

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Грובה Татьяна Анатольевна

Должность: и.о. декана факультета математики и компьютерных наук имени
профессора Н.И. Червякова

Дата подписания: 16.06.2026 17:21:01

Уникальный программный ключ:

bd39d4208aa94cf4422feb787c81619d42de79a7

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

И.о.декана факультета
математики и компьютерных наук
имени профессора Н.И. Червякова
Т. А. Грובה

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Компьютерные технологии: программирование и
искусственный интеллект	
Форма обучения	очная
Год начала обучения	2026
Реализуется в 7 семестр	

Введение

1. Назначение: ФОС предназначен для объективной оценки уровня сформированности компетенций.

2. ФОС является приложением к программе дисциплины «Функциональный анализ»

3. Разработчик Редькина Т.В., доцент кафедры математического моделирования

4. Проведена экспертиза ФОС.

Члены экспертной группы:

5. Председатель Ляхов П.А., заведующий кафедрой математического моделирования

Члены комиссии:

Журавлёва И.А., доцент кафедры математического моделирования

Андрухив Л.В., доцент кафедры математического моделирования

Представитель организации-работодателя: Подопригора Н.Б., генеральный директор ООО «медицина ИТ»

Экспертное заключение: ФОС по дисциплине позволяет оценить уровень сформированности компетенций. Приступить к апробации.

5. Срок действия ФОС определяется сроком реализации образовательной программы.

1. Описание показателей и критериев оценивания на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Уровни сформированности компетенции(ий), индикатора (ов)	Дескрипторы			
	Минимальный уровень не достигнут (Неудовлетворительно) 2 балла	Минимальный уровень (удовлетворительно) 3 балла	Средний уровень (хорошо) 4 балла	Высокий уровень (отлично) 5 баллов
ОПК-3				
ИД-1 _{ОПК-3} Демонстрирует навыки применения математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем для решения задач в области своей профессиональной деятельности	Знания математических объектов функционального анализа и операций с ними отсутствуют; не знает основных методов функционального анализа	Знания математических объектов функционального анализа и операций с ними носят фрагментарный поверхностный характер; основные методы функционального анализа знает частично;	Хорошие знания математических объектов функционального анализа и операций с ними, но есть недочеты; хорошие знания методов функционального анализа, но требуются наводящие вопросы;	Знает в полном объеме математические методы обобщения, анализа и восприятия математической информации в рамках дисциплины; Знает тенденции и перспективы развития функционального анализа;
ИД-2 _{ОПК-3} Использует и адаптирует существующие математические модели для решения прикладных задач.	Не умеет выполнять постановку задач функционального анализа и выбирать методы их решения; не умеет применять математический аппарат функционального анализа при решении прикладных задач;	Умеет выполнять постановку задач функционального анализа и выбирать методы их решения, но требуется дополнительная помощь; умеет, но не в полном объеме, применять математический аппарат функционального анализа при решении прикладных задач;	Умеет выполнять постановку задач функционального анализа и выбирать методы их решения; умеет применять математический аппарат функционального анализа при решении прикладных задач;	Умеет использовать современные достижения в области функционального анализа в задачах профессиональной деятельности; Умеет использовать современные достижения в области функционального анализа в задачах профессиональной деятельности;

ИД-З _{ОПК-3} Применяет на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области своей профессиональной деятельности.	Не может применять методы функционального анализа к решению задач; культура мышления и способность к анализу и синтезу практически отсутствует;	Может применять методы функционального анализа к решению задач, но при этом испытывает затруднения; уровень культуры мышления и способности к анализу и синтезу удовлетворительный;	Владеет навыками применения методов функционального анализа при самостоятельном решении задач по дисциплине на хорошем уровне; владеет культурой мышления, способностью к анализу и синтезу;	Владеет способностью к анализу и синтезу при решении сложных задач функционального анализа; Владеет навыками применения математического аппарата дисциплины «Функциональный анализ» в профессиональной деятельности.
---	---	---	--	--

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

№	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция	Время на выполнение задания
1.	$\ e^x\ = \sqrt{\int_{\ln 2}^{\ln 6} e^{2x} dx} = \sqrt{\frac{1}{2} e^{2x} \Big _{\ln 2}^{\ln 6}} =$ $= \sqrt{\frac{1}{2} (e^{2\ln 6} - e^{2\ln 2})} = \sqrt{\frac{1}{2} (6^2 - 2^2)} = 4$ $\ e^x\ = 4$	Норма элемента $f(x)$ в пространстве $L^2[a, b]$ определяется по формуле: $\ f(x)\ = \sqrt{\int_a^b f^2(x) dx}.$ Найдите норму элемента e^x в пространстве $L^2[\ln 2, \ln 6]$. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-3	7 минута
2.	Точка $x \in A$ называется предельной для подмножества $B \subset A$, если любая ε-окрестность точки x содержит точку множества B, отличную от точки x. Тогда множеством предельных точек множества $(-1, +\infty)$ является $[-1; +\infty)$	На основании определения определите множество предельных точек множества $A = (-1, +\infty)$.	ОПК-3	7 минуты
3.	$\ A\ = \max\{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \sqrt{a_3^2 + b_3^2}\}$ $\sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29},$ $\sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1} = \sqrt{2},$ $\sqrt{a_3^2 + b_3^2} = \sqrt{2^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$ $\ A\ = \max\{\sqrt{29}, \sqrt{2}, \sqrt{34}\} = \sqrt{34}$ $\ A\ = \sqrt{34}$	Норма оператора $A(z_1, z_2, z_3) = ((a_1 + b_1 i)z_1, (a_2 + b_2 i)z_2, (a_3 + b_3 i)z_3)$ на унитарном пространстве C^3 определяется по формуле $\ A\ = \max\{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \sqrt{a_3^2 + b_3^2}\}.$ Найдите норму оператора $A(z_1, z_2, z_3) = ((5 + 2i)z_1, (-1 + i)z_2, (3 - 5i)z_3)$ в C^3. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-3	7 минуты

4.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x) $ $\max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} \left \frac{d}{dx} x^3 \right = \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2 = \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2$ $3x^2$ - парабола, ветви которой направлены вверх, следовательно, наибольшее значение она принимает на большей по модулю границы области. $ -0,5 > 0,4 , \max_{-0,5 \leq x \leq 0,4} 3x^2 = 3x^2 _{x=-0,5} = 0,75$ $q = 0,75$	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a, b]$ в себя и имеет непрерывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a, b]$, то коэффициент сжатия оценивается по формуле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$. Найдите коэффициент сжатия отображения $j(x) = x^3$ отрезка $[-0,5; 0,4]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-3	7 минуты
5.	$\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds} = \sqrt{\int_0^1 \int_0^1 (ts)^{12} dt ds} =$ $= \sqrt{\frac{1}{13} \left(t^{13} \right) \Big _0^1 \int_0^1 s^{12} ds} = \sqrt{\frac{1}{13^2} s^{13} \Big _0^1} = \frac{1}{13}$ $\ B\ = \frac{1}{13}$	Норма B интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t, s)$ в пространстве $L^2[a, b]$ определяется по формуле $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$. Найдите норму интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t, s) = (ts)^6$ в пространстве $L^2[0, 1]$	ОПК-3	7 минут
6.	Точка $x \in A$ называется предельной для подмножества $B \subset A$, если любая ε-окрестность точки x содержит точку множества B, отличную от точки x. Тогда множеством предельных точек множества A является множество пар (x, y) для которых выполняется неравенство $x^2 \sin y \leq 1$.	На основании определения определите множество предельных точек множества $A = \{(x, y) : x^2 \sin y < 1\}$.	ОПК-3	5 минут

7.	$\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds} = \sqrt{\int_0^1 \int_0^1 t^6 s^8 dt ds} =$ $= \sqrt{\frac{1}{7} (t^7) \Big _0^1 \int_0^1 s^8 ds} = \sqrt{\frac{1}{7} \frac{1}{9} s^9 \Big _0^1} = \frac{1}{3\sqrt{7}}$ $\ B\ = \frac{1}{3\sqrt{7}}$	Норма B интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s)$ в пространстве $L^2[a,b]$ определяется по формуле $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t,s) dt ds}$. Найдите норму интегрального оператора Фредгольма с ядром $K(t,s) = t^3 s^4$ в пространстве $L^2[0,1]$	ОПК-3	7 минут
8.	A)	Уравнение $x(t) - \int_0^3 e^{t-3s} x(s) ds = e^t$ является интегральным уравнением А) Фредгольма второго рода Б) Фредгольма первого рода В) Вольтера первого рода Г) Вольтера второго рода	ОПК-3	1 минута
9.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$ $\max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \left \frac{d}{dx} (\cos x - 1) \right = \max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \sin x$ На $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ функция $\sin x$ монотонно возрастает, $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right] \subset \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, следовательно, наибольшее значение $\sin x$ принимает на одном из концов границы области. $\left \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right = \frac{1}{2}, \quad \left \sin \frac{\pi}{6} \right = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \max_{-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a,b]$ в себя и имеет непрерывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a,b]$, то коэффициент сжатия оценивается по формуле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$. Найдите коэффициент сжатия отображения $j(x) = \cos x - 1$ отрезка $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-3	7 минут

	$q = \frac{\sqrt{3}}{2}$			
10.	$(f(x), g(x)) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx =$ $= -\frac{1}{4} \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{4} (0 - 1) = \frac{1}{4}$ $(\sin x, \cos x) = \frac{1}{4}$	Скалярное произведение функций $f(x)$ и $g(x)$ в пространстве $L^2[a, b]$ определяется по формуле: $(f(x), g(x)) = \int_a^b f(x)g(x)dx.$ Найдите скалярное произведение элементов $\sin x$ и $\cos x$ в пространстве $L^2\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. Ответ подтвердите выкладками.	ОПК-3	7 минут
11.	$\lambda < \frac{1}{\ B\ }, \text{ где } \ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$ $\ B\ = \sqrt{\int_0^\pi \int_0^\pi \sin^2 s \cos^2 t dt ds} = \sqrt{\int_0^\pi \sin^2 s ds \int_0^\pi \cos^2 t dt} =$ $= \sqrt{\int_0^\pi \sin^2 s ds \int_0^\pi \cos^2 t dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \int_0^\pi (1 - \cos 2s) ds \int_0^\pi (1 + \cos 2t) dt} =$ $= \frac{1}{2} \sqrt{\left(s - \frac{1}{2} \sin 2s\right) \Big _0^\pi \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t\right) \Big _0^\pi} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi^2} = \frac{\pi}{2}$ $\lambda < \frac{2}{\pi}$	Интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_a^b K(t, s)x(s)ds = f(t)$ с параметром λ решается методом последовательных приближений при $\lambda < \frac{1}{\ B\ }$, где $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$. Определите для каких λ интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_0^\pi \cos t \sin s x(s)ds = f(t)$ можно решать методом последовательных приближений. Ответ подтвердите выкладками	ОПК-3	10 минут
12.	$q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x) $	Если $j(x)$ является отображением отрезка $[a, b]$ в себя и имеет непре-	ОПК-3	7 минут

	$\max_{-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}} \left \frac{d}{dx} (e^{0,5x} - 1) \right = \max_{-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}} \frac{1}{2} e^{0,5x} $ Функция $e^{0,5x} > 0$ и монотонно возрастает на всей числовой прямой, следовательно, наибольшее значение $e^{0,5x}$ принимает на границы области в точке $x = 0,5$. $e^{0,5x} \Big _{x=0,5} = e^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{e}, \quad q = \frac{1}{2} \sqrt[4]{e}$	рывную производную $j'(x)$ на отрезке $[a, b]$, то коэффициент сжатия оценивается по формуле $q = \max_{a \leq x \leq b} j'(x)$. Найдите коэффициент сжатия отображения $j(x) = e^{0,5x} - 1$ отрезка $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ в себя. Ответ подтвердите выкладками.		
13.	$\lambda < \frac{1}{\ B\ }, \text{ где } \ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$ $\ B\ = \sqrt{\int_0^{\ln 4} \int_0^{\ln 4} e^{2(t+s)} dt ds} = \sqrt{\int_0^{\ln 4} e^{2s} ds \int_0^{\ln 4} e^{2t} dt} =$ $= \sqrt{\frac{1}{4} e^{2s} \Big _0^{\ln 4} e^{2t} \Big _0^{\ln 4}} = \frac{1}{2} \sqrt{(e^{2 \ln 4} - 1)^2} = \frac{15}{2}$ $\lambda < \frac{2}{15}$	Интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_a^b K(t, s) x(s) ds = f(t)$ с параметром λ решается методом последовательных приближений при $\lambda < \frac{1}{\ B\ }$, где $\ B\ = \sqrt{\int_a^b \int_a^b K^2(t, s) dt ds}$. Определите для каких λ интегральное уравнение Фредгольма $x(t) - \lambda \int_0^{\ln 4} e^{t+s} x(s) ds = f(t)$ можно решать методом последовательных приближений. Ответ подтвердите выкладками	ОПК-3	7 минут
14.	$\rho(2x^3 + 2, 3x^2 + 12x) = \max_{x \in [-1, 3]} 2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x $ Исследуем функцию $2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x$ на экстремум на $[-1; 3]$ $(2x^3 + 2 - 3x^2 - 12x)' = 6(x^2 - x - 2) = 6(x - 2)(x + 1)$	Расстояние от $f(x)$ до $g(x)$ в пространстве $C[a, b]$ определяется по формуле: $\rho(f(x), g(x)) = \max_{x \in [a, b]} f(x) - g(x) .$ Най-	ОПК-3	10 минут

	Точки экстремума $\{-1, 2\} \in [-1, 3]$ Находим значения функции для $x = \{-1; 2; 3\}$ $f(-1) = 9, f(2) = -18, f(3) = -7$ $\rho(2x^3 + 2, 3x^2 + 12x) = \max_{x \in [-1, 3]} \{ 9 , -18 , -7 \} = 18$	дите расстояние между функциями $2x^3 + 2$ и $3x^2 + 12x$ в $C[-1, 3]$. Ответ подтвердите выкладками.		
15.	В)	Уравнение $\int_0^t \ln(t^2 + ts + s^2)x(s)ds = t + 3$ является интегральным уравнением А) Фредгольма второго рода Б) Фредгольма первого рода В) Вольтера первого рода Г) Вольтера второго рода	ОПК-3	1 минуту
16.	Непрерывным спектром называется множество значений λ, при которых резольвента $(A - \lambda E)^{-1}$ определена на всюду плотном множестве в R^2, но не является непрерывной. Найдем значения, где резольвента не является непрерывной, т.е. $A - \lambda E = 0$ $\begin{vmatrix} 6 - \lambda & 2 \\ 2 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = (6 - \lambda)(3 - \lambda) - 4 = \lambda^2 - 9\lambda + 14 = 0$ $\lambda = \{7; 2\}$, следовательно, спектр имеет вид $\left\{\frac{1}{7}; \frac{1}{2}\right\}$	Найдите спектр линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ в евклидовом пространстве R^2. Ответ обоснуйте.	ОПК-3	15 минут
17.	Значение λ называется регулярным значением оператора A, если соответствующий этому значению оператор A_λ обратим, т. е. существует линейный ограниченный оператор $(A - \lambda E)^{-1}, R^2 \rightarrow R^2$. Найдем спектральные значения и удалим их из R. $A - \lambda E = 0$	Найдите регулярные числа оператора $A = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ в евклидовом пространстве R^2. Ответ обоснуйте.	ОПК-3	15 минут

	$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 6 \\ 6 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (6-\lambda)(1-\lambda) - 36 = \lambda^2 - 7\lambda - 30 = 0$ $\lambda = \{10; -3\}, \text{ следовательно, спектр имеет вид } \left\{0, 1; -\frac{1}{3}\right\}$ тогда регулярные значения: $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 0, 1\right) \cup (0, 1; +\infty)$			
18.	А), Г)	Укажите неверное утверждение А) Если отображение F имеет слабую производную, то оно имеет и сильную производную и эти производные совпадают. Б) Если слабая производная $F'_C(x)$ отображения F существует в некоторой U окрестности точки x_0 и представляет собой в этой окрестности (операторную) функцию от x, непрерывную в точке x_0, то в точке x_0 сильная производная $F'(x_0)$ существует и совпадает со слабой. В) Если отображение $F: X \rightarrow Y$ дифференцируемо в точке x, то оно обладает единственной сильной производной. Г) Если $F(x)$ непрерывный линейный оператор, то его производная есть сам этот оператор.	ОПК-3	5 минут

19.	Пусть на Гильбертовом пространстве H задан ограниченный оператор $P:H \rightarrow H$. Для того чтобы P был проектором необходимо и достаточно: 1) $P^2 = P$; 2) $\ P\ \leq 1$	Сформулируйте необходимое и достаточное условия, когда ограниченный оператор является проектором	ОПК-3	7 минут
20.	А)	Укажите неверное утверждение. Если E банахово пространство и $T:E \rightarrow E$ ограниченный линейный оператор, то А) $sp(T) \subset \{\lambda \in \mathbb{C} : \lambda < \ T\ \}$ Б) $sp(T)$ замкнутое множество В) $sp(T)$ компактное множество Г) $sp(T)$ не пустое множество	ОПК-3	2 минуты
21.	Г)	Найти спектр оператора A : $C[0,1] \rightarrow C[0,1]$, где $A(x(t)) = \int_0^t x(s) ds$ А) $\{1\}$ Б) $[0,1]$ В) $\emptyset$ Г) $\{0\}$	ОПК-3	7 минут
22.	А)	Укажите неверное утверждение для сильной производной А) Если $F(x)$ непрерывный линейный оператор, то его производная есть постоянное число. Б) Если $F(x) = y_0 = \text{const}$, то $F'(x) \equiv 0$ (нулевой оператор). В) Если $F(x)$ непрерывный линей-	ОПК-3	2 минуты

		ный оператор, то его производная есть сам этот оператор. Г) Сильная производная единственна.		
23.	Если E и F банаховы пространства, $T: E \rightarrow F$ ограниченный линейный оператор, то сопряженный оператор $T^*: \ T^*\ = \ T\ $	Сформулируйте теорему о нормесопряженного оператора в банахова пространства	ОПК-3	7 минут
24.	Если T оператор в гильбертовом пространстве H , то сопряженный оператор определяется следующим равенством $(Tx, y) = (x, T^*y)$	Дайте определение сопряженного оператора в гильбертовом пространстве H	ОПК-3	7 минут
25.	Б)	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Какое свойство неверно для инволюции $(\forall x T(T(x)) = x): T(H) \rightarrow T(H)$? (* - обозначает сопряжение) А) $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \bar{\alpha} T_1^* + \bar{\beta} T_2^*$ Б) $T - T^*$ и $i(T + T^*)$ - эрмитовы операторы; В) $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ Г) $(T^*)^* = T$	ОПК-3	2 минуты
26.	В)	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Какое свойство неверно для инволюции $(\forall x T(T(x)) = x): T(H) \rightarrow T(H)$?	ОПК-3	2 минуты

		(* - обозначает сопряжение) А) $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ Б) $(T^*)^* = T$ В) $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \alpha T_1^* + \beta T_2^*$ Г) $T^* T$ - положительный оператор		
27.	1. $T^* T$ - положительный оператор 2. $(\alpha T_1 + \beta T_2)^* = \bar{\alpha} T_1^* + \bar{\beta} T_2^*$ 3. $(T_1 T_2)^* = T_2^* T_1^*$ 4. $(T^*)^* = T$ 5. если существует T^{-1}, то $(T^{-1})^* = (T^*)^{-1}$ 6. $I^* = I$, $I : H \rightarrow H$ - единичный оператор;	Пусть H комплексное гильбертово пространство. Перечислите основные свойства для инволюции ($\forall x T(T(x)) = x$): $T(H) \rightarrow T(H)$?	ОПК-3	7 минут
28.	Г)	Укажите верное утверждение. Линейный оператор T отображает C^n в C^n и выражается матрицей $T = (a_{ij})$. (* - обозначает сопряжение) А) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (a_{ij})$. Б) тогда оператор T^* выражается	ОПК-3	7 минут

		матрицей $T^* = (a_{ij}^{-1})$. В) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (\bar{a}_{ij})^{-1}$. Г) тогда оператор T^* выражается матрицей $T^* = (\bar{a}_{ij})$.		
29.	$a_{ij} = \bar{a}_{ji}, i, j = 1, \dots, n$	. Линейный оператор T отображает C^n в C^n и выражается матрицей $T = (a_{ij})$. Запишите необходимое и достаточное условие для того чтобы оператор T был эрмитовым	ОПК-3	5 минут
30.	$T^* y(t) = \int_a^b \overline{K(s,t)} y(s) ds$	Пусть $L_2[a, b]$ комплексное Гильбертово пространство и $Tx(t) = \int_a^b K(t, s)x(s)ds$ оператор Фредгольма. Запишите сопряженный оператор	ОПК-3	5 минут
31.	Пусть H комплексное гильбертово пространство, T самосопряженный оператор. Тогда собственные числа оператора T вещественные числа.	Сформулируйте теорему о собственных числах самосопряженного оператора	ОПК-3	5 минут
32.	точечный спектр пустое множество $\emptyset$, непрерывный спектр $[0, 1]$	В пространстве $C[0, 1]$ задан оператор $Tx(t) = tx(t)$. Укажите коков дискретный и непрерывный спектр	ОПК-3	7 минут
33.			ОПК-3	5 минут

34.	В конечномерном нормированном пространстве всякий линейный оператор компактен	Сформулируйте теорему о компактности линейного оператора в конечномерном нормированном пространстве	ОПК-3	5 минут
35.	Непрерывный линейный оператор переводящий банахово пространство E в некоторое его конечномерное подпространство компактен	Сформулируйте теорему о компактности линейного оператора, переводящего банахово пространство E в некоторое его конечномерное подпространство	ОПК-3	5 минут
36.	Оператор, сопряженный компактному - компактен.	Сформулируйте теорему о компактности сопряженного оператора	ОПК-3	5 минут
37.	Если $\{T_n\}$ -последовательность компактных операторов в банаховом пространстве E , сходящаяся по норме к некоторому оператору T , то оператор T компактен.	Сформулируйте теорему о компактности предельного оператора последовательности компактных операторов сходящаяся по норме в банаховом пространстве	ОПК-3	7 минут
38.	В конечномерном пространстве непрерывный спектр линейного оператора пуст $\emptyset$	Сформулируйте теорему о непрерывном спектре линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-3	5 минут
39.	В конечномерном пространстве спектр линейного оператора состоит только из собственных чисел	Сформулируйте теорему о спектре линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-3	5 минут
40.	В конечномерном пространстве число собственных чисел линейного оператора не более $\dim E$ (размерность пространства)	Сформулируйте теорему о числе собственных чисел линейного оператора в конечномерном пространстве	ОПК-3	5 минут
41.	Пусть E, F банаховы пространства и	Сформулируйте теорему о необхо-	ОПК-3	7 минут

	$T : E \rightarrow F$ линейный оператор. Для того чтобы оператор T обладал ограниченным обратным оператором необходимо выполнения следующего условия: для некоторого $C > 0$ и произвольного $x \in E$ выполняется $\ Tx\ \geq C \ x\ $	димом условия для того чтобы оператор T обладал ограниченным обратным оператором в банаховом пространстве		
42.	Пусть E банахово пространство, I -тождественный оператор в E , $T : E \rightarrow F$ ограниченный оператор. Тогда для того чтобы выполнялось соотношение $(I - T)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} T^k$ достаточно, чтобы $\ T\ < 1$	Сформулируйте теорему о достаточном условии для того чтобы для ограниченного оператора T выполнялось соотношение $(I - T)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} T^k$ в банаховом пространстве. (I -тождественный оператор)	ОПК-3	5 минут
43.	В пространстве $C[0;1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \max_{0 \leq t \leq 1} x(t) $ $\ x(t)\ = \max_{0 \leq t \leq 1} t^2 - t $ Определим экстремальные точки на $[0;1]$ для $x(t) = t^2 - t$. $x'(t) = 2t - 1$, $x'(t) = 0$, $t = 0,5 \in [0;1]$. Находим значения функции для $x = \{0; 0,5; 1\}$ $x(0) = 0$, $x(0,5) = -0,25$, $x(1) = 0$ $\ x\ = \max_{t \in [0,1]} \{0, -0,25, 0\} = 0,25$	Найти норму элемента $x(t) = t^2 - t$ в пространстве непрерывных функций $C[0;1]$. Ответ обосновать.	ОПК-3	7 минут
44.	В пространстве $L^1[0;1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \int_0^1 x(t) dt$	Найти норму элемента $x(t) = t^2 - 1$ в пространстве $L^1[0;1]$. Ответ обосновать.	ОПК-3	7 минут

	$\ x(t)\ = \int_0^1 t^2 - 1 dt$ Так как на $[0;1]$ функция $x(t) = t^2 - 1 \leq 0, \text{ то}$ $\int_0^1 t^2 - 1 dt = \int_0^1 (1 - t^2) dt = \left(t - \frac{1}{3} t^3 \right) \Big _0^1 = \frac{2}{3}$ $\ x\ = \frac{2}{3}$			
45.	В пространстве $L^2[-1;1]$ норма определяется в виде $\ x(t)\ = \sqrt{\int_{-1}^1 x(t) ^2 dt}$ $\ x(t)\ = \sqrt{\int_{-1}^1 t ^2 dt} = \sqrt{2 \int_0^1 t^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{3} t^3 \Big _0^1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$	Найти норму элемента $x(t) = t$ в пространстве $L^2[-1; 1]$. Ответ обосновать	ОПК-3	5 минут
46.	В пространстве сходящихся последовательностей l^1 норма определяется в виде $\ x\ = \sum_{i=1}^{\infty} x_i$ Члены последовательности $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ убывающая геометрическая прогрессия, поэтому воспользуемся формулой для нахождения ее суммы $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$, где a_1 - первый член последовательности, q - знаменатель $S = \sum_{i=1}^{\infty} \left \frac{1}{2^{i-1}} \right = \frac{1}{1 - 0,5} = 2, \quad \ x\ = 2$	Найти норму элемента $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ в пространстве l^1 . Ответ обосновать	ОПК-3	10 минут
47.	В пространстве сходящихся последовательно-	Найти норму элемента	ОПК-3	10 минут

	стей l^2 норма определяется в виде $\ x\ = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} x_i ^2}$ Члены последовательности $x = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$, а $x^2 = \left\{ \frac{1}{2^2}, \frac{1}{4^2}, \dots, \frac{1}{2^{2n}}, \dots \right\}$ убывающая геометрическая прогрессия, поэтому воспользуемся формулой для нахождения ее суммы $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-q}$, где $a_1 = \frac{1}{4}$ - первый член последовательности, $q = \frac{1}{4}$ - знаменатель $S = \sum_{i=1}^{\infty} \left \frac{1}{2^{2i}} \right = \frac{0,25}{1-0,25} = \frac{1}{3}, \quad \ x\ = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$x = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots \right\}$ в пространстве l^2. Ответ обосновать		
48.	В пространстве <i>то</i>ограниченных последовательностей норма определяется в виде $\ x\ = \max_{i=1,2,\dots,n} x_i$ $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$ - гармоническая последовательность, убывающая так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$, то $\ x\ = \max_{i=1,2,\dots,n} \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\} = 1$	Найти норму элемента $x = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots \right\}$ в пространстве m всех ограниченных последовательностей. Ответ обосновать	ОПК-3	7 минут
49.	Так как в заданном множестве $X = \{a, b, c\}$ всего 3 элемента, то для выполнения всех аксиом необходимо:	На множестве $X = \{a, b, c\}$ задана метрика $\rho(x, y)$ такая, что	ОПК-3	10 минут

	1. $\forall x, y \rho(x, y) \in X \quad \rho(x, y) \geq 0$, поэтому $\rho(a, c) \geq 0$, но равенство 0 выполняться не может, так как в этом случае $a=c$ и во множестве X будет только два элемента 2. $\rho(a, c) = \rho(c, a)$ - выполняется, так как метрика задана 3. $\forall x, y, z \quad \rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$, следовательно $\rho(a, c) \leq \rho(a, b) + \rho(b, c) = 2 + 1 = 3$ Ответ: $\rho(a, c)$ может принимать любые значения из $(0; 3]$	$\rho(a, b) = 2, \quad \rho(c, b) = 1$. Какие значения может принимать $\rho(a, c)$? Ответ обосновать		
50.	Г)	Если элемент линейного нормированного пространства умножить на -5, то как изменится его норма? А) не изменится Б) увеличится на 5 В) уменьшится на 5 Г) увеличится в 5 раз Д) уменьшится в 5 раз	ОПК-3	1 минута
51.	А)	Если элемент линейного нормированного пространства умножить на -1, то как изменится его норма? А) не изменится Б) увеличится на 1 В) уменьшится на 1 Г) изменится в $(-1)^n$ раз	ОПК-3	1 минута
52.	Полное линейное нормированное пространство называется банаховым	Дайте определение банахова пространства	ОПК-3	5 минут

53.	Действительное линейное пространство со скалярным произведением называется евклидовым	Дайте определение евклидова пространства	ОПК-3	5 минут
54.	Полное пространство со скалярным произведением называется гильбертовым	Дайте определение гильбертова пространства	ОПК-3	5 минут
55.	Пространство, в котором существует счетное всюду плотное множество называется сепарабельным	Дайте определение сепарабельного пространства	ОПК-3	5 минут
56.	Замкнутое линейное многообразие в линейном нормированном пространстве называется замыканием	Дайте определение замыкания в линейном нормированном пространстве	ОПК-3	5 минут
57.	Оператор A , для которого найдется константа $C > 0$ такая, что $\ Ax\ \leq C\ x\ $ называется ограниченным оператором	Дайте определение ограниченного оператора	ОПК-3	5 минут
58.	Оператор, отображающий некоторое линейное нормированное пространство в пространство действительных чисел называется функционалом	Дайте определение функционала	ОПК-3	5 минут
59.	Пространство, совпадающее со своим вторым сопряженным $X = X^{**}$ называется рефлексивным	Дайте определение рефлексивного пространства	ОПК-3	5 минут
60.	Оператор в гильбертовом пространстве для которого имеет место равенство $(Ax, y) = (x, Ay)$ называется самосопряженным	Дайте определение самосопряженного оператора	ОПК-3	5 минут

Критерии оценивания компетенций*

- Оценку **«отлично»** заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно решать задачи с использованием знаний, предусмотренных программой; усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Оценка «отлично» выставляется студентам, безукоризненно изложившим теоретический материал билета без наводящих вопросов преподавателя и решившим предложенную задачу. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или выкладках, которые студент легко исправил после замечания преподавателя.

- оценку **«хорошо»** заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе; оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности; если допущены один - два недочёта при изложении основного содержания ответа и освещении второстепенных вопросов или выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.

- оценку **«удовлетворительно»** заслуживает студент, обнаруживший знания только основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомых с основной литературой, рекомендованной программой; оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе и при выполнении заданий, недостаточно правильно формулирующему основные положения программного материала, нарушающему последовательность в его изложении, показавшему недостаточную сформированность основных умений и навыков при выполнении практического задания, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

- оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой практических заданий.

** в соответствии с результатами освоения дисциплины и видами заданий*