

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Грובה Татьяна Анатольевна

Должность: и.о. декана факультета математики и компьютерных наук имени

профессора Н.И. Червякова

Дата подписания: 16.06.2026 16:50:10

Уникальный программный ключ:

bd39d4208aa94cf4422feb787c81619d42de79a7

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета математики
и компьютерных наук имени
профессора. Н.И. Червякова,
канд. физ.-мат. наук, доцент
Грובה Т.А.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Функциональный анализ

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Год начала обучения
Форма обучения
Реализуется в семестре

02.03.01 Математика и компьютерные науки
Анализ данных и искусственный интеллект
2026
очная
7

Введение

1. Назначение

Фонд оценочных средств предназначен для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Функциональный анализ» для студентов направления подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки, очной формы обучения.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Функциональный анализ».

3. Разработчик: Ярцева Е.П., доцент кафедры математического моделирования.

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

Председатель:

Поддубная Н.А. – председатель УМК факультета математики и компьютерных наук имени профессора Н.И. Червякова

Члены комиссии:

Гладков А.В. – член УМК кафедры вычислительной математики и кибернетики;

Андрухив Л.В. – член УМК кафедры математического моделирования;

Копыткова Л.Б. – член УМК кафедры математического анализа, алгебры и геометрии.

Представитель организации-работодателя: Лапин В.Г. – начальник отдела АСУ Ставропольского краевого клинического консультативно-диагностического центра.

Экспертное заключение: ФОС по дисциплине «Функциональный анализ» позволяет оценить уровень сформированности компетенций. Рекомендовать к использованию в учебном процессе.

« 15 » апреля 2026 г.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

1. Описание критериев оценивания компетенции на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Компетенция (ии), индикатор (ы)	Уровни сформированности компетенци(ий),			
	Минимальный уровень не до- стигнут (Неудовлетвори- тельно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетвори- тельно) 3 балла	Средний уро- вень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
Компетенция: ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности				
Результаты обучения по дисциплине: <i>Индикатор:</i> ИД-10 _{опк-1} Кон- сультирует и ис- пользует в профес- сиональной дея- тельности фунда- ментальные знания комплексного и функционального анализа	Не умеет исполь- зовать фундамен- тальные знания в области функцио- нального анализа в будущей профес- сиональной дея- тельности. Не владеет навы- ками использова- ния аппарата функционального анализа для реше- ния профессио- нальных задач.	Частично умеет ис- пользовать фунда- ментальные знания в области функцио- нального анализа в будущей професси- ональной деятель- ности. Минимально вла- деет навыками ис- пользования аппа- рата функциональ- ного анализа для решения професси- ональных задач.	В целом умеет использовать фундаменталь- ные знания в области функ- ционального анализа в бу- дущей профес- сиональной деятельности. В хорошей степени владе- ет навыками использования аппарата функциональ- ного анализа для решения профессио- нальных задач.	Умеет эф- фективно использо- вать фунда- ментальные знания в области функцио- нального анализа в будущей профессио- нальной де- ятельности. Владеет на высоком уровне навыками использо- вания аппа- рата функ- ционально- го анализа для реше- ния про- фессио- нальных задач.

Оценивание уровня сформированности компетенции по дисциплине осуществляет-
ся на основе «Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточ-
ной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования -
программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры - в феде-
ральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образова-
ния «Северо-Кавказский федеральный университет» в актуальной редакции.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

№	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
1.	$\ e^x\ = \sqrt{\int_{\ln 2}^{\ln 6} e^{2x} dx} = \sqrt{\frac{1}{2} e^{2x} \Big _{\ln 2}^{\ln 6}} =$ $= \sqrt{\frac{1}{2} (e^{2\ln 6} - e^{2\ln 2})} = \sqrt{\frac{1}{2} (6^2 - 2^2)} = 4$ $\ e^x\ = 4$	Норма элемента $f(x)$ в пространстве $L^2[a,b]$ определяется по формуле: $\ f(x)\ = \sqrt{\int_a^b f^2(x) dx}$. Найдите норму элемента e^x в пространстве $L^2[\ln 2, \ln 6]$. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-1
2.	Точка $x \in A$ называется предельной для подмножества $B \subset A$, если любая ε -окрестность точки x содержит точку множества B , отличную от точки x . Тогда множеством предельных точек множества $(-1, +\infty)$ является $[-1; +\infty)$	На основании определения определите множество предельных точек множества $A = (-1, +\infty)$.	ОПК-1
3.	$\ A\ = \max\{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \sqrt{a_3^2 + b_3^2}\}$ $\sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29},$ $\sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{2},$ $\sqrt{a_3^2 + b_3^2} = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$ $\ A\ = \max\{\sqrt{29}, \sqrt{2}, \sqrt{34}\} = \sqrt{34}$ $\ A\ = \sqrt{34}$	Норма оператора $A(z_1, z_2, z_3) = ((a_1 + b_1 i)z_1, (a_2 + b_2 i)z_2, (a_3 + b_3 i)z_3)$ на унитарном пространстве C^3 определяется по формуле $\ A\ = \max\{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \sqrt{a_3^2 + b_3^2}\}$. Найдите норму оператора $A(z_1, z_2, z_3) = ((5 + 2i)z_1, (-1 + i)z_2, (3 - 5i)z_3)$ в C^3 . Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-1
4.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x) $ $\max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} \left \frac{d}{dx} x^3 \right = \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2 = \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2$	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a,b]$ в себя и имеет непрерывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a,b]$, то коэффициент сжатия оценивается по форму-	ОПК-1

	$3x^2$ - парабола, ветви которой направлены вверх, следовательно, наибольшее значение она принимает на большей по модулю границы области. $ -0,5 > 0,4 , \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2 = 3x^2 _{x=-0,5} = 0,75$ $q = 0,75$	ле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x) $. Найдите коэффициент сжатия отображения $j(x) = x^3$ отрезка $[-0,5; 0,4]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.	
5.	$\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds} = \sqrt{\int_0^1 \int_0^1 (ts)^{12} dt ds} =$ $= \sqrt{\frac{1}{13} (t^{13}) \Big _0^1 \int_0^1 s^{12} ds} = \sqrt{\frac{1}{13^2} s^{13} \Big _0^1} = \frac{1}{13}$ $\ B\ = \frac{1}{13}$	Норма B интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s)$ в пространстве $L^2[a,b]$ определяется по формуле $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds}$. Найдите норму интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s) = (ts)^6$ в пространстве $L^2[0,1]$	ОПК-1
6.	Точка $x \in A$ называется предельной для подмножества $B \subset A$, если любая ε -окрестность точки x содержит точку множества B , отличную от точки x . Тогда множеством предельных точек множества A является множество пар (x,y) для которых выполняется неравенство $x^2 \sin y \leq 1$.	На основании определения определите множество предельных точек множества $A = \{(x,y) : x^2 \sin y < 1\}$.	ОПК-1
7.	$\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds} = \sqrt{\int_0^1 \int_0^1 t^6 s^8 dt ds} =$ $= \sqrt{\frac{1}{7} (t^7) \Big _0^1 \int_0^1 s^8 ds} = \sqrt{\frac{1}{7 \cdot 9} s^9 \Big _0^1} = \frac{1}{3\sqrt{7}}$	Норма B интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s)$ в пространстве $L^2[a,b]$ определяется по формуле $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds}$. Найдите норму интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s) = t^3 s^4$ в пространстве $L^2[0,1]$	ОПК-1

	$\ B\ = \frac{1}{3\sqrt{7}}$		
8.	А)	Уравнение $x(t) - \int_0^3 e^{t-3s} x(s) ds = e^t$ является интегральным уравнением А) Фредгольма второго рода Б) Фредгольма первого рода В) Вольтера первого рода Г) Вольтера второго рода	ОПК-1
9.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$ $\max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \left \frac{d}{dx} (\cos x - 1) \right = \max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \sin x$ На $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ функция $\sin x$ монотонно возрастает, $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right] \subset \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, следовательно, наибольшее значение $\sin x$ принимает на одном из концов границы области. $\left \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right = \frac{1}{2}, \quad \left \sin \frac{\pi}{6} \right = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a, b]$ в себя и имеет непрерывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a, b]$, то коэффициент сжатия оценивается по формуле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$. Найдите коэффициент сжатия отображения $j(x) = \cos x - 1$ отрезка $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-1

10.	$(f(x), g(x)) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx =$ $= -\frac{1}{4} \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{4} (0 - 1) = \frac{1}{4}$ $(\sin x, \cos x) = \frac{1}{4}$	Скалярное произведение функций $f(x)$ и $g(x)$ в пространстве $L^2[a, b]$ определяется по формуле: $(f(x), g(x)) = \int_a^b f(x)g(x)dx.$ Найдите скалярное произведение элементов $\sin x$ и $\cos x$ в пространстве $L^2\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-1
11.	$\lambda < \frac{1}{\ B\ }, \text{ где } \ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$ $\ B\ = \sqrt{\int_0^\pi \int_0^\pi \sin^2 s \cos^2 t dt ds} = \sqrt{\int_0^\pi \sin^2 s ds \int_0^\pi \cos^2 t dt} =$ $= \sqrt{\int_0^\pi \sin^2 s ds \int_0^\pi \cos^2 t dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \int_0^\pi (1 - \cos 2s) ds \int_0^\pi (1 + \cos 2t) dt} =$ $= \frac{1}{2} \sqrt{\left(s - \frac{1}{2} \sin 2s\right) \Big _0^\pi \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t\right) \Big _0^\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi^2} = \frac{\pi}{2}$ $\lambda < \frac{2}{\pi}$	Интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds = f(t)$ с параметром λ решается методом последовательных приближений при $\lambda < \frac{1}{\ B\ }$, где $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$. Определите для каких λ интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_0^\pi \cos t \sin s x(s) ds = f(t)$ можно решать методом последовательных приближений. Ответ подтвердите выкладками	ОПК-1
12.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x) $ $\max_{-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}} \left \frac{d}{dx} (e^{0,5x} - 1) \right = \max_{-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}} \frac{1}{2} e^{0,5x} $ Функция $e^{0,5x} > 0$ и монотонно возрастает на всей числовой прямой, следовательно, наибольшее значение	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a, b]$ в себя и имеет непрерывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a, b]$, то коэффициент сжатия оценивается по формуле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$. Найдите коэффициент сжатия отображения	ОПК-1

	ние $e^{0,5x}$ принимает на границы области в точке $x = 0,5$. $e^{0,5x} \Big _{x=0,5} = e^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{e}, \quad q = \frac{1}{2} \sqrt[4]{e}$	ражения $j(x) = e^{0,5x} - 1$ отрезка $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.	
13.	$\lambda < \frac{1}{\ B\ }, \text{ где } \ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds}$ $\ B\ = \sqrt{\int_0^{\ln 4} \int_0^{\ln 4} e^{2(t+s)} dt ds} = \sqrt{\int_0^{\ln 4} e^{2s} ds \int_0^{\ln 4} e^{2t} dt} =$ $= \sqrt{\frac{1}{4} e^{2s} \Big _0^{\ln 4} e^{2t} \Big _0^{\ln 4}} = \frac{1}{2} \sqrt{(e^{2\ln 4} - 1)^2} = \frac{15}{2}$ $\lambda < \frac{2}{15}$	Интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_a^b K(t,s)x(s)ds = f(t)$ с параметром λ решается методом последовательных приближений при $\lambda < \frac{1}{\ B\ }$, где $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds}$. Определите для каких λ интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_0^{\ln 4} e^{t+s} x(s)ds = f(t)$ можно решать методом последовательных приближений. Ответ подтвердите выкладками	ОПК-1
14.	$\rho(2x^3 + 2, 3x^2 + 12x) = \max_{x \in [-1,3]} 2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x $ Исследуем функцию $2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x$ на экстремум на $[-1;3]$ $(2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x)' = 6(x^2 - x - 2) = 6(x-2)(x+1)$ Точки экстремума $\{-1, 2\} \in [-1, 3]$ Находим значения функции для $x = \{-1; 2; 3\}$ $f(-1) = 9, \quad f(2) = -18, \quad f(3) = -7$	Расстояние от $f(x)$ до $g(x)$ в пространстве $C[a,b]$ определяется по формуле: $\rho(f(x), g(x)) = \max_{x \in [a,b]} f(x) - g(x)$. Найдите расстояние между функциями $2x^3 + 2$ и $3x^2 + 12x$ в $C[-1,3]$. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-1

	$\rho(2x^3 + 2, 3x^2 + 12x) = \max_{x \in [-1, 3]} \{ 9 , -18 , -7 \} = 18$		
15.	В)	Уравнение $\int_0^t \ln(t^2 + ts + s^2)x(s)ds = t + 3$ является интегральным уравнением А) Фредгольма второго рода Б) Фредгольма первого рода В) Вольтера первого рода Г) Вольтера второго рода	ОПК-1
16.	Непрерывным спектром называется множество значений λ, при которых резольвента $(A - \lambda E)^{-1}$ определена на <u>всюду плотном множестве</u> в R^2, но не является непрерывной. Найдем значения, где резольвента не является непрерывной, т.е. $A - \lambda E = 0$ $\begin{vmatrix} 6 - \lambda & 2 \\ 2 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = (6 - \lambda)(3 - \lambda) - 4 = \lambda^2 - 9\lambda + 14 = 0$ $\lambda = \{7; 2\}$, следовательно, спектр имеет вид $\left\{\frac{1}{7}; \frac{1}{2}\right\}$	Найдите спектр линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ в евклидовом пространстве R^2. Ответ обоснуйте.	ОПК-1
17.	Значение λ называется регулярным значением оператора A, если соответствующий этому значению оператор A_λ обратим, т. е. существует линейный ограниченный оператор $(A - \lambda E)^{-1}, R^2 \rightarrow R^2$. Найдем спектральные значения и удалим их из R. $ A - \lambda E = 0$	Найдите регулярные числа оператора $A = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ в евклидовом пространстве R^2. Ответ обоснуйте.	ОПК-1

	$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 6 \\ 6 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (6-\lambda)(1-\lambda) - 36 = \lambda^2 - 7\lambda - 30 = 0$ $\lambda = \{10; -3\}, \text{ следовательно, спектр имеет вид } \left\{0, 1; -\frac{1}{3}\right\}$ тогда регулярные значения: $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 0, 1\right) \cup (0, 1; +\infty)$		
18.	А), Г)	Укажите неверное утверждение А) Если отображение F имеет слабую производную, то оно имеет и сильную производную и эти производные совпадают. Б) Если слабая производная $F'_C(x)$ отображения F существует в некоторой U окрестности точки x_0 и представляет собой в этой окрестности (операторную) функцию от x, непрерывную в точке x_0, то в точке x_0 сильная производная $F'(x_0)$ существует и совпадает со слабой. В) Если отображение $F : X \rightarrow Y$ дифференцируемо в точке x, то оно обладает единственной сильной производной. Г) Если $F(x)$ непрерывный линейный оператор, то его производная есть сам этот оператор.	ОПК-1
19.	Пусть на Гильбертовом пространстве H задан ограниченный оператор $P : H \rightarrow H$. Для того	Сформулируйте необходимое и достаточное условия, когда ограниченный оператор является проекто-	ОПК-1

	чтобы P был проектором необходимо и достаточно: 1) $P^2 = P$; 2) $\ P\ \leq 1$	ром	
20.	A)	Укажите неверное утверждение. Если E банахово пространство и $T:E \rightarrow E$ ограниченный линейный оператор, то A) $sp(T) \subset \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda < \ T\ \}$ Б) $sp(T)$ замкнутое множество В) $sp(T)$ компактное множество Г) $sp(T)$ не пустое множество	ОПК-1
21.	Г)	Найти спектр оператора $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, где $A(x(t)) = \int_0^t x(s) ds$ A) $\{1\}$ Б) $[0,1]$ В) $\emptyset$ Г) $\{0\}$	ОПК-1
22.	A)	Укажите неверное утверждение для сильной производной A) Если $F(x)$ непрерывный линейный оператор, то его производная есть постоянное число. Б) Если $F(x)=y_0=\text{const}$, то $F'(x) \neq 0$ (нулевой оператор). В) Если $F(x)$ непрерывный линейный оператор, то	ОПК-1

		его производная есть сам этот оператор. Г) Сильная производная единственна.	
23.	Если E и F банаховы пространства, $T: E \rightarrow F$ ограниченный линейный оператор, то сопряженный оператор $T^*: \ T^*\ = \ T\ $	Сформулируйте теорему о норме сопряженного оператора в банаховом пространстве	ОПК-1
24.	Если T оператор в гильбертовом пространстве H , то сопряженный оператор определяется следующим равенством $(Tx, y) = (x, T^*y)$	Дайте определение сопряженного оператора в гильбертовом пространстве H	ОПК-1
25.	Б)	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Какое свойство неверно для инволюции $(\forall x T(T(x)) = x): T(H) \rightarrow T(H)$? (* - обозначает сопряжение) А) $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \bar{\alpha} T_1^* + \bar{\beta} T_2^*$ Б) $T - T^*$ и $i(T + T^*)$ - эрмитовы операторы; В) $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ Г) $(T^*)^* = T$	ОПК-1
26.	В)	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Какое свойство неверно для инволюции $(\forall x T(T(x)) = x): T(H) \rightarrow T(H)$? (* - обозначает сопряжение)	ОПК-1

		А) $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ Б) $(T^*)^* = T$ В) $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \alpha T_1^* + \beta T_2^*$ Г) $T^* T$ - положительный оператор	
27.	1. $T^* T$ - положительный оператор 2. $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \bar{\alpha} T_1^* + \bar{\beta} T_2^*$ 3. $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ 4. $(T^*)^* = T$ 5. если существует T^{-1}, то $(T^{-1})^* = (T^*)^{-1}$ 6. $I^* = I$, $I : H \rightarrow H$ - единичный оператор;	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Перечислите основные свойства для инволюции ($\forall x \ T(T(x)) = x$): $T(H) \rightarrow T(H)$?	ОПК-1
28.	Г)	Укажите верное утверждение. Линейный оператор T отображает C^n в C^n и выражается матрицей $T = (a_{ij})$. (* - обозначает сопряжение) А) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (a_{ij})$. Б) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (a_{ij}^{-1})$.	ОПК-1

		В) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (\bar{a}_{ij})^{-1}$. Г) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (\bar{a}_{ij})$.	
29.	$a_{ij} = \bar{a}_{ji}, \quad i, j = 1, \dots, n$	. Линейный оператор T отображает C^n в C^n и выражается матрицей $T = (a_{ij})$. Запишите необходимое и достаточное условие для того чтобы оператор T был эрмитовым	ОПК-1
30.	$T^* y(t) = \int_a^b \overline{K(s,t)} y(s) ds$	Пусть $L_2[a,b]$ комплексное Гильбертово пространство и $Tx(t) = \int_a^b K(t,s)x(s)ds$ оператор Фредгольма. Запишите сопряженный оператор	ОПК-1
31.	Пусть H комплексное гильбертово пространство, T самосопряженный оператор. Тогда собственные числа оператора T вещественные числа.	Сформулируйте теорему о собственных числах самосопряженного оператора	ОПК-1
32.	точечный спектр пустое множество $\emptyset$, непрерывный спектр $[0,1]$	В пространстве $C[0,1]$ задан оператор $Tx(t) = tx(t)$. Укажите коков дискретный и непрерывный спектр	ОПК-1
33.			ОПК-1
34.	В конечномерном нормированном пространстве всякий линейный оператор компактен	Сформулируйте теорему о компактности линейного оператора в конечномерном нормированном пространстве	ОПК-1

35.	Непрерывный линейный оператор переводящий банахово пространство E в некоторое его конечномерное подпространство компактен	Сформулируйте теорему о компактности линейного оператора, переводящего банахово пространство E в некоторое его конечномерное подпространство	ОПК-1
36.	Оператор, сопряженный компактному - компактен.	Сформулируйте теорему о компактности сопряженного оператора	ОПК-1
37.	Если $\{T_n\}$ -последовательность компактных операторов в банаховом пространстве E , сходящаяся по норме к некоторому оператору T , то оператор T компактен.	Сформулируйте теорему о компактности предельного оператора последовательности компактных операторов сходящаяся по норме в банаховом пространстве	ОПК-1
38.	В конечномерном пространстве непрерывный спектр линейного оператора пуст $\emptyset$	Сформулируйте теорему о непрерывном спектре линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-1
39.	В конечномерном пространстве спектр линейного оператора состоит только из собственных чисел	Сформулируйте теорему о спектре линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-1
40.	В конечномерном пространстве число собственных чисел линейного оператора не более $\dim E$ (размерность пространства)	Сформулируйте теорему о числе собственных чисел линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-1
41.	Пусть E, F банаховы пространства и $T : E \rightarrow F$ линейный оператор. Для того чтобы оператор T обладал ограниченным обратным оператором необходимо выполнения следующего условия: для некоторого $C > 0$ и произвольного $x \in E$ выполняется $\ Tx\ \geq C \ x\ $	Сформулируйте теорему о необходимом условии для того чтобы оператор T обладал ограниченным обратным оператором в банаховом пространстве	ОПК-1

42.	Пусть E банахово пространство, I-тождественный оператор в E, $T : E \rightarrow F$ ограниченный оператор. Тогда для того чтобы выполнялось соотношение $(I - T)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} T^k$ достаточно, чтобы $\ T\ < 1$	Сформулируйте теорему о достаточном условии для того чтобы для ограниченного оператора T выполнялось соотношение $(I - T)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} T^k$ в банаховом пространстве. (I-тождественный оператор)	ОПК-1
43.	В пространстве $C[0;1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \max_{0 \leq t \leq 1} x(t)$ $\ x(t)\ = \max_{0 \leq t \leq 1} t^2 - t$ Определим экстремальные точки на $[0;1]$ для $x(t) = t^2 - t$. $x'(t) = 2t - 1$, $x'(t) = 0$, $t = 0,5 \in [0;1]$. Находим значения функции для $x = \{0; 0,5; 1\}$ $x(0) = 0$, $x(0,5) = -0,25$, $f(1) = 0$ $\ x\ = \max_{t \in [0,1]} \{0, -0,25, 0\} = 0,25$	Найти норму элемента $x(t) = t^2 - t$ в пространстве непрерывных функций $C[0;1]$. Ответ обосновать.	ОПК-1
44.	В пространстве $L^1[0;1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \int_0^1 x(t) dt$ $\ x(t)\ = \int_0^1 t^2 - 1 dt$ Так как на $[0;1]$ функция $x(t) = t^2 - 1 \leq 0$, то	Найти норму элемента $x(t) = t^2 - 1$ в пространстве $L^1[0;1]$. Ответ обосновать.	ОПК-1

	$\int_0^1 t^2 - 1 dt = \int_0^1 (1 - t^2) dt = \left[t - \frac{1}{3} t^3 \right]_0^1 = \frac{2}{3}$ $\ x\ = \frac{2}{3}$		
45.	В пространстве $L^2 [-1; 1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \sqrt{\int_{-1}^1 x(t) ^2 dt}$ $\ x(t)\ = \sqrt{\int_{-1}^1 t ^2 dt} = \sqrt{2 \int_0^1 t^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{3} t^3 \Big _0^1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$	Найти норму элемента $x(t) = t$ в пространстве $L^2 [-1; 1]$. Ответ обосновать	ОПК-1
46.	В пространстве сходящихся последовательностей l^1 норма определяется в виде $\ x\ = \sum_{i=1}^{\infty} x_i$ Члены последовательности $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ убывающая геометрическая прогрессия, поэтому воспользуемся формулой для нахождения ее суммы $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$, где a_1 - первый член последовательности, q - знаменатель $S = \sum_{i=1}^{\infty} \left \frac{1}{2^{i-1}} \right = \frac{1}{1 - 0,5} = 2, \quad \ x\ = 2$	Найти норму элемента $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ в пространстве l^1 . Ответ обосновать	ОПК-1
47.	В пространстве сходящихся последовательностей l^2 норма определяется в виде	Найти норму элемента $x = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ в про-	ОПК-1

	$\ x\ = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} x_i ^2}$ Члены последовательности $x = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$, а $x^2 = \left\{ \frac{1}{2^2}, \frac{1}{4^2}, \dots, \frac{1}{2^{2n}}, \dots \right\}$ убывающая геометрическая прогрессия, поэтому воспользуемся формулой для нахождения ее суммы $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-q}$, где $a_1 = \frac{1}{4}$ - первый член последовательности, $q = \frac{1}{4}$ - знаменатель $S = \sum_{i=1}^{\infty} \left \frac{1}{2^{2i}} \right = \frac{0,25}{1-0,25} = \frac{1}{3}, \quad \ x\ = \frac{1}{\sqrt{3}}$	пространстве l^2. Ответ обосновать	
48.	В пространстве m ограниченных последовательностей норма определяется в виде $\ x\ = \max_{i=1,2,\dots,n} x_i $ $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$ - гармоническая последовательность, убывающая так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, то $\ x\ = \max_{i=1,2,\dots,n} \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\} = 1$	Найти норму элемента $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$ в пространстве m всех ограниченных последовательностей. Ответ обосновать	ОПК-1

49.	Так как в заданном множестве $X=\{a, b, c\}$ всего 3 элемента, то для выполнения всех аксиом необходимо: 1. $\forall x, y \in X \quad \rho(x, y) \geq 0$, поэтому $\rho(a, c) \geq 0$, но равенство 0 выполняться не может, так как в этом случае $a=c$ и во множестве X будет только два элемента 2. $\rho(a, c) = \rho(c, a)$ - выполняется, так как метрика задана 3. $\forall x, y, z \in X \quad \rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$, следовательно $\rho(a, c) \leq \rho(a, b) + \rho(b, c) = 2 + 1 = 3$ Ответ: $\rho(a, c)$ может принимать любые значения из $(0; 3]$	На множестве $X=\{a, b, c\}$ задана метрика $\rho(x, y)$ такая, что $\rho(a, b) = 2$, $\rho(c, b) = 1$. Какие значения может принимать $\rho(a, c)$? Ответ обосновать	ОПК-1
50.	Г)	Если элемент линейного нормированного пространства умножить на -5, то как изменится его норма? А) не изменится Б) увеличится на 5 В) уменьшится на 5 Г) увеличится в 5 раз Д) уменьшится в 5 раз	ОПК-1
51.	А)	Если элемент линейного нормированного пространства умножить на -1, то как изменится его норма? А) не изменится	ОПК-1

		Б) увеличится на 1 В) уменьшится на 1 Г) изменится в $(-1)^n$ раз	
52.	Полное линейное нормированное пространство называется банаховым	Дайте определение банахова пространства	ОПК-1
53.	Действительное линейное пространствоскалярным произведением называется евклидовым	Дайте определение евклидова пространства	ОПК-1
54.	Полное пространство со скалярным произведением называется гильбертовым	Дайте определение гильбертова пространства	ОПК-1
55.	Пространство, в котором существует счетное всюду плотное множество называется сепарабельным	Дайте определение сепарабельного пространства	ОПК-1
56.	Замкнутое линейное многообразие в линейном нормированном пространстве называется замыканием	Дайте определение замыкания в линейном нормированном пространстве	ОПК-1
57.	Оператор A , для которого найдется константа $C > 0$ такая, что $\ Ax\ \leq C\ x\ $ называется ограниченным оператором	Дайте определение ограниченного оператора	ОПК-1
58.	Оператор, отображающий некоторое линейное нормированное пространство в пространство действительных чисел называется функционалом	Дайте определение функционала	ОПК-1
59.	Пространство, совпадающее со своим вторым	Дайте определение рефлексивного	ОПК-1

	сопряженным $X = X^{**}$ называется рефлексивным	пространства	
60.	Оператор в гильбертовом пространстве для которого имеет место равенство $(Ax, y) = (x, Ay)$ называется самосопряженным	Дайте определение самосопряженного оператора	ОПК-1

2. Описание шкалы оценивания

В рамках рейтинговой системы успеваемость студентов по каждой дисциплине оценивается в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации. Рейтинговая система оценки знаний студентов основана на использовании совокупности контрольных мероприятий по проверке пройденного материала (контрольных точек), оптимально расположенных на всем временном интервале изучения дисциплины. Принципы рейтинговой системы оценки знаний студентов основываются на требованиях, описанных в Положении об организации образовательного процесса на основе рейтинговой системы оценки знаний студентов в ФГАОУ ВО «СКФУ».

3. Критерии оценивания компетенций*

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, если он

- Умеет эффективно использовать фундаментальные знания в области функционального анализа в будущей профессиональной деятельности.
- Владеет на высоком уровне навыками использования аппарата функционального анализа для решения профессиональных задач.

Компетенция ОПК-1 освоена на максимальном уровне.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он

- В целом умеет использовать фундаментальные знания в области функционального анализа в будущей профессиональной деятельности.
- В хорошей степени владеет навыками использования аппарата функционального анализа для решения профессиональных задач.

Компетенция ОПК-1 освоена на среднем уровне.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он

- Частично умеет использовать фундаментальные знания в области функционального анализа в будущей профессиональной деятельности.
- Минимально владеет навыками использования аппарата функционального анализа для решения профессиональных задач.

Компетенция ОПК-1 освоена на минимальном уровне.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он

- Не умеет использовать фундаментальные знания в области функционального анализа в будущей профессиональной деятельности.
- Не владеет навыками использования аппарата функционального анализа для решения профессиональных задач.

Компетенция ОПК-1 не освоена на минимальном уровне.