

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВЕРО – КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕХАНИКА
(ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА)

Методические указания
к практическим занятиям

Направление подготовки
Направленность (профиль)

08.03.01 Строительство
Проектирование зданий

Ставрополь

Содержание

Введение.

Содержание

Введение.

1. План практических занятий

Тема 1. Кинематика точки.

Практическое занятие 1. Скорость, ускорение точки при координатном и векторном способах задания движения точки. Классификация движений точки.

Практическое занятие 2. Скорость, ускорение точки при естественном способе задания движения точки. Классификация движений точки.

Тема 2. Кинематика твёрдого тела.

Практическое занятие 3–6. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела при поступательном и вращательном движениях.

Тема 3. Кинематика механизмов.

Практическое занятие 7–8. Передаточные механизмы.

Практическое занятие 9–10. Кинематический анализ передаточных механизмов.

Тема 4. Кинематика плоской фигуры

Практическое занятие 11. Мгновенный центр скоростей. Определение скоростей точек плоской фигуры

Практическое занятие 12. Определение скоростей точек плоской фигуры

Практическое занятие 13. Определение ускорений точек плоской фигуры.

Практическое занятие 14. Кинематический анализ плоского механизма.

Тема 5. Динамика точки.

Практическое занятие 15. Первая задача «Динамики точки»

Практическое занятие 16. Вторая задача «Динамики точки»

Практическое занятие 17–18. Дифференциальные уравнения движения свободной и несвободной материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трёхгранника. Принцип Даламбера для материальной точки.

Тема 6. Общие теоремы динамики точки.

Практическое занятие 19. Работа силы. Мощность.

Практическое занятие 20. Кинетическая энергия материальной точки.

Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.

Практическое занятие 21. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения материальной точки.

Практическое занятие 22. Применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

Тема 7. Динамика твёрдого тела.

Практическое занятие 23. Кинетическая энергия твердого тела при поступательном движении.

Практическое занятие 24. Кинетическая энергия твердого тела при вращательном движении.

Практическое занятие 25. Кинетическая энергия твердого тела при плоскопараллельном движении.

Тема 8. Динамика механической системы.

Практическое занятие 26. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Практическое занятие 27. Принцип Даламбера для механической системы. Общее уравнение динамики для исследования механической системы с одной степенью свободы.

Методические указания по решению задач и выполнению типовых
вариантных заданий по теме практического занятия самостоятельно

Форма предоставления отчёта по теме практического занятия

Критерии оценивания компетенций

Литература

Введение

Цель дисциплины: дать представление о предмете классической механики, включая как физические ее основы, так и дифференциально-геометрические аспекты с использованием традиционных моделей движущихся объектов и среды.

Задачи дисциплины: изучение классической механики, т.е. механики, основанной на законах Ньютона, с формулировками задач с техническим содержанием и приемами решения таких задач средствами математического анализа.

Цели и задачи дисциплины соотнесены с общими целями основной образовательной программы и квалификационными характеристиками бакалавра и ориентированы на формирование и развитие общекультурных и профессиональных компетенций будущего бакалавра.

Техническая механика относится к математическому и естественнонаучному циклу базовой части. Ее освоение происходит в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра по направлениям подготовки 08.03.01– «Строительство. Учебно – методическое пособие (практикум) составлено в соответствии с требованиями ФГОС ВО к подготовке выпускника для получения квалификации бакалавра, предназначено для студентов очной и заочной формы обучения направлений подготовки 08.03.01 – «Строительство».

Практикум содержит краткий теоретический обзор по теме практического занятия, задачи, практические задания, примеры решения заданий и методические рекомендации, задачи на самостоятельную проработку, вопросы в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра.

План практических занятий.

Раздел 2. Кинематика.

1. Скорость, ускорение точки при координатном способе задания движения точки. Классификация движений точки.

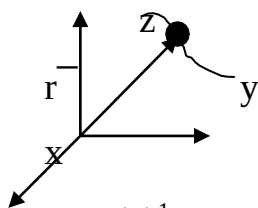
Цель задания: способы задания движения точки, скорость точки, ускорение точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

Координатный способ задания движения точки $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ - параметрические уравнения движения точки.



$$u_x = (\dot{x})^1; u_y = (\dot{y})^1; u_z = (\dot{z})^1; \vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y + \vec{u}_z;$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2 + (\dot{z})^2} = \sqrt{(x^1)^2 + (y^1)^2 + (z^1)^2} = \sqrt{(r_x^1)^2 + (r_y^1)^2 + (r_z^1)^2}$$

$$a_x = (\ddot{x})^1 = (\ddot{r}_x)^1 = (\dot{u}_x)^1;$$

$$a_y = (\ddot{y})^1 = (\ddot{r}_y)^1 = (\dot{u}_y)^1;$$

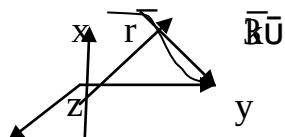
$$a_z = (\ddot{z})^1 = (\ddot{r}_z)^1 = (\dot{u}_z)^1;$$

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(\dot{u}_x^1)^2 + (\dot{u}_y^1)^2 + (\dot{u}_z^1)^2} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2} = \sqrt{(\ddot{r}_x^1)^2 + (\ddot{r}_y^1)^2 + (\ddot{r}_z^1)^2}$$

Задача: Точка движется согласно уравнению $\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3k$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с.

Решение:

Векторный способ задания движения точки: $\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3k$



$$\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3k$$

$$u_x = (\dot{r}_x)^1 = (3t^2)^1 = 6t; u_y = (\dot{r}_y)^1 = (2t)^1 = 2 \text{ см/с}^2;$$

$$v_z = (r_z)^1 = (3)^1 = 0;$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(6t)^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{36t^2 + 4};$$

$$v(t) = \sqrt{36 \cdot 1^2 + 4} = \sqrt{40} = 6,32 \text{ см/с}^2;$$

Ответ: $v(t = 1 \text{ с}) = 6,32 \text{ см/с}^2$.

Решить самостоятельно:

Задача 1. Заданы уравнения движения точки $x = 2t$, $y = t$. Определить время t , когда расстояние от точки до начала координат достигнет 10 м. (4,47)

Задача 2. Даны уравнения движения точки $x = t^2$, $y = \sin \pi t$, $z = \cos \pi t$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 1 \text{ с}$. (3,72)

Задача 3. Точка движется по прямой с постоянным ускорением $a = 0,3 \text{ м/с}^2$. Определить начальную скорость точки, если через 6 с скорость точки стала равной 3 м/с. (1,2)

Задача 4. Скорость точки задана уравнением $v = 0,2 t$. Определить прямолинейную координату точки в момент времени $t = 10 \text{ с}$, если при $t_0 = 0$, $x_0 = 0$. (10)

Вопросы для обсуждения:

1. Координатный способ задания движения точки?
2. Векторный способ задания движения точки?
3. Скорость точки при координатном способе задания движения точки?
4. Скорость точки при векторном способе задания движения точки?
5. Ускорение точки при координатном способе задания движения точки?
6. Ускорение точки при векторном способе задания движения точки?
7. Скорость точки?
8. Ускорение точки?
9. Прямолинейное ускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?

10. Прямолинейное равноускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?

11. Прямолинейное замедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?

12. Прямолинейное равнозамедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?

13. Прямолинейное равномерное движение точки?

14. Криволинейное равномерное движение точки. Основные кинематические характеристики?

15. Криволинейное замедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?

16. Криволинейное равнозамедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?

17. Криволинейное ускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?

18. Криволинейное равноускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?

2. Скорость, ускорение точки при векторном способе задания движения точки. Классификация движений точки.

Цель задания: способы задания движения точки, скорость точки, ускорение точки.

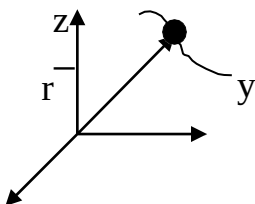
Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

Координатный способ задания движения точки $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ - параметрические уравнения движения точки.

Векторный способ задания движения точки $\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k}$



x

$$u_x = (x)^1; u_y = (y)^1; u_z = (z)^1; \vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y + \vec{u}_z;$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{(u_x)^2 + (u_y)^2 + (u_z)^2} = \sqrt{(x^1)^2 + (y^1)^2 + (z^1)^2} = \sqrt{(r_x^1)^2 + (r_y^1)^2 + (r_z^1)^2}$$

$$a_x = (x)'' = (r_x)' = (u_x)^1;$$

$$a_y = (y)'' = (r_y)' = (u_y)^1;$$

$$a_z = (z)'' = (r_z)' = (u_z)^1;$$

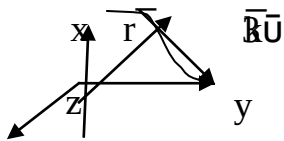
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{(u_x')^2 + (u_y')^2 + (u_z')^2} = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} =$$

$$\sqrt{(r_x'')^2 + (r_y'')^2 + (r_z'')^2}$$

Задача: Точка движется согласно уравнению $\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3\vec{k}$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с.

Решение:

Векторный способ задания движения точки: $\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3\vec{k}$



$$\vec{r} = t^2 \vec{i} + 2t \vec{j} + 3\vec{k}$$

$$u_x = (r_x)' = (3t^2)' = 6t; u_y = (r_y)' = (2t)' = 2 \text{ см/с}^2;$$

$$u_z = (r_z)' = (3)' = 0;$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{(6t)^2 + 2^2 + 0^2} = \sqrt{36t^2 + 4};$$

$$u(t) = \sqrt{36 \cdot 1^2 + 4} = \sqrt{40} = 6,32 \text{ см/с}^2;$$

Ответ: $u(t = 1 \text{ с}) = 6,32 \text{ см/с}^2$.

Решить самостоятельно:

Задача 1. Заданы уравнения движения точки $x = 2t$, $y = t$. Определить время t , когда расстояние от точки до начала координат достигнет 10 м. (4,47)

Задача 2. Даны уравнения движения точки $x = t^2$, $y = \sin \pi t$, $z = \cos \pi t$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с. (3,72)

Задача 3. Точка движется по прямой с постоянным ускорением $a = 0,3 \text{ м/с}^2$. Определить начальную скорость точки, если через 6 с скорость точки стала равной 3 м/с . (1,2)

Задача 4. Скорость точки задана уравнением $v = 0,2 t$. Определить прямолинейную координату точки в момент времени $t = 10 \text{ с}$, если при $t_0 = 0$, $x_0 = 0$. (10)

Вопросы для обсуждения:

1. Координатный способ задания движения точки?
2. Векторный способ задания движения точки?
3. Скорость точки при координатном способе задания движения точки?
4. Скорость точки при векторном способе задания движения точки?
5. Ускорение точки при координатном способе задания движения точки?
6. Ускорение точки при векторном способе задания движения точки?
7. Скорость точки?
8. Ускорение точки?
9. Прямолинейное ускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?
10. Прямолинейное равноускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?
11. Прямолинейное замедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?
12. Прямолинейное равнозамедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?
13. Прямолинейное равномерное движение точки?
14. Криволинейное равномерное движение точки. Основные кинематические характеристики?
15. Криволинейное замедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?

16. Криволинейное равнозамедленное движение точки. Основные кинематические характеристики?
17. Криволинейное ускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?
18. Криволинейное равноускоренное движение точки. Основные кинематические характеристики?

3. Скорость, ускорение точки при естественном способе задания движения точки. Классификация движений точки.

Цель занятия: естественный способ задания движения точки, скорость и ускорение точки, касательное и нормальное ускорение точки, радиус кривизны траектории, классификация движений.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

1). $S=S(t)$ - закон движения при естественном способе задания движения точки.

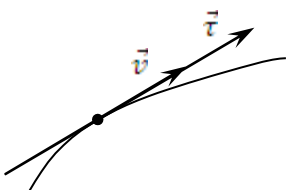
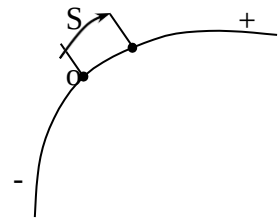
2). «+» и «-» направления движения точки.

3). Точка о - точка начала отсчета.

$$\vec{V} = \frac{ds}{dt}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau; \quad |a| = \sqrt{(a_n)^2 + (a_\tau)^2};$$

Задача 1. Скорость точки задана уравнением $v = 0,2t$. Определить криволинейную координату точки S в момент времени $t=10$ с, если при $t_0=10$ с, $S_0=0$.



$$\begin{aligned}
 v &= \frac{ds}{dt} \rightarrow ds = v dt \\
 &\rightarrow \int_{s_0=0}^S ds \\
 &= 0,2 \int_{t_0=0}^{t=10c} t dt \\
 &\rightarrow S \int_0^S = \frac{0,2t^2}{2} \int_0^{10} \rightarrow S = 0,1t^2 = 0,1 \cdot 10^2 = 10 \text{ м}
 \end{aligned}$$

Ответ: $S=10\text{м}$

Задача 2. Точка движения согласно уравнению $S = 0,6t^2$. Определить полное ускорение точки в момент времени $t=2\text{с}$, если радиус кривизны траектории $\rho = 15\text{м}$.

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = (v)' = (0,6t^2)'' = (1,2t)' = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} > 0(\text{const})$ -точка движется криволинейно равноускоренно. $\vec{v} \uparrow \uparrow \vec{a}_\tau$;

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(s')^2}{\rho} = \frac{((0,6t^2)')^2}{15} = \frac{(1,2t)^2}{15} = \frac{(1,2 \cdot 2)^2}{15} = 0,38 \text{ м/с}^2;$$

$$a = \sqrt{(a_n)^2 + (a_\tau)^2} = \sqrt{(1,2)^2 + (0,38)^2} = \sqrt{15,84} = 1,26 \text{ м/с}^2;$$

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau;$$

Ответ: $a=1.26 \text{ м/с}^2$

Решить самостоятельно:

Задача 1. Точка движется по кривой со скоростью $v=0,5t$; определить ее координату S в момент времени $t=10\text{с}$, если при $t_0=0$ координата $S_0=0(25)$.

Задача 2. Точка движется по окружности согласно уравнению $S = t^3 + 2t^2 + 3t$. Определить криволинейную координату точки в момент времени когда ее касательное ускорение $a_\tau = 16 \text{ м/с}^2$

Задача 3. По окружности радиуса $r=7\text{м}$ движется точка согласно уравнению $S = 0,3t^2$. Определить время, когда нормальное ускорение точки $a_n = 1,5 \text{ м/с}^2$ (5.40)

Вопросы для обсуждения:

1. Естественный способ задания движения точки?

2. Скорость точки при естественном способе задания движения точки?
3. Ускорение точки при естественном способе задания движения точки?
4. Нормальное ускорение точки?
5. Касательное ускорение точки?
6. Криволинейное равномерное движение точки? Основные кинематические характеристики?
7. Криволинейное замедленное движение точки? Основные кинематические характеристики?
8. Криволинейное равнозамедленное движение точки? Основные кинематические характеристики?
9. Криволинейное ускоренное движение точки? Основные кинематические характеристики?

4. Определение траектории, положения точки на траектории, скорости точки, ускорения точки, нормального и касательного ускорения точки, радиуса кривизны траектории.

Цель занятия: Способы задания движения точки, определение траектории, положение точки на траектории, скорости точки, ускорения точки, нормального и касательного ускорения точки, радиуса кривизны траектории.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Для задания движения точки можно применять один из следующих трех способов:

- 1) векторный, 2) координатный, 3) естественный (или траекторный).

2. Координатный способ задания движения точки.

Чтобы знать закон движения точки, т.е. её положение в пространстве в любой момент времени, надо знать значения координат точки для каждого момента времени, т.е. знать зависимости

$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t).$	(53)
---------------------------------------	------

Эти уравнения и есть уравнения движения точки в прямоугольных декартовых координатах. Они определяют закон движения точки при координатном способе задания движения.

Если движение происходит в одной и той же плоскости, то, приняв эту плоскость за плоскость Oxy , получим

$x = f_1(t), y = f_2(t)$	(54)
--------------------------	------

При прямолинейном движении точки, если вдоль ее траектории направить координатную ось Ox , движение будет определяться одним уравнением

$x = f(t)$	(55)
------------	------

Это и есть закон прямолинейного движения.

Вектор скорости точки в данный момент времени равен первой производной от соответствующего перемещения по времени.

Вектор ускорения точки в данный момент времени равен первой производной от вектора скорости или второй производной от соответствующего перемещения точки по времени.

Проекция ускорения точки на касательную равна первой производной от числового значения скорости или второй производной от расстояния по времени, а проекция ускорения на главную нормаль равна квадрату скорости, деленному на радиус кривизны траектории в данной точке кривой.

Задача. Точка В движется в плоскости XOY . Закон движения точки задан уравнениями $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, t – в секундах.

По заданным уравнениям движения точки В найти уравнение траектории точки; для момента времени t (указанного в таблице) найти положение точки на траектории, определить её скорость, ускорение, касательное и нормальное ускорения, радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Необходимые для решения данные приведены в таблице 1.

Таблица 1.

1	$x = 6 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 3$	$y = 12 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
2	$x = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$y = 6 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
3	$x = 2 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$y = -3 \sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
4	$x = 2 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 4 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
5	$x = 2 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 6 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
6	$x = 3 - 3 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 6 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
7	$x = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 2 - 3 \sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
8	$x = 6 \cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 2$	$y = 2 \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
9	$x = 1 - 3 \sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$y = 2 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
10	$x = 6 \cos^2\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 1$	$y = 3 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
11	$x = 2 - 4 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$y = 8 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) + 3$	$t = 1c$
12	$x = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 3$	$y = 1 - 6 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$t = 1c$
13	$x = 3 - 8 \sin^2\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$y = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 2$	$t = 1c$
14	$x = 8 \cos^2\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 1$	$y = 2 - 4 \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$t = 1c$
15	$x = 2 - 6 \sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$y = 1 - 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
16	$x = 6 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 2$	$y = 4 - 6 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
17	$x = 3 - 3 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$y = 9 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 2$	$t = 1c$
18	$x = 6 \cos^2\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 4$	$y = 1 - 3 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
19	$x = 4 - 6 \sin^2\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$y = 3 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 2$	$t = 1c$
20	$x = 3 \cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 2$	$y = 1 - 3 \sin\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
21	$x = 2 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 2$	$y = 2 - 3 \cos^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
22	$x = 6 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 2$	$y = 12 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 3$	$t = 1c$

23	$x = 3 + 3\sin^2\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$y = 1 - 6\cos^2\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
24	$x = 4 - 3\cos\left(\frac{2\pi t}{3}\right)$	$y = 3\sin^2\left(\frac{2\pi t}{3}\right) - 3$	$t = 1c$
25	$x = 4 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 8\sin^2\left(\frac{\pi t}{4}\right) - 3$	$t = 1c$
26	$x = 2 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$	$y = 16\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right) - 2$	$t = 1c$
27	$x = 1 - 4\cos\left(\frac{3\pi t}{2}\right)$	$y = 2\sin\left(\frac{3\pi t}{2}\right)$	$t = 1c$
28	$x = 3 - 6\sin\left(\frac{5\pi t}{8}\right)$	$y = 12\cos\left(\frac{5\pi t}{8}\right) - 2$	$t = 1c$
29	$x = 2 - 4\sin\left(\frac{3\pi t}{8}\right)$	$y = 3 + 8\cos\left(\frac{3\pi t}{8}\right)$	$t = 1c$
30	$x = 3 - 6\cos\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$y = 2 + 8\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$t = 1c$
31	$x = 4\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$y = 4 - 8\sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$t = 1c$
32	$x = 8\cos\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$y = 8 - 8\sin\left(\frac{\pi t}{16}\right)$	$t = 1c$
33	$x = 2 + 4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 4 - 16\cos\left(\frac{\pi t}{8}\right)$	$t = 1c$
34	$x = -2t^2 + 3$	$y = -5t$	$t = \frac{1}{2}c$
35	$x = 4\cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 2$	$y = 4\sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
36	$x = -\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) + 3$	$y = \sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) - 1$	$t = 1c$
37	$x = 4t + 4$	$y = \frac{-4}{(t+1)}$	$t = 2c$
38	$x = 2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = 3\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 4$	$t = 1c$
39	$x = 3t^2 + 2$	$y = -4t$	$t = \frac{1}{2}c$
40	$x = 3t^2 - t + 1$	$y = 5t^2 - \frac{5}{3}t - 2$	$t = 1c$
41	$x = 7\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) + 3$	$y = 2 - 7\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$t = 1c$
42	$x = \frac{-3}{(t+2)}$	$y = 3t + 6$	$t = 2c$
43	$x = -4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = -2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3$	$t = 1c$
44	$x = -4t^2 + 1$	$y = -3t$	$t = \frac{1}{2}c$

45	$x = 5\sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$y = -5\cos^2\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 3$	$t = 1c$
46	$x = 5\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$	$y = -5\sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$	$t = 1c$
47	$x = -2t - 2$	$y = \frac{-2}{(t+1)}$	$t = 2c$
48	$x = 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$y = -3\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
49	$x = 3t$	$y = 4t^2 + 1$	$t = \frac{1}{2}c$
50	$x = 7\sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 5$	$y = -7\cos^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$	$t = 1c$
51	$x = 1 + 3\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right)$	$y = 3\sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) + 3$	$t = 1c$
52	$x = -5t^2 - 4$	$y = 3t$	$t = 1c$
53	$x = 2 - 3t - 6t^2$	$y = 3 - \frac{3}{2}t - 3t^2$	$t = 0c$
54	$x = 6\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) - 2$	$y = 6\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) + 3$	$t = 1c$
55	$x = 7t^2 - 3$	$y = 5t$	$t = \frac{1}{2}c$
56	$x = 3 - 3t^2 + t$	$y = 4 - 5t^2 + \frac{5t}{3}$	$t = 1c$
57	$x = -4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 1$	$y = -4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$	$t = 1c$
58	$x = -6t$	$y = -2t^2 - 4$	$t = 1c$
59	$x = 8\cos^2\left(\frac{\pi t}{6}\right) + 2$	$y = -8\sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right) - 7$	$t = 1c$
60	$x = -3 - 9\sin\left(\frac{\pi t^2}{6}\right)$	$y = -9\cos\left(\frac{\pi t^2}{6}\right) + 5$	$t = 1c$
61	$x = -4t^2 + 1$	$y = -3t$	$t = 1c$
62	$x = 5t^2 + \frac{5t}{3} - 3$	$y = 3t^2 + t + 3$	$t = 1c$
63	$x = 2\cos\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) - 2$	$y = -2\sin\left(\frac{\pi t^2}{3}\right) + 3$	$t = 1c$

Указания: Задача относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул касательного и нормального ускорения точки. В некоторых вариантах задачи при определении траектории или при последующих расчётах (для их упрощения) следует учесть известные из тригонометрии формулы:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1; \sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Задача: Исходные данные : $x = 4 \cos(\pi t/3)$; $y = -3 \sin(\pi t/3)$; $c=1$ (x и y – в см, t – в с.)

Решение: 1. Уравнения движения точки $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ можно рассматривать как параметрические уравнения траектории точки. Чтобы получить уравнение траектории движения точки нужно исключить время t из заданных уравнений движения:

$$x/4 = \cos(\pi t/3); \quad (x^2)/16 = \cos^2(\pi t/3);$$

$$y/3 = -\sin(\pi t/3); \quad y^2/9 = \sin^2(\pi t/3);$$

Сложив эти уравнения (почленно левые и правые части уравнений) получим:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 - \text{уравнение эллипса.}$$

Координаты центра эллипса $x_c = 0$, $y_c = 0$. Радиус большой оси эллипса $R_x = 4$ см, радиус малой оси эллипса $r_y = 3$ см. В масштабе 1:1 на миллиметровке (рис. 94) строим эллипс. Чтобы определить, весь эллипс или какая - то его часть является траекторией движения точки, удовлетворяющей заданным уравнениям движения точки, определим пограничные условия:

$$\cos(\pi t/3) = 1 \Rightarrow x_{\max} = 4; \cos(\pi t/3) = -1 \Rightarrow x_{\min} = -4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$$

$$\sin(\pi t/3) = 1 \Rightarrow y_{\min} = -3; \sin(\pi t/3) = -1 \Rightarrow y_{\max} = 3 \Rightarrow -3 \leq y \leq 3$$

Определяем положение точки B в момент времени t :

При $t = 1$ с.

$$x = 4 \cos(\pi/3) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \text{ см.}$$

$$y = -3 \sin(\pi/3) = 3 \cdot \sqrt{3}/2 = -2,60 \text{ см.}$$

$$\text{Момент начала движения } t_0 = 0$$

$$X_0 = 4 \cdot \cos 0 = 4 \cdot 1 = 4 \text{ см.}$$

$$Y_0 = -3 \sin 0 = -3 \cdot 0 = 0 \text{ см.}$$

Итак, эллипс, изображенный на рис. 94 является траекторией движения точки, удовлетворяющей заданным параметрическим уравнениям движения.

2. Скорость точки B_1 находим по её проекциям на координатные оси:

$$V_x = dx/dt = (4 \cos(\pi t/3))' = 4 \cdot (-\sin(\pi t/3)) \cdot \pi/3 = -(4\pi)/3 \cdot \sin(\pi t/3);$$

$$V_x(t) = -((4 \cdot 3,14)/3) \cdot \sqrt{3}/2 = -3,63 \text{ см/с};$$

$$V_y = dy/dt = (-3 \sin(\pi t/3))' = -(3 \cdot \cos(\pi t/3)) \cdot \pi/3 = -\pi \cos(\pi t/3);$$

$$V_y(t) = -3,14 \cdot (1/2) = -1,57 \text{ см/с}$$

По найденным проекциям определяем модуль скорости точки В:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{-((4\pi)/3) \cdot \sin(\pi t/3))^2 + (-\pi \cdot \cos(\pi t/3))^2}$$

$$V_{(t)} = \sqrt{(-3,63)^2 + (-1,57)^2} = 3,96 \text{ см/с}$$

По найденным проекциям V_x и V_y строим вектор скорости точки В₁ - $\overline{V_{(t)}}$ на рис. 94. в масштабе 1:1.

3. Ускорение точки В₁ находим аналогично:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = (- (4\pi)/3 \cdot \sin(\pi t/3))' = (- (4\pi)/3) \cdot \pi/3 \cdot \cos(\pi t/3) = \frac{-4\pi^2}{9} \cdot \cos(\frac{\pi t}{3});$$

$$a_{x(t)} = \frac{-4 \cdot 3,14^2}{9} \cdot \frac{1}{2} = -2,19 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt} = (-\pi \cos(\pi t/3))' = -\pi \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \sin(\frac{\pi t}{3}) = \frac{\pi^2}{3} \sin(\frac{\pi t}{3});$$

$$a_{y(t)} = \frac{3,14^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,85 \text{ см/с}^2;$$

По найденным проекциям $a_{x(t)}$ и $a_{y(t)}$ определяем модуль ускорения точки В₁:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-\frac{4\pi^2}{9} \cdot \cos(\frac{\pi t}{3}))^2 + (\frac{\pi^2}{3} \cdot \sin(\frac{\pi t}{3}))^2};$$

$$a_{(t)} = \sqrt{a_{x(t)}^2 + a_{y(t)}^2} = \sqrt{(-2,19)^2 + (2,85)^2} = 3,59 \text{ см/с}^2;$$

По найденным проекциям $a_{x(t)}$ и $a_{y(t)}$ на рис. 94 в масштабе 1:1 строим вектор ускорения точки В₁ - $\overline{a_{(t)}}$.

4. Тангенциальное ускорение точки В₁ находим согласно основного определения:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = (\sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2})' = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y}{V};$$

$$a_{\tau(t)} = \frac{-3,63 \cdot (-2,19) + (-1,57) \cdot 2,85}{3,96} = 0,88 \text{ см/с}^2$$

$a_{\tau(t)} = 0,88 \text{ см/с}^2 > 0 \Rightarrow$ движение точки B_1 криволинейное ускоренное
 $\Rightarrow \overline{V_{(t)}} \uparrow \uparrow \overline{a_{\tau(t)}}$ (рис. 94)

5. Нормальное ускорение точки B_1 находим:

$$|a| = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_{\tau}^2} \Rightarrow$$

$$a_{n(t)} = \sqrt{(3,59)^2 - (0,88)^2} = 3,48 \text{ см/с}^2$$

Вектор $\overline{a_{n(t)}} \perp \overline{a_{\tau(t)}}$ к центру кривизны (рис. 94)

6. Радиус кривизны траектории в точке B_1 , находим из условия:

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{V^2}{a_n} \Rightarrow \rho = \frac{(3,96)^2}{3,48} = 4,51 \text{ см}$$

Результаты расчётов основных кинематических параметров движения точки B_1 для заданного момента времени $t = 1 \text{ с}$ приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Координаты, см.		Скорость, см/с			Ускорение, см/с ²					Радиус кривизны
x	y	V_x	V_y	V	a_x	a_y	a	a_{τ}	a_n	ρ
2,0	-2,60	-3,63	-1,57	3,96	-2,19	2,85	3,59	0,88	3,48	4,51

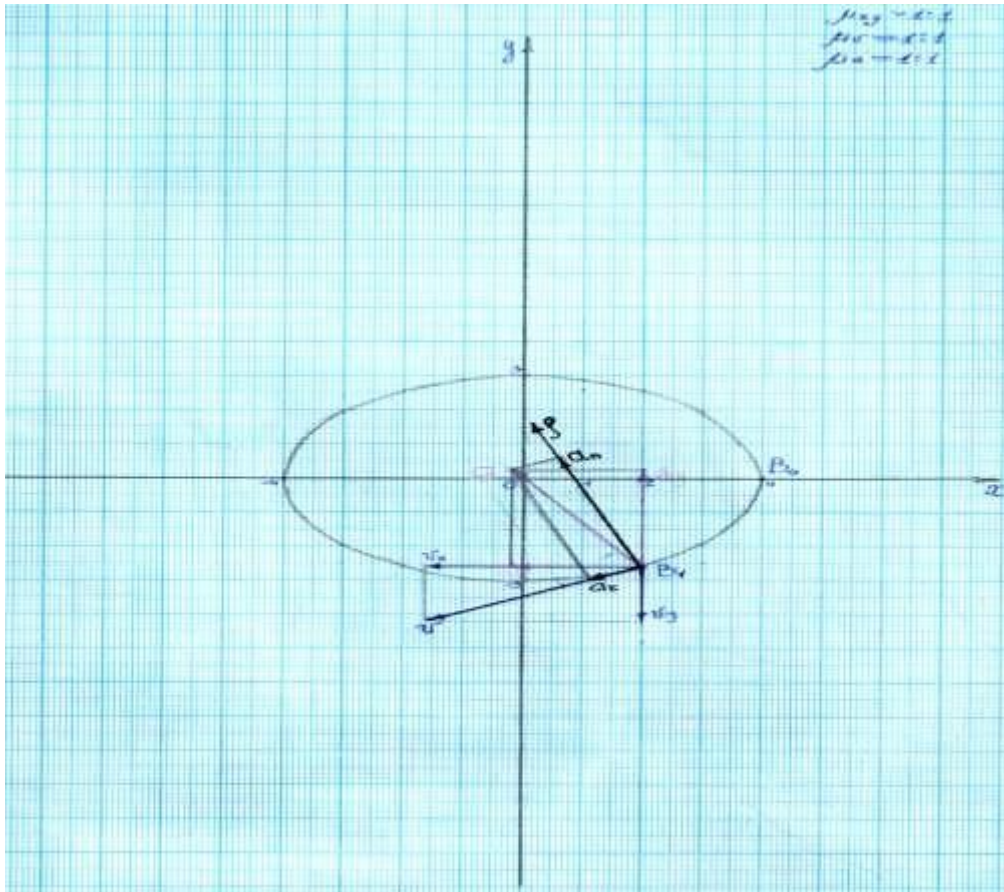


Рисунок 94

Вопросы для обсуждения:

1. В чём состоит векторный способ задания движения точки?
2. Как задаётся движение точки координатным способом?
3. Как по уравнениям движения точки в координатной форме определить траекторию движения точки?
4. В чём заключается естественный способ задания движения точки?
5. Что такое годограф переменного вектора?
6. Что называется траекторией движения точки?
7. Классификация траекторий?
8. Какие оси называют естественными осями координат при описании движения точки?
9. Что называется скоростью точки?
10. Какая зависимость существует между радиус-вектором движущейся точки и вектором скорости этой точки?
11. Как определить проекцию вектора скорости на одну из

координатных осей при векторном способе задания движения?

12. Как определяется модуль и направление скорости при векторном способе задания движения?

13. Как связаны проекция вектора скорости на одну из координатных осей и соответствующая координата движущейся точки?

14. Как определяется модуль и направление скорости при координатном способе задания движения точки?

15. Как связаны между собой векторный и координатный способы определения скорости точки?

16. Как определяется скорость при естественном способе задания движения точки?

17. Что вы понимаете под алгебраической скоростью?

18. В каком направлении происходит движение точки, если алгебраическая скорость: а) положительна? б) отрицательна?

19. Дайте определение ускорения точки?

20. Как определяется ускорение при векторном способе задания движения точки?

21. Как определяется модуль и направление ускорения при координатном способе задания движения точки?

22. Что такое естественная система координат? Нарисуйте эту систему координат и назовите оси естественной системы координат?

23. Как определяется ускорение точки при задании её движения естественным способом? Какая формула при этом используется?

24. Что такое кривизна и радиус кривизны траектории точки?

25. Назовите проекции ускорения точки на естественные оси координат? По каким формулам они вычисляются?

26. Напишите формулу для определения модуля полного ускорения точки при естественном способе задания движения точки?

27. Что характеризует касательное ускорение, нормальное ускорение? При каком движении отсутствует: касательное ускорение? нормальное?

28. Как определить, в каком случае движение точки будет ускоренным, замедленным?
29. Вывести формулу для вычисления ускорения, если движение точки задано уравнениями движения в координатной форме?
30. Как направлено нормальное ускорение по отношению к траектории? В каких точках траектории изменяется направление нормального ускорения?
31. Сделайте классификацию движений точки по скоростям и ускорениям ее движения?

5. Кинематика твёрдого тела. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях.

Цель занятия: поступательное движение твердого тела, вращательное движение твердого тела, скорость и ускорение точек твердого тела при вращательном движении, классификация поступательного движения твердого тела, классификация вращательного движения твердого тела.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

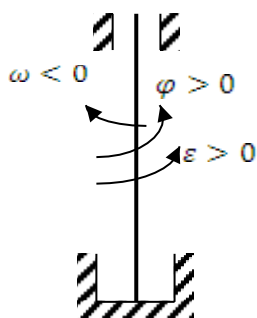
Краткий теоретический обзор:



Поступательное движение твердого тела – любая прямая тела остается параллельной своему первоначальному положению. Траектория тела

– прямая. Ускорение любой точки тела при поступательном движении $\bar{a} = \bar{a}_\tau$;

$$a = a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho \rightarrow \infty} = 0;$$



$\varphi = \varphi(t)$ - закон вращательного движения твердого тела.

$$\omega = (\varphi)' \text{ [рад/с]}; \quad \varepsilon = (\omega)' = \varphi'' \text{ (рад/с}^2\text{)}$$

$$v = \omega r; \quad a_n = \omega^2 r; \quad a_\tau = \varepsilon r; \quad \bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau;$$

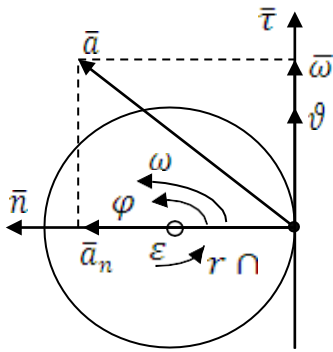
$$a = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$$

Задача 1.

Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = t^2$ (рад).

Определить скорость и ускорение точки тела на расстоянии $r=0,5$ м от оси вращения в момент времени $t=1$ с.

Решение:



$$\vartheta = \omega r;$$

$$\omega = (\varphi)' = (t^2)' = 2t;$$

$$\vartheta(t = 1\text{с}) = 2tr = 2 \cdot 1 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с};$$

$$\vec{\vartheta} \perp r \text{ в сторону } \omega$$

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = \varepsilon r;$$

$$\varepsilon = (\omega)' = (2t)' = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} > 0(\text{const}) \Rightarrow \omega \uparrow \uparrow \varepsilon -$$

вращение тела равноускоренное

$$a_\tau = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с}^2; \vec{a}_\tau \perp r \text{ в сторону } \varepsilon.$$

$$a_n = \omega^2 r = (2t)^2 r = 4 \cdot 1^2 \cdot 0,5 = 2 \text{ м/с}^2;$$

$\vec{a}_n$ вдоль r от точки к центру кривизны

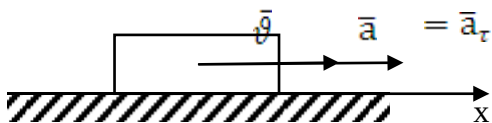
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau; a = \sqrt{(a_n)^2 + (a_\tau)^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5} = 2,24 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$\text{Ответ: } \vartheta = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}; a = 2,24 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2. Тело движется поступательно согласно уравнению $x=0,4t^2$.

Определить скорость и ускорение тела при

$t=2\text{с}$.



$$\vartheta = (x)' = (0,4t^2)' = 0,8t$$

$$\vartheta(t = 2\text{с}) = 0,8 \cdot 2 = 1,6 \text{ м/с}$$

$$\vec{\vartheta} \parallel x; a_n = \frac{\vartheta^2}{\rho \rightarrow \infty} = 0; a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = (x)'' = (0,8t)' = 0,8 \text{ м/с}^2 > 0 \Rightarrow$$

тело движется поступательно равноускоренно $\vec{\vartheta} \uparrow \uparrow \vec{a}_\tau = \vec{a}$.

$$a_\tau = a = 0,8 \text{ м/с}^2;$$

$$\text{Ответ: } \vartheta = 1,6 \text{ м/с}; a = 0,8 \text{ м/с}^2.$$

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тело движется поступательно с ускорением $a=0,2t$. Определить момент времени t , когда скорость тела будет равна 2 м/с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$. (4,47)

Задача 2. Тело движется поступательно по прямой ОХ с ускорением $a_x = 0,7t$. Определить закон поступательного движения тела $x=x(t)$ и координату x точки тела в момент времени $t=5$ с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$ и координата $x_0 = 0$. (14,6)

Задача 3. Тело вращается согласно уравнению $\omega = 2 - 8t^2$. Определить время t остановки тела. (0,5)

Задача 4. Тело вращается по закону $\varphi = 5 + 3t^2$; определить скорость и ускорение точки тела в момент времени $t=1$ с, если радиус вращения $r = 10$ см. (60 см/с; 60 см/с²)

Вопросы для обсуждения:

1. Поступательное движение твердого тела? Основные кинематические характеристики? Классификация поступательных движений твердого тела?
2. Вращательное движение твердого тела? Основные кинематические характеристики? Классификация вращательных движений твердого тела?
3. Скорость и ускорение точек тела при поступательном движении?
4. Скорость и ускорение точек тела при вращательном движении?

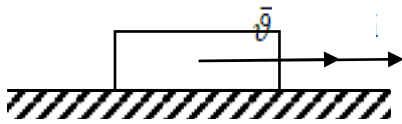
6. Кинематика твёрдого тела. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при вращательном движениях.

Цель занятия: поступательное движение твердого тела, вращательное движение твердого тела, скорость и ускорение точек твердого тела при вращательном движении, классификация поступательного движения твердого тела, классификация вращательного движения твердого тела.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

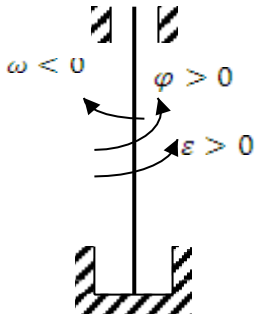
Краткий теоретический обзор:



Поступательное движение твердого тела – любая прямая тела остается параллельной своему первоначальному положению. Траектория тела

– прямая. Ускорение любой точки тела при поступательном движении $\bar{a} = \bar{a}_\tau$;

$$a = a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}; a_n = \frac{\vartheta^2}{\rho \rightarrow \infty} = 0;$$



$\varphi = \varphi(t)$ - закон вращательного движения твердого тела.

$$\omega = (\varphi)' \text{ [рад/с]}; \varepsilon = (\omega)' = \varphi'' \text{ (рад/с}^2\text{)}$$

$$\vartheta = \omega r; a_n = \omega^2 r; a_\tau = \varepsilon r; \bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau;$$

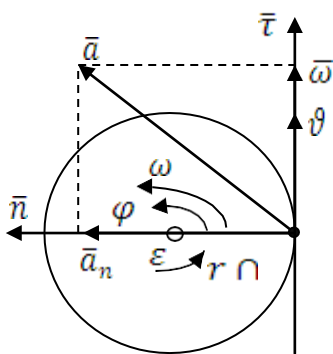
$$a = r\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}.$$

Задача 1.

Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = t^2$ (рад).

Определить скорость и ускорение точки тела на расстоянии $r=0,5$ м от оси вращения в момент времени $t=1$ с.

Решение:



$$\vartheta = \omega r;$$

$$\omega = (\varphi)' = (t^2)' = 2t;$$

$$\vartheta(t=1\text{с}) = 2tr = 2 \cdot 1 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с};$$

$$\bar{v} \perp r \text{ в сторону } \omega$$

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} = \varepsilon r;$$

$$\varepsilon = (\omega)' = (2t)' = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} > 0(\text{const}) \Rightarrow \omega \uparrow \uparrow \varepsilon -$$

вращение тела равноускоренное

$$a_\tau = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ м/с}^2; \bar{a}_\tau \perp r \text{ в сторону } \varepsilon.$$

$$a_n = \omega^2 r = (2t)^2 r = 4 \cdot 1^2 \cdot 0,5 = 2 \text{ м/с}^2;$$

$\bar{a}_n$ вдоль r от точки к центру кривизны

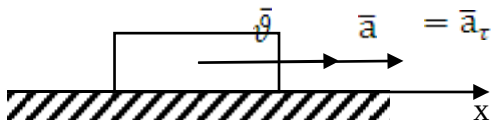
$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau; a = \sqrt{(a_n)^2 + (a_\tau)^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{5} = 2,24 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

Ответ: $v = 1 \frac{м}{с}$; $a = 2,83 \text{ м/с}^2$.

Задача 2. Тело движется поступательно согласно уравнению $x=0,4t^2$.

Определить скорость и ускорение тела при

$t=2\text{с}$.



$$v = (x)' = (0,4t^2)' = 0,8t$$

$$v(t = 2\text{с}) = 0,8 \cdot 2 = 1,6 \text{ м/с}$$

$$\bar{v} \parallel x; a_n = \frac{v^2}{\rho \rightarrow \infty} = 0; a_\tau = \frac{dv}{dt} = (x)'' = (0,8t)' = 0,8 \text{ м/с}^2 > 0 \Rightarrow$$

тело движется поступательно равноускоренно $\bar{v} \uparrow \bar{a}_\tau = \bar{a}$.

$$a_\tau = a = 0,8 \text{ м/с}^2;$$

Ответ: $v = 1,6 \text{ м/с}$; $a = 0,8 \text{ м/с}^2$.

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тело движется поступательно с ускорением $a=0,2t$. Определить момент времени t , когда скорость тела будет равна 2 м/с , если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$. (4,47)

Задача 2. Тело движется поступательно по прямой ОХ с ускорением $a_x = 0,7t$. Определить закон поступательного движения тела $x=x(t)$ и координату x точки тела в момент времени $t=5\text{с}$, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$ и координата $x_0 = 0$. (14,6)

Задача 3. Тело вращается согласно уравнению $\omega = 2 - 8t^2$. Определить время t остановки тела. (0,5)

Задача 4. Тело вращается по закону $\varphi = 5 + 3t^2$; определить скорость и ускорение точки тела в момент времени $t=1 \text{ с}$, если радиус вращения $r = 10 \text{ см}$. (60 см/с; 60 см/с²)

Вопросы для обсуждения:

5. Поступательное движение твердого тела? Основные кинематические характеристики? Классификация поступательных движений твердого тела?

6. Вращательное движение твердого тела? Основные кинематические характеристики? Классификация вращательных движений твердого тела?

7. Скорость и ускорение точек тела при поступательном движении?

8. Скорость и ускорение точек тела при вращательном движении?

7. Кинематика механизмов.

Передаточные механизмы. Передаточное число. Типы передаточных механизмов.

Цель занятия: передаточные механизмы, преобразование поступательного и вращательного движения твердого тела в механизмах.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

Передаточные механизмы - это такие механизмы, в которых передается движение от ведущего звена к ведомому. Основная характеристика передаточного механизма - передаточное число.

$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}$, где ω_1 и ω_2 - угловая скорость ведущего и ведомого валов;

r_1 и r_2 - радиусы ведомого и ведущего валов;

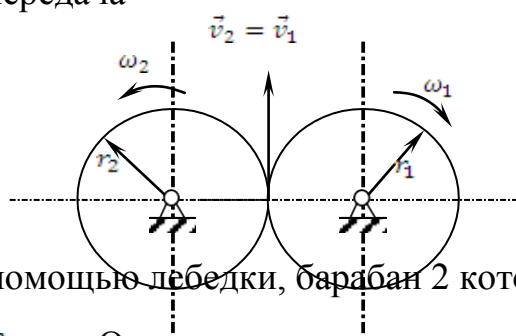
z_1 и z_2 - число зубьев ведомого и ведущего зубчатых колес.

Например: внешняя зубчатая передача

$$v = \omega r$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2; \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



Задача: Груз 1 поднимается с помощью лебедки, барабан 2 которой вращается согласно закону $\varphi = 5 + t^2$ [рад]. Определить скорость точки М барабана в момент времени $t=1$ с, если диаметр барабана $d=0,6$ м.

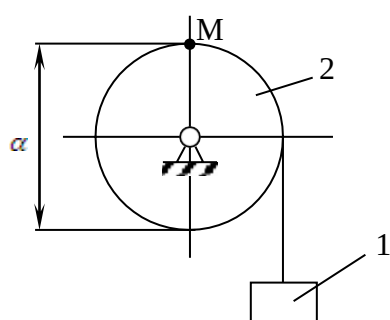


Рисунок 96

Решение:

В Лебедке груз 1 связан с барабаном 2 гибкой связью (трос, нить).

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = v_M = \omega_2 r = \omega_2 \cdot \frac{d}{2};$$

$\omega_2 = (\varphi)' = (5 + t^2)' = 2t$ - угловая скорость барабана 2.

$$\omega_1(t = 1\text{с}) = 2 \cdot 1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ м};$$

$$v_M = 2 \cdot 0,3 = 0,6 \text{ м/с}$$

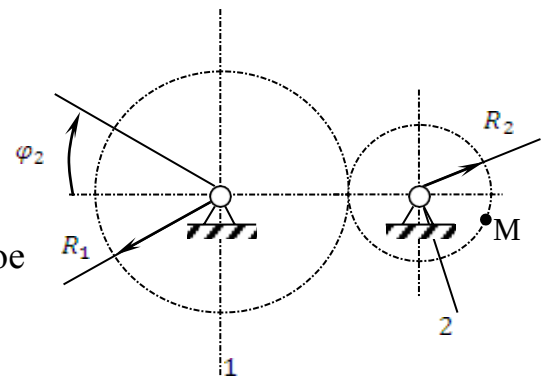
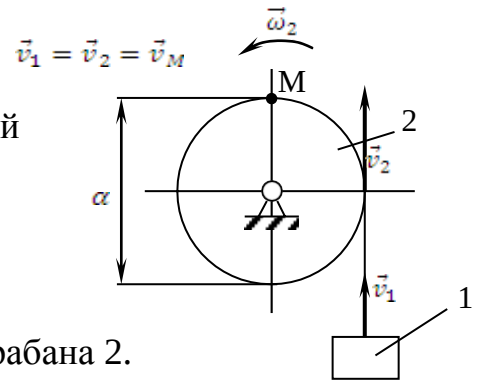
Ответ: $v_M = 0,6 \text{ м/с}$

Решить самостоятельно:

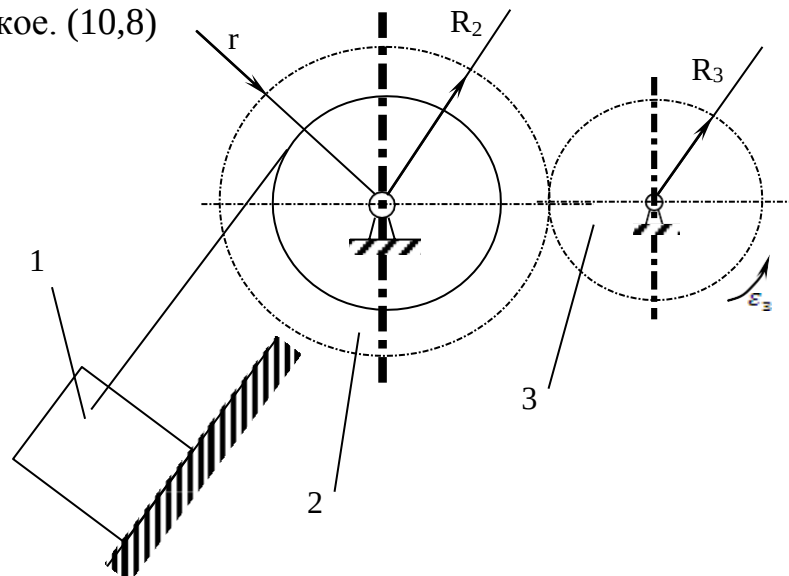
Задача 1.

Колесо 1 вращается согласно закону $\varphi_1 = 20t$.

Определить скорость точки М колеса 2, если радиусы колес $R_1=0,8\text{м}$, $R_2=0,5\text{м}$ и передаточное число механизма i -? (16; 0,625)

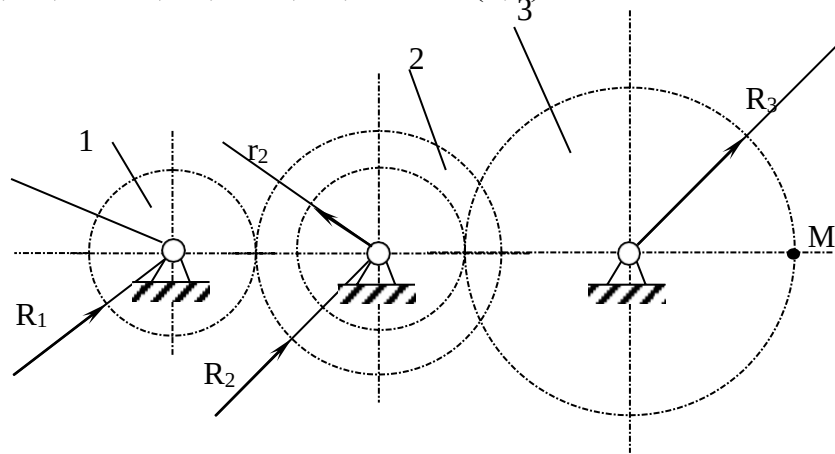


Задача 2. Зубчатое колесо 3 вращается равнопеременно с угловым ускорением $\epsilon_3=8\text{рад/с}^2$. Определить путь, пройденный грузом 1 за промежуток времени $t=3\text{с}$, если радиусы $R_1=0,8\text{м}$, $R_2=0,6\text{м}$, $r=0,4\text{м}$. Груз 1 в начале движения находился в покое. (10,8)

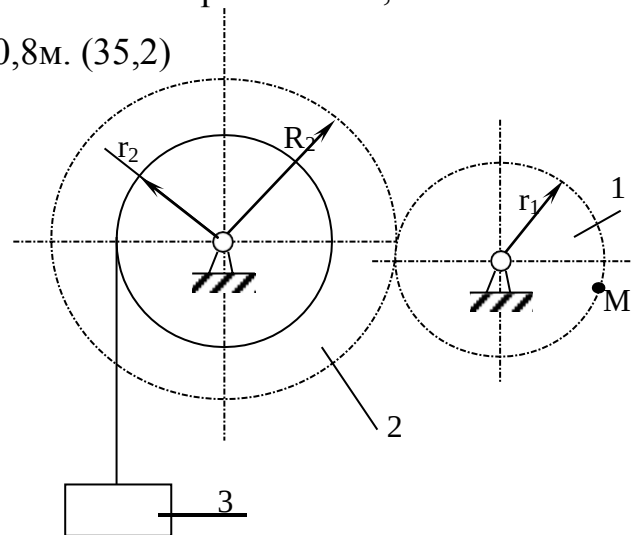


Задача 3. Зубчатое колесо 1 вращается согласно закону $\varphi_1 = 4t^2$.

Определить скорость точки М колеса 3 в момент времени $t=2$ с, если радиусы $R_1=0,4$ м, $R_2=0,8$ м, $r_2=0,4$ м, $R_3=1$ м. (3,2)



Задача 4. Груз 3 движется вниз согласно закону $S=0,4t_2+8t-1$ (м). Определить скорость точки М колеса 1 в момент времени $t=1$ с, если радиусы колес равны $R_2=1,6$ м, $r_2=0,4$ м, $r_1=0,8$ м. (35,2)



Вопросы для обсуждения:

1. Передаточные механизмы - внешнее зубчатое зацепление, внутреннее зубчатое зацепление(фрикционная передача), гибкие связи, механизм с кратным зацеплением, механизм с паразитными колесами?

2. Передаточное число?

3. Скорость тела при поступательном движении?

4. Скорость точки тела при вращательном движении?

5. Поступательное движение твердого тела? Основные кинематические характеристики?

6. Вращательные движения твердого тела? Основные кинематические характеристики?

8. Кинематика механизмов.

Кинематический анализ передаточных механизмов.

Цель занятия: Поступательное движение твёрдого тела – траектория, скорость, ускорение точек тела. Вращательное движение твёрдого тела – траектория, скорость, ускорение точек тела.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Поступательным называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная в этом теле, перемещается, оставаясь параллельной своему начальному направлению. Скорости и ускорения всех точек тела абсолютно равны.

Скорость точки вращающегося твердого тела равно произведению угловой скорости тела на расстояние её до оси вращения.

Полное ускорение точки M при вращательном движении будет

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = h \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (1)$$

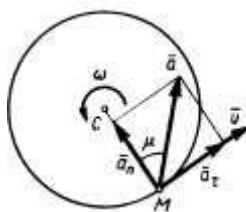


Рисунок 97

Задача:

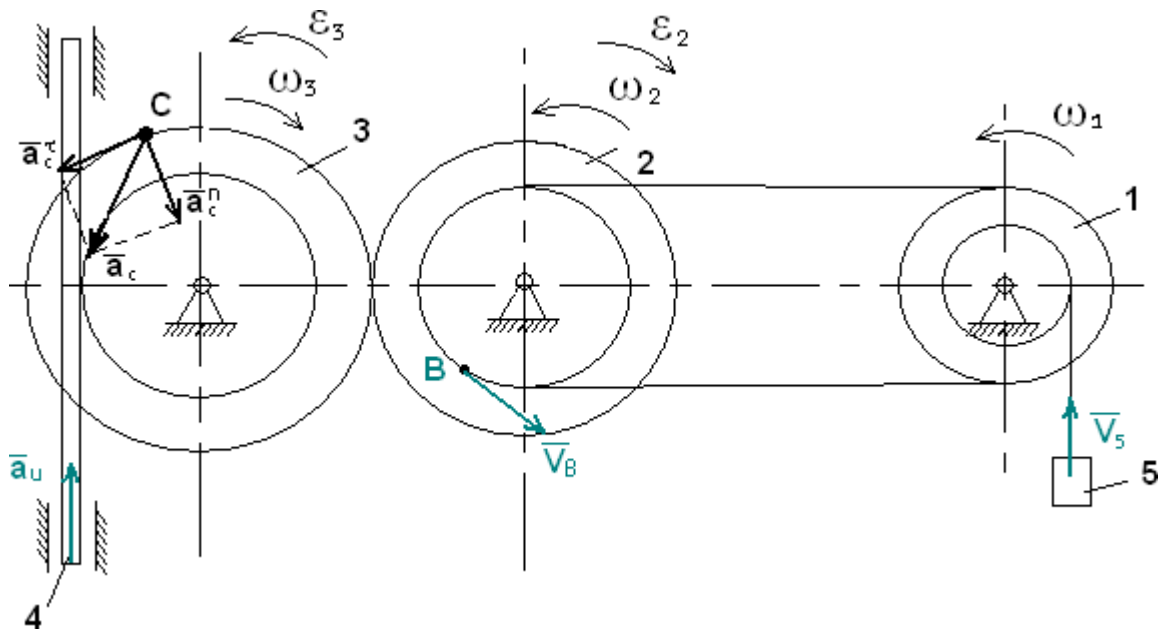


Рисунок 98

Дано: $\omega_1 = 5t - 2t^2$; $t_1 = 2$ с; $\tau_1 = 2$ см; $R_1 = 4$ см; $\tau_2 = 6$ см; $R_2 = 8$ см; $\tau_3 = 12$ см;

$R_3 = 16$ см;

Определить: U_5 ; U_B ; ε_2 ; α_c ; α_4 ;

Решение:

Обозначим скорости точек, лежащих на внешних ободах колес (радиуса R_j) – через U_j , а точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса τ_j) – через u_i .

Рейка 4, ступенчатые колеса 3 радиусами R_3 и τ_3 и колесо 2 с радиусами R_2 и τ_2 находятся в зацеплении; колесо 2 связано с колесом 1 ременной передачей. На вал 1 намотана нить с грузом 5 $\Rightarrow U_5 = u_1 = \omega_1 \tau_1 = (5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 2 = 4$ см/с;

Так как колеса 2 и 1 связаны ременной передачей, $\Rightarrow U_1 = u_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 \tau_2$; $U_B = \omega_2 R_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 = \omega_B = (5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 4 = 8$ см/с;

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 \tau_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1 R_1}{\tau_2} = \frac{(5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 4}{6} \cdot \frac{2 \cdot 4}{6} = 1,33 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega R}{\tau_2} \right) = \frac{R \cdot (5t - 2t^2)'}{\tau_2} = \frac{R_1 \cdot (5 - 4t)}{\tau_2} \text{ - угловое ускорение колеса}$$

$$2 \varepsilon_2 \text{ в момент времени } t_1 = 2c \quad \varepsilon_{2(t_1)} = \frac{4 \cdot (5 - 4 \cdot 2)}{6} = -2c^2$$

ε_2 и ω_2 разного направления $\Rightarrow$ вращения колеса 2 замедленное

Так как колеса 2 и 3 находятся в зацеплении $\Rightarrow \omega_2 R_2 = \omega_3 R_3$; $U_2 = U_3 \Rightarrow \omega_3$

$$= \frac{\omega_2 R_2}{R_3} = \frac{1,33 \cdot 8}{16} = 0,67 \frac{\text{рад}}{c};$$

ε_3 - угловое ускорение колеса 3;

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d(\omega_2 R_2)}{dt(R_3)} = \frac{\omega_1 R_1 \cdot R_2}{\tau_2 \cdot R_3} = \frac{4 \cdot 8 \cdot (5 - 4t)}{6 \cdot 16} = \frac{4 \cdot 8 \cdot (5 - 4 \cdot 2)}{6 \cdot 4} = -4 \frac{\text{рад}}{c^2};$$

ε_3 и ω_3 разного направления $\Rightarrow$ вращение колеса 3 – замедленное.

$$\alpha_c^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 0,67^2 \cdot 16 = 0,45 \cdot 16 = 7,18 \text{ см/с}^2;$$

$$\alpha_c^\tau = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 4 \cdot 16 = 64 \text{ см/с}^2;$$

$$(\alpha_c) = \sqrt{\alpha_c^{h2} + \alpha_c^{\tau2}} = \sqrt{7,18^2 + 64^2} = \sqrt{51,59 + 4096} = 64,4 \text{ см/с}^2;$$

Так как колесо 3 и рейка 4 находятся в зацеплении, то $v_3 = v_4 \Rightarrow \omega_3 R_3 = v_4$;

$$\alpha_4 = \frac{dv_4}{dt} = \frac{d(\omega_3 R_3)}{dt} = \left(\frac{\omega_2 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_3} \right) = R_2 \frac{d\omega_2}{dt} = R_2 \cdot \varepsilon_2 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ см/с}^2;$$

$$\text{Ответ: } v_5 = 4 \text{ см/с; } v_B = 8 \text{ см/с; } \varepsilon_2 = -2 \text{ с}^{-2}; \alpha_c = 64,4 \text{ см/с}^2; \alpha_4 = 16 \text{ см/с}^2;$$

Задача (к вариантам 1 – 30):

Движение груза 1 должно описываться уравнением

$$X = C_2 t^2 + C_1 t + C_0,$$

где t – время; C_2, C_1, C_0 - некоторые постоянные.

В начальный момент времени ($t = 0$) координата груза должна быть x_0 , а его скорость – V_0 .

Кроме того, необходимо, чтобы координата груза в момент времени $t = t_2$ была равна x_2 .

Определить коэффициенты C_2, C_1, C_0 , при которых осуществляется требуемое движение груза 1. Определить также в момент времени $t = t_1$ скорость и ускорение груза 1 и точки М одного из колёс механизма.

Схемы механизмов показаны на рис. 99 – 102, а необходимые данные приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Номер Варианта (рис. 99- 102)	Радиусы, см				Координаты и скорости груза 1			Расчётные моменты времени, с	
	R ₂	r ₂	R ₃	r ₃	X ₀ ,см	V ₀ ,см/с	X ₂ ,см	t ₂	t ₁
1	60	45	36	–	2	12	173	3	2
2	80	–	60	45	5	10	41	2	1
3	100	60	75	–	8	6	40	4	2
4	58	45	60	–	4	4	172	4	3
5	80	–	45	30	3	15	102	3	2
6	100	60	30	–	7	16	215	4	2
7	45	35	105	–	8	5	124	4	3
8	35	10	10	–	6	2	111	3	2
9	40	30	15	–	10	7	48	2	1
10	15	–	40	35	5	3	129	4	3
11	40	25	20	–	9	8	65	2	1
12	20	15	10	–	5	10	179	3	2
13	30	20	40	–	7	0	557	5	2
14	15	10	15	–	6	3	80	2	1
15	15	10	15	–	5	2	189	4	2
16	20	15	15	–	4	6	220	4	3
17	15	10	20	–	8	4	44	2	1
18	20	15	10	–	3	12	211	4	1
19	15	10	20	–	5	10	505	5	3
20	25	15	10	–	10	8	277	3	1
21	20	10	30	10	6	5	356	5	2
22	40	20	35	–	7	6	103	2	1
23	40	30	30	15	5	9	194	3	2
24	30	15	40	20	9	8	105	4	2
25	50	20	60	–	8	4	119	3	2
26	32	16	32	16	6	14	862	4	2
27	40	18	40	18	5	10	193	2	1
28	40	20	40	15	8	5	347	3	2
29	25	20	50	25	4	6	32	2	1
30	30	15	20	–	10	7	128	2	1

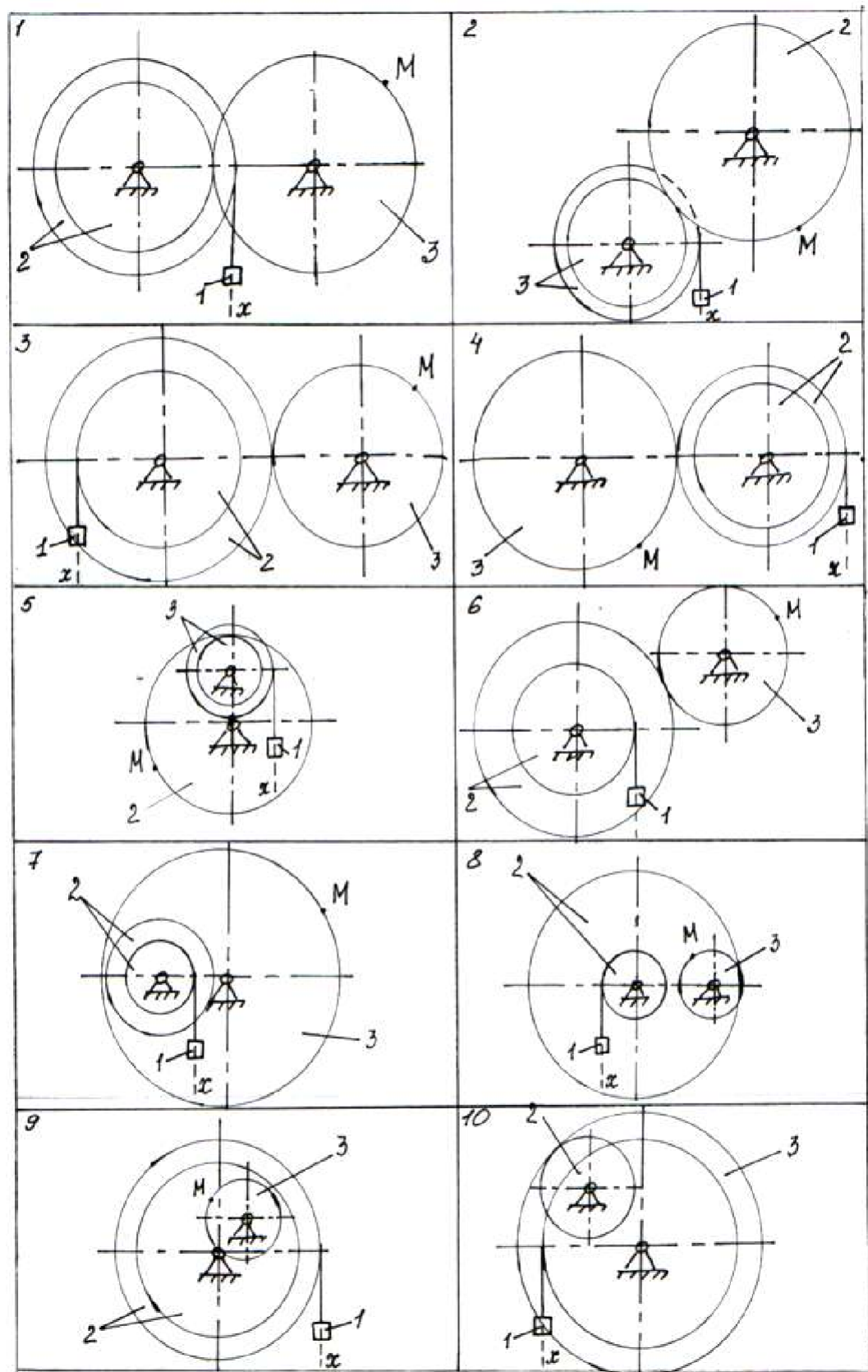


Рисунок 99

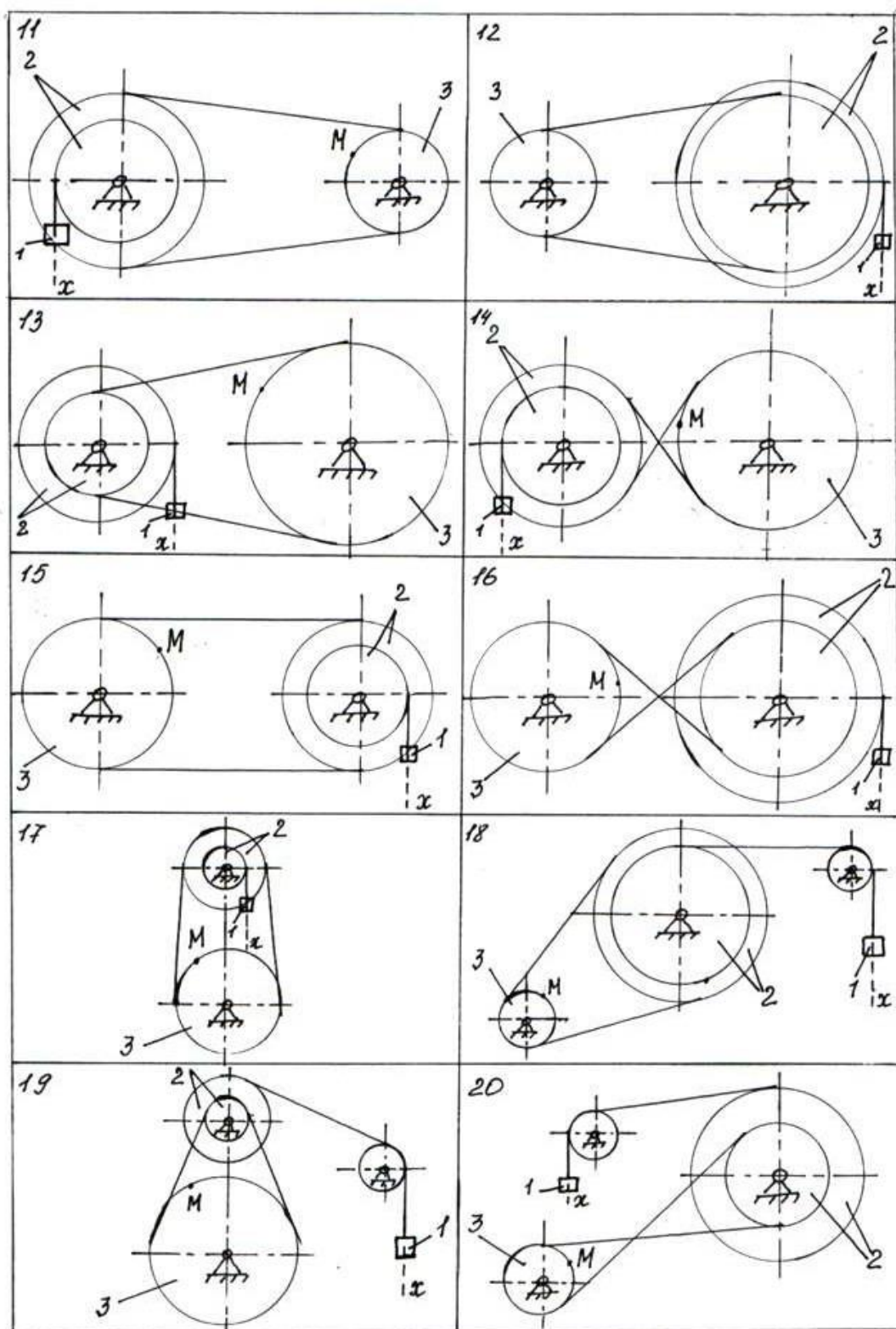


Рисунок 100

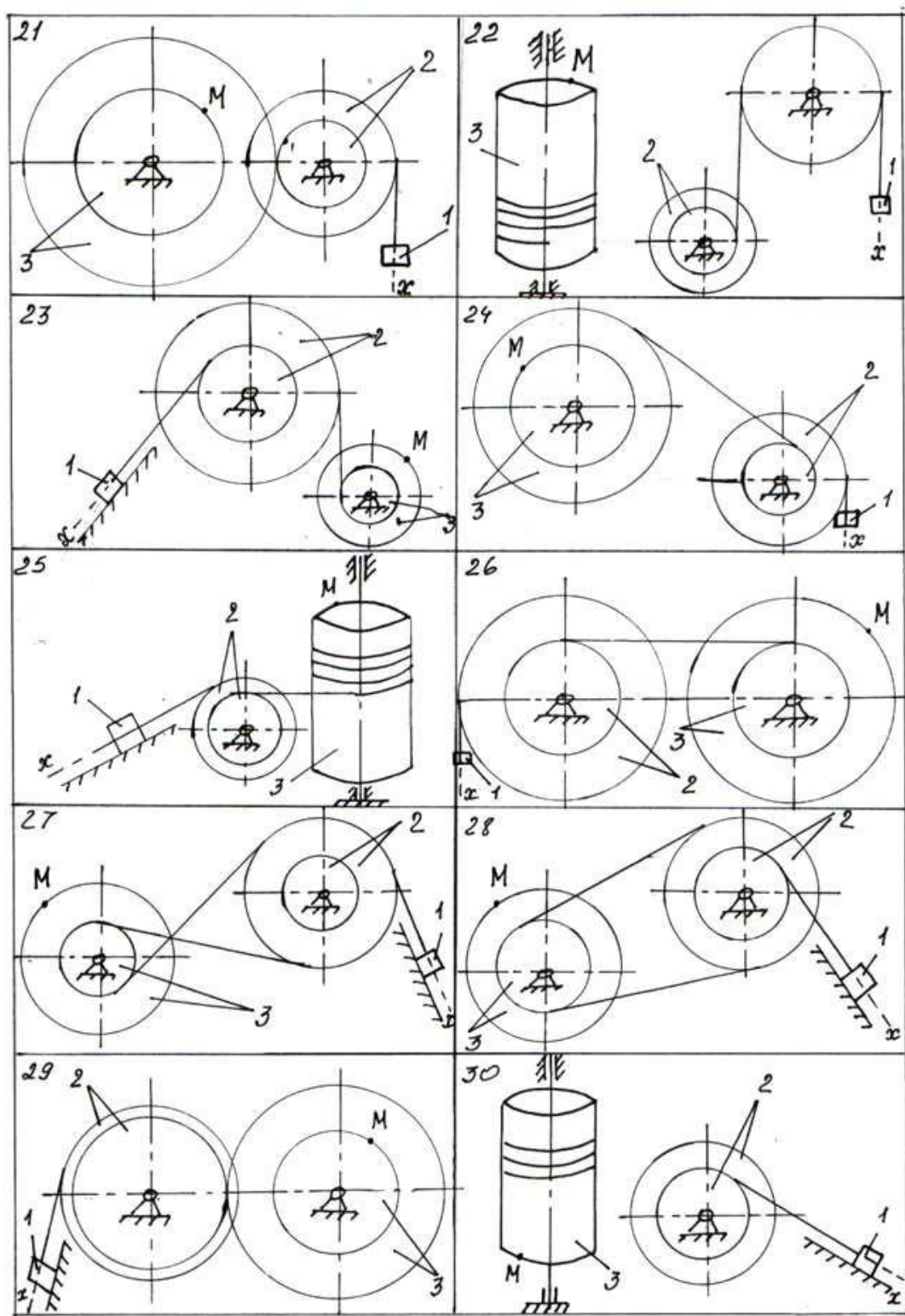


Рисунок 36

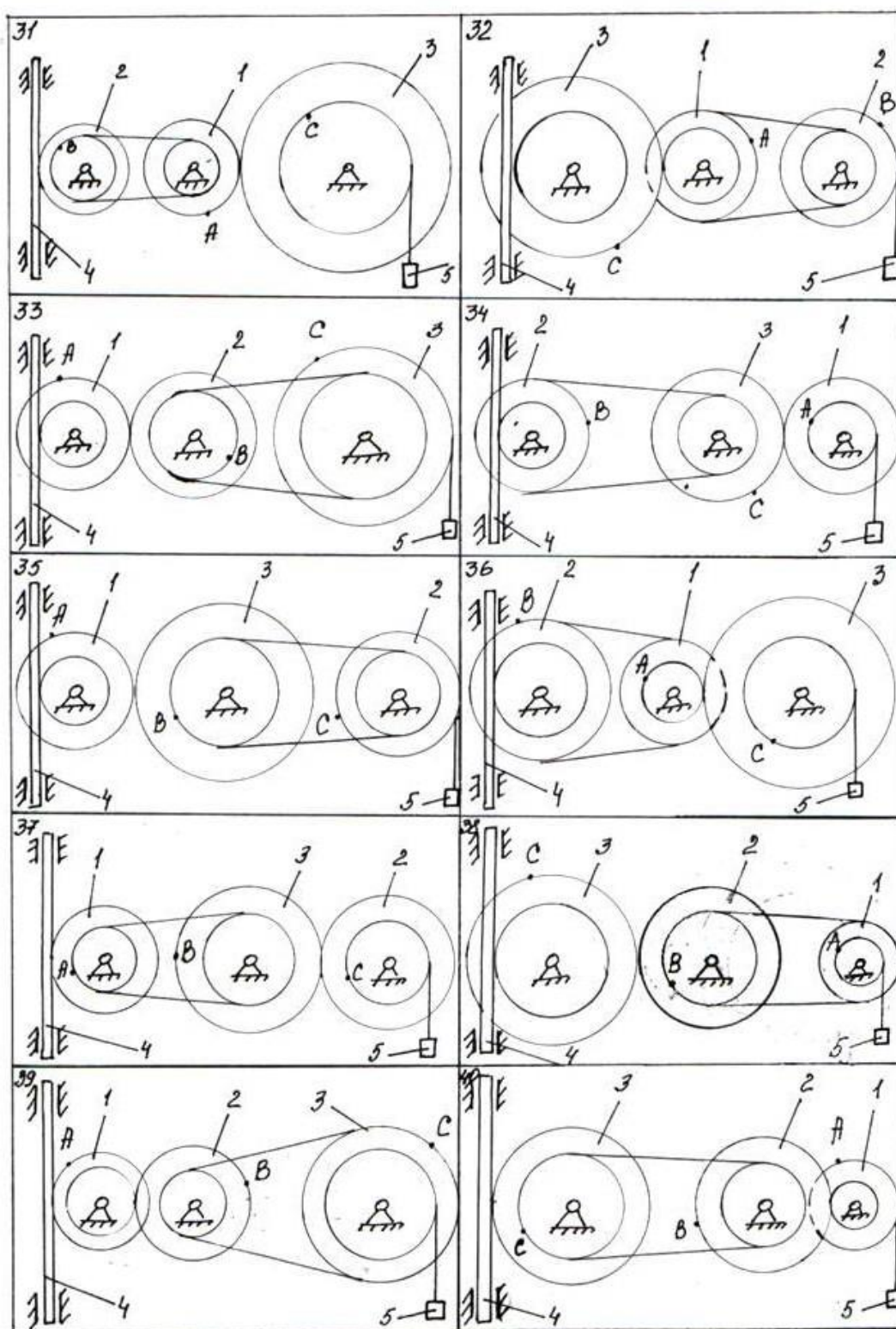


Рисунок 37

Вопросы для обсуждения:

1. Определение поступательного движения тела? Примеры поступательного движения тела?
2. Теорему о траекториях, скоростях и ускорениях точек тела, совершающих поступательное движение?
3. Сколько степеней свободы имеет тело, совершающее поступательное движение?
4. Определение вращательного движения тела? Примеры?
5. Сколько степеней свободы имеет тело, вращающееся вокруг неподвижной оси? Закон или уравнение вращательного движения тела вокруг неподвижной оси?
6. Определение угловой скорости и углового ускорения?
7. Как вычисляются угловая скорость и угловое ускорение?
8. Каким образом вводится понятие о векторах угловой скорости и углового ускорения? Можно ли сказать, что они являются скользящими векторами?
9. Классификацию вращений по угловому ускорению тела?
10. Вывод формулы для вычисления линейной (окружной) скорости точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
11. Составляющие ускорения точек тела, совершающего вращение вокруг неподвижной оси? По каким формулам они вычисляются?
12. Формулу для вычисления полного ускорения точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
13. Как можно представить скорость, касательное и нормальное ускорение в виде векторных произведений? Соответствующие выражения?

9. Кинематика плоской фигуры.

Плоскопараллельное (плоское) движение твёрдого тела.

Мгновенный центр скоростей. Определение скоростей точек плоской фигуры с P_v .

Цель занятия: плоскопараллельное движение твердого тела, мгновенный центр скоростей, определение скоростей точек плоской фигуры.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Плоскопараллельным (плоским) называется движение твердого тела, при котором траектории всех его точек лежат в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорость точки равна произведению угловой скорости на величину мгновенного радиуса вращения – расстояния от точки до мгновенного центра скоростей.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Если фигура движется непоступательно, то такая точка в каждый момент времени t существует и притом единственная. Пусть в момент времени t точки A и B плоскости фигуры имеют скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$, непараллельные друг другу (рис. 104). Тогда точка P , лежащая на пересечении перпендикуляров Aa к вектору $\vec{V}_A$ и Bb к вектору $\vec{V}_B$, и будет мгновенным центром скоростей, так как $\vec{V}_P = 0$.

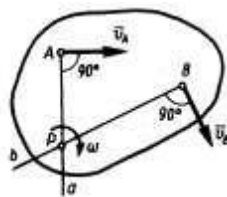


Рисунок 104

В самом деле, если $\bar{V}_P \neq 0$, то по теореме о проекциях скоростей вектор $\bar{V}_P$ должен быть одновременно перпендикулярен и AP (так как $\bar{V}_A \perp AP$), и BP (так как $\bar{V}_B \perp BP$), что невозможно. Из этой же теоремы видно, что никакая другая точка фигуры в этот момент времени не может иметь скорость, равную нулю.

Если теперь в момент времени t взять точку P за полюс. То скорость точки A будет

$$\bar{V}_A = \bar{V}_P + \bar{V}_{AP} = \bar{V}_{AP},$$

так как $\bar{V}_P = 0$. Такой же результат получается для любой другой точки фигуры. Тогда, *скорости точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра скоростей*. При этом

$$V_A = \omega \cdot AP \quad (\bar{V}_A \perp AP); V_B = \omega \cdot BP \quad ($$

(56)

$$\bar{V}_B \perp BP)$$

и так для любой точки фигуры.

Из этого следует еще, что $\frac{V_A}{AP} = \omega$ и $\frac{V_B}{BP} = \omega$, тогда

$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}, \quad (57)$$

т.е. что *скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстоянию от мгновенного центра скоростей*.

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

1. Для определения мгновенного центра скоростей надо знать только направления скоростей, например, $\bar{V}_A$ и $\bar{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры.

2. Для определения скорости любой точки плоской фигуры надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки A фигуры и направление скорости другой её точки B .

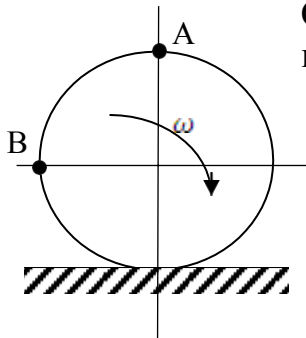
3. Угловая скорость ω плоской фигуры равна в каждой момент времени отношению скорости какой-нибудь точки фигуры к её расстоянию от мгновенного центра скоростей P : $\omega = \frac{V_B}{BP}$.

(58)

Найдем, еще другое выражение для ω из равенств $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$ и $(\vec{V}_{BA} \perp \vec{BA})$ следует, что $V_{BA} = |\vec{V}_B - \vec{V}_A|$ и $V_{BA} = \omega \cdot AB$, откуда

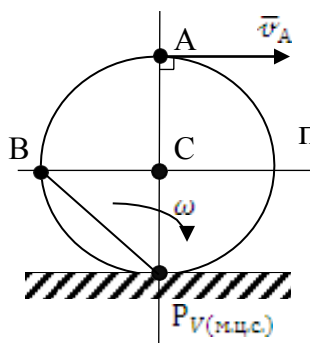
$$\omega = \frac{|\vec{V}_B - \vec{V}_A|}{AB} = \frac{|\vec{V}_B + (-\vec{V}_A)|}{AB} \quad (59)$$

Задача:



Определить скорость точки В диска. Если точка А диска имеет скорость 2 м/с.

Решение:



Диск катится по горизонтальной опорной плоскости, совершает плоское движение – центр С диска движется поступательно, диск вращается вокруг мгновенного центра скоростей $P_{V(m.c)}$

$$c_A = \omega \cdot AP_V = \omega 2r; \quad 2 = \omega 2r \Rightarrow \omega = \frac{2}{2r} = \frac{1}{r} (c^{-1}); \quad c_B = \omega \cdot BP_V;$$

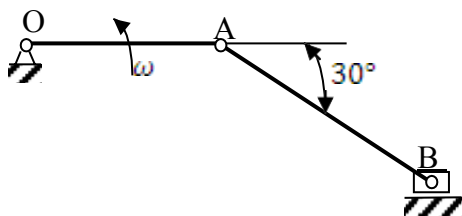
$$BP_V \text{ из } \triangle CBP_V \cdot BP_V = \sqrt{(BC)^2 + (CP_V)^2} = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2} \text{ м};$$

$$c_B = \frac{1}{r} \cdot r\sqrt{2} = \sqrt{2} = 1,14 \text{ м/с}$$

Ответ: $c_B = 1,14 \text{ м/с}$

Решить самостоятельно:

Задача 1.



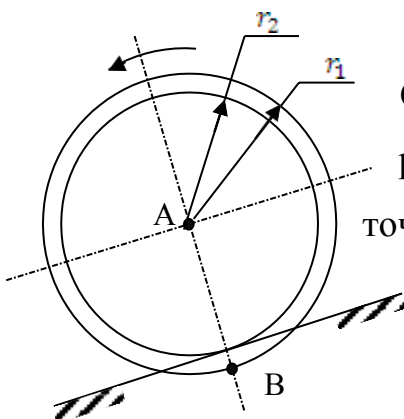
Определить угловую скорость шатуна АВ

кривошипно-ползунного механизма в указанном

положении, если точка А имеет скорость $c_A = \text{м/с}$,

а длина шатуна $AB=3 \text{ м}$. (1,15)

Задача 2.

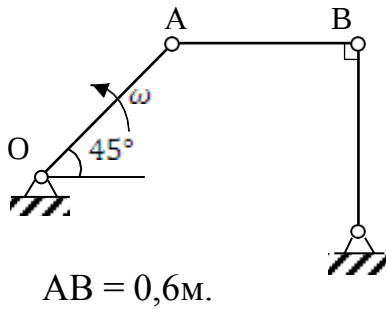


Скорость центра А ступенчатого колеса $c_A = 2 \text{ м/с}$,

радиусы $r_1 = \text{, м}$, $r_2 = \text{, м}$ Определить скорость

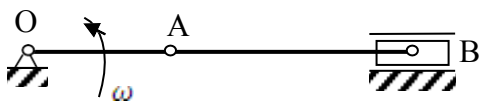
точки В. (0,4)

Задача 3.



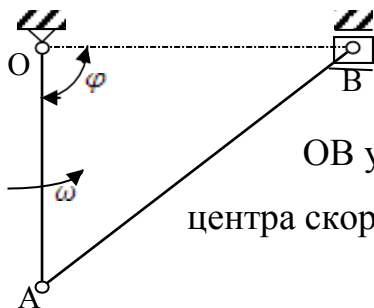
Для изображенного положения механизма определить расстояние от точки А до мгновенного центра скоростей стержня АВ, если кривошип ОА вращается с угловой скоростью $\omega = 1$ /с, а длина АВ = 0,6 м. (0,849)

Задача 4.



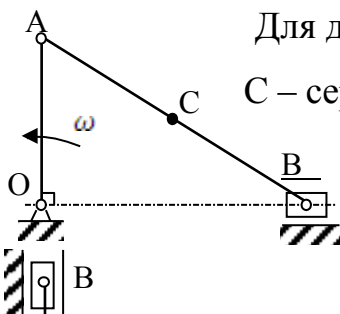
Кривошип ОА вращается с постоянной угловой скоростью ω . Определить расстояние от точки А до мгновенного центра скоростей шатуна АВ, если длина кривошипа ОА = 80 мм, а длина шатуна АВ = 160 мм. (0,16)

Задача 5.



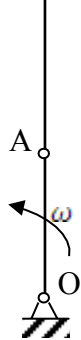
Кривошип ОА механизма, вращаясь равномерно, образует в данный момент времени с направлением ОВ угол φ . Определить расстояние от мгновенного центра скоростей и шатуна АВ до ползуна В. (∞)

Задача 6.



Для данного положения механизма определить скорость точки С – середины шатуна АВ, если угловая скорость $\omega = 1$ /с; длины звеньев ОА=0,3 м; АВ=0,5 м. (0,3)

Задача 7.



Кривошип ОА длиной 0,5 м и шатун АВ длиной 1,57 м в данный момент времени находятся на одной прямой. Определить угловую

скорость шатуна, если кривошип вращается с угловой скоростью $\omega = 12$.
(120)

Вопросы для обсуждения:

1. Определение плоскопараллельного движения твёрдого тела?
2. Определение понятия мгновенного центра скоростей – P_v ? Частные случаи?
3. Определение скорости любой точки тела, движущегося плоскопараллельно, с использованием мгновенного центра скоростей – P_v ?
4. Определение понятия мгновенного радиуса вращения?
5. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела?

10 . Кинематика плоской фигуры.

Определение скоростей точек плоской фигуры

Цель занятия: плоскопараллельное движение твердого тела, мгновенный центр скоростей, определение скоростей точек плоской фигуры.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

Плоскопараллельным (плоским) называется движение твердого тела, при котором траектории всех его точек лежат в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорость точки равна произведению угловой скорости на величину мгновенного радиуса вращения – расстояния от точки до мгновенного центра скоростей.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Если фигура движется не поступательно, то такая точка в каждый момент времени t существует и притом единственная. Пусть в момент времени t точки

A и B плоскости фигуры имеют скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$, непараллельные друг другу (рис. 104). Тогда точка P , лежащая на пересечении перпендикуляров Aa к вектору $\vec{V}_A$ и Bb к вектору $\vec{V}_B$, и будет мгновенным центром скоростей, так как $\vec{V}_P = 0$.

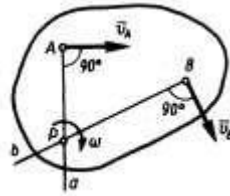


Рисунок 105

В самом деле, если $\vec{V}_P \neq 0$, то по теореме о проекциях скоростей вектор $\vec{V}_P$ должен быть одновременно перпендикулярен и AP (так как $\vec{V}_A \perp AP$), и BP (так как $\vec{V}_B \perp BP$), что невозможно. Из этой же теоремы видно, что никакая другая точка фигуры в этот момент времени не может иметь скорость, равную нулю.

Если теперь в момент времени t взять точку P за полюс. То скорость точки A будет

$$\vec{V}_A = \vec{V}_P + \vec{V}_{AP} = \vec{V}_{AP},$$

так как $\vec{V}_P = 0$. Такой же результат получается для любой другой точки фигуры. Тогда, скорости точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра скоростей. При этом

$$V_A = \omega \cdot AP \quad (\vec{V}_A \perp AP); V_B = \omega \cdot BP \quad ($$
(60)

$$\vec{V}_B \perp BP)$$

и так для любой точки фигуры.

Из этого следует еще, что $\frac{V_A}{AP} = \omega$ и $\frac{V_B}{BP} = \omega$, тогда

$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}, \quad (61)$$

т.е. что скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстоянию от мгновенного центра скоростей.

Полученные результаты приводят к следующим выводам:

1. Для определения мгновенного центра скоростей надо знать только направления скоростей, например, $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры.

2. Для определения скорости любой точки плоской фигуры надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки A фигуры и направление скорости другой её точки B .

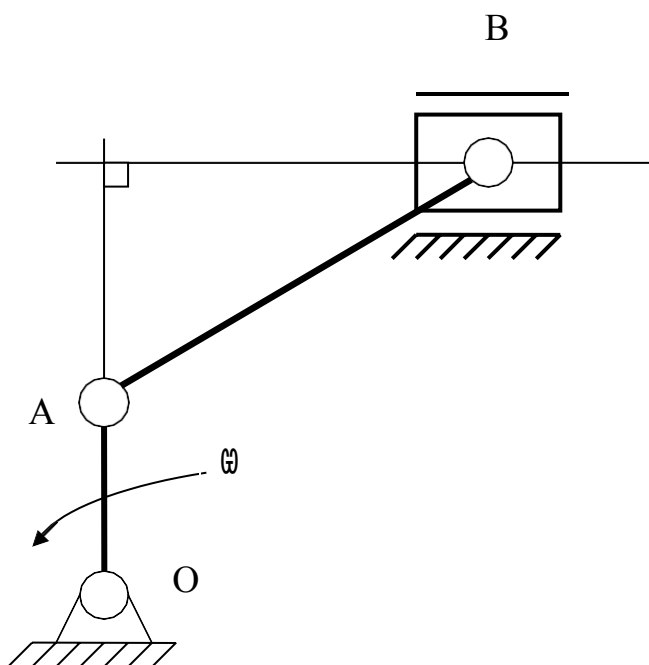
3. Угловая скорость ω плоской фигуры равна в каждой момент времени отношению скорости какой-нибудь точки фигуры к её расстоянию от мгновенного центра скоростей P : $\omega = \frac{V_B}{BP}$. (62)

Найдем, еще другое выражение для ω из равенств $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$ и $(\vec{V}_{BA} \perp \vec{BA})$ следует, что $V_{BA} = |\vec{V}_B - \vec{V}_A|$ и $V_{BA} = \omega \cdot AB$, откуда

$$\omega = \frac{|\vec{V}_B - \vec{V}_A|}{AB} = \frac{|\vec{V}_B + (-\vec{V}_A)|}{AB} \quad (63)$$

Решить самостоятельно:

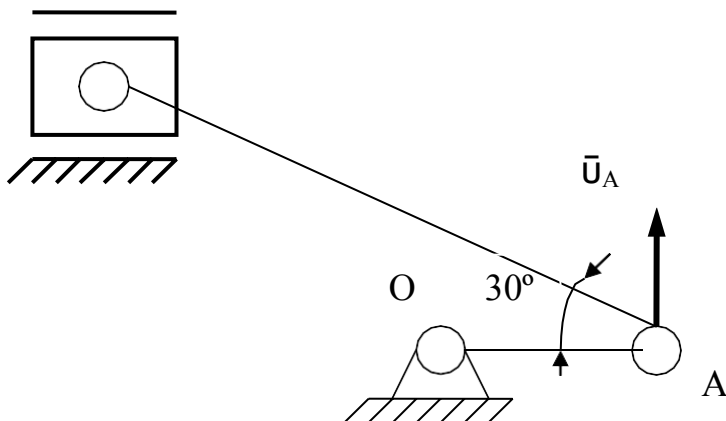
Задача 1.



Определить угловую скорость кривошипа OA в указанном положении, если скорость ползуна $v_B = 2 \text{ м/с}$, а длина кривошипа $OA = 0,1 \text{ м}$. (20)

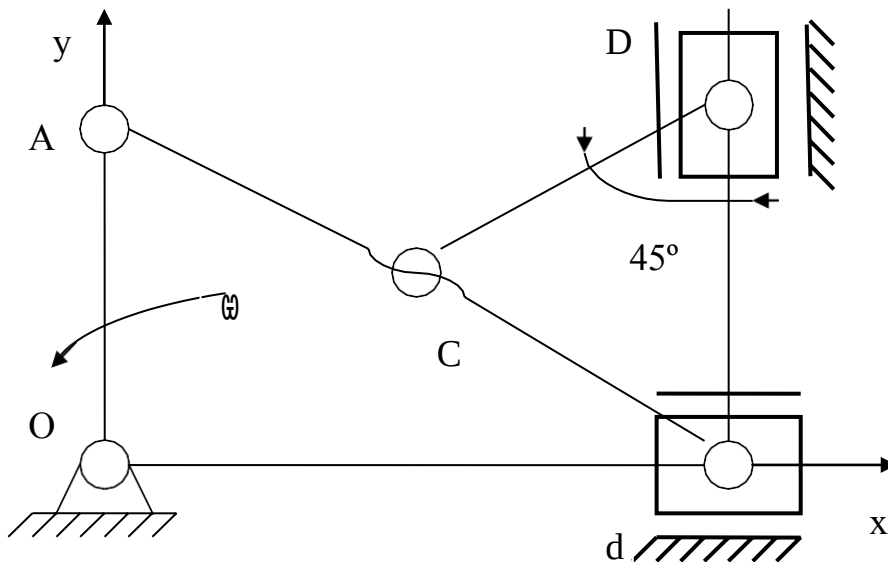
Задача 2.

В



Определить угловую скорость шатуна АВ кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если точка А имеет скорость $v_A = 3 \text{ м/с}$, а длина шатуна $AB = 1 \text{ м}$. (3,46)

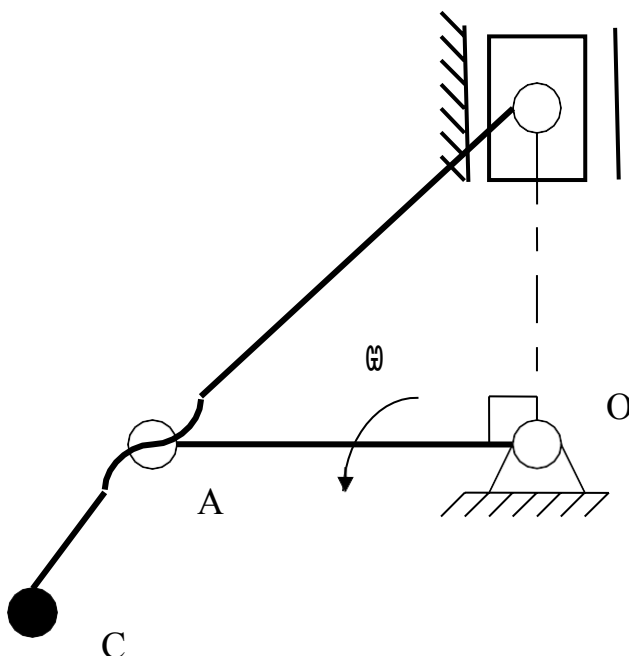
Задача 3.



Для данного положения механизма определить расстояние от точки D до мгновенного центра скоростей звена CD, длина которого $CD = 0,6 \text{ м}$. (0,424)

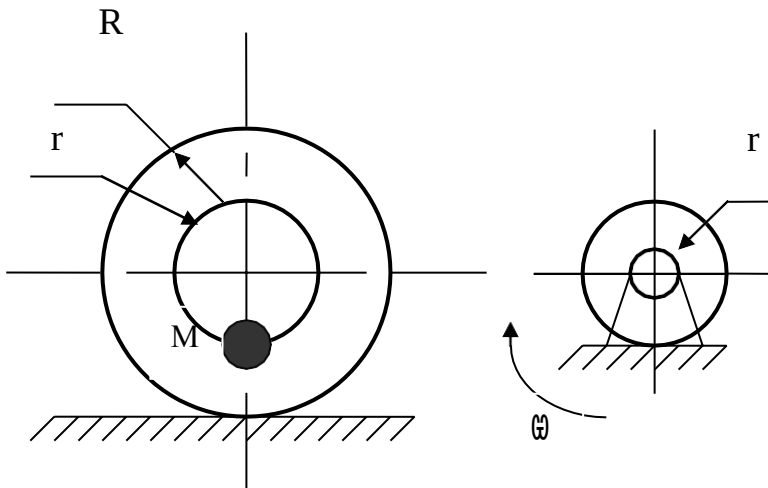
Задача 4.

В



Определить угловую скорость кривошипа ОА в указанном положении, если скорость точки С шатуна $v_C = 4 \text{ м/с}$, длина кривошипа $OA = 0,2 \text{ м}$. (20)

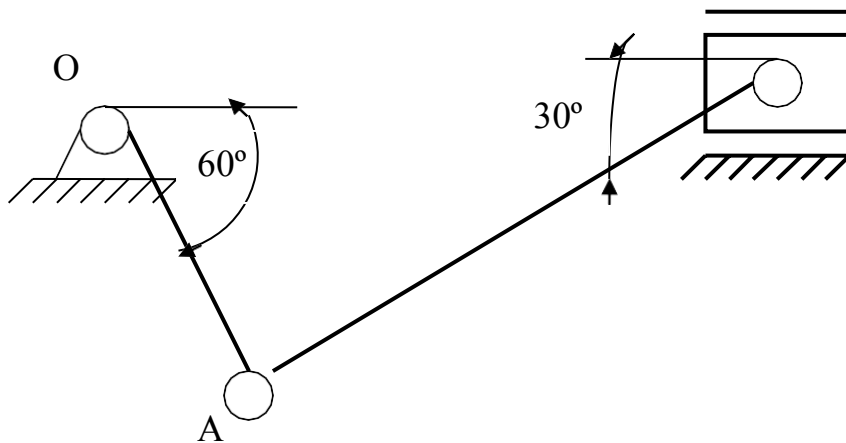
Задача 5.



Угловая скорость
барабана $\omega = 1 \text{ рад/с}$.

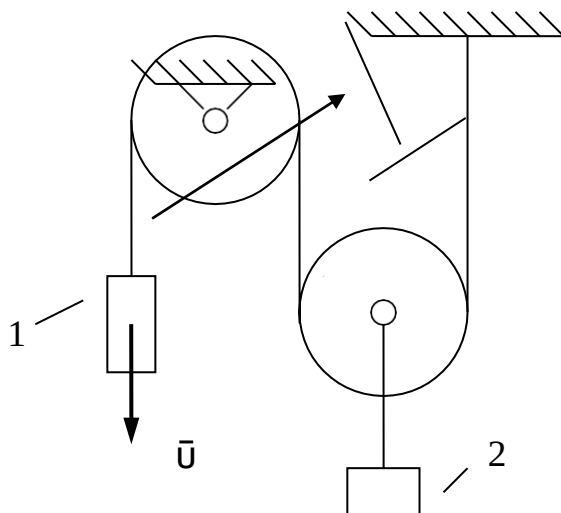
Определить скорость
точки М ступенчатого
катка, катящегося без
скольжения, если
радиусы $r = 0,1 \text{ м}$, $R = 0,3 \text{ м}$. (0,05)

Задача 6.



Определить угловую
скорость шатуна АВ
кривошипно-ползунного
механизма в указанном
положении, если точка А
имеет скорость $v_A = 3 \text{ м/с}$.
Длина шатуна АВ = 1 м.
(1,73)

Задача 7.



Скорость груза 1 $v_1 = 0,5 \text{ м/с}$. Определить
скорость груза 2. (0,25)

Вопросы для обсуждения:

1. Определение плоскостного параллельного движения твёрдого тела?
2. Понятие мгновенного центра скоростей – P_v ? Частные случаи?
3. Определение скорости любой точки тела, движущегося плоскопараллельно, с использованием мгновенного центра скоростей – P_v ?
4. Понятие мгновенного радиуса вращения?
5. Теорема о проекциях скоростей двух точек плоской фигуры?

11. Кинематика плоской фигуры.

Определение ускорений точек плоской фигуры.

Цель занятия: Плоскостное параллельное движение твёрдого тела. Теорема об ускорениях точек плоской фигуры.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Плоскостным (плоским) называется движение твёрдого тела, при котором траектории всех его точек лежат в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорость точки равна произведению угловой скорости на величину мгновенного радиуса вращения – расстояния от точки до мгновенного центра скоростей. ускорение любой точки M плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь точки A , принятой за полюс, и ускорения, которое точка M получает при вращении вокруг этого полюса.

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA} \quad (64)$$

Задача:

Механизм (рис. 106) состоит из стержней 1, 2, 3, 4 и ползуна В, соединённых друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами.

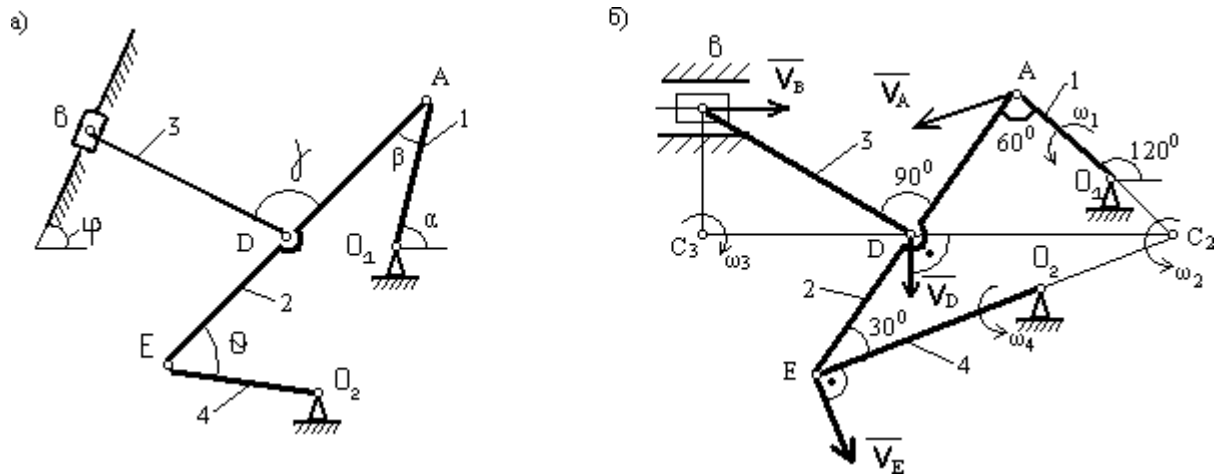


Рисунок 106

Дано: $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $AD = DE$, $l_1 = 0,6$ м, $l_2 = 1,2$

м, $\omega_1 = 5$ с⁻¹,

$\varepsilon_1 = 8$ с⁻².

Определить: v_B , v_E , ω_3 и α_A .

Решение:

1. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами

(рис. 106,б)

2. Определяем v_E . Точка E принадлежит стержню AE. Чтобы найти v_E , надо знать скорость какой-нибудь другой точки этого стержня и направление v_E . По данным задачи можем определить

$$v_A = \omega_1 l_1 = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ м/с}; \quad \overline{v_A} \perp O_1A.$$

Направление $\overline{v_E}$ найдем, учтя, что точка E принадлежит одновременно стержню O_2E , вращающемуся вокруг O_2 ; следовательно, $\overline{v_E} \perp O_2E$. Теперь, зная $\overline{v_A}$ и направление $\overline{v_E}$, воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня AE) на прямую, соединяющую эти точки (прямая AE). Сначала по этой теореме устанавливаем, в какую сторону направлен вектор $\overline{v_E}$ (проекции скоростей должны иметь одинаковые знаки). Затем, вычисляя эти проекции находим:

$$v_E \cos 60^\circ = v_A \cos 30^\circ; \quad v_E = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ м/с}.$$

3. Определяем v_B . Точка В принадлежит стержню BD.

Следовательно, по аналогии с предыдущим, чтобы определить v_B , надо сначала найти скорость точки D, принадлежащей одновременно стержню AE. Для этого, зная $\overline{v_A}$ и $\overline{v_E}$, построим мгновенный центр скоростей (МЦС) стержня AE; это точка C_2 , лежащая на пересечении перпендикуляров к $\overline{v_A}$ и $\overline{v_E}$, восстановленных из точек А и Е (к $\overline{v_E}$ и $\overline{v_A}$ перпендикулярны стержни 1 и 4). По направлению вектора $\overline{v_A}$ определяем направление поворота стержня AE вокруг МЦС C_2 . Вектор $\overline{v_D}$ будет перпендикулярен отрезку C_2D , соединяющему точки D и C_2 , и направлен в сторону поворота. Величину v_D найдем из пропорции:

$$\frac{v_D}{C_2D} = \frac{v_A}{C_2A}.$$

Чтобы вычислить C_2D и C_2A , заметим, что $\triangle AC_2E$ – прямоугольный, так как острые углы в нем равны 30° и 60° , и что $C_2A = AE \sin 30^\circ = 0,5 AE = AD$. Тогда $\triangle AC_2D$ является равнобедренным и $C_2A = C_2D$. В результате равенство (3) дает:

$$v_D = v_A = 3 \text{ м/с}; \overline{v_D} \perp C_2D. \quad (67)$$

Так как точка В принадлежит одновременно ползуну, движущемуся вдоль направляющих поступательно, то направление $\overline{v_B}$ известно. Тогда, восстанавливая из точек В и D перпендикуляры к скоростям $\overline{v_D}$ и $\overline{v_B}$, построим МЦС C_3 стержня BD. По направлению вектора $\overline{v_D}$ определяем направление поворота стержня BD вокруг центра C_3 . Вектор $\overline{v_B}$ будет направлен в сторону поворота стержня BD. Из рис. 72, б видно, что $\angle C_3DB = 30^\circ$, а $\angle DC_3B = 90^\circ$, откуда $C_3B = l_3 \sin 30^\circ$, $C_3D = l_3 \cos 30^\circ$. Составив теперь пропорцию, найдем, что:

$$\frac{v_B}{C_3B} = \frac{v_D}{C_3D}; v_B = v_D \operatorname{tg} 30^\circ = 1,7 \text{ м/с}.$$

4. Определяем ω_3 . Так как МЦС стержня 3 известен (точка C_3), то:

$$\omega_3 = \frac{v_D}{C_3D} = \frac{v_D}{l_3 \cos 30^\circ} = 2,9 \text{ с}^{-1}.$$

5. Определяем a_A . Так как ϵ_1 известно, то $a_{At} = l_1 \epsilon_1$. Далее $a_{An} = v_A^2 / l_1$, или $a_{An} = l_1 \omega_1^2$. Тогда $a_A = \sqrt{a_{At}^2 + a_{An}^2}$. Произведя вычисления, получим $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $v_E = 5,2 \text{ м/с}$, $v_B = 1,7 \text{ м/с}$, $\omega_3 = 2,9 \text{ с}^{-1}$, $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Решить самостоятельно: задачи в практическом занятии 25.

Вопросы для обсуждения:

1. Плоскопараллельное движение твёрдого тела?
2. Мгновенный центр скоростей – P_v ? Частные случаи?
3. Определение скорости любой точки тела, движущегося

плоскопараллельно, с использованием мгновенного центра скоростей – P_v ?

4. Мгновенный радиус вращения?
5. Теорема проекций скоростей двух точек тела?
6. Теорема об ускорениях точек плоской фигуры?

12. Кинематика плоской фигуры.

Кинематический анализ плоской фигуры.

Цель занятия: Плоскопараллельное движение твёрдого тела. Мгновенный центр скоростей плоской фигуры. Теорема проекций скоростей двух точек плоской фигуры. Мгновенный радиус вращения. Теорема об ускорениях точек плоской фигуры.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Теоретический обзор:

Плоскопараллельным (плоским) называется движение твёрдого тела, при котором траектории всех его точек лежат в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости. Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорость точки равна произведению угловой скорости на величину мгновенного радиуса вращения – расстояния от точки до мгновенного центра скоростей. ускорение любой точки M плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь точки A , принятой за

полюс, и ускорения, которое точка M получает при вращении вокруг этого полюса.

$$V_A = \omega \cdot AP \ (\bar{V}_A \perp AP); V_B = \omega \cdot BP \ (\bar{V}_B \perp BP) \quad (65)$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_A + \bar{a}_{MA} \quad (66)$$

Задача: Найти для заданного механизма скорости и ускорения точек В и С, а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому принадлежат эти точки

Дано: Схема механизма в заданном положении, $OA = 55 \text{ см} = 20 \text{ см}$
 $\omega_{OA} = 2 \text{ рад/с}$ $E_{OA} = 5 \text{ рад/с}^2$ (рис. 107)

Решение:

1) Определение скоростей точек и угловой скорости звена

Вычислим модуль скорости точки А

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 55 = 110 \text{ см/с}$$

Скорость точки А направлена перпендикулярно ОА, $V_A \uparrow \uparrow \omega_{OA}$ Рv является мгновенным центром скоростей

$$V_A = \omega_{AB} \cdot APv = r \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{V_A}{r} = \frac{110}{20} = 5,5 \text{ рад/с}$$

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BPv = 5,5 \cdot 10,35 = 57 \text{ см/с}$$

$$V_C = \omega_{AB} \cdot CPv = 5,5 \cdot 34,64 = 190,5 \text{ см/с}$$

$$CPv = \sqrt{AC^2 + APv^2 - 2AC \cdot APv \cdot \cos 120^\circ}$$

По теореме косинусов из треугольника САРv

$$CPv = \sqrt{400 + 400 + 400} = 34,64 \text{ см}$$

ВРv по теореме косинусов из треугольника ВАРv:

$$BPv = \sqrt{AB^2 + APv^2 - 2AB \cdot APv \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{(20)^2 + (20)^2 - 2 \cdot 20 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{400 + 400 - 400\sqrt{3}} = 10,35$$

см

Вектор скорости точки В направлен перпендикулярно ВРv и направлен в сторону ω_{AB} ($\omega_{AB} \uparrow \uparrow V_A$)

Вектор скорости точки С направлен в сторону ω_{AB}

2) Определение ускорений точек и углового ускорения звена

$$a_A = \sqrt{(a_A^\tau)^2 + (a_A^n)^2}$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = (2)^2 \cdot 55 = 220 \text{ см/с}^2$$

Вектор $\vec{a}_A^n$ направлена вдоль ОА от точки А

$$a_A^\tau = E_{OA} = 5 \cdot 55 = 275 \text{ см/с}^2$$

Вектор $\vec{a}_A^\tau$ перпендикулярно $\vec{a}_A^n$ в сторону E_{OA}

$$a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \sqrt{(220)^2 + (275)^2} = 352,17 \text{ см/с}^2$$

Найдем ускорение точек В и С

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} \quad (67)$$

$$a_C = a_A + a_{CA}$$

Так как $AB=BC=r$ то

$$a_{BA}^n = a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \omega_{AB}^2 \cdot AC = \omega_{AB}^2 \cdot r = (5,5)^2 \cdot 20 = 605 \text{ см/с}^2$$

Вектор $\vec{a}_{BA}^n$ направлен вдоль АВ от точки В

Вектор $\vec{a}_{CA}^n$ направлен вдоль АС от точки С

$$a_{BA}^\tau = a_{CA}^\tau = E_{BA} \cdot AB = E_{BA} \cdot AC = E_{BA} \cdot r = 17,61 \cdot 20 = 352,17 \text{ см/с}^2$$

$$E_{BA} = (\omega_{AB})' = \frac{a_{APV}}{AP} = \frac{352,17}{20} = 17,61 \text{ с}^{-2}$$

$$(\omega_{BA} \uparrow \downarrow E_{BA})$$

Вектор $\vec{a}_{BA}^\tau$ перпендикулярен $\vec{a}_{CA}^n$ в сторону E_{BA}

Вектор $\vec{a}_{CA}^\tau$ перпендикулярен $\vec{a}_{BA}^n$ в сторону E_{BA}

$$a_{BA} = a_{CA} = \sqrt{(a_{BA}^n)^2 + (a_{BA}^\tau)^2} = \sqrt{(a_{CA}^n)^2 + (a_{CA}^\tau)^2} = \sqrt{(605)^2 + (352,17)^2} = 719,22 \text{ см/с}^2$$

Введем систему координат Pvxу

Проектируем (67) уравнения ускорения точек В и С на оси

$$Pvx: a_{BX} = a_A^n + \cos 30^\circ \cdot a_{BA}^n + \cos 60^\circ a_{BA}^\tau = 220 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 605 + \frac{1}{2} \cdot 352,17 = 920,0 \text{ см/с}^2$$

$$Pvy: a_{BY} = a_A^\tau = \cos 30^\circ a_{BA}^\tau + \cos 60^\circ a_{BA}^n = 275 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 352,17 + \frac{1}{2} \cdot 605 = 272,5 \text{ см/с}^2$$

$$a_B = \sqrt{a_{BX}^2 + a_{BY}^2} = \sqrt{(920)^2 + (272,5)^2} = 959,5 \text{ см/с}^2$$

$$Pvx: a_{CX} = a_A^n - \cos 60^\circ \cdot a_{CA}^n - \cos 30^\circ a_{CA}^\tau = 220 - \frac{1}{2} \cdot 650 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 352,17 = -387,49 \text{ см/с}^2$$

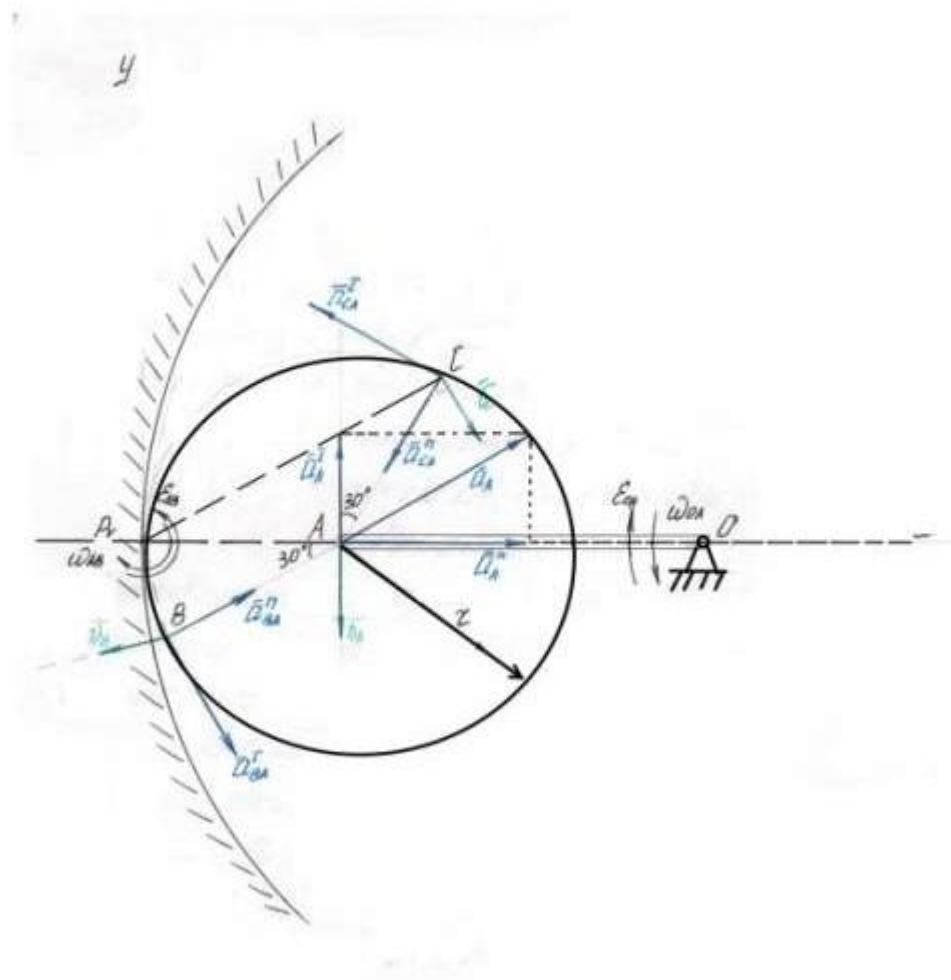


Рисунок 107

Ргу: $a_{CY} = a_A^r + \cos 60^\circ a_{CA}^r - \cos 30^\circ \cdot a_{CA}^n = 275 + \frac{1}{2} \cdot 352,17 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 605 = -72,86 \text{ см/с}^2$

$$a_C = \sqrt{a_{CX}^2 + a_{CY}^2} = \sqrt{(-387,49)^2 + (-72,86)^2} = 394,28 \text{ см/с}^2$$

Решить самостоятельно:

Задача (к вариантам 1 – 30):

Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения точек B и C , а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому эти точки принадлежат. Схемы механизмов на рис. 108-112, а необходимые для расчёта данные приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Номер варианта	OA (см)	R (см)	AB (см)	AC (см)	$\dot{\omega}_{OA}$ рад/с	$\dot{\omega}_I$ рад/с	ε_{OA} рад/с ²	V_A см/с	a_A см/с ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	40	15	-	8	2	-	2	-	-

2	30	15	-	8	3	-	2	-	-
3	-	50	-	-	-	-	-	50	100
4	35	-	-	45	4	-	8	-	-
5	25	-	-	20	1	-	1	-	-
6	40	15	-	6	1	1	0	-	-
7	35	-	75	60	5	-	10	-	-
8	-	-	20	10	-	-	-	40	20
9	-	-	45	30	-	-	-	20	10
10	25	-	80	20	1	-	2	-	-
11	-	-	30	15	-	-	-	10	0
12	-	-	30	20	-	-	-	20	20
13	25	-	55	40	2	-	4	-	-
14	45	15	-	8	3	12	0	-	-
15	40	15	-	8	1	-	1	-	-
16	55	20	-	-	2	-	5	-	-
17	-	30	-	10	-	-	-	80	50
18	10	-	10	5	2	-	6	-	-
19	20	15	-	10	1	2,5	0	-	-
20	-	-	20	6	-	-	-	10	15
21	30	-	60	15	3	-	8	-	-
22	35	-	60	40	4	-	10	-	-
23	-	-	60	20	-	-	-	5	10
24	25	-	35	15	2	-	3	-	-
25	20	-	70	20	1	-	2	-	-
26	20	15	-	10	2	1,2	0	-	-
27	-	15	-	5	-	-	-	60	30
28	20	-	50	25	1	-	1	-	-
29	12	-	35	15	4	-	6	-	-
30	40	-	-	20	5	-	10	-	-

Примечание. ω_{OA} и ε_{OA} – угловая скорость и угловое ускорение кривошипа OA при заданном положении механизма; ω_I – угловая скорость колеса I (постоянная); v_A и a_A – скорость и ускорение точки A . Качение колес происходит без скольжения.

Задача (к вариантам 31 – 40):

Плоский механизм состоит из стержней $1-4$ и ползуна B , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами (рис.111 –112). Длины стержней: $l_1=0,4$ м, $l_2=1,2$ м, $l_3=1,4$ м, $l_4=0,8$ м. Положение механизма определяется углами $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta$, которые вместе с другими величинами заданы в таблице 7. Точка D на всех рисунках и точка K на рис.111 –112 в середине соответствующего стержня. Определить величины, указанные в таблице в столбце «Найти». Найти также ускорение a_A точки A стержня 1 , если стержень 1 имеет в данный момент времени угловое ускорение $\varepsilon_1=10 \text{ с}^{-2}$.

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа должны откладываться соответствующие углы, т.е. по ходу или против хода часовой стрелки (например, угол γ на рис. 1 следует отложить от стержня DE против хода часовой стрелки, а на рис. 2 – от стержня AE по ходу часовой стрелки).

Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α ; ползун B и его направляющие для большей наглядности изобразить по данным. Заданную угловую скорость считать направленной против хода часовой стрелки, а заданную скорость v_B – от точки B к b .

Таблица 2.

Номер условия	Углы					Дано			Найти
	α^0	β^0	γ^0	φ^0	θ^0	ω_1 , 1/с	ω_4 , 1/с	v_B , м/с	
0	30	150	120	0	60	2	–	–	v_B, v_E, ω_2
1	60	60	60	90	120	–	3	–	v_A, v_D, ω_3
2	0	120	120	0	60	–	–	10	v_A, v_E, ω_2
3	90	120	90	90	60	3	–	–	v_B, v_E, ω_2
4	0	150	30	0	60	–	4	–	v_B, v_A, ω_2
5	60	150	120	90	30	–	–	8	v_A, v_E, ω_3
6	30	120	30	0	60	5	–	–	v_B, v_E, ω_3
7	90	150	120	90	30	–	5	–	v_A, v_D, ω_3
8	0	60	30	0	120	–	–	6	v_A, v_E, ω_2
9	30	120	120	0	60	4	–	–	v_B, v_E, ω_3

Указания. Задача – на исследование плоскопараллельного движения твердого тела. При её решении для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев следует воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек тела и понятием о мгновенном центре скоростей, применяя эту теорему (или это понятие) к каждому звену механизма в отдельности.

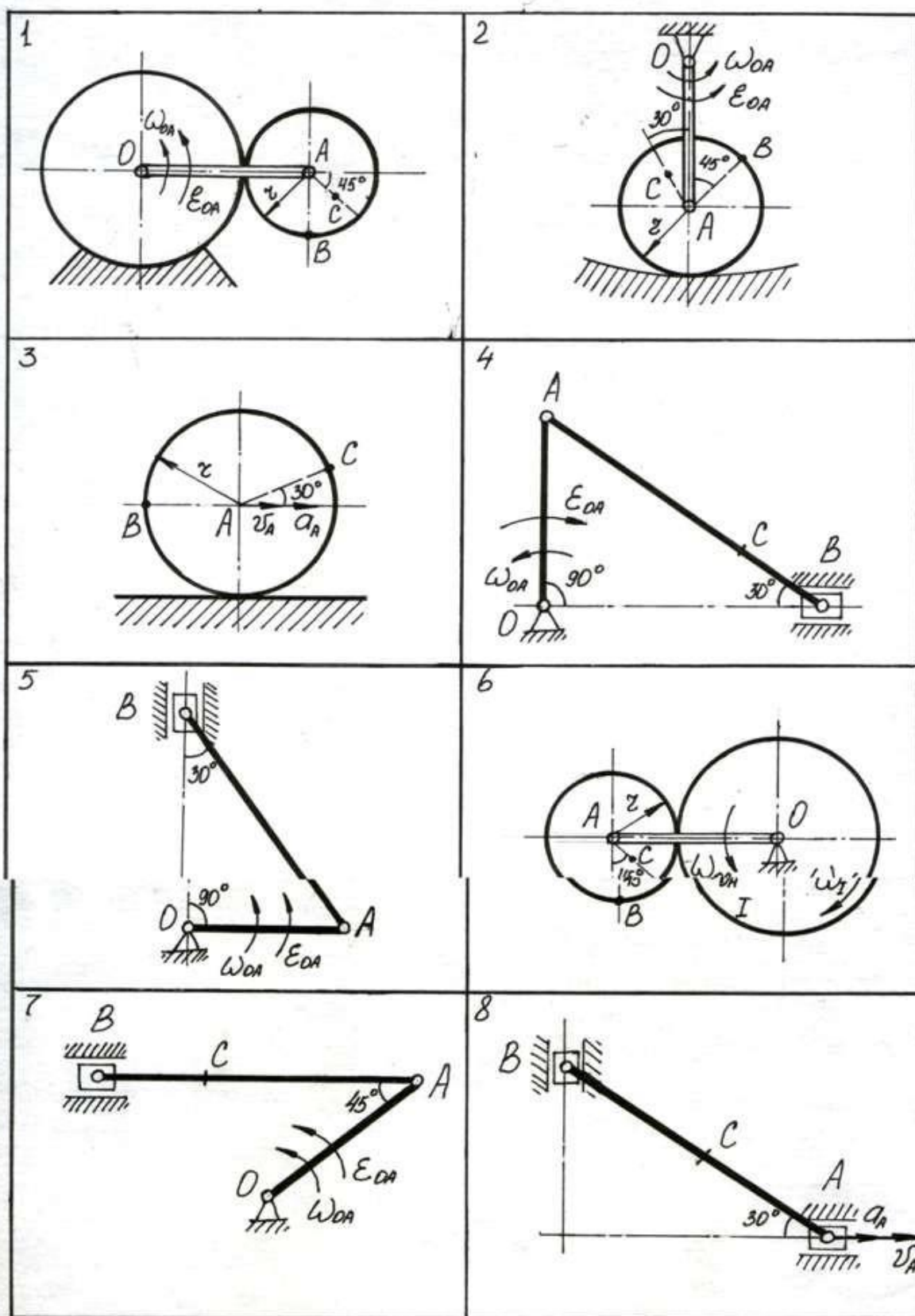


Рисунок 57

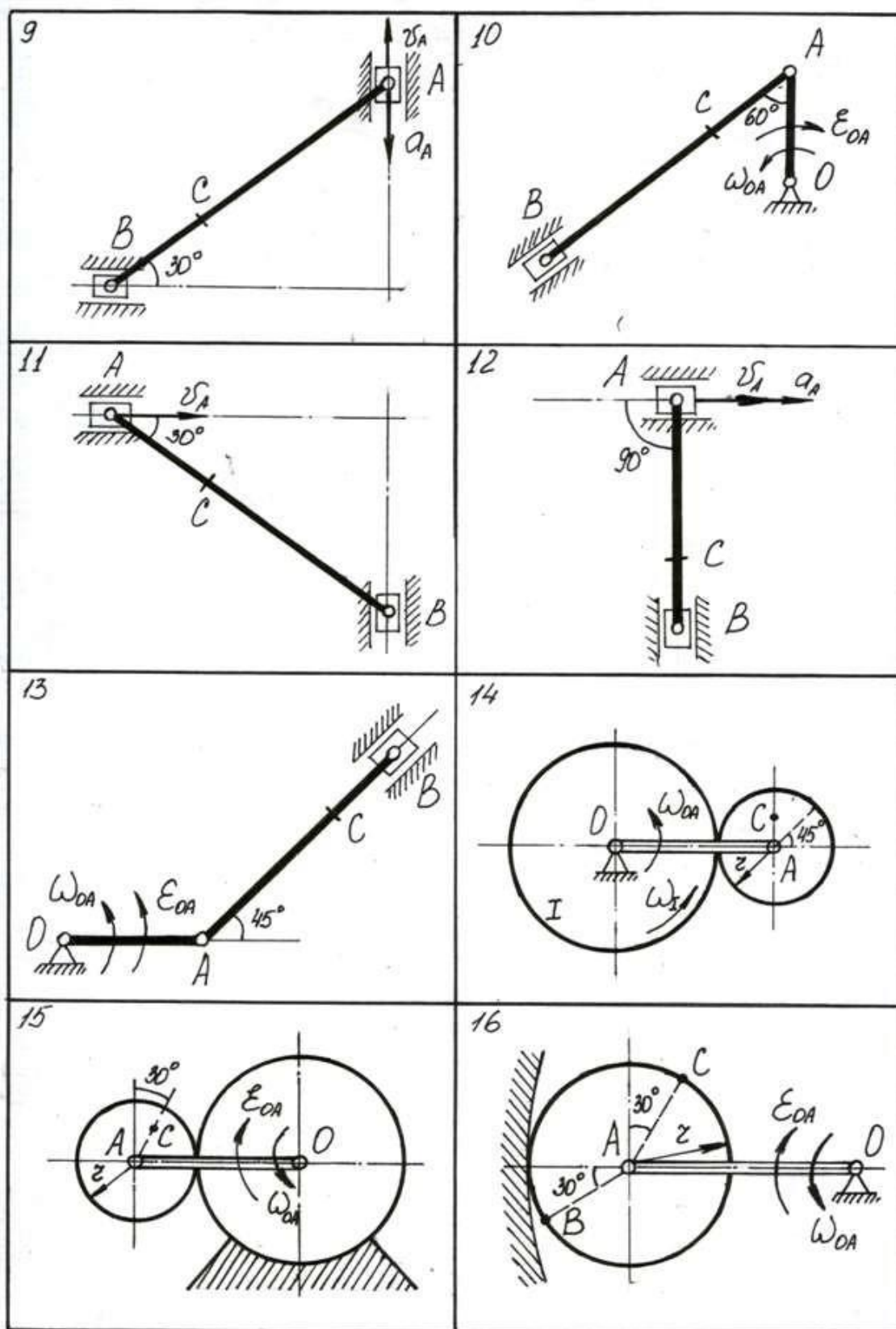


Рисунок 58

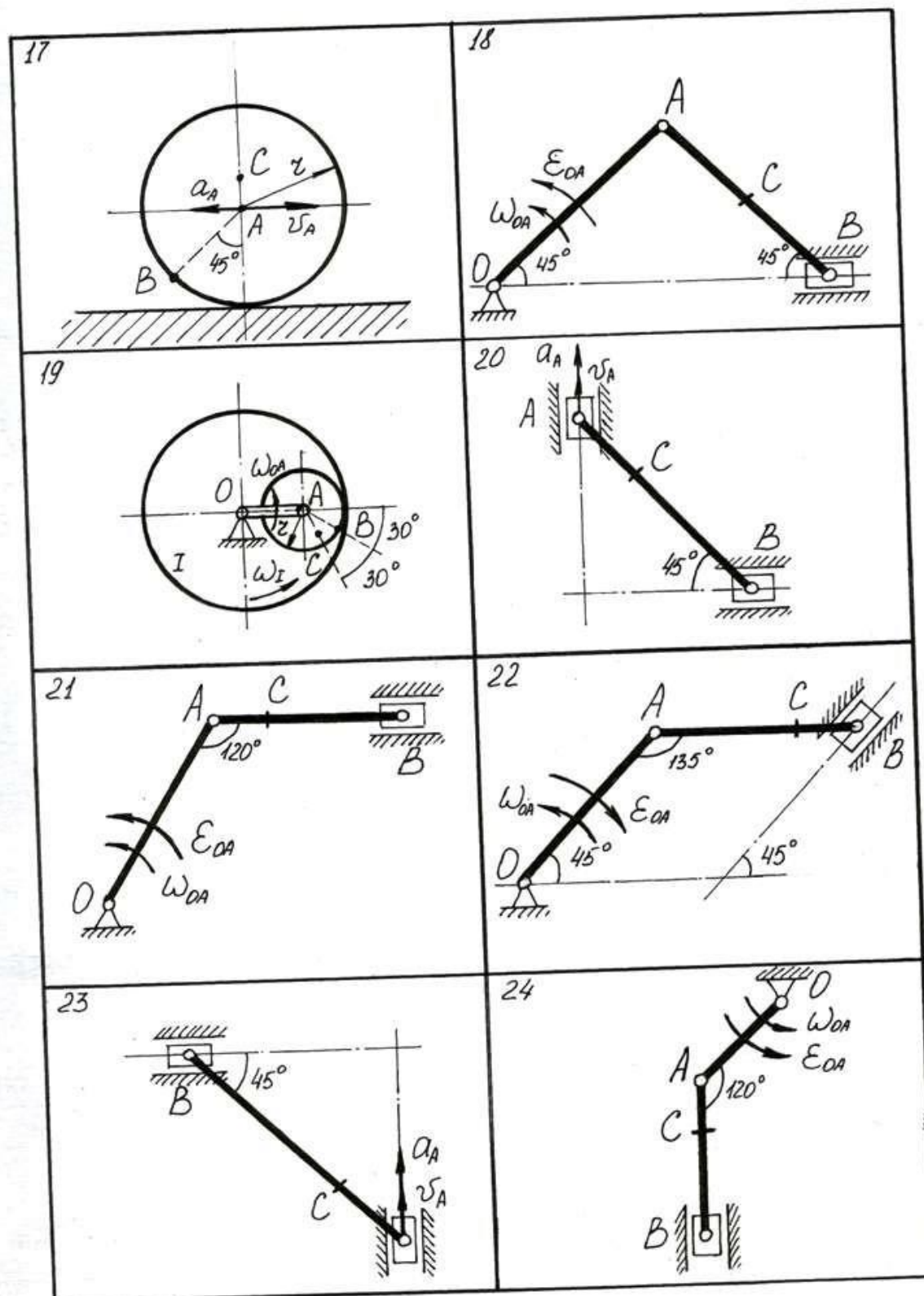


Рисунок 59

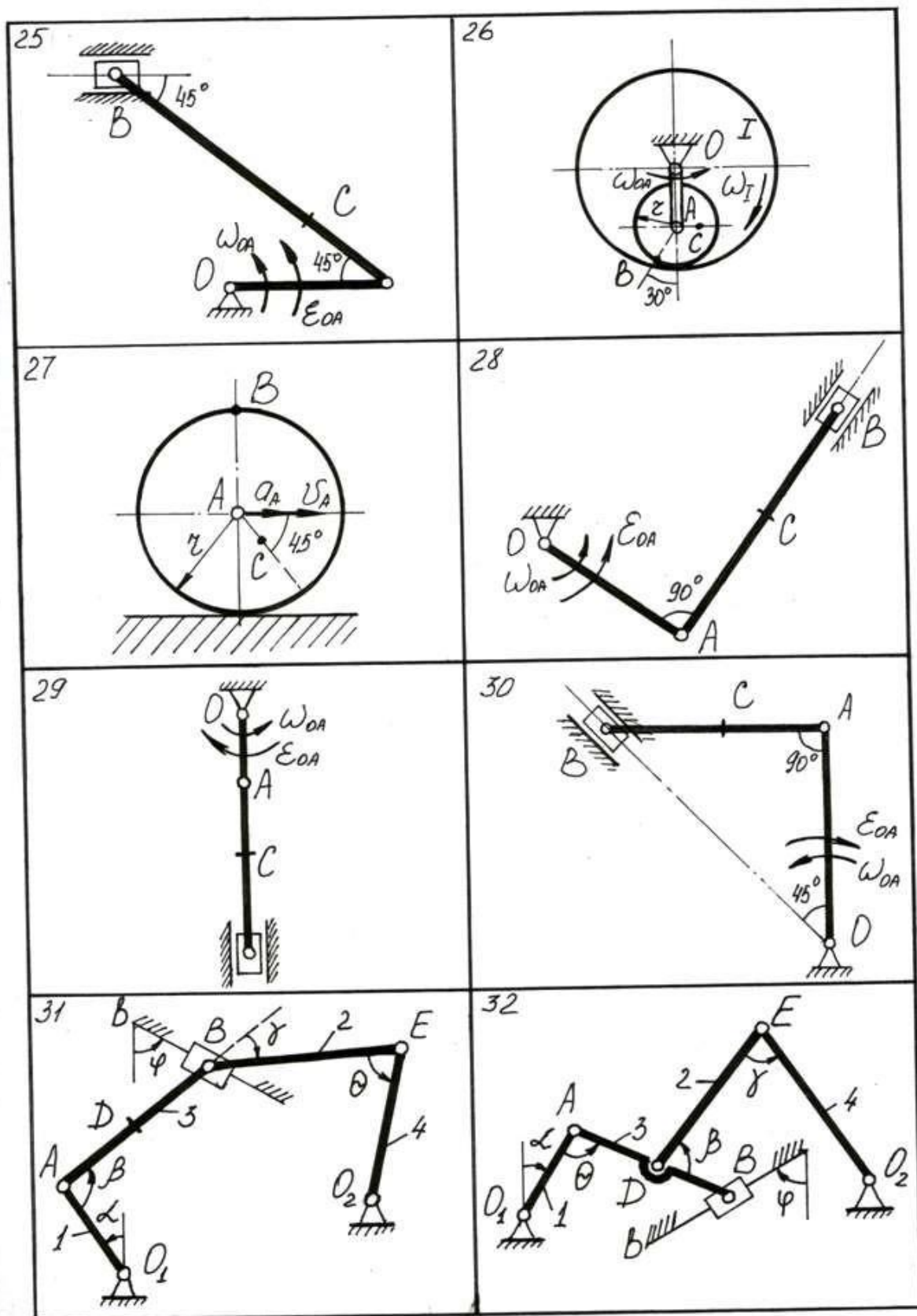


Рисунок 60

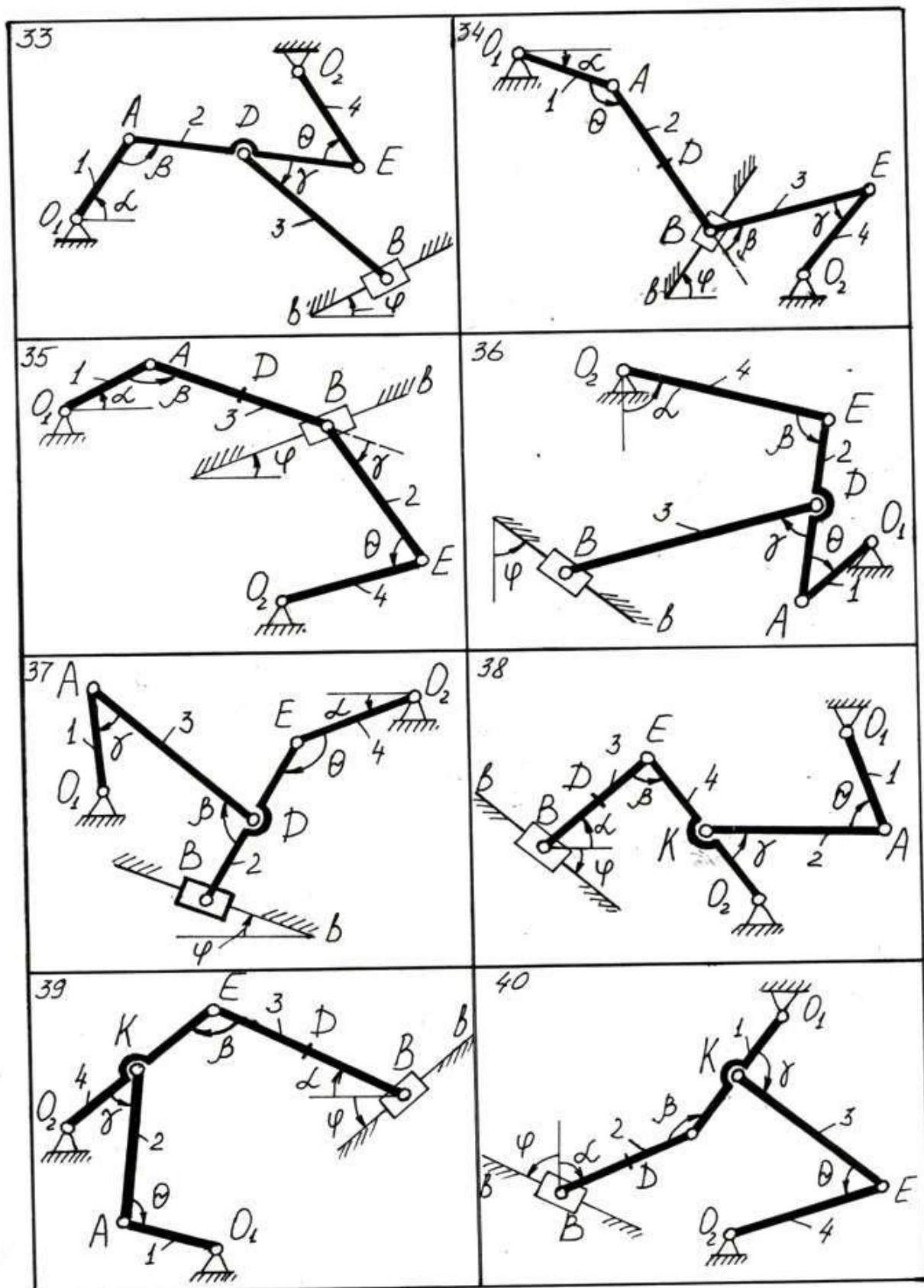


Рисунок 112

Пример 1 (к вариантам 1 – 30):

Дано: схема механизма в заданном положении (рис. 113) исходные данные (табл. 3).

Таблица 3.

Размеры, см			ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с
OA	AB	AC		
10	60	20	1,5	2

Решение:

1. Определение скоростей точек и угловой скорости звена (рис.113).

Вычисляем модуль скорости пальца A кривошипа OA при заданном положении механизма:

$$v_A = \omega_{OA} \cdot OA.$$

Скорость точки A перпендикулярна кривошипу OA . Скорость ползуна B направлена по вертикали. Мгновенный центр скоростей P_{AB} шатуна AB находится в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из точек A и B к их скоростям.

Угловая скорость звена AB :

$$\omega_{AB} = v_A / AP_{AB}.$$

Модули скоростей точек B и C :

$$v_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}; \quad v_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}.$$

Расстояния AP_{AB} , BP_{AB} и CP_{AB} определяются из рассмотрения треугольников ABP_{AB} и ACP_{AB} :

$$AP_{AB} = 52,0 \text{ см}; \quad BP_{AB} = 30,0 \text{ см}; \quad CP_{AB} = 36,1 \text{ см}.$$

В соответствии с этим $v_A = 15,0 \text{ см/с}$; $\omega_{AB} = 0,29 \text{ рад/с}$; $v_B = 8,7 \text{ см/с}$; $v_C = 10,5 \text{ см/с}$.

Вектор $\overline{v_C}$ направлен перпендикулярно отрезку CP_{AB} в сторону, соответствующую направлению вращения звена AB .

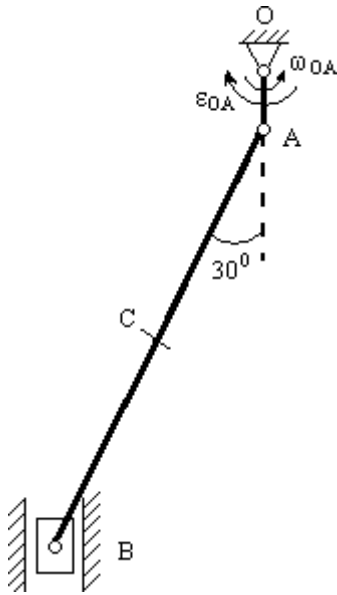


Рисунок 113

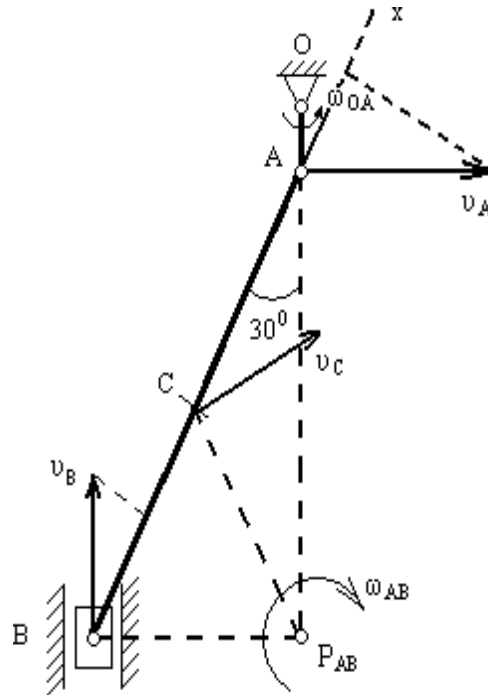


Рисунок 114

Для проверки определим скорость точки B другим способом. Воспользуемся теоремой о равенстве проекции скоростей точек на ось, проведенную через эти точки.

Направим ось X вдоль шатуна AB в направлении от B к A .

Имеем $v_A \cos(\overline{v_A}, x) = v_B \cos(\overline{v_B}, x)$, или, как видно из рис. 114

$$v_A \cos 60^\circ = v_B \cos 30^\circ.$$

Отсюда $v_B = 8,7$ см.

Полезно убедиться, что и найденная ранее скорость точки C удовлетворяет этой теореме.

2. Определение ускорений точек и углового ускорения звена (рис. 115)

Ускорение точки A складывается из вращательного и центростремительного ускорений:

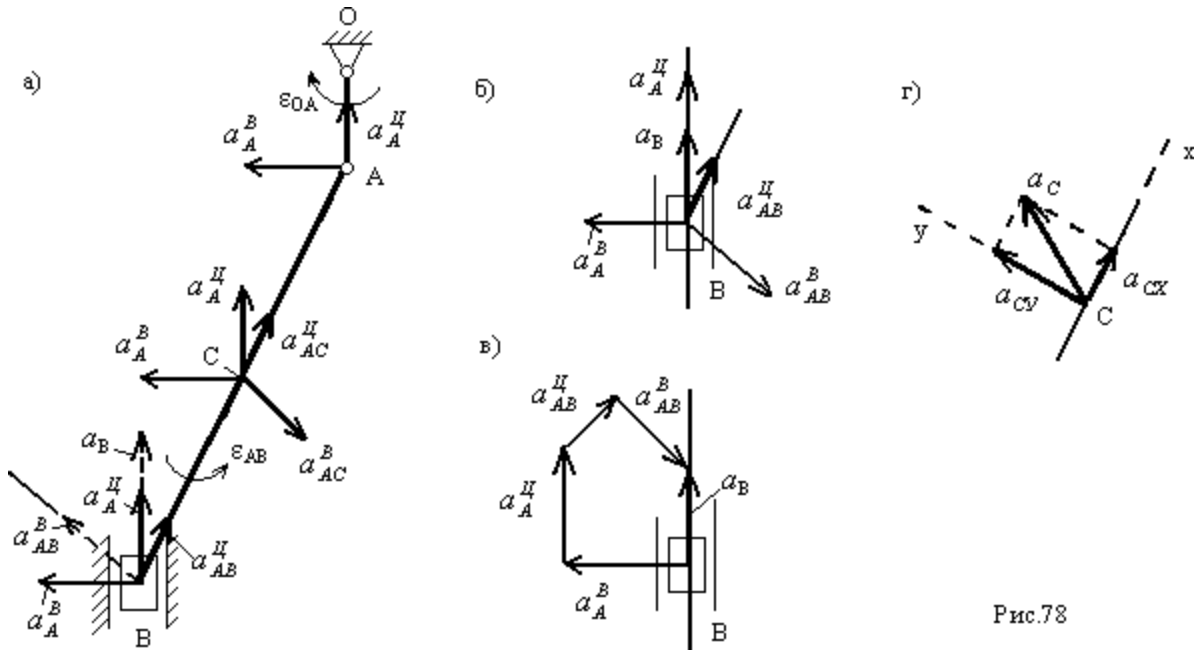


Рис.78

Рисунок 115

$$\overline{a}_A = \overline{a}_A^B + \overline{a}_A^H; \quad a_A^B = \varepsilon_{OA} \cdot OA; \quad a_A^H = \omega_{OA}^2 \cdot OA.$$

Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры,

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{AB}^B + \overline{a}_{AB}^H, \quad (68)$$

или

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A^B + \overline{a}_A^H + \overline{a}_{AB}^B + \overline{a}_{AB}^H. \quad (69)$$

Центростремительное ускорение точки B во вращательном движении шатуна AB вокруг полюса A

$$a_{AB}^H = \omega_{AB}^2 \cdot AB.$$

По приведенным формулам вычисляем:

$$a_A^B = 200,0 \text{ см/с}^2; \quad a_A^H = 22,5 \text{ см/с}^2; \quad a_{AB}^H = 5,0 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a}_A^H$ направлен от A к O . Вектор $\overline{a}_A^B$ перпендикулярен вектору $\overline{a}_A^H$ и направлен противоположно v_A (вращение кривошипа OA – замедленное).

Вектор $\overline{a}_{AB}^H$ направлен от B к A . Что касается ускорения $\overline{a}_B$ точки B и вращательного ускорения $\overline{a}_{AB}^B$, то известны только линии действия этих векторов: $\overline{a}_B$ – по вертикали вдоль направляющих ползуна, $\overline{a}_{AB}^B$ – перпендикулярно AB .

Зададимся произвольно их направлениями по указанным линиям (рис. 115а). Эти ускорения определим из уравнений проекций векторного равенства (69) на оси координат. Знак в ответе показывает, соответствует ли истинное направление вектора принятому при расчете.

Выбрав направление осей x и y , как показано на рис. 115,а получаем:

$$a_B \cos 30^\circ = -a_A^B \cos 60^\circ + a_A^U \cos 30^\circ + a_{AB}^U; \quad (70)$$

$$a_B \cos 60^\circ = a_A^B \cos 30^\circ + a_A^U \cos 60^\circ + a_{AB}^B. \quad (71)$$

Из уравнения (70) находим

$$a_B = 16,7 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $\overline{a_B}$ направлено, как показано на рис. 115а.

Из уравнения (71) получаем

$$a_{AB}^B = -20,2 \text{ см/с}^2.$$

Направление $\overline{a_{AB}^B}$ противоположно показанному на рис. 115а.

Ускорение $\overline{a_B}$ и все его составляющие с учетом их истинных направлений и масштаба показаны на рис. 115б.

Угловое ускорение шатуна AB с учетом того, что здесь a_{AB}^B — алгебраическая величина, определяется по формуле:

$$\varepsilon_{AB} = |a_{AB}^B| / AB.$$

Вычисляя, находим:

$$\varepsilon_{AB} = 0,34 \text{ рад/с}^2.$$

Направление ускорения $\overline{a_{AB}^B}$ относительно полюса A определяет направление углового ускорения ε_{AB} . Здесь под направлением углового ускорения понимается направление дуговой стрелки, которое при ускоренном вращении звена совпадает с направлением его вращения, а при замедленном — противоположно ему. В данном случае угловое ускорение противоположно направлению вращения шатуна.

Определить $\overline{a_B}$ и $\overline{a_{AB}^B}$ можно и графически — построением многоугольника ускорений.

Отложим из точки B согласно (69) в выбранном масштабе последовательно векторы $\overline{a_A^B}$, $\overline{a_A^H}$, $\overline{a_{AB}^H}$ (рис.115в). Через конец вектора $\overline{a_{AB}^H}$ проведем прямую, параллельную вращательному ускорению $\overline{a_{AB}^B}$, т.е. перпендикулярно AB , до пересечения её с прямой, по которой направлено ускорение $\overline{a_B}$.

Последнее определяется как замыкающая сторона многоугольника ускорений.

Модули a_B и a_{AB}^B могут быть найдены измерением на чертеже.

Определяем ускорение точки C :

$$\overline{a_C} = \overline{a_A^B} + \overline{a_A^H} + \overline{a_{AC}^B} + \overline{a_{AC}^H}.$$

Вращательное и центростремительное ускорения точки C во вращательном движении AB вокруг полюса A :

$$a_{AC}^B = \varepsilon_{AB} \cdot AC; \quad a_{AC}^H = \omega_{AB}^2 \cdot AC;$$

или

$$a_{AC}^B = 6,8 \text{ см/с}^2; \quad a_{AC}^H = 1,7 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_{AC}^B}$ перпендикулярен вектору $\overline{a_{AC}^H}$ и направлен соответственно угловому ускорению ε_{AB} .

Ускорение точки C находим способом проекций (рис.115а):

$$a_{Cx} = a_{AC}^H + a_A^H \cos 30^\circ - a_A^B \cos 60^\circ,$$

$$a_{Cy} = a_A^H \cos 60^\circ + a_A^B \cos 30^\circ - a_{AC}^B,$$

$$a_C = \sqrt{(a_{Cx})^2 + (a_{Cy})^2}.$$

В результате вычислений получаем: $a_{Cx} = 11,2$ см/с²; $a_{Cy} = 21,8$ см/с²; $a_C = 24,5$ см/с² (рис.115г).

Приведем решение этой же задачи другим, более общим методом.

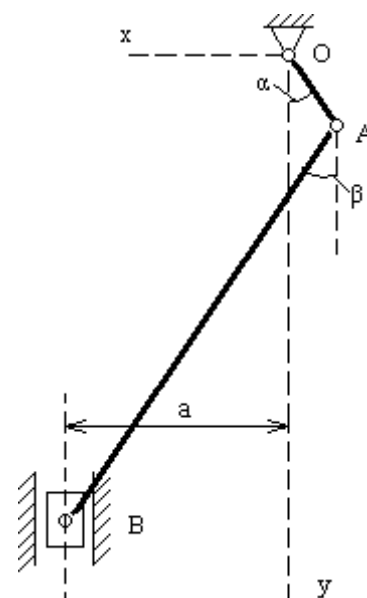


Рисунок 116

На рис.116 показана схема механизма в некотором произвольном положении. Проведем оси координат. Уравнениями связи для данного механизма являются условия:

$$\overline{r_B} = \overline{OA} + \overline{AB} \quad (72)$$

($\overline{r_B}$ – радиус-вектор точки B , проведенный из центра O),

$$x_B = a = \text{const.} \quad (73)$$

Проецируя (72) на ось x , с учетом (73) имеем:

$$-OA \cdot \sin \alpha + AB \cdot \sin \beta = a. \quad (74)$$

Для определения угловой скорости звена AB $\omega_{AB} = \beta$ и углового ускорения $\varepsilon_{AB} = \dot{\beta}$ нет необходимости выражать β из (74). Проще непосредственно дважды продифференцировать (74).

Имея в виду, что $\alpha = \omega_{OA}$, получаем в результате первого дифференцирования:

$$-OA \cdot \cos \alpha \cdot \omega_{OA} + AB \cdot \cos \beta \cdot \omega_{AB} = 0. \quad (75)$$

Отсюда:

$$\omega_{AB} = \omega_{OA} \cdot OA \cos \alpha / (AB \cdot \cos \beta). \quad (76)$$

Дифференцируя (76) и учитывая, что $\omega_{OA} = \varepsilon_{OA}$, имеем

$$OA \cdot \sin \alpha \cdot \omega^2 - OA \cdot \cos \alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \sin \beta \cdot \omega_{AB}^2 + AB \cdot \cos \beta \cdot \varepsilon_{AB} = 0;$$

$$\varepsilon_{AB} = \omega_{AB}^2 \tan \beta + OA(\varepsilon_{OA} \cos \alpha - \omega_{OA}^2 \sin \alpha) / (AB \cdot \cos \beta). \quad (77)$$

Выражения (77) и (76) позволяют вычислять ω_{AB} и ε_{AB} для любого положения механизма, в частности для заданного ($\alpha = 0^\circ, \beta = 30^\circ$).

Заметим, что ω_{OA} и ε_{OA} входят в эти выражения со знаком «+» или «-» в соответствии с принятым направлением отсчета угла α . В данном случае $\omega_{OA} = 1,5$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = -2,0$ рад/с². Смысл знаков ω_{AB} и ε_{AB} определяется направлением отсчета угла β .

Модуль скорости точки B $v_B = |\dot{y}_B|$. Модуль ускорения $a_B = |\ddot{y}_B|$. Проецируя (72) на ось y , получаем:

$$y_B = OA \cdot \cos \alpha + AB \cdot \cos \beta.$$

Отсюда после дифференцирования получаем:

$$y_B = -OA \cdot \sin \alpha \cdot \omega_{OA} - AB \cdot \sin \beta \cdot \omega_{AB};$$

$$y_B = -OA \cdot \cos \alpha \cdot \omega_{OA}^2 - OA \cdot \sin \alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \cos \beta \cdot \omega_{AB}^2 - AB \cdot \sin \beta \cdot \varepsilon_{AB}$$

Для определения скорости и ускорения точки C следует составить уравнения её движения в координатной форме, проецируя радиус-вектор $\overline{r_C} = \overline{OA} + \overline{AC}$ на оси x и y .

Вопросы:

1. Определение плоскопараллельного движения твёрдого тела?
2. Определение понятия мгновенного центра скоростей – P_v . Частные случаи?
3. Определение скорости любой точки тела, движущегося плоскопараллельно, с использованием мгновенного центра скоростей – P_v ?
4. Определение понятия мгновенного радиуса вращения?
5. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела?
6. Теорема об ускорении точки плоской фигуры?
7. Геометрический способ определения вектора ускорения точки плоской фигуры?
8. Аналитический способ определения модуля вектора ускорения точки плоской фигуры?

Раздел 3. Динамика.

13. Динамика точки.

Первая задача «Динамики точки»

Цель занятия: основной закон динамики точки, дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси декартовых координат и на оси естественного трехгранника, равнодействующих всех действующих на точку сил, первая задачи «Динамики точки».

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Основной закон динамики точки- закон Ньютона- $m\vec{a} = \vec{F}$

Для свободной и несвободной на термальной точки $\vec{m}\vec{a} = \sum \vec{F}k$ или

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

В проекциях на оси декартовых координат имеем:

$$\left. \begin{aligned} m a_x &= R_x \\ m a_y &= R_y \\ m a_z &= R_z \end{aligned} \right\} \quad \text{или} \quad \left. \begin{aligned} m_x &= \sum F k x \\ m_y &= \sum F k y \\ m_z &= \sum F k z \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Дифференциальные уравнения движения материальной точки массой m в проекции на оси декартовых координат в проекциях на оси естественного трехгранника $m\vec{a} = \vec{R}$ принимают вид

$$\left. \begin{aligned} m a_n &= R_n \\ m a_\tau &= R_\tau \\ m a_b &= R_b \end{aligned} \right\} \quad \text{или}$$

$$\left. \begin{aligned} m \frac{av^2}{s} &= R_n \\ m \frac{dv}{dt} &= R_\tau \\ m a_b &= R_b \end{aligned} \right\} - (79) \text{ дифференциальные уравнения}$$

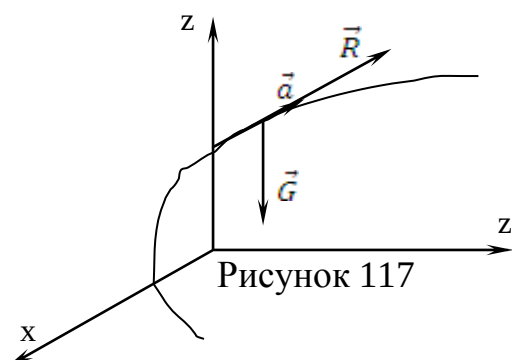


Рисунок 117

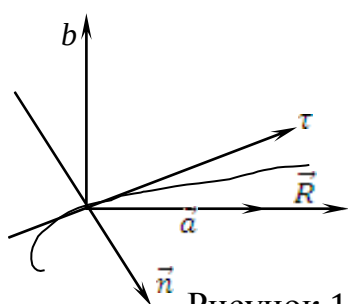


Рисунок 118

движения материальной

точки массой m в проекциях на естественные оси.

Первая задача «Динамики точки» - зная закон движения точки, определить модуль равнодействующей всех сил, действующих на точку массой m .

Задача 1. Определить модуль равнодействующей всех сил, действующих на материальную точку массой $m=3$ кг в момент времени $t=5$ с, если она движется по оси Ox согласно уравнению $x=0,04t^3$.

Решение:

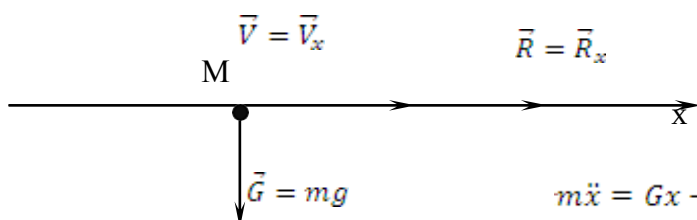


Рисунок 119

$m\ddot{x} = Rx$ -дифференциальное уравнение движения точки M

$$m\ddot{x} = Gx + Rx \rightarrow m\ddot{x} = R; \ddot{x} = (0,04t^3)'' = (0,12t^2)' = 0,24t$$

$$R = Rx = 3 \cdot 0,24 \cdot t = 3 \cdot 0,24 \cdot 5 = 3,6H$$

Ответ: $|R|=3,6H$

Задача 2.

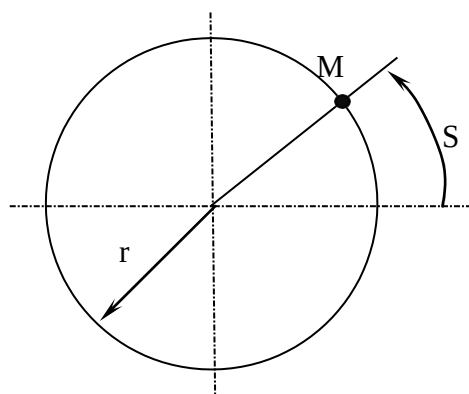


Рисунок 120

Решение:

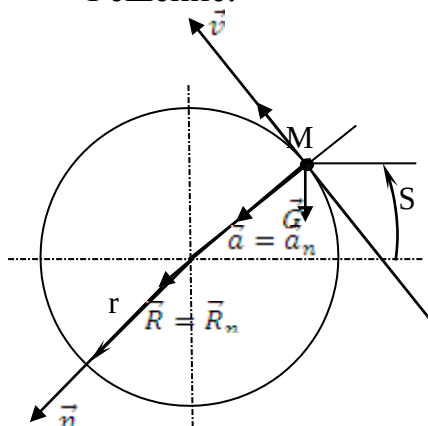


Рисунок 121

Материальная точка М массой 1,2 кг движется по окружности радиуса $r=0,6$ м согласно уравнению $s=2,4t$.

Определить модуль равнодействующей сил, приложенных к материальной точке. (11,5)

Дифференциальные уравнения движения точки М имеют вид:

$$ma_n = R_n; ma_\tau = R_\tau;$$

$$R_n = m \frac{v_M^2}{r} = 1,2 \cdot \frac{2,4^2}{0,6} = 11,52 \text{ Н}$$

$$R_\tau = m \frac{dv}{dt} = m(s)'' = m(2,4t)'' = m \cdot 0 = 0;$$

$$|R| = \sqrt{(R_n)^2 + (R_\tau)^2} = \sqrt{(11,52)^2 + (0)^2} = 11,52 \text{ Н}$$

$a_\tau = 0 \rightarrow v = \text{const}$ — точка М совершает равномерное криволинейное

движение.

Ответ: $R = R_n = 11,52 \text{ Н}$

Решить самостоятельно:

Задача 1. Материальная точка массой $m=1,4$ кг движется прямолинейно по закону $x=6t^2+6t+3$. Определить модуль равнодействующей всех сил приложенных к точке. (16,8)

Задача 2. Материальная точка массой $m=6$ кг движется в горизонтальной плоскости Оху с ускорением $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Определить модуль равнодействующей всех сил, действующих на нее, в плоскости ее движения. (30)

Задача 3. Материальная точка $m=18$ кг движется по окружности радиуса $R=8$ м согласно уравнению $s=e^{0,3t}$. Определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке, на касательную к траектории в момент времени $t=10$ с. (32,5)

Задача 4. Материальная точка массой $m = 22 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $R = 10 \text{ м}$ согласно уравнению $s = 0,3t^2$. Определить модуль равнодействующей сил, действующих на точку, в момент времени $t = 5 \text{ с}$. (23,8)

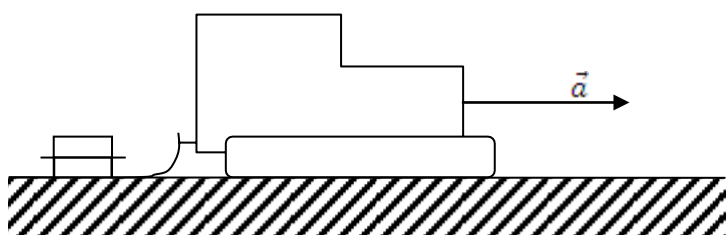
Задача 5. Материальная точка массой $m = 20 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $R = 6 \text{ м}$ согласно уравнению $s = \ln t$. определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке на нормаль к траектории в момент времени $t = 0,5 \text{ с}$. (13,3)

Задача 6. Тело массой $m = 50 \text{ кг}$, подвешенное на тросе, поднимается вертикально с ускорением $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. Определить силу натяжения троса. (516)

Задача 7. Материальная точка массой $m = 1 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $r = 2 \text{ м}$ со скоростью $v = 2t$. Определить модуль равнодействующей сил, приложенных к точке в момент времени $t = 1 \text{ с}$. (2,83)

Задача 8. Материальная точка массой $m = 14 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $R = 7 \text{ м}$ с постоянным касательным ускорением $a_t = 0,5 \text{ м/с}$. Определить модуль равнодействующей сил, действующих на точку в момент времени $t = 4 \text{ с}$, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$. (10,6)

Задача 9.



Трактор, двигаясь с ускорением $a = \text{м/с}^2$ по горизонтальному участку пути, перемещает нагруженные сани массой 600 кг .

Определить силу тяги на крюке, если коэффициент трения скольжения саней $f = 0,04$. (835)

Задача 10. Точка массой $m = 4 \text{ кг}$ движется по горизонтальной прямой с ускорением $a = 0,3t$. Определить модуль силы, действующей на точку в направлении ее движения в момент времени $t = 3 \text{ с}$. (3,6)

Задача 11. Материальная точка массой $m=16 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $R=9 \text{ м}$ со скоростью $v=0,8 \text{ м/с}$. Определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке на главную нормаль к траектории. (1,14)

Задача 12. Движение материальной точки массой $m=8 \text{ кг}$ происходит в горизонтальной плоскости Oxy согласно уравнениям $x=0,05t^3$ и $y=0,3t^2$. Определить модуль равнодействующей приложенных сил в момент времени $t=4 \text{ с}$. (10,7)

Задача 13. Движение материальной точки массой $m=9 \text{ кг}$ в плоскости Oxy определяется радиусом-вектором $\vec{r} = 0,6t^2\vec{i} + 0,5t^2\vec{j}$. Определить модуль равнодействующей всех сил, приложенных к точке. (14,1)

Задача 14. Материальная точка массой $m=7 \text{ кг}$ движется в горизонтальной плоскости Oxy со скоростью $\vec{v} = 0,4t^2\vec{i} + 0,5t^2\vec{j}$. Определить модуль силы, действующей на нее в плоскости движения. (4,48)

Вопросы для обсуждения:

1. Основной закон динамики точки?
2. Дифференцированные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси декартовых координат?
3. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси естественного трехгранника?
4. Первая задача «Динамики точки»?
5. Определение скорости и ускорения точки при координатном способе задания движения точки?
6. Определение скорости и ускорения при векторном способе задания движения точки?
7. Определение скорости и ускорения при естественном способе задания движения точки?
8. Определение равнодействующей $\vec{R}$ по ее составляющим на оси декартовых координат и на естественные оси?

14. Динамика точки.

Вторая задача «Динамики точки»

Цель занятия: основной закон динамики точки, дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекциях на оси декартовых координат и на оси естественного трехгранника, интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки, вторая задача «Динамики точки».

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий Теоретический обзор:

2-я «Динамики точки» - это, зная силы, действующие на точку, определить закон движения этой материальной точки.

Основной закон динамики точки- закон Ньютона- $m\vec{a} = \vec{F}$

Для свободной и несвободной на термальной точки $\vec{m}\vec{a} = \sum \vec{F}k$ или $m\vec{a} = \vec{F}$.

В проекциях на оси декартовых координат имеем:

$$\left. \begin{aligned} ma_x &= R_x \\ ma_y &= R_y \\ ma_z &= R_z \end{aligned} \right\} \quad \text{или} \quad \left. \begin{aligned} m_x &= \sum Fkx \\ m_y &= \sum Fky \\ m_z &= \sum Fkz \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

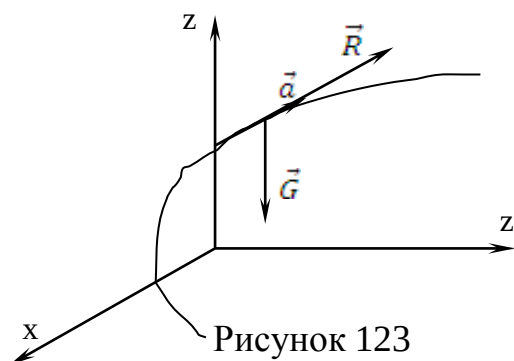


Рисунок 123

Дифференциальные уравнения движения материальной точки массой m в проекции на оси декартовых координат в проекциях на оси

естественного трехгранника $m\vec{a} = \vec{R}$ принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} ma_n &= R_n \\ ma_\tau &= R_\tau \\ ma_b &= R_b \end{aligned} \right\} \quad \text{или}$$

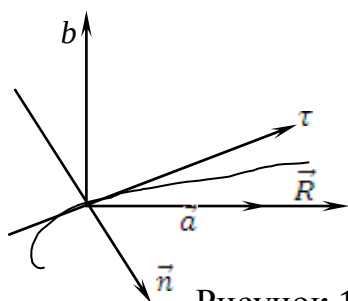


Рисунок 124

$$\left. \begin{aligned} m \frac{av^2}{s} &= R_n \\ m \frac{dv}{dt} &= R_\tau \\ ma_b &= R_b \end{aligned} \right\} \quad (81) \text{ дифференциальные уравнения}$$

движения материальной точки массой m в проекциях на естественные оси.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= R_x; \\
 m \frac{d\vartheta_x}{dt} &= R_x \Rightarrow m d\vartheta_x = R_x dt \Rightarrow \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} d\vartheta_x = \frac{1}{m} \int_{t_0}^t R_x dt \Rightarrow \vartheta - \vartheta_0 = \frac{1}{m} R_x t \Big|_{t_0}^t \Rightarrow \\
 \Rightarrow \vartheta - \vartheta_0 &= \frac{1}{m} R_x t(t - t_0); \Rightarrow \vartheta = \frac{1}{m} R_x t(t - t_0) + \vartheta_x = \vartheta = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{t_0}^t \vartheta dt \Rightarrow \\
 \Rightarrow \int_{x_0}^x dx &= \int_{t_0}^t \frac{1}{m} R_x (t - t_0) dt; \quad x - x_0 = \frac{1}{m} \int_{t_0}^t R_x (t - t_0) dt \Rightarrow x = \frac{1}{m} \int_{t_0}^t R_x (t - t_0) dt + x_0
 \end{aligned}$$

Задача 1. Материальная точка массой $m=9$ кг движется в пространстве под действием силы $\vec{F} = 5\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k}$. Определить модуль ускорения точки.

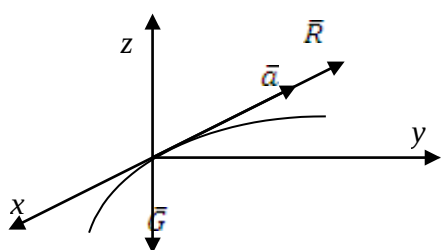
Дано: $\vec{F} = 5\vec{i} + 6\vec{j} + 7\vec{k}$; a -?

Решение:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}.$$

1-й способ:

Дифференциальные уравнения движения точки имеют вид:



$$\begin{aligned}
 \begin{cases} ma_x = R_x = F_x; \\ ma_y = R_y = F_y; \\ ma_z = R_z = F_z; \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} ma_x = F_x \\ ma_y = F_y \\ ma_z = F_z \end{cases} \\
 \Rightarrow a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{5}{9} = 0,56 \text{ м/с}^2 \\
 \Rightarrow a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{6}{9} = 0,67 \text{ м/с}^2; \\
 \Rightarrow a_z = \frac{F_z}{m} = \frac{7}{9} = 0,78 \text{ м/с}^2
 \end{aligned} \tag{82}$$

Рисунок 125

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z \tag{83}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2} = \sqrt{(0,56)^2 + (0,67)^2 + (0,78)^2} = \sqrt{0,32 + 0,45 + 0,61} = \\
 &= \sqrt{1,38} = 1,17 \text{ м/с}^2
 \end{aligned} \tag{84}$$

2-ой способ:

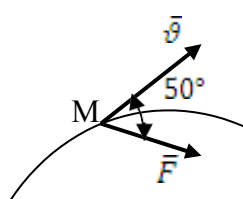
$$m\vec{a} = \vec{R}; \quad m(\vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z) = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z \tag{85}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z; \tag{86}$$

$$\vec{R} = \vec{F} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{5^2 + 6^2 + 7^2} = \sqrt{25 + 36 + 49} = \sqrt{110} = 10,49 \text{ Н}; \tag{87}$$

$$a = \frac{R}{m} = \frac{F}{m} = \frac{10,49}{9} = 1,17 \text{ м/с}^2 \tag{88}$$

Ответ: $a = 1,17 \text{ м/с}^2$

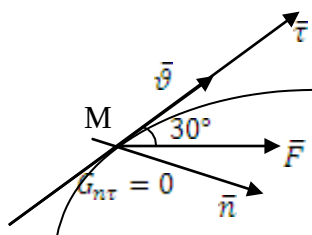


Задача 2. Материальная точка М массой $m=6$ кг перемещается в горизонтальной плоскости по криволинейной траектории под действием силы $\vec{F} = 8 \text{ Н}$. Определить касательное ускорение точки.

Дано:

Решение:

$m=6$ кг
 nM
 $\tau \parallel Oxy$



$F=8$ Н

$a_\tau - ?$

Рисунок 126

Дифференциальное уравнение движения точки М в проекции на касательную $\bar{\tau}$ имеет вид

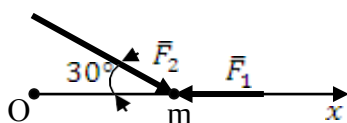
$$ma_\tau = R_\tau \Rightarrow ma_\tau = F \cos 30^\circ \Rightarrow a_\tau = \frac{F \cos 30^\circ}{m} = \frac{6 \frac{\sqrt{3}}{2}}{6} = 1,15 \text{ м/с}^2 \quad (89)$$

Ответ: $a_\tau = 1,15 \text{ м/с}^2$

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тело движется по гладкой поверхности, которая наклонена под углом $\alpha = 25^\circ$ к горизонту. Определить ускорение тела. (4,15)

Задача 2.



Материальная точка массой $m=5$ кг движется под действием сил $\bar{F}_1 = 3$ Н и $\bar{F}_2 = 10$ Н. Определить проекцию ускорения точки на ось Ох. (1,13)

Задача 3. Тело движется вниз по наклонной шероховатой плоскости, которая образует с горизонтом угол 40° . Определить ускорение тела, если коэффициент трения скольжения $f = 0,3$. (4,05)

Задача 4. Материальная точка движется по криволинейной траектории под действием силы $\bar{F} = 15\bar{\tau} + 0,3t\bar{n}$. Определить массу точки, если в момент времени $t=20$ с ее ускорение $a = 0,6 \text{ м/с}^2$. (26,9)

Задача 5. Материальная точка массой $m=2$ кг движется по криволинейной траектории под действием силы $\bar{F} = 3\bar{\tau} + 4\bar{n}$. Определить модуль ускорения точки. (2,5)

Задача 6. Материальная точка движется по криволинейной траектории под действием силы $\bar{F} = 9\bar{\tau} + 8\bar{n}$. Определить массу точки, если ее ускорение $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. (24,1)

Задача 7. Материальная точка массой $m=5$ кг движется по криволинейной траектории под действием силы, проекция которой на касательную $F_t = 7H$, на нормаль $F_n = 0,1t^2$. Определить модуль ускорения точки в момент времени $t=12$ с. (3,20)

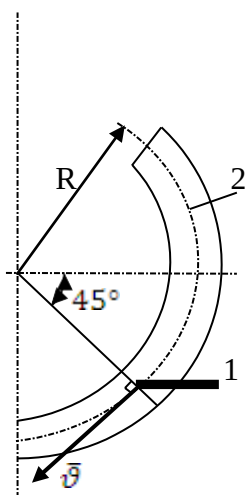
Задача 8. Материальная точка движется по криволинейной траектории под действием силы, тангенциальная составляющая которой $F_t = 8H$. Определить массу точки, если в момент времени $t=10$ с ее ускорение $a = 0,7 \text{ м/с}^2$. (30,8)

Задача 9. Материальная точка массой $m=4$ кг движется по криволинейной траектории под действием силы $\vec{F} = 0,4t\vec{e} + 3\vec{n}$. Определить модуль ускорения точки в момент времени $t=10$ с. (1,25)

Задача 10. Материальная точка массой $m=18$ кг движется в горизонтальной плоскости по криволинейной траектории под действием силы $F=25$ Н. Определить радиус кривизны траектории в момент времени, когда скорость точки $v = 4 \text{ м/с}$, а векторы скорости и силы образуют между собой угол 55° . (14,1)

Задача 11. Материальная точка массой $m=10$ кг движется по криволинейной траектории под действием силы $F=0,4t$. Определить касательное ускорение точки в момент времени $t=40$ с, когда угол наклона между силой и вектором скорости равен 30° . (1,39)

Задача 12. Материальная точка 1 массой $m=30$ кг движется в

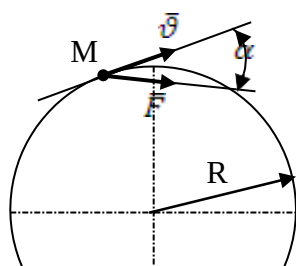


вертикальной плоскости по трубке 2, изогнутой по дуге окружности радиуса $R=12$ м. Определить касательное ускорение точки в указанном положении. (6,94)

Задача 13. Внутри гладкой трубки, изогнутой по окружности радиуса $R=2$ м, в горизонтальной плоскости из состояния покоя движется материальная точка массой $m=42$ кг под действием силы $F=21$ Н. Определить горизонтальную составляющую реакции трубки в момент

времени $t = 7$ с, если направление силы совпадает с вектором скорости. (257)

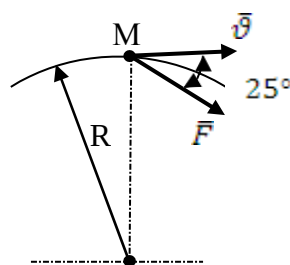
Задача 14.



Материальная точка М массой $m = 8$ кг движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $R = 18$ м. Определить угол α в градусах между силой $\vec{F}$ и скоростью $\vec{v}$ в момент времени, когда скорость точки $v = 3$ м/с, а касательное ускорение $a_t = 0,5$ м/с². (45)

Задача 15. Материальная точка массой $m = 11$ кг движется по криволинейной траектории под действием равнодействующей силы $F = 20$ Н. Определить скорость точки в момент времени, когда радиус кривизны траектории $\rho = 15$ м и угол между силой и вектором скорости равен 35° . (3,96)

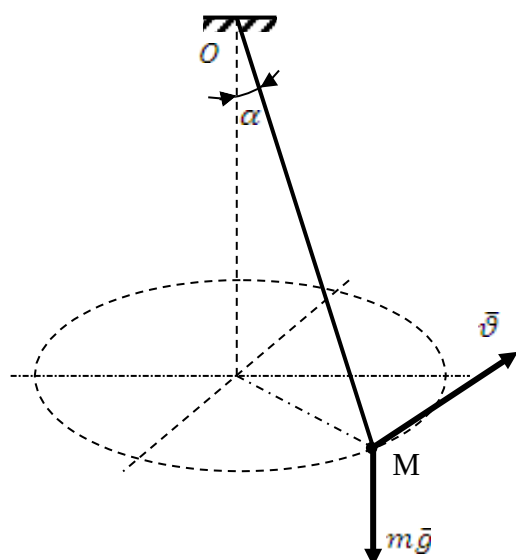
Задача 16. Материальная точка массой $m = 16$ кг движется в плоскости по криволинейной траектории под действием равнодействующей силы $F = 0,3t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 20$ с, когда радиус кривизны траектории $\rho = 12$ м и угол между векторами силы и скорости $\alpha = 50^\circ$. (1,86)



Задача 17. Материальная точка М массой $m = 1,6$ кг движется из состояния покоя в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $R = 12$ м под действием силы $F = 0,2t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 18$ с, если сила образует постоянный угол 25° с вектором скорости.

(3,38)

Задача 18.



Определить скорость точки М конического маятника, который при длине нити $OM = 1$ м описывает конус с углом при вершине $\alpha = 45^\circ$. (2,63)

Задача 19. Материальная точка массой $m = 14$ кг движется из состояния покоя по гладкой

направляющей радиуса R , расположенной в горизонтальной плоскости.

Определить путь, пройденный точкой за время $t=5$ с после начала движения, если на нее действует сила $F=24$ Н, которая образует постоянный угол 45° с касательной к траектории точки. (15,2)

Задача 20. Материальная точка массой $m=12$ кг движется из состояния покоя по направляющей радиуса R , расположенной в горизонтальной плоскости. Определить скорость точки в момент времени $t=4$ с после начала движения, если на нее действует сила $F=22$ Н, которая образует постоянный угол 40° с касательной к траектории точки. (5,62)

Задача 21. Материальная точка массой $m=15$ кг движется из состояния покоя по гладкой направляющей радиуса R , расположенной в горизонтальной плоскости, под действием силы $F=0,5t$. Определить скорость точки в момент времени $t=30$ с, если сила образует постоянный угол 50° с вектором скорости. (9,64)

15 . Динамика точки.

Дифференциальные уравнения движения свободной и несвободной материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трёхгранника. Принцип Даламбера для материальной точки.

Цель занятия: вторая основная задача динамики свободной и несвободной материальной точки, дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трёхгранника. Принцип Даламбера для свободной и несвободной материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий Теоретический обзор: Пусть точка массы m движется прямолинейно под действием сил $\sum \vec{F}_k$.

Основное уравнение динамики для данной точки запишется в виде $m\bar{a} = \sum \bar{F}_k$. Спроецируем это равенство на ось x (y или z) относительно которой движется точка, получим $ma_x = \sum F_{kx}$. Так как $a_x = \frac{dU_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$, то

$m\ddot{x} = \sum F_{kx}$ — дифференциальное уравнение прямолинейного движения данной материальной точки в проекции на ось x .

Для определения закона движения точки нужно проинтегрировать уравнение $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. Определение закона движения точки массы m под действием заданных сил $\sum \bar{F}_k$, её начальному положению и начальной скорости является второй основной задачей динамики материальной точки.

Задача 1. Материальная точка массы m движется прямолинейно по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω — постоянные величины. В начальный момент точка находилась в положении x_0 и имела начальную скорость $\dot{x}_0 = U_0$. Найти закон движения точки относительно оси x .

Решение: Изображаем точку на оси ox в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$, реакцию $\bar{N}$ и заданную силу $\bar{F}$.

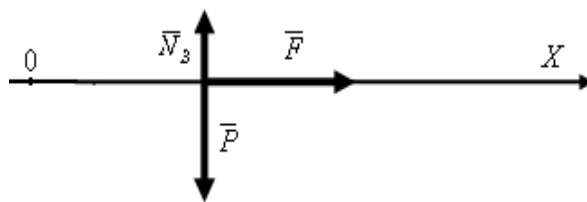


Рисунок 127

Дифференциальное уравнение движения данной точки в проекции на ось x будет $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. У нас $\sum F_{kx} = P_x + N_x + F_x = 0 + 0 + F = F_0 \cos \omega t$. Тогда $m\ddot{x} = F_0 \cos \omega t$. Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение.

Так как $\ddot{x} = \frac{dU_x}{dt}$, то $m \frac{dU_x}{dt} = F_0 \cos \omega t$ — получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем: $\frac{dU_x}{dt} = \frac{F}{m} \cos \omega t dt$; $\int_{U_0}^{U_x} dU_x = \frac{F_0}{m\omega} \int_0^t \cos \omega t d(\omega t)$; $U_x \Big|_{U_0}^{U_x} = \frac{F_0}{m\omega} \sin \omega t \Big|_0^t$;

$$U_x = U_0 \sin \omega t -$$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

закон
и
изменения
скорости
данной
точке
и.

(89)

Так как $U_x = \frac{dx}{dt}$, то $\frac{dx}{dt} = U_0 \sin \omega t -$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

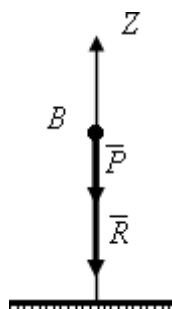
Разделим переменные и

проинтегрируем:

$$\int_{x_0}^x dx = U_0 \int_0^t dt + \frac{F_0}{m\omega^2} \int_0^t \sin \omega t d(\omega t); \quad x \Big|_{x_0}^x = U_0 t \Big|_0^t - \frac{F_0}{m\omega^2} \cos \omega t \Big|_0^t;$$

$$x = x_0 + U_0 t + \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) \text{ — искомый закон движения точки.} \quad (90)$$

Задача 2. На какую высоту H поднимется тело весом P , брошенное вертикально вверх со скоростью U_0 , если сопротивление воздуха может быть выражено формулой $R = k^2 p U^2$, где U — величина скорости тела.



Решение: Примем тело за материальную точку. Изобразим на оси oz точку в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$ и силу сопротивления воздуха $\bar{R}$. Дифференциальное уравнение

движения данного тела в проекции на ось z будет $m\ddot{x} = \sum F_{kz}$. У нас масса $m = \frac{P}{g}$,

$$\sum F_{kz} = -P - k^2 p U^2. \text{ Тогда } \frac{P}{g} \frac{dU_z}{dt} = -g(1 + k^2 U^2). \text{ Умножим обе части этого}$$

равенства на dz , получим $\frac{dU_z \cdot dz}{dt} = -g(1 + k^2 U^2) dz$; Так как $\frac{dz}{dt} = U_z = U$, то

$$U dU = -g(1 + k^2 U^2) dz. \text{ Так как в начальный момент начальное положение тела}$$

$z_0 = 0$, а конечная скорость $U = 0$, то разделяя переменные и интегрируя,

$$\int_0^1 \frac{d(1 + k^2 U^2)}{1 + k^2 U^2} = -g \int_0^H \frac{dz}{1 + k^2 U^2}$$

получим $2k^2 \int_{U_0} 1 + k^2 U^2 = -g \int_0^H dz; \frac{1}{2k^2} \ln(1 + k^2 U^2) \Big|_{U_0}^0 = -gz \Big|_0^H$; Откуда $H = \frac{1}{2gk^2}$.

(91)

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тяжелая точка поднимается по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. В начальный момент скорость точки равнялась $U_0 = 15$ м/с. Коэффициент трения $f = 0,1$. Какой путь

пройдет точка до остановки? За какое время точка пройдет этот путь? *Ответ:* $s = 19,57 \text{ м}$, $t = 2,61 \text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы m совершает прямолинейное движение под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω – постоянные величины. В начальный момент точка имела скорость $v = U_0$.

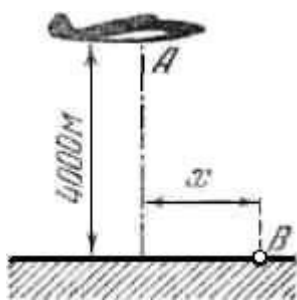
Найти уравнение движения точки. *Ответ:* $x = \frac{F_0}{m\omega^2} \left(1 - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 3. Частица массы m , несущая заряд электричества e , находится в однородном электрическом поле с переменным напряжением $E = A \sin kt$ (A и k – заданные постоянные). Определить движение частицы, если известно, что в электрическом поле на частицу действует сила $F = eE$, направленная в сторону напряжения E . Влиянием силы тяжести пренебречь. Начальное положение частицы принять за начало координат; начальная скорость частицы равна нулю. *Ответ:* $x = \frac{eA}{mk} \left(t - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 4. Точка массы m начинает двигаться из состояния покоя из положения $x_0 = a$ прямолинейно под действием силы притяжения, пропорциональной расстоянию от начала координат: $F_x = -c_1 mx$, и силы отталкивания, пропорциональной кубу расстояния: $Q = c_2 x^3$. При каком соотношении c_1 , c_2 , a точка достигает начала координат и остановится?

Ответ: $c_1 = \frac{1}{2c_2} a^2$.

Задача 5. Самолет A летит на высоте 4000 м над землей с горизонтальной скоростью 140 м/с. На каком



расстоянии x , измеряемом по горизонтальной прямой от данной точки B , должен быть сброшен с самолета без начальной относительной скорости какой-либо груз для того, чтобы он упал в эту точку? Сопротивлением воздуха пренебречь. *Ответ:* $x = 4000 \text{ м}$.

Задача 6. Тело массы 2 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, испытывает сопротивление воздуха, которое при скорости U м/с равно $0,4U$ Н. Найти, через сколько секунд тело достигнет наивысшего положения.
 Ответ: 1,71 с.

Вопросы для обсуждения:

1. 1-я задача динамики материальной точки?
2. От чего может зависеть сила, вызывающая движение материальной точки?
3. Сформулировать вторую основную задачу динамики материальной точки?
4. К каким силам, приложенным к материальной точке, присоединяют силу трения скольжения $\vec{F}_{mp}$ ($F_{mp} = fN$)?
5. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
6. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на естественные оси?

16 . Динамика точки.

Дифференциальные уравнения движения свободной и несвободной материальной точки в проекциях на оси естественного трёхгранника.

Цель занятия: вторая основная задача динамики свободной и несвободной материальной точки, дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трёхгранника. Принцип Даламбера для свободной и несвободной материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий Теоретический обзор: Пусть точка массы m движется прямолинейно под действием сил $\sum \vec{F}_k$.

Основное уравнение динамики для данной точки запишется в виде $m\bar{a} = \sum \bar{F}_k$. Спроецируем это равенство на ось x (y или z) относительно которой движется точка, получим $ma_x = \sum F_{kx}$. Так как $a_x = \frac{dU_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$, то

$m\ddot{x} = \sum F_{kx}$ — дифференциальное уравнение прямолинейного движения данной материальной точки в проекции на ось x .

Для определения закона движения точки нужно проинтегрировать уравнение $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. Определение закона движения точки массы m под действием заданных сил $\sum \bar{F}_k$, её начальному положению и начальной скорости является второй основной задачей динамики материальной точки.

Задача 1. Материальная точка массы m движется прямолинейно по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω — постоянные величины. В начальный момент точка находилась в положении x_0 и имела начальную скорость $\dot{x}_0 = U_0$. Найти закон движения точки относительно оси x .

Решение: Изображаем точку на оси ox в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$, реакцию $\bar{N}$ и заданную силу $\bar{F}$.

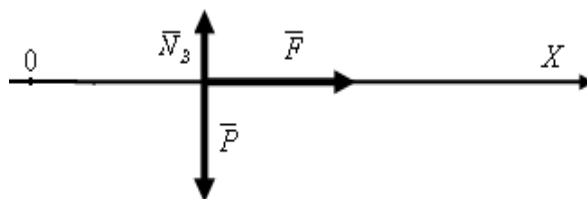


Рисунок 127

Дифференциальное уравнение движения данной точки в проекции на ось x будет $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. У нас $\sum F_{kx} = P_x + N_x + F_x = 0 + 0 + F = F_0 \cos \omega t$. Тогда $m\ddot{x} = F_0 \cos \omega t$. Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение.

Так как $\ddot{x} = \frac{dU_x}{dt}$, то $m \frac{dU_x}{dt} = F_0 \cos \omega t$ — получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем: $\frac{dU_x}{dt} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$; $\int_{U_0}^{U_x} dU_x = \frac{F_0}{m\omega} \int_0^t \cos \omega t d(\omega t)$; $U_x \Big|_{U_0}^{U_x} = \frac{F_0}{m\omega} \sin \omega t \Big|_0^t$;

$$U_x = U_0 \sin \omega t -$$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

закон
и
изменения
скорости
данной
точке
и.

(89)

Так как $U_x = \frac{dx}{dt}$, то $\frac{dx}{dt} = U_0 \sin \omega t -$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

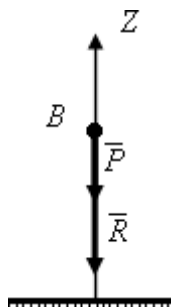
Разделим переменные и

проинтегрируем:

$$\int_{x_0}^x dx = U_0 \int_0^t dt + \frac{F_0}{m\omega^2} \int_0^t \sin \omega t d(\omega t); \quad x \Big|_{x_0}^x = U_0 t \Big|_0^t - \frac{F_0}{m\omega^2} \cos \omega t \Big|_0^t;$$

$$x = x_0 + U_0 t + \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) \text{ — искомый закон движения точки.} \quad (90)$$

Задача 2. На какую высоту H поднимется тело весом P , брошенное вертикально вверх со скоростью U_0 , если сопротивление воздуха может быть выражено формулой $R = k^2 p U^2$, где U — величина скорости тела.



Решение: Примем тело за материальную точку. Изобразим на оси oz точку в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$ и силу сопротивления воздуха $\bar{R}$. Дифференциальное уравнение

движения данного тела в проекции на ось z будет $m\ddot{x} = \sum F_{kz}$. У нас масса $m = \frac{P}{g}$,

$$\sum_{kz} F = -P - k^2 p U^2. \text{ Тогда } \frac{P}{g} \frac{dU_z}{dt} = -g(1 + k^2 U^2). \text{ Умножим обе части этого}$$

равенства на dz , получим $\frac{dU_z \cdot dz}{dt} = -g(1 + k^2 U^2) dz$; Так как $\frac{dz}{dt} = U_z = U$, то

$$U dU = -g(1 + k^2 U^2) dz. \text{ Так как в начальный момент начальное положение тела}$$

$z_0 = 0$, а конечная скорость $U = 0$, то разделяя переменные и интегрируя,

$$\int_0^1 \frac{d(1 + k^2 U^2)}{1 + k^2 U^2} = -g \int_0^H \frac{dz}{1 + k^2 U^2} \quad \ln(1 + k^2 U^2)$$

получим $2k^2 \int_{U_0} 1 + k^2 U^2 = -g \int_0^H dz; \frac{1}{2k^2} \ln(1 + k^2 U^2) \Big|_{U_0}^0 = -gz \Big|_0^H$; Откуда $H = \frac{1}{2gk^2}$.

(91)

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тяжелая точка поднимается по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. В начальный момент скорость точки равнялась $U_0 = 15$ м/с. Коэффициент трения $f = 0,1$. Какой путь

пройдет точка до остановки? За какое время точка пройдет этот путь? *Ответ:* $s = 19,57 \text{ м}$, $t = 2,61 \text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы m совершает прямолинейное движение под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω – постоянные величины. В начальный момент точка имела скорость $v = U_0$.

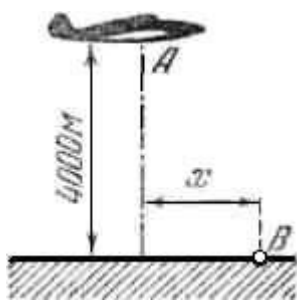
Найти уравнение движения точки. *Ответ:* $x = \frac{F_0}{m\omega^2} \left(1 - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 3. Частица массы m , несущая заряд электричества e , находится в однородном электрическом поле с переменным напряжением $E = A \sin kt$ (A и k – заданные постоянные). Определить движение частицы, если известно, что в электрическом поле на частицу действует сила $F = eE$, направленная в сторону напряжения E . Влиянием силы тяжести пренебречь. Начальное положение частицы принять за начало координат; начальная скорость частицы равна нулю. *Ответ:* $x = \frac{eA}{mk} \left(t - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 4. Точка массы m начинает двигаться из состояния покоя из положения $x_0 = a$ прямолинейно под действием силы притяжения, пропорциональной расстоянию от начала координат: $F_x = -c_1 mx$, и силы отталкивания, пропорциональной кубу расстояния: $Q = c_2 x^3$. При каком соотношении c_1 , c_2 , a точка достигает начала координат и остановится?

Ответ: $c_1 = \frac{1}{2c_2} a^2$.

Задача 5. Самолет A летит на высоте 4000 м над землей с горизонтальной скоростью 140 м/с. На каком расстоянии x , измеряемом по горизонтальной прямой от



данной точки B , должен быть сброшен с самолета без начальной относительной скорости какой-либо груз для того, чтобы он упал в эту точку? Сопротивлением воздуха пренебречь. *Ответ:* $x = 4000 \text{ м}$.

Задача 6. Тело массы 2 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, испытывает сопротивление воздуха, которое при скорости U м/с равно $0,4U$ Н. Найти, через сколько секунд тело достигнет наивысшего положения.
 Ответ: 1,71 с.

Вопросы для обсуждения:

5. 1-я задача динамики материальной точки?
6. От чего может зависеть сила, вызывающая движение материальной точки?
7. Сформулировать вторую основную задачу динамики материальной точки?
8. К каким силам, приложенным к материальной точке, присоединяют силу трения скольжения $\vec{F}_{mp}$ ($F_{mp} = fN$)?
5. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
6. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на естественные оси?

17 . Динамика точки.

Принцип Даламбера для материальной точки.

Цель занятия: вторая основная задача динамики свободной и несвободной материальной точки, дифференциальные уравнения движения материальной точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трёхгранника. Принцип Даламбера для свободной и несвободной материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий Теоретический обзор: Пусть точка массы m движется прямолинейно под действием сил $\sum \vec{F}_k$.

Основное уравнение динамики для данной точки запишется в виде

$m\ddot{x} = \sum \bar{F}_{kx}$. Спроецируем это равенство на ось x (y или z) относительно которой движется точка, получим $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. Так как $a_x = \frac{dU_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$, то

$m\ddot{x} = \sum F_{kx}$ — дифференциальное уравнение прямолинейного движения данной материальной точки в проекции на ось x .

Для определения закона движения точки нужно проинтегрировать уравнение $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. Определение закона движения точки массы m под действием заданных сил $\sum \bar{F}_k$, её начальному положению и начальной скорости является второй основной задачей динамики материальной точки.

Задача 1. Материальная точка массы m движется прямолинейно по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω — постоянные величины. В начальный момент точка находилась в положении x_0 и имела начальную скорость $v_0 = U_0$. Найти закон движения точки относительно оси x .

Решение: Изображаем точку на оси ox в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$, реакцию $\bar{N}$ и заданную силу $\bar{F}$.

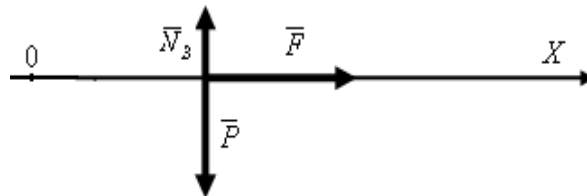


Рисунок 127

Дифференциальное уравнение движения данной точки в проекции на ось x будет $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$. У нас $\sum F_{kx} = P_x + N_x + F_x = 0 + 0 + F = F_0 \cos \omega t$. Тогда $m\ddot{x} = F_0 \cos \omega t$. Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение.

Так как $\ddot{x} = \frac{dU_x}{dt}$, то $m \frac{dU_x}{dt} = F_0 \cos \omega t$ — получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем: $\frac{dU_x}{dt} = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$; $\int_{U_0}^{U_x} dU_x = \frac{F_0}{m\omega} \int_0^t \cos \omega t d(\omega t)$; $U_x \Big|_{U_0}^{U_x} = \frac{F_0}{m\omega} \sin \omega t \Big|_0^t$;

$$U_x = U_0 \sin \omega t -$$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

зако
н
изме
нен
ия
скор
ости
данн
ой
точк
и.

(89)

Так как $U_x = \frac{dx}{dt}$, то $\frac{dx}{dt} = U_0 \sin \omega t -$

$$+ \frac{F_0}{m\omega^2}$$

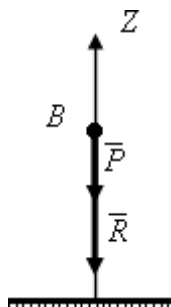
Разделим переменные и

проинтегрируем:

$$\int_{x_0}^x dx = U_0 \int_0^t dt + \frac{F_0}{m\omega^2} \int_0^t \sin \omega t d(\omega t); \quad x \Big|_{x_0}^x = U_0 t \Big|_0^t - \frac{F_0}{m\omega^2} \cos \omega t \Big|_0^t;$$

$$x = x_0 + U_0 t + \frac{F_0}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t) \text{ — искомый закон движения точки.} \quad (90)$$

Задача 2. На какую высоту H поднимется тело весом P , брошенное вертикально вверх со скоростью U_0 , если сопротивление воздуха может быть выражено формулой $R = k^2 p U^2$, где U — величина скорости тела.



Решение: Примем тело за материальную точку. Изобразим на оси oz точку в произвольном положении и действующие на неё силы: силу тяжести $\bar{P}$ и силу сопротивления воздуха $\bar{R}$. Дифференциальное уравнение

движения данного тела в проекции на ось z будет $m\ddot{x} = \sum F_{kz}$. У нас масса $m = \frac{P}{g}$,

$$\sum F_{kz} = -P - k^2 p U^2. \text{ Тогда } \frac{P}{g} \frac{dU_z}{dt} = -g(1 + k^2 U^2). \text{ Умножим обе части этого}$$

равенства на dz , получим $\frac{dU_z \cdot dz}{dt} = -g(1 + k^2 U^2) dz$; Так как $\frac{dz}{dt} = U_z = U$, то

$U dU = -g(1 + k^2 U^2) dz$. Так как в начальный момент начальное положение тела

$z_0 = 0$, а конечная скорость $U = 0$, то разделяя переменные и интегрируя,

$$\int_0^1 \frac{d(1 + k^2 U^2)}{1 + k^2 U^2} = -g \int_0^H \frac{dz}{1 + k^2 U^2}$$

получим $2k^2 \int_{U_0}^{U_1} \frac{dU}{1+k^2 U^2} = -g \int_0^H dz; \frac{1}{2k^2} \ln(1+k^2 U^2) \Big|_{U_0}^{U_1} = -gz \Big|_0^H$; Откуда $H = \frac{U_1^2 - U_0^2}{2gk^2}$.

(91)

Решить самостоятельно:

Задача 1. Тяжелая точка поднимается по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. В начальный момент скорость точки равнялась $U_0 = 15$ м/с. Коэффициент трения $f = 0,1$. Какой путь

пройдет точка до остановки? За какое время точка пройдет этот путь? *Ответ:* $s = 19,57 \text{ м}$, $t = 2,61 \text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы m совершает прямолинейное движение под действием силы, изменяющейся по закону $F = F_0 \cos \omega t$, где F_0 и ω – постоянные величины. В начальный момент точка имела скорость $v = U_0$.

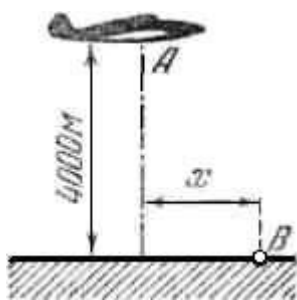
Найти уравнение движения точки. *Ответ:* $x = \frac{F_0}{m\omega^2} \left(1 - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 3. Частица массы m , несущая заряд электричества e , находится в однородном электрическом поле с переменным напряжением $E = A \sin kt$ (A и k – заданные постоянные). Определить движение частицы, если известно, что в электрическом поле на частицу действует сила $F = eE$, направленная в сторону напряжения E . Влиянием силы тяжести пренебречь. Начальное положение частицы принять за начало координат; начальная скорость частицы равна нулю. *Ответ:* $x = \frac{eA}{mk} \left(t - \frac{\sin kt}{k}\right)$.

Задача 4. Точка массы m начинает двигаться из состояния покоя из положения $x_0 = a$ прямолинейно под действием силы притяжения, пропорциональной расстоянию от начала координат: $F_x = -c_1 mx$, и силы отталкивания, пропорциональной кубу расстояния: $Q = c_2 x^3$. При каком соотношении c_1 , c_2 , a точка достигает начала координат и остановится?

Ответ: $c_1 = \frac{1}{2c_2} a^2$.

Задача 5. Самолет A летит на высоте 4000 м над землей с горизонтальной скоростью 140 м/с. На каком



расстоянии x , измеряемом по горизонтальной прямой от данной точки B , должен быть сброшен с самолета без начальной относительной скорости какой-либо груз для того, чтобы он упал в эту точку? Сопротивлением воздуха пренебречь. *Ответ:* $x = 4000 \text{ м}$.

Задача 6. Тело массы 2 кг, брошенное вертикально вверх со скоростью 20 м/с, испытывает сопротивление воздуха, которое при скорости U м/с равно $0,4U$ Н. Найти, через сколько секунд тело достигнет наивысшего положения.
 Ответ: 1,71 с.

Вопросы для обсуждения:

9. 1-я задача динамики материальной точки?
10. От чего может зависеть сила, вызывающая движение материальной точки?
11. Сформулировать вторую основную задачу динамики материальной точки?
12. К каким силам, приложенным к материальной точке, присоединяют силу трения скольжения $\vec{F}_{mp}$ ($F_{mp} = fN$)?
5. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
6. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в проекции на естественные оси?

18. Общие теоремы Динамики точки.

Работа силы. Мощность.

Цель занятия: Работа силы. Мощность. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Работа силы $\vec{F}$ на любом конечном перемещении M_0M_1 , при

прямолинейном движении точки M , равна $A = \int_{(M_0)}^{(M_1)} F dS$. При криволинейном

движении $A = \int_{(M_0)}^{(M_1)} \vec{F}_\tau dS$, где $\vec{F}_\tau$ – проекция силы $\vec{F}$ на касательную τ . Если сила $\vec{F}$

–const, то элементарная работа $A = FS$, где S – путь пройденный точкой. Если

точка движется по криволинейной траектории, то через проекции силы на оси декартовой системы координат, работа силы $\vec{F}$ имеет вид:

$$A = \int_{(M_0)}^{(M_1)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz). \quad (92)$$

Мощность, в общем случае, равна $N = F_\tau U$, где U – скорость движения точки. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки записывается в виде: $d(\frac{mU^2}{2}) = \sum dA_k$, где $\sum dA_k$ – сумма элементарных работ всех сил действующих на точку. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки в конечной форме имеет вид: $\frac{mU^2}{2} - \frac{mU_0^2}{2} = \sum_k A_k$, где U_0 – начальная скорость точки, U – конечная скорость точки, $\sum A_k$ – алгебраическая сумма работ всех действующих на точку постоянных сил, при некотором её конечном перемещении.

Задача 1. Точка массы m движется по горизонтальной прямой по закону $S = t^4$ под действием силы $F = 12t^2$. Определить работу этой силы при перемещении точки из положения точки $S_0 = 0$ в положение $S = 4$ м.

$$\text{Решение: } A = \int_{(M_0)}^{(M_1)} F dS = \int_{(M_0)}^{(M_1)} 12t^2 \cdot \frac{dS}{dt} \cdot dt = \int_{(M_0)}^{(M_1)} 12t^2 \cdot 4t^3 dt = 48 \int_{(M_0)}^{(M_1)} t^5 dt. \quad (93)$$

$$\text{Так как при } S = 0, \text{ то } t = 0, \text{ а при } S = 4 \text{ м, } 4 = t^4; \quad t = \sqrt[4]{4}, \text{ то} \\ A = 48 \int_0^{\sqrt[4]{4}} t^5 dt = 48 \cdot \frac{t^6}{6} \Big|_0^{\sqrt[4]{4}} = 8 \cdot (\sqrt[4]{4})^6 = 8 \cdot 8 = 64 \text{ Дж.} \quad (94)$$

Таким образом работа данной силы $A = 64$ Дж.

Задача 2. Пусть точка M , на которую действует сила тяжести $\vec{P}$, переместилась из положения M_0 в положение M_1 (рис.129)

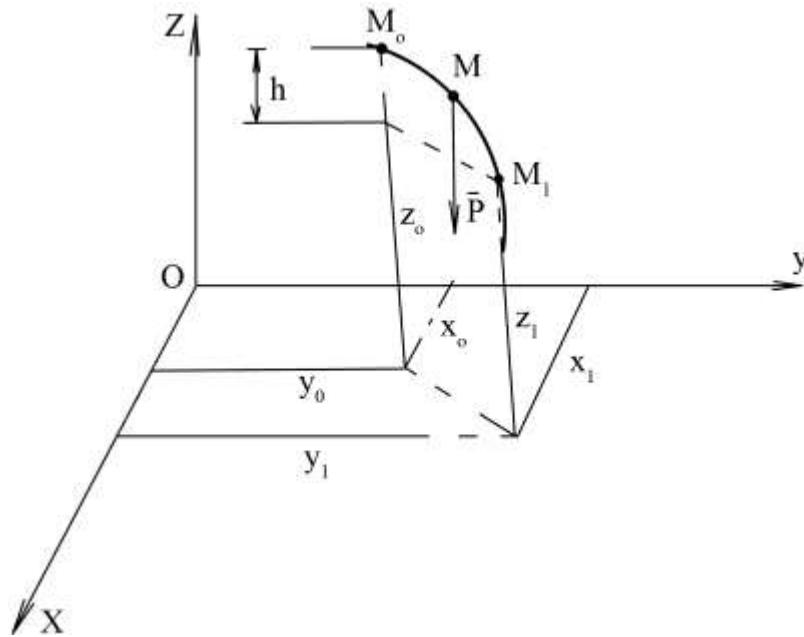


Рисунок 129

Тогда $P_x = \bar{P}_y = 0$, $P_z = -P$. Подставляя эти значения в формулу (92),

получим
$$A(\bar{P}) = \int_{z_0}^{z_1} (-\bar{P}) dz = P(z_0 - z_1)$$

обозначая $z_0 - z_1 = \pm h$, получим

$$A(\bar{P}) = \pm Ph \quad (95)$$

Если точка M_0 выше (ниже) точки M_1 , то $A(\bar{P}) > 0$, ($A(\bar{P}) < 0$)

Из равенства (93) видно, что работа силы тяжести не зависит от траектории движения точки M , а зависит только от ее вертикального перемещения h .

Задача 3. Тело M находится на шероховатой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Из состояния покоя телу сообщена начальная скорость U_0 . Определить путь S , пройденный телом до остановки, если коэффициент трения при движении равен f .

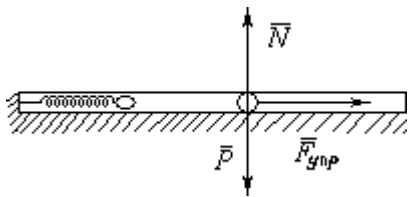
Решение: Примем тело M за материальную точку. Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии материальной

точки в конечной форме:
$$\frac{mU^2}{2} - \frac{mU_0^2}{2} = \sum_k A_k$$

На данное тело действуют: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$, реакция $\vec{N}$ и сила трения скольжения $\vec{F}_{mp}$ ($F_{mp} = fN = fmg \cos \alpha$). Определяем работу этих сил: $A(\vec{P}) = P \cdot h = mgS \sin \alpha$; $A(\vec{N}) = 0$; $A(\vec{F}_{mp}) = -F_{mp}S = -fmgS \cos \alpha$. Так как начальная скорость U_0 , а конечная $U_0 = 0$, то $0 - \frac{mU_0^2}{2} = mgS(f \cos \alpha - \sin \alpha)$.

$$\text{Откуда } S = \frac{U_0^2}{2g(f \cos \alpha - \sin \alpha)}. \quad (96)$$

Задача 4. Пружина имеет в ненапряженном состоянии длину 20 см. Сила, необходимая для измерения ее длины на 1 см равна 1,96 Н. С какой скоростью



У вылетит из трубки шарик масса $m = 30$ г, если пружина была сжата до длины 10 см? Трубка расположена горизонтально. Трением пренебречь.

Решение:

Воспользуемся теоремой об измерении кинетической энергии материальной точки, приняв шарик за точку, в конечной форме: $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum_k A$. На шарик действуют силы: P - вес шарика, $F_{упр}$ - сила

упругости пружина, $\vec{N}$ - реакция. Определяем сумму работ этих сил.

$A(\vec{P}) = A(\vec{N}) = 0$, так как эти силы перпендикулярны движению шарика.

$A(F_{упр}) = \frac{c}{2} (\Delta l_{нач}^2 - \Delta l_{кон}^2)$. У нас $m = 30$ г = 0,03 кг, $c = 1,96$ Н/см = 196 Н/м,

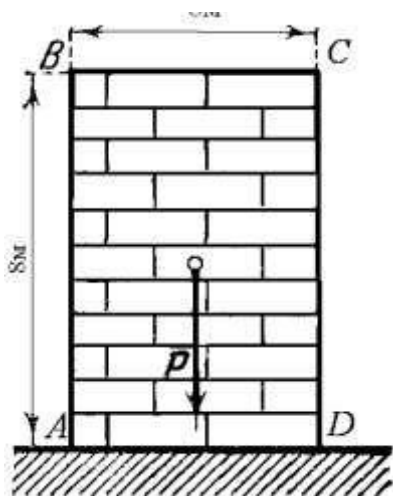
$\Delta l_{нач} = 10$ см = 0,1 м. $\Delta l_{кон} = 0$. Тогда учитывая, что начальная скорость

шарика $v_0 = 0$, получим $\frac{0,03v^2}{2} = \frac{196}{2} (0,1^2 - 0)$. Откуда $v = 8,08$ м/с.

Решить самостоятельно:

Задача 1. Вычислить работу, которая производится при подъеме груза массы 20 кг по наклонной плоскости на расстоянии 6 м, если угол образуемый плоскостью с горизонтом, равен 30° , а коэффициент трения равен 0,01. Ответ: 598 Дж.

Задача 2. Бетонный блок $ABCD$, размеры которого указаны на рисунке, имеет массу 4000 кг. Определить работу, которую надо затратить на



опрокидывание его вращением вокруг ребра D . Ответ: 39,24 кДж.

Задача 3. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30° , спускается без начальной скорости тяжелое тело; коэффициент трения равен 0,1. Какую скорость будет иметь тело, пройдя 2 м от начала движения? Ответ: 4,02 м/с.

Задача 4. Материальная точка массы 3 кг по горизонтальной прямой влево со скоростью 5 м/с. К точке приложили постоянную силу, направленную вправо. Действие силы прекратилось через 30 с, и тогда скорость точки оказалась равной 55 м/с и направленной вправо. Найти величину этой силы и совершённую ею работу. Ответ: $F=6$ Н, $A=4,5$ кДж.

Задача 5. Брус начинает двигаться с начальной скоростью u_0 по горизонтальной шероховатой плоскости и проходит до полной остановки расстояние s . Определить коэффициент трения скольжения, считая, что сила трения пропорциональна нормальному давлению. Ответ: $f = \frac{u_0^2}{2gs}$

Задача 6. Гвоздь вбивается в стену, оказывающую сопротивление 700 Н. При каждом ударе молотка гвоздь углубляется в стену на длину $l = 0,15$ см. Определить массу молотка, если при ударе о шляпку гвоздя он имеет скорость $v = 1,25$ м/с. Ответ: 1,344 кг.

Задача 7. Упавший на Землю метеорит массы 39 кг углубился в почву на 1,875 м. Вычислено, что почва в месте падения метеорита оказывает проникающему в нее телу сопротивление $5 \cdot 10^5$ Н. С какой скоростью метеорит достиг поверхности Земли? С какой высоты он должен был упасть без начальной скорости, чтобы у поверхности Земли приобрести указанную

скорость? Считаем силу тяжести постоянной и пренебрегаем сопротивлением воздуха. Ответ: $U = 219$ м/с, $H = 2453$ м.

Вопросы для обсуждения:

1. Чему равна кинетическая энергия материальной точки?
2. Чему равна работа силы тяжести?
3. От чего зависит работа силы тяжести?
4. Как определяется сила трения скольжения?
5. Зависит ли работа силы трения скольжения от изменения угла

наклона плоскости, по которой движется точка, с горизонтом?

6. Работа силы упругости?
7. Работа силы постоянной по модулю и направлению?
8. Механический смысл c – коэффициента жёсткости пружины?

19. Общие теоремы Динамики точки.

Кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.

Цель занятия: Кинетическая энергия материальной точки, теорема об изменении кинетической энергии материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

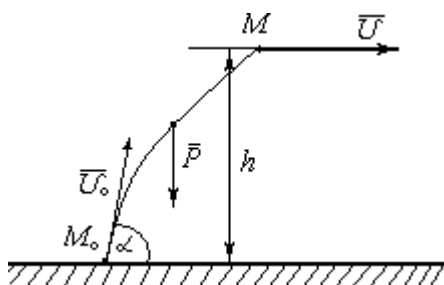
Краткий Теоретический обзор:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 - \text{кинетическая энергия материальной точки.} \quad (97)$$

$$T - T_0 = \int_{S_0}^S F ds - \text{изменение кинетической энергии материальной точки}$$

массой m на участке ее движения со скоростями $\bar{U}$ и $\bar{U}_0$ равно полной работе всех сил, действующих на точку по перемещению ее из положения S_0 в положение S . (98)

Задача: Точка масса m брошена с поверхности земли под углом $\alpha = 60^\circ$ к



горизонту (рис. 130) с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с. Определить наибольшую высоту h подъема точки.

Решение:

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии материальной точки в конечной форме $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum_k A_k$. (99)

Рисунок 130

Так как движение точки будет происходить только под действием силы тяжести, то $\sum A_k = A(\vec{P}) = -Ph = -mgh$. Точка будет подниматься до тех пор пока ее вертикальная скорость станет равной нулю. Полагая $v_{\text{вер}} = v = 0$, а по условию $v_{\text{вер}} = v_0 \sin \alpha$, то по теореме, получим

$$0 - \frac{m(v_0 \sin \alpha)^2}{2} = -mgh. \text{ Откуда } h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{30^2 \sin^2 60^\circ}{2 \cdot 9,8} = 34,4 \text{ м.} \quad (100)$$

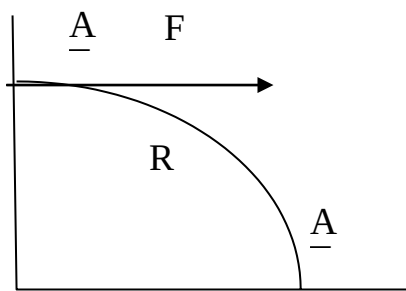
Значит $h_{\text{max}} = 34,4$ м.

Решить самостоятельно:

Задача 1. Материальная точка массой $m=10$ кг движется по прямой без начальной скорости под действием силы $\vec{F} = 0,4t$, направленной по той же прямой. Определить путь, пройденный точкой в момент времени, когда $v = 10$ м/с. (1)

Задача 2. Железнодорожный поезд движется по горизонтальному и прямолинейному участку пути. При торможении развивается сила сопротивления, равная 0,1 веса поезда. В момент начала торможения скорость поезда равняется 20 м/с. Найти время торможения и тормозной путь. (20.4;204)

Задача 3.



Точка А - точка приложения постоянной горизонтальной силы $\vec{F} = 1$ Н перемещается по дуге окружности радиуса $R=4$ м.

Определить работу этой силы на перемещение точки А из начального положения А в положение A_1 . (4)

Задача 4. Тело массой $m=12$ кг из состояния покоя движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=0,6t$, которая направлена по той же прямой. Определить путь, пройденный телом по истечении 10с после начала движения. (8,33)

Задача 5. Материальная точка массой $m=25$ кг начала движение из состояния покоя по горизонтальной прямой под действием силы $F=20t$, которая направлена по той же прямой. Определить путь, пройденный точкой за 4с. (8,53)

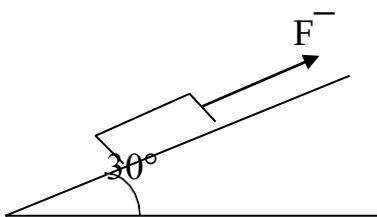
Задача 6. Материальная точка массой $m=50$ кг из состояния покоя движется по гладкой горизонтальной направляющей под действием силы $F=50\text{Н}$, вектор которой образует постоянный угол $\alpha=20^\circ$ с направляющей. Определить путь, пройденный точкой за время $t=20\text{с}$. (188)

Задача 7. Тело движется вниз без начальной скорости по наклонной шероховатой плоскости, которая образует с горизонтом угол 40° . Определить путь, пройденный телом в тот момент времени, когда его скорость будет равна $v=10\text{м/с}$, коэффициент трения скольжения $f = 0,1$. (0,1)

Задача 8. Материальная точка массой $m=10$ кг движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=10t$, которая направлена по той же прямой. Определить путь, пройденный точкой до момента, когда $v=10\text{м/с}$, если $v_0=2\text{м/с}$. (12)

Задача 9. Ползун, получив некоторую начальную скорость v_0 прошел по шероховатой плоскости расстояния $s=1\text{м}$ и остановился. Определить начальную скорость ползуна, если коэффициент трения скольжения $f = 0,1$. (1,4)

Задача 10.



Тело массой $m=200\text{кг}$ из состояния покоя движется вверх по гладкой наклонной плоскости под действием силы $F=1\text{кН}$. Определить перемещение тела за время $t=4,33\text{с}$ после начала движения. (8)

Вопросы для обсуждения:

1. Кинетическая энергия материальной точки?
2. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки?
3. Работа силы тяжести?
4. Работа силы трения скольжения?
5. Работа силы, постоянной по модулю и направлению?
6. Работа переменной силы?

20. Общие теоремы Динамики точки.

Импульс силы. Теорема об изменении количества движения материальной точки.

Цель занятия: импульс силы, количество движения материальной точки, теорема об изменении количества движения материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

$\vec{m\vec{v}}$ – вектор количества движения материальной точки ($\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$). (100)

$\vec{S} = \vec{F}t$ – элементарный импульс силы $\vec{F}$ за время t (Н·с);

(101)

$\vec{m\vec{v}} - m\vec{v}_0 = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$ – изменение вектора количества движения материальной

точки массой m на участке ее движения со скоростями $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$ равно полному импульсу всех сил, действующих на точку за время $t_0 - t$. (102)

В практических задачах теорема об изменении количества движения материальной точки применяется в проекциях на оси системы отсчета: t

$$m v_x - m v_{0x} = \sum S_x(\vec{F}_k) \quad (103)$$

Задача. Внутри поллой трубки движется шарик массой m . Время движения шарика на участке ВД $t = 1$ с, коэффициент трения скольжения $f = 0,3$.

Определить скорость шарика в положении Д, если $v_B = 8$ м/с.



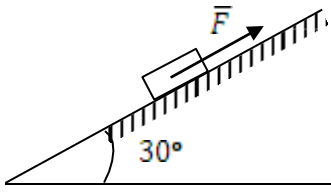
количества движения $mV_{DX} - mV_{BX} = \sum S_X(\bar{F}_K)$; $V_{DX} = BD$; $V_{BX} = V_B$;

$$mV_D - mV_B = -Zmg \cos \alpha * \tau_{BD} + mg \sin \alpha * \tau_{BD};$$

горизонтальной прямой под действием силы $F=270\text{t}$, которая направлена по той

же прямой. Определить скорость точки в момент времени $t=10$ с, если при

$$t_0 = 0 \text{ скорость } v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (25)$$



Задача 2. Тело массой $m=200$ кг с начальной

скоростью $v_0 = \frac{2\text{м}}{\text{с}}$ движется вверх по гладкой наклонной

плоскости под действием силы $F=1$ кН. Определить

время движения тела до полной остановки. (4,1)

Задача 3. На материальную точку массой $m=200$ кг, которая находится на горизонтальной поверхности, действует вертикальная подъемная сила $F=10t^2$. Определить время t , при котором начинается движение точки. (14,0)

Задача 4. Материальная точка массой $m=900$ кг движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=270t$, которая направлена по той же прямой. Определить начальную скорость точки при

$$t_0 = 0, \text{ если через } t = 10\text{с } v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (10)$$

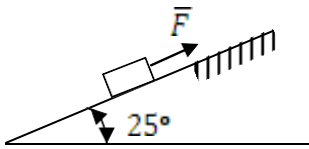
Задача 5. Ползун, получив начальную скорость $v_0 = 1,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, движется по шероховатой горизонтальной плоскости до полной остановки. Определить время движения ползуна до остановки, если $f=0,1$. (1,43)

Задача 6. Материальная точка массой $m=10$ кг движется без начальной скорости по горизонтальной прямой под действием силы $F=10t$, которая направлена по той же прямой. Определить время, когда скорость точки будет равна $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. (4,5)

Задача 7. Тело движется вниз по наклонной шероховатой плоскости, которая образует с горизонтом угол 40° . Определить начальную скорость тела, если спустя 10 с после начала движения со скоростью $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, коэффициент трения скольжения $f=0,1$. (5,8)

Задача 8. Тело движется без начальной скорости по наклонной шероховатой плоскости, которая составляет с горизонтом угол 40° . Определить

время движения тела до того момента, когда скорость тела будет равна $v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, коэффициент трения скольжения $f=0,3$. (0,4)



Задача 9. Тело массой $m=200$ кг из состояния покоя движется вверх по гладкой наклонной плоскости под действием силы $F=1$ кН. Определить время, за которое тело переместится на расстояние 8 м. (4,33)

Задача 10. Материальная точка движется из состояния покоя вниз по гладкой плоскости, которая наклонена под углом 10° к горизонту. Определить, за какое время точка пройдет путь 30 м. (5,93)

Задача 11. Материальная точка массой $m=900$ кг движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=270t$, которая направлена по той же прямой. Определить скорость, которую достигнет точка через $t=5$ с, если $v_0=0$, скорость $v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. (5)

Задача 12. Материальная точка массой $m=10$ кг движется по прямой под действием силы $F=0,4t$, которая по направлению совпадает с направлением движения точки. Определить время, за которое скорость точки увеличится с 2 до 8 м/с. (17,3)

Задача 13. Материальная точка массой $m=900$ кг движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=270t$, которая направлена по той же прямой. Определить время t после начала движения, за которое скорость точки изменилась с $v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ до $v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, если $t_0=0$. (10)

Задача 14. Материальная точка массой $m=0,2$ кг движется вдоль оси Ox под действием силы $F_x = -0,4t$. Определить скорость точки в момент времени $t=2$ с, если ее начальная скорость $v_{x0} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. (2)

Задача 15. Определить путь, пройденный материальной точкой массой m по оси Ox за время $t=1$ с, если она движется под действием силы $F_x = 12mt^2$. В момент времени $t_0 = 0$ координата $x_0 = 3$ м, скорость . (10)

Задача 16. Материальная точка массой $m=100$ кг движется по горизонтальной прямой под действием силы $F=10t$, которая направлена по той

же прямой. Определить время, за которое скорость точки увеличится с 5 до 25 м/с. (20)

Вопросы для обсуждения:

1. Элементарный импульс силы?
2. Вектор количества движения материальной точки? Проекция вектора количества движения на ось?
3. Проекция вектора импульса силы на ось?
4. Теорема об изменении количества движения материальной точки?
5. Импульс переменной силы?

21. Общие теоремы Динамики точки.

Применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

Цель занятия: применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \sum \vec{F}_k \quad (104)$$

(104) – теорема об изменении количества движения материальной точки.

Если $F = \text{const}$, то

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \sum \vec{S}_k \quad (105)$$

где $S = Ft$ – элементарный импульс силы за время t .

Теорема об изменении количества движения точки в практических задачах применяется на тех участках траектории движения точки, где задано время движения точки или это время нужно определить. Теорема об изменении количества движения точки в практических задачах применяется в проекциях

на оси выбранной системы координат для рассмотрения движения материальной точки:

$$m\dot{v}_x - m\dot{v}_{0x} = \sum S_{kx} \quad (106)$$

$$\sum (\bar{F}_k + \bar{N} + \bar{F}^u) = 0 \quad (107)$$

(107) – это принцип Даламбера для материальной точки: геометрическая сумма заданных сил, сил реакций опор и сил инерции точки должны быть равны нулю.

Задача: Шарик, принимаемый за материальную точку, движется из положения A внутри трубки, ось которой расположена в вертикальной плоскости (рис.132). Найти скорость шарика в положениях B и C и давление шарика на стенку трубки в положении C . Трением на криволинейных участках траектории пренебречь.

Дано: $m = 0,5$ кг; $v_A = 0,8$ м/с; $\tau = 0,1$ с (время движения на участке BD);
 $R = 0,2$ м; $f = 0,1$; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $h_0 = 0$; $c = 10$ Н/см = 1000 Н/м.

Определить v_B, v_C, N_C, v_D, h . (рис.132).

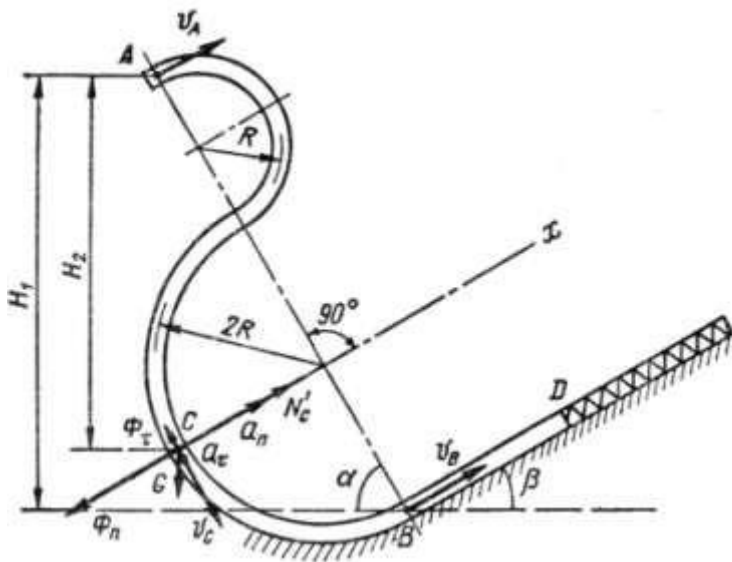


Рисунок 132

Решение: Для определения v_B и v_C применим теорему об изменении кинетической энергии материальной точки. Движение шарика на участках

AC и AB траектории происходит под действием силы тяжести G (силы трения на криволинейных участках не учитываем):

$$m_B^2/2 - m_A^2/2 = \sum A_i = GH_1 = mgAB \sin \alpha = mg6R \sin \alpha; \quad (105)$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2g6R \sin \alpha;$$

$$v_B = 4,59 \text{ м/с}; \quad (106)$$

$$mv_C^2/2 - mv_A^2/2 = \sum A_i = GH_2 = mg(4R \sin \alpha + 2R \cos \alpha); \quad (107)$$

$$v_C^2 - v_A^2 = 4gR(2 \sin \alpha + \cos \alpha);$$

$$v_C = \sqrt{v_A^2 + 4gR(2 \sin \alpha + \cos \alpha)},$$

$$v_C = 4,26 \text{ м/с}. \quad (108)$$

Определяем давление шарика на стенку канала в положении C .

В соответствии с принципом Даламбера для материальной точки геометрическая сумма сил, приложенных к точке, и силы инерции этой точки равны нулю:

$$\vec{G} + \vec{N}'_C + \vec{\Phi} = 0. \quad (109)$$

Силу инерции материальной точки можно разложить на нормальную и касательную составляющие:

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_n + \vec{\Phi}_\tau. \quad (110)$$

Сумма проекций сил $\vec{G}$, N'_C и $\vec{\Phi}$ на ось x должна быть равна нулю:

$$N'_C - G \cos 60^\circ - \Phi_n = 0. \quad (111)$$

Отсюда

$$N'_C - G \cos 60^\circ - \Phi_n = mg \cos 60^\circ + \frac{mv_C^2}{2R},$$

$$N'_C = 25,2 \text{ Н}. \quad (112)$$

Реакцию N'_C можно также определить с помощью естественного уравнения движения:

$$\frac{mv_C^2}{R} = \sum P_i \cos(\vec{P}_i, \vec{n}) = N'_C - G \cos 60^\circ. \quad (113)$$

Отсюда

$$N'_C = G \cos 60^\circ + \frac{mv_C^2}{R}. \quad (114)$$

Искомое давление N_c шарика на стенку трубки по числовому значению равно найденной реакции N'_c и направлено в противоположную сторону.

Скорость шарика в положении D найдем, применив на участке BD теорему об изменении количества движения материальной точки (рис. 133):

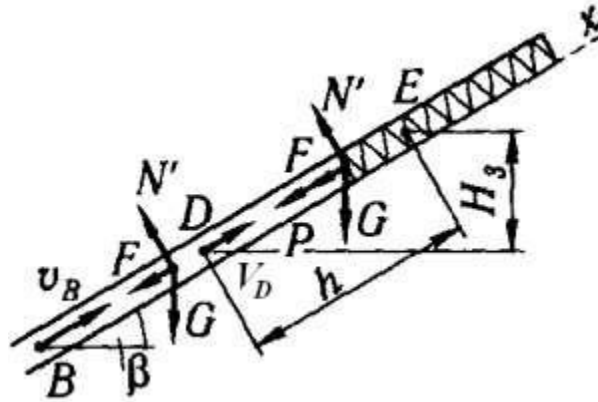


Рисунок 133

$$mv_{Dx} - mv_{Bx} = \sum S_{ix} \quad (115)$$

К точке приложена сила тяжести $\vec{G}$, реакция стенки трубки $\vec{N}'$ и сила трения $\vec{F}$:

$$F = fN' = fG \cos \beta. \quad (116)$$

Так как

$$v_{Dx} = v_D, v_{Bx} = v_B, \sum S_{ix} = -G \sin \beta \cdot t - Ft = -mg \sin \beta \cdot t - fmg \cos \beta \cdot t, \quad (117)$$

то

$$mv_D - mv_B = -mg \sin \beta \cdot t - fmg \cos \beta \cdot t, \quad (118)$$

Откуда $v_D = 4,01 \text{ м/с}$.

Для максимального сжатия h пружины воспользуемся на участке DE теоремой об изменении кинетической энергии материальной точки:

$$mv_E^2/2 - mv_D^2/2 = \sum A_i = -ch^2/2 - CH_3 - Fh. \quad (119)$$

Учитывая, что $v_E = 0$ и $H_3 = h \sin \beta$, получаем

$$ch^2/2 + G(\sin \beta + f \cos \beta) h - mv_D^2/2 = 0,$$

$$\text{или } h^2 + 2Gh(\sin\beta + \cos\beta)/c - mv_D^2/c = 0. \quad (120)$$

Решая полученное квадратное уравнение относительно h , получим

$$h = (-0,003 \pm 0,090)\text{ м.}$$

Принимаем в качестве искомой величины положительный корень квадратного уравнения:

$$h = -0,003 + 0,090 = 0,087 \text{ м.}$$

$$\text{Ответ: } v_B = 4,59 \text{ м/с; } v_C = 4,26 \text{ м/с. } N'_C = 25,2 \text{ Н. } v_D = 4,01 \text{ м/с.}$$

$$h = -0,003 + 0,090 = 0,087 \text{ м.}$$

Решить самостоятельно:

Задача:

Шарик, принимаемый за материальную точку, движется из положения A внутри трубки, ось которой расположена в вертикальной плоскости (рис. 134–136). Найти скорость шарика в положениях B и C и давление шарика на стенку трубки в положении C . Трением на криволинейных участках траектории пренебречь. В вариантах 3, 6, 7, 10, 13, 15, 17, 19, 25, 28, 29 шарик, пройдя путь h_0 , отделяется от пружины.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 1. В задании приняты следующие обозначения: m – масса шарика; V_A – начальная скорость шарика; τ – время движения шарика на участке AB (в вариантах 1, 2, 5, 8, 14, 18, 20, 21, 23, 24, 27, 30) или на участке BD (в вариантах 3, 4, 6, 7, 9–13, 15–17, 19, 22, 25, 26, 28, 29); f – коэффициент трения скольжения шарика по стенке трубки; h_0 – начальная деформация пружины; h – наибольшее сжатие пружины; c – коэффициент жесткости пружины; H – наибольшая высота подъема шарика; s – путь, пройденный шариком до остановки.

Таблица 1.

Номер варианта (рис. 134- 136)	m , кг	V_A , м/с	τ , с	R , м	f	α , град	β , град	h_0 , см	c , Н/см	Величины, которые требуется определить дополнительно
1	0,5	20	2,0	2,0	0,20	30	45	-	-	-
2	0,6	16	0,2	4,0	0,10	45	20	-	-	H
3	0,4	0	2,0	0,2	0,15	30	-	10	1	V_D
4	0,2	5	0,5	1,0	0,10	45	-	-	-	V_D
5	0,1	8	1,5	2,0	0,20	30	-	-	-	-
6	0,3	2	2,0	4,0	0,10	30	20	30	2	V_D
7	0,4	5	1,0	1,0	0,10	30	-	50	5	V_D
8	0,2	1	0,5	1,5	0,15	30	60	0	4	h
9	0,5	2	1,5	4,0	0,25	20	60	-	-	V_D
10	0,4	4	0,1	0,5	0,10	30	60	0,2	0,2	V_D
11	0,2	6	1,0	1,0	0,30	45	-	-	3	V_D, h
12	0,4	5	0,4	2,0	0,20	30	60	-	-	V_D
13	0,3	0	0,1	1,0	0,10	30	60	50	10	V_D
14	0,6	0	2,0	3,0	0,20	60	30	-	-	s
15	0,1	1	0,1	1,0	0,15	60	20	50	0,2	V_D
16	0,4	2	0,2	2,0	0,40	30	-	-	-	V_D
17	0,2	0	0,1	1,0	0,20	30	-	40	1,0	V_D
18	0,3	3	0,4	1,5	0,10	45	-	-	-	-
19	0,1	4	0,1	0,4	0,30	30	60	10	0,5	V_D
20	0,2	10	1,0	0,5	0,10	60	-	0	1,2	h
21	0,7	3	0,3	0,3	0,20	45	-	-	-	-
22	0,4	1	0,2	0,2	0,40	45	-	0	1,1	V_D, h
23	0,6	2	0,4	0,2	0,20	45	-	-	-	-
24	0,5	0	0,5	0,6	0,30	60	30	-	-	H
25	0,1	0	0,2	0,5	0,25	-	30	30	0,4	V_D
26	0,2	2	0,1	0,2	0,20	30	-	-	-	V_D
27	0,8	3	0,2	0,4	0,15	45	-	-	-	V_D
28	0,3	4	0,1	0,6	0,35	30	15	60	0,1	V_D
29	0,5	0	0,2	0,5	0,20	45	30	50	0,8	V_D
30	0,8	5	0,3	0,6	0,15	30	-	-	-	V_{DE}

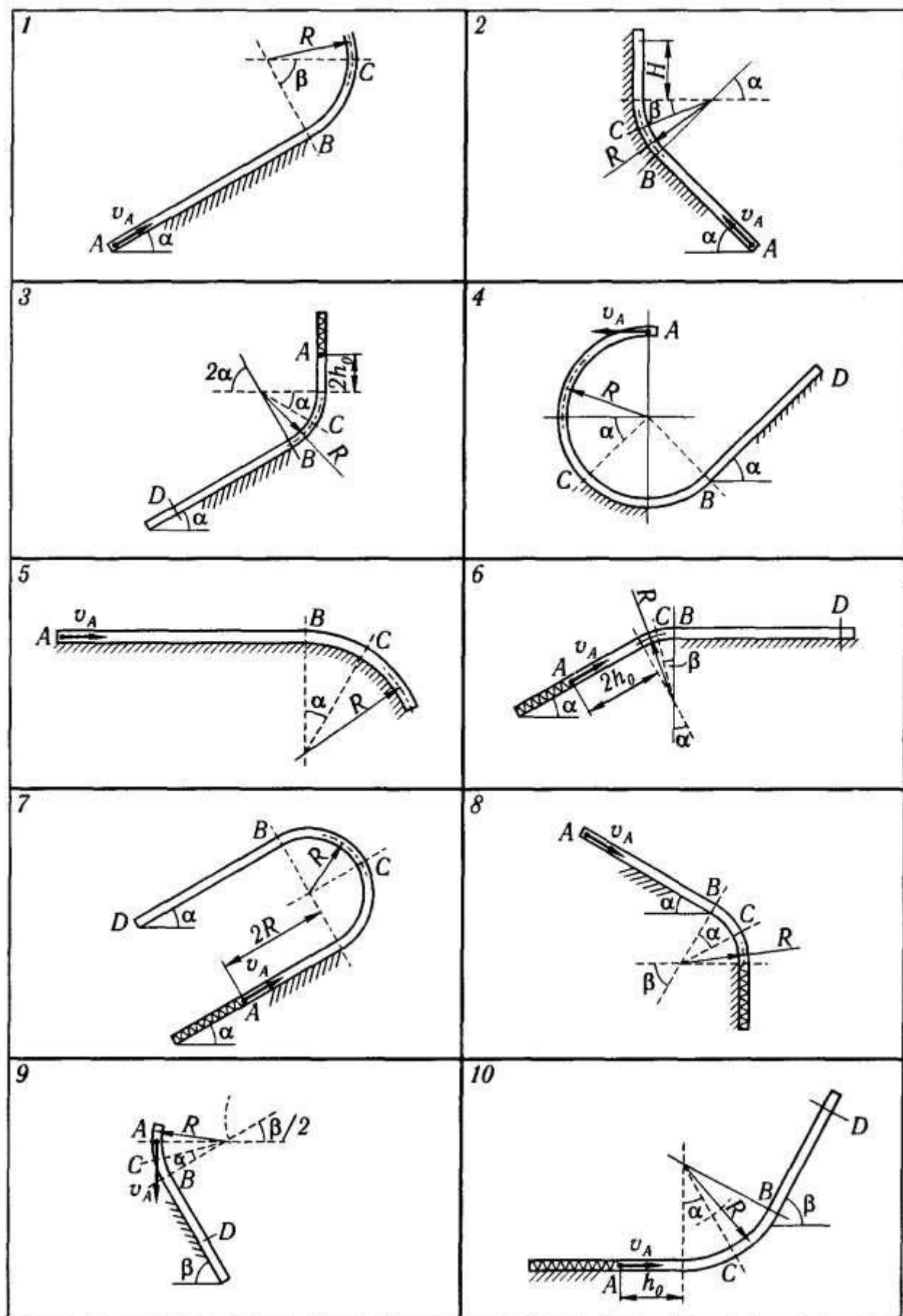


Рисунок 111

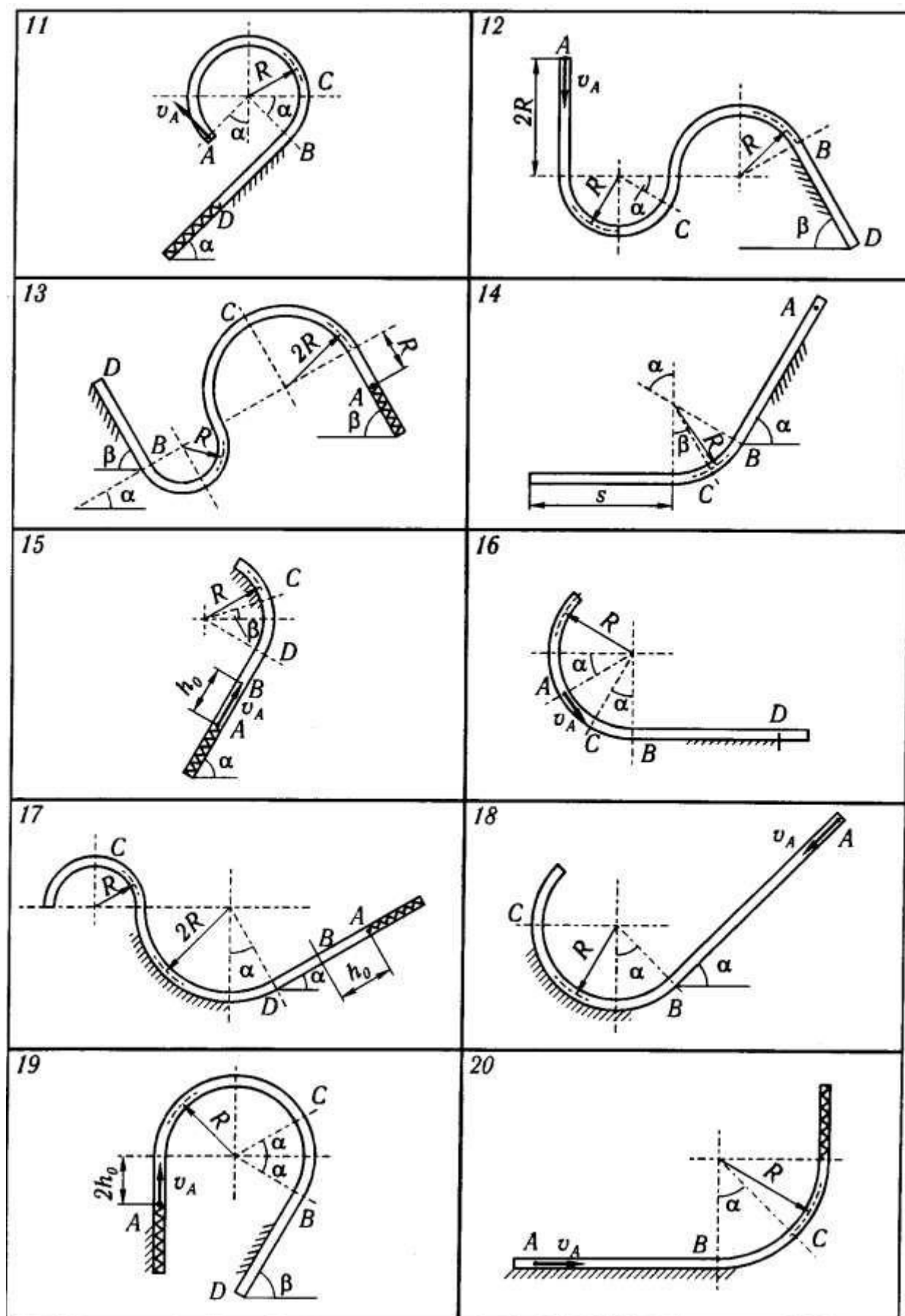


Рисунок 112

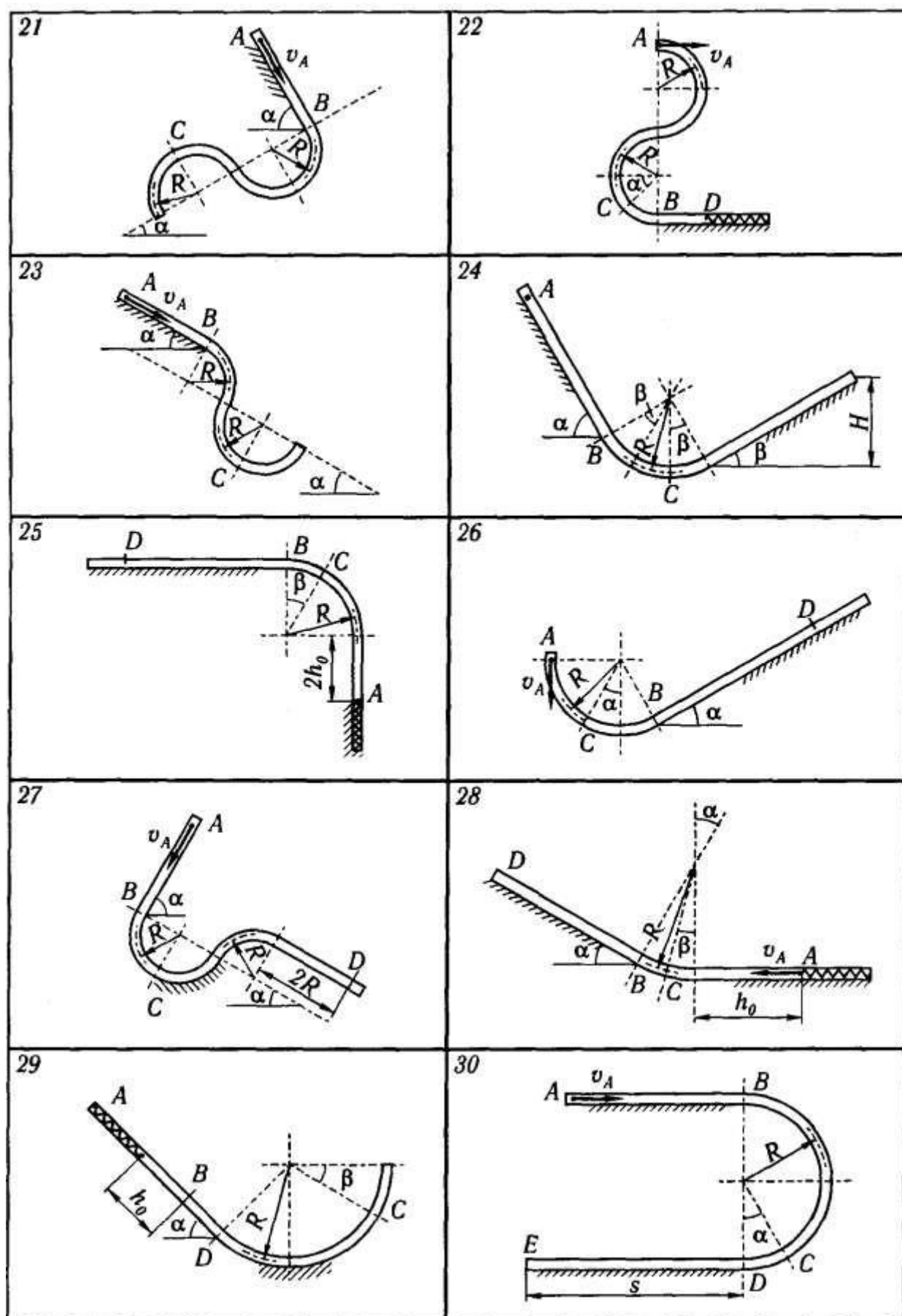


Рисунок 113

Вопросы для обсуждения:

1. Дифференциальные уравнения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
2. Дифференциальные уравнения материальной точки в проекции на естественные оси?
3. Сила инерции?
4. Принцип Даламбера для свободной и несвободной материальной точки?
5. Теорема об изменении количества движения материальной точки?
6. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки?
7. Работа силы упругости?
8. Работа силы тяжести?
9. Работа силы трения скольжения?
10. Работа силы реакции нормального давления?

22. Динамика твёрдого тела.

Кинетическая энергия твердого тела при поступательном движении.

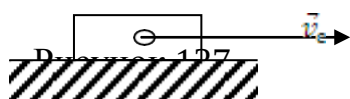
Цель занятия: поступательное движение твердого тела и основные кинематические характеристики, классификация поступательных движений твердого тела, кинетическая энергия твердого тела при поступательном движении.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

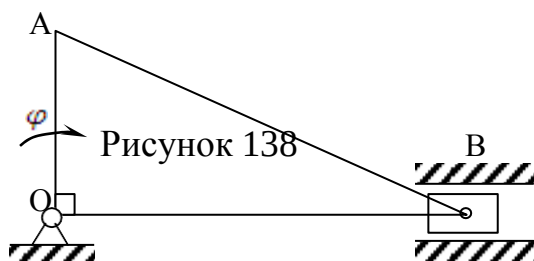
При поступательном движении твердого тела мерой движения является кинетическая энергия твердого тела.



$$T = \frac{1}{2} m v_c^2, \text{ где } m - \text{масса тела, кг; (121)}$$

v_c – скорость центра масс тела, м/с.

Задача: Для данного положения механизма определить кинетическую энергию ползуна В, если кривошип ОА вращается согласно закона $\varphi = 0,4t^3$ (рад), длина ОА=0,2м, $t=1$ с, масса ползуна В $m=0,5$ кг.



Решение: Дано: $\varphi = 0,4t^3$ (рад, $OA=0,2$ м, $t=1$ с, $m=0,5$ кг; T_v -?

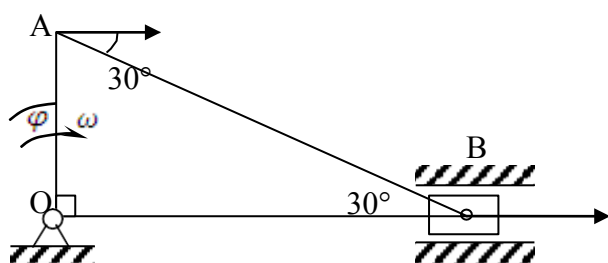


Рисунок 139

1) кривошип ОА совершает вращательное движение вокруг опоры О с угловой скоростью $\omega = (\varphi)' = (0,4t^3)' = 0,4 \cdot 3t^2 = 1,2t^2$;

$$\omega \uparrow \uparrow \varphi \quad (122)$$

2) Скорость точки А кривошипа ОА $v_A = \omega \cdot OA = 1,2 \cdot (1)^2 \cdot 0,2 = 0,24$ м/с

$v_A \perp OA$ в сторону угловой скорости ω .

(123)

3) По теореме о равенстве проекции скоростей пр. $\vec{v}_A(AB) = \text{пр. } \vec{v}_B(AB) \rightarrow$ ползун

В движется поступательно по горизонтальным направляющим вправо

$$v_A \cos 30^\circ = v_B \cos 30^\circ \rightarrow v_B = v_A = 0,24 \text{ м/с} \quad (124)$$

4) Кинетическая энергия ползуна В, совершающего поступательное

движение $T_v = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (0,24)^2 = 0,014 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$

(125)

Ответ: $T_v = 0,014 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$

Решить самостоятельно:

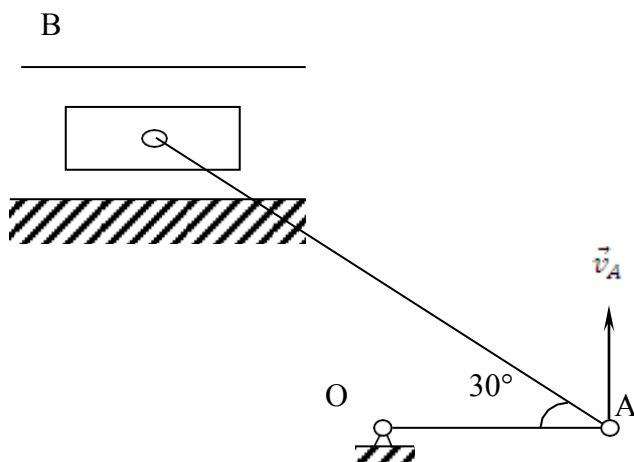
Задача 1. Ползун массой $m=2$ кг, получив начальную скорость $v_0=2$ м/с движется по шероховатой горизонтальной плоскости до полной остановки. Определить кинетическую скорость ползуна. [4]

Задача 2. Тело массой $m=10$ кг движется из состояния покоя по горизонтальной гладкой плоскости под действием силы $F=10t$, направленной параллельно плоскости движения. Определить кинетическую энергию данного тела, когда его скорость будет равна $v=10$ м/с. (500)

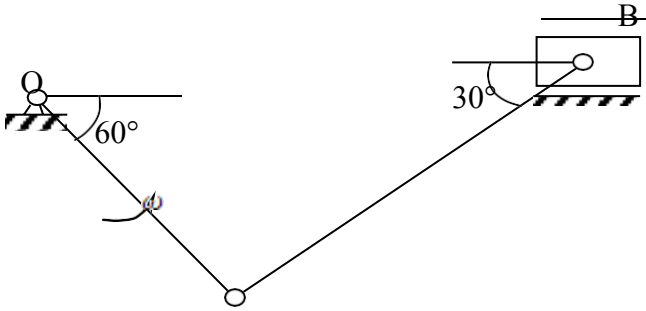
Задача 3. Тело массой $m=0,2$ кг движется по горизонтальной гладкой плоскости под действием силы $F=-0,4t$, параллельной плоскости движения. Определить кинетическую энергию тела в момент времени $t=2$ с, если его начальная скорость $v_0=6$ м/с. (0,4)

Задача 4. Тело массой $m=2$ кг движется по горизонтальной гладкой плоскости согласно закону $S=0,4t^3+3t-1$ (м). Определить кинетическую энергию тела в момент времени $t=2$ с. (60,84)

Задача 5. Определить кинетическую энергию ползуна В кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если масса ползуна В $m=0,1$ кг, скорость точки А $v_A=2$ м/с. (0,07)

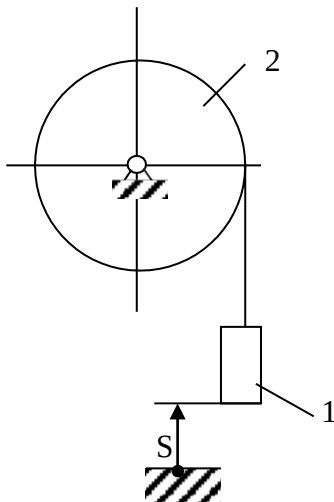


Задача 6. Определить кинетическую энергию ползуна В при кривошипно-ползунного механизма в момент времени t в указанном положении, если масса ползуна В $m=2$ кг, угловая скорость кривошипа OA $\omega=0,2t^3$ (рад/с), длина кривошипа $OA=4$ м, $t=1$ с. (0,86)

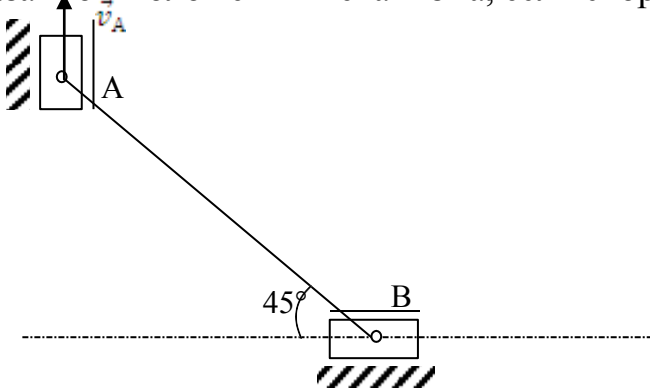


Задача 7. Груз 1 массой $m=0,5$ кг поднимается с помощью лебедки 2.

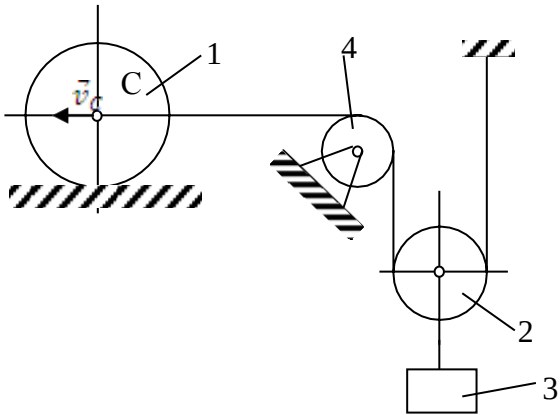
Закон движения груза 1 имеет вид $s=7+5t^2$ (м). Определить кинетическую энергию груза 1 в момент времени $t=10$ с.(2500)



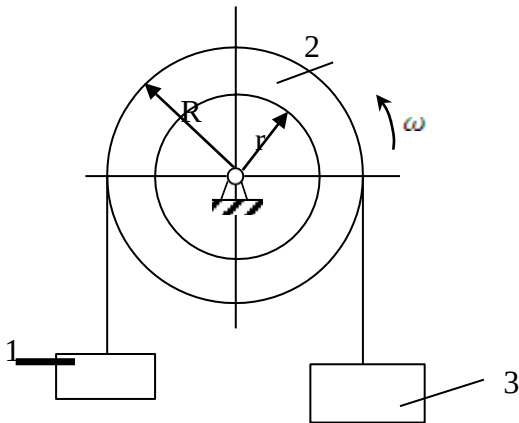
Задача 8. Определить кинетическую энергию ползуна В массой $m=4$ кг в указанном положении механизма, если скорость ползуна А $v_A=2$ м/с.(8)



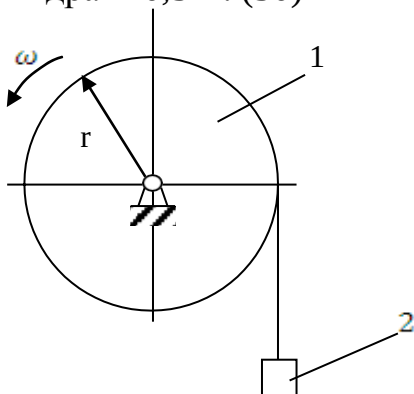
Задача 9. Определить кинетическую энергию груза 3, если центр масс цилиндра 1 движется со скоростью $v_c = 4 \text{ м/с}$, масса груза 3 $m_3 = 12 \text{ кг}$, тела 2 и 4 – однородные диски $r_2 = 0,6 \text{ м}$. (24)



Задача 10. На барабан 2 намотаны нити, к которым прикреплены грузы 1 и 3 массой $m_1 = 2, m_3 = 2 \text{ кг}$. Определить кинематическую энергию груза 1 и груза 3, если угловая скорость барабана 2 $\omega = 8 \text{ (рад/с)}$ и радиусы его ступеней $R = 2r = 0,2 \text{ м}$. (2,56; 0,32)

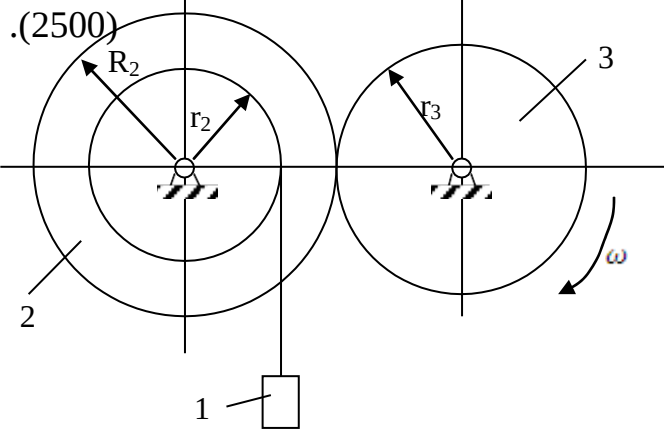


Задача 11. Цилиндр 1 вращается с угловой скоростью $\omega = 20 \text{ рад/с}$. Определить кинетическую энергию груза 2 массой $m = 1 \text{ кг}$, если радиус цилиндра $r = 0,5 \text{ м}$. (50)

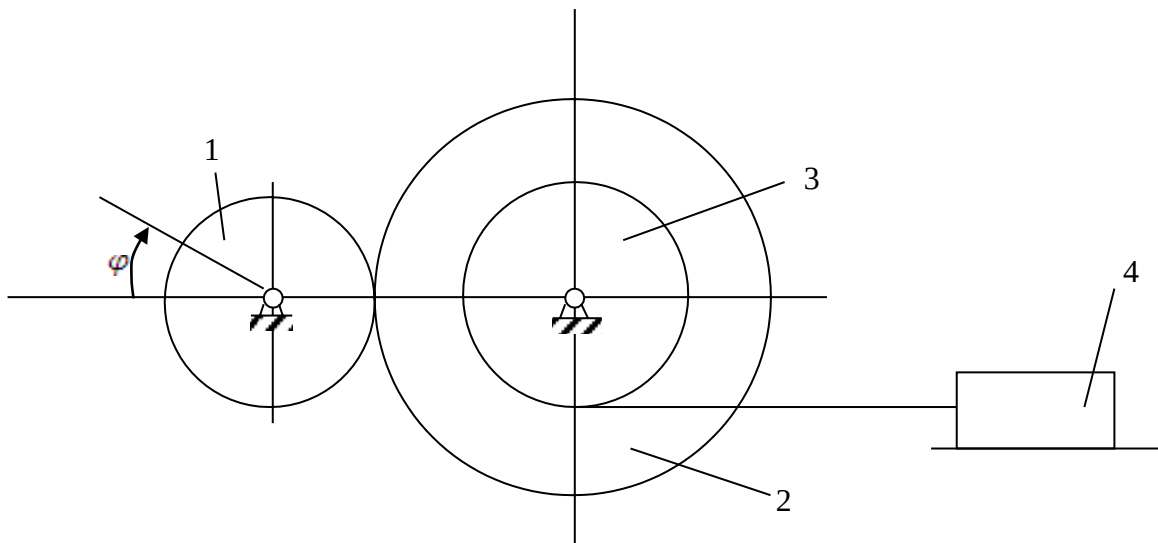


Задача 12. Для подъема груза 1 массой $m_1 = 200$ кг используется лебёдка.

Угловая скорость ведущего зубчатого колеса 3 $\omega = 30$ рад/с. Определить кинетическую энергию груза 1, если радиусы $r_2 = 0,1$ м, $R_2 = 0,8$ м, $r_3 = 0,4$ м



Задача 13. Механизм состоит из зубчатых колес 1, 2 радиусами $r_1 = 0,4$ м, $R_2 = 1$ м, барабана 3 радиусом $R_3 = 0,8$ м и груза 4. Закон движения зубчатого колеса: $\varphi = 0,4t^2 + 9t$. Определить кинетическую энергию груза 4 в момент времени $t = 1$ с, если $m_4 = 0,2$ кг. (0,98)



Вопросы для обсуждения:

1. Поступательное движение твердого тела? Скорость, ускорение тела?
2. Классификация поступательных движений твердого тела?
3. Равномерное поступательное движение твердого тела. Основные кинематические характеристики?
4. Ускоренное поступательное движение твердого тела. Основные кинематические характеристики?

5. Равноускоренное поступательное движение твердого тела. Основные кинематические характеристики?
6. Замедленное поступательное движение твердого тела. Основные кинематические характеристики?
7. Равнозамедленное поступательное движение твердого тела. Основные кинематические характеристики?
8. Кинематическая энергия твердого тела при поступательном движении?

23. Динамика твёрдого тела.

Кинетическая энергия твердого тела при вращательном движении.

Цель занятия: вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси, основные кинетические характеристики, классификация вращательных движений твердого тела, кинетическая энергия твердого тела при вращательном движении вокруг неподвижной оси.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор: мерой движения при вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси является кинетическая энергия тела.

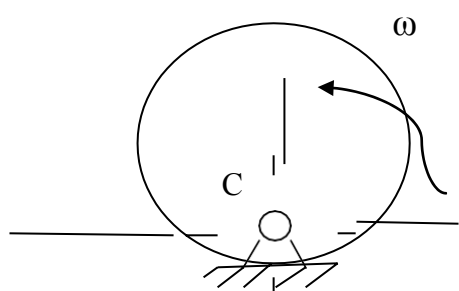
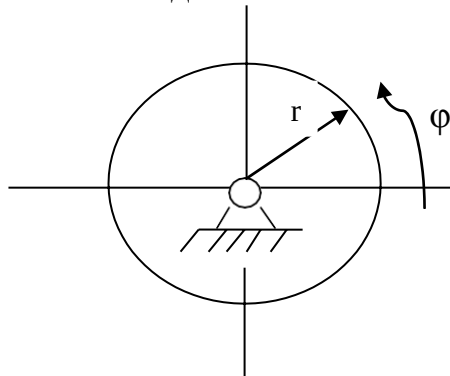


Рисунок 140

Задача:



$$T = \frac{1}{2} Y_c \cdot \omega^2 [\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2] \quad (126)$$

$Y_c [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$ - момент инерции тела относительно центральной оси;

$\omega [\text{рад/с}]$ - угловая скорость вращения тела.

Сплошной однородный цилиндр вращается согласно закону $\varphi = t^3 + 2$ (рад). Определить кинетическую энергию цилиндра в момент времени $t = 2$ с, если его радиус $r = 0,5$ м, $m = 4$ кг.

Рисунок 141

Решение: Дано: $\varphi = t^3 + 2$; $t = 2\text{с}$; $r = 0,5\text{м}$; $m = 4\text{кг}$. T -?

$$T = \frac{1}{2} Y_c \cdot \omega^2; \omega = (\varphi) = (t^3 + 2) = 3 t^2; \omega(t) = 3 \cdot 2^2 = 12(\text{рад/с}).$$

$$Y_c = \frac{1}{2} m \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (0,5)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (0,5)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,25 = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 -$$

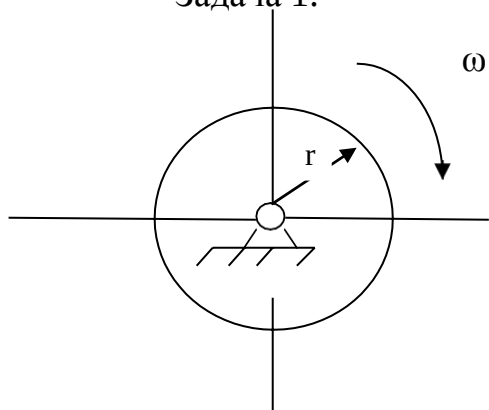
момент инерции цилиндра относительно центральной оси. (127)

$$T = \frac{1}{2} 0,5 \cdot (12)^2 = 36[\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2]. \quad (128)$$

Ответ: $T = 36[\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2]$.

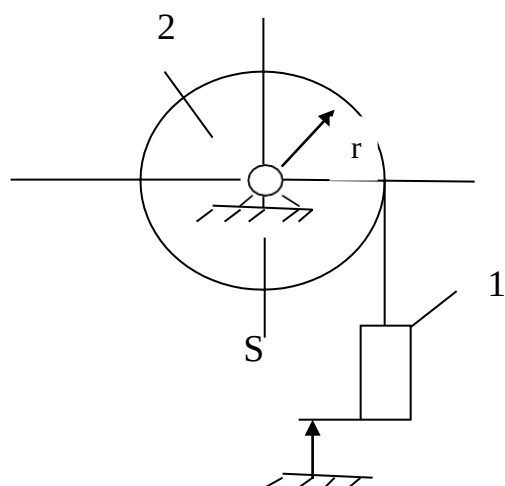
Решить самостоятельно:

Задача 1.



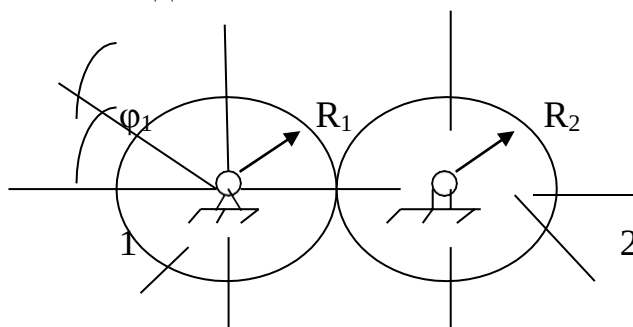
Угловая скорость диска массой $m=2\text{кг}$ изменяется согласно закону $\omega = 2 - 8t^2$ (рад/с). Определить кинетическую энергию диска в момент времени $t = 1\text{с}$, если его радиус $r = 0,5\text{м}$. Масса диска равномерно распределена по ободу диска. (1,5)

Задача 2.



Груз 1 поднимается с помощью лебедки, барабан 2 которой - сплошной однородный цилиндр радиуса $r = 0,5\text{м}$. Определить кинетическую энергию барабана 2 массой $m = 10\text{кг}$ в момент времени $t = 1\text{с}$, если закон движения груза 1 $S = 3t^3 + 1(\text{м})$. (202,5)

Задача 3.



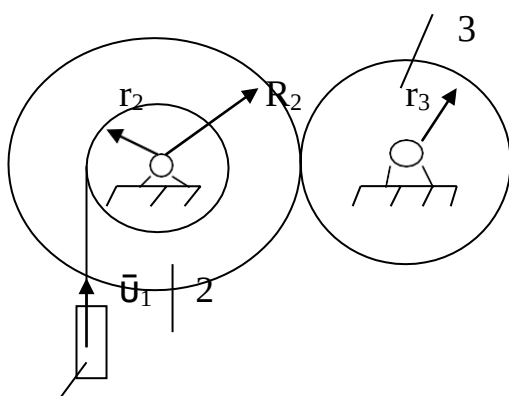
Колесо 1 вращается согласно закону

$$\varphi_1 = 20t.$$

Масса колес 1 и 2 равномерно распределена по ободу колес. Определить кинетическую

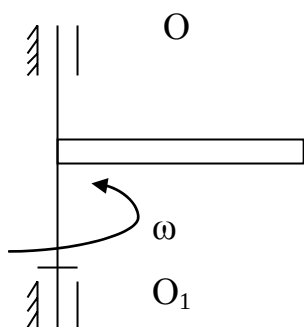
энергию колеса 2, если его масса $m = 4\text{ кг}$ и радиусы колес равны $R_1 = 0,4\text{ м}$ и $R_2 = 0,8\text{ м}$. (128).

Задача 4.



Груз 1 поднимается со скоростью $v=20t$ по нити, намотанной на сплошной однородный цилиндр 2. Колеса $R_2 = 0,8\text{ м}$ и $r_3 = 0,6\text{ м}$ - зубчатые колеса с равномерно-распределенной массой по ободу колес. Определить кинетическую энергию колеса 3 в момент времени $t = 1\text{ с}$, если его масса $m = 6\text{ кг}$. (675)

Задача 5.



Сплошной однородный стержень длиной $l = 1,2\text{ м}$ и массой $m = 0,5\text{ кг}$, жестко соединенный с осью вращения OO_1 , вращается по закону $\omega = 10t - 1$ (рад/с). Определить кинетическую энергию стержня при $t = 1\text{ с}$. (3)

Вопросы для обсуждения:

1. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси?
2. Равномерное вращение? Основные кинетические характеристики?
3. Ускоренное вращение? Основные кинетические характеристики?
4. Равноускоренное вращение? Основные кинетические характеристики?
5. Замедленное вращение? Основные кинетические характеристики?
6. Равнозамедленное вращение? Основные кинематические характеристики?

7. Момент инерции тела? Радиус инерции?

24. Динамика твёрдого тела.**Кинетическая энергия твердого тела при плоскопараллельном движении.**

Цель занятия: плоское движение твердого тела, скорость точек плоской фигуры, мгновенный центр скоростей, вращение тела вокруг мгновенного центра скоростей, кинетическая энергия твердого тела при плоскопараллельном движении.

Организационная форма: решение задач.

Методические указания к практическому занятию:

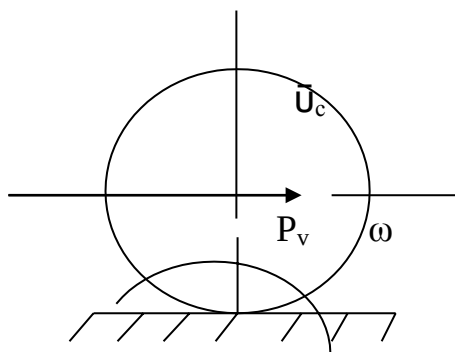
Краткий теоретический обзор:

Кинетическая энергия твердого тела при плоскопараллельном движении

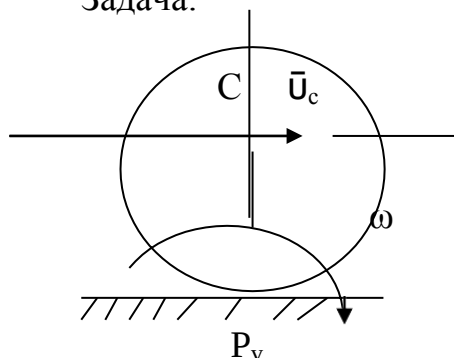
$T = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}Y_c \cdot \omega^2$, где m - масса тела(кг), v_c - скорость центра масс тела, движущегося поступательно (м/с), Y_c - момент инерции тела при вращении вокруг мгновенного центра скоростей P_v (кг·м²), ω - угловая скорость вращения вокруг мгновенного центра скоростей P_v (рад/с). (129)

Кинетическая энергия твердого тела при плоскопараллельном движении

$T = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}Y_c \cdot \omega^2$, где m - масса тела(кг), v_c - скорость центра масс тела, движущегося поступательно (м/с), Y_c - момент инерции тела при вращении вокруг мгновенного центра скоростей P_v (кг·м²), ω - угловая скорость вращения вокруг мгновенного центра скоростей P_v (рад/с).



Задача:



Однородный диск радиуса $r = 4\text{ м}$ массой $m = 2\text{ кг}$ катится по горизонтальной опорной плоскости без скольжения. Скорость центра диска $v_c = 2\text{ м/с}$. Определить кинетическую энергию диска.

Решение: Дано: $m = 2\text{ кг}$; $r = 4\text{ м}$; $v_c = 2\text{ м/с}$. Т-?

Диск совершает плоскопараллельное движение. Центр диска движется поступательно со скоростью $v_c = 2\text{ м/с}$. Диск вращается вокруг мгновенного центра скоростей P_v с угловой скоростью ω . $v_c = \omega \cdot CP_v = \omega \cdot r$; $CP_v = r$ - мгновенный радиус вращения (м).

$$\omega = \frac{v_c}{r} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ (рад/с)}; Y_c = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 16 = 16 [\text{кг} \cdot \text{м}^2] - \text{момент}$$

инерции диска относительно центральной оси; (128)

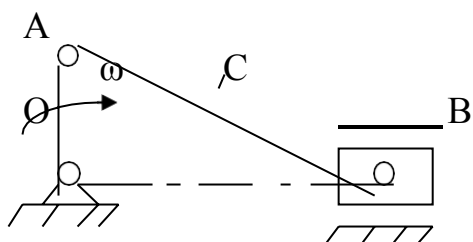
Кинетическая энергия диска

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} Y_c \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} 16 \cdot 0,5^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} 16 \cdot 0,25 = 4 + 2 = 6 [\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2] \quad (130)$$

Ответ: $T = 6 [\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2]$.

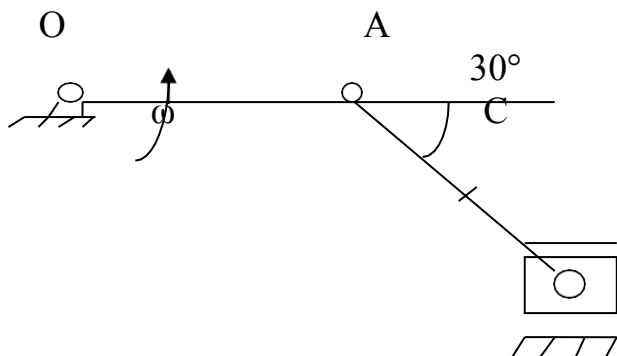
Решить самостоятельно:

Задача 1.



Для данного положения механизма определить кинетическую энергию шатуна АВ с центром С массой $m = 4\text{ кг}$, если угловая скорость кривошипа ОА $\omega = 1\text{ рад/с}$ ОА = 2м, АВ = 4м. (8)

Задача 2.

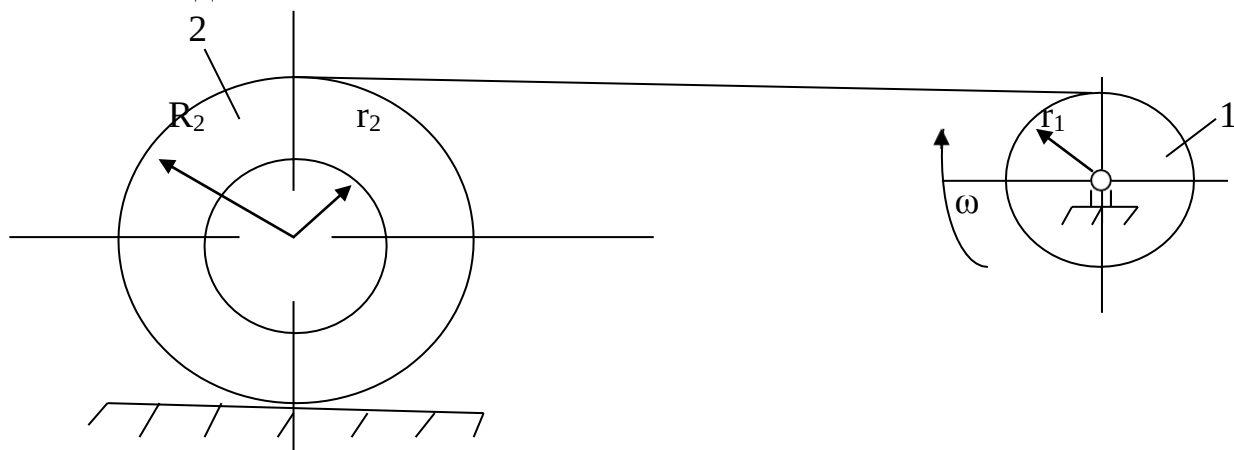


Для данного положения механизма определить кинетическую энергию шатуна АВ с центром С массой $m = 2\text{ кг}$, если угловая скорость кривошипа ОА $\omega = 2\text{ (рад/с)}$,

В ОА=2м, АВ=2м.

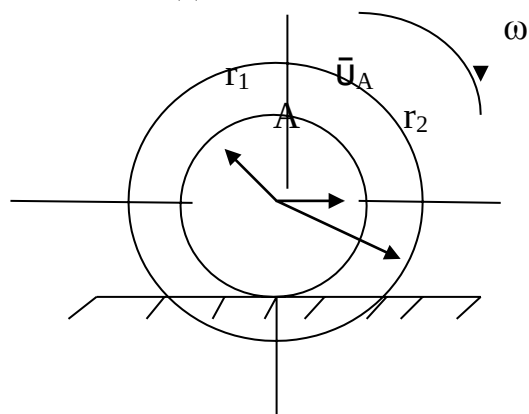
Шатун АВ - тонкий однородный стержень. (7,12)

Задача 3.



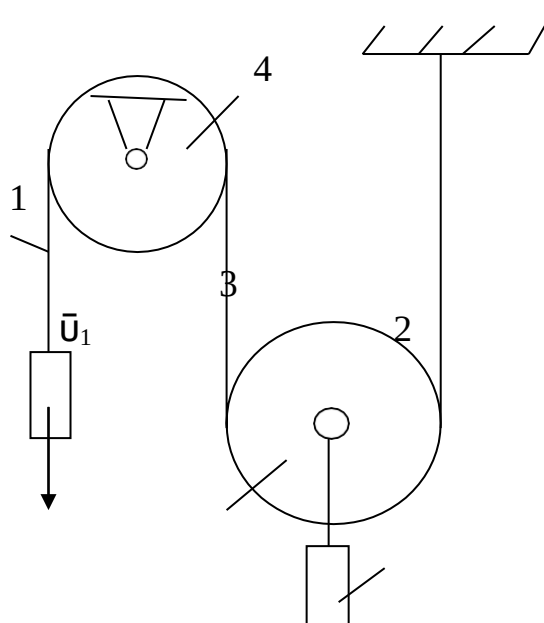
Угловая скорость барабана 1 $\omega=1$ (рад/с). Радиусы барабана 1 и ступенчатого колеса 2 равны $r_1=0,2$ м; $r_2=0,4$ м; $R_2=0,6$ м; $i_{2c}=0,5$ м. Определить кинетическую энергию ступенчатого колеса 2, если его масса $m=1$ кг. (0,16)

Задача 4.



Скорость центра А ступенчатого колеса $v_A=2$ м/с, радиусы $r_1=0,5$ м; $r_2=0,6$ м; масса колеса $m=4$ кг; радиус инерции $i_c=0,4$ м. Определить кинетическую энергию данного ступенчатого колеса. (9,12)

Задача 5.



Груз 1 опускается со скоростью $v_1=0,5$ м/с. Диски 3,4 - сплошные, однородные с радиусами $2r_4 = r_3 = 0,6$ м. Определить кинетическую энергию диска 3, если его масса $m = 0,8$ кг. (0,074)

Вопросы для обсуждения:

1. Плоское движение твердого тела?
2. Скорость точек плоской фигуры?
3. Мгновенный центр скоростей?
4. Вращение тела вокруг P_v - мгновенного центра скоростей?
5. Мгновенный радиус вращения?
6. Кинетическая энергия твердого тела при плоском движении?

25 – 27. Динамика механической системы.

Работа момента сил сопротивления трению качения. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Цель занятия: применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Организационная форма: решение задач.

Методические указания к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

$$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i, \quad (131)$$

(131) – теорема об изменении кинетической энергии механической системы - где T, T_0 - кинетическая энергия системы в ее начальном и конечном положениях. Изменение кинетической энергии системы при перемещении ее точек из некоторого начального положения в конечное равно алгебраической сумме работ сил внешних и внутренних.

Кинетическая энергия абсолютно твердого тела при определенных видах его движения выражается формулами:

1. При поступательном движении

$$T = \frac{1}{2} M V^2 = \frac{1}{2} M V_c^2, \quad (132)$$

где V – скорость тела.

2. При вращении вокруг неподвижной оси

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2, \quad (133)$$

где J_z - момент инерции, ω – угловая скорость.

3. При плоском движении

$$T = \frac{1}{2} M \bar{V}_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2, \quad (134)$$

где $\bar{V}_c$ - скорость центра масс, J_c - момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс (величина постоянная).

Задача:

Механическая система состоит из груза, трубы и блока, связанных гибкой нерастяжимой нитью. Груз опускается, труба катится без скольжения. Определить скорость $\bar{V}$ и ускорение $\bar{a}$ груза, в тот момент, когда он пройдет расстояние H . Движение начинается из состояния покоя. Дано: M – масса груза, m и R – масса и радиус трубы, m_s – момент сопротивления (постоянный). Массой блока и нити пренебречь.

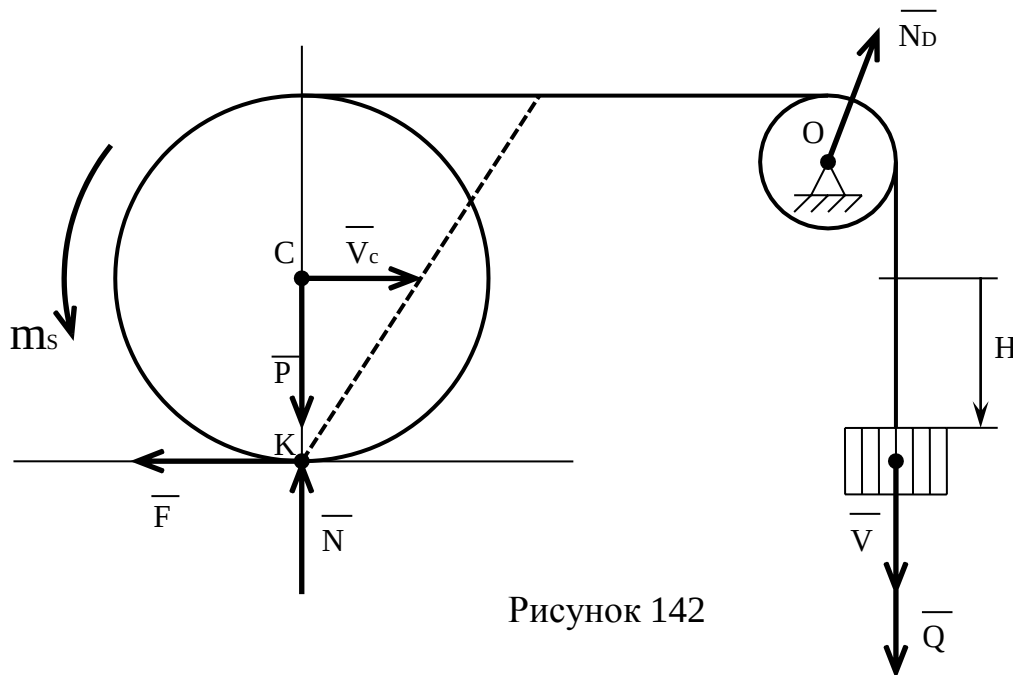


Рисунок 142

Воспользуемся теоремой

$$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i.$$

По условию задачи $T_0 = 0$. Тела, входящие в систему, абсолютно твердые,

а нить гибкая и нерастяжимая. Следовательно, $\sum A_k^i = 0$.

Внешние силы: $\bar{P}$ и реакции работы не совершают. Остается раскрыть равенство

$$T = A(\bar{Q}) + A(\bar{m}).$$

Кинетическая энергия

$$T = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}J_c\omega^2.$$

$$\text{Здесь } V_c = \frac{V}{2}, \quad \omega = \frac{V}{2R}, \quad J_c = mR^2.$$

Окончательно

$$T = \frac{1}{2} \left(M + \frac{m}{2} \right) V^2. \quad (135)$$

Работа силы $\bar{Q}$ равна QH . Работа пары сил равна произведению ее момента на угол поворота трубы - $\frac{m_s H}{2R}$.

Полная работа

$$\sum_k A^e = QH - \frac{m_s H}{2R} = \left(Q - \frac{m_s}{2R} \right) H. \quad (136)$$

Приравнявая (135) и (136), получаем равенство

$$\frac{1}{2} \left(M + \frac{m}{2} \right) V^2 = \left(Q - \frac{m_s}{2R} \right) H. \quad (137)$$

Отсюда

$$V = \sqrt{\frac{2(2QR - m_s)H}{R(2M + m)}}. \quad (138)$$

Чтобы определить ускорение, продифференцируем по времени обе части равенства (137). Получим:

$$\left(M + \frac{m}{2} \right) Va = \left(Q - \frac{m_s}{2R} \right) H. \quad (139)$$

Отсюда, замечая, что $V = \dot{H}$, находим

$$a = \frac{2QR - m_s}{R(2M + m)}. \quad (140)$$

Решить самостоятельно:

Задача:

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рис. 142-144. Учитывая трение скольжения тела 1 (варианты 1-3, 5, 6, 8-12, 17-23, 28-30) и сопротивление качению тела 3, катящегося без скольжения (варианты 2, 4, 6-9,

11, 13-15, 20, 21, 24, 27, 29), пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить скорость тела 1 в тот момент, когда пройденный им путь станет равным s .

В задании приняты следующие обозначения: m_1, m_2, m_3, m_4 - массы тел 1, 2, 3, 4; R_2, r_2, R_3, r_3 радиусы больших и малых окружностей; $i_{2x}, i_{3\varepsilon}$ - радиусы инерции тел 2 и 3 относительно горизонтальных осей, проходящих через их центры тяжести; α, β - углы наклона плоскостей к горизонту; t - коэффициент трения скольжения; δ - коэффициент трения качения.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 1. Блоки в катки, для которых радиусы инерции в таблице не указаны, считать сплошными однородными цилиндрами.

Наклонные участки нитей параллельны соответствующим наклонным плоскостям

Таблица 1.

Номер варианта (рис. 142- 144)	$m1$	$m2$	$m3$	$m4$	$R2$	$R3$	$i2x$	$i3\varepsilon$	α	β	f	δ , см	s , см	Примечание	
	кг				см		см		град						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	m	$4m$	$1/5m$	$4/3m$	-	-	-	-	-	60	0,10	-	2	Массами звеньев AB , BC и ползуна B пренебречь	
2	m	$1/2m$	$1/3m$	-	-	30	-	20	30	45	0,22	0,20	2		
3	m	m	$1/10m$	m	-	-	-	-	45	-	0,10	-	2		
4	m	$2m$	$40m$	m	20	40	18	-	-	-	-	0,30	$0,1\pi$		
5	m	$2m$	m	-	20	15	18	-	60	-	0,12	-	$0,28\pi$		Массой водила пренебречь
6	m	$3m$	m	-	-	28	-	-	30	45	0,10	0,28	1,5		
7	m	$2m$	$2m$	-	16	25	14	-	30	-	-	0,20	2		
8	m	$1/2m$	$1/3m$	-	-	30	-	-	30	45	0,15	0,20	1,75		
9	m	$2m$	$9m$	-	-	30	-	20	30	-	0,12	0,25	1,5		
10	m	$1/4m$	$1/4m$	$1/5m$	-	-	-	-	60	-	0,10	-	3		
11	m	$1/2m$	$1/4m$	-	-	30	-	25	30	45	0,17	0,20	2,5		
12	m	$1/2m$	$1/5m$	m	30	-	20	-	30	-	0,20	-	2,5		
13	m	$2m$	$5m$	$2m$	30	20	26	-	30	-	-	0,24	2		
14	m	$1/2m$	$5m$	$4m$	-	25	-	-	-	-	-	0,20	2		
15	m	$1/2m$	$4m$	$1/2m$	20	15	18	-	60	-	-	0,25	1,5		
16	m	$1/10m$	$1/20m$	$1/10m$	10	12	-	-	-	-	-	-	$0,05\pi$	Массой водила пренебречь	

Таблица 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	m	$1/4m$	$1/5m$	$1/10m$	20	-	15	-	60	-	0,10	-	0,16π	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
18	m	3m	m	-	35	15	32	-	60	-	0,15	-	0,2π	Массой водила пренебречь
19	m	$1/3m$	$1/10m$	m	24	-	20	-	60	-	0,15	-	1,5	Массами звеньев AB , BC и ползуна B пренебречь
20	m	2m	20m	-	20	15	16	-	30	-	0,10	0,20	0,2π	
21	m	m	2m	-	20	20	16	-	30	45	0,20	0,32	1,2	
22	m	$1/2m$	$1/4m$	-	20	10	-	-	60	-	0,17	-	0,1π	Массой водила пренебречь
23	m	m	$1/10m$	$4/5m$	20	-	18	-	30	-	0,10	-	1	Массами звеньев AB , BC , и ползуна B пренебречь
24	m	3m	20m	-	20	30	18	-	-	-	-	0,60	0,08π	
25	m	$1/3m$	$1/4m$	-	16	20	-	-	-	-	-	-	0,04π	
26	m	$1/2m$	m	$1/3m$	30	-	20	-	-	-	-	-	0,6π	Массы и моменты инерции блоков 2 и 5 одинаковы Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
27	m	m	6m	$1/2m$	20	20	16	-	30	-	-	0,20	2	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
28	m	2m	3m	-	20	-	14	-	60	-	0,10	-	0,1π	
29	m	$1/4m$	$1/8m$	-	-	35	-	-	15	30	0,20	0,20	2,4	
30	m	$1/2m$	$3/10m$	$3/2m$	26	20	20	18	30	-	0,12	-	2	

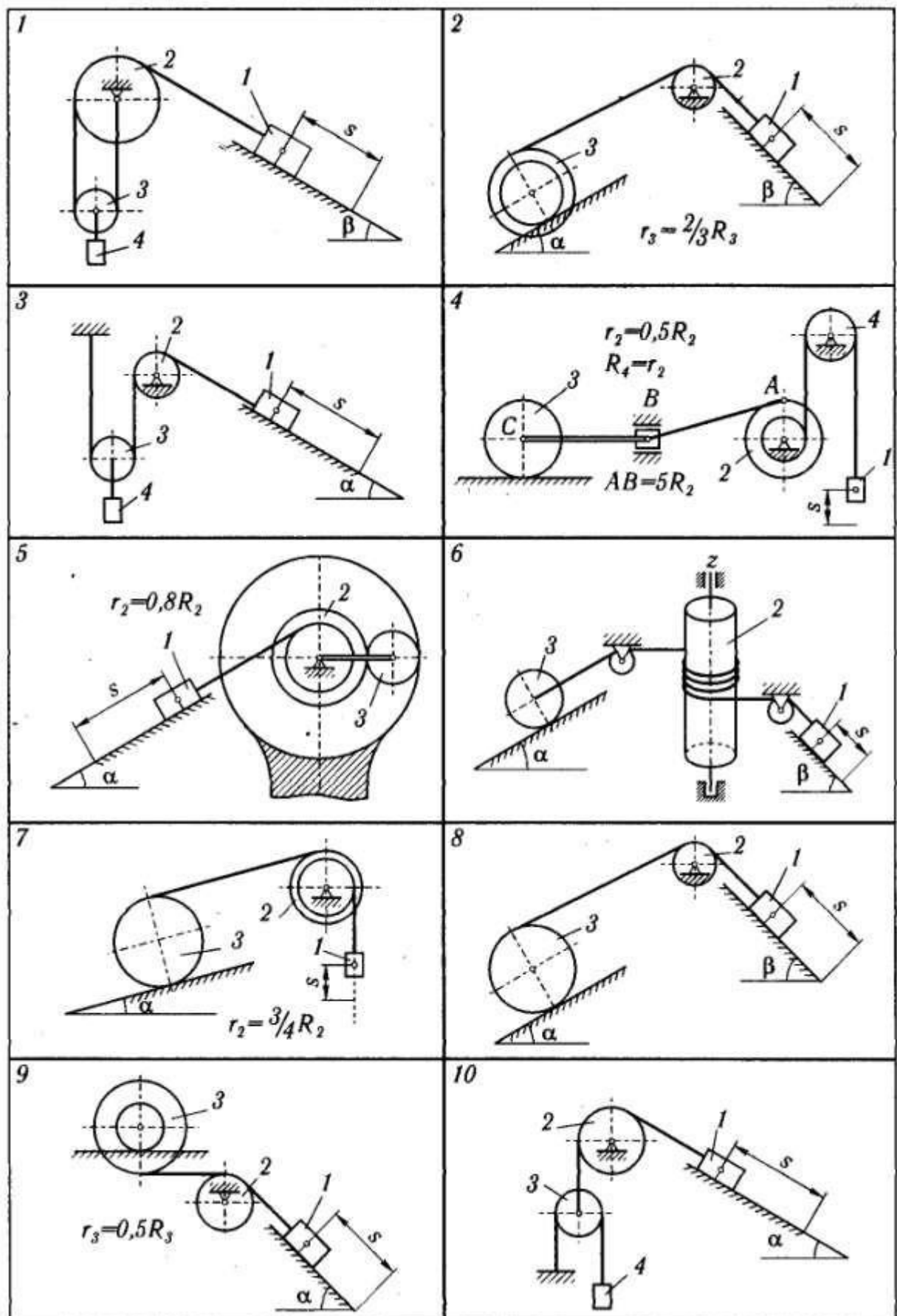


Рисунок 142

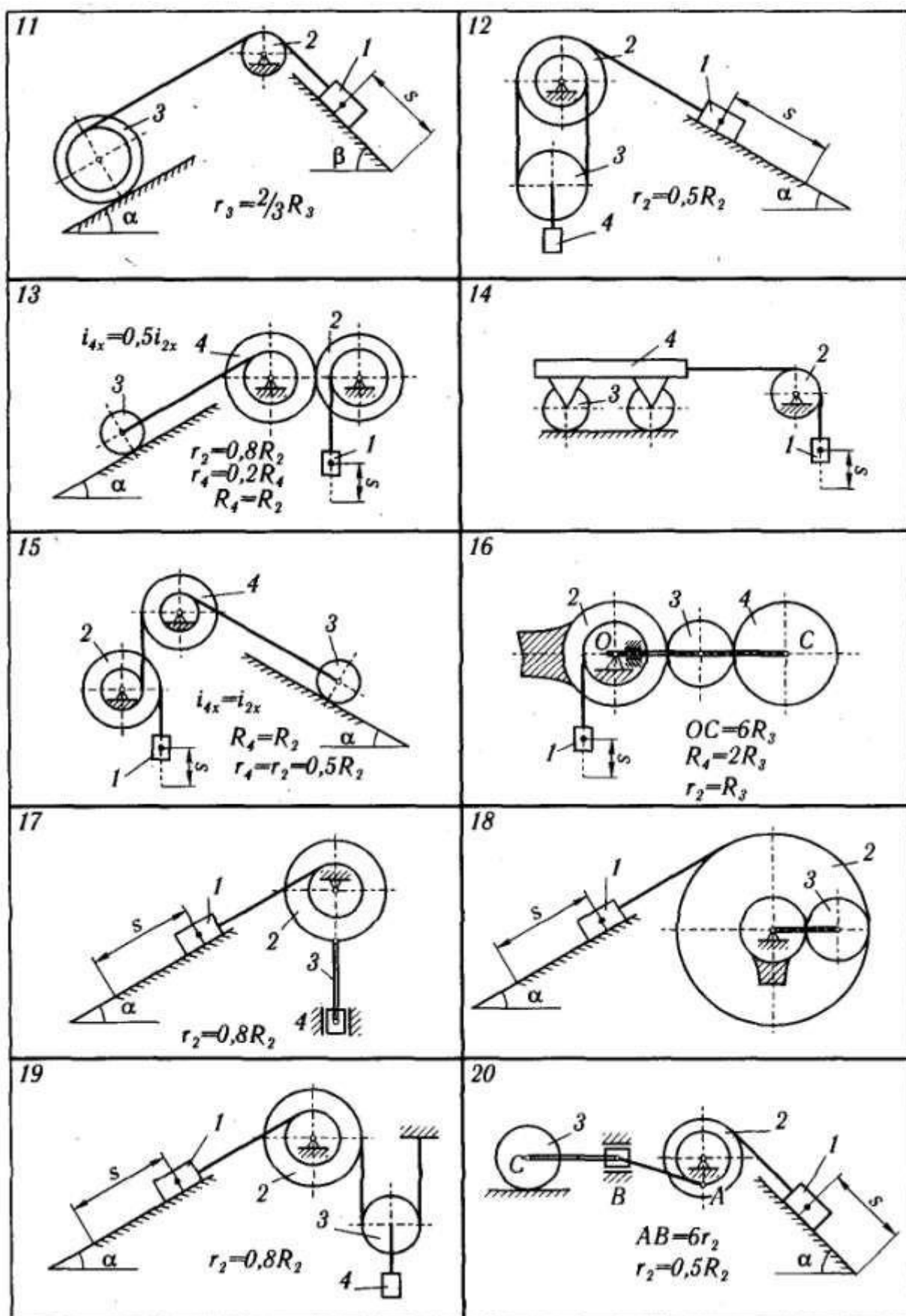


Рисунок 133

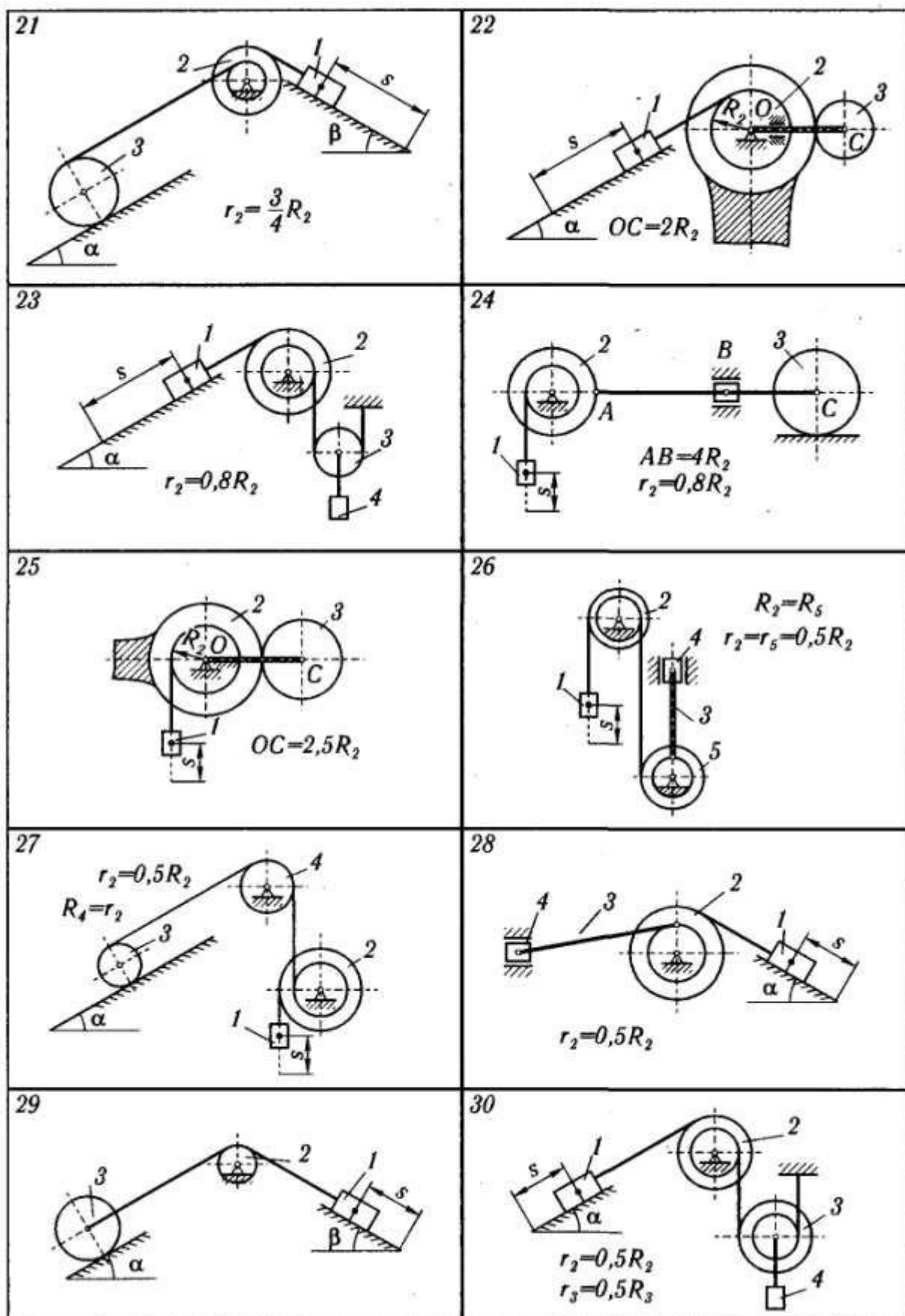


Рисунок 134

Вопросы для обсуждения:

1. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы?
2. Кинетическая энергия тела при поступательном движении?
3. Кинетическая энергия тела при вращательном движении?
4. Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении?
5. Дифференциальные уравнения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
6. Работа силы тяжести?
7. Работа силы трения скольжения?
8. Работа силы реакции нормального давления?
9. Работа момента сил сопротивления трению качения?
10. Внешние силы механической системы?
11. Внутренние силы механической системы?

28 – 30. Динамика механической системы.

Принцип Даламбера для механической системы. Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики для исследования механической системы с одной степенью свободы.

Цель работы: принцип Даламбера для механической системы. Общее уравнение динамики для исследования механической системы с одной степенью свободы.

Организационная форма: решение задач.

Методические указания к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Принцип Даламбера позволяет уравнения динамики записать в форме уравнения статики. Для механической системы этот принцип записывается так:

$$F_k^e + F_k^i + F_k^u = 0. \quad (141)$$

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме непосредственно приложенных к ней внешних и внутренних сил приложить еще силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Но сумма элементарных работ уравновешенной системы сил (согласно принципу возможных перемещений) на любом возможном перемещении равна нулю. И мы приходим таким образом к общему уравнению динамики:

$$\sum \delta A_k^a + \sum \delta A_k^u = 0 \quad (142)$$

При движении механической системы с удельными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и всех сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю.

Задача:

Для заданной механической системы определить ускорения грузов и натяжения в ветвях нитей, к которым прикреплены грузы. Массами нитей пренебречь. Трение качения и силы сопротивления в подшипниках не учитывать. Система движется из состояния покоя.

Дано: $G_1 = G_2 = 2G$; $G_3 = G_4 = G$; $R = 2r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$; $f = 0,2$.

Блок 3 – сплошной однородный цилиндр (рис. 145). Определить ускорения грузов 1 и 4 и натяжения ветвей нити 1–2 и 3–4.

В данном примере движение системы таково, что груз 1 опускается.

Покажем заданные силы: силы тяжести $\vec{G}_1$ – груза 1, $\vec{G}_2$ – блока 2, $\vec{G}_3$ – блока 3 и $\vec{G}_4$ – груза 4, а также $\vec{F}$ – силу трения скольжения груза 1 по наклонной плоскости (рис. 145).

Приложим силы инерции. Сила инерции груза 1, движущегося поступательно с ускорением $\vec{a}_1$, выражается вектором $\vec{\Phi}_1 = -m_1 \vec{a}_1$.

Силы инерции блока 2, вращающегося вокруг неподвижной оси с угловым ускорением ε_2 , приводятся к паре, момент которой $M_2^\Phi = J_{2x}\varepsilon_2$.

Силы инерции блока 3 совершающего плоское движение, приводятся к вектору $\vec{\Phi}_3 = -m_3\vec{a}_3$; где $\vec{a}_3$ – ускорение центра масс блока 3, и к паре сил, момент которой $M_3^\Phi = J_{3x}\varepsilon_3$, где ε_3 угловое ускорение блока.

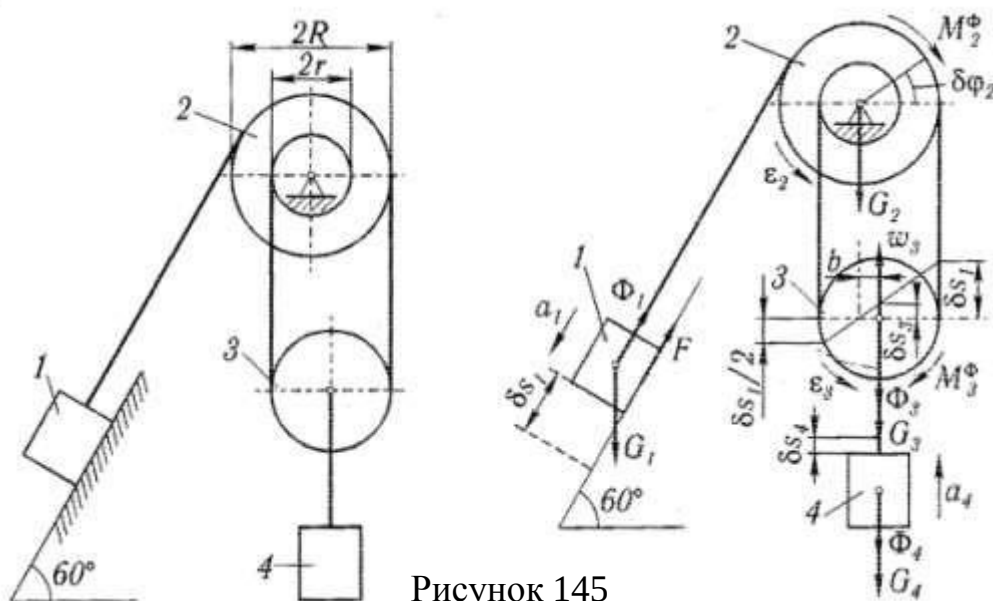


Рисунок 145

Сила инерции груза 4, движущегося поступательно с ускорением $\vec{a}_4$, $\vec{\Phi} = -m_4\vec{a}_4$.

Сообщим системе возможное перемещение в направлении ее действительного движения (рис. 145) (Можно сообщить возможное перемещение и в обратном направлении).

Составим общее уравнение динамики:

$$G_1 \delta s_1 \sin 60^\circ - F \delta s_1 - \Phi_1 \delta s_1 - M_2^\Phi \delta \varphi_2 - G_3 \delta s_3 - \Phi_3 \delta s_3 - M_3^\Phi \delta \varphi_3 - G_4 \delta s_4 - \Phi_4 \delta s_4 = 0 \quad (141)$$

где $\delta \varphi_3$ и $\delta \varphi_4$ – углы поворотов блоков 2 и 3.

Зависимости между возможными перемещениями такие же, как и между соответствующими скоростями.

Выразим скорость центров масс и угловые скорости тел системы через скорость тела 1 (составим уравнения связей).

Как показано на рис. 145, мгновенный центр скоростей блока 3 находится на одной вертикали с центром блока 2. Расстояние между мгновенным центром скоростей и центром блока 3 $b = 3r/2 - r = r/2$.

Теперь находим

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \omega_3 = v_1/R = v_1/2r; \\ v_3 &= v_4 = \omega_3 b = v_1/4. \end{aligned} \quad (142)$$

Такие же зависимости и между возможными перемещениями:

$$\begin{aligned} \delta\varphi_2 &= \delta\varphi_3 = \delta s_1/(2r); \\ \delta s_3 &= \delta s_4 = \delta s_1/4. \end{aligned} \quad (143)$$

Уравнение (141) с учетом (143) принимает вид

$$G_1 \sin 60^\circ - F - \Phi_1 - M_2^\Phi/(2r) - G_3/4 - \Phi_3/4 - M_3^\Phi/(2r) - G_4/4 - \Phi_4/4 = 0 \quad (144)$$

Учитывая, что

$$G_1 = G_2 = 2G = 2mg; \quad G_3 = G_4 = G = mg,$$

Имеем

$$\begin{aligned} F &= f G_1 \cos 60^\circ = fmg; \\ \Phi_1 &= m_1 a_1 = 2ma_1; \\ M_2^\Phi &= J_{2x} \varepsilon_2 = m_2 i_{2x}^2 \varepsilon_2 = 4mr^2 \varepsilon_2; \\ \Phi_3 &= m_3 a_3 = ma_3; \\ M_3^\Phi &= J_{3x} \varepsilon_3 = [m_3 (1,5r)^2 / 2] \varepsilon_3 = 9mr^2 \varepsilon_3 / 8; \\ \Phi_4 &= m_4 a_4 = ma_4. \end{aligned} \quad (145)$$

Зависимости между ускорениями в соответствии с (142)

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \varepsilon_3 = a_1/(2r); \\ a_3 &= a_4 = a_1/4. \end{aligned} \quad (146)$$

Подставляя (145) и (146) в (144), получим

$$g\sqrt{3} - fg - 2a_1 - a_1 - g/4 - a_1/16 - 9a_1/32 - g/4 - a_1/16 = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{g(\sqrt{3} - 0,5)}{3,41}; \quad a_1 = 2,69 \text{ м/с}^2; \\ a_4 &= a_1/4; \quad a_4 = 0,74 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Для определения натяжения в ветви нити 1–2 мысленно разрежем нить и заменим ее действие на груз 2 реакцией T_{1-2} (рис. 147).

Общее уравнение динамики

$$G_1 \delta s_1 \sin 60^\circ - F \delta s_1 - \Phi_1 \delta s_1 - T_{1-2} \delta s_1 = 0, \quad (147)$$

откуда

$$\begin{aligned} T_{1-2} &= G_1 \sin 60^\circ - A - \Phi_1 = 2G \sin 60^\circ - 2Gf \cos 60^\circ - 2(G/g)a_1; \\ T_{1-2} &= 0,93G. \end{aligned} \quad (148)$$

Для определения натяжения в нити 3–4 мысленно разрежем эту нить и заменим ее действие на груз 4 реакцией T_{3-4} (рис. 146).

Не составляя общего уравнения динамики, на основании принципа Даламбера имеем

$$T_{3-4} = G_4 + \Phi_4 = G + (G/g)a_4; \quad T_{3-4} = 10,8G. \quad (149)$$

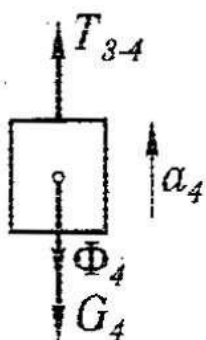


Рисунок 146

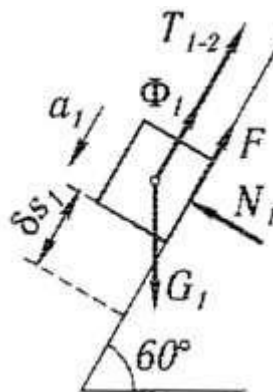


Рисунок 147

Решить самостоятельно:

Задача: Для заданной механической системы определить ускорения грузов и натяжения в ветвях нитей, к которым прикреплены грузы. Массами нитей пренебречь. Трение качения и силы сопротивления в подшипниках не учитывать. Система движется из состояния покоя.

Варианты показаны на рис. (148–150), а необходимые для решения данные приведены в табл. 1.

Блоки и катки, для которых радиусы инерции в таблице не указаны, считать сплошными однородными цилиндрами.

Таблица 1.

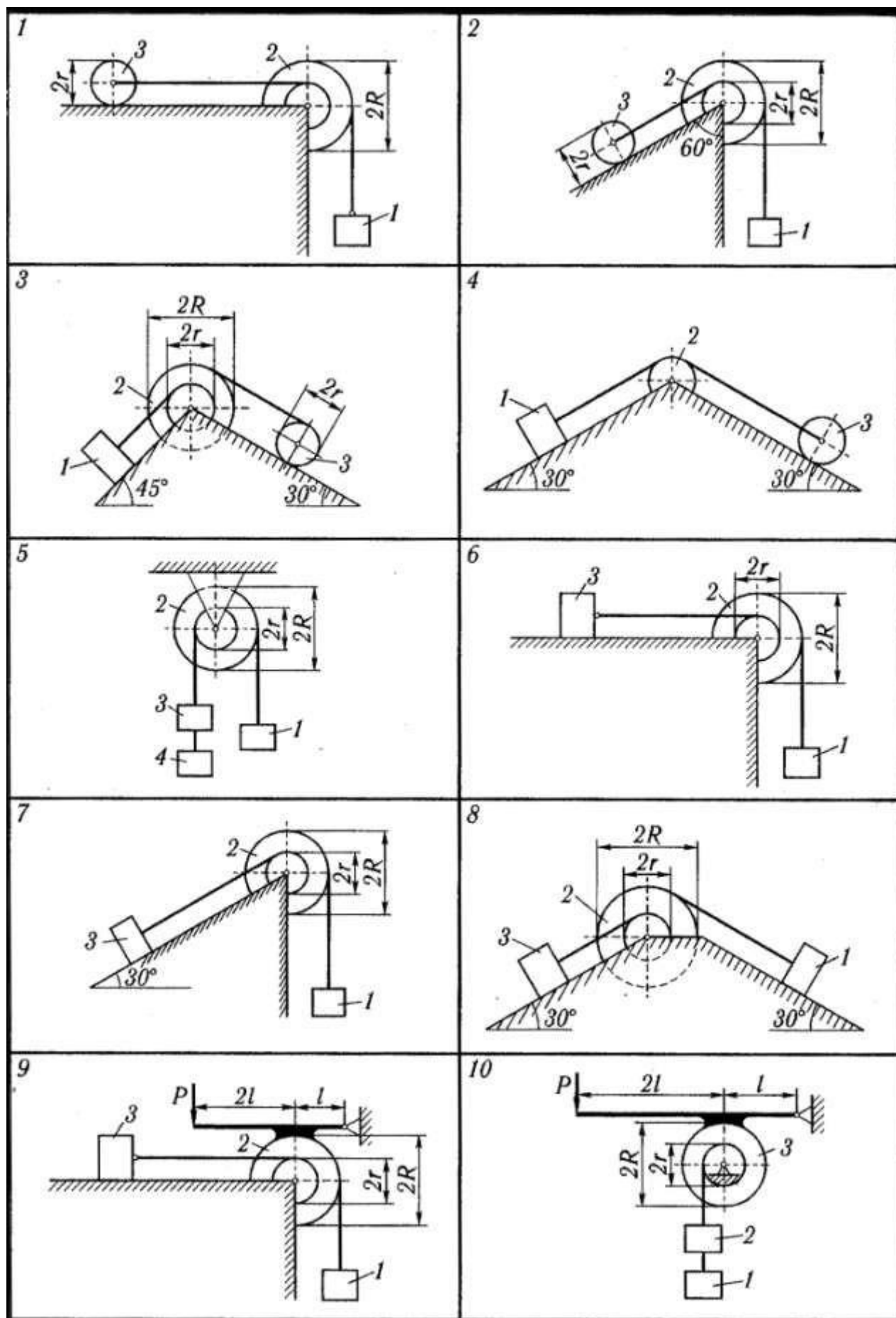
Номер варианта	Сила тяжести				R/r	Радиусы инерции		Коэффициент трения скольжения	P	Дополнительные данные
	G_1	G_2	G_3	G_4		i_{2x}	i_{3x}			
1	G	G	$3G$	–	2		–	–	–	$r_2=r_3$
2	G	G	G	–	2		–	–	–	
3	$3G$	G	G	–	2		–	0,1	–	
4	G	G	$2G$	–	–	–	–	0,2	–	
5	$2G$	G	G	G	3	$2r$	–	–	–	
6	$2G$	G	$2G$	–	3	$2r$	–	0,2	–	
7	$2G$	G	$2G$	–	3	$2r$	–	0,2	–	
8	$2G$	G	$2G$	–	3	$2r$	–	0,2	–	
9	$2G$	$2G$	$2G$	–	3	$2r$	–	0,2	0,2G	
10	$2G$	G	G	–	4	–	$2r$	0,4	G/3	
11	$2G$	G	$2G$	0,2G	3	$2r$	–	0,2	–	$r_2=2r_3; R_2=R_3$ $r_2=2r_3; R_3=1,5R_2$ $r_2=2r_3; R_3=1,5R_2$ $r_2=2r_3; R_3=1,5R_2$
12	$2G$	G	$2G$	0,2G	3	$2r$	–	0,2	–	
13	$4G$	$2G$	G	$4G$	–		$2r_3$	–	–	
14	–	G	G	$4G$	–		$2r_3$	–	8G	
15	$4G$	$2G$	$2G$	$4G$	–		$2r_3$	–	–	
16	–	G	$2G$	$4G$	–		$2r_3$	–	4G	
17	$2G$	G	G	–	2		–	0,1	–	
18	$3G$	0,2G	0,1G	0,5G	2	–	–	0,4	–	
19	$4G$	0,3G	0,2G	$3G$	3	$2r$	$1,2r$	0,1	–	
20	$4G$	0,2G	0,1G	$3G$	2	$1,6r$		0,2	–	
21	$5G$	0,1G	0,2G	–	3	–		–	G	$R_3=1,2r$ Массы четырех колес одинаковы $r_3=r_4$ $r_3=r_4$ $i_{4x}=i_{3x}$
22	G	0,2G	0,3G	–	2	–		–	G	
23	G	0,2G	0,1G	–	1,5	1,2	–	–	2G	
24	$2G$	G	G	$8G$	–	–	–	–	–	
25	$6G$	$2G$	$2G$	G	–	–	–	–	–	
26	$6G$	G	$2G$	–	–	–	–	–	–	
27	G	G	G	$4G$	2	–	–	–	–	
28	$3G$	G	G	–	2	–	–	0,1	–	
29	$6G$	$3G$	G	G	2			–	–	
30	$8G$	G	G	$2G$	–		–	0,1	–	

Примечание:

1. Радиусы инерции даны относительно центральных осей, перпендикулярных плоскости чертежа.
 2. Коэффициент трения принимать одинаковыми как при скольжении тела по плоскости, так и при торможении колодкой (варианты 9–12).
- К решению задачи можно применить общее уравнение динамики. Так как система приходит в движение из состояния покоя, направления ускорений тел соответствуют направлениям их движения. Ввиду того, что среди сил,

действующих на тела системы, есть сила трения, целесообразно по исходным данным найти истинное направление движения системы, чтобы правильно показать направление силы трения.

Если направление движения системы выбрано ошибочно, то искомое ускорение получается со знаком « – ». В этом случае необходимо изменить направление силы трения и сил инерции и внести соответствующие поправки в общее уравнение динамики.



Рисунок

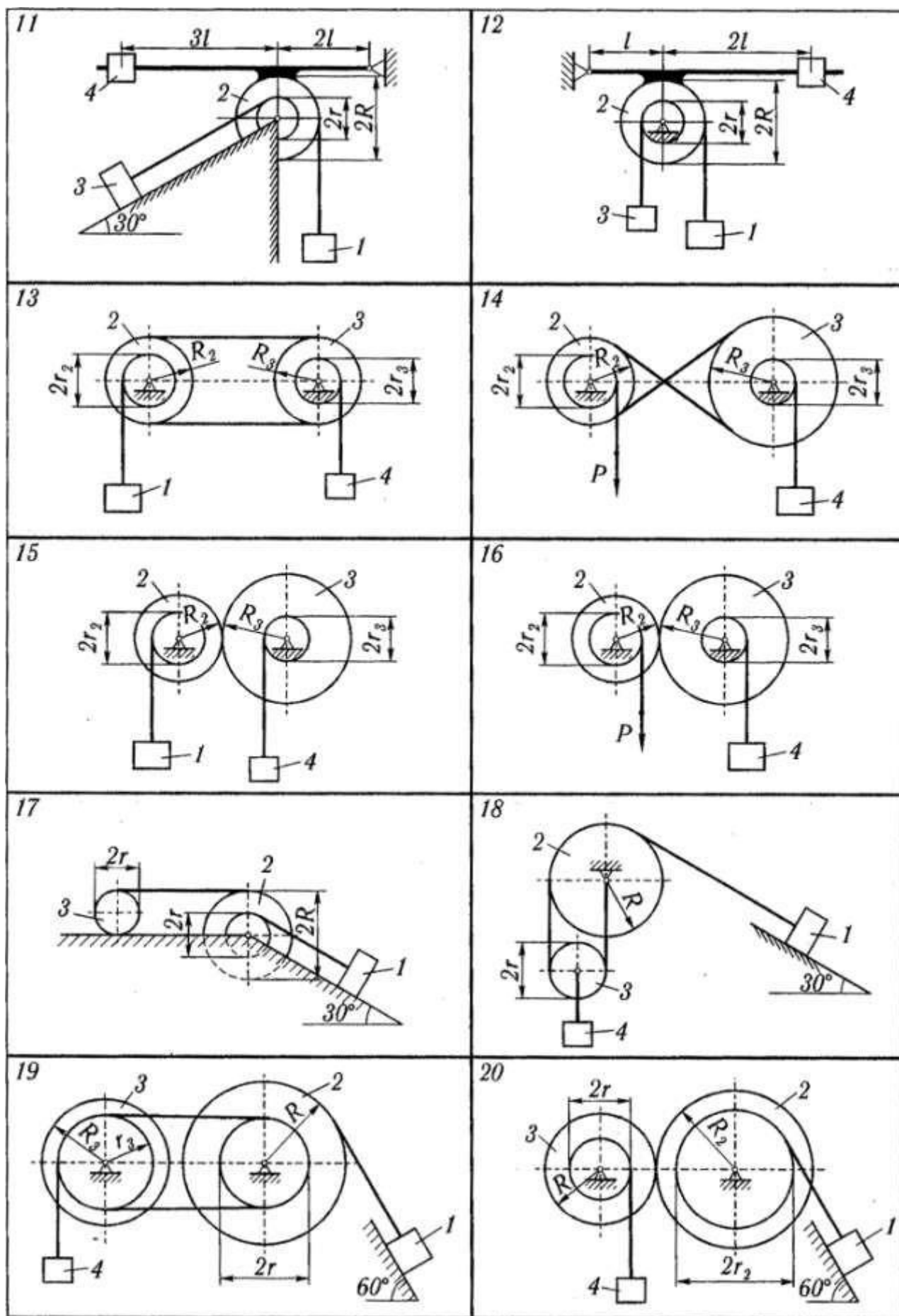


Рисунок 1143

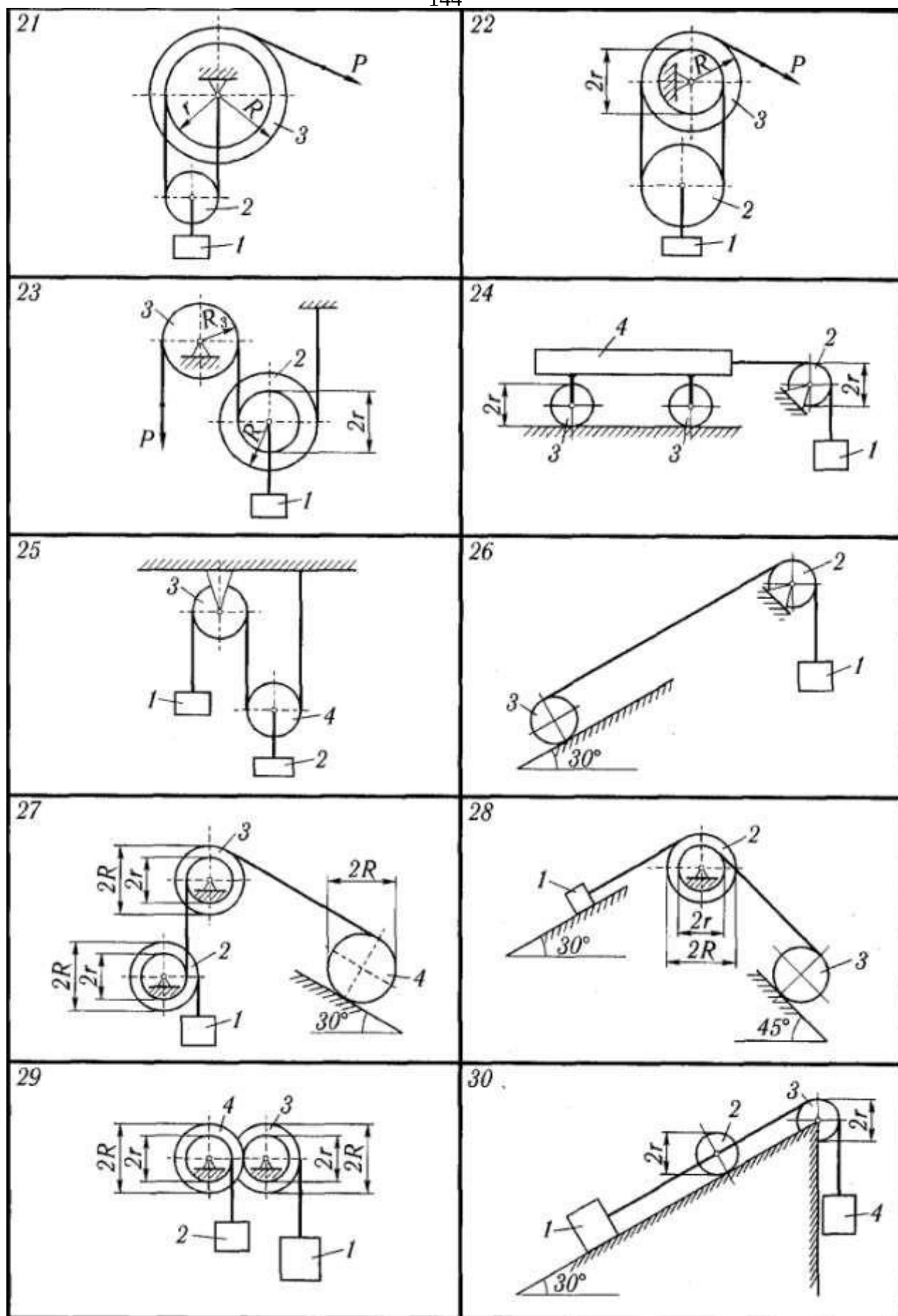


Рисунок 150

Вопросы для обсуждения:

1. Принцип Даламбера для механической системы?
2. Общее уравнение динамики для механической системы?
3. Виды связей и их реакции опор?
4. Кинематический анализ плоского механизма?
5. Работа силы тяжести?
6. Работа силы трения скольжения?
7. Работа момента сил сопротивления трению качения?
8. Принцип возможных перемещений?
9. Внешние силы механической системы?
10. Внутренние силы механической системы?

Методические указания по решению задач и выполнению типовых вариантных заданий по теме практического занятия самостоятельно:

Учебно–методическое пособие (Практикум) содержит краткий теоретический обзор и методические указания по теме практического занятия, задачи, практические задания, примеры решения задач и типовых вариантных заданий и методические рекомендации, задачи и типовые вариантные задания на самостоятельную проработку, вопросы для обсуждения в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра.

1) Изучить теоретический материал по теме (вопросы для обсуждения в конце каждого практического занятия).

2) Изучив материал данной темы, надо сначала обязательно разобраться в решениях соответствующих задач и заданий (примеры приводятся в пособии), обратив особое внимание на методические указания по их решению. Затем решить соответствующую задачу или типовое вариантное задание самостоятельно.

3) Пример решения задачи или типового вариантного задания, приведённый в пособии, является примером решения и оформления задачи или типового вариантного задания, выполненные студентом самостоятельно. Необходимо записать шифр задания, его название, полностью переписать текст задачи, выписать из соответствующих заданному варианту таблиц все исходные данные и аккуратно, в произвольно выбранном масштабе, сделать свой чертёж или схему конструкции. Следует помнить, что небрежно выполненный чертёж часто является причиной ошибок.

4) Целью самостоятельного решения задач и выполнения вариантных типовых заданий по теме практического занятия является овладение знаниями, закрепление и систематизация знаний, формирование умений и развитие навыков студента по разделам дисциплины в контексте общепрофессиональной подготовки, формирования и развития у обучаемого соответствующих компетенций. Выполнение типовых заданий самостоятельной работы содержит проведение некоторых аналитических исследований, отражающих моделирование разных видов и компонентов учебной и будущей профессиональной деятельности, а именно учебно – исследовательскую работу студентов по теоретической механике.

ФОРМА ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ ОТЧЁТА ПО ТЕМЕ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

Самостоятельно выполненную задачу по теме практического занятия студент оформляет в тетради для практических занятий по примеру решения, представленному в пособии.

Самостоятельно выполненное типовое вариантное задание по теме практического занятия студент оформляет по примеру решения, представленному в пособии, на одной стороне отдельных листов формата 203 x 298 мм (A4) с исполнением рамки (см. Приложение 1–3). Правильно выполненные и зачтённые задания сброшюровываются в отдельную папку согласно последовательности изучаемых тем.

**Примерный календарный план выполнения заданий
самостоятельной работы**

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения
1	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 1–10.	7 неделя
2	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 11–19.	11 неделя
3	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 20–30.	17 неделя

Порядок защиты заданий самостоятельной работы, обязанности студента и преподавателя

Задания для самостоятельной работы подлежат защите в индивидуальной беседе с преподавателем (диалоговая форма общения «преподаватель – студент» или «студент – преподаватель») по вопросам теории (вопросы для обсуждения) и практики, приводимым в конце каждого задания, в соответствии с календарным планом выполнения заданий для самостоятельной работы.

Обязанности студента за выполнение заданий для самостоятельной работы:

- студент должен в указанные в календарном плане сроки сдавать на проверку преподавателю выполненные задания или представить фрагменты выполненного задания и получить консультацию – указания преподавателя для завершения работы с конкретным заданием;

- студент должен в указанные в календарном плане сроки защитить задание заданий для самостоятельной работы (порядок защиты описан выше);

- студент, не предоставивший на проверку преподавателю задания заданий для самостоятельной работы или выполнивший менее 60% объема заданий для самостоятельной работы на 15 – 17 неделе учебного семестра к защите заданий для самостоятельной работы ведущим преподавателем и решением заседания кафедры не допускается.

Обязанности преподавателя за выполнение заданий для самостоятельной работы:

В рамках рейтинговой системы преподаватель осуществляет текущий контроль успеваемости студентов, формирования и развития соответствующих компетенций.

Текущий контроль

Рейтинговая оценка знаний студента

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
1	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 1–10.	7 неделя	15
2	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 11–20.	11 неделя	20
3	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 21–30.	17 неделя	20
	Итого за текущий семестр:		55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставаемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он знает: понятия технической механики, законы механики, теоремы, принципы аналитической механики, методы и способы решения задач и прикладных задач, использует дополнительный материал; умеет: решать задачи и прикладные задачи с использованием способов и методов механики, выполнять сравнительный анализ полученных результатов; владеет: навыками решения задач и прикладных задачах с использованием способов и методов механики, выполняет сравнительный анализ полученных результатов, делает выводы самостоятельно. Необходимые компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если имеются знания основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров, выполняет алгоритм решения задачи, но имеются несущественные практические неточности; студент выполняет методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики, но имеются несущественные практические неточности. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. Необходимые компетенции в основном сформированы на базовом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если: имеются частичные знания некоторых понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач с существенными ошибками логической последовательности дисциплины; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь некоторых параметров и выполняет отдельные пункты алгоритма решения задачи; и он выполняет некоторые методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики с существенными неточностями. Содержание курса освоено частично, большинство предусмотренных программой заданий

выполнено. Необходимые компетенции частично сформированы на базовом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительную часть основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме; методов, способов решения задач; умение выстраивать логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров задачи, использования методов и способов механики - с существенными ошибками; владеет незначительная частью методов и способов решения задач с использованием основных законов, теорем механики - с существенными ошибками и без логического завершения. Большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному. Необходимые компетенции частично не сформированы на базовом уровне.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Калентьев В. А.

Техническая механика : учебное пособие для спо / В. А. Калентьев. – Техническая механика, Весь срок охраны авторского права. – Электрон. дан. (1 файл). – Саратов : Профобразование, 2020. – 110 с. – электронный. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-4488-0904-0

2. Кальмова М.А.

Техническая механика Электронный ресурс : учебно-методическое пособие / А.Д. Ахмедов / А.Н. Муморцев / М.А. Кальмова. – Техническая механика, 2021-12-26. – Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. – 144 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-9585-0664-4

3. Кривошاپко С. Н.

Техническая механика Электронный ресурс : Конспект лекций / С. Н. Кривошاپко. – Москва : Российский университет дружбы народов, 2013. – 64 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-209-05239-5

Дополнительная литература:

1. Завьялова О. Б.

Техническая механика Электронный ресурс : Учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ для студентов заочного обучения всех специальностей / О. Б. Завьялова, О. Н. Синельщикова. – Астрахань : Астраханский инженерно-строительный институт, ЭБС АСВ, 2014. – 61 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 2227-8397

2. Максина, Е. Л.

Техническая механика Электронный ресурс : Учебное пособие / Е. Л. Максина. – Техническая механика, 2020-02-05. – Саратов : Научная книга, 2019. – 159 с. –

Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-9758-1792-1

Методическая литература:

1. Методические указания по выполнению контрольной работы по дисциплине Механика (Техническая механика) по дисциплине "Механика (Техническая механика)" для студентов направления подготовки 08.03.01 – Строительство (направленность (профиль) – Промышленное и гражданское строительство, Городское строительство и жилищно-коммунальное хозяйство, Проектирование зданий) – рукопись – 2022. – 48с.
2. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Механика (Техническая механика)" для студентов направления подготовки 08.03.01 – Строительство (направленность (профиль) – Промышленное и гражданское строительство, Городское строительство и жилищно-коммунальное хозяйство, Проектирование зданий) – рукопись – 2022. – 156с.

Интернет–ресурсы:

1. ru.wikipedia.org – учебники по технической механике.
2. [www. mashin.ru](http://www.mashin.ru)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
(Механика "Техническая механика")**

Направление подготовки – 08.03.01 – Строительство
Направленность (профиль) – Проектирование зданий

Ставрополь

Раздел 2. «Кинематика»

2.1. Кинематика механизмов.

Задание К2. Кинематический анализ передаточных механизмов.

2.2. Кинематика твёрдого тела.

Задание К3. Кинематический анализ плоской фигуры.

Раздел 3. «Динамика»

3. 1. Динамика точки

Задание Д6. Применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

3.2. Динамика механической системы

Задание Д10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Каждое задание содержит варианты контрольных схем для выполнения аналитического расчёта, приводятся примеры выполнения и подробного решения задачи несколькими способами. В конце каждого задания указаны контрольные вопросы по теории, необходимой студенту для выполнения расчётного задания. Набор вариантов индивидуальных заданий студент определяет по согласованию с преподавателем (офо) и по индивидуальному шифру – две последние цифры зачётной книжки (студенческого билета) для студентов зфо.

2. Основное содержание расчётно–графической работы – заданий самостоятельной работы по разделам, последовательность и порядок их выполнения

Раздел 2. «Кинематика»

2.1. Кинематика механизмов.

Задание К2. Кинематический анализ передаточных механизмов.

Задание К2 (к вариантам 1 – 30):

Движение груза 1 должно описываться уравнением

$$X = C_2 t^2 + C_1 t + C_0,$$

где t – время; C_2, C_1, C_0 – некоторые постоянные.

В начальный момент времени ($t = 0$) координата груза должна быть x_0 , а его скорость – V_0 .

Кроме того, необходимо, чтобы координата груза в момент времени $t = t_2$ была равна x_2 .

Определить коэффициенты C_2, C_1, C_0 , при которых осуществляется требуемое движение груза 1. Определить также в момент времени $t = t_1$ скорость и ускорение груза 1 и точки M одного из колёс механизма.

Схемы механизмов показаны на рис. 51 – 54, а необходимые данные приведены в таблице 17.

Таблица 1

№ варианта (рис. 50-53)	Радиусы, см				Координаты и скорости груза 1			Расчётные моменты времени, с	
	R_2	r_2	R_3	r_3	x_0 , см	V_0 , см/с	x_2 , см	t_2	t_1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	60	45	36	—	2	12	173	3	2
2	80	—	60	45	5	10	41	2	1
3	100	60	75	—	8	6	40	4	2
4	58	45	60	—	4	4	172	4	3
5	80	—	45	30	3	15	102	3	2
6	100	60	30	—	7	16	215	4	2
7	45	35	105	—	8	5	124	4	3
8	35	10	10	—	6	2	111	3	2
9	40	30	15	—	10	7	48	2	1
10	15	—	40	35	5	3	129	4	3
11	40	25	20	—	9	8	65	2	1
12	20	15	10	—	5	10	179	3	2
13	30	20	40	—	7	0	557	5	2
14	15	10	15	—	6	3	80	2	1
15	15	10	15	—	5	2	189	4	2
16	20	15	15	—	4	6	220	4	3
17	15	10	20	—	8	4	44	2	1
18	20	15	10	—	3	12	211	4	1
19	15	10	20	—	5	10	505	5	3
20	25	15	10	—	10	8	277	3	1
21	20	10	30	10	6	5	356	5	2
22	40	20	35	—	7	6	103	2	1
23	40	30	30	15	5	9	194	3	2

24	30	15	40	20	9	8	105	4	2
25	50	20	60	–	8	4	119	3	2
26	32	16	32	16	6	14	862	4	2
27	40	18	40	18	5	10	193	2	1
28	40	20	40	15	8	5	347	3	2
29	25	20	50	25	4	6	32	2	1
30	30	15	20	–	10	7	128	2	1

Задание К2 (к вариантам 31 – 40):

Механизм состоит из ступенчатых колёс 1 – 3, находящихся в зацеплении или связанных ремённой передачей; зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колёс (вар. 31 – 40, рис. 54). Радиусы ступеней колёс соответственно равны: у колеса 1 – $r_1 = 2$ см,

$R_1 = 4$ см, у колеса 2 – $r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса 3 – $r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колёс расположены точки A , B и C .

В столбце «Дано» таблицы 18 указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\varphi_1(t)$ – закон вращения колеса 1, $S_4(t)$ – закон движения рейки 4, $\omega_2(t)$ – закон изменения угловой скорости колеса 2, $U_5(t)$ – закон изменения скорости груза 5, и т. д. (везде φ выражено в радианах, S – в сантиметрах, t – в секундах). Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для S_4 , S_5 и U_5 , U_4 – вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости (U – линейные, ω – угловые) и ускорения (a – линейные, ε – угловые) соответствующих точек или тел (например, U_5 – скорость груза 5 и т. д.).

Необходимые для расчёта данные приведены в таблице 18.

Таблица 2

№ варианта	Дано	Найти	
		скорости	ускорения
0	$S_4 = 4(7t - t^2)$	$U_6; U_c$	$\varepsilon_2; a_A; a_5$
1	$U_5 = 2(t^2 - 3)$	$U_A; U_c$	$\varepsilon_3; a_B; a_4$
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	$U_4; \omega_2$	$\varepsilon_2; a_C; a_5$
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$U_5; \omega_3$	$\varepsilon_2; a_A; a_4$
4	$\varphi_1 = 3t - t^2$	$U_4; \omega_1$	$\varepsilon_1; a_B; a_5$
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$U_6; U_5$	$\varepsilon_2; a_C; a_4$
6	$\varphi_2 = 2(t^2 - 3t)$	$U_4; \omega_1$	$\varepsilon_1; a_C; a_5$
7	$U_4 = 3t^2 - 8$	$U_A; \omega_3$	$\varepsilon_3; a_B; a_5$
8	$S_5 = 2t^2 - 5t$	$U_4; \omega_2$	$\varepsilon_1; a_C; a_4$
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$U_6; U_3$	$\varepsilon_2; a_A; a_4$

Указания: Задание К2 – на исследование работы передаточных механизмов, вращательного и поступательного движений твёрдого тела.

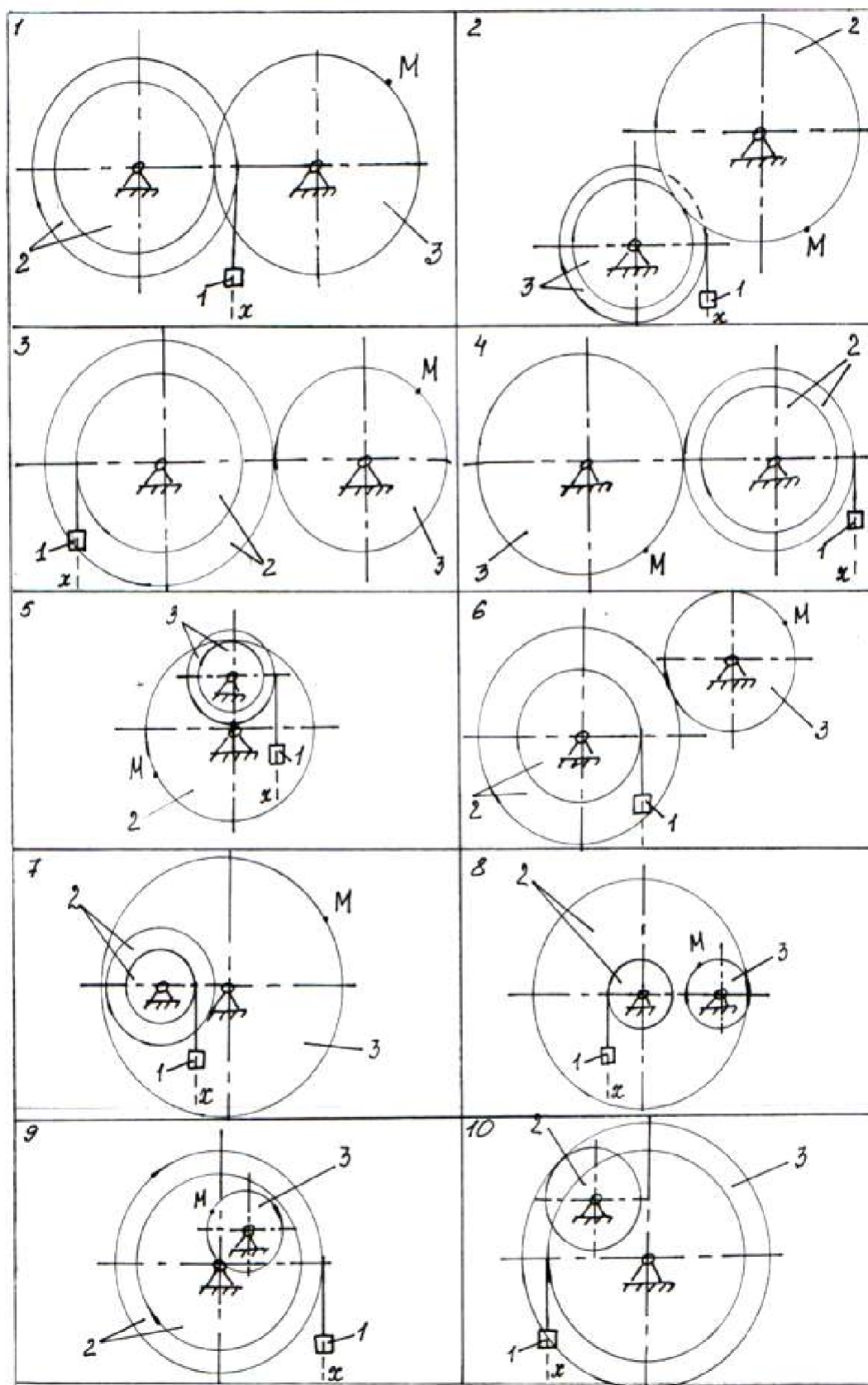
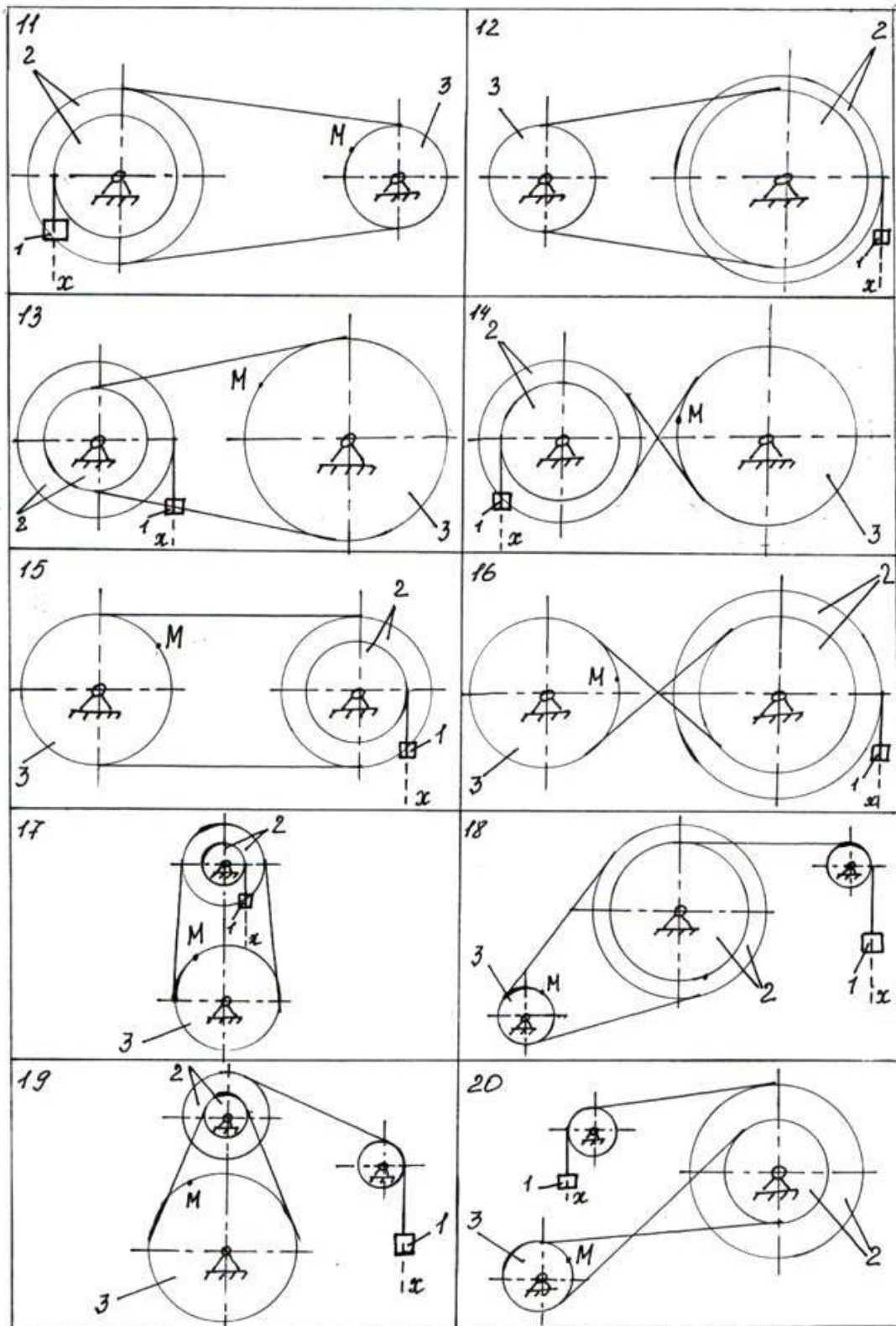
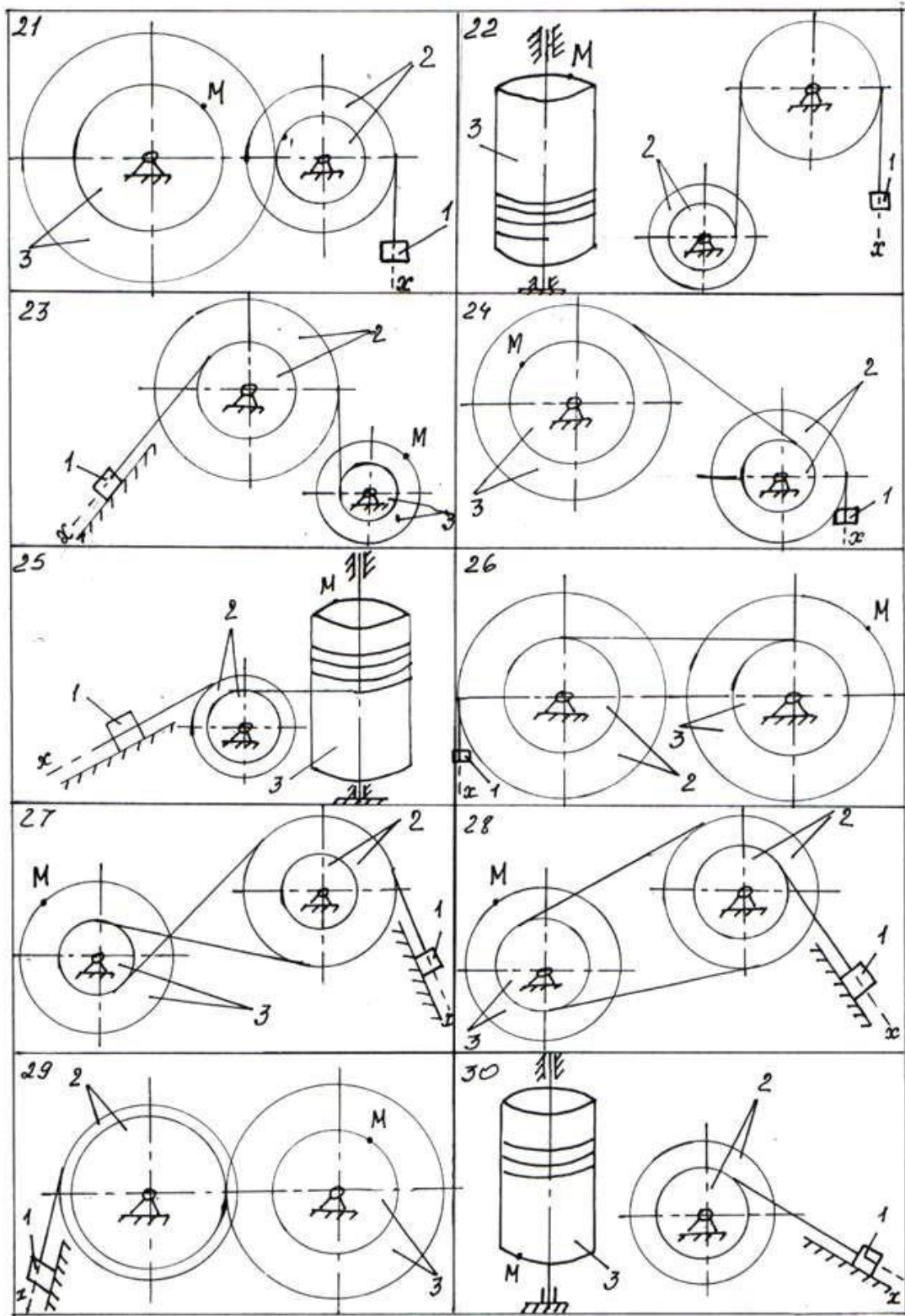


Рисунок 1



Рисунок



Рисунок

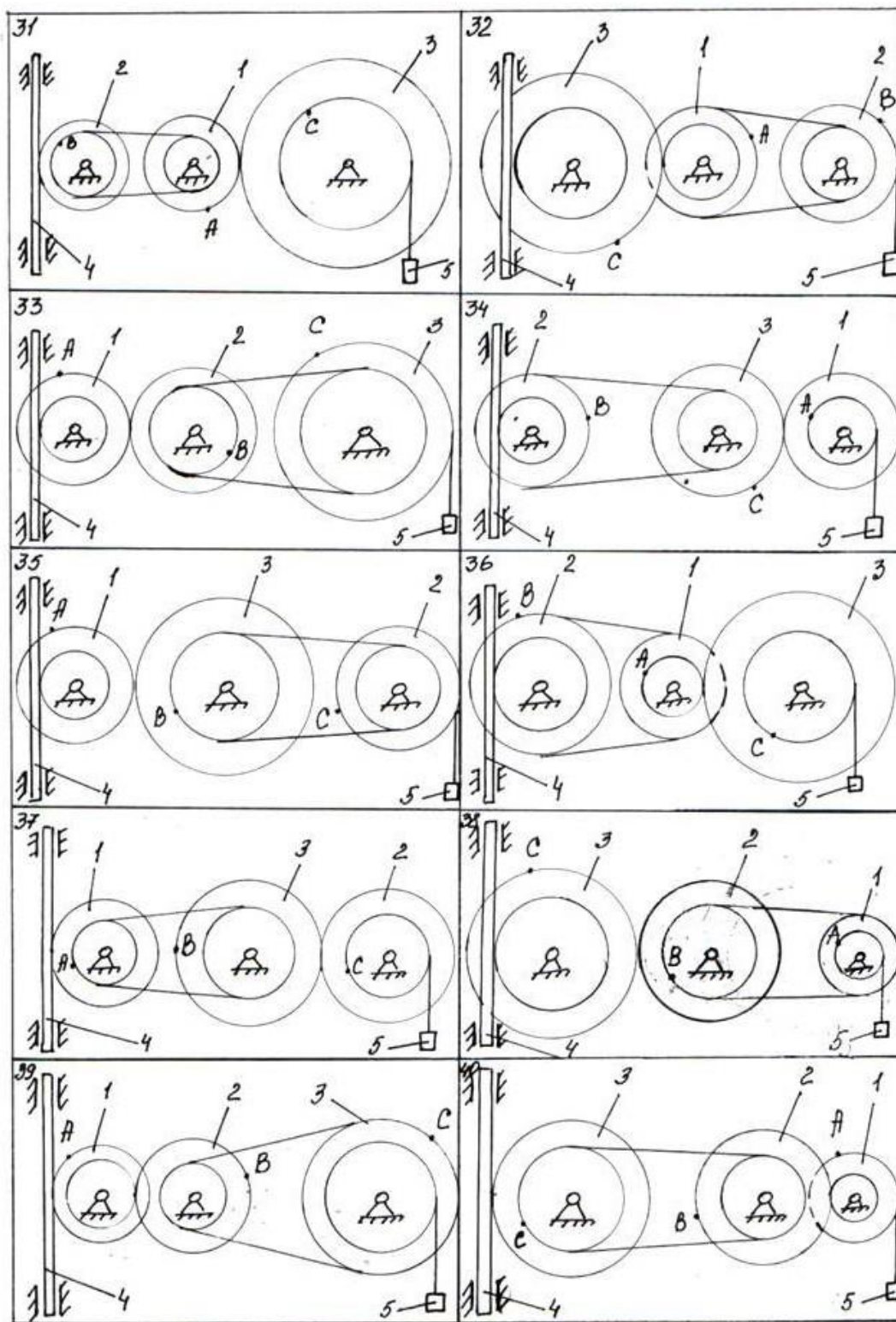


Рисунок 4

Пример 1 (к вариантам 1 – 30):

Исходные данные: $r_2 = 10\text{см}$, $R_2 = 15\text{см}$, $R_3 = 15\text{см}$, $x_0 = 5\text{см}$, $x_2 = 189\text{см}$, $U_0 = 2\text{см/с}$, $t_1 = 2\text{с}$, $t_2 = 4\text{с}$.

Найти уравнение движения груза 1, а также скорость и ускорение точки M в момент времени $t_1 = t$.

Решение:

1. Уравнение движения груза 1 имеет вид

$$X = C_2 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_0 \quad (1)$$

Коэффициенты C_2, C_1, C_0 могут быть определены из заданных начальных граничных условий:

$$\text{при } t_0 = 0 \quad x = x_0 = C_0 = 5; \quad (2)$$

$$U_0 = (x_0)' = 2C_2 \cdot t + C_1; \text{ при } t_0 = 0 \quad U_0 = 2C_2 \cdot 0 + C_1 = C_1 = 2; \quad (3)$$

Подставляя (2), (3) и $t_2 = 4$ с в (1), находим коэффициент C_2 :

$$x_2 = C_2 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_0; \quad 189 = C_2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 5; \quad C_2 = 11$$

Таким образом, уравнение движения груза 1 имеет вид:

$$X_1 = 11 \cdot t^2 + 2 \cdot t + 5 \quad (4)$$

Скорость груза 1 находим по определению:

$$U_1 = (x_1)' = (11 \cdot t^2 + 2 \cdot t + 5)' = 22 \cdot t + 2; \quad U_1(t_1) = 22 \cdot 2 + 2 = 46 \text{ см/с}; \quad (5)$$

Аналогично находим ускорение груза 1:

$$a_1 = (U_1)' = (x_1)'' = (11 \cdot t^2 + 2 \cdot t + 5)'' = (22 \cdot t + 2)' = \quad (6)$$

$$a_1(t_1) = 22 \text{ см/с}^2.$$

3. Для определения скорости и ускорения точки M выполним кинематический анализ преобразования поступательного движения груза 1 во вращательное движение ступенчатого колеса 2 и колеса 3, т. е. запишем уравнения, связывающие скорость груза 1 и угловые скорости ω_2 и ω_3

(рис. 55):

$$U_1 = \omega_2 \cdot r_2; \Rightarrow \omega_2 = U_1 / r_2; \quad \omega_2 \cdot R_2 = \omega_3 \cdot R_3 \Rightarrow \omega_3 = (\omega_2 \cdot R_2) / R_3 = \quad (7)$$

$$= ((U_1 / r_2) \cdot R_2) / R_3 = ((22 \cdot t + 2) / r_2) \cdot R_2 / R_3;$$

$$\omega_3(t_1) = ((22 \cdot 2 + 2) / 10) \cdot 15 / 15 = 4,6 \text{ рад/с}; \text{ — угловая скорость колеса 3.}$$

$$\text{Угловое ускорение колеса 3: } \varepsilon_3 = (\omega_3)' = (((22 \cdot t + 2) / r_2) \cdot R_2 / R_3)' =$$

$$= (((22 / r_2) \cdot R_2) / R_3); \quad \varepsilon_3(t_1) = (((22 / 10) \cdot 15) / 15) = 2,2 \text{ рад/с}^2.$$

Скорость точки M , её вращательное (касательное), центростремительное (нормальное)

ускорения определяются по формулам:

$$U_M = \omega_3 \cdot R_3; \quad U_M(t_1) = \omega_3 \cdot R_3 = 4,6 \cdot 15 = 69 \text{ см/с}; \quad (8)$$

$$U_M = \omega_3 \cdot R_3 = ((22 \cdot t + 2) / r_2) \cdot R_2 / R_3 \cdot R_3 = U_1 \cdot (R_2 / r_2) = U_1 \cdot i; \quad (9)$$

$i = (R_2 / r_2)$ — передаточное число механизма;

$$a_M^{\theta} = \varepsilon_3 \cdot R_3 = (((22 / r_2) \cdot R_2) / R_3) \cdot R_3 = a_1 \cdot (R_2 / r_2) = a_1 \cdot i;$$

$$a_M^{\theta}(t_1) = 22 \cdot 1,5 = 33 \text{ см/с}^2. \quad (10)$$

$$a_M^{\theta} = \omega_3^2 \cdot R_3 = (4,6)^2 \cdot 15 = 317,4 \text{ см/с}^2. \quad (11)$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^{\theta})^2 + (a_M^{\theta})^2} = R_3 \sqrt{\varepsilon_3^2 + \omega_3^2};$$

$$a_M(t_1) = \sqrt{(33)^2 + (317,4)^2} = 319,11 \text{ см/с}^2. \quad (12)$$

Результаты расчётов приведены в таблице 3.

Таблица 3

U_1 см/с	a_1 см/с ²	ω_3 рад/с	ε_3 рад/с ²	U_M см/с	a_M^{θ} см/с ²	a_M^{θ} см/с ²	a_M см/с ²
46	22	4,6	2,2	69	33	317,4	319,11

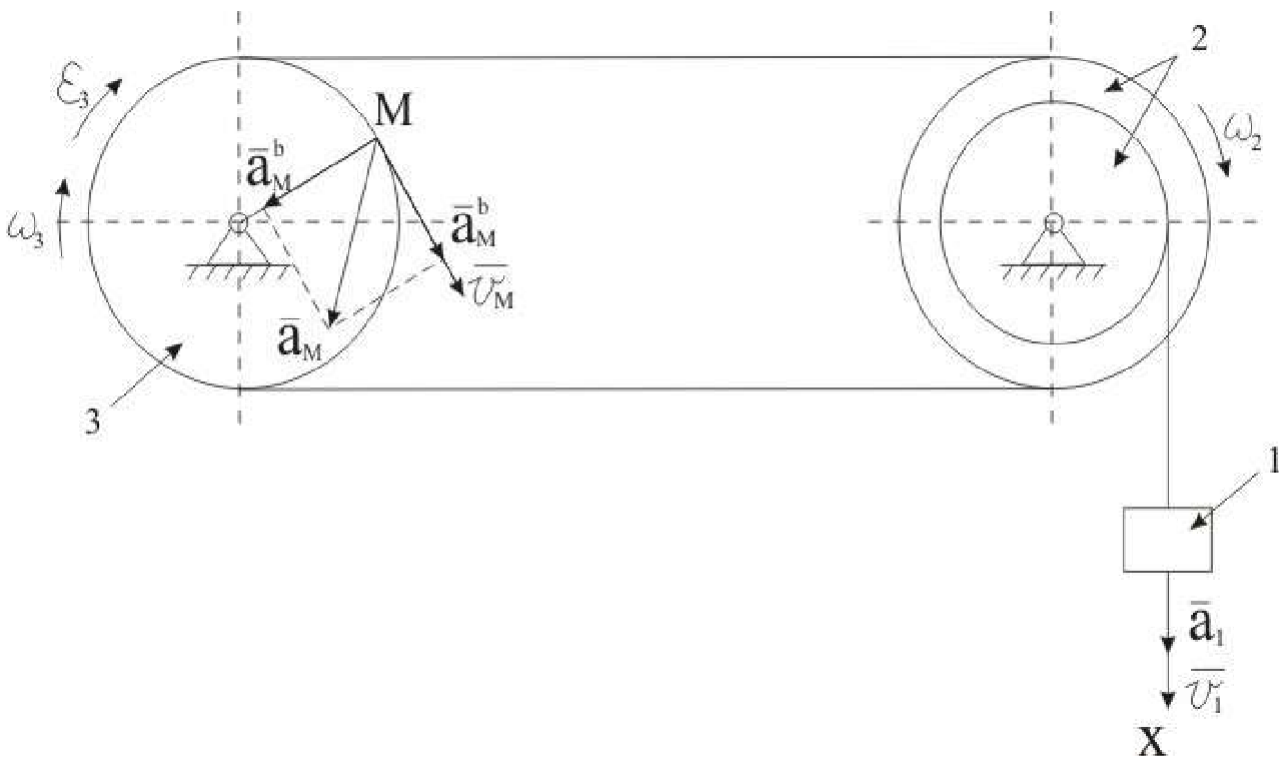


Рисунок 5

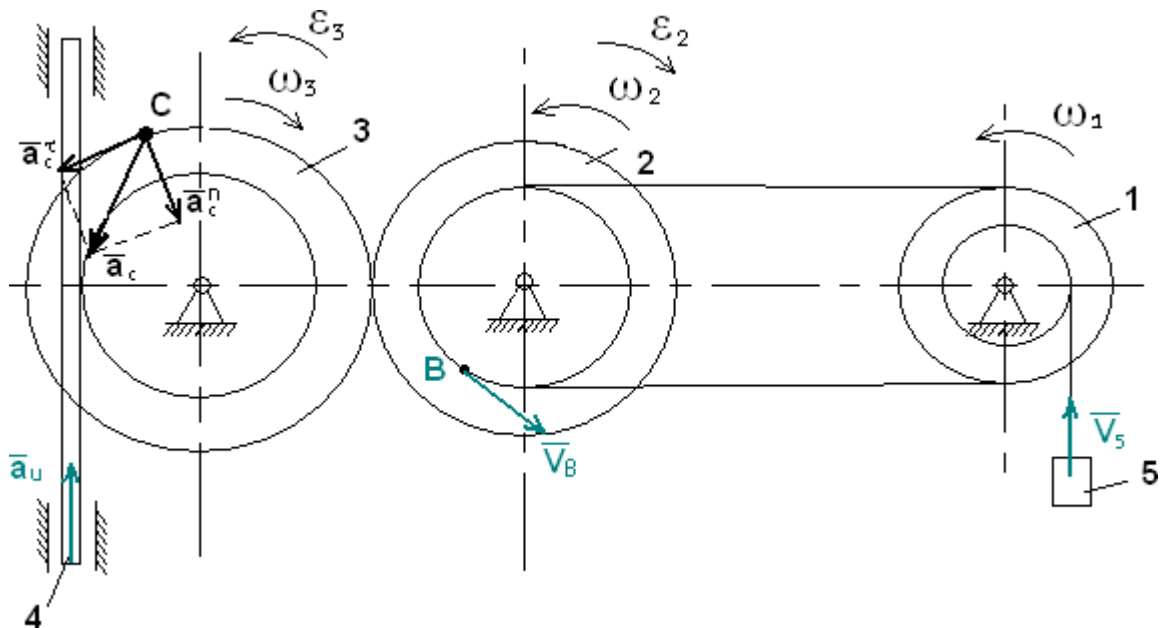
Пример 2 (к вариантам 31 – 40):

Рисунок 6

Дано: $\omega_1 = 5t - 2t^2$; $t_1 = 2$ с; $\tau_1 = 2$ см; $R_1 = 4$ см; $\tau_2 = 6$ см; $R_2 = 8$ см; $\tau_3 = 12$ см; $R_3 = 16$ см;

Определить: U_5 ; U_6 ; ε_2 ; a_c ; a_4 ;

Решение:

Обозначим скорости точек, лежащих на внешних ободах колес (радиуса R_j) – через U_j , а точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса τ_j) – через u_j .

Рейка 4, ступенчатые колеса 3 радиусами R_3 и τ_3 и колесо 2 радиусами R_2 и τ_2 находятся в зацеплении; колесо 2 связано с колесом 1 ременной передачей. На вал 1 намотана нить с грузом 5, следовательно, $U_5 = u_1 = \omega_1 \tau_1 = (5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 2 = 4$ см/с.

Так как колеса 2 и 1 связаны ременной передачей, то $U_1 = u_2 \Rightarrow \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 r_2$; $U_6 = \omega_2 r_2 \Rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 = \omega_6 = (5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 4 = 8 \text{ см/с}$;

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 r_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{\omega_1 R_1}{r_2} = \frac{(5 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2) \cdot 4}{6} = 1,33 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_1 R_1}{r_2} \right) = \frac{R_1 \cdot (5 - 4t)}{r_2} = \frac{R_1 \cdot (5 - 4t)}{r_2} \text{—угловое ускорение колеса 2 } \varepsilon_2 \text{ в}$$

$$\text{момент времени } t_1 = 2 \text{ с } \varepsilon_{2(t1)} = \frac{4 \cdot (5 - 4 \cdot 2)}{6} = -2 \text{ с}^{-2}.$$

ε_2 и ω_2 разного направления $\Rightarrow$ вращение колеса 2 замедленное.

Так как колеса 2 и 3 находятся в зацеплении $\Rightarrow \omega_2 R_2 = \omega_3 R_3$; $U_2 = U_3 \Rightarrow \Rightarrow \omega_3 = \frac{\omega_2 R_2}{R_3} =$

$$\frac{1,33 \cdot 8}{16} = 0,67 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

ε_3 - угловое ускорение колеса 3;

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d(\omega_2 R_2)}{dt(R_3)} = \frac{\omega_1 R_1 \cdot R_2}{r_2 \cdot R_3} = \frac{4 \cdot 8 \cdot (5 - 4t)}{6 \cdot 16} = \frac{4 \cdot 8 \cdot (5 - 4 \cdot 2)}{6 \cdot 4} = -4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

ε_3 и ω_3 разного направления $\Rightarrow$ вращение колеса 3 – замедленное.

$$\alpha_c^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = 0,67^2 \cdot 16 = 0,45 \cdot 16 = 7,18 \text{ см/с}^2;$$

$$\alpha_c^r = \varepsilon_3 \cdot R_3 = 4 \cdot 16 = 64 \text{ см/с}^2;$$

$$\alpha_c = \sqrt{\alpha_c^{h2} + \alpha_c^{r2}} = \sqrt{7,18^2 + 64^2} = \sqrt{51,59 + 4096} = 64,4 \text{ см/с}^2.$$

Так как колесо 3 и рейка 4 находятся в зацеплении, то $v_3 = v_4 \Rightarrow \omega_3 R_3 = v_4$.

$$\alpha_4 = \frac{dv_4}{dt} = \frac{d(\omega_3 R_3)}{dt} = \left(\frac{\omega_2 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_3^3} \right) = R_2 \frac{d\omega_2}{dt} = R_2 \cdot \varepsilon_2 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ см/с}^2.$$

Ответ: $v_5 = 4 \text{ см/с}$; $v_6 = 8 \text{ см/с}$; $\varepsilon_2 = -2 \text{ с}^{-2}$; $\alpha_c = 64,4 \text{ см/с}^2$; $\alpha_4 = 16 \text{ см/с}^2$.

Вопросы для самопроверки:

1. Определение поступательного движения твёрдого тела. Теорема о траекториях, скоростях и ускорениях точек тела, совершающих поступательное движение.
2. Определение вращательного движения твёрдого тела. Закон или уравнение вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Определение угловой скорости и углового ускорения?
3. Классификация поступательного движения твёрдого тела – ускоренное, равноускоренное, замедленное, равнозамедленное, равномерное – основные кинематические характеристики?
4. Классификация вращательного движения твёрдого тела – ускоренное, равноускоренное, замедленное, равнозамедленное, равномерное – основные кинематические характеристики?
5. Линейная скорость U и линейное ускорение a точек тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
6. Передаточные механизмы. Передаточное число. Типы передаточных механизмов?

2.2. Кинематика твёрдого тела.

Задание К3. Кинематический анализ плоской фигуры.

Задание К3 (к вариантам 1 – 30)

Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения точек B и C , а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому эти точки принадлежат. Схемы механизмов на рис. 7 – 10, а необходимые для расчёта данные приведены в таблице 4.

Таблица 4

№ варианта	OA (см)	R (см)	AB (см)	AC (см)	$\dot{\omega}_{OA}$ рад/с	$\dot{\omega}_I$ рад/с	ε_{OA} рад/с ²	V_A см/с	a_A см/с ²
1	40	15	-	8	2	-	2	-	-
2	30	15	-	8	3	-	2	-	-
3	-	50	-	-	-	-	-	50	100
4	35	-	-	45	4	-	8	-	-
5	25	-	-	20	1	-	1	-	-
6	40	15	-	6	1	1	0	-	-
7	35	-	75	60	5	-	10	-	-
8	-	-	20	10	-	-	-	40	20
9	-	-	45	30	-	-	-	20	10
10	25	-	80	20	1	-	2	-	-
11	-	-	30	15	-	-	-	10	0
12	-	-	30	20	-	-	-	20	20
13	25	-	55	40	2	-	4	-	-
14	45	15	-	8	3	12	0	-	-
15	40	15	-	8	1	-	1	-	-
16	55	20	-	-	2	-	5	-	-
17	-	30	-	10	-	-	-	80	50
18	10	-	10	5	2	-	6	-	-
19	20	15	-	10	1	2,5	0	-	-
20	-	-	20	6	-	-	-	10	15
21	30	-	60	15	3	-	8	-	-
22	35	-	60	40	4	-	10	-	-
23	-	-	60	20	-	-	-	5	10
24	25	-	35	15	2	-	3	-	-
25	20	-	70	20	1	-	2	-	-
26	20	15	-	10	2	1,2	0	-	-
27	-	15	-	5	-	-	-	60	30
28	20	-	50	25	1	-	1	-	-
29	12	-	35	15	4	-	6	-	-
30	40	-	-	20	5	-	10	-	-

Примечание: ω_{OA} и ε_{OA} – угловая скорость и угловое ускорение кривошипа OA при заданном положении механизма; ω_I – угловая скорость колеса **I** (постоянная); v_A и a_A – скорость и ускорение точки A . Качение колес происходит без скольжения.

Задание К3 (к вариантам 31 – 40)

Плоский механизм состоит из стержней 1 – 4 и ползуна B , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами (рис. 10 – 11). Длины стержней: $l_1=0,4$ м, $l_2=1,2$ м, $l_3=1,4$ м, $l_4=0,8$ м. Положение механизма определяется углами α , β , γ , φ , θ , которые вместе с другими величинами заданы в таблице К2. Точка D на всех рисунках и точка K на рис. 11 – 12 в середине соответствующего стержня. Определить величины, указанные в таблице в столбце «Найти». Найти также ускорение a_A точки A стержня 1, если стержень 1 имеет в данный момент времени угловое ускорение $\varepsilon_1=10$ с⁻².

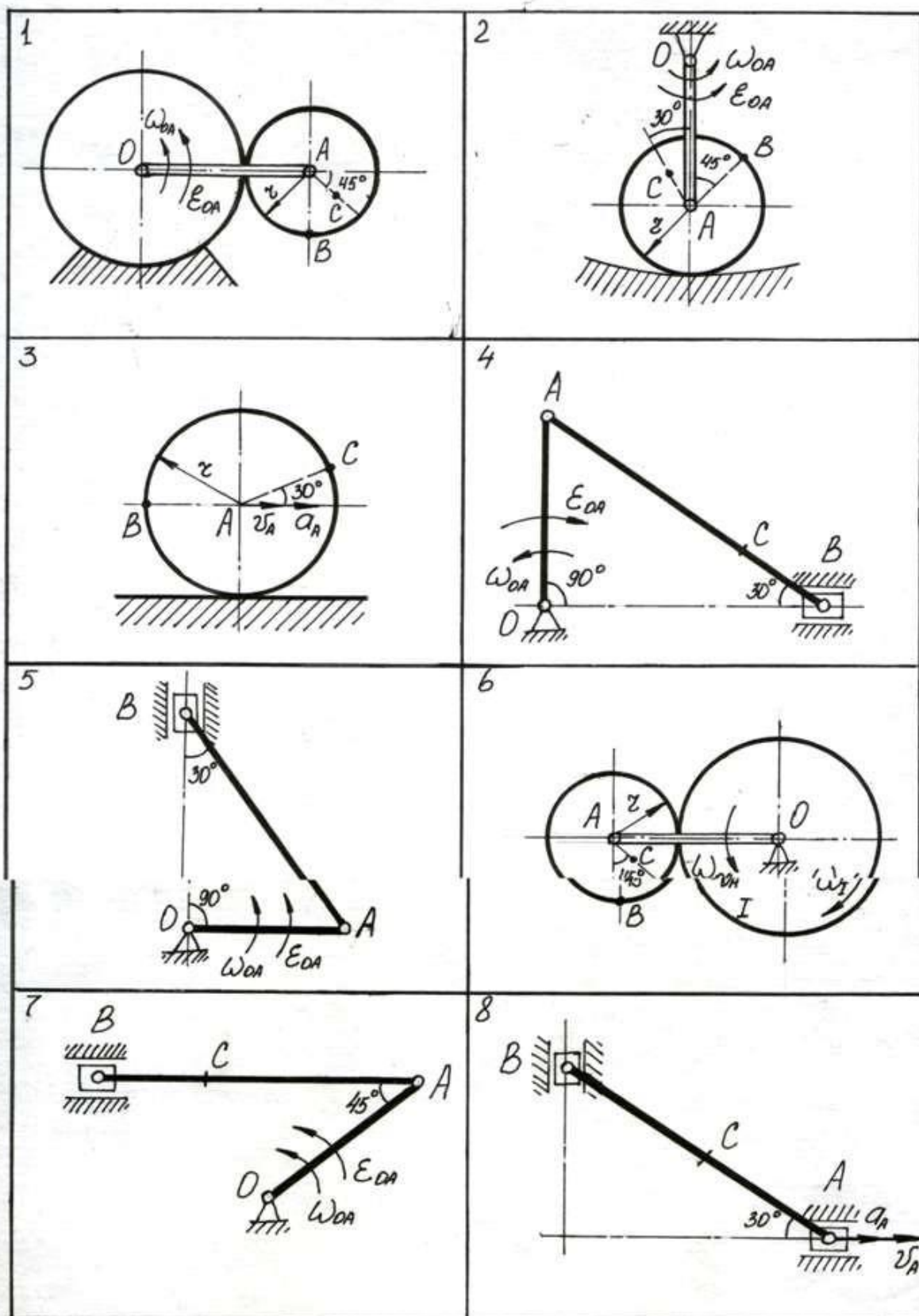
Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа должны откладываться соответствующие углы, т.е. по ходу или против хода часовой стрелки (например, угол γ на рис. 57а следует отложить от стержня DE против хода часовой стрелки, а на рис. 57б – от стержня AE по ходу часовой стрелки).

Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α ; ползун B и его направляющие для большей наглядности изобразить как в примере. Заданную угловую скорость считать направленной против хода часовой стрелки, а заданную скорость v_B – от точки B к b .

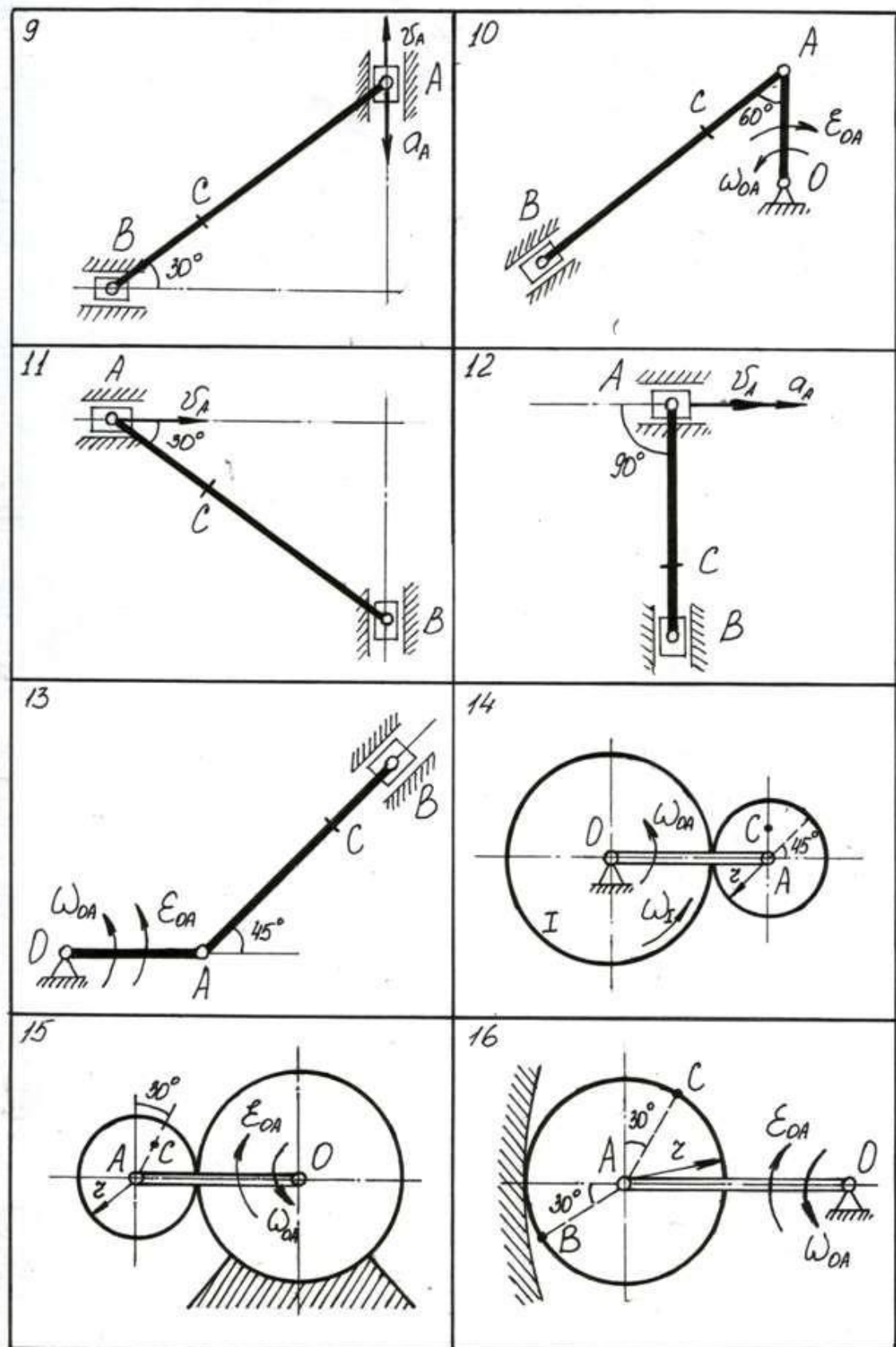
Таблица 5

Номер условия	Углы					Дано			Найти
	α^0	β^0	γ^0	φ^0	θ^0	ω_1 , 1/с	ω_4 , 1/с	v_B , м/с	
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	30	150	120	0	60	2	-	-	v_B, v_E, ω_2
1	60	60	60	90	120	-	3	-	v_A, v_D, ω_3
2	0	120	120	0	60	-	-	10	v_A, v_E, ω_2
3	90	120	90	90	60	3	-	-	v_B, v_E, ω_2
4	0	150	30	0	60	-	4	-	v_B, v_A, ω_2
5	60	150	120	90	30	-	-	8	v_A, v_E, ω_3
6	30	120	30	0	60	5	-	-	v_B, v_E, ω_3
7	90	150	120	90	30	-	5	-	v_A, v_D, ω_3
8	0	60	30	0	120	-	-	6	v_A, v_E, ω_2
9	30	120	120	0	60	4	-	-	v_B, v_E, ω_3

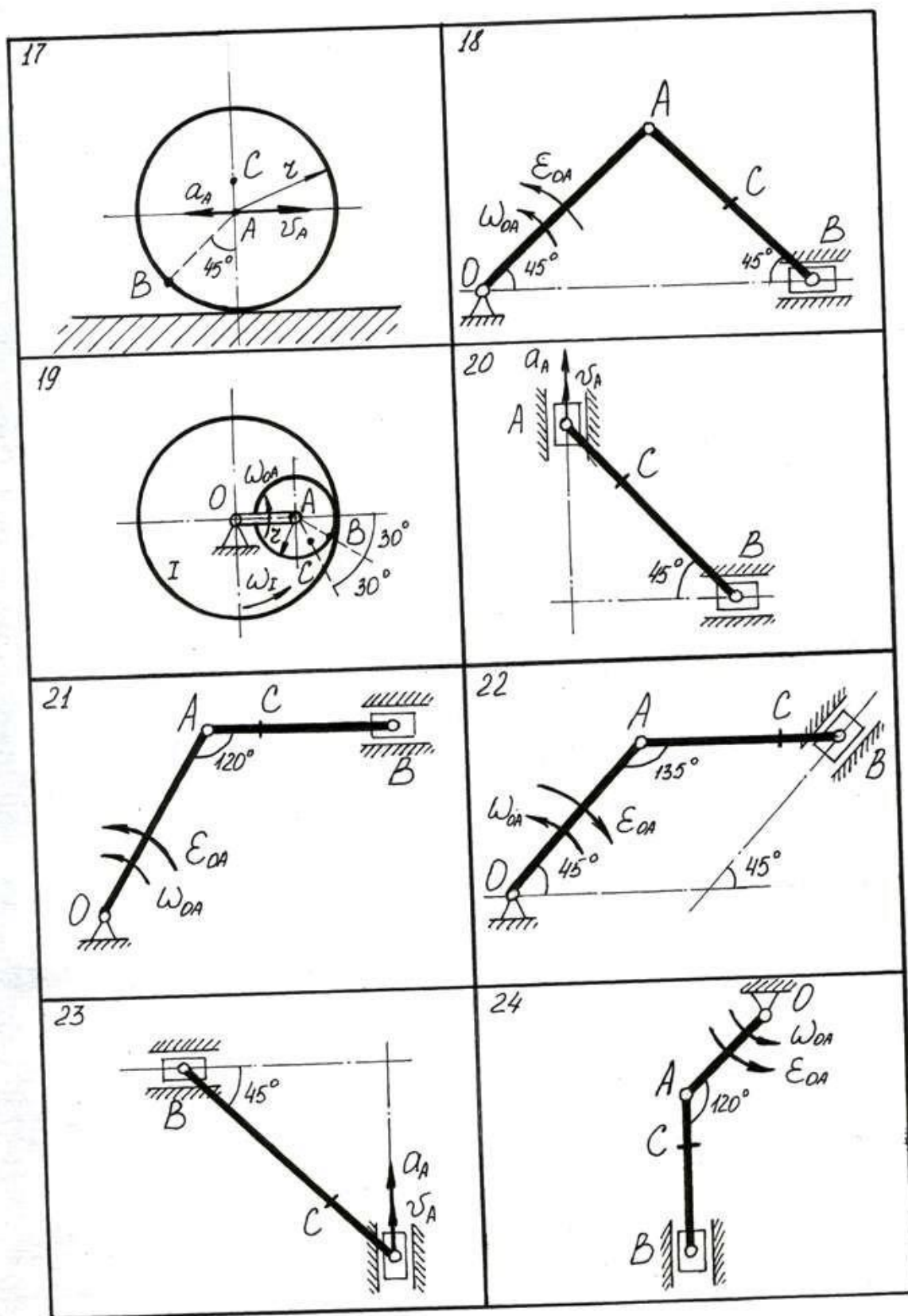
Указания: Задание К3 – на исследование плоскопараллельного движения твердого тела. При её решении для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев следует воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек тела и понятием о мгновенном центре скоростей, применяя эту теорему (или это понятие) к каждому звену механизма в отдельности.



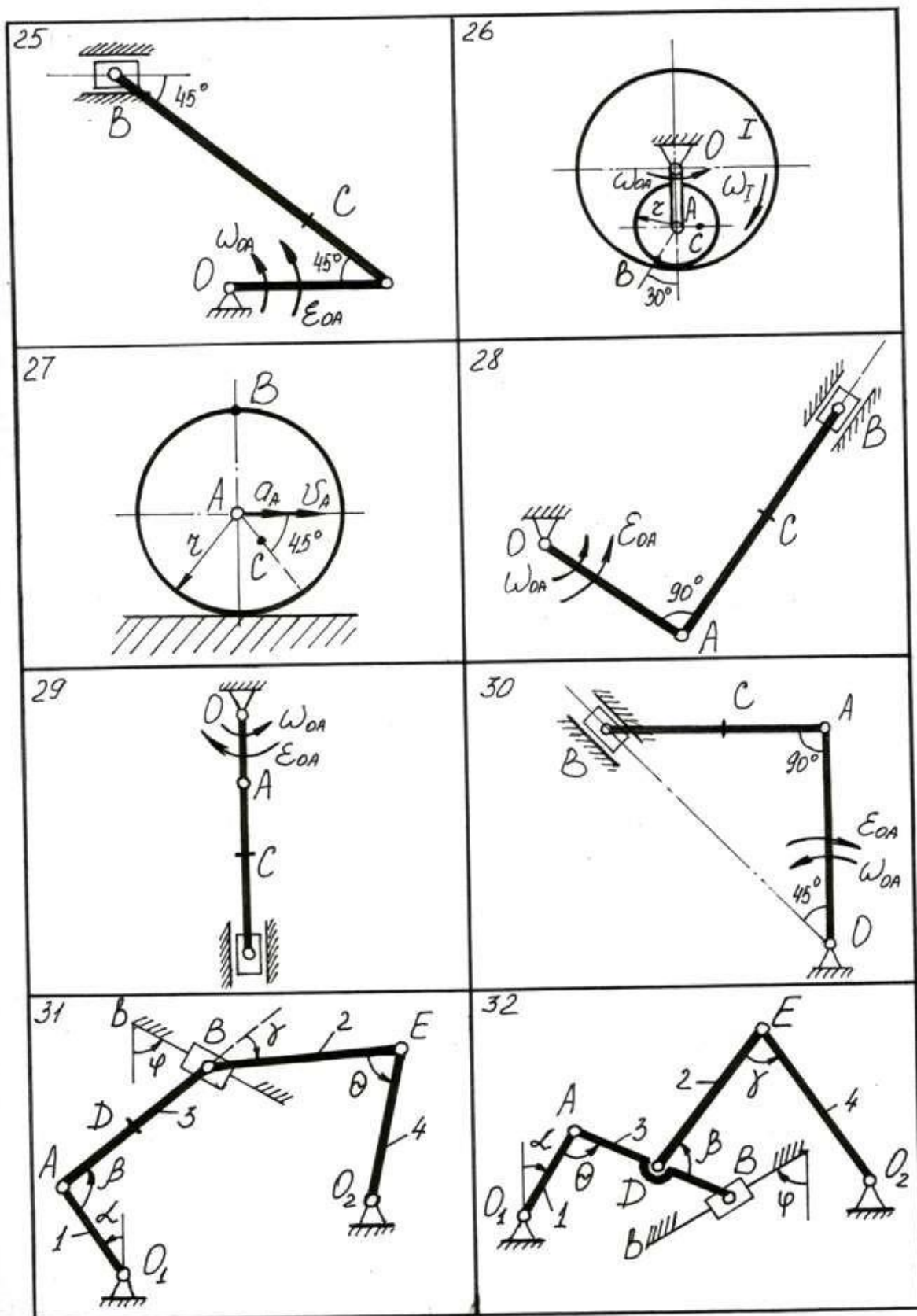
Рисунок



Рисунок



Рисунок



Рисунок

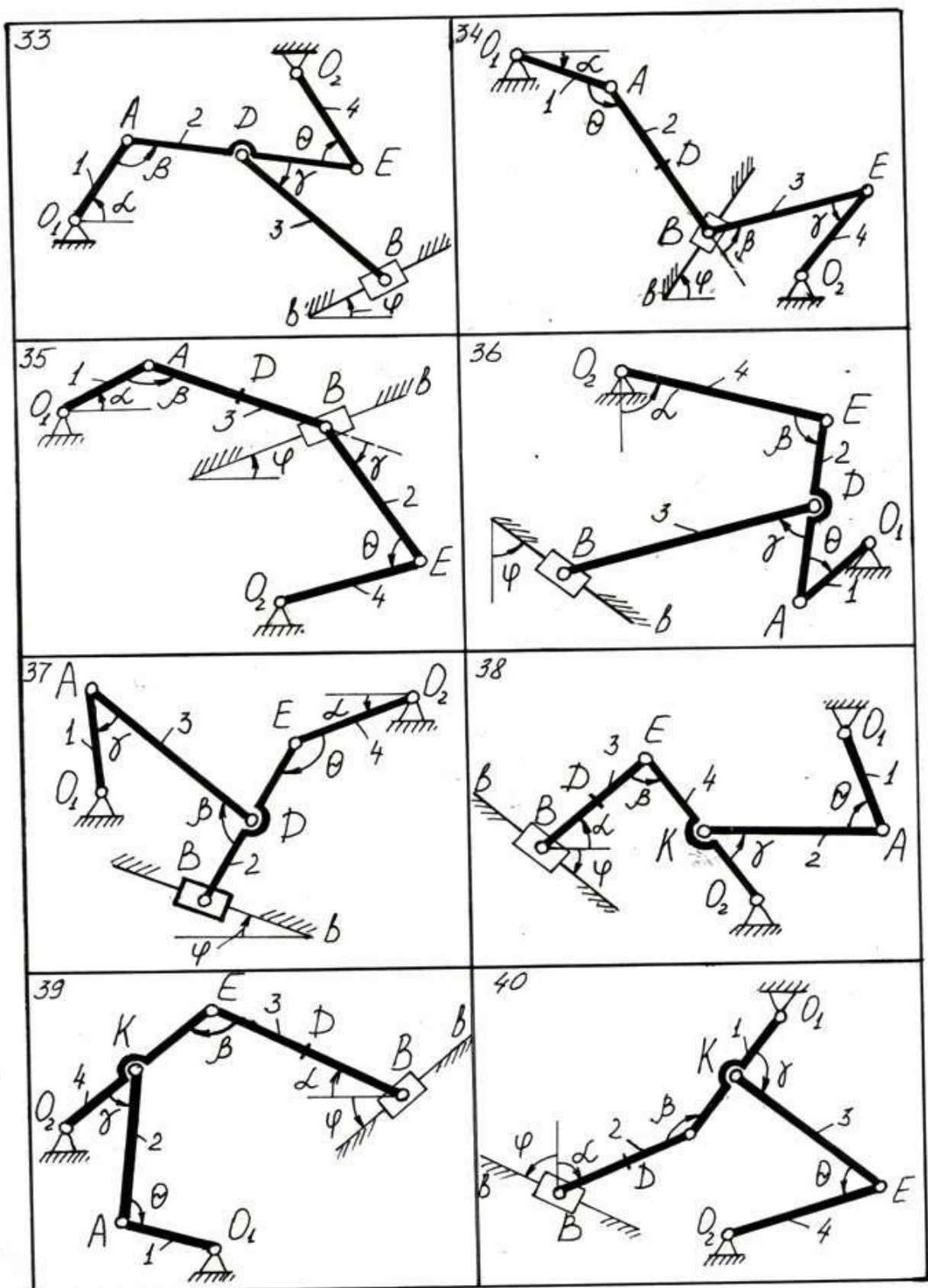


Рисунок 11

Пример выполнения задания: (к вариантам 1 – 30)

Дано : схема механизма в заданном положении (рис. 12); исходные данные (табл. 6).

Таблица 6

Размеры, см			ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с
OA	AB	AC		
10	60	20	1,5	2

Решение:

1. *Определение скоростей точек и угловой скорости звена (рис.13).* Вычисляем модуль скорости пальца A кривошипа OA при заданном положении механизма:

$$v_A = \omega_{OA} \cdot OA.$$

Скорость точки A перпендикулярна кривошипу OA. Скорость ползуна B направлена по вертикали. Мгновенный центр скоростей P_{AB} шатуна AB находится в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из точек A и B к их скоростям.

Угловая скорость звена AB:

$$\omega_{AB} = v_A / AP_{AB}.$$

Модули скоростей точек B и C:

$$v_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}; v_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}.$$

Расстояния AP_{AB} , BP_{AB} и CP_{AB} определяются из рассмотрения треугольников ABP_{AB} и ACP_{AB} :

$$AP_{AB} = 52,0 \text{ см}; \quad BP_{AB} = 30,0 \text{ см}; \quad CP_{AB} = 36,1 \text{ см}.$$

В соответствии с этим $v_A = 15,0 \text{ см/с}$; $\omega_{AB} = 0,29 \text{ рад/с}$; $v_B = 8,7 \text{ см/с}$; $v_C = 10,5 \text{ см/с}$.

Вектор v_C направлен перпендикулярно отрезку CP_{AB} в сторону, соответствующую направлению вращения звена AB.

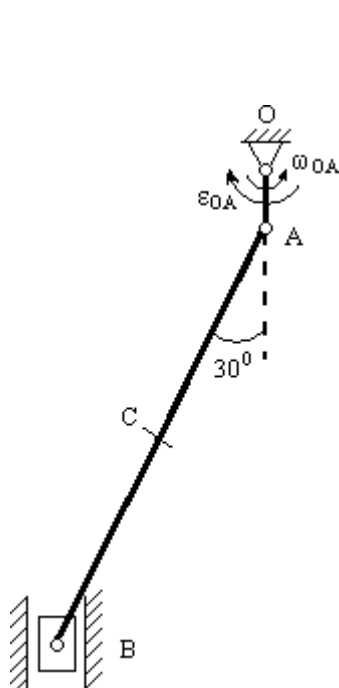


Рисунок 12

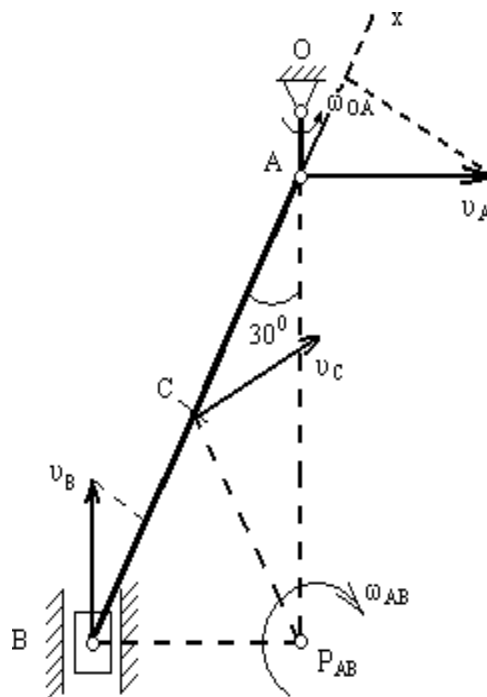


Рисунок 13

Для проверки определим скорость точки В другим способом. Воспользуемся теоремой о равенстве проекции скоростей точек на ось, проведенную через эти точки.

Направим ось Х вдоль шатуна АВ в направлении от В к А.

Имеем $v_A \cos(\overline{v_A}, x) = v_B \cos(\overline{v_B}, x)$, или, как видно из рис. 13,

$v_A \cos 60^\circ = v_B \cos 30^\circ$. Отсюда $v_B = 8,7$ см/с.

Полезно убедиться, что и найденная ранее скорость точки С удовлетворяет этой теореме.

2. *Определение ускорений точек и углового ускорения звена.* (рис. 14). Ускорение точки А складывается из вращательного и центростремительного ускорений:

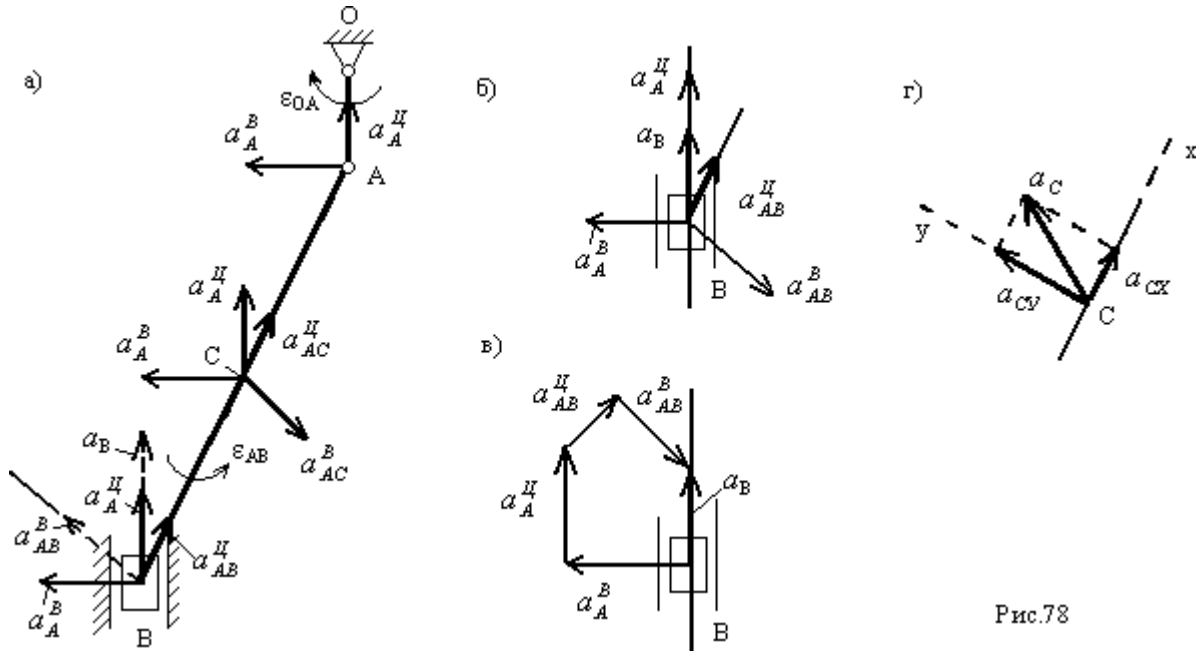


Рис.78

Рисунок 14

$$\overline{a_A} = \overline{a_A^B} + \overline{a_A^u}; \quad a_A^B = \varepsilon_{OA} \cdot OA; \quad a_A^u = \omega^2 \cdot OA.$$

Согласно теореме об ускорениях точек плоской фигуры,

$$\overline{a_B} = \overline{a_A} + \overline{a_{AB}^B} + \overline{a_{AB}^u},$$

или

$$\overline{a_B} = \overline{a_A^B} + \overline{a_A^u} + \overline{a_{AB}^B} + \overline{a_{AB}^u}. \quad (1)$$

Центростремительное ускорение точки В во вращательном движении шатуна АВ вокруг полюса А

$$a_{AB}^u = \omega_{AB}^2 \cdot AB.$$

По приведенным формулам вычисляем:

$$a_A^B = 200,0 \text{ см/с}^2; \quad a_A^u = 22,5 \text{ см/с}^2; \quad a_{AB}^u = 5,0 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_A^u}$ направлен от А к О. Вектор $\overline{a_A^B}$ перпендикулярен вектору $\overline{a_A^u}$ и направлен противоположно v_A (вращение кривошипа ОА – замедленное).

Вектор $\overline{a_{AB}^u}$ направлен от В к А. Что касается ускорения $\overline{a_B}$ точки В и вращательного

ускорения $\overline{a_{AB}^B}$, то известны только линии действия этих векторов: $\overline{a_B}$ - по вертикали вдоль направляющих ползуна, $\overline{a_{AB}^B}$ - перпендикулярно АВ.

Зададимся произвольно их направлениями по указанным линиям (рис. 14, а). Эти ускорения определим из уравнений проекций векторного равенства (1) на оси координат. Знак в ответе показывает, соответствует ли истинное направление вектора принятому при расчете.

Выбрав направление осей х и у, как показано на рис. 14, а, получаем:

$$a_B \cos 30^\circ = -a_A^B \cos 60^\circ + a_A^U \cos 30^\circ + a^{II} ; \quad (2)$$

$$a_B \cos 60^\circ = a_A^B \cos 30^\circ + a_A^U \cos 60^\circ + a_{AB}^B . \quad (3)$$

Из уравнения (2) находим

$$a_B = 16,7 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $\overline{a_B}$ направлено, как показано на рис. 14, а.

Из уравнения (3) получаем

$$a_{AB}^B = -20,2 \text{ см/с}^2.$$

Направление $\overline{a_{AB}^B}$ противоположно показанному на рис. 14, а.

Ускорение $\overline{a_B}$ и все его составляющие с учетом их истинных направлений и масштаба показаны на рис. 14, б.

Угловое ускорение шатуна АВ с учетом того, что здесь a_{AB}^B - алгебраическая величина, определяется по формуле:

$$\varepsilon_{AB} = |a_{AB}^B| / AB .$$

Вычисляя, находим:

$$\varepsilon_{AB} = 0,34 \text{ рад/с}^2.$$

Направление ускорения $\overline{a_{AB}^B}$ относительно полюса А определяет направление углового ускорения ε_{AB} . Здесь под направлением углового ускорения понимается направление дуговой стрелки, которое при ускоренном вращении звена совпадает с направлением его вращения, а при замедленном – противоположно ему. В данном случае угловое ускорение противоположно направлению вращения шатуна.

Определить $\overline{a_B}$ и $\overline{a_{AB}^B}$ можно и графически – построением многоугольника ускорений.

Отложим из точки В согласно (1) в выбранном масштабе последовательно векторы $\overline{a_A^B}$, $\overline{a_A^U}$, $\overline{a_{AB}^U}$ (рис. 14, в). Через конец вектора $\overline{a_{AB}^U}$ проведем прямую, параллельную вращательному ускорению $\overline{a_{AB}^B}$, т.е. перпендикулярно АВ, до пересечения её с прямой, по которой направлено ускорение $\overline{a_B}$.

Последнее определяется как замыкающая сторона многоугольника ускорений.

Модули a_B и a_{AB}^B могут быть найдены измерением на чертеже.

Определяем ускорение точки С:

$$\overline{a_C} = \overline{a_A^B} + \overline{a_A^U} + \overline{a_{AC}^B} + \overline{a_{AC}^U}.$$

Вращательное и центростремительное ускорения точки С во вращательном движении АВ вокруг полюса А:

$$a_{AC}^B = \varepsilon_{AB} \cdot AC ; \quad a_{AC}^U = \omega_{AB}^2 \cdot AC ,$$

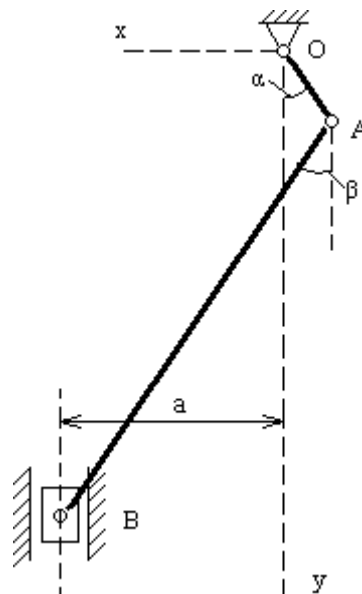
или

$$a_{AC}^B = 6,8 \text{ см/с}^2 ; \quad a_{AC}^U = 1,7 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_{AC}^B}$ перпендикулярен вектору $\overline{a_{AC}^U}$ и направлен соответственно угловому ускорению ε_{AB} .

Ускорение точки С находим способом проекций (рис. 14, а):

Рисунок 15



$$\begin{aligned}
 a_{Cx} &= a_{AC}^A + a_A^A \cos 30^\circ - a_A^B \cos 60^\circ, \\
 a_{Cy} &= a_A^A \cos 60^\circ + a_A^B \cos 30^\circ - a_{AC}^B, \\
 a_C &= \sqrt{(a_{Cx})^2 + (a_{Cy})^2}.
 \end{aligned}$$

В результате вычислений получаем: $a_{Cx}=11,2 \text{ см/с}^2$; $a_{Cy}=21,8 \text{ см/с}^2$; $a_C=24,5 \text{ см/с}^2$ (рис. 14, г).

Приведем решение этой же задачи другим, более общим методом.

На рис. 15 показана схема механизма в некотором произвольном положении.

Проведем оси координат. Уравнениями связи для данного механизма являются условия:

$$\overline{r_B} = \overline{OA} + \overline{AB} \quad (4)$$

($\overline{r_B}$ - радиус-вектор точки В, проведенный из центра О),

$$x_B = a = \text{const.} \quad (5)$$

Проецируя (4) на ось х, с учетом (5) имеем:

$$-OA \cdot \sin \alpha + AB \cdot \sin \beta = a. \quad (6)$$

Для определения угловой скорости звена АВ $\omega_{AB} = \beta$ и углового ускорения $\varepsilon_{AB} = \dot{\beta}$ нет необходимости выражать β из (6). Проще непосредственно дважды продифференцировать (6).

Имея в виду, что $\alpha = \omega_{OA}$, получаем в результате первого дифференцирования:

$$-OA \cdot \cos \alpha \cdot \omega_{OA} + AB \cdot \cos \beta \cdot \omega_{AB} = 0. \quad (7)$$

Отсюда:

$$\omega_{AB} = \omega_{OA} \cdot OA \cos \alpha / (AB \cdot \cos \beta). \quad (8)$$

Дифференцируя (7) и учитывая, что $\omega_{OA} = \varepsilon_{OA}$, имеем

$$OA \cdot \sin \alpha \cdot \omega^2 - OA \cdot \cos \alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \sin \beta \cdot \omega_{AB}^2 + AB \cdot \cos \beta \cdot \varepsilon_{AB} = 0;$$

$$\varepsilon_{AB} = \omega_{AB}^2 \tan \beta + OA(\varepsilon_{OA} \cos \alpha - \omega_{OA}^2 \sin \alpha) / (AB \cdot \cos \beta) \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) позволяют вычислять ω_{AB} и ε_{AB} для любого положения механизма, в частности для заданного ($\alpha = 0^\circ$, $\beta = 30^\circ$).

Заметим, что ω_{OA} и ε_{OA} входят в эти выражения со знаком «+» или «-» в соответствии с принятым направлением отсчета угла α . В данном случае $\omega_{OA} = 1,5 \text{ рад/с}$, $\varepsilon_{OA} = -2,0 \text{ рад/с}^2$. Смысл знаков ω_{AB} и ε_{AB} определяется направлением отсчета угла β .

Модуль скорости точки В $v_B = |y_B|$. Модуль ускорения $a_B = |y_B''|$. Проецируя (4) на ось у, получаем:

$$y_B = OA \cdot \cos \alpha + AB \cdot \cos \beta.$$

Отсюда после дифференцирования получаем:

$$y_B' = -OA \cdot \sin \alpha \cdot \omega_{OA} - AB \cdot \sin \beta \cdot \omega_{AB};$$

$$y_B'' = -OA \cdot \cos \alpha \cdot \omega_{OA}^2 - OA \cdot \sin \alpha \cdot \varepsilon_{OA} - AB \cdot \cos \beta \cdot \omega_{AB}^2 - AB \cdot \sin \beta \cdot \varepsilon_{AB}$$

Для определения скорости и ускорения точки С следует составить уравнения её движения в координатной форме, проецируя радиус-вектор $\overline{r_C} = \overline{OA} + \overline{AC}$ на оси х и у.

Пример выполнения задания: (к вариантам 31 – 40)

Механизм (рис. 16,а) состоит из стержней 1, 2, 3, 4 и ползуна В, соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами.

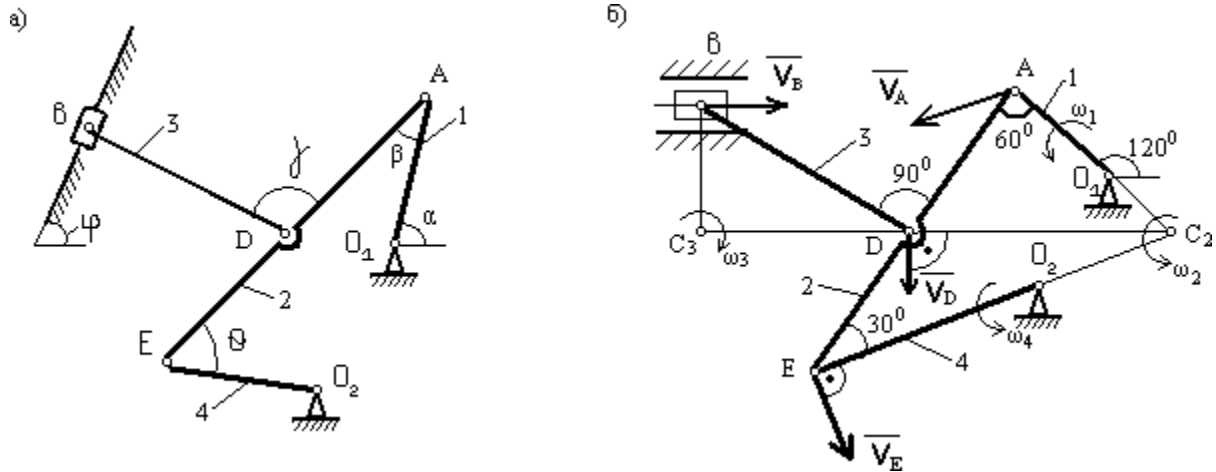


Рисунок 16

Дано : $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $AD = DE$, $l_1 = 0,6$ м, $l_2 = 1,2$ м, $\omega_1 = 5$ с⁻¹, $\varepsilon_1 = 8$ с⁻².

Определить : v_B , v_E , ω_3 и α_A .

Решение:

Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (рис. 16, б)

Определяем v_E . Точка E принадлежит стержню AE. Чтобы найти v_E , надо знать скорость какой-нибудь другой точки этого стержня и направление v_E . По данным задачи можем определить

$$v_A = \omega_1 l_1 = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ м/с}; \quad \overline{v_A} \perp O_1A. \quad (1)$$

Направление $\overline{v_E}$ найдем, учтя, что точка E принадлежит одновременно стержню O_2E , вращающемуся вокруг O_2 ; следовательно, $\overline{v_E} \perp O_2E$. Теперь, зная $\overline{v_A}$ и направление $\overline{v_E}$, воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня AE) на прямую, соединяющую эти точки (прямая AE). Сначала по этой теореме устанавливаем, в какую сторону направлен вектор $\overline{v_E}$ (проекции скоростей должны иметь одинаковые знаки). Затем, вычисляя эти проекции находим:

$$v_E \cos 60^\circ = v_A \cos 30^\circ; \quad v_E = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ м/с}. \quad (2)$$

3. Определяем v_B . Точка B принадлежит стержню BD. Следовательно, по аналогии с предыдущим, чтобы определить v_B , надо сначала найти скорость точки D, принадлежащей одновременно стержню AE. Для этого, зная $\overline{v_A}$ и $\overline{v_E}$, построим мгновенный центр скоростей (МЦС) стержня AE; это точка C_2 , лежащая на пересечении перпендикуляров к $\overline{v_A}$ и $\overline{v_E}$, восстановленных из точек A и E (к $\overline{v_E}$ и $\overline{v_A}$ перпендикулярны стержни 1 и 4). По направлению вектора $\overline{v_A}$ определяем направление поворота стержня AE вокруг МЦС C_2 . Вектор $\overline{v_D}$ будет перпендикулярен отрезку C_2D , соединяющему точки D и C_2 , и направлен в сторону поворота. Величину v_D найдем из пропорции:

$$\frac{v_D}{C_2D} = \frac{v_A}{C_2A}. \quad (3)$$

Чтобы вычислить C_2D и C_2A , заметим, что $\triangle AC_2E$ – прямоугольный, так как острые углы в нем равны 30° и 60° , и что $C_2A = AE \sin 30^\circ = 0,5 AE = AD$. Тогда $\triangle AC_2D$ является равнобедренным и $C_2A = C_2D$. В результате равенство (3) дает:

$$v_D = v_A = 3 \text{ м/с}; \quad \overline{v_D} \perp C_2D. \quad (4)$$

Так как точка В принадлежит одновременно ползуну, движущемуся вдоль направляющих поступательно, то направление $\vec{v}_B$ известно. Тогда, восстанавливая из точек В и D перпендикуляры к скоростям $\vec{v}_D$ и $\vec{v}_B$, построим МЦС C_3 стержня BD. По направлению вектора $\vec{v}_D$ определяем направление поворота стержня BD вокруг центра C_3 . Вектор $\vec{v}_B$ будет направлен в сторону поворота стержня BD. Из рис. 57, б видно, что $\angle C_3DB = 30^\circ$, а $\angle DC_3B = 90^\circ$, откуда $C_3B = l_3 \sin 30^\circ$, $C_3D = l_3 \cos 30^\circ$. Составив теперь пропорцию, найдем, что:

$$\frac{v_B}{C_3B} = \frac{v_D}{C_3D}; v_B = v_D \operatorname{tg} 30^\circ = 1,7 \text{ м/с.} \quad (5)$$

4. Определяем ω_3 . Так как МЦС стержня 3 известен (точка C_3), то:

$$\omega_3 = \frac{v_D}{C_3D} = \frac{v_D}{l_3 \cos 30^\circ} = 2,9 \text{ с}^{-1}.$$

Определяем a_A . Так как ϵ_1 известно, то $a_{At} = l_1 \epsilon_1$. Далее $a_{An} = v_A^2 / l_1$, или $a_{An} = l_1 \omega_1^2$. Тогда $a_A = \sqrt{a_{At}^2 + a_{An}^2}$. Произведя вычисления, получим $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $v_E = 5,2 \text{ м/с}$, $v_B = 1,7 \text{ м/с}$, $\omega_3 = 2,9 \text{ с}^{-1}$, $a_A = 15,8 \text{ м/с}^2$.

Вопросы для самопроверки:

1. Определение плоскопараллельного движения твёрдого тела?
2. Определение понятия мгновенного центра скоростей – P_v . Частные случаи?
3. Определение скорости любой точки тела, движущегося плоскопараллельно, с использованием мгновенного центра скоростей – P_v ?
4. Определение понятия мгновенного радиуса вращения?
5. Теорема о проекциях скоростей двух точек тела?
6. Теорема об ускорении точки плоской фигуры?
7. Геометрический способ определения вектора ускорения точки плоской фигуры?
8. Аналитический способ определения модуля вектора ускорения точки плоской фигуры?

Раздел 3. «Динамика»

3. 1. Динамика точки

Задание Д6. Применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

Шарик, принимаемый за материальную точку, движется из положения А внутри трубки, ось которой расположена в вертикальной плоскости (рис.17–19). Найти скорость шарика в положениях В и С и давление шарика на стенку трубки в положении С. Трением на криволинейных участках траектории пренебречь. В вариантах 3, 6, 7, 10, 13, 15, 17, 19, 25, 28, 29 шарик, пройдя путь h_0 , отделяется от пружины.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 7. В задании приняты

следующие обозначения: m – масса шарика; V_A – начальная скорость шарика; τ – время движения шарика на участке АВ (в вариантах 1, 2, 5, 8, 14, 18, 20, 21, 23, 24, 27, 30) или на участке BD (в вариантах 3, 4, 6, 7, 9–13, 15–17, 19, 22, 25, 26, 28, 29); f – коэффициент трения скольжения шарика по стенке трубки; h_0 – начальная деформация пружины; h – наибольшее сжатие пружины; c – коэффициент жесткости пружины; H – наибольшая высота подъема шарика; s – путь, пройденный шариком до остановки.

Пример выполнения задания (рис. 20). Дано: $m = 0,5$ кг; $V_A = 0,8$ м/с; $\tau = 0,1$ с (время движения на участке BD); $R = 0,2$ м; $f = 0,1$; $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $h_0 = 0$; $c = 10$ Н/см = 1000 Н/м.

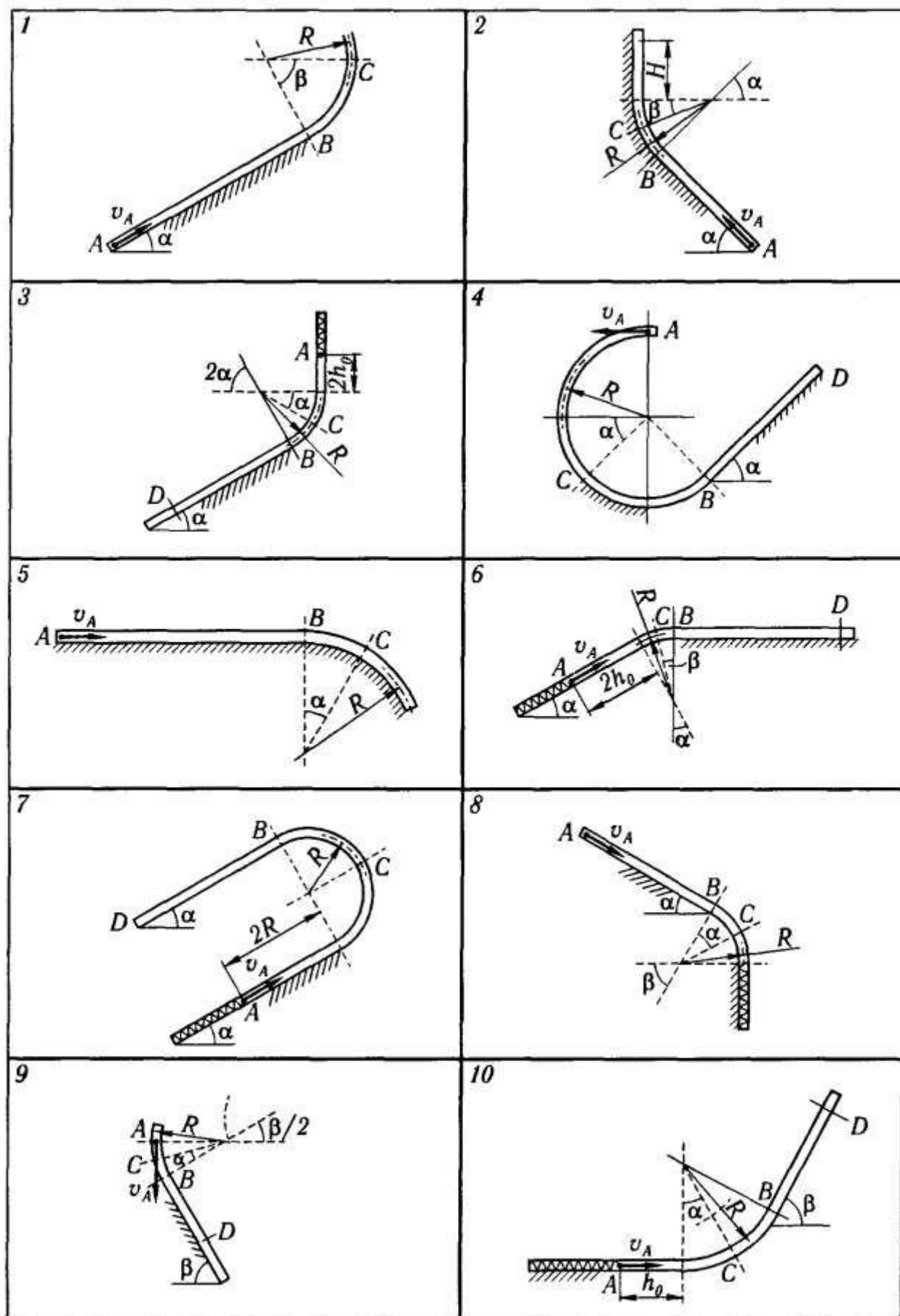
Определить V_B, V_C, N_C, V_D, h .

Решение. Для определения V_B и V_C применим теорему об изменении кинетической энергии материальной точки. Движение шарика на участках AC и AB траектории происходит под действием силы тяжести G (силы трения на криволинейных участках не учитываем):

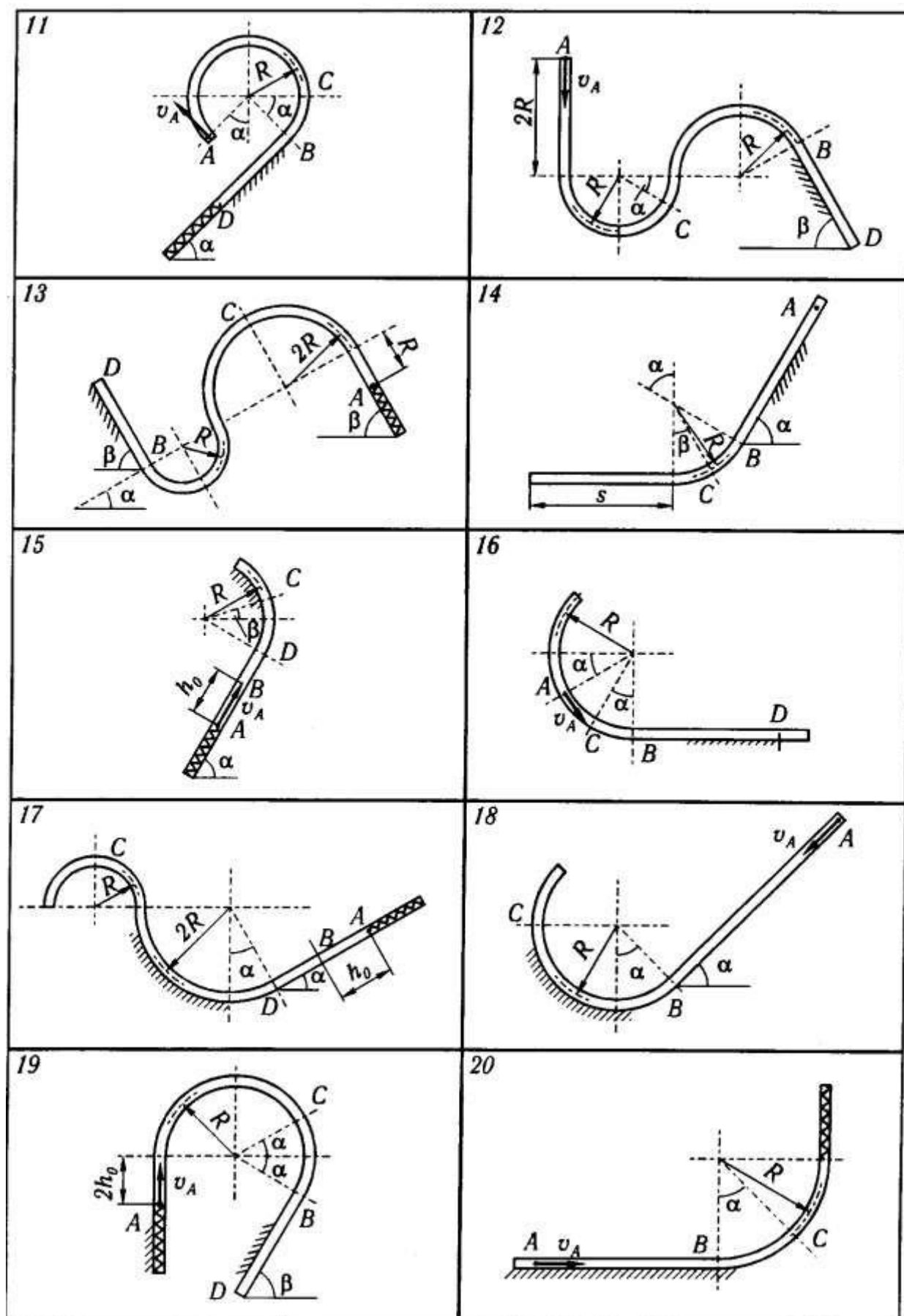
$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = \sum A_i = GH_1 = mgAB \sin \alpha = mg6R \sin \alpha;$$

$$V_B^2 - V_A^2 = 2g6R \sin \alpha;$$

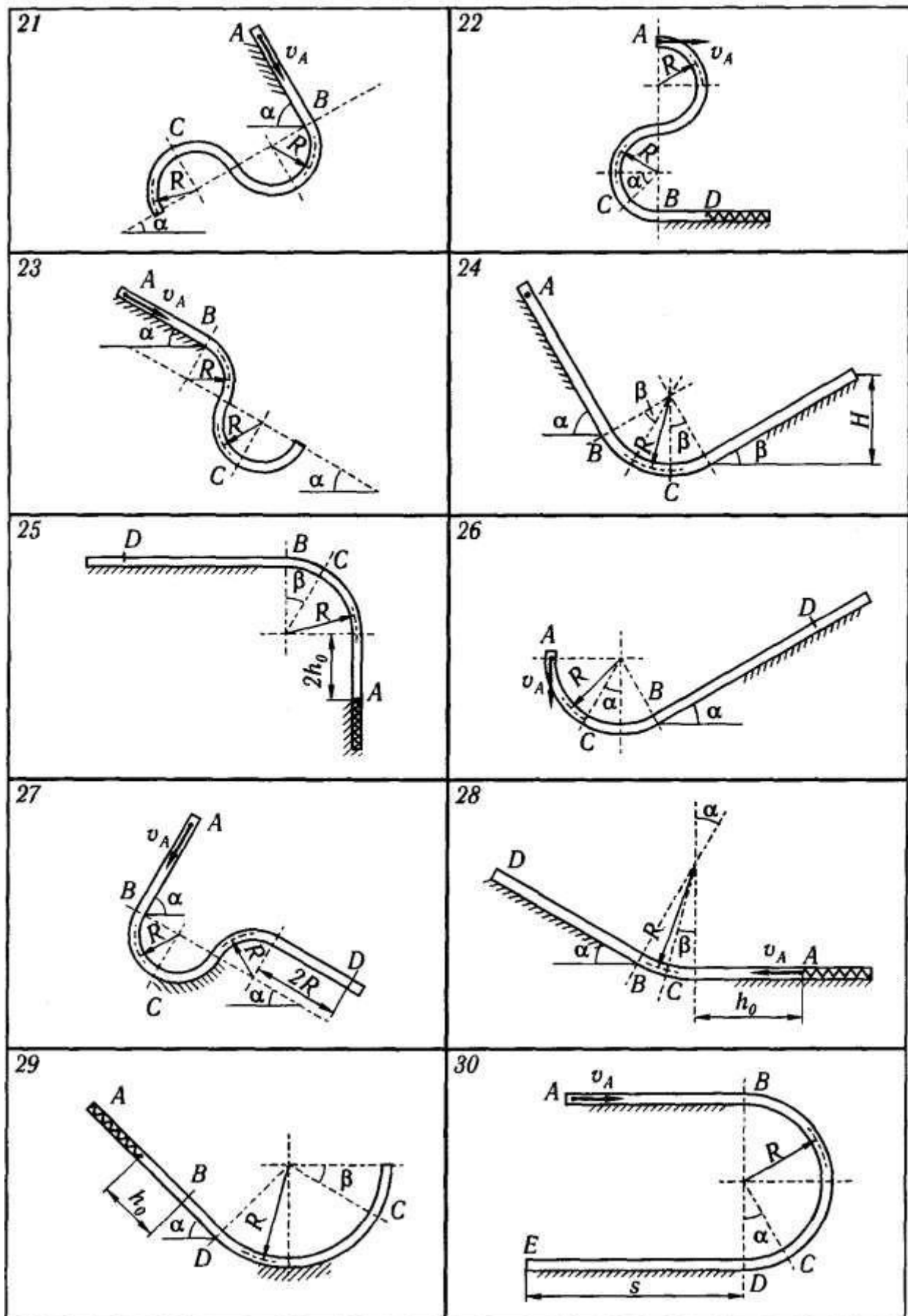
$$V_B = 4,59 \text{ м/с};$$



Рисунок



Рисунок



Рисунок

Таблица 7

Номер варианта (рис. 17- 19)	m , кг	V_A , м/с	τ , с	R , м	f	α , град	β , град	h_0 , см	c , Н/см	Величины, которые требуется определить дополнительно
1	0,5	20	2,0	2,0	0,20	30	45	-	-	-
2	0,6	16	0,2	4,0	0,10	45	20	-	-	H
3	0,4	0	2,0	0,2	0,15	30	-	10	1	V_D
4	0,2	5	0,5	1,0	0,10	45	-	-	-	V_D
5	0,1	8	1,5	2,0	0,20	30	-	-	-	-
6	0,3	2	2,0	4,0	0,10	30	20	30	2	V_D
7	0,4	5	1,0	1,0	0,10	30	-	50	5	V_D
8	0,2	1	0,5	1,5	0,15	30	60	0	4	h
9	0,5	2	1,5	4,0	0,25	20	60	-	-	V_D
10	0,4	4	0,1	0,5	0,10	30	60	0,2	0,2	V_D
11	0,2	6	1,0	1,0	0,30	45	-	-	3	V_D, h
12	0,4	5	0,4	2,0	0,20	30	60	-	-	V_D
13	0,3	0	0,1	1,0	0,10	30	60	50	10	V_D
14	0,6	0	2,0	3,0	0,20	60	30	-	-	s
15	0,1	1	0,1	1,0	0,15	60	20	50	0,2	V_D
16	0,4	2	0,2	2,0	0,40	30	-	-	-	V_D
17	0,2	0	0,1	1,0	0,20	30	-	40	1,0	V_D
18	0,3	3	0,4	1,5	0,10	45	-	-	-	-
19	0,1	4	0,1	0,4	0,30	30	60	10	0,5	V_D
20	0,2	10	1,0	0,5	0,10	60	-	0	1,2	h
21	0,7	3	0,3	0,3	0,20	45	-	-	-	-

Определяем давление шарика на стенку канала в положении C .

В соответствии с принципом Даламбера для материальной точки геометрическая сумма сил, приложенных к точке, и силы инерции этой точки равна нулю:

$$\bar{G} + \bar{N}'_C + \bar{\Phi} = 0.$$

Силу инерции материальной точки можно разложить на нормальную и касательную составляющие:

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_n + \bar{\Phi}_\tau.$$

Сумма проекций сил $\bar{G}$, $\bar{N}'_C$ и $\bar{\Phi}$ на ось x должна быть равна нулю:

$$N'_C - G \cos \alpha - \Phi_n = 0.$$

Отсюда

$$N'_C = G \cos \alpha + \Phi_n = mg \cos \alpha + \frac{mV^2}{2},$$

или

$$N'_C = 25,2H.$$

Реакцию N'_C можно также определить с помощью естественного уравнения движения:

$$\frac{mV^2}{R} = \sum P(\bar{P}, \bar{n}) = N'_i - G \cos 60^\circ.$$

Отсюда

$$N'_C = G \cos 60^\circ + \frac{mV^2}{R}.$$

Искомое давление N_C с шарика на стенку трубки по числовому значению равно найденной реакции N'_C и направлено в противоположную сторону.

Скорость шарика в положении D найдем, применив на участке BD теорему об изменении количества движения материальной точки (рис.21):

$$mV_{Dx} - V_{Bx} = \sum S_{ix}.$$

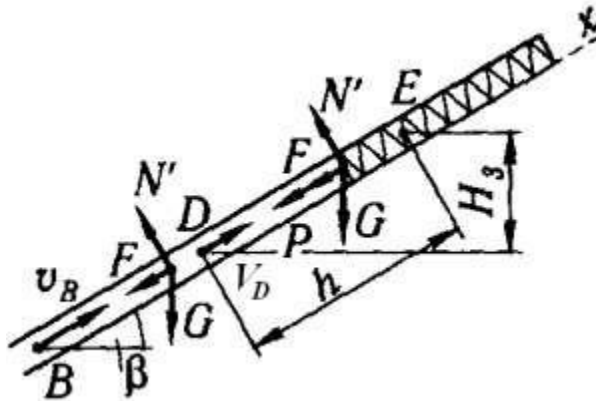


Рисунок 21

К точке приложены сила тяжести G , реакция стенки трубки N' и сила трения F :

$$F = fN' = fG \cos \beta.$$

Так как

$$V_{Dx} = V_D, V_{Bx} = V_B, \sum S_{ix} = -G \sin \beta \cdot t - Ft = -mg \sin \beta \cdot t - fmg \cos \beta \cdot t,$$

то

$$mV_D - mV_B = -mg \sin \beta \cdot t - fmg \cos \beta,$$

откуда

$$V_D = 4,01 \text{ м/с}.$$

Для определения максимального сжатия h пружины воспользуемся на участке DE теоремой об изменении кинетической энергии материальной точки:

$$\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_D^2}{2} = \sum A_i = -\frac{ch^2}{2} - GH_3 - Fh.$$

Учитывая, что $V_E = 0$ и $H_3 = h \sin \beta$, получаем

$$\frac{ch^2}{2} + G(\sin \beta + f \cos \beta)h - \frac{mV_D^2}{2} = 0,$$

или

$$h^2 + \frac{2Gh(\sin \beta + f \cos \beta)}{c} - \frac{mV_D^2}{c} = 0.$$

Решая полученное квадратное уравнение относительно h , получим

$$h = (-0,003 \pm 0,090) \text{ м}.$$

Принимая в качестве искомой величины, положительный корень квадратного уравнения:

$$h = -0,003 + 0,090 = 0,087 \text{ м}.$$

3.2. Динамика механической системы

Задание Д10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рис. 22-24. Учитывая трение скольжения тела 1 (варианты 1-3, 5, 6, 8-12, 17-23, 28-30) и сопротивление качению тела 3, катящегося без скольжения (варианты 2, 4, 6-9, 11, 13-15, 20, 21, 24, 27, 29), пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить скорость тела 1 в тот момент, когда пройденный им путь станет равным s .

В задании приняты следующие обозначения: m_1, m_2, m_3, m_4 - массы тел 1, 2, 3, 4; R_2, r_2, R_3, r_3 радиусы больших и малых окружностей; i_{2x}, i_{3x} - радиусы инерции тел 2 и 3 относительно горизонтальных осей, проходящих через их центры тяжести; α, β - углы наклона плоскостей к горизонту; t - коэффициент трения скольжения; δ - коэффициент трения качения.

Необходимые для решения данные приведены в табл. 8. Блоки и катки, для которых радиусы инерции в таблице не указаны, считать сплошными однородными цилиндрами.

Наклонные участки нитей параллельны соответствующим наклонным плоскостям

Таблица 8.

Номер варианта (рис. 22-24)	m_1	m_2	m_3	m_4	R_2	R_3	$i2x$	$i3\varepsilon$	α	β	f	δ , см	s, см	Примечание
	кг				см		см		град					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	m	$4m$	$1/5m$	$4/3m$	-	-	-	-	-	60	0,10	-	2	Массами звеньев AB , BC и ползуна B пренебречь
2	m	$1/2m$	$1/3m$	-	-	30	-	20	30	45	0,22	0,20	2	
3	m	m	$1/10m$	m	-	-	-	-	45	-	0,10	-	2	
4	m	$2m$	$40m$	m	20	40	18	-	-	-	-	0,30	0,1π	
5	m	$2m$	m	-	20	15	18	-	60	-	0,12	-	0,28π	Массой водила пренебречь
6	m	$3m$	m	-	-	28	-	-	30	45	0,10	0,28	1,5	
7	m	$2m$	$2m$	-	16	25	14	-	30	-	-	0,20	2	
8	m	$1/2m$	$1/3m$	-	-	30	-	-	30	45	0,15	0,20	1,75	
9	m	$2m$	$9m$	-	-	30	-	20	30	-	0,12	0,25	1,5	Массы каждого из четырех колес одинаковы
10	m	$1/4m$	$1/4m$	$1/5m$	-	-	-	-	60	-	0,10	-	3	
11	m	$1/2m$	$1/4m$	-	-	30	-	25	30	45	0,17	0,20	2,5	
12	m	$1/2m$	$1/5m$	m	30	-	20	-	30	-	0,20	-	2,5	
13	m	$2m$	$5m$	$2m$	30	20	26	-	30	-	-	0,24	2	Массы каждого из четырех колес одинаковы
14	m	$1/2m$	$5m$	$4m$	-	25	-	-	-	-	-	0,20	2	
15	m	$1/2m$	$4m$	$1/2m$	20	15	18	-	60	-	-	0,25	1,5	Массой водила пренебречь
16	m	$1/10m$	$1/20m$	$1/10m$	10	12	-	-	-	-	-	-	0,05π	

Таблица 8.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
17	m	$1/4m$	$1/5m$	$1/10m$	20	-	15	-	60	-	0,10	-	0,16 π	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
18	m	3m	m	-	35	15	32	-	60	-	0,15	-	0,2 π	Массой водила пренебречь
19	m	$1/3m$	$1/10m$	m	24	-	20	-	60	-	0,15	-	1,5	Массами звеньев AB , BC и ползуна B пренебречь
20	m	2m	20m	-	20	15	16	-	30	-	0,10	0,20	0,2 π	
21	m	m	2m	-	20	20	16	-	30	45	0,20	0,32	1,2	
22	m	$1/2m$	$1/4m$	-	20	10	-	-	60	-	0,17	-	0,1 π	Массой водила пренебречь
23	m	m	$1/10m$	$4/5m$	20	-	18	-	30	-	0,10	-	1	Массами звеньев AB , BC , и ползуна B пренебречь
24	m	3m	20m	-	20	30	18	-	-	-	-	0,60	0,08 π	
25	m	$1/3m$	$1/4m$	-	16	20	-	-	-	-	-	-	0,04 π	
26	m	$1/2m$	m	$1/3m$	30	-	20	-	-	-	-	-	0,6 π	Массы и моменты инерции блоков 2 и 5 одинаковы
														Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
27	m	m	6m	$1/2m$	20	20	16	-	30	-	-	0,20	2	Шатун 3 рассматривать как тонкий однородный стержень
28	m	2m	3m	-	20	-	14	-	60	-	0,10	-	0,1 π	
29	m	$1/4m$	$1/8m$	-	-	35	-	-	15	30	0,20	0,20	2,4	
30	m	$1/2m$	$3/10m$	$3/2m$	26	20	20	18	30	-	0,12	-	2	

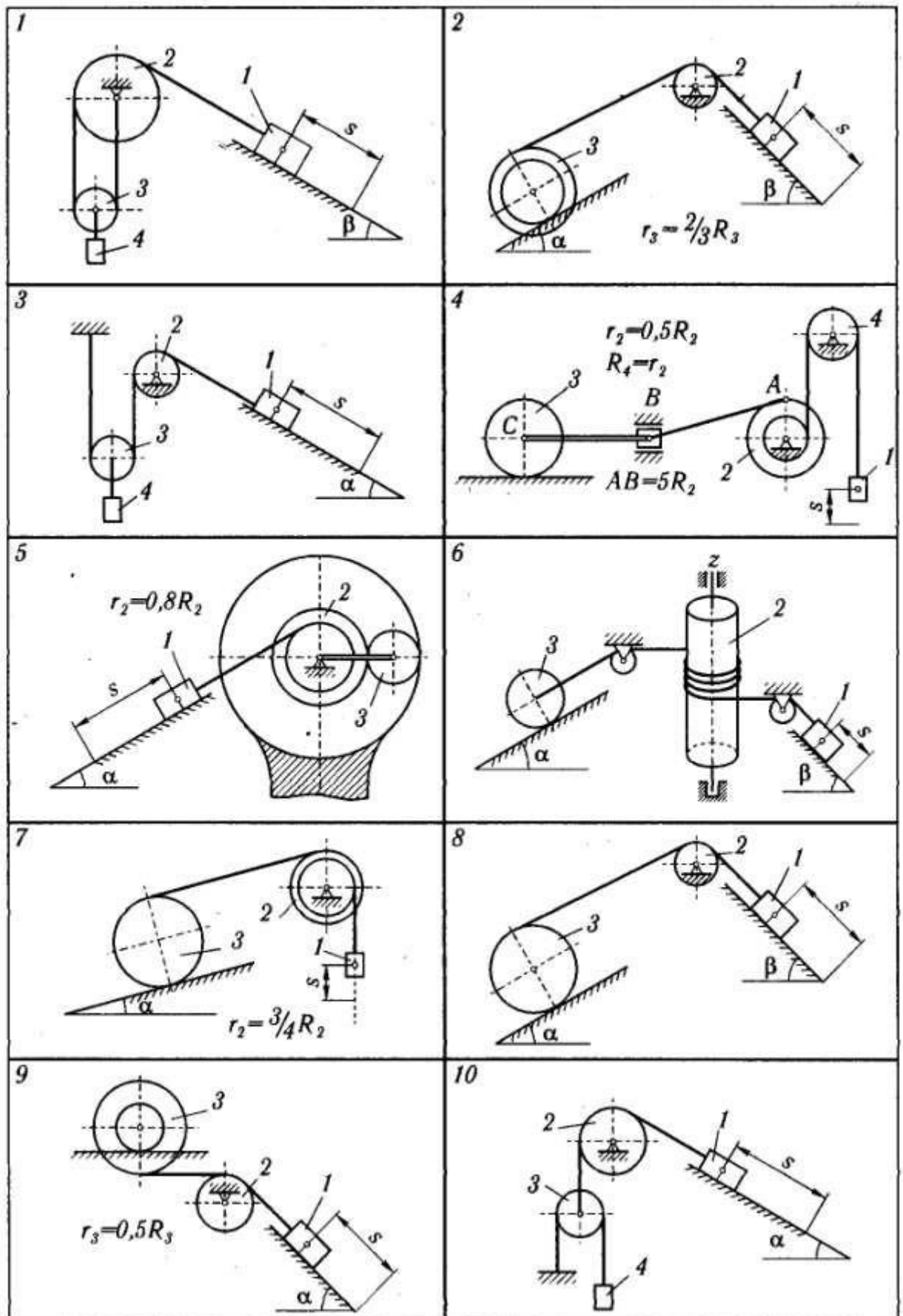
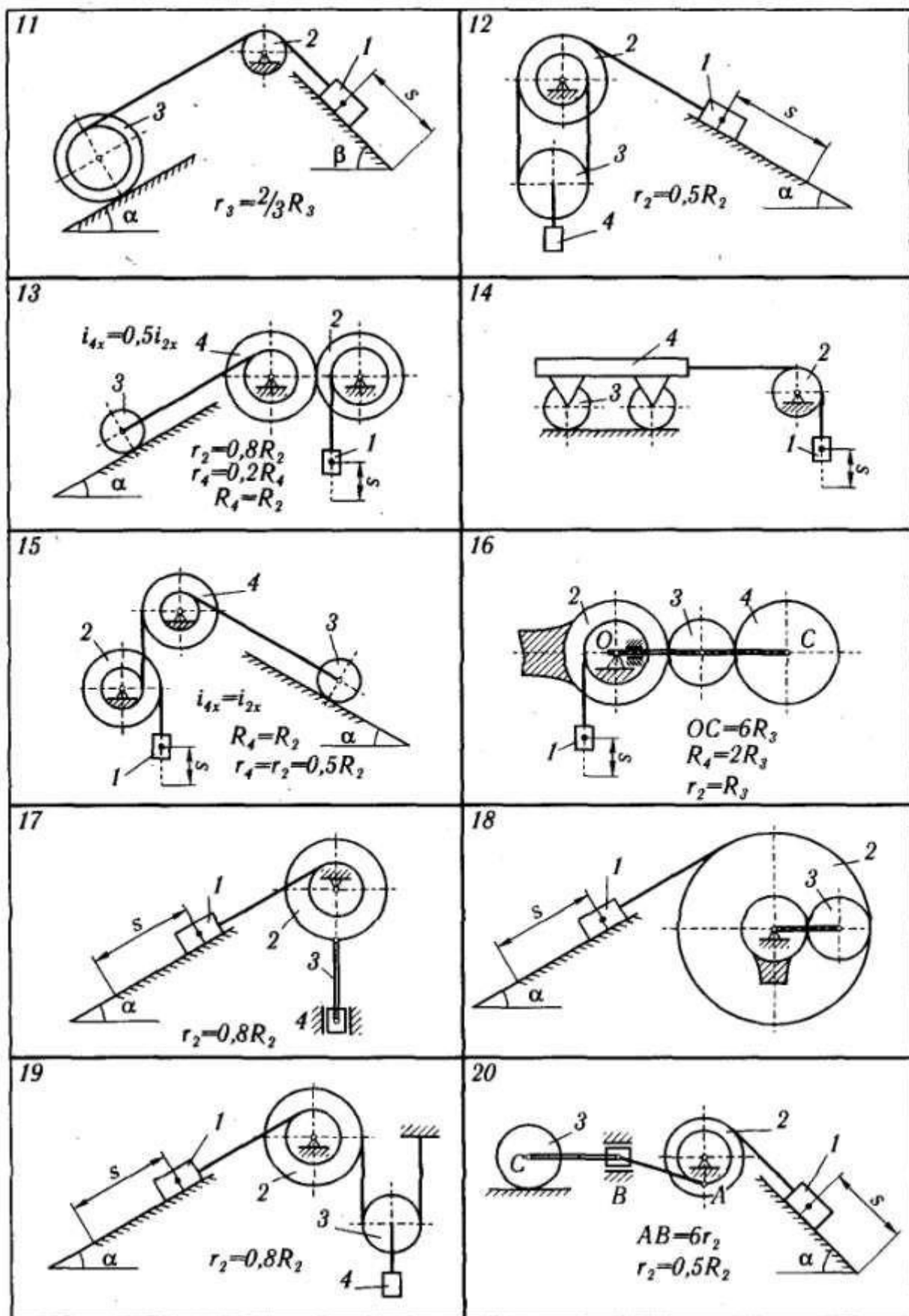
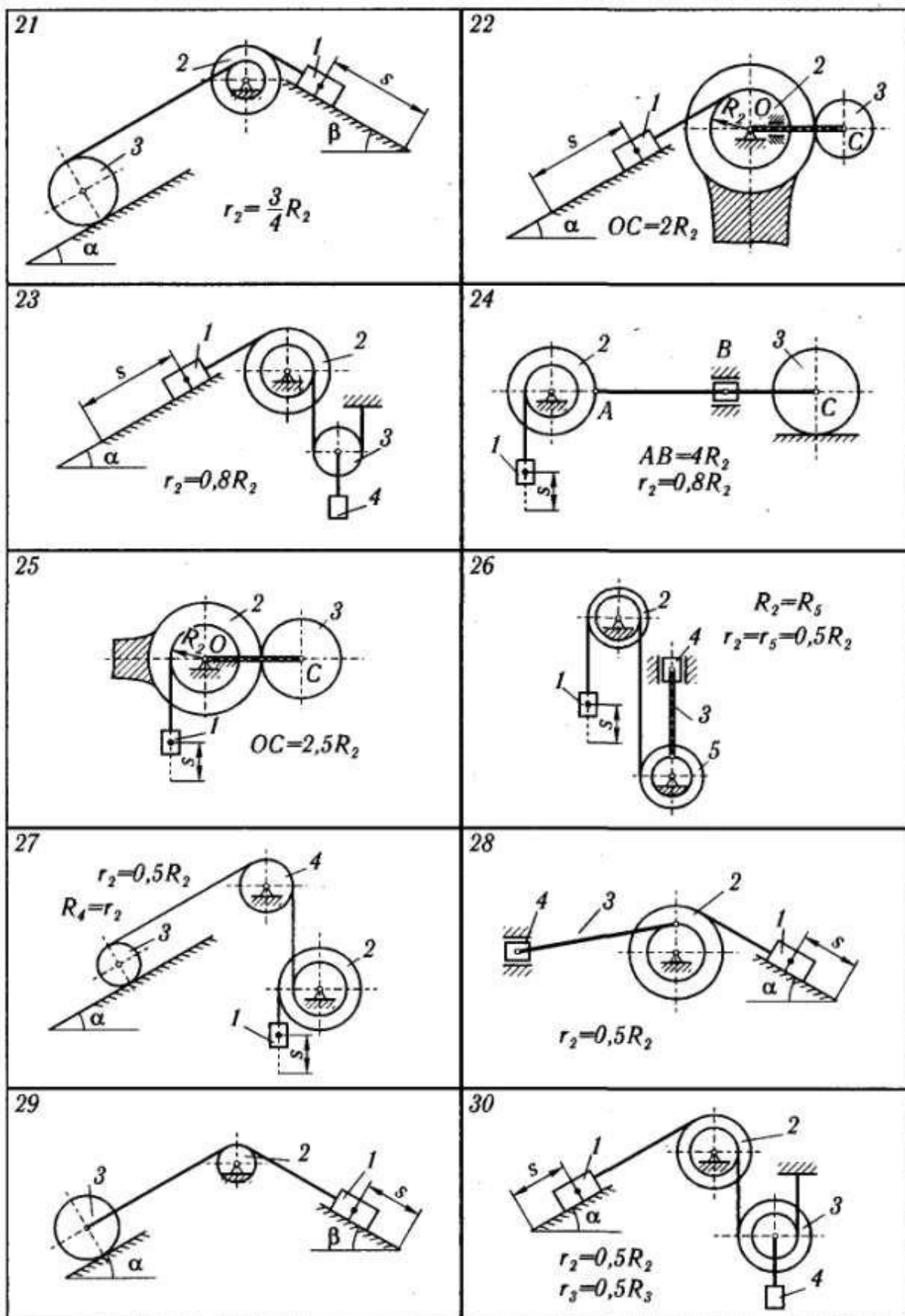


Рисунок 22



Рисунок



Рисунок

Вопросы для самопроверки:

1. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы?
 2. Кинетическая энергия твёрдого тела при поступательном движении?
 3. Кинетическая энергия твёрдого тела при вращательном движении?
 4. Кинетическая энергия твёрдого тела при плоскопараллельном движении?
 5. Дифференциальные уравнения материальной точки в проекции на оси декартовых координат?
 6. Работа силы тяжести?
 7. Работа силы трения скольжения?
 8. Работа силы реакции нормального давления?
 9. Работа момента сил сопротивления трению качения?
 10. Внешние силы механической системы?
 11. Внутренние силы механической системы?
3. Общие требования к выполнению и оформлению расчётно–графической работы

Задания расчётно–графической работы выполняются на одной стороне отдельных листов формата 203 x 298 мм (А4) чёрными чернилами с исполнением рамки (см. Приложение 1–3). В Приложении 4 и приложении 5 приводится образец оформления титульного листа (стр. 1 и стр.2) заданий самостоятельной работы. Правильно выполненные и зачтённые задания сброшюровываются в отдельную папку согласно структуре изучаемых тем:

Раздел 2. Кинематика

Раздел 2. «Кинематика»

2.1. Кинематика механизмов.

Задание К2. Кинематический анализ передаточных механизмов.

2.2. Кинематика твёрдого тела.

Задание К3. Кинематический анализ плоской фигуры.

Раздел 3. «Динамика»

3. 1. Динамика точки

Задание Д6. Применение общих теорем динамики к исследованию движения материальной точки.

3.2. Динамика механической системы

Задание Д10. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.

Структура расчётного задания по теме в методических указаниях – индивидуальное задание, пример выполнения типового задания – пример выполнения и оформления расчётного задания; вопросы для самопроверки.

Методические рекомендации по работе с методическими указаниями при выполнении расчётного задания:

- по вопросам для самопроверки изучить теоретические положения, применяемые при выполнении расчётного задания;
- разобраться с примером выполнения расчётного задания – теоретические и практические вопросы;
- выполнить свой вариант расчётного задания в тетради для практических работ и представить на проверку преподавателю;
- с учётом доработок, исправления ошибок оформить расчётное задание в соответствии с основными положениями ГОСТа 7.32–2001, ГОСТа 2.105–95, ГОСТа Р 7.0.5–2008 (ГОСТ 7.1–84) и правилами ЕСКД, предъявляемыми к оформлению текстовых документов (лист А4 с чертёжной рамкой);
- защита расчётного задания.

При проверке расчётных заданий самостоятельной работы оцениваются:

- последовательность и рациональность выполнения задания;
- точность расчетов;
- необходимые пояснения к расчетам и необходимые рисунки, поясняющие принятые решения.

Целью выполнения типовых заданий расчётно–графической работы является закрепление знаний студента по разделам дисциплины в контексте общепрофессиональной подготовки, формирования и развития у обучаемого общепрофессиональных компетенций. Выполнение заданий расчётно–графической работы требуют проведения некоторых аналитических исследований, являющихся основой организации учебно – исследовательской работы студентов по технической механике.

4. Порядок защиты и ответственность студента за выполнение расчётно – графической работы – заданий для самостоятельной работы

Расчётно –графическая работа – задания для самостоятельной работы подлежат защите в индивидуальной беседе с преподавателем (диалоговая форма общения «преподаватель – студент» или «студент – преподаватель») по вопросам теории (вопросы для самопроверки), приводимым в конце каждого задания, в соответствии с календарным планом выполнения расчётно –графической работы – заданий для самостоятельной работы.

Обязанности студента за выполнение расчётно –графической работы – заданий для самостоятельной работы:

- студент должен в указанные в календарном плане сроки сдавать на проверку преподавателю выполненные задания или представить фрагменты выполненного задания и получить консультацию – указания преподавателя для завершения работы с конкретным заданием;

– студент должен в указанные в календарном плане сроки защитить задание для самостоятельной работы (порядок защиты описан выше);

– студент, не предоставивший на проверку преподавателю задания заданий для самостоятельной работы или выполнивший менее 60% объема заданий для самостоятельной работы на 15 – 17 неделе учебного семестра к защите заданий для самостоятельной работы ведущим преподавателем и решением заседания кафедры не допускается.

Обязанности преподавателя за выполнение расчётно – графической работы – заданий для самостоятельной работы:

В рамках рейтинговой системы (для студентов офо) преподаватель осуществляет текущий контроль успеваемости студентов, формирования и развития соответствующих компетенций.

Текущий контроль

Рейтинговая оценка знаний студента

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
1	Решение Задания К2.	7 неделя	15
2	Решение Задания К3.	11 неделя	20
3	Решение Задания Д6 и Задания Д10.	17 неделя	20
	Итого за текущий семестр:		55

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным 55. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он знает: понятия технической механики, законы механики, теоремы, принципы аналитической механики, методы и способы решения задач и прикладных задач, использует дополнительный материал; умеет: решать задачи и прикладные задачи с использованием способов и методов механики, выполнять сравнительный анализ полученных результатов; владеет: навыками решения задач и прикладных задач с использованием способов и методов механики, выполняет сравнительный анализ полученных результатов, делает выводы самостоятельно. Необходимые компетенции в основном сформированы, все

предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если имеются знания основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров, выполняет алгоритм решения задачи, но имеются несущественные практические неточности; студент выполняет методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики, но имеются несущественные практические неточности. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. Необходимые компетенции в основном сформированы на базовом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если: имеются частичные знания некоторых понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач с существенными ошибками логической последовательности дисциплины; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь некоторых параметров и выполняет отдельные пункты алгоритма решения задачи; и он выполняет некоторые методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики с существенными неточностями. Содержание курса освоено частично, большинство предусмотренных программой заданий выполнено. Необходимые компетенции частично сформированы на базовом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительную часть основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме; методов, способов решения задач; умение выстраивать логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров задачи, использования методов и способов механики - с существенными ошибками; владеет незначительная частью методов и способов решения задач с использованием основных законов, теорем механики - с существенными ошибками и без логического завершения. Большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному. Необходимые компетенции частично не сформированы на базовом уровне.

Рейтинговая оценка знаний студента заочной формы обучения не предусмотрена.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Калентьев В. А.
Техническая механика : учебное пособие для спо / В. А. Калентьев. – Техническая механика, Весь срок охраны авторского права. – Электрон. дан. (1 файл). – Саратов : Профобразование, 2020. – 110 с. – электронный. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-4488-0904-0
2. Кальмова М.А.
Техническая механика Электронный ресурс : учебно-методическое пособие / А.Д. Ахмедов / А.Н. Муморцев / М.А. Кальмова. – Техническая механика, 2021-12-26. – Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. – 144 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-9585-0664-4
3. Кривошапко С. Н.
Техническая механика Электронный ресурс : Конспект лекций / С. Н. Кривошапко. –

Москва : Российский университет дружбы народов, 2013. – 64 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-209-05239-5

Дополнительная литература:

1. Завьялова О. Б.

Техническая механика Электронный ресурс : Учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ для студентов заочного обучения всех специальностей / О. Б. Завьялова, О. Н. Синельщикова. – Астрахань : Астраханский инженерно-строительный институт, ЭБС АСВ, 2014. – 61 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 2227-8397

2. Максина, Е. Л.

Техническая механика Электронный ресурс : Учебное пособие / Е. Л. Максина. – Техническая механика, 2020-02-05. – Саратов : Научная книга, 2019. – 159 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-9758-1792-1

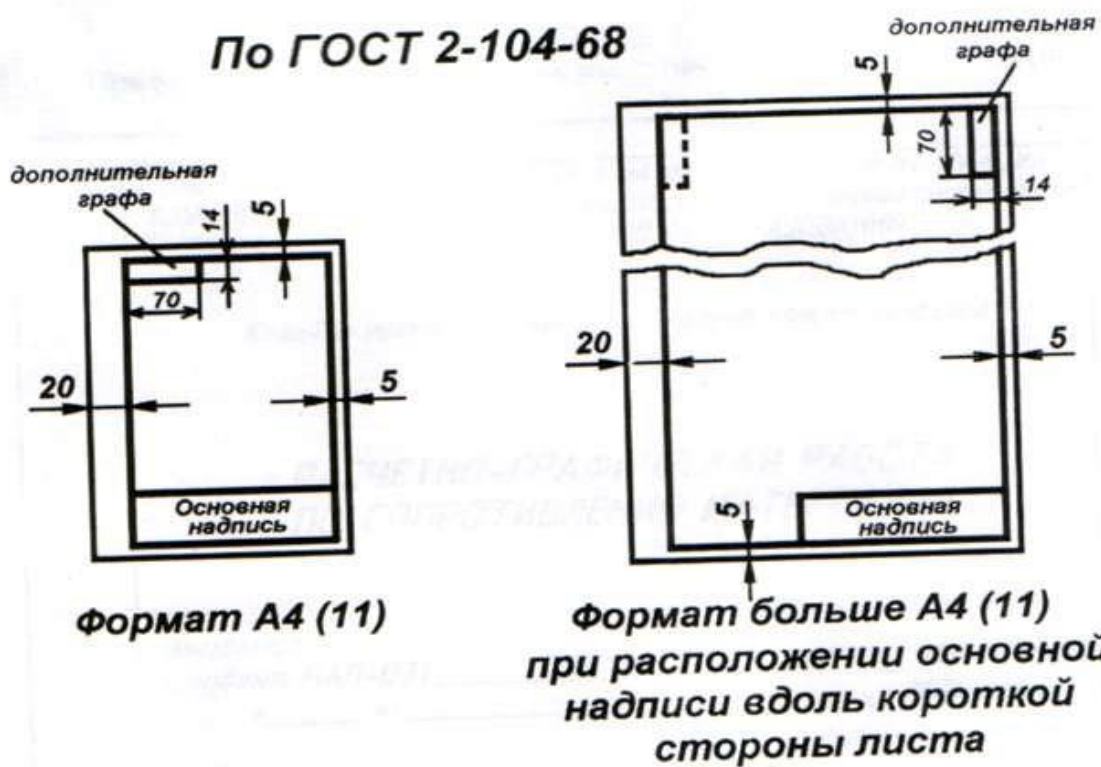
Методическая литература:

1. Методические указания по выполнению контрольной работы по дисциплине Механика (Техническая механика) по дисциплине "Механика (Техническая механика)" для студентов направления подготовки 08.053.01 – Строительство (направленность (профиль) – Промышленное и гражданское строительство, Городское строительство и жилищно-коммунальное хозяйство, Проектирование зданий) – рукопись – 2022. – 48с.

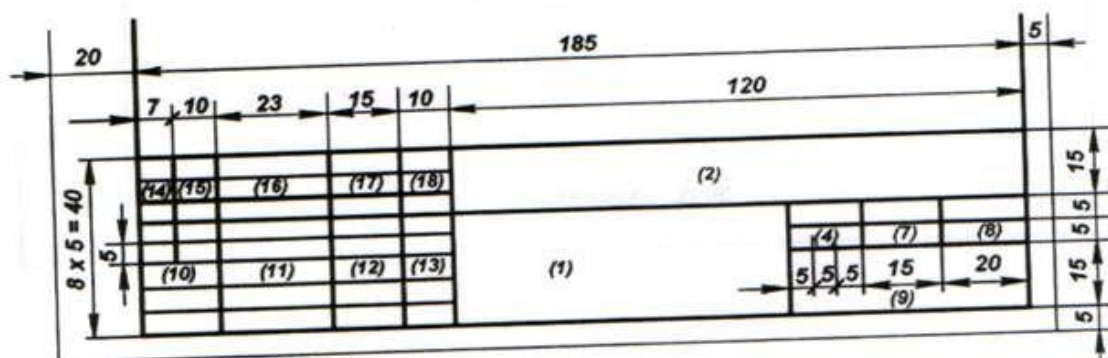
Интернет-ресурсы:

1. ru.wikipedia.org – учебники по технической механике.

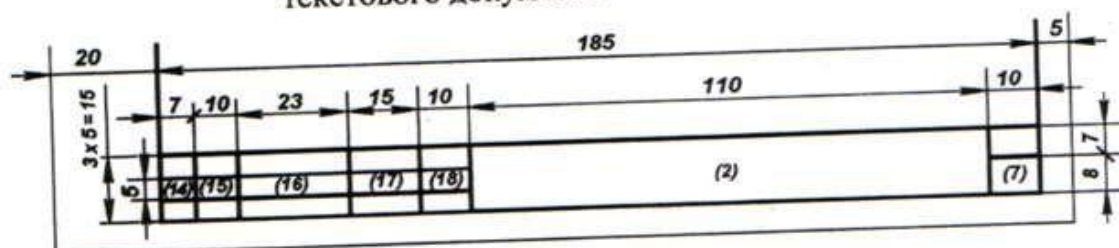
По ГОСТ 2-104-68



Приложение 2 – Основная надпись на первом листе текстового документа



Приложение 3 – Основная надпись на втором и последующих листах текстового документа



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации самостоятельной работы**

Введение

1. Самостоятельная работа как важнейшая форма учебного процесса
2. Цели и основные задачи самостоятельной работы
3. Виды самостоятельной работы
4. Организация самостоятельной работы
5. Общие рекомендации по организации самостоятельной работы
6. Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы
7. Критерии оценки самостоятельной работы

Основная задача высшего образования заключается в формировании творческой личности профессионала, способного к саморазвитию, самообразованию и инновационной деятельности.

Успешное усвоение дисциплин по различным образовательным программам предполагает активное, творческое участие обучающегося на всех этапах ее освоения путем планомерной, повседневной не только аудиторной, но и самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих образовательного процесса. Самостоятельная работа – это процесс активного, целенаправленного приобретения обучающимися новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Объем самостоятельной работы (в часах) определен учебным планом.

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов (далее – СРС) являются обязательной частью учебно-методических комплексов учебных дисциплин.

Методические указания по организации самостоятельной работы для студентов, наряду с методическими указаниями по выполнению лабораторных работ, практических занятий и работе с лекционным материалом; по формам текущего, промежуточного и итогового контроля; по выполнению курсовых работ/проектов, расчетно-графических работ, контрольных работ; по подготовке и защите выпускных квалификационных работ, составляют единый комплекс методического обеспечения УМК каждой учебной дисциплины.

Цель методических указаний СРС – определить роль и место самостоятельной работы студентов в учебном процессе; конкретизировать ее уровни, формы и виды; обобщить методы и приемы выполнения определенных типов учебных заданий; объяснить критерии оценивания.

1. Самостоятельная работа как важнейшая форма учебного процесса

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа обучающихся, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой обучающихся).

Самостоятельная работа обучающихся является важным видом учебной и научной деятельности. В связи с этим, обучение включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРО должна стать эффективной и целенаправленной работой.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи высшего образования – «подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности».

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы обучающихся над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста обучающихся, воспитание творческой активности и инициативы.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие обучающихся в практических занятиях, лабораторных работах, выполнение контрольных и расчетно-графических работ, написание курсовых работ (проектов) и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа обучающихся играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- 20
- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем «Консультант-плюс», «Гарант», глобальной сети «Интернет»;
 - изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
 - подготовку докладов и рефератов, написание выпускных квалификационных работ;
 - участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.

Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.

2. Цели и основные задачи самостоятельной работы

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для деятельности.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

Основными задачами СРМ являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к промежуточной аттестации - зачетам и экзаменам.

3. Виды самостоятельной работы

Самостоятельная работа студент включает:

- самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы;
- подготовка к лекциям;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к лабораторным работам;
- написание рефератов;
- выполнение контрольной работы;
- выполнение курсовой работы (проекта);
- выполнение расчетно-графической работы;
- подготовка исследовательской работы (написание статьи, доклада);
- подготовка выпускной квалификационной работы;

- подготовка к текущей и промежуточной аттестации;
- подготовка к государственной итоговой аттестации.

Для выполнения самостоятельной работы студентам необходимо ознакомиться с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, с графиком консультаций преподавателей кафедры, с перечнем ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

4. Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента – способ активного, целенаправленного приобретения новых знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей.

Организационные мероприятия, обеспечивающие развитие навыков самостоятельной работы студентов, воспитание их творческой активности и инициативы, а также, в целом, обеспечивающие нормальное функционирование самостоятельной работы студентов, должны основываться на следующих предпосылках:

- самостоятельная работа должна быть конкретной по своей предметной направленности;
- самостоятельная работа должна сопровождаться эффективным, непрерывным контролем и оценкой ее результатов.

Предметно и содержательно самостоятельная работа определяется федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки, основной образовательной программой, учебным планом, рабочими программами дисциплин.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуются как единство двух форм:

- самоконтроль и самооценка;
- внешний контроль и оценка со стороны преподавателей, государственных экзаменационных комиссий и др.

5. Общие рекомендации по организации самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы студентов направлена на решение следующих задач:

- а) закрепление, обобщение и повторение пройденного учебного материала; применение полученных знаний в традиционных педагогических ситуациях и при решении задач высокого уровня неопределенности;
- б) совершенствование умений и навыков по изучаемой дисциплине; формирование межпредметных, общеучебных, исследовательских умений;
- в) активизация учебной и научно-исследовательской деятельности обучающихся, ее максимальная индивидуализация с учетом индивидуальных особенностей и академической успеваемости студентов;
- г) формирование готовности студентов к самообразованию в течение всей жизни.

Видами занятий для самостоятельной работы могут быть:

Для овладения знаниями:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, конспектов лекций);
- составление плана текста, графическое изображение структуры текста;
- конспектирование текста; выписки из текста, работа со словарями и справочниками, ознакомление с нормативными документами;
- учебно-исследовательская работа, использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники, интернета и др.

Для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций, повторная работа над материалом;
- составление плана и тезисов ответа;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- ответы на контрольные вопросы;

- аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование, контент-анализ);

- подготовка сообщения для выступления на конференции;
- подготовка рефератов, докладов;
- составление библиографии.

Для формирования умений:

- выполнение контрольных работ;

- выполнение чертежей, схем, расчетно-графических работ;

- проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности.

- подготовка курсовых и дипломных работ (проектов);

Для формирования компетенций:

- принятие решений по конкретной ситуации;
- грамотная формулировка задания для исполнения;
- организация контроля по сферам деятельности.

6. Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы

Система вузовского обучения подразумевает значительную самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности.

6.1 Самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы

Работа с литературой является основным методом самостоятельного овладения знаниями. Это сложный процесс, требующий выработки определенных навыков, поэтому студенту нужно обязательно научиться работать с книгой.

Осмысление литературы требует системного подхода к освоению материала. В работе с литературой системный подход предусматривает не только тщательное (иногда многократное) чтение текста и изучение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе студента, поскольку глубокое изучение именно их материалов позволит студенту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать теоретическими категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода работа с литературой обеспечивает решение студентом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы и т.д.).

Выбор литературы для изучения делается обычно по предварительному списку литературы, который выдал преподаватель, либо путем самостоятельного отбора материалов. После этого непосредственно начинается изучение материала, изложенного в книге.

Наиболее надежный способ собрать нужный материал – составить план или конспект. *Конспект, план-конспект* – это последовательная фиксация отобранной и обдуманной в процессе чтения информации.

Цель – зафиксировать, переработать тот или иной научный текст. Они позволяют восстановить в памяти ранее прочитанное без дополнительного обращения к самой книге.

План – это «скелет» текста, он компактно отражает последовательность изложения материала. План как форма записи обычно более подробно передает содержание частей текста, чем оглавление книги или подзаголовки статей. Самые важные места в книге отмечайте, используя для этого легко стирающийся карандаш или вкладные листки. Запись любых планов следует делать так, чтобы ее легко можно было охватить одним взглядом.

Вся рекомендуемая для изучения курса литература подразделяется на основную и дополнительную. К основной литературе относятся источники, необходимые для полного и твердого усвоения учебного материала (учебники и учебные пособия). Необходимость изучения дополнительной литературы диктуется прежде всего тем, что в учебной литературе (учебниках) зачастую остаются неосвещенными современные проблемы, а также не находят отражение новые документы, события, явления, научные открытия последних лет. Поэтому дополнительная литература рекомендуется для более углубленного изучения программного материала.

6.2 Подготовка к лекциям и работа с конспектом лекций

При подготовке к лекции студенты должны предварительно ознакомиться с учебным материалом по данной теме и при конспектировании лекции акцентировать внимание на новых теоретических положениях, правовых и иных данных, не нашедших отражения в учебной литературе.

Лекция имеет цель – систематизация основы научных знаний по дисциплине, сконцентрировать внимание обучающихся на наиболее актуальных проблемах.

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы. Дает рекомендации на практические занятия и указания на самостоятельную работу.

Предварительное не углубленное знакомство с материалом очередной лекции дает многое. Студенты получают общее представление о ее содержании и структуре, о главных и второстепенных вопросах, о терминах и определениях. Все это облегчает работу на лекции и делает ее целеустремленной.

Основные моменты лекционных занятий конспектируются. Отдельные темы предлагаются для самостоятельного изучения с обязательным составлением конспекта.

Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях.

Самостоятельную работу следует начинать с доработки конспекта, желательно в тот же день, пока время не стерло содержание лекции из памяти. С целью доработки необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения, возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополнения и исправляя свои записи. Записи должны быть наглядными, для чего следует применять различные способы выделений. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняются, исправляется и совершенствуется конспект.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

6.3 Подготовка к практическим занятиям

Целью практических занятий является получение базовых навыков по применению теоретических знаний. Это необходимо при решении всевозможных задач на различных этапах практической деятельности.

Задачи подготовки и проведения практических занятий:

- закрепление и углубление знаний;
- создание практических навыков и умений в практической деятельности и повседневной жизни для: поиска, первичного анализа и использования информации;
- анализа конкретных ситуаций и условий их реализации;
- изложения и аргументации собственных суждений по практической ситуации;
- развитие стремления и способности к самостоятельному исследованию изучаемых реальностей, их критической оценки.

Подготовка к практическим занятиям включает: изучение нормативных актов, учебной литературы, лекционного материала; подготовка рефератов.

Практические занятия по дисциплине проводятся в форме различных дискуссий (семинарских занятий) и (или) анализа конкретных ситуаций (выполнение практических заданий).

6.4 Подготовка к лабораторным работам

Лабораторные работы составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки студентов. Они направлены на формирование учебных и профессиональных практических умений.

На лабораторных занятиях задания выполняются по материалам согласно плану.

До начала лабораторных занятий обучающиеся должны пройти инструктаж по технике безопасности.

Перед выполнением лабораторной работы обучающийся должен изучить теоретический материал по теме лабораторной работы по основной и дополнительной литературе, ознакомиться с ресурсами информационно - телекоммуникационной сети «Интернет». При этом обучающийся должен учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

В ходе подготовки к лабораторным занятиям необходимо ознакомиться с методическими указаниями; с порядком ее выполнения; освоить основные понятия; изучить алгоритмы; методы и технологии, необходимые для реализации этих алгоритмов; ответить на контрольные вопросы.

После выполнения работы производится обработка полученных результатов, составляется и защищается отчет. Без защиты отчета студент, как правило, не допускается к очередной работе.

6.5 Написание рефератов

Реферат представляет собой краткое изложение в письменной форме содержания научного труда по определенной теме, возможно выходящего за рамки учебной программы, а также изложение книги, статьи, исследования. Иными словами, реферат – это индивидуальная научная работа, раскрывающая содержание исследуемой проблемы с различных позиций и точек зрения, с формированием самостоятельных выводов.

Целью написания реферата является сообщение определенной информации для развития навыков научно-исследовательской работы.

В процессе подготовки реферата, обучающиеся, глубже постигают вопросы изучаемого предмета, поскольку:

- анализируются различные точки зрения, факты и события;
- ведется научно обоснованная полемика;
- обобщается материал;
- лаконично излагаются мысли;
- правильно оформляется работа с составлением плана, библиографии и систематизацией информации.

Подготовка реферата включает в себя:

- выбор и формулирование темы, которая должна обладать новизной, актуальностью и оригинальностью;
- подбор литературы и изучение основных источников;
- составление содержания, раскрывающего название работы;
- выписки из литературных источников с целью накопления теоретического и практического материала;
- написание реферата и его оформление;
- составление списка использованной литературы.

6.6 Выполнение контрольной работы

Контрольная работа является одной из составляющих учебной деятельности студента по овладению знаниями в области теплогазоснабжения и вентиляции. К ее выполнению необходимо приступить только после изучения тем дисциплины.

Целью контрольной работы является определения качества усвоения лекционного материала и части дисциплины, предназначенной для самостоятельного изучения.

Задачи, стоящие перед студентом при подготовке и написании контрольной работы:

1. закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2. выработка навыков самостоятельной работы;
3. выяснение подготовленности студента к будущей практической работе.

Преподаватель готовит задания либо по вариантам, либо индивидуально для каждого студента. По содержанию работа может включать теоретический материал, задачи, тесты, расчеты и т.п. выполнению контрольной работы предшествует инструктаж преподавателя.

Ключевым требованием при подготовке контрольной работы выступает творческий подход, умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, обосновывать целесообразность и эффективность предлагаемых рекомендаций и решений проблем, четко и логично излагать свои мысли. Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

6.7 Выполнение курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) - это самостоятельное исследование обучающимся определенной проблемы, комплекса взаимосвязанных вопросов, касающихся конкретной профессиональной ситуации.

Курсовая работа (проект) не должна состояться из фрагментов статей, монографий, пособий. Кроме простого изложения фактов и цитат, в курсовой работе (проекте) должно проявляться авторское видение проблемы и ее решения.

Рассмотрим основные этапы подготовки курсовой работы (проекта).

Выполнение курсовой работы (проекта) начинается с выбора темы.

Затем студент приходит на первую консультацию к руководителю, которая предусматривает:

- обсуждение цели и задач работы, основных моментов избранной темы;
- консультирование по вопросам подбора литературы;
- составление предварительного плана;
- составление графика выполнения курсовой работы (проекта).

Следующим этапом является работа с литературой. Необходимая литература подбирается студентом самостоятельно.

После подбора литературы целесообразно сделать рабочий вариант плана работы. В нем нужно выделить основные вопросы темы и параграфы, раскрывающие их содержание.

Составленный список литературы и предварительный вариант плана уточняются, согласуются на очередной консультации с руководителем.

Затем начинается следующий этап работы - изучение литературы. Только внимательно читая и конспектируя литературу, можно разобраться в основных вопросах темы и подготовиться к самостоятельному (авторскому) изложению содержания курсовой работы (проекта). Конспектируя первоисточники, необходимо отразить основную идею автора и его позицию по исследуемому вопросу, выявить проблемы и наметить задачи для дальнейшего изучения данных проблем.

Систематизация и анализ изученной литературы по проблеме исследования позволяют написать первую (теоретическую) главу.

Выполнение курсовой работы (проекта) предполагает проведение определенного исследования. На основе разработанного плана обучающийся осуществляет сбор фактического материала, необходимых цифровых данных. Затем полученные результаты подвергаются анализу, статистической, математической обработке и представляются в виде текстового описания, таблиц, графиков, диаграмм. Программа исследования и анализ полученных результатов составляют содержание второй (аналитической) главы.

В третьей (рекомендательной) части должны быть отражены мероприятия, рекомендации по рассматриваемым проблемам.

Рабочий вариант текста курсовой работы (проекта) предоставляется руководителю на проверку. На основе рабочего варианта текста руководитель вместе со студентом обсуждает возможности доработки текста, его оформление. После доработки курсовая работа (проект) сдается на кафедру для ее оценивания руководителем.

Защита курсовой работы (проекта) обучающихся проходит в сроки, установленные графиком учебного процесса.

При подготовке к защите курсовой работы (проекта) обучающийся должен знать основные положения работы, выявленные проблемы и мероприятия по их устранению, перспективы развития рассматриваемой экономической ситуации.

Защита курсовой работы (проекта) проводится на кафедре при наличии у обучающегося курсовой работы (проекта). Оценка - дифференцирована. Преподаватель оценивает защиту курсовой работы (проекта) и заполняет графу "оценка" в ведомости и в зачетной книжке.

Не допускаются к защите варианты курсовых работ (проектов), найденные в Интернет, сканированные варианты учебников и учебных пособий, а также копии ранее написанных работ.

6.8 Выполнение расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа является важным элементом учебного процесса, предусмотрена учебным планом.

Цель расчетно-графической работы – систематизация и закрепление теоретических знаний, и развитие практических навыков по решению задач в области теплогазоснабжения и вентиляции, выработка навыков анализа данных и формулирования выводов по полученным результатам.

Задачами расчетно-графической работы являются:

- развитие навыков самостоятельной работы в области решения практических задач;
- подбор и систематизация теоретического материала, являющегося основой для решения практической задачи, развитие навыков самостоятельной работы с учебной и методической литературой;
- проведение расчетов показателей по исходным данным и анализ полученных значений;
- формулирование выводов по полученным результатам.

Выполнение расчетно-графической работы проводится студентом по конкретному варианту задания, который необходимо уточнить у преподавателя.

Содержанием расчетно-графической работы является краткое изложение теоретического материала к каждой задаче, решение задачи по индивидуальному варианту, включающее в себя расчет основных показателей, анализ полученных результатов, формулирование выводов.

Расчетно-графическая работа должна содержать:

1. Титульный лист.
2. Условие задачи.
3. Теоретическая часть по каждой задаче (1-3 страницы).
4. Практическая часть и выводы по каждой задаче.
5. Библиографический список (не менее 5 источников).

Условие задачи оформляется по центру заголовком «Задача №».

Текст условия задачи должен совпадать с текстом в методических указаниях, включая таблицы, при их наличии.

Далее излагается теоретический материал, лежащий в основе решения задачи, включающий в себя основные определения, формулы расчетов показателей и др.

В практической части излагается подробное решение задачи. При необходимости результаты оформляются в виде сводной таблицы.

К каждой задаче необходимо сформулировать выводы, проанализировав полученные результаты.

Расчетно-графическая работа должна выполняться в соответствии с установленным графиком. В процессе выполнения расчетно-графической работы допускаются консультации у преподавателя на практических занятиях.

Выполнение основных этапов контролируется преподавателем и учитывается при проведении текущего контроля по дисциплине и при оценке расчетно-графической работы.

6.9 Подготовка исследовательской работы (написание статьи, научного доклада)

Научный доклад представляет собой исследование по конкретной проблеме, изложенное перед аудиторией слушателей. Работа по подготовке научного доклада включает не только знакомство с литературой по избранной тематике, но и самостоятельное изучение определенных вопросов.

Научный доклад может быть подготовлен для выступления на семинарском занятии, конференции научного общества, или в рамках круглого стола. В любом случае успешное выступление во многом зависит от правильной организации самого процесса подготовки научного доклада.

Подготовка научного доклада включает несколько этапов работы:

- выбор темы доклада;
- подготовка материалов;
- работа над текстом доклада;
- подготовка к выступлению.

Подготовка к научному докладу начинается с выбора темы Вашего будущего выступления.

Не следует выбирать слишком широкую тему научного доклада. Это связано с ограниченностью докладчика во времени. Доклад должен быть рассчитан на 7-15 минут.

Работа по подбору материалов для доклада связана с изучением соответствующей тематике литературы.

В процессе работы над текстом доклада обучающиеся глубже постигают вопросы изучаемого предмета, поскольку:

- анализируются различные точки зрения, факты и события; ведется научно обоснованная полемика;
- обобщается материал; лаконично излагаются мысли;
- правильно оформляется работа с составлением плана, библиографии и систематизацией информации.

Текст научного доклада должен включать три основные части:

- введение – краткое знакомство слушателей с обсуждаемой в докладе проблемой;
- основную часть – логическое продолжение вопросов, обозначенных автором во введении.

В этой части доклада раскрывается тема выступления, приводятся необходимые доказательства (аргументы);

- заключение – обобщение основной мысли и идеи выступления. В заключении можно кратко повторить основные выводы и утверждения, прозвучавшие в основной части доклада.

Научный доклад представляет собой устное произведение и чтение вслух подготовленного текста недопустимо.

К секретам хорошего выступления можно отнести следующие моменты:

- до и после важных мыслей следует делать паузу;
- для большего акцента сказанного необходимо менять тон голоса и тембр речи. Это сделает Вашу речь более выразительной;
- необходимо иметь контакт с аудиторией.

6.10 Подготовка выпускной квалификационной работы

ВКР представляет собой самостоятельное логически завершенное исследование, связанное с решением научной или научно-практической задачи. При его выполнении студент должен показать способности и умения, опираясь на полученные знания, решать на современном уровне задачи профессиональной деятельности, грамотно излагать специальную информацию, докладывать и отстаивать свою точку зрения перед аудиторией.

Цель защиты ВКР – установление уровня подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач в соответствии с требованиями ФГОС ВО к квалификационной характеристике и уровню подготовки выпускника.

Студенту предоставляется право самостоятельного выбора темы ВКР. Для подготовки ВКР назначается научный руководитель и, при необходимости, консультанты.

ВКР состоит из текста (рукописи) и графических материалов, отражающих решение профессиональных задач в соответствии с избранной тематикой. Структура ВКР включает:

- титульный лист;
- задание, включая календарный план;
- содержание;
- введение;
- основной текст;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения.

Руководитель выпускной работы выдает задание; оказывает помощь в организации и выполнении работы; проводит систематические консультации обучающегося; проверяет выполнение работы; дает письменный отзыв о работе.

Представление иллюстративного материала к публичной защите возможно в виде:

- плакатов и чертежей;
- раздаточного материала с иллюстрациями; с использованием:
- проекционной техники;
- компьютерной презентации.

Конкретные требования к содержанию, структуре, формам представления и объемам устанавливаются в соответствующих Положениях о выпускных квалификационных работах и методических указаниях по их подготовке и оформлению.

6.11 Подготовка к текущей и промежуточной аттестации

Система контроля включает в себя текущий и промежуточный контроль. Текущий контроль должен быть непрерывным. Формы текущего контроля устанавливаются по усмотрению преподавателя. Промежуточный контроль – это итог работы студента за семестр с учетом всех видов учебной работы.

Текущий контроль. Текущий контроль успеваемости обучающихся – это систематическая проверка учебных достижений обучающихся, проводимая в целях оценивания хода освоения дисциплин в соответствии с рабочей программой.

Текущий контроль успеваемости студентов очной формы обучения проводится по всем дисциплинам учебного плана в течение семестра:

- на лабораторных, семинарских, практических занятиях, по которым рабочими программами дисциплин предусмотрены отчетности;

- по всем формам самостоятельной работы студентов в заранее установленное время.

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется преподавателями кафедр, за которыми закреплены дисциплины учебного плана, и может проводиться в следующих формах:

- собеседование,
- контрольная работа,
- защита лабораторной работы,
- реферата,
- расчетно-графическая работа, и др.

Виды и сроки проведения текущего контроля успеваемости студентов устанавливаются рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль успеваемости является элементом внутривузовской системы контроля качества подготовки обучающихся и способствует активизации познавательной деятельности студентов в ходе аудиторных занятий, при выполнении программ самостоятельной и индивидуальной работы.

Текущий контроль успеваемости должен учитывать выполнение обучающимися всех видов учебных занятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины, самостоятельную, исследовательскую работу и посещаемость учебных занятий.

Анализ результатов текущего контроля студентов, обучающихся на основе рейтинговой оценки знаний, проводится 2 раза в семестр:

- в первом полугодии - на 1 ноября, на 10 декабря;
- во втором полугодии - на 1 апреля, на 20 мая.

Анализ результатов текущего контроля студентов, не участвующих в рейтинговой системе оценки знаний, проводится в институтах: к указанным выше датам итоги текущего контроля и количество пропущенных занятий (в часах) преподаватели, ведущие занятия, проставляют в листы текущего контроля успеваемости, которые анализируются и хранятся в институтах.

Промежуточная аттестация. Промежуточная аттестация призвана оценить уровень сформированности компетенций, полученных студентами в процессе изучения дисциплины, курсового проектирования и обеспечить контроль качества освоения образовательных программ.

Промежуточная аттестация проводится по завершении изучения какой-либо дисциплины.

Формами промежуточной аттестации являются зачет и экзамен.

При явке на промежуточную аттестацию обучающийся обязан предъявить зачетную книжку. Фамилия обучающегося должна значиться в зачетно-экзаменационной ведомости.

Зачеты студентам по изучаемым дисциплинам выставляются преподавателем, проводившим практические, семинарские или лабораторные занятия группы (подгруппы), на последнем занятии по результатам работы в семестре. Для студентов, обучающихся на основе рейтинговой системы оценки знаний, зачет выставляется автоматически при условии сдачи всех контрольных мероприятий, предусмотренных текущим контролем успеваемости.

6.12 Подготовка к государственной итоговой аттестации

В соответствии с образовательным стандартом по направлению подготовки и образовательной программой по направлению подготовк, в состав государственной итоговой аттестации входят:

- государственный экзамен;
- защита выпускной квалификационной работы.

Подготовка к государственному экзамену

Цель государственного экзамена – оценить глубину полученных знаний, практические навыки применения этих знаний при решении профессиональных задач (компетентность).

В связи с необходимостью объективной оценки степени сформированности компетенций выпускника, тематика экзаменационных вопросов и заданий должна быть комплексной и соответствовать избранным разделам из различных учебных дисциплин, формирующих конкретные компетенции.

Например, в экзаменационное задание (вопрос) могут входить элементы нескольких дисциплин (модулей) общенаучного, и профессионального циклов.

На государственном экзамене могут контролироваться как отдельные компетенции, так и элементы различных компетенций.

Государственный экзамен может проводиться в письменной, устной и смешанной форме. Экзаменационные билеты включают несколько вопросов из представленного перечня дисциплин. Один из вопросов рекомендуется делать комплексным, ситуационным или представляющим задание практического характера. Перед итоговым экзаменом предполагается предэкзаменационная консультация и выделение времени на подготовку к экзамену не менее 7 дней. Для подготовки студентов к государственному экзамену разрабатывается программа, где должна быть отражена процедура подготовки и проведения государственного экзамена, критерии оценки.

В содержание программы включается перечень вопросов и заданий, выносимых на экзамен, и позволяющих оценить результаты обучения.

Подготовка к защите ВКР

Выпускная квалификационная работа (ВКР) представляет собой самостоятельную и логически завершённую выпускную квалификационную работу, связанную с решением задач того вида (видов) деятельности, к которым готовится студент (научно-исследовательской, научно-педагогической, проектной, технологической, исполнительской, творческой, организаторской и другим).

Выпускник должен не только подготовить ВКР, но и уметь защитить ее на итоговой государственной аттестации.

При подготовке к защите необходимо:

- повторить основные требования руководящих документов на текущий год по теме ВКР;
- подготовить все графические иллюстрации; составить доклад для устного изложения;
- изучить отзыв и рецензию на ВКР, подготовить ответы на замечания рецензента и окончательно уточнить свой доклад;
- ознакомиться с новыми руководящими документами и литературой по вопросам ВКР, а также с последними изменениями по вопросам теплогазоснабжения и вентиляции;
- провести предварительную защиту.

Демонстрационные материалы представляются по согласованию с руководителем.

Подготовка выпускником доклада по выполненной ВКР является важным этапом подготовки к защите. К подготовке доклада приступают после оформления пояснительной записки (текстуальной части) ВКР, запланированных в задании графических документов и разработки иллюстративного материала.

По времени доклад должен занимать 10...12 минут. За это время можно изложить 5...8 страниц машинописного текста доклада.

В докладе отражается: актуальность темы работы; теоретические положения, на которых базируется ВКР; результаты проведенного анализа изучаемой проблемы; конкретные предложения по деятельности соответствующих органов; дается разъяснение и убедительное обоснование положений и выводов по этим вопросам, исходя из полученных результатов. Особое внимание необходимо сосредоточить на собственных разработках и предложениях.

Доклад при защите ВКР может быть построен по следующей схеме: вначале излагается наименование темы, актуальность, раскрывается цель и задачи исследования, затем в необходимой логической последовательности докладывается содержание важнейших узловых вопросов темы и делается заключение. При изложении основного содержания ВКР следует показать постановку задач на исследование заданных вопросов, методику решения поставленных задач, основные результаты и выводы, к которым пришел выпускник в ходе выполнения выпускной квалификационной работы.

Основные выводы и предложения обосновываются необходимыми расчетами и примерами из практики.

В заключительной части доклада указывается, как достигнуты цели ВКР, что сделано и разработано, что нового выпускник предложил в результате выполнения ВКР, основные результаты работы и где они могут быть использованы.

Доклад строят с учетом графического материала (Чертежи, схемы, диаграммы и т.д.). Текст доклада согласовывается с руководителем.

Написанный доклад представляется руководителю для просмотра.

Текст доклада отрабатывают таким образом, чтобы его можно было излагать на память. Чтение доклада нежелательно, оно может привести к снижению оценки выпускной квалификационной работы.

7. Критерии оценки самостоятельной работы

Компетенции (знания, умения и навыки) студентов оцениваются оценками:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно»;
- «зачтено»;
- «не зачтено».

Зачеты оцениваются отметкой: «зачтено», «не зачтено».

Зачеты с оценкой оцениваются по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

По курсовым работам (проектам) в обязательном порядке выставляется зачет с оценкой.

Экзамены оцениваются по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Основные критерии оценивания компетенций:

Отметка «зачтено» ставится студентам, успешно обучающимся по данной дисциплине в семестре и не имеющим задолженностей по результатам текущего контроля успеваемости.

Отметка «не зачтено» ставится студенту, имеющему задолженности по результатам текущего контроля успеваемости по данной дисциплине.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Отметка «неудовлетворительно» выставляется также, если обучающийся после начала экзамена отказался его сдавать.

Оценка «неудовлетворительно» проставляется только в экзаменационную ведомость, в зачетную книжку студента проставлять отметку «неудовлетворительно» не разрешается.

Критерии оценки уровня обученности и уровня сформированности компетенций по дисциплине устанавливает кафедра и отражает их в рабочей программе и фондах оценочных средств дисциплины.

Ответственность за единообразие требований, предъявляемых на экзаменах, несет заведующий кафедрой. По дисциплинам, изучаемым в течение двух и более семестров, итоговой оценкой является оценка, полученная на последнем экзамене.

Заключение

Самостоятельная работа всегда завершается какими-либо результатами. Таким образом, широкое использование методов самостоятельной работы, побуждающих к мыслительной и практической деятельности, развивает столь важные интеллектуальные качества человека, обеспечивающие в дальнейшем его стремление к постоянному овладению знаниями и применению их на практике.