

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Математическое и компьютерное моделирование  
биофизических процессов**  
**Методические указания по выполнению практических занятий**

Направление подготовки 03.04.02 Физика  
Направленность (профиль)  
«Биофизика и медицинская инженерия»

Квалификация выпускника: магистр

**Ставрополь 2026**

## **ВВЕДЕНИЕ**

Целью освоения дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование биофизических процессов» является формирование у магистров последовательных, систематических представлений о математическом и компьютерном моделировании физических процессов.

Главной задачей дисциплины является создание фундаментальной базы знаний, на основе которой в дальнейшем было бы возможным более углубленное и детальное изучение математического моделирования. Кроме того, одной из задач освоения курса является научить магистра применять полученные знания и владеть научными методами решения задач. Вместе с тем, он играет не только пропедевтическую роль в системе подготовки специалистов, но и должен внести самостоятельный вклад, на основе которого в дальнейшем можно развивать более углубленное и детализированное изучение разделов физики конденсированного состояния.

В результате изучения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции (в соответствии с образовательным стандартом):

ИД-1ПК-1 Использует знания в области биофизики и медицинской инженерии для решения профессиональных задач.

ИД-1ПК-2 Разрабатывает и совершенствует методики анализа биофизических параметров с целью повышения их конкурентоспособности

ИД-1ПК-4 Оценивает свою роль и ответственность в профессиональной деятельности.

ИД-2ПК-4 Анализирует проблемы развития методик научных исследований с учетом последних достижений в области биофизики и медицинской инженерии.

Цель данного практикума – описание последовательности, основного содержания, методики выполнения практических занятий по учебному курсу и (или) самостоятельной подготовки к ним. Занятия проводятся в форме практических работы.

## ***Занятие 1.***

### **Тема: Математическое моделирование нелинейных процессов переноса**

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач математической физики. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов, теорию нелинейной теплопроводности, задачу Стефана о фазовом переходе.

#### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

#### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов.
2. Теория нелинейной теплопроводности.
3. Задача Стефана о фазовом переходе.

### ***Контрольные вопросы***

1. Сформулировать основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов.
2. Теория нелинейной теплопроводности.
3. Задача Стефана о фазовом переходе.
4. Кратко охарактеризуйте использование системы Mathematica в векторной алгебре и анализе.
5. Кратко охарактеризуйте возможности системы Mathematica, связанные с заданием и преобразованием координатных систем.

## ***Занятие 2.***

### **Тема: Решение начально-краевых задач нелинейных процессов переноса**

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач математической физики. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов, рассмотреть решение начально-краевых задач нелинейной теплопроводности, решение задачи Стефана о фазовом переходе.

#### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов.
2. Решение начально-краевых задач теории нелинейной теплопроводности.
3. Решение задачи Стефана о фазовом переходе.

Приобретаемые знания направлены на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК 2).

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных физических процессов.
2. Решение начально-краевых задач теории нелинейной теплопроводности.
3. Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
4. Кратко охарактеризуйте использование системы Mathematica в векторной алгебре и анализе.
5. Кратко охарактеризуйте возможности системы Mathematica, связанные с заданием и преобразованием координатных систем.

### **Занятие 3.**

**Тема:** Математическое моделирование волновых и колебательных процессов.

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач волновых и колебательных процессов. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов, рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза. Решение методом подстановки Коула-Хопфа.

### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Решение методом подстановки Коула-Хопфа

Приобретаемые знания направлены на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК 2).

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Решение методом подстановки Коула-Хопфа

#### **Занятие 4.**

**Тема:** Решение начально-краевых задач волновых и колебательных процессов

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач волновых и колебательных процессов. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов, рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза. Решение методом возмущений.

#### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

#### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Решение методом возмущений.

Приобретаемые знания направлены на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК 2).

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных волновых и колебательных процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Решение методом возмущений.

### **Занятие 5.**

## **Тема: Решение начально-краевых задач стационарных явлений и процессов**

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач стационарных явлений и процессов. Изучить основные принципы математического моделирования стационарных явлений и процессов, рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза. Метод обратной задачи рассеяния.

### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Основные принципы математического моделирования стационарных явлений и процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Метод обратной задачи рассеяния

Приобретаемые знания направлены на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК 2).

## **Контрольные вопросы**

1. Сформулировать основные принципы математического моделирования стационарных явлений и процессов
2. Рассмотреть постановку уравнения Кортевега-де Фриза Решение задачи Стефана о фазовом переходе.
3. Метод обратной задачи рассеяния.

## **Занятие 6.**

### **Тема: Математическое моделирование стационарных явлений и процессов**

**Цель:** Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач стационарных явлений и процессов. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных стационарных явлений и процессов. Решение начально-краевых задач стационарных явлений и процессов. Решение задачи математической теории дифракции. Постановка задачи. Единственность решения задачи дифракции. Дифракция на сфере.

#### **Формы работы:**

- Самостоятельное изучение теоретико-методического введения и рекомендуемой литературы.
- Выполнение коллективных и индивидуальных заданий.

#### **Формируемые компетенции:**

В результате освоения материала по теме семинара у студента должны быть сформированы следующие умения и знания:

1. Провести анализ постановки нелинейных начально-краевых задач стационарных явлений и процессов.
2. Изучить основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных стационарных явлений и процессов.
3. Решение начально-краевых задач стационарных явлений и процессов.
4. Решение задачи математической теории дифракции.
5. Постановка задачи. Единственность решения задачи дифракции.
6. Дифракция на сфере.

Приобретаемые знания направлены на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК 2).

### **Контрольные вопросы**

1. Анализ постановки нелинейных начально-краевых задач стационарных явлений и процессов.
2. Основные принципы математического моделирования линейных и нелинейных стационарных явлений и процессов.
3. Решение начально-краевых задач стационарных явлений и процессов.
4. Решение задачи математической теории дифракции.
5. Постановка задачи. Единственность решения задачи дифракции.
6. Дифракция на сфере.

### *Литература*

1. Конспект лекций.
2. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. – М.: МГУ, 1998. – 350 с.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебное пособие для вузов. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.
4. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: Учебник для ВУЗов. – М.: Физматлит, 2001. – 398 с.
5. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. – 367 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Математическое и компьютерное моделирование  
биофизических процессов**

**Методические указания для обучающихся по организации и проведению  
самостоятельной работы**

Направление подготовки 03.04.02 Физика  
Направленность (профиль)  
«Биофизика и медицинская инженерия»

Квалификация выпускника: магистр

**Ставрополь  
2026**

## **Содержание**

Пояснительная записка

Виды и содержание самостоятельной работы студента; формы контроля

Контрольные точки и виды отчетности

Методические рекомендации по изучению теоретического материала

Список рекомендуемой литературы

### **Пояснительная записка**

Все виды самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математическое и компьютерное моделирование биофизических процессов», предусмотренные учебным планом и рабочей программой, направлены на осуществление следующих основных целей:

- *овладение знаниями*: изучение источников литературы по темам дисциплины; учебно-исследовательская работа; использование компьютерной техники, Интернет;
- *закрепление и систематизация знаний*: работа с конспектом лекции (обработка текста); повторная работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, аудио- и видеозаписей); составление плана и тезисов ответа; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование, конспект, анализ и др.); подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов; составление библиографии; тестирование и др.;
- *формирование умений*: решение задач и упражнений по образцу; решение нелинейных задач математической физики; математическое моделирование разного рода физических процессов; подготовка курсовых и дипломных работ (проектов); экспериментальная работа; рефлексивный анализ профессиональных умений с использованием аудио- и видеотехники и др.

Основными **формами работы и контроля** самостоятельной работы студентов являются:

**Индивидуальное решение** репродуктивных, реконструктивных и творческих заданий, позволяющих оценивать и диагностировать уровень обученности, уровень умений и навыков студентов по дисциплине.

**Собеседование** - форма учебной деятельности, специальная беседа преподавателя со студентом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, рассчитанная на выяснение объема знаний студента по определенному разделу, теме, проблеме и т. п., позволяющая оценить их знания по теме, умение аргументировать собственную точку зрения, предполагающая всестороннее обсуждение какого-либо вопроса, проблемы или сопоставлении информации, идей, мнений, предложений.

В результате изучения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции (в соответствии с образовательным стандартом):

ИД-1ПК-1 Использует знания физики конденсированного состояния вещества для решения профессиональных задач.

ИД-1ПК-2 Разрабатывает и совершенствует методики расчетов параметров вещества с целью повышения их конкурентоспособности

ИД-1ПК-4 Оценивает свою роль и ответственность в профессиональной деятельности

ИД-2ПК-4 Анализирует проблемы развития методик научных исследований с учетом последних достижений в области физики конденсированного состояния вещества.

Целью освоения дисциплины «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов» является формирование у магистров последовательных, систематических представлений о математическом и компьютерном моделировании физических процессов.

## Виды и содержание самостоятельной работы студента; формы контроля

| Коды<br>реализуемы<br>х<br>копетенций | Вид деятельности<br>студентов                                                                                                                                       | Итоговый<br>продукт<br>самостоятельной<br>работы                                 | Средства и<br>технологии<br>оценки | Объем часов, в том числе |                                              |       |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------|-------|
|                                       |                                                                                                                                                                     |                                                                                  |                                    | СРС                      | Контактная<br>работа с<br>преподавателе<br>м | Всего |
| 2 семестр                             |                                                                                                                                                                     |                                                                                  |                                    |                          |                                              |       |
|                                       | Аннотирование, реферирование литературы, подбор и систематизация источников материала, составление библиографических списков, интернет-источников по теме (разделу) | Доклад на тему «Математическое моделирование нелинейных процессов переноса»      | Зачетное задание                   | 12.00                    | 0.45                                         | 22.50 |
|                                       | Аннотирование, реферирование литературы, подбор и систематизация источников материала, составление библиографических списков, интернет-источников по теме (разделу) | Доклад на тему «Решение начально-краевых задач нелинейных процессов переноса»    | Зачетное задание                   | 12.00                    | 0.45                                         | 22.50 |
|                                       | Самостоятельное изучение литературы                                                                                                                                 | Доклад на тему «Математическое моделирование волновых и колебательных процессов» | Собеседование                      | 12.00                    | 0.45                                         | 22.50 |
|                                       | Самостоятельное решение задач                                                                                                                                       | Решение практических заданий на тему «Решение начально-краевых задач волновых и  | Зачетное задание                   | 12.50                    | 0.45                                         | 22.50 |

|                         |                               |                                                                                                        |                  |       |      |       |
|-------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------|------|-------|
|                         |                               | колебательных процессов»                                                                               |                  |       |      |       |
|                         | Самостоятельное решение задач | Решение практических заданий на тему «Математическое моделирование стационарных явлений и процессов»   | Зачетное задание | 12.50 | 0.45 | 22.50 |
|                         | Самостоятельное решение задач | Решение практических заданий на тему «Решение начально-краевых задач стационарных явлений и процессов» | Зачетное задание | 12.50 | 0.45 | 22.50 |
| <b>Итого за семестр</b> |                               |                                                                                                        |                  | 73.50 | 4.50 | 135   |
| <b>Итого</b>            |                               |                                                                                                        |                  | 73.50 | 4.50 | 135   |

### Методические рекомендации по изучению теоретического материала

При изучении теоретического материала по дисциплине «Математическое и компьютерное моделирование физических процессов», основополагающим для студента является курс лекций по данной дисциплине, составленный в соответствии с учебной программой. При использовании дополнительных источников литературы следует придерживаться плана и содержания изучаемой дисциплины, представленного в учебной программе.

Вопросы для изучения:

1. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных. Специальные функции математической физики
2. Постановка краевых задач математической физики. Приведение дифференциальных уравнений к каноническому виду
3. Общая схема метода разделения переменных. Задача Штурма-Лиувилля
4. Краевые задачи для уравнения Лапласа
5. Уравнения гиперболического типа
6. Уравнения параболического типа

По результатам изучения теоретического материала преподавателем осуществляется контроль полученных студентом знаний, формами которого являются собеседование и доклад рефератов.

**Собеседование** - форма учебной деятельности, специальная беседа преподавателя со студентом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, рассчитанная на выяснение объема знаний студента по определенному разделу, теме, проблеме и т.п., позволяющая оценить их умение аргументировать собственную точку зрения, предполагающая всестороннее обсуждение какого-либо вопроса, проблемы или сопоставлении информации, идей, мнений, предложений.

Процедура проведения данного оценочного мероприятия включает в себя:

- отдельное собеседование по каждой из указанных тем;
- составленные аспирантом конспекты научной литературы;
- анализ аспирантом публицистического материала.

Принципиальные отличия заданий базового уровня от повышенного заключаются в большем объеме фактов и событий, в сравнительно-аналитическом характере изложения материала, его теоретической (методологической) составляющей.

Для подготовки к каждой теме следует изучить и законспектировать рекомендованные источники и научную литературу и на их основании подготовиться к указанным в методических материалах вопросам для обсуждения.

При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования указанными конспектами.

При проверке задания, оцениваются:

- активное участие в работе;
- уверенное владение материалом;
- умение четко и логично излагать свои мысли;
- умение творчески подходить к решению основных вопросов темы;
- самостоятельность мышления,
- полное соответствие конспекта установленным требованиям;
- самостоятельная устная речь, полностью раскрывающая суть проблематики собеседования.

### **Критерии оценки самостоятельной работы студентов**

Критерии оценивания результатов самостоятельной работы студентов разработаны с учетом требований ФГОС ВО. Задания, выносимые на самостоятельную работу студентов, оцениваются по шкале «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Оценка **«отлично»** выставляется при следующих условиях:

- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные в задании, выносимом на самостоятельную работу аспирантов;
- показано умение грамотно применять полученные теоретические знания при анализе событий действительности;
- показано глубокое и творческое овладение основной и дополнительной литературой;
- материал излагается аргументировано и логически стройно.

Оценка **«хорошо»** выставляется при следующих условиях:

- даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные в задании, выносимом на самостоятельную работу аспирантов;
- показаны достаточно прочные практические навыки;
- даны полные, но недостаточно обоснованные ответы на дополнительные вопросы;
- показаны глубокие знания основной и недостаточное знакомство с дополнительной литературой;
- показано умение теоретически обосновывать высказываемые положения;
- ответы в основном были краткими, но в них не всегда выдерживалась логическая последовательность.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется при следующих условиях.

- даны в основном правильные ответы на все вопросы задания, выносимого на самостоятельную работу аспирантов, но без должной глубины и обоснования;
- показаны недостаточно прочные практические навыки;
- не даны положительные ответы на некоторые дополнительные вопросы;
- показаны недостаточные знания основной литературы;
- ответы были многословными, мысли излагались недостаточно четко и без должной логической последовательности.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется в случаях, когда не выполнены условия, позволяющие поставить оценку «удовлетворительно», когда аспирант не усвоил основного содержания предмета и слабо знает рекомендованную литературу.

## **Список рекомендуемой литературы**

### **Перечень основной литературы**

- 1 Введение в математическое моделирование Электронный ресурс : учебное пособие / П.В. Трусов / П.Г. Фрик / В.Ю. Столбов / В.Н. Ашихмин / О.Б. Наймарк / М.Б. Гитман / И.Э. Келлер. - Москва : Логос, 2016. - 440 с. - Книга

находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-98704-637-1

**Перечень дополнительной литературы:**

- 1 Математическое моделирование и дифференциальные уравнения Электронный ресурс : учебное пособие / М.А. Попов / А.И. Барсуков / М.Е. Семенов / Н.Н. Некрасова / О.И. Канищева. - Воронеж : Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017. - 149 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7731-0536-7
- 2 Семенов, М.Е. Математическое моделирование физических процессов Электронный ресурс : учебное пособие / Н.Н. Некрасова / М.Е. Семенов. - Воронеж : Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. - 94 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-89040-628-6

**Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

- 1 Куликов, Г.М. Метод Фурье в уравнениях математической физики Электронный ресурс : учебное пособие / А.Д. Нахман / Г.М. Куликов. - Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 91 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-4486-0196-5
- 2 Линейные и нелинейные уравнения физики : учебное пособие / сост. А. В. Копытов ; сост. А. В. Кособуцкий ; Министерство образования и науки Российской Федерации ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», 1, Уравнения математической физики. - Кемерово : КемГУ, 2018. - 82 с. : ил. - <http://biblioclub.ru/>. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-8353-2234-3
- 3 Методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математическое моделирование физических процессов»
- 4 Учебно-методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов направления 03.03.02 Физика по дисциплине «Математическое моделирование физических процессов»