

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания по выполнению практических работ
по дисциплине
Методика преподавания алгебры

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Форма обучения
Год начала обучения
Реализуется в 2,3 семестре

44.04.01 Педагогическое образование
Математическое образование
очная
2026

Ставрополь

Общие положения

Целью освоения дисциплины «Методика преподавания алгебры» является формирование профессиональных компетенций магистра по направлению подготовки 44.04.01 – Педагогическое образование.

Задачи освоения дисциплины:

- обеспечить студентов информацией по разным вариантам построения школьного курса математики, используемым в преподавании и отраженным в литературе;
- раскрыть теоретические основы технологии обучения математике, позволяющие конструировать различные варианты обучения с учетом возможностей учителя и учащихся и специфики предмета изучения;
- сформировать у студентов дидактические, методические и диагностические умения и навыки;
- способствовать формированию у будущих учителей умений и навыков самостоятельного анализа процесса обучения и творческого подхода к решению проблем преподавания

Обучение в онлайн режиме реализуется на основе ст. 16 ФЗ-273 «Об образовании в РФ». Специфика заключается в использовании дистанционных образовательных технологий (ДОТ) и электронного обучения (ЭО), которые обеспечивают освоение образовательной программы в полном объеме независимо от места нахождения обучающихся.

Специфика онлайн-обучения в рамках дисциплины заключается в переносе центра тяжести на управляемую самостоятельную работу магистранта в ЭИОС вуза. Взаимодействие выстраивается через сочетание синхронных вебинаров и асинхронного освоения интерактивного контента, при этом контроль успеваемости осуществляется через цифровую среду с фиксацией образовательного следа

Организация учебного процесса в онлайн режиме влечет трансформацию традиционных видов занятий:

- Лекции: представлены в виде потоковых трансляций (вебинаров).
- Семинары и практикумы: проводятся в системе совместной работы.
- Нагрузка на самостоятельную работа (СРС) возрастает.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий осуществляется с использованием электронной информационно-образовательной среды СКФУ, к которой обеспечен доступ обучающихся через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет», или с использованием ресурсов иных организаций, в том числе платформ, предоставляющих сервисы для проведения видеоконференций, онлайн-встреч и дистанционного обучения (МТС-Линк), а также с использованием возможностей социальных сетей для осуществления коммуникации обучающихся и преподавателей.

Дисциплина «Методика преподавания алгебры» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений.

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине,
соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной
программы**

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-3. Способен применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам	ПК-3 И-1. Применяет современные методики и технологии организации образовательной деятельности по математическим дисциплинам.	Применяет современные методики и технологии организации образовательной деятельности в ходе преподавания алгебры
	ПК-3 И-2. Применяет современные методики и технологии диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам.	Применяет современные методики и технологии диагностики и оценивания качества образовательного процесса в ходе преподавания алгебры

Целью данных методических указаний является оказание учебно-методической помощи магистранту в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта. Магистрант в ходе освоения курса приобретает навыки научного анализа, активизации мыслительной деятельности и накопления знаний по данной дисциплине.

Методические рекомендации предназначены для подготовки магистрантов к практическим (семинарским) занятиям. В процессе подготовки к семинарским занятиям необходимо ознакомиться с планом предстоящего семинара, основным и дополнительным списком рекомендуемой литературы по данной теме, внимательно изучить методические рекомендации по проведению занятия, выписать и освоить незнакомые термины и понятия, тезисно или развернуто подготовиться к занятию по пунктам плана.

Практическое занятие № 1. Предмет изучения курса «Алгебра»

Вопросы к практическому занятию:

- Содержание, цели, задачи.
- История развития и современное состояние методики преподавания математики как научной дисциплины.
- Особенности преподавания алгебры и ее методики.
- Цели обучения математике в современной школе.
- Стандарт среднего математического образования.
- Развитие мышления, пространственных представлений и воображения, памяти, познавательных интересов учащихся в процессе обучения их математике. Развитие творческого мышления учащихся старших классов и продолжение его развития у студентов вуза.

Освоение математики происходит в результате организованной обучающим деятельности обучаемого. Деятельность обучаемого, в свою очередь, включает каждое учебное действие.

Для решения возникающих в области теории и методики обучения математике проблем учеными и творчески работающими педагогами используются следующие *методы*:

- изучение и использование истории развития математики и математического образования;
- изучение и использование отечественного и зарубежного опыта обучения учащихся математике, анкетирование, беседы с педагогами и обучаемыми; анализ, синтез, моделирование, ранжирование, шкалирование (и т.д.);
- дидактическая обработка и перенос идей, методов и языка математики;
- проектирование;
- эксперимент.

Методика преподавания математики как наука тесно связана с другими науками, прежде всего с **математикой**, - ее базовой наукой.

Цель теории и методики – отобрать основные данные математической науки и, дидактически обработав и адаптировав их, включить в содержание курсов математики.

Философия разрабатывает методы познания, которые используются в педагогических исследованиях и в обучении математике; философские законы; диалектический метод познания.

Такие понятия, как выражение, теорема, доказательство, уравнение, правило вывода, являются логическими понятиями. Доказательства математических утверждений базируются на логических действиях. Математические понятия формируются на основе логических законов. Поэтому теория и методика обучения математике связана с **логикой**, наукой, исследующей законы «правильного мышления».

Как известно, **педагогика** также определяет цели воспитания, методы обучения, методы научного исследования. Теория и методика, взяв за основу эти методы и цели из педагогики и, в частности, из ее раздела – дидактики, вносит в учебный процесс и научные исследования особенности, обусловленные конкретным математическим содержанием учебного материала.

Теория и методика обучения математике ориентируется на особенности учащихся определенных возрастных групп, используя закономерности особенностей обучаемых в определенном возрасте (память, мышление, внимание и т.д.). Влияние **психологии** на теорию и методику обучения математике усиливается в связи с внедрением личностно-ориентированного образования, характеризующегося вниманием к ученику, его саморазвитию,

самопознанию, к воспитанию умения искать и находить свое место в жизни.

На основе результатов психолого-педагогических исследований успешно разрабатывается и реализуется деятельностный подход в обучении математике.

В последние годы наиболее продуктивно влияние современных информационных технологий на разрешение научных теоретико-методических проблем. Информационные компьютерные технологии часто позволяют обучению математике проводить более эффективно.

А так как проблемы получения, хранения, переработки, передачи и использования являются предметом исследования науки *информатики*, то теория и методика обучения математики с ней тесно взаимосвязана.

Теория и методика обучения математике не может не учитывать данных *физиологии*, особенно при разработке опорных сигналов, так как рефлексы, которые связаны с сигналами, поступающими как от материальных предметов и явлений, так и от слов, символов, знаков, изучаются в науке физиологии.

На современном этапе школьного математического образования осуществляется процесс его модернизации на основе принципов гуманизации и гуманитаризации.

В соответствии с принципом гуманизации при обучении математике должно происходить обращение к личности ученика, его опыту, возможностям, способностям, интересам, склонностям. Знания при организации такого обучения приобретают для ученика личностный смысл.

Гуманитаризация математического образования предполагает:

направленность обучения на овладение эвристическими методами и приемами познания;

определение содержания обучения математике на основе принципа историзма;

обращение к культуросозидающей функции при отборе содержания обучения математике;

обращение к эмоциональным компонентам структуры личности ребенка при отборе содержания и организации процесса обучения математике.

Необходимым условием реализации принципов гуманизации и гуманитаризации является дифференцированное обучение. Источником дифференциации считают фурацию – разделение учебных планов с целью такой специализации учащихся, которая совместима с сохранением общеобразовательного характера школы. В XIX веке проявлением фурации было разделение учебных заведений на классические гимназии и реальные училища. В период с 1959 по 1988 годы дифференциация совпадает с фурацией.

На современном этапе определение дифференциации стало шире, чем просто разделение учебных программ. Существуют различные подходы к определению дифференциации:

психологический (учет индивидуальных особенностей обучающихся и создание соответствующих групп);

педагогический (выбор системы обучения, отвечающей склонностям обучающихся);

методический (дифференциация содержания учебного материала).

Имеют место два вида дифференциации: уровневая и профильная. Уровневая дифференциация означает, что, осваивая общий курс математики, одни школьники в своих результатах ограничиваются уровнем обязательной подготовки, зафиксированным в Программе, другие в соответствии со своими склонностями и способностями достигают более высоких рубежей. В случае профильной дифференциации осуществляется разделение обучающихся на стабильные группы на основе учета их склонностей, интересов, а также того факта, каковы роль и место математических знаний в дальнейшей профессиональной деятельности ученика. По отношению к математике выделяют три профиля обучения:

курс А (3 часа в неделю), ориентированный на тех школьников, которые

рассматривают математику как элемент общего образования и не предполагают использовать ее непосредственно в своей будущей профессиональной деятельности;

курс В (4 – 5 часов в неделю), предназначенный для обучающихся, выбравших для себя те области деятельности, в которых математика играет роль аппарата, специфического средства для изучения закономерностей окружающего мира;

курс С (8 - 9 часов в неделю), предназначенный для обучающихся, ориентированных на профессии, существенно связанные с математикой.

Нормативная и учебно-методическая литература по математике для средней школы

Одним из основных нормативных документов в организации образовательного процесса в общеобразовательных учреждениях является базисный учебный план. В нем определяется состав образовательных областей, распределенных по годам обучения с указанием минимального количества часов на их изучение в неделю. В образовательную область «Математика» включаются математика, алгебра, геометрия, алгебра и начала анализа, информатика. В структуру базисного учебного плана входят инвариантная и вариативная части. Математика входит в инвариантную часть базисного учебного плана, а значит, является обязательным предметом для изучения во всех типах общеобразовательных учреждений. В вариативной части базисного учебного плана предусмотрены обязательные занятия по выбору учащихся и факультативные занятия. Нагрузка учителя определяется учебным планом, используемым общеобразовательным учреждением.

Основными нормативными документами для учителя математики являются Федеральный компонент государственного стандарта общего образования и Программа по математике МО РФ.

Федеральный компонент структурирован по ступеням общего образования (начальное общее, основное общее, среднее (полное) общее образование), внутри ступеней – по учебным предметам.

Образовательные стандарты по учебному предмету включают:

цели изучения учебного предмета;

обязательный минимум содержания основных образовательных программ по данному учебному предмету;

требования к уровню подготовки выпускников по данному учебному предмету.

Федеральный компонент государственного стандарта среднего (полного) общего образования представлен на базовом и профильном уровнях.

Программа по математике для общеобразовательных учреждений состоит из трех разделов: «Требования к математической подготовке учащихся», «Содержание обучения», «Тематическое планирование учебного материала».

Для старшей школы предлагаются три курса – курс А (предмет – математика), курс В (сохраняется традиционное деление на два предмета – «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия») и углубленное изучение математики – разного объема и уровня.

И стандарты, и программа структурированы по содержательно-методическим линиям:

числа и вычисления;

выражения и их преобразования;

уравнения и неравенства;

функции и графики;

геометрические фигуры и измерение геометрических величин;

элементы теории вероятности и статистики.

Конкретизация содержания образования осуществляется в учебниках.

Полный перечень учебников и учебных пособий, рекомендованных Министерством образования РФ к предстоящему учебному году, ежегодно публикуется в «Вестнике образования». Помочь учителю привести свою работу в соответствие с авторскими установками при использовании конкретного учебника математики призваны методические пособия для учителя.

Исходной идеей современных представлений о целях обучения является единство обучения, воспитания и развития. Говорят о триединой цели, которая включает в себя образовательный, развивающий и воспитательный аспекты.

Образовательные цели:

передача обучающимся определенной системы математических знаний, умений, навыков;

выработка у обучающихся умений решать основные типы математических задач и применять теорию в различных конкретных ситуациях;

формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;

формирование у обучающихся на материале учебного предмета математика способов учебно-познавательной деятельности;

знакомство обучающихся с элементами гуманитарного знания, связанного с математикой.

Развивающие цели:

развитие качеств мышления, характерных для математической деятельности: гибкости, активности, целенаправленности, готовности памяти к воспроизведению усвоенного, широты, глубины, критичности и самокритичности, точности, лаконичности, оригинальности, доказательности (Ю. М. Колягин);

развитие элементов творческой деятельности как качеств мышления: интуиции, пространственного воображения, смекалки;

развитие мировоззрения, понимания философской стороны математики как

формы описания и метода познания действительности;

развитие памяти, речи, умения учиться, сенсорной и двигательной сфер.

Воспитательные цели: формирование и развитие нравственных, трудовых, эстетических, патриотических, экологических и других качеств личности школьника.

Характеризуя цели обучения математике в школе, необходимо иметь в виду, что могут быть выделены различные их уровни, связанные с уровнем содержания. В.В. Краевский рассматривает три уровня содержания общего образования:

Уровень общетеоретического представления, на котором определяется принципиальная установка чему и для чего нужно и можно научить школьников.

Уровень учебного предмета, на котором развернуто представление об определенной части содержания.

Уровень учебного материала, где даны конкретные, подлежащие усвоению элементы состава содержания.

Цели, названные выше, соответствуют первому уровню содержания. Цели, соответствующие второму уровню, более конкретны, в них представлены те знания и умения, которые в Программах по математике отражены в разделе «Требования к математической подготовке учащихся». Определение целей, соответствующих уровню учебного материала, в настоящее время в основном является прерогативой учителя. При этом формулировка целей будет определяться одним из трех уровней усвоения знаний и способов деятельности:

осознанного восприятия и запоминания;

в применении знаний по образцу;

в творческом применении знаний, т.е. в новой, ранее ученику не знакомой ситуации.

Средства обучения математике составляют единый комплекс, основой которого является учебник математики – книга, излагающая основы научных

знаний по математике в соответствии с целями обучения, определяемыми программой и требованиями дидактики. Чтению учебников математики надо обучать специально. Рекомендуют следующие формы постепенно усложняющейся работы с учебником математики:

Чтение правил, определений, формулировок теорем после объяснения учителя.

Чтение других текстов после их объяснения учителем.

Разбор примеров учебника после их объяснения учителем.

Чтение вслух учебника учителем с выделением главного и существенного.

Чтение текста обучающимися и разбивка его на смысловые абзацы.

Чтение пункта учебника и ответы на вопросы учителя (или учебника).

Чтение текста учебника, самостоятельное составление плана и ответ обучающихся по составленному плану.

Необходимо обучать пользоваться не только текстом и иллюстрациями учебника, но и его оглавлением, записями и таблицами, помещенными на форзацах, аннотацией, предметным указателем. Различают следующие уровни овладения школьниками умением работать с учебником: чтение с пониманием (и умением воспроизвести); творческое осмысливание прочитанного.

Кроме учебника в обучении используются дидактические материалы и справочная математическая литература. Дидактические материалы изданы по всем математическим дисциплинам отдельно для каждого класса и служат дополнением к системе задач, предложенной в учебнике. Они предназначены для проведения части урока, а иногда и всего урока по фронтальному или индивидуальному самостоятельному решению задач.

В состав учебного оборудования по математике входят:

Приборы, модели, инструменты.

Печатные средства обучения: таблицы (иллюстративные, рабочие и справочные), карточки с заданиями, тетради с печатной основой.

Технические средства обучения: диапроектор (диафильмы, диапозитивы), кинопроектор (кинофильмы), графопроектор (кодопозитивы), магнитофон, видеомагнитофон, компьютер.

Использовать перечисленные средства обучения в системе возможно при условии, если в школе оборудован кабинет математики.

Методы обучения – это упорядоченные способы взаимосвязанной деятельности учителя и обучающихся, направленные на достижение образовательных целей.

В дидактике существуют различные подходы к классификации методов обучения в зависимости от того, какой критерий положен в основание деления. Рассмотрим основные классификации методов обучения.

Методы обучения, выделяемые по источнику знаний:

Словесные (рассказ, беседа, лекция).

Наглядные (иллюстрации, демонстрации).

Практические (упражнения, лабораторные работы, практикумы).

Методы обучения, определяемые уровнем познавательной деятельности обучающихся:

Объяснительно-иллюстративный (учитель сообщает готовую информацию разными средствами, а обучающиеся воспринимают, осознают и фиксируют ее в памяти).

Репродуктивный (обучающиеся воспроизводят и повторяют способ деятельности по заданию учителя).

Проблемный (учитель ставит проблему, сам ее решает, но при этом вскрывает ход мысли при движении по пути решения).

Частично-поисковый или эвристический (учитель выдвигает проблему, планирует этапы решения, а ученики реализуют их).

Исследовательский (организация поисковой деятельности школьников по решению новых для них проблем).

Методы обучения, выделяемые по дидактической задаче:

Обучения новому материалу.

Формирования умений и навыков.

Контроля.

Методы обучения, определяемые элементами деятельности:

Стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности.

Организации и осуществления учебно-познавательной деятельности.

Контроля и самоконтроля учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что один и тот же метод может быть рассмотрен с разных точек зрения. Например, беседа может выступать как в качестве репродуктивного, так и продуктивного метода, а может быть использована и в качестве метода мотивации, и в качестве метода организации учебной деятельности, и в качестве метода контроля.

Критерии выбора методов обучения (Ю.К. Бабанский):

Соответствие методов обучения цели урока, их максимальная направленность на решение всех трех ее аспектов.

Соответствие методов обучения содержанию учебного материала.

Соответствие методов обучения формам организации познавательной деятельности учеников.

Соответствие методов обучения реальным учебным возможностям школьников.

Соответствие методов обучения возможностям учителя по их использованию.

Соответствие методов обучения принципам дидактики.

Методы научного познания в обучении математике

К обучению математике адаптируют следующие общенаучные методы:

1. Эмпирические методы познания: наблюдение, опыт, измерение.

2. Теоретические методы познания: индукцию и дедукцию, сравнение и

аналогию, анализ и синтез, обобщение и специализацию, абстрагирование и конкретизацию, классификацию и систематизацию.

Эмпирические методы не являются характерными для математики, но они сыграли неопределимую роль в зарождении математических знаний. Так и в процессе обучения результаты наблюдения, опыта и измерений позволяют ученикам сделать предположения, открыть закономерности и свойства. Например, для установления того факта, что объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту, ученикам можно предложить провести опыт с цилиндром и конусом, имеющими одинаковую высоту и основание. В конус насыпается песок, а затем пересыпается в цилиндр. Повторив эту процедуру три раза, они в результате опыта убеждаются, что объем конуса составляет одну треть объема цилиндра. После этого можно переходить к доказательству выдвинутой гипотезы.

Рассмотрим один из теоретических методов познания, аналогию – умозаключение, основанное на сходстве частных свойств сравниваемых объектов. Рассуждение по аналогии может быть представлено в виде схемы:

Объект А обладает свойствами a, b, c, d.

Объект В обладает свойствами a, b, c.

Можно предположить, что объект В обладает свойством d.

Умозаключения, сделанные с помощью аналогии, носят правдоподобный характер и могут быть как достоверными, так и ложными. Справедливость утверждения надо обязательно доказывать.

Примеры «полезных» аналогий:

при изучении десятичных дробей аналогия с натуральными числами;

свойства алгебраических дробей аналогичны свойствам обыкновенных дробей;

методы решения задач на составление уравнений первой степени аналогичны методам решения задач на составление уравнений второй степени;

свойства арифметической и геометрической прогрессий;

свойства фигур в планиметрии и стереометрии.

Примеры «вредных» аналогий:

корень из произведения равен произведению корней; корень из суммы равен сумме корней;

при возведении произведения в степень каждый множитель возводится в эту степень; при возведении суммы в степень каждое слагаемое возводится в эту степень.

Как видим, аналогия может привести к ложным выводам.

Другой теоретический метод познания, индукция – умозаключение от частного к общему, т.е. вывод общего заключения из частных посылок. Если множество частных случаев конечно, то индукция называется полной. Заключение достоверно. Например, если доказать теорему о вписанном в окружность угле, рассматривая при этом все частные случаи расположения центра окружности по отношению к сторонам угла, то полученный вывод будет представлять собой полную индукцию. Если множество частных случаев бесконечно, то индукция называется неполной. Например, в результате измерения величин всех углов у трех различных видов треугольников делаем вывод о том, что сумма углов треугольника равна 180 градусам. Вывод мог быть и ошибочным, но значение индукции в том, что рассмотрение частных случаев наводит на мысль о существовании той или иной закономерности, помогает высказать гипотезу, которую можно доказать дедуктивным путем.

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. -

116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатов / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Практическое занятие № 2. Методика изучения числовых систем

Вопросы к практическому занятию:

- Развитие понятия о числе в школьном курсе математики.
- Числа. Натуральные числа и действия над ними.
- Обыкновенные и десятичные дроби, положительные и отрицательные числа.
- Действия над ними.
- Рациональные числа.
- Действительные числа.
- Комплексные числа.
- Организация вычислений, алгоритмы и вычислительная техника в обучении математики.
- Обучение приближенным вычислениям.

Одним из основных понятий математики является понятие числа. Изучение математики открывает знакомство с простейшим видом чисел — натуральными, и все последующее ее изучение связано с понятиями различных видов чисел.

Непосредственно связанным с понятием числа является понятие величины. Пожалуй, первые представления о величинах, а именно о частном виде величин — количестве предметов во множестве, было освоено людьми даже раньше, чем представление о числах. А дальнейшее историческое развитие понятия числа связано с развитием понятия величины и обусловлено им. По мере расширения понятия величины, введения новых видов величин, вводились, создавались, изобретались и новые классы чисел.

Математика изучает отдельные виды величин и чисел, дает им определения и устанавливает правила действий с числами и приёмы измерения величин. Но она не дает общего определения числа или величины вообще. Поэтому в школе изучается, главным образом, аппарат действий над разными видами чисел и измерения основных видов величин.

Понятия величины и числа создавались, изобретались всем человечеством на протяжении многих тысяч лет. При этом «число, величина – это понятия, то есть формы мысли, отражающие в обобщенном виде определенные свойства и отношения реальных предметов». Это значит, что в природе нет ни величин, ни чисел: они созданы, изобретены, человеком, его умом, и существуют лишь в его сознании. Но эти не реальные, а мысленные «создания» человека образуют его знания и умения, являются могучими орудиями, с помощью которых он создает все для себя и вокруг себя: материальную среду обитания, культуру, технику и производство.

«Понятие числа» - одна из самых важных и самых сложных тем школьного курса. Формирование понятия «число» происходит на протяжении всего курса обучения учащихся.

В 3 в. до н. э. Евклид определил число как «множество, составленное из единиц». Так же понимал число и Л.Ф. Магницкий. Но, в 18 веке применение этого определения встретилось с рядом трудностей. Согласно этому определению, 0; 1; дробь; иррациональные числа - не являются числами. Поэтому И.Ньютон вводит следующее определение числа: «число есть отношение одной величины к другой, того же рода, принятой за единицу». Изучение понятия «непрерывность» привело к уточнению понятия «иррациональное число». (Этим занимались Р. Дедекин, Г. Кантор, К. Вейерштрасс), а развитие теории уравнения привело к понятию комплексного числа. В 19 веке в связи с развитием аксиоматического метода и разработкой основ математического анализа Г.Кантор дал определение натурального числа на основе понятия множество и равномощность, а Д. Пеано - основе сформулированных им аксиом

Дальнейшее обобщение понятия числа и развитие учения о числе принадлежит Г. Кантору.

Исторически числовые множества расширялись следующим образом: $N \rightarrow N + \{0\} \rightarrow a/b \rightarrow Z \rightarrow Q \rightarrow R$., в современной математике порядок изучения чисел другой : : $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$.

Приверженность школы исторической последовательности объясняется тем, что понятие «дробь» доступнее учащимся, чем понятие «отрицательное число». (Историко – генетический метод введения понятия). Совершенствование методики преподавания позволило изучать отрицательные числа не в 7, а в 6 классе. Большую роль в этом сыграли работы Л.В. Занкова, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова. В рамках реформы образования 1967г. историческая схема развития числа была заменена на логическую (то есть была предпринята попытка сделать предметом изучения не число, а множества). Однако в ходе дальнейшей реформы был учтен действительный уровень развития логического мышления учащихся, поэтому пришлось отказаться от теоретико–множественного построения курса и чрезмерной строгости изложения материала. В отношении учения о числе это выразилось в некотором компромиссе – сочетании исторической и логической схем развития понятия «число».

В основе построения нового числового множества лежит принцип расширения, формулируемый следующим образом: «Пусть множество А расширяется до множества В, тогда необходимо выполнение следующих условий:

1. $A \subset B$.
2. Все операции и отношения, выполняемые в А , должны выполняться в В.
3. В В выполняется та операция, которая не выполняется в А.
4. Расширение идет по минимальности. (Нельзя N сразу расширить до Q).

В школьном курсе число будет считаться введенным, если:
дано определение этого числа (часто описательного характера),
вытекающее из мотивирования необходимости его введения;
для введенных чисел определяются отношения: =, >, <;

дается определение алгебраических операций на множестве этих чисел; показывается, что в новом множестве выполняема «новая» операция.

Учебной целью изучения числовой линии является:

- формирование у учащихся знаний о числе и действий с ним;
- формирование вычислительных умений и их использование для решения практических задач;
- формирование вычислительной алгоритмической культуры.

В школьном курсе изучение отдельных числовых систем носит концентрический и многоэтапный характер. Понятие числа – это сложное понятие, усвоить которое можно лишь, изучив каждый вид чисел в отдельности и поняв процесс перехода от одного вида числа к следующему.

К понятию числа в математике существует два подхода: аксиоматический и конструктивный. В школьном курсе присутствуют элементы каждого из них.

Характеристика числовых множеств

N	Z	Q	R
Бесконечное	Бесконечное	Бесконечное	Бесконечное
Упорядоченное	Упорядоченное	Упорядоченное	Упорядоченное
Дискретное	Дискретное	Дискретное	Всюду плотное и полное
С начальным элементом, но без конечного элемента	Без начального и конечного элементов	Без начального и конечного элементов	Без начального и конечного элементов
Замкнутое относительно операций «+», и « [*] », не замкнутое относительно операций «-» и «/»	Замкнутое относительно операций «+», « [*] » и «-», не замкнутое относительно операции «/»	Замкнутое относительно операций «+», « [*] », «-», «/» (кроме 0)	Замкнутое относительно операций «+», « [*] », «-», «/» и операции сходимости любой сходимой последовательности (непрерывное)

Схема расширения числового множества

Исходное множество	Причины расширения исходного множества	Присоединяемое множество	Расширенное числовое множество
Натуральные числа	Вычитание равных чисел	Нуль	Целые неотрицательные числа
Целые неотрицательные числа	Вычитание из меньшего числа большего	Целые отрицательные числа	Целые числа
Целые числа	Деление нацело не всегда возможно	Дробные числа	Рациональные числа
Рациональные числа	Извлечение корня из любого положительного числа	Иррациональные числа	Действительные числа
Действительные числа	Извлечение корня из отрицательного числа	Мнимые числа	Комплексные числа

Исходя из психологии ребенка, математических закономерностей и исторического развития математики при введении нового для учащихся числового множества учителю совместно с учащимися нужно выполнить ряд действий:

На специально подобранных задачах установить недостаточность известного на данном этапе числового множества для решения этой задачи и сделать вывод о необходимости расширения множества путем введения новых чисел.

Показать, что невозможность решения данных задач связана с невозможностью выполнения какого – либо действия в известном числовом множестве. Сделать вывод о необходимости расширения старого множества путем добавления таких новых чисел, чтобы в расширенном множестве

выполнялись действия, которые раньше были невыполнимы или не всегда выполнимы.

Ввести новое число, дать ему название и определение.

Объединить известное множество и множество новых чисел. Дать ему название и проиллюстрировать место новых чисел на числовой прямой.

Показать, что предыдущее множество является подмножеством нового множества, решая соответствующие задачи.

Определить операцию сравнения и арифметические действия над числами как элементами нового множества. Вывести правила действий (коммуникативный, дистрибутивный законы и т. д.) над этими числами, установив, что для элементов нового множества они имеют тот же смысл, что и в прежнем множестве. Проиллюстрировать новые для учащихся факты на числовой прямой.

Организовать решение упражнений на действия с новыми числами. При этом:

- выделить в явном виде алгоритм и приемы вычислений;
- установить, что действие, ради которого производилось расширение, всегда выполнимо;
- подтвердить выполнимость в новом числовом множестве известных законов действий над числами. Заметим, что ни одно обратное действие, а из прямых – возведение в степень, не подчиняется переместительной закономерности.

Организовать решение текстовых задач с использованием новых чисел.

Этапы изучения числовых систем в курсе математики средней школы

этап	класс	темы программы
Пропедевтический (нач. школа)	1 - 4	Счет, натуральный ряд, число 0. Запись и чтение чисел, четыре арифметических действия, сравнение чисел; доли и их запись с помощью дробей. Величины и их измерения, зависимость между ними, численное значение величин, числовые выражения. Правила и алгоритмы устных и письменных вычислений, приемы решения текстовых задач
Основная школа (курс арифметики 5 – 6 классов)	5	Натуральные числа. Сложение и вычитание натуральных чисел. Решение текстовых задач. Умножение и деление натуральных чисел. Решение задач арифметическим способом. Дробные числа. Сложение и вычитание десятичных дробей. Решение текстовых задач. Умножение и деление десятичных дробей. Проценты. Нахождение процентов. Начальные сведения о вычислениях на калькуляторе. Решение текстовых задач
	6	Делимость натуральных чисел. Общие свойства обыкновенных дробей. Сложение и вычитание. Преобразование дробей. Умножение обыкновенных дробей. Деление обыкновенных дробей. Пропорции. Проценты. Решение задач на пропорции и проценты. Положительные и отрицательные числа. Понятие о рациональном числе. Действия с рациональными числами. Законы действий
Завершающий (курс алгебры и начал анализа 7 – 11 классов)	7	Степень с натуральным показателем. Абсолютная и относительная погрешность приближенного значения
	8 - 10	Квадратные корни. Понятие об иррациональном числе, общие сведения о действительных числах. Приближенное значение квадратного корня. Числовые неравенства и их свойства. Почленное сложение и умножение числовых неравенств. Степень с целым показателем. Стандартный вид числа. Действия над приближенными значениями, их запись
	11	Показательная, логарифмическая, степенная функции. Корень n - степени, степень с рациональным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Логарифм числа

К концу обучения в школе учащиеся должны четко представлять классификацию чисел:



Множество натуральных чисел

Первое числовое множество, с которым сталкиваются учащиеся еще начальных классов - множество натуральных чисел. В математике существует два способа его построения. *Количественные натуральные числа* отождествляются с мощностью непустого конечного множества (построение по Кантору), *порядковые* натуральные числа построены на основе аксиом Пеано:

Натуральным числом называются элементы непустого конечного множества N , в котором существует отношение «непосредственно следует за» и выполняются аксиомы:

1. *Существует натуральное число единица, не следующее ни за каким натуральным числом.*

2. *За каждым натуральным числом следует одно и только одно натуральное число.*

3. *Всякое натуральное число, кроме единицы, следует за одним и только одним натуральным числом.*

4. *Пусть M подмножество множества N . Если $1 \in M$, и из допущения, что натуральное число $n \in M$ следует, что M принадлежит и n (число, непосредственно следующее за n), то $M \equiv N$.*

В школьном курсе математики на наглядно-интуитивной основе представлены оба эти способа: каждое новое число появляется из анализа количества предметов, представленных на рисунках, а далее довольно четко выясняется и упорядоченность, и дискретность множества натуральных чисел.

Термин «натуральное число» ввел римский автор Боэций (475 – 524). Систематическое изучение натуральных чисел начинается в 5-м классе. Основная цель темы «Натуральные числа» - обобщение и закрепление тех сведений о множестве натуральных чисел, которые получены учащимися еще в начальной школе. Особое внимание уделяется позиционной записи любого натурального числа, выполнению поразрядного сравнения натуральных чисел. Вводятся символы $=$, $>$, $<$.

При изучении арифметических операций над натуральными числами учителю необходимо достаточно отчетливо представлять себе *различие в требованиях к технике вычислений, к обоснованию этой техники и теории операций*. К технике вычислений надо предъявлять самые жесткие требования - это основа (фундамент) всей вычислительной культуры учащихся. Твердого обоснования техники выполнения операций требовать не следует. Достаточно, если учащиеся будут выполнять эти операции и пользоваться их свойствами («на» - сложение или вычитание, «в» - умножение или деление). Наиболее дифференцированно приходится подходить к *теории* самих операций.

Понятие сложения вообще не определяется и считается интуитивно ясным из опыта предшествующего обучения. Хотя понятие *вычитания* тоже интуитивно ясно учащимся, но относительно него вводится *строгое*

определение, которое остается неизменным для всех числовых и даже нечисловых множеств (вычесть из числа a число b - это значит найти такое число c , которое, будучи сложены с числом b , даст число a). Операция *умножения* вводится *специальным определением*, справедливым лишь на множестве

\mathbb{N} ($a * b = \underbrace{a+a+\dots+a}$). *Деление* опять строго определяется ($a:b = c \Leftrightarrow c*b = a$).

в раз

Хотя глава и называется «Натуральные числа», фактически же в ней изучаются целые неотрицательные числа. И здесь ученики должны твердо усвоить двойкий смысл термина «нуль» (нуль - цифра и нуль - число). Поэтому необходимо научиться оперировать с нулем : $0+a = a$; $a+0 = a$; $0*a = 0$; $a*0 = 0$; $0:a = 0$; обоснование невозможности деления на нуль в учебнике Н.Я. Виленкина проводится на основании определения операции деления: $a:0 = x \Leftrightarrow x*0 = a$, что неверно, $0:0 = x \Leftrightarrow x*0 = 0$, но в качестве x можно взять любое число.

Лучшему усвоению учащимися множества натуральных чисел способствует изучение некоторых вопросов делимости. По отношению делимости на данное натуральное число n множество \mathbb{N} разбивается на два непересекающихся класса: натуральные числа, делящиеся на n и натуральные числа, не делящиеся на n . По числу делителей - {простые}, {составные}, {1}. Рассматриваются признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10 и деление с остатком.

В результате изучения натуральных чисел у учащихся на наглядно-интуитивной основе должно быть сформировано:

1. знание свойств натуральных чисел (множество \mathbb{N} - бесконечно, дискретно, упорядоченно, ограничено снизу);
2. понимание того факта, что операция умножения на \mathbb{N} не определяется;
3. определение операции вычитание, умножение и деление;
4. умение работать с числами 0 и 1.

Теоретический материал в учебниках излагается в виде фрагментов, а затем идет решение задач и примеров.

В учебнике 5-го класса приводятся определения следующих понятий:

- натуральное число, десятичная запись числа, миллиард,
- координатный луч,
- сумма, разность, произведение двух натуральных чисел,
- числовое выражение,
- делитель числа, кратные числа,
- совершенное число, простое число, дружественные числа.

Методика изучения дробных чисел

Основным источником получения дробных чисел является практическая деятельность (дробь, как результат измерения, результат деления целого на равные части, как частное от деления целого числа на другое натуральное число). В учебнике Н.Я. Виленкина приводятся все три способа получения дробных чисел.

Первое знакомство учащихся с обыкновенными дробями происходит в 3 классе параллельно с изучением натуральных чисел. В 5 классе начинается систематическое изучение дробей. Десятичные дроби для учащихся не являются новыми числами по сравнению с обыкновенными дробями. Они представляют лишь другую запись ранее известных обыкновенных дробей со знаменателями 10, 100, 1000, так как в математических расчетах и при проведении практических работ наиболее удобны десятичные числа.

В методике математики существует проблема *порядка* изучения десятичных и обыкновенных дробей.

Возможные подходы к ее решению:

- сначала изучаются десятичные дроби, а потом – обыкновенные;
- сначала изучаются обыкновенные дроби;
- смешанный вариант изучения дробей.

В существующих учебниках придерживаются третьего варианта.

Порядок изучения дробей

5 класс	6 класс
Обыкновенные дроби	Обыкновенные дроби
Сравнение, сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	Сравнение дробей
Десятичные дроби	Арифметические действия с дробями
Четыре действия с десятичными дробями	Процент (по сути, изучение дес. дробей)

Важным элементом методики изучения дробных чисел является убеждение учащихся в целесообразности их введения.

Возможность записи «доли» с помощью обыкновенных дробей является одним из приемов убеждения учащихся в полезности таких дробей.

Вторым приемом является тот факт, что с их помощью операция деления натуральных чисел делается всегда выполнимой.

Третий прием связан с измерением величин.

Тенденция на усиление роли теоретического обоснования имеет место и при изучении темы «Дроби».

Методика введения обыкновенных дробей

В соответствии с программой по математике в начальной школе у учащихся должно быть сформировано понятие «доля». С помощью этого понятия у учащихся формируется понятие «обыкновенная дробь». Понятие «дробь» в учебнике Н.Я. Виленкина вводится на примере разрезания арбуза и деления отрезка на части, а в учебнике Дорофеева на примере разрезания торта. Оговаривается, что $1/2$ это - половина, $1/3$ это - треть, $1/4$ это - четверть.

В учебнике 3 класса записано: «Говорят, на первой тарелке лежит четвертая часть пирога, и едят $1/4$ пирога; $3/4$ пирога. Такие числа, как $1/4$, $3/4$ называются обыкновенными дробями. В дроби $3/4$ число 3 называют числителем дроби, а 4 –

знаменателем дроби.»

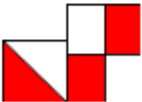

Характеристика дроби всегда начинается со знаменателя. «Знаменатель показывает, на сколько равных частей разделен предмет, а числитель показывает, сколько таких частей надо взять».

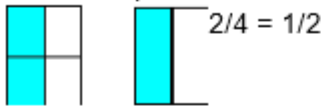

Дается четкое определение дробных чисел. Обращается внимание на тот факт, что «две равные дроби – это различные обозначения одного и того же дробного числа, например, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ ».

В 5 классе происходит лишь знакомство учащихся с обыкновенными дробями, их изучение продолжается в 6 классе.

Основное содержание учебников «Математика - 5»

Н.Я. Виленкин Определение Записи вида $\frac{5}{8}$ называют обыкновенными дробями. В дроби $\frac{5}{8}$ число 5 называют числителем дроби, число 8 знаменателем дроби.	Г.В. Дорофеев Определение Специальную “двухэтажную запись” $\frac{2}{3}$ называют дробью, где 2 - числитель, а 3 – знаменатель.
Знаменатель показывает, на сколько долей делят, числитель сколько таких долей взято. Числитель дроби пишут над чертой знаменатель под чертой.	Вводится определение правильных и неправильных дробей, но учащихся не знакомят с алгоритмом перевода смешанного числа в неправильную дробь и алгоритмом выделения целой части.
Дроби можно изображать на координатном луче.	Дроби можно изображать на координатном луче.

В учебниках много заданий типа: Какая часть фигуры закрашена? 	Закрасьте $\frac{5}{6}$ фигуры, $\frac{3}{5}$ 
Сколько сантиметров в $\frac{2}{5}$ метра? Сколько минут в $\frac{1}{5}$ часа? Какая часть составляют 10гр от килограмма? Какие числа на координатной прямой соответствуют точкам ...? Отметьте точки ... на координатном луче	

<p>Приводятся образцы правильного чтения дробей и алгоритма правильного решения задачи (например, 876 на стр197)</p>	<p>Чем больше частей, тем меньше доля.</p>
<p>Равные дроби</p>  <p>$2/4 = 1/2$</p>	<p>Равные дроби</p>  <p>$2/4 = 1/2$</p>
<p>На координатном луче равные дроби соответствуют одной точке. Две равные дроби обозначают одно и тоже дробное число.</p>	
<p>Нет основного свойства дроби. Дробные числа с одинаковыми знаменателями можно сравнивать, складывать, вычитать и делить. - Из двух дробей с одинаковыми знаменателями меньше та, у которой меньше числитель и больше та у которой числитель больше. - Точка на координатном луче, имеющая меньшую координату лежит слева от точки имеющей большую координату. (Есть упражнение на правильное чтение неравенств.) Правильные и неправильные дроби. Объясняется, что если числитель равен знаменателю, число равно 1($8/8=1$) Пример с пирогом (2 пирога разрезаны на 8 частей каждый. Взяли целый пирог и еще 3 части получили $11/8$) С учащимися отрабатывается тот факт, что правильная дробь $\frac{a}{b} < 1$, а неправильная $\frac{a}{b} \geq 1$.</p>	<p>Основное свойство дроби: - Если числитель и знаменатель умножить на одно и тоже число отличное от нуля, то получится дробь равная данной. (Есть запись правила с помощью букв.) - На координатном луче равные дроби соответствуют одной точке. Приводя дробь к новому знаменателю, говорят о дополнительном множителе. Вводится правило сокращения дроби. Вводится определение несократимой дроби. Сравнение дробей. - Из двух дробей с одинаковыми знаменателями меньше та, у которой меньше числитель и больше та у которой числитель больше. - Если дроби с разными знаменателями их приводят к общему (наименьшему) знаменателю и потом сравнивают.</p>

Вводится определение сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. (Учащимся объясняется, что если знаменатели разные, доли тоже разные, поэтому складывать и вычитать их мы не можем.) Не вводится правило сложения и вычитания дробей с разными знаменателями. Учащихся знакомят с буквенной записью правил $a/b+c/b=a+c/d$. Деление и дроби. (Знак деления можно заменить дробной чертой.) Смешанные числа. Сложение смешанных чисел.

Натуральные числа и дроби. Дробное число. (Знак деления можно заменить дробной чертой.) Сложение вычитание дробей с одинаковыми знаменателями. - Если дроби с разными знаменателями их приводят к общему (наименьшему) знаменателю и потом складывают. Смешанные числа. Сложение смешанных чисел

Методическая схема введения понятия «обыкновенная дробь»

-Выполнить материализованные действия по делению предмета на 4 равные части.

- Сообщить термины: «одна четвертая», «три четвертых»...
- Ввести запись: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$...
- Ввести термины «обыкновенная дробь», «числитель, знаменатель дроби».
- Дать содержательную характеристику дроби (что показывает знаменатель дроби, числитель дроби).
- Привести примеры дробей.

Особую трудность технического характера представляют собой операции сложения и вычитания обыкновенных дробей с разными знаменателями, так как при сложении или вычитании дробей ребенок должен выполнить следующие логических операции:

- проанализировать знаменатели;
- если они неравные, то найти наименьший общий знаменатель;
- найти дополнительные множители;
- привести дроби к общему знаменателю;
- сложить или вычесть числители;

-сократить, если возможно; выделить целую часть.

В учебнике Н.Я. Виленкина эти трудности распределяются на два года. В 5 классе рассматривается сожжение и вычитание дробей только с одинаковыми знаменателями, а в 6 классе - с разными знаменателями.

Наиболее сложным в методическом плане является введение понятия «умножение дробей» в 6 классе. Наиболее удачное его рассмотрение дано в учебнике Н.Я. Виленкина. На данном этапе обучения учитель имеет возможность обосновать законы умножения и их справедливость на множестве дробей.

Методика изучения десятичных дробей

1. Мотивация к изучению темы

Задача. Ширина доски равна 6 дм 3 см необходимо выразить ее в сантиметрах.

Решение. 6 дм 3 см = 63 см. Чтобы выразить ту же ширину в дециметрах, придется использовать дроби. Так как $1\text{см} = \frac{1}{10}\text{ дм}$, то $3\text{см} = \frac{3}{10}$ и потом $6\text{дм} = 6\frac{3}{10}$ дм. Таким же образом находим $4\text{ц } 17\text{кг} = 4\frac{17}{100}$

2. *Формулировка определения.* Знаменатель дробной части числа $6\frac{3}{10}$ равен 10, а у числа $4\frac{17}{100}$ он равен 100.

Числа со знаменателями 10, 100, 1000 и т. Д. условились записывать без знаменателя.

Правило записи. Сначала пишут целую часть, а потом числитель дробной части. Целую часть отделяют от дробной части запятой (Для неправильной дроби).

- Если дробь правильная, то перед запятой записывается 0.

Определение. Такую запись дробей называют десятичной, а сами дроби – десятичными.

3. Понятие о разрядах в десятичных дробях

В записи натурального числа значение цифры зависит от того, в каком разряде он находится. Единицы двух соседних разрядов отличны друг от друга в 10 раз.

Для записи десятичных дробей используются новые разряды, которые пишутся справа от разряда единиц, поставив после него запятую.

В этих разрядах указывают доли единиц. В первом разряде после запятой указывают число десятичных долей, его так и называют *разряд десятые*. Во втором указывают число сотых долей, его так и называют *разряд сотых*.

Методика изучения целых чисел

Изучение целых чисел в 5 классе открывает знакомство детей с натуральными числами. Далее эта тема подробно рассматривается в 6 классе.

Чтобы ввести понятие «целое число», вводятся понятия: «положительное число», нуль, «противоположное число», «целое число», и только после этого вводится определение целых чисел. Далее рассматривается понятие «модуль числа», сравнение целых чисел и операции над целыми числами и их свойства.

Положительные и отрицательные числа. Мотивацию введения отрицательных чисел можно осуществить через выполнение учащимися упражнений на движение в разные стороны от начала отсчета. В учебнике Н.Я. Виленкина учащимся предлагается решить задачу о белке, скачущей по дереву вверх и вниз, или используя модель термометра, или рассматривая проблемную ситуацию:

$$6 - 4 = 2;$$

$$6 - 6 = 0;$$

$$6 - 8 = ?$$

Можно прочитать детям сказку из учебника «Положительные и отрицательные числа в театре Буратино».

Задачи учителя:

- убедить учащихся в необходимости введения отрицательных чисел с помощью целесообразно подобранных задач,
- познакомить с математизированной формой введения новых чисел (вместо дерева – прямая, вместо дупла – начало отсчета);
- добиться осознания учащимися смысла новых чисел.

Важно познакомить учащихся с геометрическим изображением новых чисел на координатной прямой.

Положительные и отрицательные числа вводятся с помощью координатной прямой.

Учащимся предлагается выбрать точку O на прямой и принять ее за начало отсчета. Эта точка разбивает прямую на два дополнительных луча OA и OB . Выбирается единичный отрезок. Положение каждой точки на прямой задается ее координатой. Чтобы отличать друг от друга координаты на этих лучах, условились ставить перед координатами на одном луче знак «+», а перед координатами на другом луче знак «-».

Необходимо ввести термины: начало отсчета, положительное направление прямой.

Определение. Числа со знаком «+» перед ними называются *положительными*, числа со знаком «-» перед ними называют *отрицательными*, число 0 не является ни *положительным*, ни *отрицательным*.

Противоположные числа. Чтобы ввести понятие противоположных чисел, рассматриваются точки, одинаково удаленные от точки O и находящиеся по разные стороны от нее. Чтобы попасть из точки O в эти точки, надо пройти одинаковое расстояние, но в противоположных направлениях.

Определение. Два числа, отличающиеся друг от друга только знаками, называются *противоположными числами*. Для каждого числа есть только одно число, противоположное ему. Число 0 противоположно самому себе.

После рассмотрения положительных, отрицательных и противоположных чисел дается определение целых чисел.

Учащиеся должны понимать, что знак «-» имеет в математике тройкий смысл:

- знак действия – вычитание;
- знак числа;
- знак противоположности.

Важно, чтобы учащиеся понимали, что запись «-а» не обязательно означает отрицательное число.

Определение. Натуральные числа, противоположные им числа и нуль называют *целыми числами*.

Модуль числа. В 6 классе вводится понятие «модуль числа». Это понятие вводится геометрически: как расстояние. Но, в восьмом классе учащиеся знакомятся и с аналитической записью определения данного понятия:

Методическая схема введения правил умножения

1. Предложить решить задачу: «Температура изменялась в течение v суток на a градусов ежедневно. Как изменится температура через v суток?»

2. Провести решение данной задачи по аналогии с решением задачи: «За двое суток температура увеличится в 3 раза. Как изменится температура?»

3. Сформулируем задачу, если $a = -2$. Решение: $(-2) + (-2) + (-2) = -6$; $(-2) * 3 = -6$. Вывод: Увеличение находим умножением на 3.

4. Решить задачу для случая $v = -3$: $2 * (-3) = -6$; $(-2) * (-3) = 6$.

5. Высказать предположение, что произведение можно найти математическим способом.

6. Закрепить правило составления алгоритма записями, показывающими, как выбирать знак произведения и находить его модуль.

7. Осуществить переход к сокращенной записи.

Правило. Чтобы перемножить два числа с разными знаками, надо

перемножить модули этих чисел и поставить перед полученным числом знак «-».

Пример $(-2)*3 = -(2*3) = -6$; $2*(-3) = -(2*3) = -6$.

Замечание. Произведение двух чисел с разными знаками есть число отрицательное. Модуль произведения этих чисел равен произведению их модулей.

Правило. Чтобы перемножить два отрицательных числа, надо перемножить их модули.

Пример: $(-2)*(-3) = /-2/*/-3/ = 2*3 = 6$.

Деление положительных и отрицательных чисел

Правило. Чтобы разделить отрицательное число на отрицательное, надо разделить модуль делимого на модуль делителя.

Пример: $-4:(-2) = 4:2 = 2$.

Правило. При делении чисел с разными знаками, надо:

- разделить модуль делимого на модуль делителя;
- поставить перед полученным числом знак «-»

Замечание 1. Обычно сначала определяют и записывают знак частного, а потом уже находят модуль частного.

Пример 4: $(-2) = -(4:2) = -2$.

Замечание 2. При делении нуля на любое число, не равное нулю, получается нуль. *Делить на нуль нельзя!*

Наиболее аккуратно знакомство учащихся с данными правилами проведено в учебнике Н.Я. Виленкина (1991 год) через решение задачи

№ 1104:

1. Турист движется по шоссе со скоростью V км/час. Сейчас он находится в точке O (см. рис.) Если он движется в противоположном направлении, то его скорость считается положительной, а в отрицательном направлении – отрицательной. Значение $t = -4$ означает «4 часа тому назад». Где будет находиться турист через t часов?

Действительные числа

В математике существуют различные построения теории действительного числа:

- по Дедекинду (построение действительного числа с помощью сечений на множестве рациональных чисел),
- по Вейерштрассу (представление действительного числа как бесконечного десятичного ряда),
- по Кантору (построение действительного числа с помощью фундаментальных последовательностей рациональных чисел)...

Но эти построения весьма сложны (не случайно в математике они оформились во второй половине 19 века).

Понятие «действительное число» (как и понятие «бесконечная десятичная дробь»), основные положения теории действительного числа вполне доступны учащимся 7 класса. В настоящее время существует тенденция более раннего изучения действительных чисел, что ускоряет создание цельной системы знаний учащихся о числе, облегчает потребности практики вычислений, позволяет строже изложить некоторые вопросы фундаментальной теории...

Понятие «иррациональное число» появляется в учебниках 8 класса.

Мотивация введения действительных чисел опирается на внутренние потребности математики, а не на практику. Учащиеся убеждаются в необходимости введения новых чисел при решении следующих задач:

- Решить уравнение: $x^2 = 2$.
- Найти отношение длины дуги окружности к ее диаметру.
- Найти сторону квадрата, если его площадь 3 см^2 .
- Решить графически уравнение: $x^2 = 3$.
- К множеству каких чисел относятся числа $2, 56565\dots; 7,23233233\dots; 0, 123123412345\dots?$

Определение иррационального числа дается через отрицание.

Пример: Алгебра – 8(С.А. Теляковский)

1. Доказывается, что «среди рациональных чисел нет такого числа, квадрат которого равен 2».
2. Вводится понятие «действительное число»: «Если к положительным бесконечным десятичным дробям присоединить противоположные им числа и нуль, то получим множество чисел, которые называют *действительными числами*».
3. Дается определение иррациональных чисел: «Каждую бесконечную десятичную периодическую дробь можно записать в виде отношения m/n , где m – целое число, n – натуральное число. Бесконечные десятичные непериодические дроби представляют числа, не являющиеся рациональными. Их называют *иррациональными числами* (приставка «ир» означает отрицание). Иррациональные числа нельзя представить в виде отношения m/n . Таким образом, *множество действительных чисел состоит из рациональных и иррациональных чисел*.».
4. Приводятся примеры иррациональных чисел.
5. Вводятся «действия» над числами. В школьном курсе действия с иррациональными числами сводятся к операциям с их рациональным приближениями по недостатку и по избытку⁵.

Остановимся более подробно на методике изучения иррациональных чисел.

Рациональные и иррациональные числа

В 5 – 6 классах учащиеся познакомились с обыкновенными дробями. Перед изучением иррациональных чисел целесообразно обобщить эти знания и на новом уровне рассмотреть множество рациональных чисел Q .

В множестве натуральных чисел N операция деления имеет ограниченный характер: если a и b натуральные числа, то не всегда найдется натуральное число x такое, чтобы

$ax = v$ (приведите примеры). Другими словами, в том случае, когда v не делится нацело на a , уравнение $ax = v$ неразрешимо. Чтобы устранить это несовершенство, вводятся дроби, записываемые в виде отношения m/n , где m, n – натуральные числа. При этом число m называют числителем, а число n знаменателем дроби m/n . Вспомним правила действий с дробями:

$$\frac{a}{v} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}, \frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}. (1)$$

Правило $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$ позволяет «сокращать» дробь на общий для числителя и знаменателя множитель. Например, $\frac{12}{20} = \frac{3*4}{5*4} = \frac{3}{5}$. Как видим, равные дроби могут очень различаться по внешнему виду. (Убедитесь, что дроби $\frac{333}{703}$ и $\frac{369}{779}$ – равные дроби.) Натуральное число n можно считать частным случаем дроби, отождествляя его с $\frac{n}{1}$.

Построенное расширение натурального ряда обозначим через Q^+ – это положительные рациональные числа (от латинского ratio – отношение). Умножение в Q^+ ассоциативно и коммутативно, уравнения вида $ax = v$, где a и v – любые числа из Q^+ , разрешимы (решением будет $x = \frac{v}{a}$). Следовательно, (Q^+, \cdot) – коммутативная группа, это – мультипликативная группа положительных рациональных чисел (от латинского multiplication – умножение). Деление в ней осуществляется неограниченно.

Если ноль и отрицательные числа сначала появились как математические абстракции и лишь впоследствии нашли им содержательное толкование, то дроби были известны с древнейших времен:

- Распределение некоторого общего достояния на индивидуальные доли было повседневной практикой (см., например, в библейской книге Чисел стихи 25 – 46 главы 31).

- Другим видом деятельности, приводившим к дробям, были измерения: если, например, стандарт длины не укладывался между двумя данными точками целое число раз, приходилось прибегать к более мелким его частям⁶

Присоединяя к положительным рациональным числам противоположные им величины и ноль, получаем все множество рациональных чисел Q . Оно состоит, таким образом, из нуля, положительных и отрицательных целых чисел, положительных и отрицательных дробей. Сложение, умножение и деление в Q выполняются по формуле (1), вычитание осуществляется по правилу

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}.$$

(Выполните действия с рациональными числами: $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}, \frac{2}{7} - \frac{11}{8}, -\frac{9}{10} - \frac{1}{3}$
 $\frac{3}{5} * (-\frac{2}{3}) \dots$)

В множестве Q рациональных чисел все четыре арифметических операции выполняются беспрепятственно за одним досадным исключением: нельзя делить на ноль (один из доводов в пользу того, что 0 — «ненастоящее» число). Следовательно, в этом множестве разрешимы уравнения вида $a + x = b$ при любых a, b и уравнения вида $ax = b$ при всех $a \neq 0$ и при всех b . Таким образом, множество Q является *кольцом*, а его ненулевые элементы образуют коммутативную группу по умножению. Кольца, обладающие этим свойством, называются *полями*.

Мы построили поле рациональных чисел (Q^+, \cdot) . Оно расширяет кольцо целых чисел (Z^+, \cdot) , позволяя неограниченно выполнять операцию деления (кроме деления на ноль).

Поле рациональных чисел бесконечно, но существуют и конечные поля. Таковым будет, например, любое кольцо Z_p остатков от деления натуральных чисел на простое число p . Имея перед собой таблицу умножения поля Z_5 , легко решить в нем уравнения

$2x = 1, 3x = 4, 4x = 5$. А вот в кольце Z_6 эти уравнения не имеют корней.

В поле рациональных чисел разрешимо любое уравнение $ax + b = 0$, решением будет

$x = -\frac{b}{a}$. Поле рациональных чисел всюду плотно, так как между любыми двумя рациональными числами r_1 и r_2 можно указать рациональное число $(r_1 + r_2) : 2$ и даже бесконечное множество рациональных чисел.

Наглядное представление о рациональных числах дает координатная ось. На некоторой прямой линии выбирается точка 0 – начало отсчета, указывается единица масштаба, направление. Если дано положительное рациональное число $\frac{m}{n}$, то единица масштаба делится на n равных частей и вправо от нуля эта доля откладывается m раз. Полученная точка и есть изображение числа $\frac{m}{n}$. Если число отрицательное – откладывание производят влево от нуля.

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатова / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Практическое занятие № 3. **Линия тождественных преобразований в школьном курсе математики**

Вопросы к практическому занятию:

- Математические выражения и тождественные преобразования.
- Виды и особенности тождественных преобразований в курсе математики средней школы.
- Диагностика усвоения тождественных преобразований.

Основной понятийный материал:

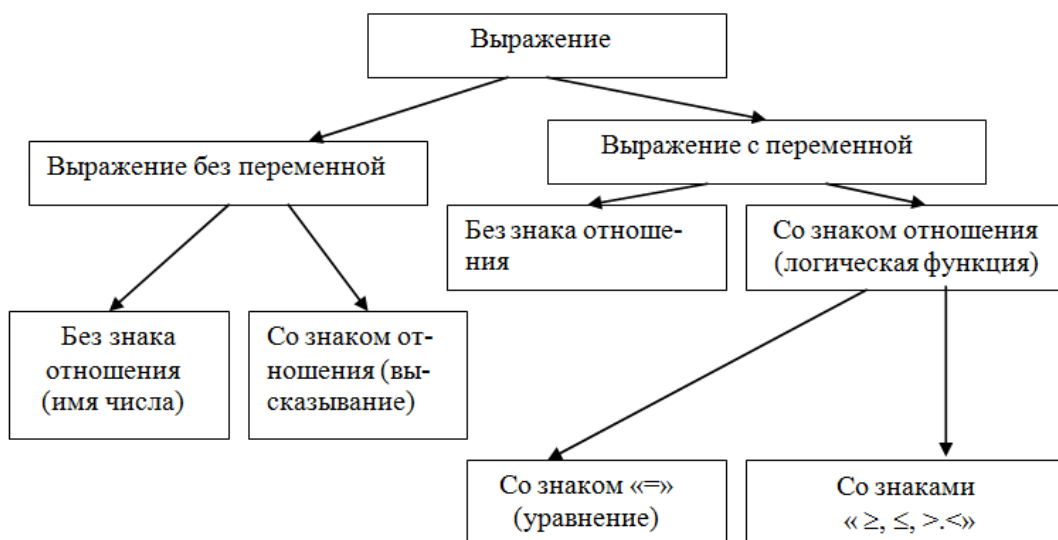


Рис. 1 Виды выражений

Предметом нашего изучения являются выражения с переменной без знака отношения. Рассмотрим примеры элементарных выражений.

Константа 1 ($a, b, c, \dots, 3 - 4, \dots, 3, \dots$) 2	x^m или x^m , где $x \geq 0, m \in N, m > 1$ 	$\operatorname{tg} x$
Переменная (x, y, z, \dots)	$x, x \in R$	$\operatorname{ctg} x$
$x + y$ $x - y$ $x \cdot y$	$a^x, a > 0, a \neq 1$	$\operatorname{arcsin} x$
x — y	$\log_a x, a > 0, a \neq 1$	$\operatorname{arccos} x$
$x^m, m \in N$	$\sin x$	$\operatorname{arctg} x$
$x^m, m \in Z (m \leq 0), x \neq 0$	$\cos x$	$\operatorname{arcctg} x$

Какие из них являются целыми, дробными, рациональными, иррациональными, алгебраическими, неалгебраическими? Примеры неэлементарных выражений:

Раздел «Тождественные преобразования» занимает центральное место. Изучение тождественных преобразований, во-первых, имеет самостоятельное значение. Это обусловлено тем, что данный учебный материал связан со следующими вопросами:

а) обобщение операций над числами, проведение вычислений в «общем виде», обучение использованию букв в математике и ее приложениях;

б) классификация и распознавание алгебраических выражений, преобразование выражений к стандартному виду.

Во-вторых, тождественные преобразования играют роль вспомогательного «инструмента» при решении уравнений и неравенств, при использовании функций и ряде других тем школьного курса математики.

В современной школе рационально сочетаются два основных подхода к изложению раздела «Тождественные преобразования»: алгебраический и функциональный. Алгебраический подход устремляет внимание к букве и к операциям над буквами. На преобразуемое выражение смотрят как на формальное, не задумываясь над тем, какие значения принимают входящие в него буквы. Отправным началом функционального подхода является общее понятие функции как соответствия между независимыми и зависимыми переменными. Входящие в выражение буквы понимаются как переменные, а тождественные преобразования опираются на условие равенства функций (т.е. на равенство значений при всех допустимых значениях переменных).

В школьном курсе математики рассматривают различные выражения. Выражения, которые не содержат иных действий над переменными, кроме сложения, вычитания, умножения, деления, извлечения корня, возведения в степень с рациональным показателем, называют алгебраическими. Алгебраические выражения можно разбить на два класса: рациональные и иррациональные. К рациональным относят выражения, которые не содержат других действий над переменными, кроме сложения, вычитания, умножения,

деления и возведения в целую степень. К иррациональным – выражения, содержащие извлечение корня или возведение в степень с дробным показателем. Рациональные выражения также можно разбить на два класса: на множество целых выражений и множество дробных. К целым рациональным выражениям относят выражения, которые не содержат деления на выражение с переменными. Основные приемы разложения на множители:

вынесение общего множителя за скобки;

способ группировки;

формулы сокращенного умножения;

формула разложения на множители квадратного трехчлена.

Дробными считают те рациональные выражения, которые содержат деление на выражение с переменными и возведение переменной в степень с отрицательным показателем. Основным прием преобразований: разложение на множители числителя и знаменателя. Кроме алгебраических, в школьном курсе рассматривают выражения, которые содержат переменные под знаком \lg , \sin , \cos , tg , знаком модуля, а также выражения, содержащие операцию возведения в степень с иррациональным показателем. Такие выражения называются неалгебраическими.

Существует несколько подходов к определению тождества, используемые на различных ступенях обучения:

Равенство, верное при любых значениях переменной, называется тождеством.

Равенство, верное при всех допустимых значениях переменных, называется тождеством.

Равенство, верное при любых значениях переменной, принадлежащих данному множеству, называется тождеством на этом множестве.

При доказательстве тождеств возможно использование одного из трех способов:

Преобразование выражения, стоящего в левой части равенства к виду, который имеет выражение, стоящее в правой части или, наоборот, правое к левому.

Преобразование и левой, и правой части равенства к одному и тому же выражению.

Нахождение разности между левой и правой частями равенства.

Техника выполнения тождественных преобразований предполагает один из двух способов: цепочкой либо по действиям.

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой

образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач. Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатова / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Практическое занятие № 4. **Уравнения и неравенства в школьном курсе математики**

Вопросы к практическому занятию:

- Уравнения и неравенства.
- Различные типы уравнений и неравенств в школьном курсе математики.
- Способы их решения на различных этапах обучения.
- Решение задач на составление уравнений и неравенств.
- Системы уравнений в школьном курсе математики.

Уравнение – центральное понятие математики. В методике преподавания математики (МППМ) выделяют *три аспекта* его использования.

1. *Теоретико-математическая направленность* линии уравнений и неравенств состоит в изучении, во-первых, обобщенных понятий и методов, относящихся к линии в целом, во-вторых, в изучении наиболее важных классов уравнений, неравенств и их систем.

2. *Прикладная направленность* раскрывается широким использованием уравнения как простейшей математической модели в решении задач. Это способствует овладению учащимися методом математического моделирования на доступном для них материале и ознакомлению с одним из основных средств применения математики в других естественнонаучных дисциплинах (межпредметные связи).

3. Линия уравнений и неравенств выделена как одна из четырех основных содержательных линий школьного курса алгебры (проследите *самостоятельно* связь данной содержательной линии с другими, можно воспользоваться литературой, например [31], [36] и др.). Этот аспект рассматривается в МПМ как *направленность на установление связей* с остальным содержанием курса математики (внутрипредметные связи).

Среди математиков и методистов велись и поныне ведутся споры по поводу трактовки понятие «уравнение». Известна точка зрения, согласно которой тождество как равенство, справедливое при всех допустимых значениях входящих в него букв, противопоставляется уравнению как равенству, справедливому не при всех допустимых значениях букв – неизвестных. Известна другая точка зрения, согласно которой тождество не противопоставляется уравнению, а трактуется как его частный случай, причем уравнение рассматривается как равенство значений двух функций. В традиционном подходе уравнением называется равенство, содержащее переменную.

Среди уравнений, изучаемых в школе, различают алгебраические и трансцендентные. К алгебраическим относят линейные, квадратные, кубические, биквадратные, дробно-рациональные, иррациональные. К трансцендентным – показательные, логарифмические и тригонометрические.

Принцип решения уравнений и неравенств основан на понятии равносильности. Уравнения (неравенства), имеющие одно и то же множество корней (решений), называются равносильными. С учениками рассматривают

положения равносильности:

- прибавление к обеим частям уравнения одного и того же числа или выражения (не теряющего смысла);
- умножение каждой части уравнения на одно и то же, не равное нулю, число;
- возведение обеих частей уравнения в одну и ту же нечетную степень.

Линейные уравнения решаются аналитическим и графическим методами. Основной этап алгоритма аналитического метода: перенести члены, содержащие неизвестное в левую часть, а свободные – в правую. Решение систем линейных уравнений осуществляется способом подстановки, способом сложения, графическим способом.

В курсе основной школы используются такие способы решения квадратных уравнений:

- выделение полного квадрата;
- разложение левой части на множители;
- по формулам;
- по теореме, обратной теореме Виета;
- графический способ.

Дробно-рациональные уравнения приводят к виду $f(x)/g(x)=0$, которое равносильно системе $f(x)=0$ и $g(x)\neq 0$.

Для решения уравнений третьей и четвертой степеней пользуются приемами разложения многочленов на множители, а если это невозможно, то применяют метод подбора корней, используя затем для разложения на множители деление многочлена на многочлен.

Для решения биквадратных уравнений используют прием замены переменной.

Иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения (неравенства) рассматриваются в связи с изучением соответствующих

функций и используются для лучшего усвоения их свойств.

В основу решения многих задач положено определение числового неравенства: число a больше числа b , если разность $a-b$ положительна. Число a меньше числа b , если разность $a-b$ отрицательна.

Алгоритм решения линейных неравенств аналогичен алгоритму решения линейных уравнений.

Квадратные и дробно-рациональные неравенства решаются сведением к совокупности систем линейных неравенств, методом интервалов, графически.

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестные под знаком модуля, требует знания определения модуля и алгоритма решения систем уравнений и неравенств.

Иррациональным уравнением называется уравнение, в котором неизвестная величина содержится под знаком радикала. Область допустимых значений иррационального уравнения состоит из тех значений неизвестного, при которых неотрицательны все выражения, стоящие под знаками радикалов четной степени.

Основной способ решения иррационального уравнения заключается в последовательном возведении обеих частей уравнения в степень, являющуюся наименьшим общим кратным показателей всех радикалов, входящих в данное уравнение. Если степень, в которую возводится уравнение, четная, то полученное уравнение может иметь корни, не являющиеся корнями исходного уравнения. Поэтому необходима проверка корней. Решение иррациональных уравнений путем замены уравнения его следствием (с последующей проверкой корней) можно производить таким образом:

Найти ОДЗ исходного уравнения.

Перейти от уравнения к его следствию.

Найти корни полученного уравнения.

Проверить, являются ли найденные корни корнями исходного уравнения.

Проверка состоит в следующем:

а) проверяется принадлежность каждого найденного корня ОДЗ исходного уравнения (те корни, которые не принадлежат ОДЗ, являются посторонними для исходного уравнения);

б) для каждого корня, входящего в ОДЗ исходного уравнения, проверяется, имеют ли одинаковые знаки левая и правая части каждого из уравнений, возникающих в процессе решения исходного уравнения и возводимых в четную степень (те корни, для которых части какого-либо возводимого в четную степень уравнения имеют разные знаки, являются посторонними для исходного уравнения);

в) только те корни, которые принадлежат ОДЗ исходного уравнения и для которых обе части каждого из уравнений, возникающих в процессе решения исходного уравнения и возводимых в четную степень, имеют одинаковые знаки, проверяются непосредственной подстановкой в исходное уравнение.

Такой метод решения с указанным способом проверки позволяет избежать громоздких вычислений в случае непосредственной подстановки каждого из найденных корней последнего уравнения в исходное.

Чтобы избежать потери корней и появления посторонних корней, целесообразно решать уравнение методом равносильного перехода, т.е. решать уравнение только на его ОДЗ, заменяя уравнение равносильным. Так уравнение вида $\sqrt{f(x)}=g(x)$ можно заменить равносильной ему системой $f(x)=g^2(x)$ и $g(x)\geq 0$.

В некоторых случаях можно, не прибегая к преобразованиям, а опираясь на определение и свойства функций установить, что уравнение не имеет решения.

Существуют специальные приемы решения иррациональных уравнений:

В некоторых случаях можно освободиться от иррациональности в уравнении умножением обеих частей уравнения на некоторое не обращающееся

в нуль выражение.

Введение вспомогательных неизвестных в ряде случаев позволяет перейти от иррационального уравнения к системе рациональных уравнений.

Отдельные иррациональные уравнения можно решить методом выделения полного квадрата в подкоренных выражениях.

Под иррациональным неравенством понимается неравенство, в котором неизвестные величины находятся под знаком радикала. Для того, чтобы найти множество решений иррационального неравенства, приходится, как правило, возводить обе части неравенства в натуральную степень. При этом (в силу принципиальной невозможности проверки полученных решений подстановкой) необходимо следить за тем, чтобы каждый раз получалось неравенство, равносильное исходному. Следует помнить, что при возведении обеих частей неравенства в нечетную степень всегда получается неравенство, равносильное исходному. Если же обе части неравенства возводить в четную степень, то будет получаться неравенство равносильное исходному и имеющее тот же знак лишь в случае, если обе части исходного неравенства неотрицательны.

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>
2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст:

электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный //

Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатов / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Практическое занятие № 7. **Методика изучения элементов тригонометрии.**

Вопросы к практическому занятию:

- Методика введения и изучения тригонометрических функций в школьном курсе математики.
- Методические особенности изучения тригонометрических преобразований. Тригонометрические уравнения и неравенства.

Материал, связанный с уравнениями и неравенствами составляют

значительную часть школьного курса математики, это объясняется тем, что уравнения и неравенства широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач.

Тема «решение тригонометрических уравнений» изучается в 10 классе, сразу после объяснения темы обратных тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства изучаются либо, после тригонометрических уравнений, либо данная тема дается отдельной главой «Неравенства» (М.И. Башмакова. Алгебра и начала анализа 10-11 класс)

Специфика трансцендентных уравнений и неравенств

При рассмотрении различных классов трансцендентных уравнений необходимо уделять достаточное внимание формированию навыка применения тождеств для преобразования данных уравнений. Особенно явно это проявляется в тригонометрии, поэтому при изучении тригонометрических уравнений и неравенств большое значение приобретают задания и системы вопросов, связанные с распознаванием применимости того или иного тождества, возможности приведения уравнения к определенному виду. В частности, полезны задания типа «Изложить план решения данного уравнения». Здесь, как и при решении иррациональных уравнений, значительные трудности связаны, с тем, что некоторые тождества, используемые в преобразованиях, приводят к изменению области определения. К числу таких тождеств относят:

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta}; \quad \sin \alpha = \frac{2tg \frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad \cos \alpha = \frac{1 - tg^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2 \frac{\alpha}{2}}; \quad 1 = tg\alpha ctg\alpha; \quad (\text{пример 2})$$

Использование этих тождеств слева направо, может привести к потере корней, а справа налево к появлению посторонних корней.

В отличие от иррациональных, показательных и логарифмических уравнений, где в каждом классе имеется по одному типу простейших, здесь приходится рассмотреть три типа простейших уравнений: $\sin x = a$, $\cos x = a$,

$tgx = a$ ($ctgx = a$). Изучение этих типов уравнений, требует введения новых функций – обратных тригонометрических функций, что представляет собой сложную задачу. Кроме того, приходится рассматривать наряду с общими формулами решения, многочисленные частные случаи. Например, для уравнения $\sin x = a$ к числу основных для усвоения фактов относятся:

1) знание общей формулы корней $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$ и условия $|a| \leq 1$, указывающего на наличие корней;

2) владение частными случаями этого уравнения для $a = 0; \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) владение геометрического смысла решения на системе координат.

Широкое использование графиков составляет заметную черту изучения простейших классов тригонометрических уравнений и неравенств. Графическая наглядность позволяет смягчить недостаточно уверенное владение учащимися обратными тригонометрическими функциями, которые по существу только здесь и применяются.

Тригонометрические уравнения изучаются с большой глубиной, здесь изучение доводится до выделения нескольких методов решения:

1) Сведение данного уравнения к решению простейших тригонометрических уравнений с помощью использования тригонометрических формул.

2) Сведение тригонометрического уравнения к алгебраическому виду $f(y) = 0$

где Y - одна из основных тригонометрических функций с помощью замены переменных.

3) Различные приемы решения важных частных классов уравнений. К их числу относится метод введения вспомогательного аргумента, $a \sin x + b \cos x = c$

Изучение решения тригонометрических неравенств в общеобразовательной школе является необязательным. Какие виды

тригонометрических неравенств рассматриваются? Какие способы решения рассматриваются?

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатова / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Практическое занятие № 8. Матрицы и определители. Системы уравнений

Вопросы к практическому занятию:

- Основные понятия и виды матриц..
- Определители квадратных матриц. Вычисление определителей второго, третьего и более высоких порядков..
- Основные сведения о системах линейных алгебраических уравнений. Способы решения СЛАУ.

Рекомендуемая литература

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатова / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине
Методика преподавания алгебры

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Форма обучения
Год начала обучения
Реализуется в 2,3 семестре

44.04.01 Педагогическое образование
Математическое образование
очная
2026

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения
2. Цель и задачи самостоятельной работы
3. Технологическая карта самостоятельной работы магистранта
4. Порядок выполнения самостоятельной работы магистрантом
 - 4.1. Методические рекомендации по работе с учебной литературой
 - 4.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим и лабораторным занятиям
 - 4.3. Методические рекомендации по самопроверке знаний
 - 4.4. Методические рекомендации по написанию научных текстов (докладов, рефератов, эссе, научных статей и т.д.)
5. Контроль самостоятельной работы магистрантов
6. Список литературы для выполнения СРС

1. Общие положения

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов (СРС) в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента.

К основным видам самостоятельной работы студентов относятся:

- формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);

- написание докладов;

- подготовка к семинарам, практическим и лабораторным работам, их оформление;

- составление аннотированного списка статей из соответствующих журналов по отраслям знаний (педагогических, психологических, методических и др.);

- выполнение учебно-исследовательских работ, проектная деятельность;

- подготовка практических разработок и рекомендаций по решению проблемной ситуации;

- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.;

- компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости на базе электронных обучающих и аттестующих тестов;

- выполнение курсовых работ (проектов) в рамках дисциплин;

- выполнение выпускной квалификационной работы и др.

Рекомендации по работе с электронными учебниками, видеоматериалами, базами данных

Электронные учебники

- Используйте интерактивный инструментарий: выделяйте важные фрагменты текста цветом, добавляйте закладки и создавайте личные примечания прямо в системе.

- Поиск и навигация: применяйте полнотекстовый поиск по ключевым словам для быстрого нахождения определений и формул, что значительно экономит время по сравнению с бумажными версиями.

- Гиперссылки: переходите по встроенным ссылкам для получения дополнительных разъяснений или связи с другими разделами курса, превращая учебник в единую систему знаний.

- Проверка знаний: используйте встроенные тренажеры и тестирующие системы для немедленного контроля усвоения материала.

Видеоматериалы

- Управление восприятием: используйте возможность повтора сложных фрагментов или замедления скорости воспроизведения для детального разбора процессов (особенно в физике или химии).

- Визуализация абстракций: применяйте видео для наблюдения за экспериментами и процессами, которые невозможно увидеть в реальности.

- Параллельное конспектирование: останавливайте видео для фиксации ключевых тезисов или создания скриншотов важных схем и таблиц.

Базы данных и электронные библиотеки (ЭБС)

- Фильтрация и отбор: задействуйте расширенные фильтры поиска по автору, году издания или уровню образования для точного подбора литературы.

- Персонализация: создавайте виртуальные «книжные полки» в личном кабинете для хранения часто используемых документов.

- Интеграция ресурсов: используйте мультимедийные каталоги, где видеоролики и чертежи привязаны к конкретным темам учебной программы.

- Легальность и доступ: пользуйтесь официальными платформами (например, «Юрайт», «Лань», Znanium), которые обеспечивают качественный и проверенный контент.

Для эффективной работы стоит разделить инструменты на платформы с контентом и сервисы для обработки информации.

Популярные образовательные платформы

- ЭБС «Юрайт» и «Лань»: Стандарт для студентов и преподавателей. Здесь удобно то, что учебники разбиты на модули, есть встроенные тесты и видео-курсы.

- Stepik: Платформа с интерактивными уроками. Главный плюс — вы сразу применяете теорию на практике (решаете задачи, пишете код).

- ПостНаука и Arzamas: Лучшие ресурсы для работы с видеоматериалами. Темы раскрыты глубоко, а к видео часто прилагаются списки литературы и конспекты.

- КиберЛенинка: Бесплатная база научных статей. Идеальна для поиска актуальных исследований и правильного оформления цитат.

Приемы эффективного конспектирования

Чтобы информация из видео и цифровых книг не «вылетала из головы», попробуйте эти техники:

- Метод Корнелла (для видео и лекций):

Разделите лист на три части: узкая колонка слева — для ключевых слов и вопросов, широкая справа — для самого конспекта, нижняя полоса — для резюме (2-3 предложения о самом главном).

- Метод «Тайм-кодов»:

При просмотре видео делайте заметки с указанием времени (например, 05:20 — формула ускорения). Это позволит мгновенно вернуться к нужному моменту при повторении.

- Интеллект-карты (Mind Maps):

Если тема сложная и объемная (из базы данных или главы учебника), рисуйте схему связей. В центре – главная тема, от неё – ветви с подробностями. Это «включает» визуальную память.

- Инструменты для цифровых заметок:

- o Notion / Obsidian: Позволяют собирать всё в одном месте: текст, ссылки на базы данных, встроенные видео и скриншоты из учебников.

- o Zotero: Незаменимая вещь для работы с базами данных. Она сама сохраняет библиографические данные статьи или книги и помогает в один клик вставить ссылку в ваш реферат или диплом.

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных качеств студентов и условий учебной деятельности.

Процесс организации самостоятельной работы студентов включает в себя следующие этапы:

- подготовительный (определение целей, составление программы, подготовка методического обеспечения, подготовка оборудования);

- основной (реализация программы, использование приемов поиска информации, усвоения, переработки, применения, передачи знаний, фиксирование результатов, самоорганизация процесса работы);

- заключительный (оценка значимости и анализ результатов, их систематизация, оценка эффективности программы и приемов работы, выводы о направлениях оптимизации труда).

Самостоятельная работа по дисциплине «Методика преподавания алгебры» направлена на формирование следующих **компетенций**:

Код	Формулировка:
ПК-3	Способен применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

2. Цель и задачи самостоятельной работы

Ведущая цель организации и осуществления СРС совпадает с целью обучения студента – формирование набора общенаучных, профессиональных и специальных компетенций будущего магистра по направлению подготовки «Педагогическое образование».

При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности. Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

3. Технологическая карта самостоятельной работы магистранта

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
2 семестр					

ПК-3 И-1 ПК-3 И-2	Подготовка к практическому занятию	Собеседование	0.71	0.04	0.75
ПК-3 И-1 ПК-3 И-2	Выполнение курсовой работы	Задания для курсовой работы	24.94	1.31	26.25
ПК-3 И-1 ПК-3 И-2	Подготовка к экзамену	Вопросы к экзамену	25.00	1.50	27.00
Итого за 2 семестр			50.65	2.85	54.00
3 семестр					
ПК-3 И-1 ПК-3 И-2	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	31.35	1.65	33.00
ПК-3 И-1 ПК-3 И-2	Подготовка к экзамену	Вопросы к экзамену	25.00	1.50	27.00
Итого за 3 семестр			56.35	3.15	60.00
Итого			107.00	6.00	114.00

4. Порядок выполнения самостоятельной работы магистрантом

4.1. Методические рекомендации по работе с учебной литературой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того насколько осознанно читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют **четыре основные установки в чтении научного текста:**

информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)

усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)

аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)

творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

4.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим и лабораторным занятиям

Для того чтобы практические и лабораторные занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя

вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

4.3. Методические рекомендации по самопроверке знаний

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, провести самопроверку усвоенных знаний, ответив на контрольные вопросы по изученной теме.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

4.4. Методические рекомендации по написанию научных текстов (докладов, рефератов, эссе, научных статей и т.д.)

Перед тем, как приступить к написанию научного текста, важно разобраться, какова истинная цель вашего научного текста - это поможет вам разумно распределить свои силы и время.

Во-первых, сначала нужно определиться с идеей научного текста, а для этого необходимо научиться либо относиться к разным явлениям и фактам несколько критически (своя идея – как иная точка зрения), либо научиться увлекаться какими-то известными идеями, которые нуждаются в доработке (идея – как оптимистическая позиция и направленность на дальнейшее совершенствование уже известного). Во-вторых, научиться организовывать свое время, ведь, как известно, свободное (от всяких глупостей) время – важнейшее условие настоящего творчества, для него наконец-то появляется время. Иногда именно на организацию такого времени уходит немалая часть сил и талантов.

Писать следует ясно и понятно, стараясь основные положения формулировать четко и недвусмысленно (чтобы и самому понятно было), а также

стремясь структурировать свой текст. Каждый раз надо представлять, что ваш текст будет кто-то читать и ему захочется сориентироваться в нем, быстро находить ответы на интересующие вопросы (заодно представьте себя на месте такого человека). Понятно, что работа, написанная «сплошным текстом» (без заголовков, без выделения крупным шрифтом наиболее важным мест и т. п.), у культурного читателя должна вызывать брезгливость и даже жалость к автору (исключения составляют некоторые древние тексты, когда и жанр был иной и к текстам относились иначе, да и самих текстов было гораздо меньше – не то, что в эпоху «информационного взрыва» и соответствующего «информационного мусора»).

Объем текста и различные оформительские требования во многом зависят от принятых в конкретном учебном заведении порядков.

Реферат (доклад) - это самостоятельное исследование студентом определенной проблемы, комплекса взаимосвязанных вопросов.

Реферат не должна составляться из фрагментов статей, монографий, пособий. Кроме простого изложения фактов и цитат, в реферате должно проявляться авторское видение проблемы и ее решения.

Рассмотрим основные этапы подготовки реферата студентом.

Выполнение реферата начинается с выбора темы.

Затем студент приходит на первую консультацию к руководителю, которая предусматривает:

- обсуждение цели и задач работы, основных моментов избранной темы;
- консультирование по вопросам подбора литературы;
- составление предварительного плана.

Следующим этапом является работа с литературой. Необходимая литература подбирается студентом самостоятельно.

После подбора литературы целесообразно сделать рабочий вариант плана работы. В нем нужно выделить основные вопросы темы и параграфы, раскрывающие их содержание.

Составленный список литературы и предварительный вариант плана уточняются, согласуются на очередной консультации с руководителем.

Затем начинается следующий этап работы - изучение литературы. Только внимательно читая и конспектируя литературу, можно разобраться в основных вопросах темы и подготовиться к самостоятельному (авторскому) изложению содержания реферата. Конспектируя первоисточники, необходимо отразить основную идею автора и его позицию по исследуемому вопросу, выявить проблемы и наметить задачи для дальнейшего изучения данных проблем.

Систематизация и анализ изученной литературы по проблеме исследования позволяют студенту написать работу.

Рабочий вариант текста реферата предоставляется руководителю на проверку. На основе рабочего варианта текста руководитель вместе со студентом

обсуждает возможности доработки текста, его оформление. После доработки реферат сдается на кафедру для его оценивания руководителем.

Требования к написанию реферата

Написание 1 реферата является обязательным условием выполнения плана СРС по любой дисциплине профессионального цикла.

Тема реферата может быть выбрана студентом из предложенных в рабочей программе или фонде оценочных средств дисциплины, либо определена самостоятельно, исходя из интересов студента (в рамках изучаемой дисциплины). Выбранную тему необходимо согласовать с преподавателем.

Реферат должен быть написан научным языком.

Объем реферата должен составлять 20-25 стр.

Структура реферата:

- Введение (не более 3-4 страниц). Во введении необходимо обосновать выбор темы, ее актуальность, очертить область исследования, объект исследования, основные цели и задачи исследования.

- Основная часть состоит из 2-3 разделов. В них раскрывается суть исследуемой проблемы, проводится обзор мировой литературы и источников Интернет по предмету исследования, в котором дается характеристика степени разработанности проблемы и авторская аналитическая оценка основных теоретических подходов к ее решению. Изложение материала не должно ограничиваться лишь описательным подходом к раскрытию выбранной темы. Оно также должно содержать собственное видение рассматриваемой проблемы и изложение собственной точки зрения на возможные пути ее решения.

- Заключение (1-2 страницы). В заключении кратко излагаются достигнутые при изучении проблемы цели, перспективы развития исследуемого вопроса

- Список использованной литературы (не меньше 10 источников), в алфавитном порядке, оформленный в соответствии с принятыми правилами. В список использованной литературы рекомендуется включать работы отечественных и зарубежных авторов, в том числе статьи, опубликованные в научных журналах в течение последних 3-х лет и ссылки на ресурсы сети Интернет.

- Приложение (при необходимости).

Требования к оформлению:

- текст с одной стороны листа;
- шрифт Times New Roman;
- кегль шрифта 14;
- межстрочное расстояние 1,5;
- поля: сверху 2,5 см, снизу – 2,5 см, слева - 3 см, справа 1,5 см;
- реферат должен быть представлен в сброшюрованном виде.

Порядок защиты реферата:

Защита реферата проводится на практических занятиях, после окончания работы студента над ним и исправления всех недочетов, выявленных преподавателем в ходе консультаций. На защиту реферата отводится 5-7 минут времени, в ходе которого студент должен показать свободное владение материалом по заявленной теме. При защите реферата приветствуется использование мультимедиа-презентации.

Оценка реферата

Реферат оценивается по следующим критериям:

- соблюдение требований к его оформлению;
- необходимость и достаточность для раскрытия темы приведенной в тексте реферата информации;
- умение студента свободно излагать основные идеи, отраженные в реферате;
- способность студента понять суть задаваемых преподавателем и сокурсниками вопросов и сформулировать точные ответы на них.

Критерии оценки:

Оценка «отлично» выставляется студенту, если в докладе студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует для написания доклада современные научные материалы; анализирует полученную информацию; проявляет самостоятельность при написании доклада.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если качество выполнения доклада достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросы по теме доклада.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если материал доклада излагается частично, но пробелы не носят существенного характера, студент допускает неточности и ошибки при защите доклада, дает недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не подготовил доклад или допустил существенные ошибки. Студент неуверенно излагает материал доклада, не отвечает на вопросы преподавателя.

5. Контроль самостоятельной работы магистрантов

Контроль самостоятельной работы проводится преподавателем в аудитории.

Предусмотрены следующие виды контроля: собеседование, оценка реферата, оценка презентации, оценка участия в круглом столе, оценка выполнения проекта.

Подробные критерии оценивания компетенций приведены в Фонде оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации.

6. Список литературы для выполнения СРС

Перечень основной литературы:

1. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. - 2-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 241 с. - ISBN 978-5-00101-904-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/98557.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Пестерева В. Л. Методика обучения и воспитания (математика): учебное пособие / В. Л. Пестерева, И. Н. Власова. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 163 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70635.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 283 с. - ISBN 978-5-93088-132-5, экземпляров неограничено.

3. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе. Практикум / М.В. Егупова. - Москва: АСМС, 2014. - 155 с. - ISBN 978-5-93088-146-2, экземпляров неограничено.

4. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

5. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6. Емельянова Т.В. Линейная алгебра. Решение типовых задач Электронный ресурс: учебное пособие / А.М. Кольчатова / Т.В. Емельянова. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 184 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4486-0331-0, экземпляров неограничено.

7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы / В. А. Гусев. - 3-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2017. - 456 с. - ISBN 978-5-00101-490-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/89086.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://scholar.google.com/> Google Scholar: поисковая система научной литературы. Поисковая система научной литературы: документы, исследования, диссертации, книги, публикации, материалы профессиональных обществ, университетов и пр.

<http://www.edufind.com/> Информация о всемирном образовании.

<http://www.school.edu.ru/> Российский общеобразовательный портал

<http://www.videosursy.ru/> Медиаресурсы для образования и просвещения.

Сайт коммерческой организации, работающей в области разработки, издания, тиражирования и сбыта мультимедийных учебно-методических пособий для общего и профессионального образования. Предлагаются учебно-методические продукты для системы подготовки и повышения квалификации педагогических кадров

<http://www.vovr.ru> Высшее образование в России (научно-педагогический журнал министерства образования и науки Российской Федерации)