.....	4
Практическое занятие №1	6
Тема занятия «Формализация задачи линейного программирования.»	6
Практическое занятие №2	10
Тема занятия «Решение задач линейного программирования графическим методом.»	10
Практическое занятие №3	12
Тема занятия «Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (без поиска ОДР).»	12
Практическое занятие №4	16
Тема занятия «Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (с предварительным поиском ОДР).»	16
Практическое занятие №5	19
Тема занятия «Решение транспортной задачи распределительным методом.» ...	19
Практическое занятие №6	22
Тема занятия «Решение транспортной задачи методом потенциалов.».....	23
Практическое занятие №7	25
Тема занятия «Матричные игры».....	26
Практическое занятие №8	28
Тема занятия «Задача коммивояжера».....	29
Практическое занятие №9	34
Тема занятия: «Задача о минимальном пути в графе»	35

Введение

Цель – изучение математических методов как для решения прикладных, практических задач, так и для теоретического моделирования социально-экономических явлений и процессов, не доступных прямому наблюдению и исследованию;

- использование математической экономики как аппарата экономических исследований, формирование взгляда на математическую экономику, как на экономическую дисциплину;

- закладка фундамента для непрерывной математической подготовки, необходимой для проведения экономических исследований, изучения и внедрения прогрессивных технологий;

Данный курс способствует воспитанию у студентов достаточно высокой математической культуры, привитию навыков современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в междисциплинарных связях и практической деятельности. Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студента, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре.

Дисциплина «**Использование математических методов в экономике**» относится к дисциплинам по выбору. Она логически и содержательно-методически взаимосвязана с дисциплинами профессионального цикла. Она обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом и служит фундаментальной базой экономико-управленческого образования.

Дисциплина начинает изучаться в третьем семестре и в связи с этим при освоении данной дисциплины студенты должны иметь твердые знания курса линейной алгебры, математического анализа.

В результате изучения дисциплины студент должен

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;

- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;

- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Особенностью развития современного общества является сложный характер рыночной экономики, характеризуемый изменением и быстрой сменяемостью условий экономической деятельности, предъявлением высоких требований к методам планирования и хозяйственной деятельности. В этих условиях использование серьезных методов анализа в экономических исследованиях приобретает первостепенное значение. Математическое моделирование экономических ситуаций на базе современной вычислительной техники позволяет автоматизировать сбор и обработку первичной информации, выделить основные параметры, влияющие на деятельность фирмы, рассчитать различные варианты деятельности (проектирования) фирмы, определить наиболее целесообразные мероприятия, обеспечивающие необходимую эффективность производства или предпринимательства, и на основе этих данных принять решение о выборе оптимальной стратегии по управлению деятельностью фирмы (формы бизнеса).

В экономической математике изучаются прежде всего методы исследований и построенные на их основе модели. Это могут быть модели реальных экономических процессов, в той или иной степени отражающие реальные экономические явления. Моделирование – это исследование явлений, процессов или объектов путем построения и изучения их моделей. Моделирование – одна из основных категорий теории познания. Экономическое моделирование используется для определения или уточнения характеристик и рациональных способов управления экономическими процессами и явлениями.

Практическое занятие №1

Тема занятия «Формализация задачи линейного программирования.»

Цель: научиться математически формализовать поставленные задачи линейного программирования перед решением их известными методами.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: В процессе принятия решений часто возникают задачи, в которых требуется оптимизировать какие-либо параметры в рамках заданных ограничений. Функциональные зависимости параметров и ограничений имеют линейный характер. В этом случае говорят о классе задач линейного программирования, для решения которых разработаны эффективные методы.

Теоретическая часть

Впервые общая постановка задачи линейного программирования и один из методов ее решения были сформулированы советским ученым Л.В. Канторовичем в работе «Математические методы организации и планирования производства». Общая математическая теория линейного программирования была разработана в 1949 г. Данцигом. Дальнейшее развитие теории линейного программирования и ее практических приложений связано с именем отечественных и зарубежных ученых: В.С. Немчинова, В.В. Новожилова, Д.Б. Юдина, Г. Куна, С. Гасса и других.

Линейное программирование (ЛП) изучает важную для практики задачу отыскания экстремума линейной функции при наличии ограничений в виде линейных неравенств или уравнений.

Сущность этих задач заключается в том, чтобы из множества возможных вариантов исследуемого экономического процесса выбрать по какому-либо признаку наилучший, или, как его называют, оптимальный вариант.

В этом методе обязателен специальный показатель выгодности плана, который называют показателем или критерием оптимальности плана. Часто это прибыль, доход, валовый продукт, производительность, эффективность. В таких случаях выгодно, чтобы показатель оптимальности был для выбранного варианта плана максимальным. Если показателем оптимальности плана служат издержки, себестоимость, капиталовложения или трудоемкость, то необходимо планировать так, чтобы показатель оптимальности для выбранного плана был минимальным.

Таким образом, ясно, что цель, которую мы ставим перед собой заключается в максимизации или минимизации некоторого количества средств (денег, сырья, оборудования, продуктов питания и т. д.), которое математически выражается в виде линейной формы некоторого числа переменных.

Множество возможных вариантов, из которых выбирается оптимальный план, всегда ограничено (ресурсами сырья; наличием рабочей силы, количеством оборудования и т.п.). Поэтому каждый, из рассматриваемых вариантов должен быть допустимым планом, удовлетворяющим имеющимся ограничениям. Показатель оптимальности плана является некоторой функцией $Z = f(x)$ плана X . Поэтому задача отыскания оптимального плана сводится к математической задаче нахождения экстремума этой функции.

Решение экстремальных экономических задач можно разбить на три этапа: 1) построение экономико-математической модели; 2) нахождение оптимального решения одним из математических методов; 3) практическое внедрение в народное хозяйство.

Построение экономико-математической модели состоит в создании упрощенной экономической модели, в которой в схематической форме отражена сущность изучаемого процесса. При этом особое внимание должно быть уделено отражению в модели всех существенных особенностей задачи и учету всех ограничивающих условий, которые могут повлиять на результат. Затем определяют цель решения, выбирают критерий оптимальности и дают математическую формулировку задачи.

Вопросы и задания

ЗАДАЧА 1.

При производстве двух видов продукции используются три вида сырья, составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Исходные данные таковы:

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции	
	№ 1	№ 2
20	2	1
12	1	1
30	1	3
Прибыль	40	50

ЗАДАЧА 2.

В рационе животных используется два вида кормов. Животные должны получать три вида веществ. Составить рацион кормления, обеспечивающий минимальные затраты. Исходные данные таковы:

Необходимое количество питательного вещества	Содержание питательного вещества в единице корма	
	№ 1	№ 2
15	5	1
12	2	1
7	1	1
Прибыль	40	30

ЗАДАЧА 3.

Предприятие рекламирует свою продукцию с использованием 4 источников массовой информации: телевидения, радио, газет и расклейки объявлений. Анализ рекламной деятельности в прошлом показал, что эти средства приводят к увеличению прибыли соответственно на 10, 5, 7 и 4 усл. ед., в расчете на 1 усл. ед., затраченную на рекламу. На рекламу выделено 50000 усл. ед. Администрация предприятия не намерена тратить на телевидение более 40 %, на радио и газеты – более 50 % от общей суммы выделенных средств. Как следует предприятию организовать рекламу, что бы получить максимальную прибыль?

ЗАДАЧА 4.

Найти полуплоскость, определяемую неравенством $2x_1 + 3x_2 - 12 \leq 0$.

ЗАДАЧА 5.

Какую полуплоскость определяет неравенство $2x_1 - 3x_2 \geq 0$.

ЗАДАЧА 6.

Найти область решений системы неравенств

$$\begin{cases} x_1 - 1 \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 3 \geq 0 \\ x_2 - 1 \geq 0 \\ -6x_1 - 7x_2 + 42 \geq 0 \end{cases}$$

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №2

Тема занятия «Решение задач линейного программирования графическим методом.»

Цель: уметь решать задачи линейного программирования графическим методом.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: В определенных случаях решение задачи линейного программирования можно довольно наглядно представить на плоскости. Так как графический метод решения задачи линейного программирования является наиболее наглядным, то рассмотрение методов решения задач линейного программирования начнем именно с него.

Теоретическая часть

Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования позволяет наглядно изобразить все случаи, которые могут встретиться при решении задачи линейного программирования.

1. Задача линейного программирования имеет единственное оптимальное решение. Оптимальное решение достигается в одной из вершин многоугольника области допустимых решений. Этот случай наиболее распространен в практике решения задач ЛП.

2. Задача линейного программирования имеет бесчисленное множество оптимальных решений. Этот случай имеет место, когда прямая $F(x)$ параллельна одной из сторон многоугольника области допустимых решений, наиболее удаленной от начала координат в направлении перемещения прямой $F(x)$. Любая

точка, принадлежащая этой стороне многоугольника и будет оптимальным решением

3. Задача линейного программирования не имеет оптимального решения. В этом случае ОДР не ограничена сверху и целевая функция может принимать произвольно большие значения.

Вопросы и задания

Решить задачи линейного программирования геометрическим методом

В задачах заданы условия ограничения и целевые функции. Определите оптимальные значения целевых функций и всех переменных.

ЗАДАЧА 1

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq -2 \\ -x_1 + x_2 \geq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$L(X) = -2x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$$

ЗАДАЧА 2

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$$L(X) = 15x_1 - 33x_2 \rightarrow \min$$

ЗАДАЧА 3

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \geq -3 \\ 2x_1 + 8x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$L(X) = -2x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$$

ЗАДАЧА 4

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$L(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образова-

тельный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:
<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>
2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено
3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено
4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено
5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №3

Тема занятия «Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (без поиска ОДР).»

Цель: получить практические навыки в решении задач, линейного программирования табличным симплекс-методом (без поиска ОДР).

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;

-методы представления математических данных и основные методы работы с ними;

-алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: В определенных случаях решение задачи линейного программирования можно довольно наглядно представить на плоскости. Так как графический метод решения задачи линейного программирования является наиболее наглядным, то рассмотрение методов решения задач линейного программирования начнем именно с него.

Теоретическая часть

1. Привести задачу ЛП к канонической форме (ОЗЛП).
2. Определить свободные переменные.
3. Выразить базисные переменные через свободные.
4. Записать условия-ограничения и целевую функцию в стандартной форме:
5. Заполнить первую симплекс-таблицу.
6. Положить все значения свободных переменных равными нулю.
7. Тогда пересечение первого столбца и первой строки даст значение целевой функции, остальные элементы первого столбца – значения базисных переменных. Если все значения базисных переменных неотрицательны, то полученное решение является допустимым.

8. Если при этом все элементы первой строки отрицательны, то полученное решение оптимально. В том случае, когда один или несколько элементов в первой строке положительны, решение неоптимально и его можно улучшить. Для этого необходимо произвести обмен между свободными и базисными переменными в соответствии с правилами симплекс-преобразования.

9. В полученной новой симплекс-таблице значения свободных переменных приравниваются нулю, из первого столбца находятся значения целевой функции и базисных переменных. По элементам первой строки проверяется полученное решение на оптимальность. Если решение не оптимально, переходим к следующей симплекс-таблице.

ПРИ ЭТОМ:

1. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, а элементы первой строки (кроме свободного члена) отрицательны, задача линейного программирования имеет единственное оптимальное решение.
2. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, а среди элементов первой строки имеется один или несколько нулевых

элементов, задача линейного программирования имеет бесчисленное множество оптимальных решений.

3. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, среди элементов первой строки имеется хотя бы один положительный элемент, а в столбце, соответствующем этому положительному элементу, остальные элементы отрицательны, задача линейного программирования не имеет оптимального решения.

Вопросы и задания

Решить задачи линейного программирования табличным симплекс-методом

ЗАДАЧА 1. Фирма, выпускающая трикотажные изделия, использует для производства свитеров, пуловеров и костюмов чистую шерсть и силон. Стоимость единицы выпускаемой продукции, соответственно равна 1600, 1200 и 5200 руб. Стоимость единицы используемого сырья соответственно равна 200 руб. и 100 руб. Запасы сырья на фирме – 160 кг чистой шерсти и 60 кг силона.

Затраты на производство одного свитера составляют чистой шерсти 0,4 кг, силона – 0,2 кг. Затраты на производство одного пуловера составляют чистой шерсти 0,2 кг, силона – 0,1 кг. Затраты на производство одного костюма составляют чистой шерсти 0,8 кг, силона – 0,2 кг.

Определить условия, при которых будет получена максимальная прибыль фирмой. Определить размер максимальной прибыли.

В задачах 2-4 заданы условия ограничения и целевые функции. Определите оптимальные значения целевых функций и всех переменных табличным симплекс-методом.

ЗАДАЧА 2

$$\begin{cases} -8x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ 8x_1 + 2x_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$L(X) = 8x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

ЗАДАЧА 3

$$\begin{cases} 4x_1 \geq 8 \\ 2x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 5 \end{cases}$$

$$L(X) = 10x_1 + 5x_2 \rightarrow \min.$$

ЗАДАЧА 4

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_1 \geq 8 \\ x_1 + x_3 \leq 7 \\ x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$L(X) = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min.$$

Список литературы, рекомендованный к использованию
Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №4

Тема занятия «Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (с предварительным поиском ОДР).»

Цель: получить практические навыки в решении задач, линейного программирования табличным симплекс-методом (с предварительным поиском ОДР).

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Для нахождения допустимого решения, которое будет являться исходным при поиске оптимального решения, можно использовать все ту же процедуру симплекс-метода. Вместе с тем алгоритм поиска допустимого решения будет несколько отличаться от алгоритма поиска оптимального решения.

Теоретическая часть

1. Привести задачу ЛП к канонической форме (ОЗЛП).
2. Определить свободные переменные.
3. Выразить базисные переменные через свободные.
4. Записать условия-ограничения и целевую функцию в стандартной форме:
5. Заполнить первую симплекс-таблицу.
6. Положить все значения свободных переменных равными нулю.
7. Тогда пересечение первого столбца и первой строки даст значение целевой функции, остальные элементы первого столбца – значения базисных переменных. Если все значения базисных переменных неотрицательны, то полученное решение является допустимым.
8. Если при этом все элементы первой строки отрицательны, то полученное решение оптимально. В том случае, когда один или несколько элементов в первой строке положительны, решение неоптимально и его можно улучшить.

Для этого необходимо произвести обмен между свободными и базисными переменными в соответствии с правилами симплекс-преобразования.

9. В полученной новой симплекс-таблице значения свободных переменных приравниваются нулю, из первого столбца находятся значения целевой функции и базисных переменных. По элементам первой строки проверяется полученное решение на оптимальность. Если решение не оптимально, переходим к следующей симплекс-таблице.

ПРИ ЭТОМ:

1. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, а элементы первой строки (кроме свободного члена) отрицательны, задача линейного программирования имеет единственное оптимальное решение.

2. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, а среди элементов первой строки имеется один или несколько нулевых элементов, задача линейного программирования имеет бесчисленное множество оптимальных решений.

3. Если в конечной симплекс-таблице элементы первого столбца положительны, среди элементов первой строки имеется хотя бы один положительный элемент, а в столбце, соответствующем этому положительному элементу, остальные элементы отрицательны, задача линейного программирования не имеет оптимального решения.

Вопросы и задания

Решить задачи линейного программирования табличным симплекс-методом

ЗАДАЧА 1

Фирма, выпускающая трикотажные изделия, использует для производства свитеров, пуловеров и костюмов чистую шерсть и силон. Стоимость единицы выпускаемой продукции, соответственно равна 1600, 1200 и 5200 руб. Стоимость единицы используемого сырья соответственно равна 200 руб. и 100 руб.

Запасы сырья на фирме – 160 кг чистой шерсти и 60 кг силона.

Затраты на производство одного свитера составляют чистой шерсти 0,4 кг, силона – 0,2 кг. Затраты на производство одного пуловера составляют чистой шерсти 0,2 кг, силона – 0,1 кг. Затраты на производство одного костюма составляют чистой шерсти 0,8 кг, силона – 0,2 кг.

Определить условия, при которых будет получена максимальная прибыль фирмой. Определить размер максимальной прибыли.

В задачах 2-4 заданы условия ограничения и целевые функции. Определите оптимальные значения целевых функций и всех переменных табличным симплекс-методом.

ЗАДАЧА 2

$$\begin{cases} -8x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ 8x_1 + 2x_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$L(X) = 8x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

ЗАДАЧА 3

$$\begin{cases} 4x_1 \geq 8 \\ 2x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 5 \end{cases} \quad L(X) = 10x_1 + 5x_2 \rightarrow \min.$$

ЗАДАЧА 4

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ 2x_1 \geq 8 \\ x_1 + x_3 \leq 7 \\ x_2 \leq 4 \end{cases} \quad L(X) = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min.$$

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №5

Тема занятия «Решение транспортной задачи распределительным методом.»

Цель: привить обучаемым практические навыки в решении транспортных задач с правильным балансом распределительным методом.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Порядок решения задачи линейного программирования табличным симплекс-методом является универсальным и применим для решения любых таких задач. Однако существуют некоторые частные типы задач линейного программирования, которые в силу некоторых особенностей своей структуры, допускают решение более простыми методами, к ним относятся, в частности, ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА. Отличительной ее особенностью является то,

что все коэффициенты при переменных в уравнениях-ограничениях равны единице.

Теоретическая часть

1 Классическая транспортная задача линейного программирования формулируется следующим образом.

Имеется m пунктов отправления: $A_1, A_2, \dots, A_m$, в которых сосредоточены запасы какого-то однородного товара (груза) в количестве соответственно $a_1, a_2, \dots, a_m$ единиц. Кроме того, имеется n пунктов назначения: $B_1, B_2, \dots, B_n$, подавших заявки соответственно на $b_1, b_2, \dots, b_n$ единиц товара.

Предполагается, что сумма всех заявок равна сумме всех запасов:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Известна стоимость c_{ij} перевозки единицы товара от каждого пункта отправления A_i до каждого пункта назначения B_j . Таблица (матрица) стоимостей перевозки c_{ij} задана:

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{vmatrix}$$

Требуется составить такой план перевозок, при котором все заявки были бы выполнены, и при этом общая стоимость всех перевозок была минимальна.

При такой постановке задачи показателем эффективности плана перевозок является **стоимость**; поэтому поставленную задачу точнее называют **транспортной задачей по критерию стоимости**.

Вопросы и задания

ЗАДАЧА 1

Решается задача поставок продукции от вероятных поставщиков A_1, A_2, A_3 потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 . Заявки на поставку продукции потребителям составлены исходя из имеющегося спроса на нее (табл.1). Себестоимость перевозки одного центнера продукции от соответствующего поставщика соответствующему потребителю (табл.1), обойдется фирме в значения указанные в верхнем правом углу клеток транспортной таблицы (руб). Необходимо составить оптимальный план поставок продукции от поставщиков потребителям.

Таблица 1

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Всего продукции
A_1	18	15	12	17	24	220
A_2	10	16	25	12	10	280
A_3	15	13	21	11	14	160
Согласно заявок	110	130	160	120	140	

В задачах 2-3 для соответствующих начальных условий–составить оптимальный план перевозок (поставок) груза (продукции) от поставщиков (ПО) потребителям (ПН).

ЗАДАЧА 2

Таблица 2

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы (a_i)
A_1	10	7	9	6	8	53
A_2	5	6	7	5	4	70
A_3	8	7	5	6	7	38
Заявки (b_j)	22	34	44	41	20	

ЗАДАЧА 3

Таблица 3

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы (a_i)
A_1	10	5	6	7	9	4	60
A_2	6	4	7	6	8	5	85
A_3	7	3	4	5	6	8	53
Заявки (b_j)	20	28	30	40	35	45	

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №6

Тема занятия «Решение транспортной задачи методом потенциалов.»

Цель: получить практические навыки в решении транспортных задач с правильным балансом методом потенциалов.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Распределительный метод, с которым мы познакомились на прошлом занятии, обладает одним недостатком: нужно отыскивать циклы для всех свободных клеток и находить их цены. От этой трудоемкой работы нас избавляет специальный метод решения ТЗ, который называется методом потенциалов. Этот метод позволяет автоматически выделять циклы с отрицательной ценой и определять их цены.

Теоретическая часть

Для решения транспортной задачи нам нужно одно – построить потенциальный план. Его можно построить методом последовательных приближений, задаваясь сначала какой то произвольной системой платежей. При этом в каждой базисной клетке получается сумма платежей, равная стоимости перевозок в данной клетке, затем, улучшая план, следует одновременно менять систему платежей так, что бы они приближались к потенциалам.

При использовании метода потенциалов для решения ТЗ отпадает наиболее трудоемкий элемент распределительного метода: поиска циклов с отрицательной ценой. Процедура построения потенциального плана состоит в следующем.

В качестве первого приближения к оптимальному плану берется любой допустимый план (хотя бы построенный способом северо-западного угла). В этом плане $m+n-1$ базисных клеток, где m - число строк, n - число столбцов транспортной таблицы. Для этого плана можно определить платежи (α_i, β_j) , так, чтобы в каждой базисной клетке выполнялось условие: $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$ (1).

Уравнение (1) всего $m+n-1$, а число неизвестных равно $m+n$. Следовательно, одну из этих неизвестных можно задать произвольно (например, равной нулю). После этого из $m+n-1$ уравнений (1) можно найти остальные платежи α_i, β_j , а по ним вычислить псевдостоимости $\tilde{c}_{ij} = \alpha_i + \beta_j$ для каждой свободной клетки. Если оказалось, что все эти псевдостоимости не превосходят стоимостей $\tilde{c}_{ij} \leq c_{ij}$ (2), то план потенциален, а значит оптимален.

Если же хотя бы в одной свободной клетке псевдостоимость больше стоимости $\tilde{c}_{ij} > c_{ij}$, то план не является оптимальным и может быть улучшен переносом перевозок по циклу, соответствующему данной свободной клетке.

Итак, мы приходим к следующему правилу (алгоритму) решения транспортной задачи методом потенциалов.

1. Взять любой опорный план перевозок, в котором отмечены $m+n-1$ базисных клеток (остальные клетки - свободные).

2. Определить для этого плана платежи (α_i, β_j) исходя из условия, чтобы в любой базисной клетке псевдостоимости были равны стоимостям: $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$

Один из платежей можно назначить произвольно, например, положить равным нулю.

3. Подсчитать псевдостоимости $\tilde{c}_{ij} = \alpha_i + \beta_j$ для всех свободных клеток. Если окажется, что все они не превышают стоимостей, то план оптимален.

4. Если хотя бы в одной свободной клетке псевдостоимость превышает стоимость, следует приступить к улучшению плана путем переброски перевозок по циклу, соответствующему любой свободной клетке с отрицательной ценой (для которой псевдостоимость больше стоимости).

5. После этого заново подсчитываются платежи и псевдостоимости, и, если план все еще не оптимален, процедура улучшения продолжается до тех пор, пока не будет найден оптимальный план.

Вопросы и задания

Решить методом потенциалов ТЗ, заданные таблицей

Задача 1

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	Запасы a_i
A_1	10	5	6	7	9	4	60
A_2	6	4	7	6	8	5	85

A_3	7	3	4	5	6	8	53
Заявки b_j	20	28	30	40	35	45	

Задача 2

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запасы a_i
A_1	10	8	9	6	5	25
A_2	5	6	4	3	8	32
A_3	9	7	5	4	3	40
A_4	14	10	8	8	8	20
Заявки b_j	17	21	41	14	24	

Задача 3

ПО \ ПН	B_1	B_2	B_3	Запасы a_i
A_1	6	4	2	20
A_2	3	5	4	25
A_3	3	6	3	30
Заявки b_j	20	25	30	

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образова-

тельный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:
<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>
2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено
3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено
4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено
5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №7

Тема занятия «Матричные игры»

Цель: уметь упрощать игру и решать графическим методом решения игр.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;

-алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Распределительный метод, с которым мы познакомились на прошлом занятии, обладает одним недостатком: нужно отыскивать циклы для всех свободных клеток и находить их цены. От этой трудоемкой работы нас избавляет специальный метод решения ТЗ, который называется методом потенциалов. Этот метод позволяет автоматически выделять циклы с отрицательной ценой и определять их цены.

Теоретическая часть

На практике часто приходится сталкиваться с задачами, в которых необходимо принимать решения в условиях неопределенности, т.е. возникают ситуации, в которых две (или более) стороны преследуют различные цели, а результаты любого действия каждой из сторон зависят от мероприятий партнера. Такие ситуации, возникающие при игре в шахматы, шашки, домино и т.д., относятся к конфликтным: результат каждого хода игрока зависит от ответного хода противника, цель игры — выигрыш одного из партнеров. В экономике конфликтные ситуации встречаются очень часто и имеют многообразный характер. К ним относятся, например, взаимоотношения между поставщиком и потребителем, покупателем и продавцом, банком и клиентом. Во всех этих примерах конфликтная ситуация порождается различием интересов партнеров и стремлением каждого из них принимать оптимальные решения, которые реализуют поставленные цели в наибольшей степени. При этом каждому приходится считаться не только со своими целями, но и с целями партнера, и учитывать неизвестные заранее решения, которые эти партнеры будут принимать.

Вопросы и задания

1. Антагонистические матричные игры и их решение.
2. Графический метод решения игр.
3. Решить игру, заданную платежной матрицей.

Вариант 1 $P = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$	Вариант 7 $P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
Вариант 2 $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$	Вариант 8 $P = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 \\ 7 & 6 & 8 \\ 8 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №8

Тема занятия «Задача коммивояжера»

Цель работы: овладеть навыками составления математической модели задачи коммивояжера.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Содействовать формированию опыта творческой деятельности студентов через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач и выполнении проектов.

Теоретическая часть.

Имеется n городов. Расстояния между любой парой городов i и j известны и составляют c_{ij} . Коммивояжер выезжает из какого-либо города и должен посетить все города, побывав в каждом только один раз и вернуться в исходный город. Ставится задача определить такую последовательность объезда городов, или маршрут, при которой суммарная длина маршрута была бы минимальной.

Исходная постановка задачи коммивояжера формулируется в форме задачи оптимизации на графах. С этой целью рассмотрим связный ориентированный граф: $G = (V, E, h)$, в котором $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – конечное множество вершин, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ – конечное множество дуг, $h: E \rightarrow Z_+$ – весовая функция дуг. Для математической постановки задачи удобно обозначить отдельные значения весовой функции дуг через: $c_{ij} = h(e_k)$, где дуга $e_k \in E$ соответствует упорядоченной паре вершин (v_i, v_j) . Согласно содержательной постановке рассматриваемой задачи отдельные значения $c_{ij} = h(v_i, v_j)$ интерпретируются как длина участка (i, j) исходного графа.

Длина любого подмножества дуг $E_k \subset E$ в графе G равна сумме весов дуг, входящих в это подмножество. Требуется определить такое подмножество дуг, которое образует в графе G замкнутый путь, проходит через каждую вершину ровно один раз и обладает минимальной длиной.

Отметим следующие особенности искомого маршрута в графе.

Во-первых, каждая из вершин исходного графа должна иметь в искомом маршруте ровно одну инцидентную ей дугу, которая является входящей для этой вершины, и ровно одну инцидентную ей дугу, которая является исходящей для этой вершины. В противном случае такие вершины окажутся изолированными или тупиковым и, следовательно, путь не будет проходить через все вершины исходного графа.

Во-вторых, общее количество дуг в искомом пути должно быть в точности равно n , где n – общее количество вершин исходного графа. Действительно, если некоторый путь содержит меньше n дуг, то он не будет проходить через все вершины или является циклическим. Если искомый путь содержит больше n дуг, то он не будет удовлетворять условию прохождения каждой вершины ровно один раз.

В-третьих, что наиболее важно, искомый путь должен представлять собой единственный цикл и не должен распадаться на отдельные циклы с количеством дуг меньше n . Введем в рассмотрение следующие булевы переменные x_{ij} , которые интерпретируются следующим образом. Переменная $x_{ij} = 1$, если дуга (v_i, v_j) входит в искомый маршрут минимальной длины, т.е. коммивояжер непосредственно переезжает из города i в город j , и $x_{ij} = 0$, если дуга (v_i, v_j) не входит в оптимальный маршрут, т.е. коммивояжер не переезжает из города i в город j .

Тогда в общем случае математическая постановка задачи коммивояжера может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n} \quad (3)$$

$$u_i - u_j + n \cdot x_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = \overline{2, n}, \quad i \neq j \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = \overline{1, n} \quad (5)$$

$$u_i \in R^1, \quad i = \overline{2, n} \quad (6)$$

В данной математической модели задачи коммивояжера используются также вспомогательные переменные u_i , $i = \overline{2, n}$, которые могут принимать любые действительные значения. При этом ограничения (2)-(3) обеспечивают выполнение первых двух указанных ранее условий – искомый путь должен проходить через каждую верну графа ровно один раз. Ограничения (4) обеспечивают выполнение третьего из указанных ранее условий – искомый путь не должен распадаться на отдельные циклы. Ограничения (5) обеспечивают выполнения условия – переменные x_{ij} должны принимать булевы значения. Нетрудно показать, что общее количество ограничений (2)-(4) равно $2n + (n-1)(n-2) = n^2 - n + 2$.

Следует заметить, что те коэффициенты целевой функции c_{ij} , для которых весовая функция ребер h исходного графа не определена или равна 0, в математической постановке рассматриваемой задачи (1)-(6) следует положить равными $+\infty$, т.е. достаточно большому положительному значению.

Классическая задача коммивояжера формулируется как несимметричная, т.е. для случая несимметричного исходного графа, при котором $c_{ij} \neq c_{ji}$. Если же $c_{ij} = c_{ji}$, $i, j = \overline{1, n}$, то соответствующая задача коммивояжера называется симметричной. Нетрудно увидеть, что исходный граф симметричной задачи коммивояжера является неориентированным.

Пример. Дана транспортная сеть, которая соединяет 6 населенных пунктов в некотором географическом районе. Данный район представлен в виде схемы, формально представляющей собой ориентированный связный граф, состоящий из 6 вершин, которые связаны между собой в прямом и обратном направлении. Длина участка автодороги между двумя соседними населенными пунктами, выраженная в км, равна значению весовой функции для каждой дуги. Это значение

указано рядом с изображением соответствующей дуги в графе. Требуется найти такой полный замкнутый путь, начинающийся в вершине с номером 1 и заканчивающийся в вершине с номером 6, чтобы общая длина пути была минимальной.

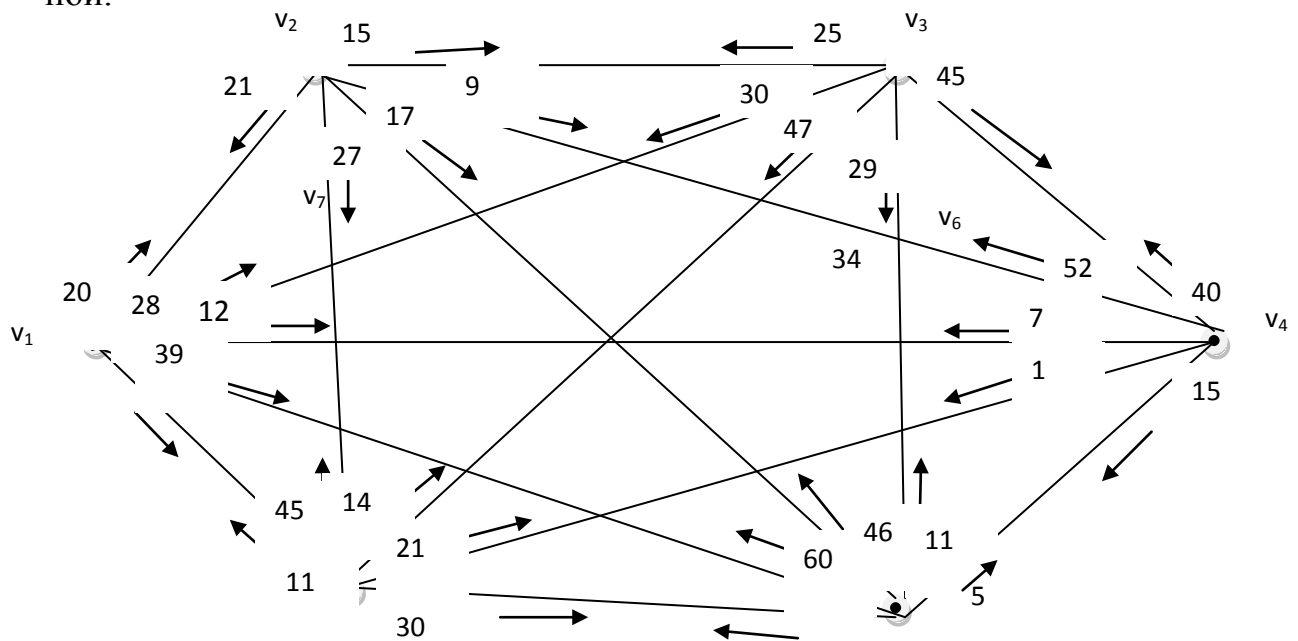


Рис.1: Исходный граф задачи коммивояжера

Решение. Для решения задачи составим ее математическую модель:

1. Введем обозначения: x_{ij} , $i, j = \overline{1,6}$ и u_i , $i = \overline{2,6}$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если дуга}(i, j) \text{ входит в минимальный полный путь;} \\ 0, & \text{если дуга}(i, j) \text{ не входит в минимальный полный путь.} \end{cases}$$

2. Составим целевую функцию (для удобства вычислений установим значения весов c_{ii} равными некоторому достаточно большому положительному числу, например, $c_{ii} = 1000$, $i = \overline{1,6}$):

$$\begin{aligned} Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 c_{ij} x_{ij} = & 1000x_{11} + 20x_{12} + 28x_{13} + 12x_{14} + 39x_{15} + 32x_{16} + \\ & + 21x_{21} + 1000x_{22} + 15x_{23} + 9x_{24} + 17x_{25} + 27x_{26} + 30x_{31} + 25x_{32} + 1000x_{33} + \\ & + 45x_{34} + 29x_{35} + 47x_{36} + 7x_{41} + 52x_{42} + 40x_{43} + 1000x_{44} + 15x_{45} + 1x_{46} + \\ & + 60x_{51} + 46x_{52} + 11x_{53} + 5x_{54} + 1000x_{55} + 34x_{56} + 11x_{61} + 45x_{62} + 14x_{63} + 21x_{64} + \\ & + 30x_{65} + 1000x_{66} \rightarrow \min \end{aligned}$$

(7)

3. Сформулируем ограничения рассматриваемой задачи.

3.1. Ограничения вида (2):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1 \\ x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1 \end{array} \right. \quad (8)$$

3.2. Ограничения вида (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} = 1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} = 1 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} = 1 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} + x_{64} = 1 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} + x_{65} = 1 \\ x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{66} = 1 \end{array} \right. \quad (9)$$

3.3. Ограничения вида (4):

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2 - u_3 + 6x_{23} \leq 5, \\ u_2 - u_4 + 6x_{24} \leq 5, \\ \dots \\ u_2 - u_6 + 6x_{26} \leq 5, \\ u_3 - u_2 + 6x_{32} \leq 5, \\ u_3 - u_4 + 6x_{34} \leq 5, \\ \dots \\ u_3 - u_6 + 6x_{36} \leq 5, \\ \dots \\ u_6 - u_2 + 6x_{62} \leq 5, \\ u_6 - u_3 + 6x_{63} \leq 5, \\ \dots \\ u_6 - u_5 + 6x_{65} \leq 5. \end{array} \right. \quad (10)$$

3.4. Ограничения вида (5), т.е. бинарность переменных x_{ij} :

$$x_{ij} - \text{бинарные (двоичные)}, i = \overline{1,6}, j = \overline{1,6}. \quad (11)$$

3.5. Ограничения вида (6):

$$u_2, u_3, u_4, u_5, u_6 \in R \quad (12)$$

Таким образом, целевая функция (7) и ограничения (8–12) образуют математическую модель задачи коммивояжера.

Вопросы и задания

Дана матрица расстояний $\begin{pmatrix} \infty & a & b & c & d \\ e & \infty & f & g & h \\ k & m & \infty & n & p \\ q & r & s & \infty & t \\ x & y & z & w & \infty \end{pmatrix}$. Решить задачу коммивояжера.

Варианты заданий

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	9	8	5	2	1	7	7	8	5	6
b	4	9	5	6	8	7	1	9	7	11
c	2	1	4	9	5	5	8	11	12	9
d	9	3	4	3	3	1	1	9	18	16
e	5	5	4	3	1	8	9	12	6	9
f	7	7	3	2	5	7	2	6	5	5
g	2	4	8	2	9	4	5	14	2	12
h	1	8	3	4	5	2	9	5	12	9
k	4	6	2	8	8	9	8	8	7	9
m	3	7	4	6	7	7	8	2	8	6
n	7	4	6	1	8	8	6	9	14	12
p	3	2	1	7	9	2	9	11	5	3
q	1	4	2	5	5	5	2	10	8	8
r	6	7	7	7	8	6	7	6	10	9
s	7	1	5	7	6	9	2	8	4	7
t	1	4	6	2	1	1	7	9	4	8
x	4	1	5	9	5	6	6	3	2	3
y	4	3	9	2	4	2	3	5	4	8
z	7	5	3	7	9	4	4	2	2	7
w	6	5	4	1	4	3	1	6	8	1

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа,

2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Практическое занятие №9

Тема занятия: «Задача о минимальном пути в графе»

Цель работы: овладеть навыками составления математической модели задачи о минимальном пути в графе.

Компетенции: ПК-1: Способен демонстрировать базовые знания матема-

тических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий

Знать:

- основные понятия эконометрического подхода,
- основные методы оценивания неизвестных параметров экономических задач;
- методы представления математических данных и основные методы работы с ними;
- алгебраические методы и методы математического анализа решения экономических и социально-экономических задач;

Уметь:

- математически описывать структурные элементы экономики;
- выявлять математические зависимости этих законов;
- применять математические методы при решении практических задач, жизненных ситуаций;

Владеть:

- навыками математического описания экономических объектов;
- навыками выявления закономерностей и математических зависимостей социально-экономического развития;

Актуальность: Содействовать формированию опыта творческой деятельности студентов через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач и выполнении проектов.

Теоретическая часть

Общая постановка задачи

Дана транспортная сеть. Найти путь от начального узла к конечному, имеющий наименьшую общую продолжительность.

Исходная постановка задачи формулируется в форме задачи оптимизации на графах.

Рассмотрим ориентированный граф: $G = (V, E, h)$, в котором $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ – конечное множество вершин, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ – конечное множество дуг, $h: E \rightarrow Z_+$ – весовая функция дуг. Для математической постановки задачи удобно обозначить отдельные значения весовой функции дуг через: $c_{ij} = h(e_k)$, где дуга $e_k \in E$ соответствует упорядоченной паре вершин (v_i, v_j) . Согласно содержательной постановке рассматриваемой задачи отдельные значения $c_{ij} = h(v_i, v_j)$ интерпретируются как длина участка (i, j) , затраты или стоимость переезда из i -го города в j -ый город.

Длина любого маршрута в графе равна сумме весов дуг, входящих в этот маршрут. Дополнительно в графе фиксируются две вершины: начальная верши-

на v_s и конечная вершина v_t . В предположении, что исходный граф G является связным, т.е. вершина v_t потенциально достижима из v_s , требуется определить маршрут минимальной длины из начальной вершины v_s в конечную вершину v_t .

Введем в рассмотрение следующие булевы переменные x_{ij} , которые интерпретируются следующим образом. Переменная $x_{ij} = 1$, если дуга (v_i, v_j) входит в искомый маршрут минимальной длины и $x_{ij} = 0$, если дуга (v_i, v_j) не входит в оптимальный маршрут.

Тогда в общем случае математическая постановка задачи о минимальном маршруте или пути в ориентированном графе может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} - \sum_{i=1}^n x_{is} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{tj} - \sum_{i=1}^n x_{it} = -1 \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} - \sum_{j=1}^n x_{ji} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad i \neq s, \quad i \neq t \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = \overline{1, n} \quad (5)$$

При этом первое ограничение (2) требует выполнения следующего условия – искомый путь должен начинаться в вершине v_s . Ограничение (3) требует выполнения следующего условия – искомый путь должен заканчиваться в вершине v_t . Третье ограничение (4) гарантирует связность минимального пути, т.е. искомый путь должен проходить через промежуточные вершины графа. Общее количество ограничений (2)-(4) равно n . Наконец, последнее ограничение (5) требует, чтобы переменные x_{ij} принимали только булевы значения.

Следует заметить, что те коэффициенты целевой функции c_{ij} , для которых весовая функция ребер h исходного графа не определена или равна 0, в общей математической постановке рассматриваемой задачи (1)-(5) следует положить равными $+\infty$ т.е. достаточно большому положительному значению.

Если в постановке задачи о минимальном пути в графе (1)-(5) в выражении целевой функции (1) операцию отыскания минимума заменить операцией отыскания максимума, то может быть получена математическая постановка соответствующей задачи о максимальном пути в ориентированном графе. Однако

последний вариант задачи получил наибольшую известность в виде задачи о критическом пути в сети.

Пример. Рассмотрим задачу нахождения минимального пути в транспортной сети, которая соединяет 8 населенных пунктов в некотором географическом районе (см. рис. 1). Район представлен в виде схемы, формально представляющей собой ориентированный связный граф, состоящий из 8 вершин и 15 дуг. Длина автодороги между двумя соседними населенными пунктами, выраженная в км., равна значению весовой функции для каждой дуги. Это значение указано рядом с изображением соответствующей дуги в графе. Требуется найти маршрут, соединяющий начальный пункт 1, которому соответствует вершина 1, $v_1 = v_s$ с конечным пунктом 8, которому соответствует вершина $v_8 = v_t$, так чтобы общая длина пути была минимальной

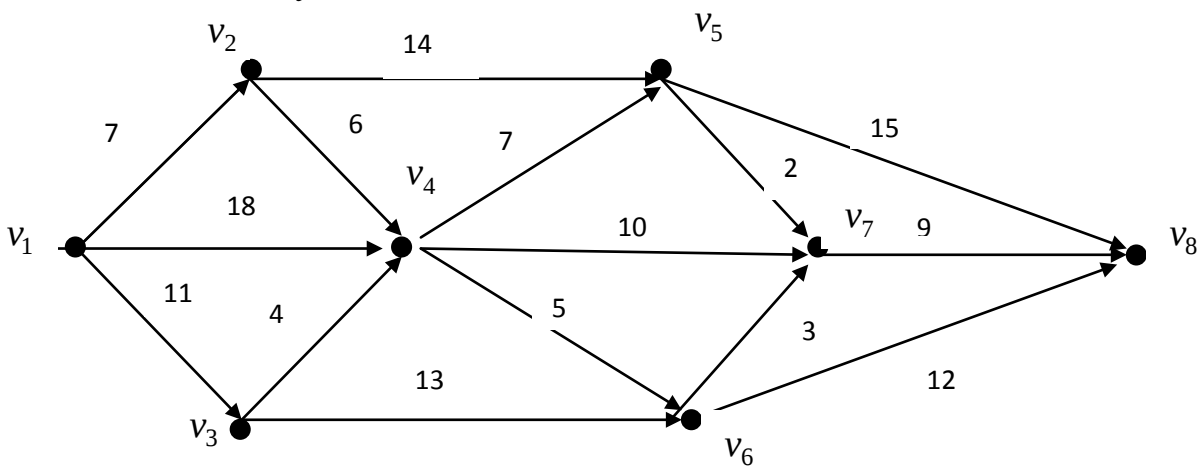


Рис.7.1: Исходный ориентированный граф задачи

Решение. Для решения задачи составим ее математическую модель:

1. Введем обозначения. Переменными математической модели данной задачи о минимальной пути в ориентированном графе являются 15 переменных: $x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{24}, x_{25}, x_{34}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{47}, x_{57}, x_{58}, x_{67}, x_{68}, x_{78}$. Каждая из этих переменных x_{ij} принимает значение 1, если дуга (i, j) входит в минимальный путь, и 0 – в противном случае.

2. Запишем целевую функцию:

$$Z = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 c_{ij} x_{ij} = 7x_{12} + 11x_{13} + 18x_{14} + 6x_{24} + 14x_{25} + 4x_{34} + 13x_{36} + 7x_{45} + 5x_{46} + 10x_{47} + 2x_{57} + 15x_{58} + 3x_{67} + 12x_{68} + 9x_{78} \rightarrow \min$$

(6)

3. Сформулируем ограничения рассматриваемой задачи.

3.1. Ограничения вида (2):

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1. \quad (7)$$

3.2. Ограничения вида (3):

$$x_{58} + x_{68} + x_{78} = 1. \quad (8)$$

3.3. Ограничения вида (4):

$$\begin{cases} x_{12} - x_{24} - x_{25} = 0, \\ x_{13} - x_{34} - x_{35} = 0, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} - x_{45} - x_{46} - x_{47} = 0, \\ x_{25} + x_{45} - x_{57} - x_{58} = 0, \\ x_{36} + x_{46} - x_{67} - x_{68} = 0, \\ x_{47} + x_{57} + x_{67} - x_{78} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

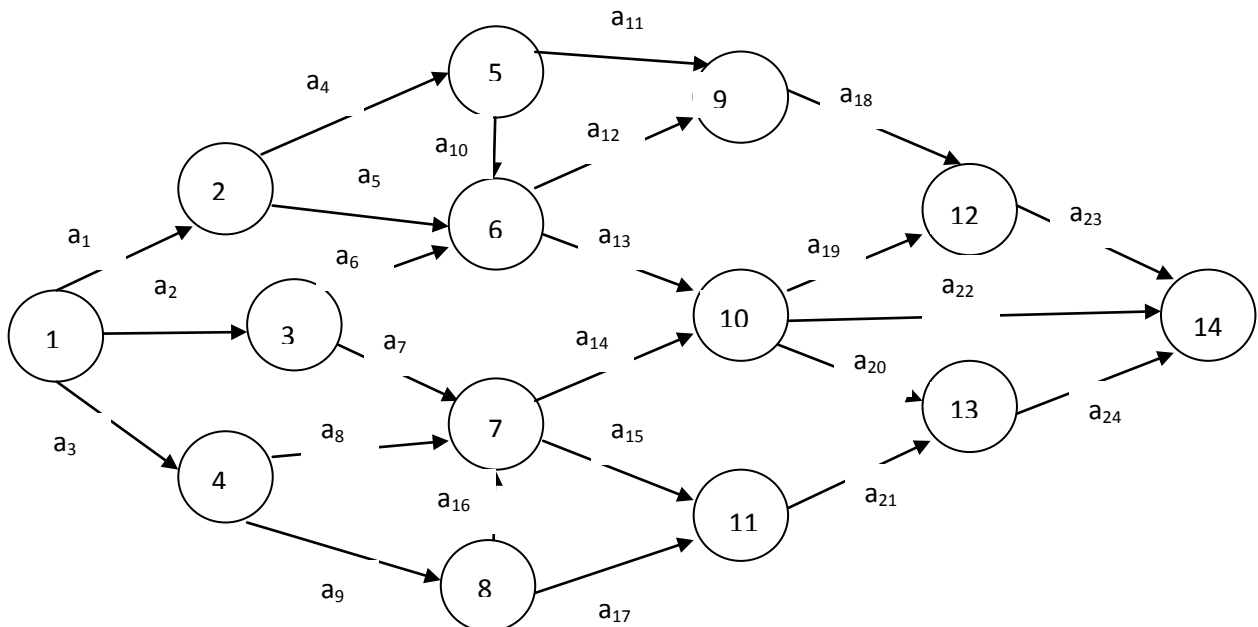
1.2. Ограничения вида (5):

$$x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{24}, x_{25}, x_{34}, x_{36}, x_{45}, x_{46}, x_{47}, x_{57}, x_{58}, x_{67}, x_{68}, x_{78} \quad (10)$$

Таким образом, целевая функция (6) и ограничения (7–10) образуют математическую модель задачи о минимальном пути.

Вопросы и задания

Транспортному предприятию требуется перевезти груз из пункта 1 в пункт 14. На рис. показана сеть дорог и стоимость перевозки единицы груза между отдельными пунктами. Определить маршрут доставки груза, которому соответствуют наименьшие затраты.



Значения коэффициентов условия задачи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a ₁	20	18	22	15	17	19	23	16	21	24

a ₂	18	19	21	16	18	21	20	15	19	22
a ₃	19	17	20	17	16	20	22	17	20	23
a ₄	11	13	12	14	10	15	20	17	19	18
a ₅	15	14	11	10	12	1	16	15	16	17
a ₆	13	15	10	12	13	16	17	16	18	16
a ₇	12	16	9	11	9	14	19	14	15	19
a ₈	14	17	13	13	11	18	18	19	17	20
a ₉	12	18	14	16	15	17	15	18	14	21
a ₁₀	24	21	20	18	17	16	19	16	22	23
a ₁₁	21	19	20	21	22	18	23	17	18	19
a ₁₂	20	22	19	23	18	17	24	16	20	21
a ₁₃	22	21	18	22	21	19	20	18	19	18
a ₁₄	23	23	21	20	19	16	22	15	21	20
a ₁₅	24	18	17	24	20	15	21	19	22	22
a ₁₆	20	21	23	19	22	18	20	16	17	21
a ₁₇	22	17	19	23	18	17	19	22	20	21
a ₁₈	31	32	30	35	37	36	33	36	31	34
a ₁₉	32	33	29	31	36	37	34	35	32	33
a ₂₀	35	37	32	33	34	38	36	31	36	30
a ₂₁	37	36	31	34	36	35	40	37	39	38
a ₂₂	45	41	43	42	44	40	46	45	47	45
a ₂₃	28	32	30	25	26	28	33	31	29	27
a ₂₄	30	3	32	24	25	29	32	33	30	29

Список литературы, рекомендованный к использованию

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/116448.html>

2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. -

Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по организации и проведению
самостоятельной работы**

по дисциплине «Использование математических методов в экономике»

для студентов направления подготовки

02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

направленность (профиль)

«Анализ данных и искусственный интеллект»

Содержание

Введение.....	
План - график выполнения самостоятельной работы	
Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы.....	
Работа с книгой	
Основные виды систематизированной записи прочитанного:.....	
Методические рекомендации по составлению конспекта:.....	
Список рекомендуемой литературы.....	

Введение

Самостоятельная работа студентов (СРС) - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

- а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;
- б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально

обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр.

Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы - это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Самостоятельная работа по дисциплине включает в себя:

- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- выполнение индивидуальных заданий;
- подготовку к практическим работам;

Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно- исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Федеральным образо-

вательным стандартом предусматривается, как правило, 50% и более часов из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу студентов (далее СРС). В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи высшего образования - "подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности".

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание творческой активности и инициативы.

План - график выполнения самостоятельной работы

Тема дисциплины по учебной программе	Вид деятельности	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Срок выполнения (неделя)
Решение задач линейного программирования графическим методом	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	2
Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (без поиска ОДР)	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	4
Решение задач линейного программирования табличным симплекс-методом (с предвари-	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	6

тельным поиском ОДР)				
Решение транспортной задачи распределительным методом	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	8
Решение транспортной задачи методом потенциалов	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	10
Матричные игры	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	12
Метод ветвей и границ, решение задачи коммивояжера.	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	14
Математические модели сетевого планирования	Изучение литературы, подготовка к практическому занятию	Конспект Индивидуальное задание	Собеседование	16

Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги. Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода). При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому

умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины

Перечень основной литературы:

1. Ахмадиев Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации: учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2022. - 178 с. - ISBN 978-5-4497-1383-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448.html>
2. Яроцкая Е. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебное пособие / Е. В. Яроцкая. - 2-е изд. - Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2025. - 196 с. - ISBN 978-5-4497-3855-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/145188.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В. И. Струченков. - Москва: СОЛОН-Пресс, 2021. - 315 с. - ISBN 978-5-91359-061-9. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/141978.html>

2. Шевалдина О.Я. Математика в экономике Электронный ресурс: учебное пособие / О.Я. Шевалдина ; ред. В.Т. Шевалдин. - Математика в экономике. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 188 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1941-1, экземпляров неограничено

3. Алексеева С. В. Математика в экономике. Электронный ресурс / Алексеева С. В., Затенко С. И., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 104 с. - ISBN 978-5-9239-1108-4, экземпляров неограничено

4. Затенко С. И. Математика в экономике. Задачи для самостоятельного решения Электронный ресурс / Затенко С. И., Алексеева С. В., Тарабан М. В.: учебное пособие для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика». - Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2019. - 116 с. - ISBN 978-5-9239-1125-1, экземпляров неограничено

5. Наливайко Л. В. Математика для экономистов. Сборник заданий Электронный ресурс / Наливайко Л. В., Ивашина Н. В., Шмидт Ю. Д. - 2-е изд., перераб. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 432 с. - Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области математических методов в экономике в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 080116 — «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям. - ISBN 978-5-8114-1119-1, экземпляров неограниченно.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.

<http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.

<http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.

<http://www.mathedu.ru/> Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания. Включает [популярные книги и пособия](#), [методические руководства](#), [учебники](#), [журналы](#), [исторические работы](#), [авторефераты](#), [диафильмы](#).

<http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

<http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).

<http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.