

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических работ
по дисциплине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
для студентов направления подготовки
44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):
«Информатика и математика»

Ставрополь, 2026

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью освоения дисциплины «Математическая статистика» является формирование профессиональной компетенции (ПК-1) у будущего бакалавра по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), направленность (профиль) «Информатика и математика».

Задачи освоения дисциплины

- формирование научного мировоззрения, понимания широты и универсальности методов математической статистики, умения применять эти методы в решении прикладных задач;
- воспитание математической культуры, которая предполагает четкое осознание необходимости и важности математической подготовки для специалиста в области математического образования;
- ознакомление с основными объектами математической статистики, а также их приложениями для решения различных задач, требующих применения таких средств;
- овладение современным аппаратом математической статистики для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач в образовательной области.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

ЗНАТЬ	• основные определения и понятия математической статистики; • принципы и методы статистического оценивания числовых характеристик и параметров распределений наблюдаемых случайных величин; • принципы и методы проверки статистических гипотез о параметрах модели.
УМЕТЬ	• решать типовые задачи по основным разделам дисциплины; • применять методы математической статистики при решении профессиональных задач; • строить статистические модели явлений и применять экспериментальные исследования для решения практических задач; • работать с выборкой и строить статистические оценки неизвестных распределений наблюдаемых случайных величин.
ВЛАДЕТЬ	• методикой сбора и обработки статистических данных

Данные методические рекомендации адресованы студентам и предназначены для проведения аудиторной и самостоятельной работы. Каждая тема содержит комплекс заданий по теме курса. Номер варианта для студентов определяется его номером по списку в групповом журнале.

Требования к предоставлению и оформлению результатов СРС: индивидуальное задание (ИЗ) выполняется на отдельном листе, на котором необходимо указать фамилию, имя студента, группу, номер варианта. Решение каждого пункта должно сопровождаться подробным объяснением, т.е. содержать условия задачи, запись используемой формулы, таблицу с полученными результатами, графики.

Темы 1-2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ. ТОЧЕЧНОЕ И ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ.

Цель: в результате изучения данной темы студент должен быть способен осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных задач.

Оборудование: листы заданий для аудиторной работы, карточки с ИЗ, калькуляторы.

Форма проведения: занятие – практикум, включающий в себя следующие этапы: актуализация теоретических знаний, пробное решение несколькими студентами заданий у доски, самостоятельная работа студентов, контроль преподавателем индивидуальных заданий (ИЗ) студентов, выполненных самостоятельно.

Форма контроля: проверка выполнения ИЗ -1.

Основные формулы

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \cdot x_i}{n} \quad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot x_i^2}{n} \quad D_B = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$D_B = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad s^2 = \frac{n}{n-1} D_B$$

$$Me = X_{Me} + h_{Me} \cdot \frac{0,5 \sum n - n_{Me-1}^{нак}}{n_{Me}}$$

$$M_0 = X_{M_0} + h_{M_0} \cdot \frac{n_{M_0} - n_{M_0-1}}{2n_{M_0} - n_{M_0-1} - n_{M_0+1}}$$

Решение типового варианта

1. Был вычислен процент выполнения плана 100 рабочими в этом году по отношению к прошедшему. Данные имеют следующий вид: 97,8; 97; 98,8; 101; 102,4; 103,21; 103,6; 105,2; 105,6; 105,6; 106,3; 106,4; 106,4; 106,8; 108,9; 109,5; 109,8; 110,3; 111,5; 111,8; 111,9; 112; 112,3; 112,3; 112,4; 112,5; 112,6; 112,8; 112,8; 113,1; 113,2; 113,5; 113,6; 114,1; 115,2; 115,3; 115,6; 116,7; 116,9; 117,2; 117,4; 118,4; 118,5; 118,6; 118,9; 118,9; 119,1; 119,2; 119,8; 119,9; 120,0; 121,1; 121,2; 121,3; 121,5; 121,8; 121,9; 122,3; 122,5; 122,6; 122,6; 122,8; 122,9; 123,1; 123,2; 123,2; 123,5; 123,7; 123,9; 124,0; 124,3; 124,3; 124,5; 124,6; 124,8; 124,9; 125,2; 125,6; 125,7; 126,3; 126,7; 126,8; 126,9; 127,2; 127,9; 128,5; 128,9; 129,3; 130,3; 130,5; 130,7; 131,8; 131,9; 132,5; 133,8; 134,7; 135,4; 135,9; 140,6; 141,0.

В этом примере признаком является выработка в отчетном году в процентах к предыдущему. Объединим данные в группы. Согласно формуле Стерджесса $1 + 3,322 \lg n = 7,644 = 8$, следовательно:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg n} = \frac{141 - 97,8}{8} = 5,4$$

Примем $h=6$. За начало первого интервала рекомендуется взять величину $a_1 = x_{\min} - h/2 = 97 - 6/3 = 94$

Сгруппированные данные представим в таблице, где в интервал включаются данные, большие или равные нижней границе интервала и меньшие верхней границы:

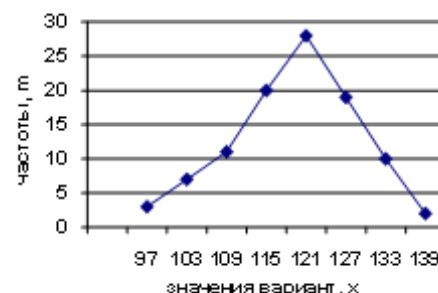
x_i	94-100	100-106	106-112	112-118	118-124	124-130	130-136	136-142
n_i	3	7	11	20	28	19	10	2

Построим полигон для данного интервального вариационного ряда. Полигон строится, как правило для дискретных вариационных рядов. Для построения полигона для вариационного ряда поступим следующим образом: найдем середины каждого интервала и поставим в соответствие им частоты для данного интервала.

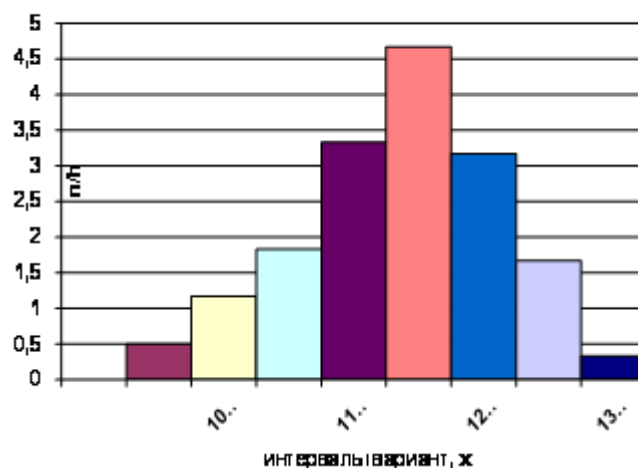
x_i	97	103	109	115	121	127	133	139
n_i	3	7	11	20	28	19	10	2

Построим гистограмму. Для этого необходимы значения вариант и плотности частот n_i/h . Для удобства построения гистограммы сначала заполним таблицу:

Полигон частот



Гистограмма интервального ряда

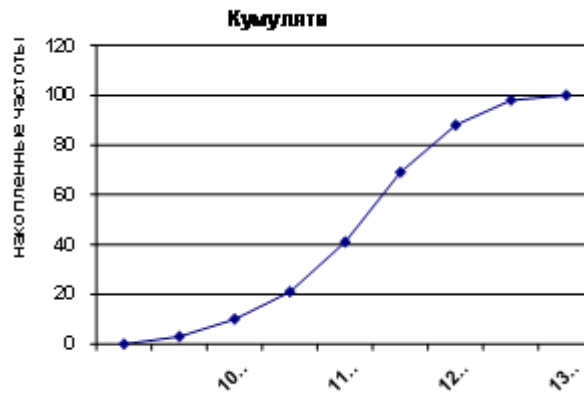


x_i	94-100	100-106	106-112	112-118	118-124	124-130	130-136	136-142
n_i/h	0,5	1,17	1,83	3,33	4,67	3,17	1,67	0,33

Для построения кумуляты необходимы варианты и накопленные частоты. Построим таблицу:

x_i	94-100	100-106	106-112	112-118	118-124	124-130	130-136	136-142
n_i	3	10	21	41	69	88	98	100

Кумулята имеет следующий вид:



Найдем моду
бами:

двумя спосо-

1. По формуле: $M_0 = X_{M_0} + h_{M_0} \cdot \frac{n_{M_0} - n_{M_0-1}}{2n_{M_0} - n_{M_0-1} - n_{M_0+1}}$

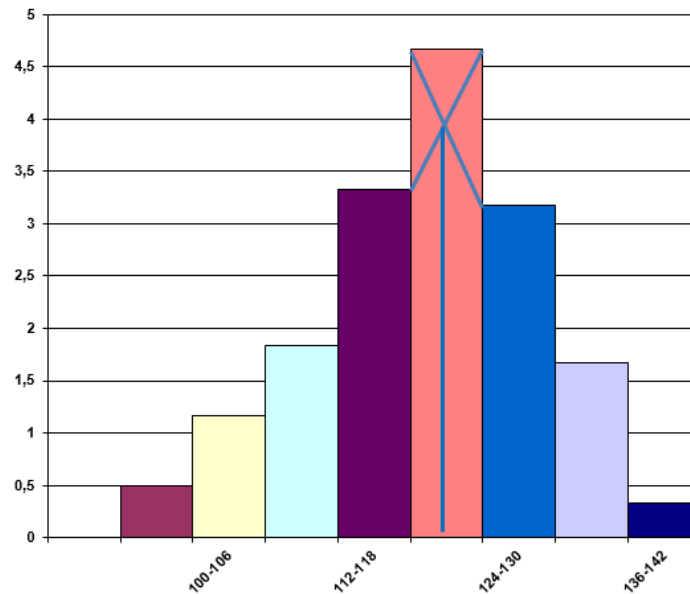
Найдем модальный интервал (интервал, которому соответствует наибольшая плотность частоты): интервал от 118 до 124 $\left(\frac{n_i}{h} = 4,67\right)$. Тогда:

$$X_{M_0} = 118, \quad h_{M_0} = 6, \quad n_{M_0} = 28, \quad n_{M_0-1} = 20, \quad n_{M_0+1} = 19$$

Мода будет равна:

$$M_0 = 118 + 6 \cdot \frac{28 - 20}{2 \cdot 28 - 20 - 19} = 120,82$$

2. с помощью гистограммы: модальный интервал от 118 до 124, проведем вспомогательные линии, найдем точку пересечения этих линий и опустим перпендикуляр на ось абсцисс. Приблизительное значение моды $M_0 = 120,5$, что совпадает с более точным значением моды, вычисленной с использованием формулы.



Нахождение медианы будем проводить тоже двумя способами:

1. С использованием формулы: $Me = X_{Me} + h_{Me} \frac{0,5 \sum n - n_{Me-1}^{нак}}{n_{Me}}$.

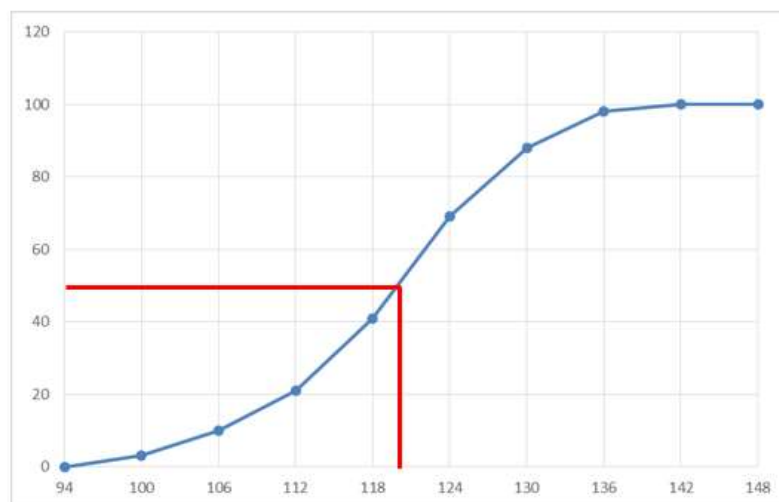
Найдем медианный интервал: т.к. общее число частот равно 100, то значения 50-51 попадают в интервал 118-124 (совпадение с модальным интервалом является случайным), тогда

$$X_{Me} = 118, \quad h_{Me} = 6, \quad \sum n = 100, \quad n_{Me} = 28, \quad n_{Me-1}^{нак} = 41$$

Тогда аналитически найденная медиана равна:

$$Me = 118 + 6 \cdot \frac{50 - 41}{28} = 119,93$$

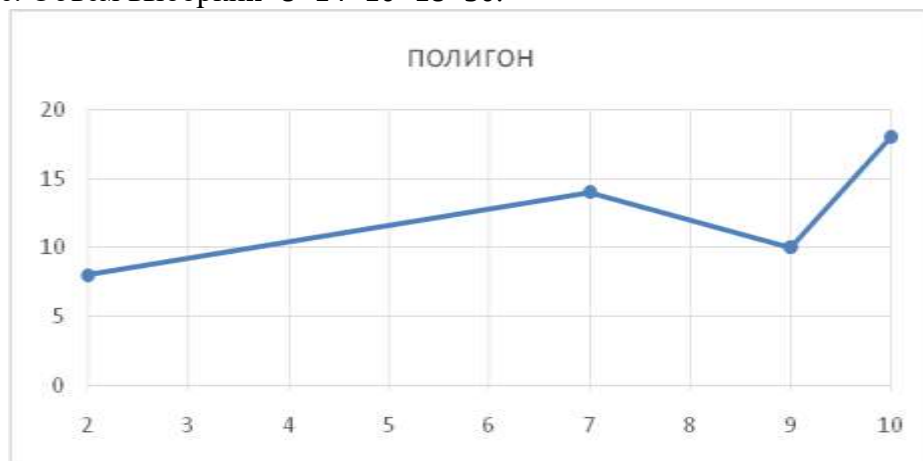
2. с использованием кумуляты. На графике кривой накопленных частот проводим горизонтальную прямую, соответствующую накопленной частоте 50 (половина выборки) до пересечения с графиком, в точке пересечения опускаем перпендикуляр на ось абсцисс, получаем значение медианы, что согласуется с найденным значением.



2. Построить полигон, найти выборочную среднюю, несмещенную оценку дисперсии и среднее квадратическое отклонение на основании распределения выборки в таблице. Найти моду и медиану

x_i	2	7	9	10
n_i	8	14	10	18

Решение. Объем выборки $n=8+14+10+18=50$.



1. Находим выборочную среднюю по формуле $\bar{x} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i x_i}{n}$

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 2 + 14 \cdot 7 + 10 \cdot 9 + 18 \cdot 10}{50} = 7,68$$

2. Находим выборочную среднюю квадратов вариантов выборки по формуле

$$\overline{x^2} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i x_i^2}{n}$$

$$\overline{x^2} = \frac{8 \cdot 2^2 + 14 \cdot 7^2 + 10 \cdot 9^2 + 18 \cdot 10^2}{50} = 66,56$$

3. Находим выборочную дисперсию $D_B = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

$$D_B = 66,56 - 7,68^2 = 7,58$$

4. Находим несмещенную оценку дисперсии («исправленную» выборочную дисперсию):

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_B = \frac{50 \cdot 7,58}{49} = 7,73$$

Значению моды соответствует наибольшая частота, следовательно $M_0 = 10$, т.к. этому значению соответствует максимальная частота $n_{\max} = 18$.

Т.к. объем выборки является четным, то значению медианы будет соответствовать среднее арифметическое значений для частот 25 и 25:

$$M_e = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{9 + 9}{2} = 9$$

ИЗ-1

1. По данным, представленным в таблице № 1 составить интервальный вариационный ряд. Построить полигон, гистограмму и кумуляту (полигон и гистограмму на одном чертеже). Найти выборочную среднюю, смещенную и несмещенную оценку дисперсии, сред-

нее квадратическое отклонение. Моду и медиану найти двумя способами (графически и по формулам).

2. Построить полигон, найти выборочную среднюю, несмещенную оценку дисперсии и среднее квадратическое отклонение на основании распределения выборки в таблице №2. Найти моду и медиану

Таблица 1. Данные для задания №1 ИЗ-1.

Вариант № 1									
96	37	23	17	22	25	73	20	88	63
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
74	06	31	05	90	79	45	57	18	39
43	03	08	53	67	67	19	64	50	97
34	07	98	67	09	97	14	90	56	33
98	68	93	59	14	83	16	52	26	37
70	90	55	35	75	21	48	57	28	33
42	35	30	34	26	08	14	06	86	01
93	23	20	90	25	89	60	42	88	26
86	22	10	94	05	77	58	52	60	01
Вариант № 2									
52	92	85	02	38	05	02	05	16	47
06	83	83	34	54	47	06	28	89	10
64	01	88	00	47	36	86	50	75	93
75	10	48	28	75	30	31	24	96	46
16	76	69	38	82	51	87	63	79	15
56	68	66	57	48	76	18	26	73	97
80	50	72	56	82	96	48	45	18	29
84	36	76	66	79	02	51	68	90	54
47	02	29	53	68	79	70	32	32	47
19	35	58	40	44	41	01	07	10	49
Вариант № 3									
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
03	78	73	53	52	93	03	62	96	44
13	69	99	48	56	78	87	15	76	68
64	01	88	00	47	36	86	50	75	93
71	50	65	74	95	03	17	46	85	86
70	90	55	35	75	21	48	57	28	33
47	35	80	83	42	57	82	79	60	64
49	91	82	60	89	73	28	59	93	46
84	36	76	66	79	02	51	68	90	54
09	58	04	77	69	76	74	48	73	11
Вариант № 4									
23	59	00	54	28	69	64	05	18	91
54	51	94	94	03	54	36	16	81	56
34	04	98	26	47	09	45	24	02	07
52	92	85	02	38	05	02	05	16	47
19	49	33	32	54	69	41	94	15	94
81	96	11	96	38	76	96	54	54	99
08	34	88	88	15	19	53	86	01	43
84	44	99	90	88	48	96	08	39	62
56	68	66	57	48	76	18	26	73	97

09	89	43	54	85	62	81	18	88	51
Вариант № 5									
39	01	69	03	11	62	86	50	75	90
05	96	79	40	22	85	71	96	12	39
98	50	66	17	33	81	34	07	27	85
96	37	23	17	22	25	73	20	88	63
70	84	63	29	17	65	16	50	53	82
84	36	93	68	72	68	03	91	76	62
82	69	86	10	25	91	91	75	74	24
68	36	69	73	61	47	70	06	65	57
98	68	93	59	14	83	16	52	26	37
44	40	21	95	25	93	63	60	43	64
Вариант № 6									
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
34	12	63	35	13	06	18	92	72	15
42	32	11	31	59	40	39	80	82	01
54	27	02	35	32	76	08	32	54	51
06	83	83	34	54	47	06	28	89	10
23	76	46	16	28	35	45	54	49	94
40	68	70	29	73	14	45	35	33	53
90	84	36	93	68	72	68	03	91	76
81	79	32	97	92	65	19	75	10	57
09	70	90	55	35	75	21	48	57	28
Вариант № 7									
68	79	19	30	43	67	01	75	87	06
82	32	80	35	57	11	39	80	82	53
20	21	42	13	11	07	97	34	40	59
68	15	99	29	11	95	09	37	67	77
88	69	09	05	77	29	87	51	76	22
53	40	41	92	15	14	85	56	66	54
77	45	31	82	23	56	74	12	21	43
87	16	86	84	87	62	67	48	03	11
07	38	31	13	11	25	65	01	98	90
49	46	42	75	67	05	88	89	96	32
Вариант № 8									
99	86	91	23	08	75	68	47	92	23
33	58	80	98	03	14	28	94	03	40
39	01	69	03	11	62	86	50	75	90
08	54	44	49	04	60	85	15	74	81
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
76	46	16	28	35	45	54	49	94	91
68	70	29	73	14	45	35	33	53	69
84	36	93	68	72	68	03	91	76	62
79	32	97	92	65	19	75	10	57	48
70	90	55	35	75	21	48	57	28	33
Вариант № 9									
94	40	12	42	48	64	11	10	00	39
23	59	00	54	28	69	64	05	18	91
95	74	61	46	45	39	26	45	74	93
52	92	85	02	38	05	02	05	16	47

34	07	98	67	09	97	14	90	56	33
20	12	86	07	46	37	97	55	96	07
81	96	11	96	38	76	96	54	54	99
77	51	92	43	37	04	29	19	65	69
56	68	66	57	48	76	18	26	73	97
86	22	10	94	05	77	58	52	60	01
Вариант № 10									
01	53	15	66	61	39	95	27	07	18
25	87	94	73	04	19	67	89	75	92
00	54	35	07	45	97	26	89	80	24
47	96	37	05	33	63	64	89	47	64
48	42	59	91	12	02	45	42	72	92
99	59	36	78	38	52	48	47	82	44
43	54	62	24	44	85	31	55	91	72
93	33	35	13	54	53	62	96	77	31
42	24	80	52	40	48	37	54	20	20
68	83	60	94	97	83	00	80	13	80
Вариант № 11									
36	86	46	36	08	91	01	39	09	47
71	41	32	97	31	74	87	37	92	57
19	49	33	32	54	69	41	94	15	94
24	04	69	06	39	74	20	11	74	23
42	83	74	17	16	52	06	28	89	37
22	77	28	14	40	52	77	05	93	88
52	05	56	70	70	05	07	17	86	90
09	89	43	54	85	62	81	18	88	51
52	15	95	66	00	14	00	23	18	46
80	43	23	60	02	98	10	35	45	09
Вариант № 12									
00	46	45	38	79	04	19	47	60	33
52	74	94	06	62	01	96	38	27	98
14	71	18	37	56	45	98	14	50	27
13	69	99	48	56	78	87	15	76	68
80	70	74	02	75	52	77	55	73	21
72	43	66	79	45	49	43	15	59	51
07	20	15	12	33	04	87	95	25	10
65	31	01	02	46	25	74	63	05	33
49	91	82	60	89	73	28	59	93	46
22	97	79	01	71	39	19	02	52	94
Вариант № 13									
92	43	54	11	71	12	80	99	33	55
34	27	11	83	33	97	52	07	98	40
82	32	80	35	57	11	39	80	82	53
20	21	42	13	11	07	97	34	40	59
93	24	04	94	27	96	75	24	63	35
71	05	33	51	29	56	69	17	56	84
48	59	38	17	15	98	39	66	09	44
77	45	31	82	23	56	74	12	21	43
87	16	86	84	87	62	67	48	03	11
38	45	86	25	10	24	25	49	61	35

Вариант № 14									
43	03	08	53	67	67	19	64	50	97
34	07	98	67	09	97	14	90	56	33
23	59	00	54	28	69	64	05	18	91
54	51	94	94	03	54	36	16	81	56
34	04	98	26	47	09	45	24	02	07
93	23	20	90	25	89	60	42	88	26
86	22	10	94	05	77	58	52	60	01
81	96	11	96	38	76	96	54	54	99
08	34	88	88	15	19	53	86	01	43
84	44	99	90	88	48	96	08	39	62
Вариант № 15									
98	50	66	17	33	81	34	07	27	85
96	37	23	17	22	25	73	20	88	63
70	84	63	29	17	65	16	50	53	82
42	32	11	31	59	40	39	80	82	01
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
68	36	69	73	61	47	70	06	65	57
98	68	93	59	14	83	16	52	26	37
44	40	21	95	25	93	63	60	43	64
77	13	74	67	00	54	78	80	29	50
70	90	55	35	75	21	48	57	28	33
Вариант № 16									
06	10	83	34	54	06	28	89	06	80
68	06	79	30	43	01	75	87	68	53
82	53	32	35	57	39	80	82	82	77
20	59	21	13	11	97	34	40	20	87
39	90	01	03	11	86	50	75	39	84
50	72	56	82	96	48	45	47	18	29
40	41	92	15	14	85	56	67	66	54
45	31	82	23	56	74	12	11	21	43
16	86	84	87	62	67	48	07	03	11
36	93	68	72	68	03	91	62	76	62
Вариант № 17									
08	81	54	49	04	85	15	74	08	79
94	39	40	42	48	11	10	00	94	20
23	91	59	54	28	64	05	18	23	81
95	93	74	46	45	26	45	74	95	77
25	92	87	73	04	67	89	75	25	43
32	97	92	65	19	75	10	60	57	48
12	86	07	46	37	97	55	64	96	07
96	11	96	38	76	96	54	69	54	99
51	92	43	37	04	29	19	39	65	69
54	62	24	44	85	31	55	19	91	72
Вариант № 18									
00	24	54	07	45	26	89	80	00	93
47	64	96	05	33	64	89	47	47	42
24	23	04	06	39	20	11	74	24	52
42	37	83	17	16	06	28	89	42	80
14	27	71	37	56	98	14	50	14	65

33	35	13	54	53	62	96	97	77	31
24	80	52	40	48	37	54	63	20	20
15	95	66	00	14	00	23	74	18	46
43	23	60	02	98	10	35	52	45	09
31	01	02	46	25	74	63	45	05	33
Вариант № 19									
13	68	69	48	56	87	15	76	13	49
80	21	70	02	75	77	55	73	80	22
52	98	74	06	62	96	38	27	52	07
91	17	86	33	90	76	52	01	91	35
43	97	03	53	67	19	64	50	43	93
91	82	60	89	73	28	59	78	93	46
97	79	01	71	39	19	02	52	52	94
20	15	12	33	04	87	95	01	25	10
34	67	35	48	25	76	09	95	80	73
23	20	90	25	89	60	42	67	88	26
Вариант № 20									
34	33	07	67	09	14	90	56	34	86
96	63	37	17	22	73	20	88	96	98
70	82	84	29	17	16	50	53	70	44
42	01	32	31	59	39	80	82	42	77
00	24	54	07	45	26	89	80	00	93
22	10	94	05	77	58	52	97	60	01
68	93	59	14	83	16	52	25	26	37
40	21	95	25	93	63	60	65	43	64
13	74	67	00	54	78	80	40	29	50
33	35	13	54	53	62	96	97	77	31
Вариант № 21									
10	83	06	34	54	06	28	89	06	80
33	07	34	67	09	14	90	56	34	86
06	79	68	30	43	01	75	87	68	53
53	32	82	35	57	39	80	82	82	77
59	21	20	13	11	97	34	40	20	87
50	72	56	82	96	48	45	47	18	29
22	10	94	05	77	58	52	97	60	01
40	41	92	15	14	85	56	67	66	54
45	31	82	23	56	74	12	11	21	43
16	86	84	87	62	67	48	07	03	11
Вариант № 22									
81	54	08	49	04	85	15	74	08	79
82	84	70	29	17	16	50	53	70	44
98	74	52	06	62	96	38	27	52	07
01	32	42	31	59	39	80	82	42	77
21	70	80	02	75	77	55	73	80	22
32	97	92	65	19	75	10	60	57	48
40	21	95	25	93	63	60	65	43	64
20	15	12	33	04	87	95	01	25	10
13	74	67	00	54	78	80	40	29	50
97	79	01	71	39	19	02	52	52	94
Вариант № 23									

90	01	39	03	11	86	50	75	39	84
39	40	94	42	48	11	10	00	94	20
91	59	23	54	28	64	05	18	23	81
93	74	95	46	45	26	45	74	95	77
92	87	25	73	04	67	89	75	25	43
36	93	68	72	68	03	91	62	76	62
12	86	07	46	37	97	55	64	96	07
96	11	96	38	76	96	54	69	54	99
51	92	43	37	04	29	19	39	65	69
54	62	24	44	85	31	55	19	91	72
Вариант № 24									
24	54	00	07	45	26	89	80	00	93
64	96	47	05	33	64	89	47	47	42
23	04	24	06	39	20	11	74	24	52
37	83	42	17	16	06	28	89	42	80
27	71	14	37	56	98	14	50	14	65
33	35	13	54	53	62	96	97	77	31
24	80	52	40	48	37	54	63	20	20
15	95	66	00	14	00	23	74	18	46
43	23	60	02	98	10	35	52	45	09
31	01	02	46	25	74	63	45	05	33
Вариант № 25									
68	69	13	48	56	87	15	76	13	49
21	70	80	02	75	77	55	73	80	22
98	74	52	06	62	96	38	27	52	07
17	86	91	33	90	76	52	01	91	35
97	03	43	53	67	19	64	50	43	93
91	82	60	89	73	28	59	78	93	46
97	79	01	71	39	19	02	52	52	94
20	15	12	33	04	87	95	01	25	10
34	67	35	48	25	76	09	95	80	73
23	20	90	25	89	60	42	67	88	26
Вариант № 26									
63	37	96	17	22	73	20	88	96	98
82	84	70	29	17	16	50	53	70	44
01	32	42	31	59	39	80	82	42	77
79	43	75	87	06	53	40	41	92	68
21	11	34	40	59	87	16	86	84	20
68	93	59	14	83	16	52	25	26	37
40	21	95	25	93	63	60	65	43	64
13	74	67	00	54	78	80	40	29	50
15	14	85	56	30	67	01	66	68	54
87	62	67	48	13	07	97	03	20	11
Вариант № 27									
54	04	15	74	81	79	32	97	92	08
84	17	50	53	82	44	40	21	95	70
32	59	80	82	01	77	13	74	67	42
01	11	50	75	90	84	36	93	68	39
40	48	10	00	39	20	12	86	07	94
65	19	75	10	49	60	85	57	08	48

25	93	63	60	29	65	16	43	70	64
00	54	78	80	31	40	39	29	42	50
72	68	03	91	03	62	86	76	39	62
46	37	97	55	42	64	11	96	94	07
Вариант № 28									
18	29	73	48	56	87	15	76	13	59
55	70	80	02	75	77	12	73	32	01
24	74	52	06	62	96	38	27	52	07
17	86	91	33	90	76	52	01	91	35
64	03	43	53	67	19	64	50	43	93
91	82	60	89	73	28	59	78	93	46
97	79	01	71	39	19	02	52	52	94
20	15	12	33	04	87	95	01	25	10
34	67	35	48	25	76	09	95	80	73
23	20	90	25	89	60	42	67	88	34
Вариант № 29									
13	68	69	48	56	87	15	76	13	49
80	21	70	02	75	77	55	73	80	22
52	98	74	06	62	96	38	27	52	07
91	17	86	33	90	76	52	01	91	35
43	97	03	53	67	19	64	50	43	93
91	82	60	89	73	28	59	78	93	46
97	79	01	71	39	19	02	52	52	94
20	15	12	33	04	87	95	01	25	10
34	67	35	48	25	76	09	95	80	73
23	20	90	25	89	60	42	67	88	26
Вариант № 30									
87	48	63	35	82	46	05	32	54	09
03	78	73	53	52	93	03	62	96	44
13	69	99	48	56	78	87	15	76	68
64	01	88	00	47	36	86	50	75	93
71	50	65	74	95	03	17	46	85	86
70	90	55	35	75	21	48	57	28	33
47	35	80	83	42	57	82	79	60	64
49	91	82	60	89	73	28	59	93	46
84	36	76	66	79	02	51	68	90	54
09	58	04	77	69	76	74	48	73	11

Таблица 2. Данные для задания № 2 ИЗ – 1

варианты							варианты						
1	x_i	1	2	5	7	12	16	x_i	3	6	8	12	25
	n_i	2	4	13	1	5		n_i	2	4	13	6	4
2	x_i	3	4	6	8	16	17	x_i	3	5	13	17	23
	n_i	2	5	8	3	5		n_i	2	4	13	1	5
3	x_i	2	4	7	6	17	18	x_i	1	3	4	7	32
	n_i	8	9	12	3	6		n_i	7	13	15	5	18

4	x_i	5	7	9	14	16	19	x_i	4	10	12	14	20
	n_i	5	9	2	4	13		n_i	6	13	4	7	13
5	x_i	6	8	10	13	17	20	x_i	1	5	8	21	30
	n_i	15	22	3	7	8		n_i	8	5	15	12	2
6	x_i	1	3	7	9	54	21	x_i	2	3	9	14	19
	n_i	12	2	4	13	4		n_i	5	9	2	4	13
7	x_i	5	7	9	16	29	22	x_i	3	5	7	12	23
	n_i	5	13	4	22	3		n_i	2	14	8	3	5
8	x_i	3	5	6	7	17	23	x_i	4	5	9	15	18
	n_i	1	5	18	12	2		n_i	12	2	4	13	4
9	x_i	4	5	8	9	37	24	x_i	8	9	10	21	31
	n_i	2	4	13	13	4		n_i	5	13	4	22	3
10	x_i	2	5	9	13	25	25	x_i	6	10	12	16	35
	n_i	8	12	2	22	3		n_i	8	11	12	3	6
11	x_i	3	6	8	12	51	26	x_i	1	2	5	7	12
	n_i	7	13	20	5	18		n_i	2	4	13	1	5
12	x_i	4	6	9	22	55	27	x_i	3	4	6	8	16
	n_i	6	13	4	7	13		n_i	2	5	8	3	5
13	x_i	5	9	10	12	14	28	x_i	2	4	7	6	17
	n_i	8	5	18	12	2		n_i	8	9	12	3	6
14	x_i	4	5	8	28	31	29	x_i	5	7	9	14	16
	n_i	14	8	2	4	13		n_i	5	9	2	4	13
15	x_i	3	7	17	28	32	30	x_i	6	8	10	13	17
	n_i	22	3	12	2	5		n_i	15	22	3	7	8

Вопросы для самоконтроля

1. Перечислите задачи математической статистики.
2. Какое обследование называется выборочным?
3. Какая совокупность объектов (наблюдений) называется генеральной? Что называется объемом генеральной совокупности?
4. Какая совокупность объектов (наблюдений) называется выборочной совокупностью или выборкой? Что называется объемом выборочной совокупности?
5. Что означает репрезентативность выборки? Как она обеспечивается?
6. Какая выборка называется повторной?
7. Какая выборка называется бесповторной?
8. Что называется вариантами?
9. Что называется вариационным рядом?
10. Что называется частотами?
11. Что называется относительными частотами?
12. Что называется размахом вариационного ряда?
13. Что называется таблицей статистического распределения выборки?
14. Что называется накопленной частотой?
15. Что называется интервальным вариационным рядом?
16. Запишите формулу Стёрджесса. Что она позволяет найти?

17. Что называется полигоном частот?
18. Что называется гистограммой?
19. Как строиться кумулята?
20. Как находится выборочная средняя?
21. Что представляет собой выборочная дисперсия?(запишите две формулы)
22. Какая статистическая оценка является несмещенной?
23. Когда статистическая оценка является смещенной?
24. Как устранить смещенность выборочной дисперсии? (как найти «исправленную» выборочную дисперсию s^2)

Тема 3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Цель: в результате изучения данной темы студент должен быть способен осуществлять анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных задач.

Оборудование: листы заданий для аудиторной работы, карточки с ИЗ, калькуляторы.

Форма проведения: занятие – практикум, включающий в себя следующие этапы: актуализация теоретических знаний, пробное решение несколькими студентами заданий у доски, самостоятельная работа студентов, контроль преподавателем индивидуальных заданий (ИЗ) студентов, выполненных самостоятельно.

Форма контроля: проверка выполнения ИЗ -2.

Основные формулы

t- критерий Стьюдента(Проверка гипотез о равенстве средних величин)

Правило 1.	Правило 2.	Правило 3.
$H_0: M(X)=M(Y)$		
$H_1: M(X) \neq M(Y)$	$H_1: M(X)>M(Y)$	$H_1: M(X)<M(Y)$
$t_{\text{набл}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n} + \frac{D(Y)}{m}}}$		
$\Phi(t_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$	$\Phi(t_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$	
Если $ t_{\text{набл}} < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$. Если $ t_{\text{набл}} > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$.	Если $t_{\text{набл}} < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$. Если $t_{\text{набл}} > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$	Если $t_{\text{набл}} > -t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$. Если $t_{\text{набл}} < -t_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$

χ^2 - критерий(Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности)

Правило 1.	Правило 2.	Правило 3.
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$		
$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$
$\chi_{\text{набл}}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$		
$\chi_{\text{кр}}^2(\alpha; k) \quad k=n-1$	$\chi_{\text{лев.кр}}^2\left(1-\frac{\alpha}{2}; k\right) \chi_{\text{прав.кр}}^2\left(\frac{\alpha}{2}; k\right)$	$\chi_{\text{кр}}^2\left(1-\frac{\alpha}{2}; k\right)$

Если $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$. Если $\chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_1$	Если $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_0$. Если $\chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 \Rightarrow H_1$.	Если $\chi_{\text{набл}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2 (1 - \alpha; k) \Rightarrow H_0$. Если $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2 (1 - \alpha; k) \Rightarrow H_1$.
--	--	--

Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей

Правило 1.	Правило 2.
$H_0: D(X)=D(Y)$	
$H_1: D(X)>D(Y)$	$H_1: D(X) \neq D(Y)$
$F_{\text{набл}} = \frac{s_{\text{больш}}^2}{s_{\text{меньш}}^2}$	
$F_{\text{кр}}(\alpha; k_1; k_2) \quad k_1 = n_1 - 1; \quad k_2 = n_2 - 1$	$F_{\text{кр}}\left(\frac{\alpha}{2}; k_1; k_2\right) \quad k_1 = n_1 - 1; \quad k_2 = n_2 - 1$
Если $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$. Если $F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$	

Решение типового варианта

1. По двум независимым выборкам, объемы которых $n=40$ и $m=50$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние: $\bar{x}=130$ и $\bar{y}=140$. Генеральные дисперсии известны: $D(X)=80$, $D(Y)=100$. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: M(X)=M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1: M(X) \neq M(Y)$.

Решение. Найдем наблюдаемое значение критерия:

$$t_{\text{набл}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n} + \frac{D(Y)}{m}}} = \frac{130 - 140}{\sqrt{\frac{80}{40} + \frac{100}{50}}} = -5$$

По условию, конкурирующая гипотеза имеет вид $M(X) \neq M(Y)$, поэтому критическая область – двусторонняя. Найдем правую критическую точку из равенства

$$\Phi(t_{\text{кр}}) = \frac{1 - 2\alpha}{2} = \frac{1 - 0,01}{2} = 0,495$$

По таблице функции Лапласа (Приложение № 2) находим $t_{\text{кр}}=2,58$.

Так как $|t_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}}$, то в соответствии с правилом 1 нулевую гипотезу отвергаем.

Другими словами, выборочные средние различаются значимо.

2. Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=21$ и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия $s^2=16,2$. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 15$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы $H_1: \sigma_0^2 > 15$.

Решение. Найдем наблюдаемое значение критерия:

$$\chi_{\text{набл}}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(21-1) \cdot 16,2}{15} = 21,6$$

По условию, конкурирующая гипотеза имеет вид $\sigma^2 > 15$, поэтому конкурирующая гипотеза – правосторонняя (правило 1). По таблице (Приложение №4) по уровню значимости 0,01 и числу степеней свободы $k=n-1=21-1=20$ находим критическую точку $\chi_{\text{кр}}^2(0,01; 20) = 37,6$

Так как $\chi_{\text{набл}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2$ - нет оснований отвергать нулевую гипотезу о равенстве генеральной дисперсии гипотетическому значению $\sigma_0^2 = 15$. Другими словами, различие между исправленной дисперсией (16,2) и гипотетической генеральной дисперсией (15) незначительно.

3. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1=11$ и $n_2=14$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0,76$ и $s_y^2 = 0,38$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$, проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X)=D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X)>D(Y)$.

Решение. Найдем отношение большей исправленной дисперсии к меньшей:

$$F_{\text{набл}} = \frac{0,76}{0,38} = 2$$

По условию конкурирующая гипотеза имеет вид $D(X)>D(Y)$, поэтому критическая область правосторонняя.

По таблице (Приложение № 5), по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числам степеней свободы $k_1=n_1-1=11-1=10$ и $k_2=n_2-1=14-1=13$ находим критическую точку

$$F_{\text{кр}}(0,05; 10; 13)=2,67$$

Так как $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$ - нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий. Другими словами, выборочные исправленные дисперсии различаются незначительно.

ИЗ - 2

1. t- критерий Стьюдента (Проверка гипотез о равенстве средних величин)

По двум независимым выборкам X и Y (таблица 3), извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, проверьте при уровне значимости α нулевую гипотезу $H_0: M(X)=M(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1: M(X) \neq M(Y)$.

Результат представить по следующей форме:

Дано:

X_i	...	...	...	...		y_i	...	...	...	...	...
n_i	...	...	...	...		n_i	...	...	...	...	...

$\alpha = n =$

$m =$

	$\bar{x}$	$\overline{x^2}$	$\bar{y}$	$\overline{y^2}$	$D(X)$	$D(Y)$	$t_{\text{набл}}$	$\Phi(t_{\text{кр}})$	$t_{\text{кр}}$
Формулы для нахождения	...	...	...	...	...	...	...	...	по таблице приложения 2
Результат									

Вывод: т.к. $|t_{\text{набл}}| (< \text{или } >) t_{\text{кр}}$, то гипотеза отвергается и принимается гипотеза, следовательно средние величины в двух выборках статистически (различаются или не различаются).

2. χ^2 - критерий (Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности)

Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка (таблица 4).

Требуется при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$.

Результат представить по следующей форме:

Дано:

X_i	...	...	...	...
n_i	...	...	...	...

$$\alpha = n = \sigma_0^2 = k = n-1 =$$

	$\bar{x}$	$\overline{x^2}$	$D(X)$	s^2	$\chi_{набл}^2$	$\chi_{кр}^2(\alpha; k)$
Формулы для нахождения						по таблице приложения 4
Результат						

Вывод: т.к. $\chi_{набл}^2 (< \text{или} >) \chi_{кр}^2(\alpha; k)$, то гипотеза отвергается и принимается гипотеза, следовательно различие между исправленной дисперсией s^2 и гипотетической генеральной дисперсией σ_0^2 статистически (значимо или незначимо).

3. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей

Даны две независимые выборки, извлеченные из нормальных генеральных совокупностей X и Y (таблица 5). При уровне значимости α , проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X)=D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X)>D(Y)$.

Результат представить по следующей форме:

Дано:

X_i	...	...	...	...	Y_i	...	...	...	...	...
n_i	...	...	...	...	n_i	...	...	...	...	...

$$\alpha = k_1 = k_2 =$$

	$\bar{X}$	$\overline{x^2}$	$\bar{Y}$	$\overline{y^2}$	$D(X)$	$D(Y)$	s_x^2	s_y^2	$F_{набл}$	$F_{кр}(\alpha; k_1; k_2)$
Формулы для нахождения	...	...	...		...	...	...	...		по таблице приложения 5
Результат										

Вывод: Так как $F_{набл} (< \text{или} >) F_{кр}$ – то гипотеза отвергается и принимается гипотеза, следовательно, выборочные исправленные дисперсии различаются статистически (значимо или незначимо).

Таблица 3 Данные к заданию 1ИЗ-2

B	α	ВЫБОРКА X					ВЫБОРКА Y				
1	0,1	X _i	2	5	7	12	Y _i	7	15	16	22
		N _i	4	7	1	5	N _i	8	2	7	1
2	0,05	X _i	4	6	8	16	Y _i	6	8	9	26
		N _i	5	8	3	5	N _i	6	2	5	8
3	0,02	X _i	4	7	6	17	Y _i	6	8	10	13
		N _i	9	4	3	6	N _i	1	3	7	2
4	0,01	X _i	7	9	14	16	Y _i	4	7	8	21
		N _i	9	2	4	5	N _i	5	5	6	2
5	0,02	X _i	8	10	13	17	Y _i	7	9	20	36
		N _i	6	3	7	8	N _i	4	3	1	3
6	0,001	X _i	3	7	9	54	Y _i	6	8	12	25

		N_I	2	4	3	4	N_I	4	5	6	4
7	0,1	X_I	7	9	16	29	Y_I	5	13	17	23
		N_I	3	4	5	3	N_I	4	3	1	5
8	0,05	X_I	5	6	7	17	Y_I	3	4	7	32
		N_I	5	4	2	2	N_I	8	4	5	1
9	0,02	X_I	5	8	9	37	Y_I	7	15	16	22
		N_I	4	5	3	4	N_I	8	2	7	1
10	0,01	X_I	5	9	13	25	Y_I	5	8	9	26
		N_I	7	2	2	3	N_I	7	5	5	3
11	0,02	X_I	6	8	12	51	Y_I	6	8	10	13
		N_I	6	3	5	3	N_I	2	3	7	8
12	0,001	X_I	6	9	22	55	Y_I	4	7	8	21
		N_I	5	4	7	2	N_I	5	3	4	2
13	0,1	X_I	9	10	12	14	Y_I	7	9	20	36
		N_I	5	4	3	2	N_I	1	3	5	3
14	0,05	X_I	5	8	28	31	Y_I	6	8	12	25
		N_I	8	2	4	3	N_I	4	3	6	4
15	0,02	X_I	7	17	28	32	Y_I	5	13	17	23
		N_I	3	2	2	5	N_I	4	3	1	5
16	0,01	X_I	7	15	16	22	Y_I	1	2	5	7
		N_I	8	2	7	7	N_I	2	4	3	1
17	0,02	X_I	6	8	9	26	Y_I	3	4	6	8
		N_I	6	1	5	8	N_I	2	5	8	3
18	0,001	X_I	6	8	4	3	Y_I	2	4	7	6
		N_I	4	3	7	2	N_I	8	5	2	3
19	0,1	X_I	4	7	8	21	Y_I	5	7	9	14
		N_I	5	3	5	2	N_I	5	9	2	4
20	0,05	X_I	7	9	20	36	Y_I	6	8	10	13
		N_I	2	3	6	3	N_I	5	2	3	7
21	0,02	X_I	6	8	12	25	Y_I	1	3	7	9
		N_I	4	2	6	4	N_I	3	2	4	3
22	0,01	X_I	5	13	17	23	Y_I	5	7	9	16
		N_I	4	5	1	5	N_I	5	1	4	2
23	0,02	X_I	3	4	7	32	Y_I	3	5	6	7
		N_I	7	2	5	3	N_I	1	5	2	12
24	0,1	X_I	2	5	7	12	Y_I	7	15	16	22
		N_I	4	7	1	5	N_I	8	2	7	1
25	0,05	X_I	4	6	8	16	Y_I	6	8	9	26
		N_I	5	8	3	5	N_I	6	2	5	8
26	0,02	X_I	4	7	6	17	Y_I	6	8	10	13
		N_I	9	4	3	6	N_I	1	3	7	2
27	0,01	X_I	7	9	14	16	Y_I	4	7	8	21
		N_I	9	2	4	5	N_I	5	5	6	2
28	0,02	X_I	8	10	13	17	Y_I	7	9	20	36

		N_I	6	3	7	8	N_I	4	3	1	3
29	0,001	X_I	3	7	9	54	y_I	6	8	12	25
		N_I	2	4	3	4	N_I	4	5	6	4
30	0,1	X_I	7	9	16	29	y_I	5	13	17	23
		N_I	3	4	5	3	N_I	4	3	1	5

Таблица 4 Данные к заданию 2ДЗ-2

В	ВЫБОРКА					α	σ_0^2
1	X_I	3	7	9	54	0,01	128
	N_I	2	4	3	4		
2	X_I	7	9	16	29	0,025	17
	N_I	3	4	5	3		
3	X_I	5	6	7	17	0,05	53
	N_I	5	4	2	2		
4	X_I	5	8	9	37	0,01	112
	N_I	4	5	3	4		
5	X_I	5	9	13	25	0,025	68
	N_I	7	2	2	3		
6	X_I	6	8	12	51	0,05	48
	N_I	6	3	5	3		
7	X_I	6	9	22	55	0,01	86
	N_I	5	4	7	2		
8	X_I	9	10	12	14	0,025	18
	N_I	5	4	3	2		
9	X_I	5	8	28	31	0,05	122
	N_I	8	2	4	3		
10	X_I	7	17	28	32	0,01	57
	N_I	3	2	2	5		
11	X_I	7	15	16	22	0,025	69
	N_I	8	2	7	7		
12	X_I	6	8	9	26	0,05	65
	N_I	6	1	5	8		
13	X_I	6	8	4	3	0,01	89
	N_I	4	3	7	2		
14	X_I	4	7	8	21	0,025	99
	N_I	5	3	5	2		
15	X_I	7	9	20	36	0,05	151
	N_I	2	3	6	3		
16	X_I	6	8	12	25	0,01	52
	N_I	4	2	6	4		
17	X_I	5	13	17	23	0,025	58
	N_I	4	5	1	5		

18	X _I	3	4	7	32	0,05	21
	N _I	7	2	5	3		
19	X _I	7	15	16	22	0,01	146
	N _I	8	2	7	1		
20	X _I	6	8	9	26	0,025	59
	X _I	6	2	5	8	0,01	52
21	X _I	6	8	10	13	0,05	21
	N _I	1	3	7	2		
22	X _I	4	7	8	21	0,01	87
	N _I	5	5	6	2		
23	X _I	7	9	20	36	0,025	95
	N _I	4	3	1	3		
24	X _I	3	7	9	54	0,01	128
	N _I	2	4	3	4		
25	X _I	7	9	16	29	0,025	17
	N _I	3	4	5	3		
26	X _I	5	6	7	17	0,05	53
	N _I	5	4	2	2		
27	X _I	5	8	9	37	0,01	112
	N _I	4	5	3	4		
28	X _I	5	9	13	25	0,025	68
	N _I	7	2	2	3		
29	X _I	6	8	12	51	0,05	48
	N _I	6	3	5	3		
30	X _I	6	9	22	55	0,01	86
	N _I	5	4	7	2		

Таблица 5 Данные к заданию 3 ИЗ-2

В	α	ВЫБОРКА X					ВЫБОРКА Y				
1	0,01	X _I	6	8	12	51	y _I	6	9	22	55
		N _I	2	3	5	3	N _I	1	4	3	2
2	0,05	X _I	5	13	17	23	y _I	6	8	10	13
		N _I	4	2	1	5	N _I	2	3	4	1
3	0,01	X _I	6	9	22	55	y _I	4	7	8	21
		N _I	3	4	1	2	N _I	3	3	4	2
4	0,05	X _I	5	7	9	16	y _I	4	7	8	21
		N _I	5	1	4	2	N _I	3	3	4	2
5	0,01	X _I	6	8	12	25	y _I	7	9	20	36
		N _I	4	2	3	4	N _I	2	3	4	3
6	0,05	X _I	1	3	7	9	y _I	6	8	10	13

		N_I	3	2	4	3	N_I	5	2	3	2
7	0,01	X_I	2	4	7	6	Y_I	4	7	8	21
		N_I	1	5	2	3	N_I	5	3	2	2
8	0,05	X_I	5	7	9	14	Y_I	6	8	4	3
		N_I	2	3	2	4	N_I	4	3	2	2
9	0,01	X_I	1	2	5	7	Y_I	6	8	9	26
		N_I	2	4	3	1	N_I	3	1	5	2
10	0,05	X_I	3	4	6	8	Y_I	7	15	16	22
		N_I	2	5	1	3	N_I	4	2	3	1
11	0,01	X_I	6	8	12	25	Y_I	7	17	28	32
		N_I	4	3	1	4	N_I	3	2	2	5
12	0,05	X_I	5	13	17	23	Y_I	5	8	28	31
		N_I	4	3	1	5	N_I	1	2	4	3
13	0,01	X_I	7	9	20	36	Y_I	9	10	12	14
		N_I	1	3	5	3	N_I	1	4	3	2
14	0,05	X_I	5	8	9	26	Y_I	6	9	22	55
		N_I	1	2	5	3	N_I	5	4	1	2
15	0,01	X_I	4	7	8	21	Y_I	5	9	13	25
		N_I	4	3	4	2	N_I	1	2	2	3
16	0,05	X_I	3	4	7	32	Y_I	5	8	9	37
		N_I	2	4	5	1	N_I	4	1	3	4
17	0,01	X_I	7	15	16	22	Y_I	5	6	7	17
		N_I	1	2	4	1	N_I	5	4	2	2
18	0,05	X_I	5	13	17	23	Y_I	7	9	16	29
		N_I	4	3	1	5	N_I	3	4	2	3
19	0,01	X_I	7	9	20	36	Y_I	3	7	9	54
		N_I	4	3	1	3	N_I	2	4	3	4
20	0,05	X_I	6	8	12	25	Y_I	8	10	13	17
		N_I	4	2	1	4	N_I	6	3	2	1
21	0,01	X_I	4	7	8	21	Y_I	7	9	14	16
		N_I	1	1	6	2	N_I	1	2	4	5
22	0,05	X_I	6	8	9	26	Y_I	4	7	6	17
		N_I	1	2	5	1	N_I	1	4	5	2
23	0,05	X_I	5	13	17	23	Y_I	7	9	16	29
		N_I	4	3	1	5	N_I	3	4	2	3
24	0,01	X_I	6	8	12	51	Y_I	6	9	22	55
		N_I	2	3	5	3	N_I	1	4	3	2

25	0,05	χ_i	5	13	17	23	y_i	6	8	10	13
		N_i	4	2	1	5	N_i	2	3	4	1
26	0,01	χ_i	6	9	22	55	y_i	4	7	8	21
		N_i	3	4	1	2	N_i	3	3	4	2
27	0,05	χ_i	5	7	9	16	y_i	4	7	8	21
		N_i	5	1	4	2	N_i	3	3	4	2
28	0,01	χ_i	6	8	12	25	y_i	7	9	20	36
		N_i	4	2	3	4	N_i	2	3	4	3
29	0,05	χ_i	1	3	7	9	y_i	6	8	10	13
		N_i	3	2	4	3	N_i	5	2	3	2
30	0,01	χ_i	2	4	7	6	y_i	4	7	8	21
		N_i	1	5	2	3	N_i	5	3	2	2

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение статистической гипотезы.
2. Что такое статистический критерий?
3. Какая гипотеза может быть нулевой? альтернативной?
4. Объясните, что такое ошибка первого рода.
5. Объясните, что такое ошибка второго рода.
6. Можно ли одновременно уменьшить ошибки первого и второго рода?
7. Объясните, что такое левосторонняя, правосторонняя и двусторонняя критические области.
8. В чем состоит алгоритм проверки статистической гипотезы?

Тема 4. КРИТЕРИИ СОГЛАСИЯ

Цель: в результате изучения данной темы студент должен быть способен осуществлять анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных задач.

Оборудование: листы заданий для аудиторной работы, карточки с ИЗ, калькуляторы.

Форма проведения: занятие – практикум, включающий в себя следующие этапы: актуализация теоретических знаний, пробное решение несколькими студентами заданий у доски, самостоятельная работа студентов, контроль преподавателем индивидуальных заданий (ИЗ) студентов, выполненных самостоятельно.

Форма контроля: проверка выполнения ИЗ -3.

Основные формулы

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i^T}$$

$$k = m - r - 1$$

$$\text{Если } \chi^2_{\text{набл}} < \chi^2(\alpha; k) \Rightarrow H_0$$

$$\text{Если } \chi^2_{\text{набл}} > \chi^2(\alpha; k) \Rightarrow H_1$$

Решение типового варианта

Измерены 100 обработанных деталей, отклонения от заданного размера приведены в таблице:

x_i	$[-3; -2)$	$[-2; -1)$	$[-1; 0)$	$[0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 3)$	$[3; 4)$	$[4; 5)$
n_i	3	10	15	24	25	13	7	3

Проверить при уровне значимости $\alpha = 0,01$ гипотезу H_0 о том, что отклонения от проектного размера подчиняются нормальному закону распределения.

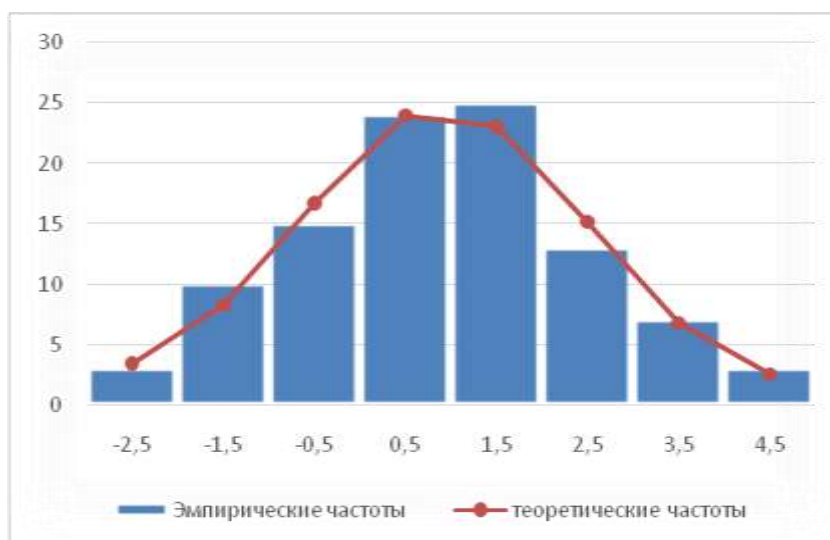
Решение. Случайную величину – отклонения – обозначим X . Найдем числовые характеристики:

$$\bar{x} = 0,9; \quad D_x = 2,54; \quad \sigma = 1,594$$

Для нахождения наблюдаемого значения параметра заполним таблицу:

Интервал, $[x_i; x_{i+1})$	Эмпир. част., n_i	$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{\sigma}$	$\Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)$	$\Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{\sigma}\right)$	P_i	Теорет. част., np_i	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-\infty; -2)$	3	$-\infty$	-1,8196	-0,5	-0,4656	0,0344	3,44	0,056279
$[-2; -1)$	10	-1,8196	-1,1922	-0,4656	-0,3830	0,0826	8,26	0,366538
$[-1; 0)$	15	-1,1922	-0,5647	-0,3830	-0,2157	0,1673	16,73	0,178894
$[0; 1)$	24	-0,5647	0,0628	-0,2157	0,0239	0,2396	23,96	6,68E-05
$[1; 2)$	25	0,06275	0,6902	0,0239	0,2549	0,231	23,1	0,156277
$[2; 3)$	13	0,6902	1,3177	0,2549	0,4066	0,1517	15,17	0,310409
$[3; 4)$	7	1,3177	1,9451	0,4066	0,4744	0,0678	6,78	0,007139
$[4; +\infty)$	3	1,9451	$+\infty$	0,4744	0,5	0,0256	2,56	0,075625
	100					1	100	1,151227

Построим на одном чертеже гистограмму эмпирических частот и кривую теоретических частот.



Находим число степеней свободы. По выборке рассчитаны два параметра, $r = 2$. Количество интервалов $m = 8$, следовательно, $k = m - r - 1 = 8 - 2 - 1 = 5$. По таблице $\chi^2_{кр}(0,01; 5) = 15,1$. Т.к. $\chi^2_{набл} = 1,1512 < \chi^2_{кр}(0,01; 5) = 15,1$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

ИЗ-3

Темп роста курса акций 100 фирм по сравнению с предыдущим периодом (%) представлен в таблице 6. Построить по этим данным интервальный вариационный ряд случайной величины X и начертить гистограмму. Вычислить среднее арифметическое выборки, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение. Используя критерий χ^2 - Пирсона по данному вариационному ряду при уровне значимости $\alpha = 0,05$, проверить гипотезу о том, что случайная величина X распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и теоретическую нормальную кривую.

Таблица 6 Данные к ИЗ-3

В-1	28,5	24,8	17,8	20,7	15,7	21,3	24,0	23,6	36,6	21,3
	37,4	29,3	24,4	14,1	27,7	35,3	24,3	10,1	18,7	24,3
	23,3	32,2	17,5	25,8	27,6	24,3	33,5	34,1	17,8	22,0
	17,9	22,7	10,9	32,3	17,2	24,1	21,2	28,2	30,9	25,9
	20,2	31,4	23,7	27,1	25,1	23,3	28,9	17,9	15,3	28,1
	33,2	14,5	24,5	17,1	27,9	23,3	32,9	33,1	20,4	28,3
	25,8	18,7	24,1	20,7	29,1	25,1	31,4	20,6	31,3	33,6
	28,9	30,8	28,2	25,1	24,9	22,0	30,9	26,3	20,6	22,7
	20,0	27,1	23,7	22,6	34,2	37,1	35,2	25,5	29,0	18,2
	25,9	16,5	18,8	26,2	14,4	24,8	29,8	20,1	21,0	20,4
В-2	32,9	20,1	34,0	30,1	30,7	22,6	21,4	30,4	28,2	33,0
	26,3	30,9	31,4	27,7	25,1	35,5	22,5	20,1	26,5	38,0
	35,5	24,5	30,1	35,5	22,6	15,6	33,1	19,8	28,8	20,7
	33,0	24,5	30,5	22,5	34,6	24,1	25,1	17,6	31,7	22,2
	22,5	20,4	27,9	23,0	17,8	30,0	22,5	16,5	22,1	29,0
	17,7	16,6	25,0	28,5	26,0	20,2	24,6	18,8	25,6	35,4
	22,4	31,2	18,5	24,0	22,8	12,3	18,1	26,6	25,8	23,6

	23,4	22,5	25,9	25,1	32,3	14,1	18,9	24,6	30,1	25,6
	17,8	16,6	25,3	26,6	21,9	31,0	26,4	28,3	23,6	23,6
	27,3	31,1	21,7	31,2	28,0	34,1	18,0	23,0	21,1	39,6
B-3	22,6	16,6	18,9	26,5	16,3	19,9	25,2	20,3	24,9	20,8
	17,2	17,1	23,9	29,9	23,2	23,6	16,1	23,8	21,4	31,3
	14,7	24,8	20,6	17,4	32,0	29,4	25,3	18,5	29,3	27,6
	27,6	34,8	19,2	14,0	39,9	28,0	34,6	21,7	32,0	20,4
	21,4	26,9	21,7	32,1	19,0	14,0	21,9	19,2	19,7	22,0
	22,7	18,7	19,1	24,0	23,3	26,3	27,3	13,7	27,3	21,3
	24,4	26,1	26,2	30,1	34,5	23,1	21,5	27,7	23,4	22,4
	29,9	23,5	26,5	20,8	29,5	21,4	18,0	27,9	26,6	19,7
	25,6	25,9	22,7	29,0	23,4	20,1	22,2	24,1	20,8	34,9
	34,6	21,0	24,4	25,7	19,8	22,2	23,7	21,1	34,4	21,9
B-4	31,2	23,0	24,5	33,5	24,2	29,0	21,6	42,9	32,7	20,3
	19,8	21,6	30,9	22,6	27,3	23,2	32,9	33,0	27,8	32,0
	33,1	33,0	31,9	15,2	23,0	42,1	28,6	27,9	34,5	20,2
	24,9	25,5	30,1	31,5	27,5	20,9	16,2	31,8	22,5	24,2
	25,4	17,7	31,7	21,2	22,1	31,9	23,7	26,6	23,8	23,5
	24,5	28,5	12,9	31,9	15,3	19,3	14,7	34,3	13,2	33,3
	30,2	30,0	16,6	24,1	28,3	23,4	22,8	17,1	21,6	29,8
	24,5	16,6	16,5	16,0	26,5	30,9	18,0	16,4	37,4	25,3
	22,8	23,0	25,2	18,6	16,6	34,1	26,3	27,3	23,0	28,7
	22,0	13,5	17,9	29,9	24,0	16,0	25,5	24,8	14,2	30,4
B-5	35,6	20,1	21,2	24,4	28,4	22,0	29,3	15,5	27,3	17,8
	27,6	18,5	19,3	23,1	30,8	27,9	31,2	11,8	25,1	31,1
	38,9	21,8	22,1	21,9	24,0	30,1	23,3	35,7	26,4	20,3
	29,1	28,6	24,7	25,7	29,4	31,4	30,6	28,1	27,2	22,4
	13,7	25,7	27,5	25,6	18,1	26,9	23,6	17,6	17,6	28,5
	16,3	19,7	31,6	16,2	26,4	24,9	27,1	30,9	21,6	34,7
	27,2	29,5	19,6	31,3	18,5	18,0	28,8	28,1	25,6	20,5
	26,0	16,0	23,7	16,5	36,3	24,3	20,3	30,0	22,6	35,4
	22,4	26,9	20,6	30,4	22,3	12,9	29,6	39,1	21,4	26,2
	14,5	30,6	20,9	28,3	14,9	25,7	30,1	21,6	27,6	20,5
B-6	54,8	35,3	38,3	56,0	61,9	39,1	41,6	65,8	58,6	56,1
	58,7	46,0	45,6	42,7	41,4	44,1	51,0	59,5	57,4	39,9
	48,9	48,9	40,5	55,4	46,2	40,2	47,4	62,8	57,2	59,4
	48,4	36,0	51,0	51,8	71,9	48,6	46,9	47,2	56,7	43,9
	47,4	60,6	42,3	59,6	46,7	54,6	60,1	56,1	63,3	63,3
	53,9	42,8	50,5	51,8	32,5	48,5	58,9	64,5	54,1	52,6
	52,4	33,6	45,4	54,3	49,3	44,2	65,5	48,2	51,5	49,8
	40,2	46,6	48,6	50,8	65,4	29,0	65,8	65,9	36,3	48,3
	54,5	46,8	55,0	63,0	38,1	47,8	56,8	49,8	55,4	32,2
	66,3	58,0	40,2	51,8	42,2	48,1	42,6	36,2	50,1	53,0
B-7	48,9	48,1	60,5	36,4	33,2	71,0	50,1	50,7	38,2	44,9
	57,4	69,6	50,2	44,9	45,5	45,6	44,6	64,6	48,2	51,9
	49,9	52,5	47,3	39,0	53,1	56,8	37,3	63,9	52,8	52,9
	42,0	54,2	53,8	57,6	47,2	52,6	48,2	58,5	38,7	48,4
	58,1	38,8	40,9	42,0	67,9	53,8	58,9	43,0	64,6	47,4
	47,4	30,2	64,7	46,8	47,6	36,7	51,8	58,8	59,1	41,7

	52,4	61,5	35,1	48,6	49,7	49,2	59,4	44,4	51,8	54,3
	50,7	47,1	44,0	31,2	63,0	34,2	42,1	49,6	49,9	33,7
	33,4	51,4	52,9	38,1	46,0	53,3	55,0	58,8	40,8	54,0
	36,7	44,7	54,5	58,7	58,7	35,1	48,8	49,4	71,9	46,6
B-8	45,7	58,5	49,6	50,7	53,1	62,8	57,8	49,6	62,0	55,2
	35,0	32,2	57,9	62,6	48,2	68,2	31,9	49,9	63,4	51,8
	44,8	55,1	54,2	53,6	57,6	46,6	63,4	51,6	38,4	48,8
	56,8	43,0	40,4	55,7	49,3	51,7	59,8	46,8	46,5	48,5
	58,1	64,3	33,1	26,3	40,8	50,3	49,1	38,5	42,7	51,4
	55,8	48,2	48,7	44,2	54,5	48,3	58,5	51,1	53,7	47,9
	82,8	46,5	51,8	59,2	35,1	42,5	58,0	68,4	46,2	58,0
	53,7	49,2	57,7	38,9	65,8	39,0	62,3	52,3	46,9	43,4
	51,1	43,1	32,6	57,1	50,5	52,6	50,5	41,6	45,0	56,7
	54,3	51,1	46,5	35,7	56,8	44,4	54,9	53,3	52,9	55,9
B-9	33,3	38,8	38,3	39,6	37,9	48,7	58,4	55,7	61,7	51,9
	35,5	45,9	53,7	55,3	46,3	42,1	48,9	47,3	54,6	46,5
	46,5	28,9	51,0	46,4	51,2	58,8	40,5	53,6	51,7	59,4
	73,4	37,5	54,3	47,8	68,1	70,1	72,2	56,1	47,2	41,8
	53,4	61,0	51,1	52,4	41,2	47,3	63,3	50,7	40,4	51,8
	49,5	48,4	40,2	40,9	43,5	71,2	55,1	50,0	53,8	57,0
	55,7	51,1	38,6	47,1	41,8	49,9	35,7	57,6	40,1	46,6
	58,3	56,4	64,2	65,8	35,2	34,4	32,4	47,7	43,5	64,9
	48,6	48,2	42,6	48,0	53,9	39,5	41,0	58,2	37,9	46,0
	42,2	36,0	47,5	45,5	60,4	48,4	55,4	49,3	51,7	43,3
B-10	50,4	63,7	38,8	46,6	41,3	48,9	47,2	50,1	43,8	31,1
	51,6	47,5	33,9	33,8	41,6	63,9	56,2	59,2	50,5	52,3
	49,8	40,2	60,8	38,9	54,5	60,2	49,4	51,1	46,8	38,0
	61,7	48,7	56,1	57,6	63,2	48,3	58,6	48,0	26,0	41,9
	60,3	31,1	43,5	72,6	56,9	48,2	54,2	55,3	49,5	47,9
	43,4	54,0	40,2	49,0	47,7	56,8	48,4	56,7	51,1	42,6
	58,9	79,6	66,2	53,3	47,1	30,3	34,1	48,0	72,6	54,7
	68,6	31,8	35,7	64,8	45,2	35,0	52,6	36,7	65,3	38,9
	46,4	56,8	52,3	58,9	37,6	54,8	67,1	61,5	37,2	44,8
	46,3	47,3	41,9	68,6	73,4	44,6	56,3	53,7	49,9	42,1
B-11	27,6	24,3	33,5	34,1	17,8	22	23,3	32,2	17,5	25,8
	17,2	24,1	21,2	28,2	30,9	25,9	17,9	22,7	10,9	32,3
	25,1	23,3	28,9	17,9	15,3	28,1	20,2	31,4	23,7	27,1
	27,9	23,3	32,9	33,1	20,4	28,3	33,2	14,5	24,5	17,1
	29,1	25,1	31,4	20,6	31,3	33,6	25,8	18,7	24,1	20,7
	24,9	22	30,9	26,3	20,6	22,7	28,9	30,8	28,2	25,1
	34,2	37,1	35,2	25,5	29	18,2	20	27,1	23,7	22,6
	14,4	24,8	29,8	20,1	21	20,4	25,9	16,5	18,8	26,2
	15,7	21,3	24	23,6	36,6	21,3	28,5	24,8	17,8	20,7
	27,7	35,3	24,3	10,1	18,7	24,3	37,4	29,3	24,4	14,1
B-12	21,9	31	26,4	28,3	23,6	23,6	17,8	16,6	25,3	26,6
	28	34,1	18	23	21,1	39,6	27,3	31,1	21,7	31,2
	30,7	22,6	21,4	30,4	28,2	33	32,9	20,1	34	30,1
	25,1	35,5	22,5	20,1	26,5	38	26,3	30,9	31,4	27,7

	22,6	15,6	33,1	19,8	28,8	20,7	35,5	24,5	30,1	35,5
	34,6	24,1	25,1	17,6	31,7	22,2	33	24,5	30,5	22,5
	17,8	30	22,5	16,5	22,1	29	22,5	20,4	27,9	23
	26	20,2	24,6	18,8	25,6	35,4	17,7	16,6	25	28,5
	22,8	12,3	18,1	26,6	25,8	23,6	22,4	31,2	18,5	24
	32,3	14,1	18,9	24,6	30,1	25,6	23,4	22,5	25,9	25,1
B-13	29	23,4	20,1	22,2	24,1	20,8	34,9	25,6	25,9	22,7
	25,7	19,8	22,2	23,7	21,1	34,4	21,9	34,6	21	24,4
	26,5	16,3	19,9	25,2	20,3	24,9	20,8	22,6	16,6	18,9
	29,9	23,2	23,6	16,1	23,8	21,4	31,3	17,2	17,1	23,9
	17,4	32	29,4	25,3	18,5	29,3	27,6	14,7	24,8	20,6
	14	39,9	28	34,6	21,7	32	20,4	27,6	34,8	19,2
	32,1	19	14	21,9	19,2	19,7	22	21,4	26,9	21,7
	24	23,3	26,3	27,3	13,7	27,3	21,3	22,7	18,7	19,1
	30,1	34,5	23,1	21,5	27,7	23,4	22,4	24,4	26,1	26,2
B-14	20,8	29,5	21,4	18	27,9	26,6	19,7	29,9	23,5	26,5
	25,2	18,6	16,6	34,1	26,3	27,3	23	28,7	22,8	23
	17,9	29,9	24	16	25,5	24,8	14,2	30,4	22	13,5
	24,5	33,5	24,2	29	21,6	42,9	32,7	20,3	31,2	23
	30,9	22,6	27,3	23,2	32,9	33	27,8	32	19,8	21,6
	31,9	15,2	23	42,1	28,6	27,9	34,5	20,2	33,1	33
	30,1	31,5	27,5	20,9	16,2	31,8	22,5	24,2	24,9	25,5
	31,7	21,2	22,1	31,9	23,7	26,6	23,8	23,5	25,4	17,7
	12,9	31,9	15,3	19,3	14,7	34,3	13,2	33,3	24,5	28,5
	16,6	24,1	28,3	23,4	22,8	17,1	21,6	29,8	30,2	30
B-15	16,5	16	26,5	30,9	18	16,4	37,4	25,3	24,5	16,6
	20,6	30,4	22,3	12,9	29,6	39,1	21,4	26,2	22,4	26,9
	20,9	28,3	14,9	25,7	30,1	21,6	27,6	20,5	14,5	30,6
	21,2	24,4	28,4	22	29,3	15,5	27,3	17,8	35,6	20,1
	19,3	23,1	30,8	27,9	31,2	11,8	25,1	31,1	27,6	18,5
	22,1	21,9	24	30,1	23,3	35,7	26,4	20,3	38,9	21,8
	24,7	25,7	29,4	31,4	30,6	28,1	27,2	22,4	29,1	28,6
	27,5	25,6	18,1	26,9	23,6	17,6	17,6	28,5	13,7	25,7
	31,6	16,2	26,4	24,9	27,1	30,9	21,6	34,7	16,3	19,7
	19,6	31,3	18,5	18	28,8	28,1	25,6	20,5	27,2	29,5
B-16	23,7	16,5	36,3	24,3	20,3	30	22,6	35,4	26	16
	63	38,1	47,8	56,8	49,8	55,4	32,2	54,5	46,8	55
	51,8	42,2	48,1	42,6	36,2	50,1	53	66,3	58	40,2
	56	61,9	39,1	41,6	65,8	58,6	56,1	54,8	35,3	38,3
	42,7	41,4	44,1	51	59,5	57,4	39,9	58,7	46	45,6
	55,4	46,2	40,2	47,4	62,8	57,2	59,4	48,9	48,9	40,5
	51,8	71,9	48,6	46,9	47,2	56,7	43,9	48,4	36	51
	59,6	46,7	54,6	60,1	56,1	63,3	63,3	47,4	60,6	42,3
	51,8	32,5	48,5	58,9	64,5	54,1	52,6	53,9	42,8	50,5
	54,3	49,3	44,2	65,5	48,2	51,5	49,8	52,4	33,6	45,4
B-	50,8	65,4	29	65,8	65,9	36,3	48,3	40,2	46,6	48,6
	38,1	46	53,3	55	58,8	40,8	54	33,4	51,4	52,9

17	58,7	58,7	35,1	48,8	49,4	71,9	46,6	36,7	44,7	54,5
	36,4	33,2	71	50,1	50,7	38,2	44,9	48,9	48,1	60,5
	44,9	45,5	45,6	44,6	64,6	48,2	51,9	57,4	69,6	50,2
	39	53,1	56,8	37,3	63,9	52,8	52,9	49,9	52,5	47,3
	57,6	47,2	52,6	48,2	58,5	38,7	48,4	42	54,2	53,8
	42	67,9	53,8	58,9	43	64,6	47,4	58,1	38,8	40,9
	46,8	47,6	36,7	51,8	58,8	59,1	41,7	47,4	30,2	64,7
	48,6	49,7	49,2	59,4	44,4	51,8	54,3	52,4	61,5	35,1
	31,2	63	34,2	42,1	49,6	49,9	33,7	50,7	47,1	44
B-18	57,1	50,5	52,6	50,5	41,6	45	56,7	51,1	43,1	32,6
	35,7	56,8	44,4	54,9	53,3	52,9	55,9	54,3	51,1	46,5
	50,7	53,1	62,8	57,8	49,6	62	55,2	45,7	58,5	49,6
	62,6	48,2	68,2	31,9	49,9	63,4	51,8	35	32,2	57,9
	53,6	57,6	46,6	63,4	51,6	38,4	48,8	44,8	55,1	54,2
	55,7	49,3	51,7	59,8	46,8	46,5	48,5	56,8	43	40,4
	26,3	40,8	50,3	49,1	38,5	42,7	51,4	58,1	64,3	33,1
	44,2	54,5	48,3	58,5	51,1	53,7	47,9	55,8	48,2	48,7
	59,2	35,1	42,5	58	68,4	46,2	58	82,8	46,5	51,8
B-19	38,9	65,8	39	62,3	52,3	46,9	43,4	53,7	49,2	57,7
	42,6	48	53,9	39,5	41	58,2	37,9	46	48,6	48,2
	47,5	45,5	60,4	48,4	55,4	49,3	51,7	43,3	42,2	36
	38,3	39,6	37,9	48,7	58,4	55,7	61,7	51,9	33,3	38,8
	53,7	55,3	46,3	42,1	48,9	47,3	54,6	46,5	35,5	45,9
	51	46,4	51,2	58,8	40,5	53,6	51,7	59,4	46,5	28,9
	54,3	47,8	68,1	70,1	72,2	56,1	47,2	41,8	73,4	37,5
	51,1	52,4	41,2	47,3	63,3	50,7	40,4	51,8	53,4	61
	40,2	40,9	43,5	71,2	55,1	50	53,8	57	49,5	48,4
B-20	38,6	47,1	41,8	49,9	35,7	57,6	40,1	46,6	55,7	51,1
	64,2	65,8	35,2	34,4	32,4	47,7	43,5	64,9	58,3	56,4
	52,3	58,9	37,6	54,8	67,1	61,5	37,2	44,8	46,4	56,8
	41,9	68,6	73,4	44,6	56,3	53,7	49,9	42,1	46,3	47,3
	38,8	46,6	41,3	48,9	47,2	50,1	43,8	31,1	50,4	63,7
	33,9	33,8	41,6	63,9	56,2	59,2	50,5	52,3	51,6	47,5
	60,8	38,9	54,5	60,2	49,4	51,1	46,8	38	49,8	40,2
	56,1	57,6	63,2	48,3	58,6	48	26	41,9	61,7	48,7
	43,5	72,6	56,9	48,2	54,2	55,3	49,5	47,9	60,3	31,1
B-21	40,2	49	47,7	56,8	48,4	56,7	51,1	42,6	43,4	54
	66,2	53,3	47,1	30,3	34,1	48	72,6	54,7	58,9	79,6
	35,7	64,8	45,2	35	52,6	36,7	65,3	38,9	68,6	31,8
	27,7	35,3	24,3	10,1	18,7	24,3	37,4	29,3	24,4	14,1
	34,2	37,1	35,2	25,5	29	18,2	20	27,1	23,7	22,6
	14,4	24,8	29,8	20,1	21	20,4	25,9	16,5	18,8	26,2
	15,7	21,3	24	23,6	36,6	21,3	28,5	24,8	17,8	20,7
	24,9	22	30,9	26,3	20,6	22,7	28,9	30,8	28,2	25,1
B-21	27,6	24,3	33,5	34,1	17,8	22	23,3	32,2	17,5	25,8
	17,2	24,1	21,2	28,2	30,9	25,9	17,9	22,7	10,9	32,3
	25,1	23,3	28,9	17,9	15,3	28,1	20,2	31,4	23,7	27,1

	27,9	23,3	32,9	33,1	20,4	28,3	33,2	14,5	24,5	17,1
	29,1	25,1	31,4	20,6	31,3	33,6	25,8	18,7	24,1	20,7
B-22	18,5	24	22,8	12,3	18,1	26,6	25,8	23,6	22,4	31,2
	25,9	25,1	32,3	14,1	18,9	24,6	30,1	25,6	23,4	22,5
	25,3	26,6	21,9	31	26,4	28,3	23,6	23,6	17,8	16,6
	21,7	31,2	28	34,1	18	23	21,1	39,6	27,3	31,1
	34	30,1	30,7	22,6	21,4	30,4	28,2	33	32,9	20,1
	31,4	27,7	25,1	35,5	22,5	20,1	26,5	38	26,3	30,9
	30,1	35,5	22,6	15,6	33,1	19,8	28,8	20,7	35,5	24,5
	30,5	22,5	34,6	24,1	25,1	17,6	31,7	22,2	33	24,5
	27,9	23	17,8	30	22,5	16,5	22,1	29	22,5	20,4
	25	28,5	26	20,2	24,6	18,8	25,6	35,4	17,7	16,6
B-23	21,5	27,7	23,4	22,4	24,4	26,1	26,2	30,1	34,5	23,1
	18	27,9	26,6	19,7	29,9	23,5	26,5	20,8	29,5	21,4
	22,2	24,1	20,8	34,9	25,6	25,9	22,7	29	23,4	20,1
	23,7	21,1	34,4	21,9	34,6	21	24,4	25,7	19,8	22,2
	25,2	20,3	24,9	20,8	22,6	16,6	18,9	26,5	16,3	19,9
	16,1	23,8	21,4	31,3	17,2	17,1	23,9	29,9	23,2	23,6
	25,3	18,5	29,3	27,6	14,7	24,8	20,6	17,4	32	29,4
	34,6	21,7	32	20,4	27,6	34,8	19,2	14	39,9	28
	21,9	19,2	19,7	22	21,4	26,9	21,7	32,1	19	14
	27,3	13,7	27,3	21,3	22,7	18,7	19,1	24	23,3	26,3
B-24	28,3	23,4	22,8	17,1	21,6	29,8	30,2	30	16,6	24,1
	26,5	30,9	18	16,4	37,4	25,3	24,5	16,6	16,5	16
	16,6	34,1	26,3	27,3	23	28,7	22,8	23	25,2	18,6
	24	16	25,5	24,8	14,2	30,4	22	13,5	17,9	29,9
	24,2	29	21,6	42,9	32,7	20,3	31,2	23	24,5	33,5
	27,3	23,2	32,9	33	27,8	32	19,8	21,6	30,9	22,6
	23	42,1	28,6	27,9	34,5	20,2	33,1	33	31,9	15,2
	27,5	20,9	16,2	31,8	22,5	24,2	24,9	25,5	30,1	31,5
	22,1	31,9	23,7	26,6	23,8	23,5	25,4	17,7	31,7	21,2
	15,3	19,3	14,7	34,3	13,2	33,3	24,5	28,5	12,9	31,9
B-25	18,5	18	28,8	28,1	25,6	20,5	27,2	29,5	19,6	31,3
	36,3	24,3	20,3	30	22,6	35,4	26	16	23,7	16,5
	22,3	12,9	29,6	39,1	21,4	26,2	22,4	26,9	20,6	30,4
	14,9	25,7	30,1	21,6	27,6	20,5	14,5	30,6	20,9	28,3
	28,4	22	29,3	15,5	27,3	17,8	35,6	20,1	21,2	24,4
	30,8	27,9	31,2	11,8	25,1	31,1	27,6	18,5	19,3	23,1
	24	30,1	23,3	35,7	26,4	20,3	38,9	21,8	22,1	21,9
	29,4	31,4	30,6	28,1	27,2	22,4	29,1	28,6	24,7	25,7
	18,1	26,9	23,6	17,6	17,6	28,5	13,7	25,7	27,5	25,6
	26,4	24,9	27,1	30,9	21,6	34,7	16,3	19,7	31,6	16,2
B-26	44,2	65,5	48,2	51,5	49,8	52,4	33,6	45,4	54,3	49,3
	29	65,8	65,9	36,3	48,3	40,2	46,6	48,6	50,8	65,4
	47,8	56,8	49,8	55,4	32,2	54,5	46,8	55	63	38,1
	48,1	42,6	36,2	50,1	53	66,3	58	40,2	51,8	42,2
	39,1	41,6	65,8	58,6	56,1	54,8	35,3	38,3	56	61,9

	44,1	51	59,5	57,4	39,9	58,7	46	45,6	42,7	41,4
	40,2	47,4	62,8	57,2	59,4	48,9	48,9	40,5	55,4	46,2
	48,6	46,9	47,2	56,7	43,9	48,4	36	51	51,8	71,9
	54,6	60,1	56,1	63,3	63,3	47,4	60,6	42,3	59,6	46,7
	48,5	58,9	64,5	54,1	52,6	53,9	42,8	50,5	51,8	32,5
B-27	59,4	44,4	51,8	54,3	52,4	61,5	35,1	48,6	49,7	49,2
	42,1	49,6	49,9	33,7	50,7	47,1	44	31,2	63	34,2
	55	58,8	40,8	54	33,4	51,4	52,9	38,1	46	53,3
	48,8	49,4	71,9	46,6	36,7	44,7	54,5	58,7	58,7	35,1
	50,1	50,7	38,2	44,9	48,9	48,1	60,5	36,4	33,2	71
	44,6	64,6	48,2	51,9	57,4	69,6	50,2	44,9	45,5	45,6
	37,3	63,9	52,8	52,9	49,9	52,5	47,3	39	53,1	56,8
	48,2	58,5	38,7	48,4	42	54,2	53,8	57,6	47,2	52,6
	58,9	43	64,6	47,4	58,1	38,8	40,9	42	67,9	53,8
	51,8	58,8	59,1	41,7	47,4	30,2	64,7	46,8	47,6	36,7
B-28	42,5	58	68,4	46,2	58	82,8	46,5	51,8	59,2	35,1
	39	62,3	52,3	46,9	43,4	53,7	49,2	57,7	38,9	65,8
	52,6	50,5	41,6	45	56,7	51,1	43,1	32,6	57,1	50,5
	44,4	54,9	53,3	52,9	55,9	54,3	51,1	46,5	35,7	56,8
	62,8	57,8	49,6	62	55,2	45,7	58,5	49,6	50,7	53,1
	68,2	31,9	49,9	63,4	51,8	35	32,2	57,9	62,6	48,2
	46,6	63,4	51,6	38,4	48,8	44,8	55,1	54,2	53,6	57,6
	51,7	59,8	46,8	46,5	48,5	56,8	43	40,4	55,7	49,3
	50,3	49,1	38,5	42,7	51,4	58,1	64,3	33,1	26,3	40,8
	48,3	58,5	51,1	53,7	47,9	55,8	48,2	48,7	44,2	54,5
B-29	49,9	35,7	57,6	40,1	46,6	55,7	51,1	38,6	47,1	41,8
	34,4	32,4	47,7	43,5	64,9	58,3	56,4	64,2	65,8	35,2
	39,5	41	58,2	37,9	46	48,6	48,2	42,6	48	53,9
	48,4	55,4	49,3	51,7	43,3	42,2	36	47,5	45,5	60,4
	48,7	58,4	55,7	61,7	51,9	33,3	38,8	38,3	39,6	37,9
	42,1	48,9	47,3	54,6	46,5	35,5	45,9	53,7	55,3	46,3
	58,8	40,5	53,6	51,7	59,4	46,5	28,9	51	46,4	51,2
	70,1	72,2	56,1	47,2	41,8	73,4	37,5	54,3	47,8	68,1
	47,3	63,3	50,7	40,4	51,8	53,4	61	51,1	52,4	41,2
	71,2	55,1	50	53,8	57	49,5	48,4	40,2	40,9	43,5
B-30	30,3	34,1	48	72,6	54,7	58,9	79,6	66,2	53,3	47,1
	35	52,6	36,7	65,3	38,9	68,6	31,8	35,7	64,8	45,2
	54,8	67,1	61,5	37,2	44,8	46,4	56,8	52,3	58,9	37,6
	44,6	56,3	53,7	49,9	42,1	46,3	47,3	41,9	68,6	73,4
	48,9	47,2	50,1	43,8	31,1	50,4	63,7	38,8	46,6	41,3
	63,9	56,2	59,2	50,5	52,3	51,6	47,5	33,9	33,8	41,6
	60,2	49,4	51,1	46,8	38	49,8	40,2	60,8	38,9	54,5
	48,3	58,6	48	26	41,9	61,7	48,7	56,1	57,6	63,2
	48,2	54,2	55,3	49,5	47,9	60,3	31,1	43,5	72,6	56,9
	56,8	48,4	56,7	51,1	42,6	43,4	54	40,2	49	47,7

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое критерии согласия?
2. В чем состоит суть критерия Пирсона?
3. Расскажите алгоритм проверки критерия согласия?
4. Если нет оснований отвергать нулевую гипотезу, то о чем это говорит?

Тема 5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИИ

Цель: в результате изучения данной темы студент должен быть способен на основе описания процессов и явлений строить стандартные теоретические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

Оборудование: листы заданий для аудиторной работы, карточки с ИЗ, калькуляторы.

Форма проведения: занятие – практикум, включающий в себя следующие этапы: актуализация теоретических знаний, пробное решение несколькими студентами заданий у доски, самостоятельная работа студентов, контроль преподавателем индивидуальных заданий (ИЗ) студентов, выполненных самостоятельно.

Форма контроля: проверка выполнения ИЗ -4.

Основные формулы

Выборочный коэффициент корреляции

$$r_b = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Выборочное уравнение прямой регрессии Y на X:

$$y_x - \bar{y} = r_b \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

Выборочное уравнение прямой регрессии X на Y:

$$x_y - \bar{x} = r_b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y})$$

Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции

$$H_0: r_b = 0 \quad H_1: r_b \neq 0,$$

$$T_{\text{набл}} = |r_b| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r_b^2}}$$

$k = n - 2$ $t_{\text{кр}}(\alpha; k)$ по приложению №3.

$$\text{Если } |T_{\text{набл}}| < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$$

$$\text{Если } |T_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$$

Ранговая корреляция (коэффициент ранговой корреляции Спирмена)

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n}$$

Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена

$$H_0: \rho_B = 0, \quad H_1: \rho_B \neq 0$$

$$T_{\text{набл}} = |\rho_B| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho_B^2}}$$

$t_{\text{кр}}(\alpha; k)$ по приложению №3

Если $T_{\text{набл}} < t_{\text{кр}} \Rightarrow H_0$. Если $T_{\text{набл}} > t_{\text{кр}} \Rightarrow H_1$

Решение типового варианта

1. Определить коэффициент линейной корреляции между двумя рядами показателей. Найти уравнения выборочной прямой регрессии Y на X и X на Y .

x	1	2	3	3	7	12
y	2	3	8	4	5	8

При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции. Другими словами, требуется проверить, является ли значимой корреляционная связь между этими рядами.

Решение.

$$1. \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1+2+3+3+7+12}{6} = 4,67$$

$$2. \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot x_i^2}{n} = \frac{n_1 \cdot x_1^2 + n_2 \cdot x_2^2 + \dots + n_n \cdot x_n^2}{n} = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 + 7^2 + 12^2}{6} = 36$$

$$3. D(X) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 36 - 4,67^2 = 14,19$$

$$4. \sigma_x = \sqrt{D(X)} = \sqrt{14,19} = 3,77$$

$$5. \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{2+3+8+4+5+8}{6} = 5$$

$$6. \overline{y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i \cdot y_i^2}{n} = \frac{2^2 + 3^2 + 8^2 + 4^2 + 5^2 + 8^2}{6} = 30,33$$

$$7. D(Y) = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = 30,33 - 5^2 = 5,33$$

$$8. \sigma_y = \sqrt{D(Y)} = \sqrt{5,33} = 2,31$$

9.

$$\overline{x \cdot y} = \frac{x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n}{n} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 12 \cdot 8}{6} = 29,17$$

$$10. r_B = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{29,17 - 4,67 \cdot 5}{3,77 \cdot 2,31} = 0,67$$

11. Найдем выборочное уравнение прямой регрессии Y на X:

$$y_x - 5 = 0,67 \cdot \frac{2,31}{3,77}(x - 4,67)$$

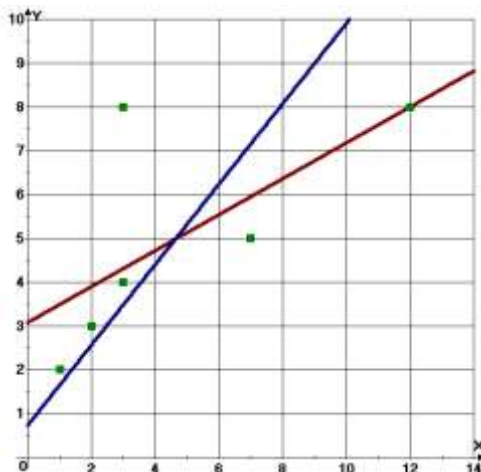
$$y_x = 0,41x + 3,08$$

12. Найдем выборочное уравнение прямой регрессии X на Y:

$$x_y - 4,67 = 0,67 \cdot \frac{3,77}{2,31}(y - 5)$$

$$x_y = 1,09y - 0,8$$

Изобразим на одном чертеже точками эмпирические данные и выборочные уравнения прямой регрессии Y на X и X на Y.



Проверим, является ли значимой корреляционная связь между этими рядами. Вычислим наблюдаемое значение критерия

$$T_{\text{набл}} = |r_B| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r_B^2}} = |0,67| \cdot \sqrt{\frac{6-2}{1-0,67^2}} = 1,805$$

Найдем критическую точку двусторонней критической области распределения Стьюдента по уровню значимости $\alpha = 0,01$ и числу степеней свободы $k = n-1 = 6-2 = 4$. Найдем критическую точку (приложение 3): $t_{\text{кр}}(0,01; 8) = 4,6$

$$\text{Итак, } T_{\text{набл}} = 1,805 < t_{\text{кр}}(0,01; 8) = 4,6$$

Так как $T_{\text{набл}} < t_{\text{кр}}$ - нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции. Другими словами, корреляционная связь между оценками по двум тестам незначима.

2. Два контролера A и B расположили образцы изделий, изготовленных девятью мастерами, в порядке ухудшения качества (в скобках помещены порядковые номера изделий одинакового качества):

$$\begin{array}{l} \text{(A)} \quad 1 \quad 2 \quad (3, \quad 4, \quad 5) \quad (6, \quad 7, \quad 8, \quad 9) \\ \text{(B)} \quad 2 \quad 1 \quad 4 \quad 3 \quad 5 \quad (6, \quad 7) \quad 8 \quad 9 \end{array}$$

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между рангами изделий, присвоенными им двумя контролерами. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

Другими словами, требуется проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между оценками по двум тестам.

Решение. Учитывая, что ранги изделий одинакового качества равны среднему арифметическому порядковых номеров изделий: $\frac{3+4+5}{3} = 4$, $\frac{6+7+8+9}{4} = 7,5$,

$\frac{6+7}{2} = 6,5$, напомним последовательности рангов, присвоенные изделиям контролерами:

$$\begin{array}{cccccccc} x_i & 1 & 2 & 4 & 4 & 4 & 7,5 & 7,5 & 7,5 & 7,5 \\ y_i & 2 & 1 & 4 & 3 & 5 & 6,5 & 6,5 & 8 & 9 \end{array}$$

Найдем выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена, учитывая, что $\sum d_i^2 = 8,5$, $n = 9$:

$$\rho_v = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 8,5}{9^3 - 9} = 0,93$$

Итак, $\rho_v = 0,93$.

Вычислим наблюдаемое значение критерия

$$T_{\text{набл}} = |\rho_v| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho_v^2}} = |0,93| \cdot \sqrt{\frac{10-2}{1-0,93^2}} = 2,356$$

Найдем критическую точку двусторонней критической области распределения Стьюдента по уровню значимости $\alpha = 0,01$ и числу степеней свободы $k = n-1 = 10-2 = 8$ (приложение 3): $t_{\text{кр}}(0,01; 8) = 3,36$.

Итак, $T_{\text{набл}} = 2,356$, $t_{\text{кр}}(0,01; 8) = 3,36$

Так как $T_{\text{набл}} < t_{\text{кр}}(0,01; 8)$ - нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Другими словами, ранговая корреляционная связь между оценками по двум тестам незначимая.

ИЗ-4

1. Коэффициент линейной корреляции. Определить коэффициент линейной корреляции между двумя рядами показателей X и Y (таблица 7). При уровне значимости α проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции (т.е. требуется проверить, является ли значимой корреляционная связь между этими рядами).

Результат представить по следующей форме:

Дано:

x						
y						

$$\alpha = n =$$

	$\bar{x}$	$\overline{x^2}$	D(X)	σ_x	$\bar{y}$	$\overline{y^2}$	D(Y)	σ_y	$\overline{x \cdot y}$	r_e	$T_{\text{набл}}$	$t_{\text{кр}}(\alpha; k)$
Формулы для нахождения												по таблице приложения 3
Результат												

Вывод:

2. Ранговая корреляция (Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена). Преподавателя интересует, влияет ли интерес студентов к учебному курсу на их успеваемость. С помощью некоторой методики удалось измерить величину интереса студентов к учению и выразить его в виде ряда чисел X . Так же были определены средние оценки этих же студентов по данному курсу, представленные соответственно рядом Y (таблица 8).

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между двумя показателями. При уровне значимости α проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю коэффициента ранговой корреляции Спирмена (проверить, является ли значимой ранговая корреляционная связь между этими двумя показателями).

Результат представить по следующей форме:

Дано:

X	...	...	...	...	...	...
Y						

$$\alpha_{n=}$$

Интерес	...	...	...	...	...	...
Ранг x_i						
Средние оценки						
Ранг y_i						
$d_i = x_i - y_i$						
d_i^2						
$\sum d_i^2$						
ρ_B						
$T_{набл}$						
$t_{кр}(\alpha; k)$						

Вывод:

Таблица 7 Данные к заданию 1 ИЗ-4

B								α	B								α
1	X	1	1	3	5	7	8	0,001	16	X	4	6	7	12	16	17	0,01
	Y	2	4	5	10	15	21			Y	1	11	14	18	22	24	
2	X	1	2	4	8	10	12	0,002	17	X	1	7	7	18	16	24	0,02
	Y	5	1	7	10	15	21			Y	23	12	11	1	9	3	
3	X	2	4	5	8	9	11	0,01	18	X	2	5	7	10	11	16	0,05
	Y	24	15	9	6	3	1			Y	6	5	11	16	13	23	
4	X	5	6	8	9	13	17	0,02	19	X	1	2	4	5	7	11	0,1
	Y	5	1	5	10	22	31			Y	2	3	5	6	15	28	
5	X	3	4	7	9	13	71	0,05	20	X	1	5	8	9	12	22	0,001
	Y	14	12	9	1	5	2			Y	5	4	5	10	28	33	
6	X	1	3	4	6	11	18	0,1	21	X	4	4	7	7	13	15	0,002
	Y	4	1	6	9	25	21			Y	11	12	10	1	6	2	
7	X	2	3	10	18	19	27	0,001	22	X	2	3	6	6	14	18	0,01
	Y	26	14	19	7	3	2			Y	5	4	6	8	17	21	
8	X	4	6	7	12	16	17	0,002	23	X	1	8	10	13	16	24	0,02

	Y	1	18	14	15	22	35			Y	17	14	12	7	3	1	
9	X	1	5	7	10	16	24	0,01	24	X	4	4	7	15	16	20	0,05
	Y	28	12	15	1	7	3			Y	1	13	14	15	24	28	
10	X	3	5	7	8	11	17	0,02	25	X	3	5	10	10	16	22	0,1
	Y	6	1	11	15	13	27			Y	21	11	15	1	9	3	
11	X	1	4	5	10	19	31	0,05	26	X	1	1	3	5	7	8	0,001
	Y	27	19	9	7	3	2			Y	2	4	5	10	15	21	
12	X	4	8	8	9	10	17	0,1	27	X	1	2	4	8	10	12	0,002
	Y	9	1	2	3	27	34			Y	5	1	7	10	15	21	
13	X	2	7	10	12	13	17	0,001	28	X	2	4	5	8	9	11	0,01
	Y	34	28	21	6	4	3			Y	24	15	9	6	3	1	
14	X	1	3	5	5	7	10	0,002	29	X	5	6	8	9	13	17	0,02
	Y	2	4	6	10	19	16			Y	5	1	5	10	22	31	
15	X	1	5	4	8	10	12	0,01	30	X	3	4	7	9	13	71	0,05
	Y	8	1	12	10	20	21			Y	14	12	9	1	5	2	

Таблица 8 Данные к заданию 2 ИЗ-4

B								α
1	X	9	5	8	7	4	8	0,1
	Y	5	3,5	4,8	3,4	2,8	4,3	
2	X	7	5	9	6	2	7	0,05
	Y	4,1	3,7	4,6	4,1	3,8	2,9	
3	X	5	6	10	6	4	3	0,02
	Y	3,4	2,3	3,7	3,4	4,2	5	
4	X	7	5	8	7	8	9	0,01
	Y	3,4	4,5	2,2	4,5	2,9	4,9	
5	X	5	1	6	7	4	6	0,002
	Y	2,9	2	3,6	4,6	3,1	4	
6	X	8	7	3	5	9	7	0,001
	Y	4,5	4,2	2,4	4,2	4,8	3,9	
7	X	3	6	8	4	6	10	0,1
	Y	2,8	3,5	4,5	3,1	3,7	4,9	
8	X	2	5	6	7	5	3	0,05
	Y	2,1	2,8	4,3	4,8	3,1	4,3	
9	X	5	7	8	3	7	6	0,02
	Y	3,4	4,2	4,6	2,8	4,4	4,3	
10	X	6	8	10	3	3	4	0,01
	Y	3,9	4,3	4,9	2,4	3,5	4,1	
11	X	8	6	8	7	6	8	0,002
	Y	5	3,4	4,8	3,6	2,9	4,3	
12	X	6	5	10	6	3	6	0,001
	Y	4,2	3,7	4,7	4,1	3,6	2,8	

13	X	5	7	10	7	3	3	0,1
	Y	3,5	2,9	4,7	3,4	4,2	5	
14	X	6	4	8	8	8	9	0,05
	Y	3,8	4,5	2,2	4,5	2,7	4,2	
15	X	6	2	6	8	2	6	0,02
	Y	3,9	2,1	3,6	4,6	3,6	4	
16	X	6	2	4	7	3	7	0,02
	Y	4,2	4	3,8	4,3	2,4	4,5	
17	X	5	5	9	6	7	6	0,01
	Y	2,5	3,8	4,9	3,7	4,9	3,2	
18	X	8	3	7	8	4	7	0,002
	Y	4,3	2,3	4,5	4,3	2,3	4,2	
19	X	5	7	2	8	9	5	0,001
	Y	3,6	4,4	2,1	4,4	4,8	3,2	
20	X	7	4	9	3	8	4	0,1
	Y	4,4	3,1	4,6	2,4	4,3	2,4	
21	X	7	4	7	5	3	9	0,05
	Y	4,2	3,4	4,6	3,4	2,9	4,5	
22	X	7	4	8	9	5	6	0,02
	Y	3,3	2,4	4,5	4,5	2,4	4,4	
23	X	6	6	3	7	10	4	0,01
	Y	3,4	4,6	2,7	4,6	4,8	3,5	
24	X	8	3	8	4	9	4	0,002
	Y	4,6	2,1	4,6	2,3	4,3	2,5	
25	X	8	4	6	6	3	8	0,001
	Y	4,6	3,2	4,6	3,2	2,8	4,5	
26	X	9	5	8	7	4	8	0,1
	Y	5	3,5	4,8	3,4	2,8	4,3	
27	X	7	5	9	6	2	7	0,05
	Y	4,1	3,7	4,6	4,1	3,8	2,9	
28	X	5	6	10	6	4	3	0,02
	Y	3,4	2,3	3,7	3,4	4,2	5	
29	X	7	5	8	7	8	9	0,01
	Y	3,4	4,5	2,2	4,5	2,9	4,9	
30	X	5	1	6	7	4	6	0,002
	Y	2,9	2	3,6	4,6	3,1	4	

Вопросы для самоконтроля

1. Запишите формулу для нахождения коэффициента линейной корреляции.
2. Что характеризует коэффициент корреляции?
3. В каких пределах могут изменяться значения коэффициента корреляции?
4. Что такое ложная корреляция?
5. Объясните алгоритм нахождения коэффициента корреляции.

6. В чем состоит проверка значимости коэффициента корреляции?
7. Если при проверки значимости коэффициента корреляции нет оснований отвергать нулевую гипотезу, то о чем это говорит?
8. В каких случаях необходимо использовать ранговую корреляцию?

Тема 6. ОДНОФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Цель: в результате изучения данной темы студент должен быть способен на основе описания процессов и явлений строить стандартные теоретические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

Вопросы:

1. Понятие о дисперсионном анализе.
2. Общая, факторная и остаточная суммы.
3. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.

Практические задания

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми генеральными дисперсиями.

1)

Номер испытания i	Уровни фактора F_j				
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
1	42	66	35	64	70
2	55	91	50	70	79
3	67	96	60	79	88
4	67	98	69	81	90
$\overline{x_{гj}}$	57,75	87,75	53,50	73,50	81,75

2)

Номер испытания i	Уровни фактора F_j			
	F_1	F_2	F_3	F_4
1	6	6	9	7
2	7	7	12	9
3	8	11	13	10
4	11	12	14	10
$\overline{x_{гj}}$	8	9	12	9

Вопросы для самоконтроля:

1. В чём состоит суть метода дисперсионного анализа и когда его применяют на практике?
2. Приведите общую схему сравнения нескольких средних методом дисперсионного анализа.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

8.1.1. Перечень основной литературы:

1. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Е.Н. Гусева. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Издательство «Флинта», 2016. - 220 с. - ISBN 978-5-9765-1192-7.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83543>

2. Кацман Ю.Я. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы [Электронный ресурс]: учебник / Ю.Я. Кацман. - Электрон. текстовые данные. - Томск: Томский политехнический университет, 2013. - 131 с. - ISBN 978-5-4387-0173-6. Режим доступа:

<http://www.iprbookshop.ru/34722.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Прохоров Ю.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебник / Ю.В. Прохоров, Л.С. Пономаренко. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. – 254 с. – ISBN 978-5-211-06234-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13173.html>

2. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / Г.П. Климов. - Электрон. текстовые данные. - М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. - 368 с. - ISBN 978-5-211-05846-0.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.

<http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.

<http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.

<http://www.mathedu.ru/> Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания.

Включает [популярные книги и пособия](#), [методические руководства](#), [учебники](#), [журналы](#), [исторические работы](#), [авторефераты](#), [диафильмы](#).

<http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

<http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для обучающихся по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине

«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

для студентов направления подготовки

44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль):

«Информатика и математика»

Ставрополь, 2026

Общая характеристика самостоятельной работы студента при изучении дисциплины

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой бакалавра с высшим образованием. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Самостоятельная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными модулями (темами) дисциплины в соответствии с рабочей программой;
- написание рефератов, докладов;
- подготовку к практическим занятиям и выполнение предусмотренных ими заданий;
- подготовку ко всем видам аттестаций;
- подготовку презентаций по темам (части темы).

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

- а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;
- б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является *утреннее время* (с 8 до 14 часов), причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем *послеобеденное* - (с 16 до 19 часов) и *вечернее* (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после

хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать *учению 9-10 часов в день* (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома). Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: *учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра*.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы - это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень

важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом. Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Код реализуемой компетенции	Вид деятельности студентов	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки
ПК-1	Подготовка к практическим занятиям	Выполнение индивидуального задания	Проверка работы
ПК-1	Решение разноуровневых задач	Выполнение индивидуального задания	Проверка работы
ПК-1	Самостоятельное изучение литературы	Конспект	Собеседование

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Лекции

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

При подготовке к занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции – один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти ее содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут)

для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных и дискуссионных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендуемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь за помощью к преподавателю на консультации или ближайшей лекции. Регулярно отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Как слушать лекцию

1. Выделяйте основные положения. Нельзя понять и запомнить все, что говорит лектор, однако можно выделить основные моменты. Для этого необходимо обращать внимание на вводные слова, словосочетания, фразы, которые используются, как правило, для перехода к новым положениям, выводам и обобщениям.

2. Старайтесь поэтапно (в момент завершения вопроса, подвопроса, тезиса и т.п.) анализировать и обобщать материал. Это готовит базу для его экономной, свернутой записи.

3. Старайтесь опережать речь лектора, предугадать дальнейшее содержание. С каждым случаем удачи улучшается понимание и запоминание отдельных положений лекции. Даже при неудачах качество восприятия лекции повышается, т.к. вы имеете возможность сравнить ваши предложения и утверждения лектора.

4. Будьте постоянно готовы слушать лекцию до конца, не поддавайтесь соблазну «отдохнуть» на длинной лекции.

Как правильно записывать лекцию.

1. Подготовьте специальную тетрадь для записи лекций: оставьте поля (для вопросов, мелких пометок и рисунков, собственных замечаний и т.д.), оставляйте при записи между строчками интервал (для дополнений, подчеркиваний и т.п.).

2. Не пишите лекцию дословно, подробно записывайте основную информацию, а дополнительные и вспомогательные сведения - очень кратко.

3. Применяйте систему *условных сокращений*:

а) сокращение общепринятых вспомогательных слов: так как, например (т.к., напр.), так далее (т.д.), таким образом, главным образом (т.о., гл.обр.), смотри (см), может быть (м.б.), так называемый (т.н.), какой-либо (к-л.), который (кт. или ктр.), несколько (неск.), чтобы (чбы.) и т.д.

б) аббревиатуры для ключевых слов курса, например, теория и методика развития математических представлений у детей дошкольного возраста (ТМРМП), формирование математических представлений (ФМП) и другие.

4. При записи и работе над конспектом лекции используйте *условные знаки*:

I - прочитать ещё раз, Y – важно, Z - законспектировать ! – смело, ? – непонятно, S – слишком сложно, A – согласен, N - ново и др.

Как работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. *Первичное* - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача *вторичного* чтения - полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).
- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).
- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).
- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.
- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

• Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

• Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

• Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

• «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

• Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют **четыре основные установки в чтении научного текста**:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких **видов чтения**:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
2. просмотрное – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и

каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Как готовиться к практическим занятиям

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Как готовиться к экзаменам и зачетам

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановления (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими **нельзя**. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

• Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения, и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

ФОРМА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЗАЧЕТ)

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая статистика» является зачет в 8 семестре.

Вопросы для самоконтроля

1. Математическая статистика и ее основные задачи. Выборочная и генеральная совокупности. Типы выборок.
2. Статистическое распределение выборки и его геометрическое изображение.
3. Эмпирическая и теоретическая функции распределения. Теорема Гливенко-Кантелли.
4. Генеральная и выборочная средние. Групповая и общая средние.
5. Генеральная и выборочная дисперсии. Групповая, внутригрупповая, межгрупповая и общая дисперсии. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.
6. Определение статистической оценки неизвестного параметра теоретического распределения статистики. Несмещенная, смещенная, эффективная и состоятельная статистическая оценка.
7. Точность оценки. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
8. Доверительные интервалы для некоторых оценок параметров: доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном среднем квадратическом отклонении.
9. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном среднем квадратическом отклонении.
10. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения. Оценка вероятности биномиального распределения по относительной частоте.
11. Метод наибольшего правдоподобия: метод моментов для точечной оценки параметров распределения (оценка одного и двух параметров).
12. Метод наибольшего правдоподобия (дискретные случайные величины и непрерывные случайные величины).
13. Мода, медиана, размах варьирования, среднее абсолютное отклонение и коэффициент вариации.
14. Метод произведений для вычисления выборочных средних и дисперсии.
15. Метод сумм для вычисления выборочных средних и дисперсии. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным.
16. Достаточные статистики: понятие достаточной статистики, неравенство Рао-Крамера. Факторизационная теорема Неймана-Фишера. Улучшение оценки по достаточной статистике
17. Выборочная линия регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.
18. Выборочный коэффициент корреляции и методика его вычисления
19. Выборочное корреляционное отношение и его свойства. Криволинейная корреляция.

20. Понятие о множественной корреляции. Корреляционная матрица. Частный коэффициент корреляции. Множественный коэффициент корреляции.
21. Статистические гипотезы. Виды гипотез. Ошибки первого и второго рода. Определение статистического критерия.
22. Критическая область и критические точки. Односторонняя и двусторонняя критические области. Основной принцип проверки статистических гипотез. Отыскание правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия
23. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Распределение Фишера-Снедекора.
24. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокупности.
25. Сравнение двух нормальных средних генеральных совокупностей, дисперсии которых известны (независимые выборки).
26. Сравнение двух средних произвольно распределенных генеральных совокупностей (большие независимые выборки)
27. Сравнение средних: сравнение двух нормальных средних генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны и одинаковы (малые независимые выборки).
28. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормально совокупности.
29. Сравнение двух нормальных средних генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями (зависимые выборки). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции
30. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
31. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверка гипотезы о его значимости.
32. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кенделла и проверка гипотезы о его значимости
33. n -мерная функция (закон) распределения, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайного процесса.
34. Корреляционная и нормированная корреляционные функции случайного процесса, их свойства.
35. Взаимная и нормированная взаимная корреляционные функции двух случайных скалярных процессов, их свойства.

ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В течение семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому практическому занятию, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, рассмотренные на лекциях. Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков путем

- промежуточных самостоятельных работ, выполняемых, как правило, на практических занятиях и охватывающих материал отдельной темы;
- итоговых контрольных работ, предполагающих отчет студентов за изучение материала одного или нескольких разделов;
- проведения коллоквиумов в устной форме или форме компьютерного тестирования.

**Типовой вариант самостоятельной работы по теме
«Выборочный метод»**

1. Наблюдается число выигрышей в мгновенной лотерее. В результате наблюдения получены следующие значения выигрышей (тыс. руб.): 0, 1, 0, 0, 5, 0, 10, 0, 1, 0, 0, 1, 5, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0, 0, 1, 1, 1, 5, 10, 0, 1, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 1, 0.

- Составить статистическое распределение частот случайной величины X – выигрыша в мгновенной лотерее.
- Составить статистическое распределение относительных частот случайной величины X .
- Построить полигон частот.
- Построить полигон относительных частот.
- Найти эмпирическую функцию распределения.

2. В таблице приведена выборка результатов измерений роста 105 студентов (юношей). Измерения проводились с точностью до 1 см.

- Составить интервальный вариационный ряд с числом интервалов, равным 10.
- Построить гистограмму частот.
- Построить гистограмму относительных частот.

155	170	185	180	188	152	173	178	178	168	185
173	170	183	175	173	170	183	175	180	175	193
178	183	180	197	178	181	187	168	174	179	184
183	178	180	178	163	166	178	175	182	190	167
170	178	183	170	178	181	173	168	185	175	170
155	169	186	179	189	155	174	179	176	169	186
174	171	184	175	193	178	184	180	196	175	181
188	168	179	178	183	184	178	181	177	163	166
178	175	183	190	167	170	178	183	170	178	182
173	168	186	176	171	188					

**Типовой вариант самостоятельной работы по теме
«Генеральная и выборочная дисперсии»**

1. Ниже приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных 100 студентов:

<i>рост</i>	154–158	158–162	162–166	166–170	170–174	174–178	178–182
<i>число студентов</i>	10	14	26	28	12	8	2

Найти выборочную среднюю и выборочную дисперсию роста обследованных студентов.

2. Найти несмещенную и смещенную оценки дисперсии генеральной совокупности по данному распределению выборки:

x_i	0,002	0,005	0,006
n_i	9	6	5

**Типовой вариант самостоятельной работы по теме
«Выборочный коэффициент корреляции и методика его вычисления»**

1. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней Y и подушек X :

X	5	7	8	12	14
Y	10	25	20	28	20

(В данной таблице значения X расставлены в возрастающем порядке). Найти выборочное уравнение регрессии X на Y и выборочный коэффициент корреляции.

2. По данным корреляционной таблицы найти: r_B ; выборочные уравнения прямых регрессии; η_{yx} , η_{xy} .

Y	X				n_y	$\overline{x_y}$
	5	10	15	20		
10	2	-	-	-	2	5
20	5	4	1	-	10	8
30	3	8	6	3	20	12,25
40	-	3	6	6	15	16
50	-	-	2	1	3	16,67
n_x	10	15	15	10	$n = 50$	
$\overline{y_x}$	21	29,33	36	38		

Типовой вариант самостоятельной работы по теме «Сравнение дисперсий»

1. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 9$ и $n_2 = 16$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 34,02$ и $s_y^2 = 12,15$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(X) > D(Y)$.

2. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1 = 9$ и $n_2 = 6$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены выборочные дисперсии $D_B(X) = 14,4$ и $D_B(Y) = 20,5$. При уровне значимости $0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе $H_1 : D(X) \neq D(Y)$.

Вопросы для собеседования

1. Что называют выборкой, статистическим распределением выборки? Какую выборку называют репрезентативной?
2. Укажите способы отбора статистических данных.
3. Дайте определения эмпирической и теоретической функций распределения.
4. Как определяется: а) выборочная средняя; б) выборочная дисперсия; в) исправленная выборочная дисперсия?
5. Что понимают под статистической оценкой неизвестного параметра распределения? Какую статистическую оценку называют: а) несмещённой; б) смещённой; в) эффективной; г) состоятельной?
6. Дайте понятие точечной и интервальной оценки неизвестного параметра. Что понимают под: а) точностью оценки; б) надёжностью оценки; в) доверительным интервалом оценки?

7. На чём основывается метод моментов точечной оценки параметров распределения? Изложите общую схему оценки одного и двух параметров по этому методу.
8. Дайте определения функции правдоподобия и логарифмической функции правдоподобия дискретной и непрерывной случайных величин.
9. Сформулируйте правило отыскания методом наибольшего правдоподобия точечной оценки параметров: а) дискретной случайной величины; б) непрерывной случайной величины.
10. Что называют: а) обычным эмпирическим моментом порядка k ; б) начальным эмпирическим моментом порядка k ; в) центральным эмпирическим моментом порядка k ; г) условным эмпирическим моментом порядка k ?
11. По каким формулам находят выравнивающие частоты: а) дискретного распределения; б) непрерывного распределения?
12. Что характеризуют асимметрия и эксцесс эмпирического распределения?
13. По какой формуле вычисляют выборочный коэффициент корреляции? Что характеризует этот коэффициент?
14. Дайте определение выборочного корреляционного отношения. В чём состоит преимущество корреляционного отношения перед коэффициентом корреляции как меры корреляционной связи?
15. Дайте определение статистической гипотезы: а) нулевой (основной) ; б) альтернативной (конкурирующей). Разъяснить в чём заключается суть проверки статистической гипотезы.
16. Сформулируйте правило, по которому нулевая гипотеза отвергается или принимается – статистический критерий (тест).
17. Охарактеризуйте ошибки первого и второго рода, их вероятности – уровень значимости и мощность критерия.
18. Изложите принцип, по которому строится критическая область.
19. Что принимается в качестве критерия проверки нулевой гипотезы о равенстве генеральных дисперсий?
20. Какая случайная величина принимается в качестве критерия проверки нулевой гипотезы, состоящей в следующем: а) математическое ожидание исправленной дисперсии равно гипотетическому значению генеральной дисперсии (нормальной совокупности); б) генеральные средние (математические ожидания) рассматриваемых двух нормальных совокупностей равны между собой (при известных дисперсиях и при неизвестных, но равных, дисперсиях).
21. Сформулируйте правило проверки нулевой гипотезы о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции распределённой нормально двумерной совокупности.
22. Что понимают под критерием согласия? Как на практике применяют критерий согласия Пирсона к проверке нулевой гипотезы о том, что генеральная совокупность распределена нормально?
23. Запишите формулы для вычисления выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.
24. В чём состоит суть метода дисперсионного анализа и когда его применяют на практике?
25. Приведите общую схему сравнения нескольких средних методом дисперсионного анализа.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

8.1.1. Перечень основной литературы:

1. Гусева Е.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Е.Н. Гусева. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Издательство «Флинта», 2016. - 220 с. - ISBN 978-5-9765-1192-7. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83543>
2. Кацман Ю.Я. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы [Электронный ресурс]: учебник / Ю.Я. Кацман. - Электрон. текстовые данные. - Томск: Томский политехнический университет, 2013. - 131 с. - ISBN 978-5-4387-0173-6. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/34722.html>

Перечень дополнительной литературы:

1. Прохоров Ю.В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебник / Ю.В. Прохоров, Л.С. Пономаренко. – Электрон. текстовые данные. – М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. – 254 с. – ISBN 978-5-211-06234-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13173.html>
2. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / Г.П. Климов. - Электрон. текстовые данные. - М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2011. - 368 с. - ISBN 978-5-211-05846-0. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13115.html>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

- <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
- <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
- <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
- <http://www.mathedu.ru/> Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания. Включает [популярные книги и пособия](#), [методические руководства](#), [учебники](#), [журналы](#), [исторические работы](#), [авторефераты](#), [диафильмы](#).
- <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
- <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).