

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для проведения практических занятий
по дисциплине «Алгебра».

Направление подготовки/специальность	11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи
Направленность (профиль)/специализация	Интеллектуальная обработка данных в инфокоммуникационных системах и сетях

Ставрополь
2026

СОДЕРЖАНИЕ

Практическое занятие № 1. Понятие и представления комплексных чисел. Действия над ними.

Практическое занятие № 2. Матрицы и определители

Практическое занятие № 3. Системы линейных уравнений

Практическое занятие № 4. Линейные пространства и преобразования

Практическое занятие №1.

Понятие и представления комплексных чисел. Действия над ними.

Цель занятия: представление комплексных чисел в алгебраической форме, действия над комплексными числами в алгебраической форме; Геометрическое представление и тригонометрическая форма записи комплексных чисел.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенции ОПК-1; знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности .

1. Теоретические вопросы к практическому занятию:

- Представление комплексных чисел в алгебраической форме.
- Сложение и умножение комплексных чисел в алгебраической форме.
- Сопряжённые комплексные числа.
- Деление комплексных чисел в алгебраической форме.
- Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.
- Геометрическое представление комплексных чисел.
- Геометрическое представление действий над комплексными числами.
- Определение модуля комплексного числа.
- Определение аргумента комплексного числа.
- Тригонометрическая форма комплексного числа.

2. Практические задания, решаемые в аудитории:

Задача 1. Вычислить выражения:

а) $(2 + i)(3 - i) + (2 + 3i)(3 + 4i)$;

б) $\frac{(1 + 3i)(8 - i)}{(2 + i)^2}$;

в) $\frac{(1 + i)^5}{(1 - i)^3}$.

Задача 2. Вычислить $i^{77}, i^{98}, i^{-57}, i^n$, где n – целое число.

Задача 3. Решить уравнения:

а) $z^2 = 5 - 12i$; б) $z^2 - 5z + 4 + 10i = 0$.

Задача 4. Изобразить на плоскости точки, соответствующие числам $5, -2, -3i, \pm 1 \pm i\sqrt{3}$.

Задача 5. Указать геометрический смысл выражения $|z_1 - z_2|$, где z_1 и z_2 - заданные комплексные числа.

Задача 6. Изобразить на плоскости множество точек, соответствующих комплексным числам z , удовлетворяющим условиям:

а) $\arg z = \frac{\pi}{3}$; б) $|z| \leq 2$; в) $|z - 1 - i| < 1$; г) $1 \leq |z - 2i| < 2$.

Задача 7. Решить уравнение $|z| + z = 8 + 4i$.

Задача 8. Найти тригонометрическую форму числа:

а) -2 ; б) $-3i$; в) $1 - i$; г) $1 + i\sqrt{3}$; д) $-1 + i\sqrt{3}$; е) $-1 - i\sqrt{3}$; ж) $1 + \cos \varphi + i \sin \varphi$.

3. Домашнее задание:

Задача 1. Вычислить выражения:

а) $(2 + i)(3 + 7i) - (1 + 2i)(5 + 3i)$; б) $(3 + i)^3 - (3 - i)^3$;
в) $\frac{(2 + i)(4 + i)}{1 + i}$.

Задача 2. Решить уравнения:

а) $z^2 = 3 - 4i$; б) $z^2 - (1 + i)z + 6 + 3i = 0$; в) $z^2 + (2i - 7)z + 13 - i = 0$.

Задача 3. Найти все комплексные числа, сопряженные своему квадрату.

Задача 4. Найти комплексные числа, соответствующие вершинам квадрата с центром в начале координат, со сторонами длины 1, параллельными осями координат.

Задача 5. Изобразить на плоскости множество точек, соответствующих комплексным числам z , удовлетворяющим условиям:

а) $|z| = 1$; б) $|z + 3 + 4i| \leq 5$; в) $2 < |z| < 3$.

Задача 6. Решить уравнение $|z| - z = 8 + 12i$.

Задача 7. Найти тригонометрическую форму числа:

а) 5 ; б) i ; в) $1 + i$; г) $1 - i\sqrt{3}$; д) $-\sqrt{3} + i$; е) $-\sqrt{3} - i$; ж) $\cos \alpha - i \sin \alpha$.

Рекомендуемая литература

1. Основная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры: учебник / Э.Б. Винберг. - Москва: МЦНМО, 2021. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. - Москва: Физматлит, 2019. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387>

2. Дополнительная литература :

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

4. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Чеголин. - Электрон. текстовые данные. - Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. - 149 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html>

5. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2021. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>

Практическое занятие №2.

Матрицы и определители

Цель занятия: операции над матрицами и их основные свойства; определитель матриц, способы его нахождения

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенции ОПК-1; знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

1. Теоретические вопросы к практическому занятию:

- Понятие матрицы.
- Прямоугольные и квадратные матрицы.
- Сложение однотипных матриц.
- Умножение матриц на число.
- Умножение матриц.
- Основные свойства операций над матрицами.

2. Практические задания, решаемые в аудитории:

Задача 1. Перемножить матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 29 \\ 2 & 18 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Выполнить действия:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & -5 & -2 \\ 2 & -2 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Вычислить:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}^2, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2.$$

Задача 4. Вычислить значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему матричных уравнений:

$$2X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad -4X + 2Y = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

№ 6. Вычислить определители 2-го порядка:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix}.$$

№ 7. Вычислить определители 3-го порядка:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}.$$

Задача 8. Вычислить определители, используя свойства и определение:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & 25 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 7 & 6 & 9 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & -1 & -6 \\ 1 & -1 & -2 & 4 & 5 \\ -7 & 0 & -9 & 2 & -2 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 5 & -4 \\ 3 & 1 & 2 & 9 & 8 \\ -1 & 7 & -3 & 8 & -9 \\ 3 & 4 & 2 & 4 & 7 \\ 1 & 8 & 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}.$$

3. Домашнее задание:

Задача 1. Перемножить матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & - & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$\text{з) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Выполнить действия:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 0 & 6 & -3 \\ 5 & -2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Вычислить:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2.$$

Задача 4. Вычислить значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = x^3 - 2x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему матричных уравнений:

$$X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

№ 6. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$$

Задача 7. Вычислить определители, используя свойства и определение.:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 4 & 3 \\ -3 & 0 & -8 & -13 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 4 & -1 & 0 & -1 & 8 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{в) } \begin{vmatrix} -5 & -7 & -2 & 2 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 6 & -1 & 15 & -5 \\ 5 & -4 & 10 & 1 & 14 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

Рекомендуемая литература

1. Основная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры: учебник / Э.Б. Винберг. - Москва: МЦНМО, 2021. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. - Москва: Физматлит, 2019. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387>

2. Дополнительная литература :

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. – Москва: МЦНМО, 2020. – Ч. 2. Линейная алгебра. – 368 с. – ISBN 978-5-94057-454-5.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. – Москва: МЦНМО, 2020. – Ч. 3. Основные структуры алгебры. – 272 с. – ISBN 978-5-94057-455-2.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

4. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Чеголин. – Электрон. текстовые данные. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. – 149 с. – ISBN 978-5-9275-1728-2.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html>

5. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – Москва: Физматлит, 2021. – 278 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – ISBN 978-5-9221-0481-4.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>

Практическое занятие № 3.

Системы линейных уравнений

Цель занятия: решение систем линейных уравнений в матричной форме.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенция ОПК-1; знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

1. Теоретические вопросы к практическому занятию:

- Основные понятия теории решения систем линейных уравнений
- Теорема Кронекера-Капелли.
- Критерий определённости системы линейных уравнений.
- Запись систем линейных уравнений в матричной форме.
- Решение систем линейных уравнений в матричной форме.
- Условия, при которых можно решить систему линейных уравнений в матричной форме.
- Решение СЛАУ методом Крамера
- Решение СЛАУ методом Гаусса

2. Практические задания, решаемые в аудитории:

Решить системы линейных уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - y + 3z = 9, \\ 3x - 5y + z = -4, \\ 4x - 7y + z = 5. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - y - 6z + 3t + 1 = 0, \\ x - 2y - 4z + 9t - 5 = 0, \\ 7x - 4y + 2z - 15t + 32 = 0, \\ x - y + 2z - 6t + 8 = 0. \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases} \quad \Delta) \begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - 6 = 0, \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Домашнее задание:

Решить системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0. \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} 6x + 5y - 2z + 4t + 4 = 0, \\ 9x - u + 4z - t - 13 = 0, \\ 3x + 4y + 2z - 2t - 1 = 0, \\ 3x - 9y + 2t - 11 = 0. \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} 2x + y + 4z + 8t = -1, \\ x + 3y - 6z + 2t = 3, \\ 3x - 2y + 2z - 2t = 8, \\ 2x - y + 2z = 4. \end{cases} \\ & \text{д)} \begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5, \\ 3x - 7y + 3z - t = -1, \\ 5x - 9y + 6z + 4t = 7, \\ 4x - 6y + 3z + t = 8. \end{cases} \end{aligned}$$

Рекомендуемая литература

1. Основная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры: учебник / Э.Б. Винберг. - Москва: МЦНМО, 2021. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. - Москва: Физматлит, 2019. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387>

2. Дополнительная литература :

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

4. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Чеголин. - Электрон.текстовые данные. - Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. - 149 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html>

5. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2021. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>

Практическое занятие №4.

Линейные пространства и преобразования

Цель занятия: действия над арифметическими n -мерными векторами, линейная зависимость системы арифметических n -мерных векторов, нахождение базиса и ранга системы арифметических n -мерных векторов.

Актуальность занятия заключается в том, что при его проведении у студентов формируются компетенции ОПК-1; знания, умения и навыки, которые станут основой их профессиональной деятельности.

1. Теоретические вопросы к практическому занятию

- Арифметические n -мерные векторы.
- Действия над арифметическими n -мерными векторами.
- Линейная зависимость системы арифметических n -мерных векторов.
- Базис и ранг системы арифметических n -мерных векторов.

2. Практические задания, решаемые в аудитории:

1. Найти вектор x из уравнения:

$$4a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4x = 0, \text{ где } a_1 = (5, -8, -1, 2), a_2 = (2, -1, 4, -3), a_3 = (-3, 2, -5, 4).$$

2. Пусть задана линейно независимая система векторов $a_1, \dots, a_k$. Выяснить, является ли линейно зависимой система векторов

$$b_1 = 3a_1 + 2a_2 + a_3 + a_4, b_2 = 2a_1 + 5a_2 + 3a_3 + 2a_4, b_3 = 3a_1 + 4a_2 + 2a_3 + 3a_4.$$

3. Найти все базисы системы векторов:

$$a_1 = (1, 2, 0, 0), a_2 = (1, 2, 3, 4), a_3 = (3, 6, 0, 0).$$

4. Найти какой-нибудь базис системы векторов

$$a_1 = (5, 2, -3, 1), a_2 = (4, 1, -2, 3), a_3 = (1, 1, -1, -2), a_4 = (3, 4, -1, 2), a_5 = (7, -6, -7, 0) \text{ и}$$

выразить через этот базис остальные векторы системы.

3. Домашнее задание:

1). 1. Найти вектор x из уравнения:

$$3(a_1 - x) + 2(a_2 + x) = 5(a_3 + x), \text{ где } a_1 = (2, 5, 1, 3), a_2 = (10, 1, 5, 10), a_3 = (4, 1, -1, 1).$$

2. Пусть задана линейно независимая система векторов $a_1, \dots, a_k$. Выяснить, является ли линейно зависимой система векторов

$$b_1 = 3a_1 + 4a_2 - 5a_3 - 2a_4 + 4a_5, b_2 = 8a_1 + 7a_2 - 2a_3 + 5a_4 - 10a_5, b_3 = 2a_1 - a_2 + 8a_3 - a_4 + 2a_5.$$

3. Найти все базисы системы векторов:

$$a_1 = (4, -1, 3, -2), \quad a_2 = (8, -2, 6, -4), \quad a_3 = (3, -1, 4, -2), \quad a_4 = (6, -2, 8, -4).$$

4. Найдите какой-нибудь базис системы векторов и выразить через этот базис остальные векторы системы:

а) $a_1 = (2, -1, 3, 5), \quad a_2 = (4, -3, 1, 3), \quad a_3 = (3, -2, 3, 4), \quad a_4 = (4, -1, -15, 17);$

б) $a_1 = (2, 3, -4, -1), \quad a_2 = (1, -2, 1, 3), \quad a_3 = (5, -3, -1, 8), \quad a_4 = (3, 8, -9, -5);$

в) $a_1 = (2, 2, 7, -1), \quad a_2 = (3, -1, 2, 4), \quad a_3 = (1, 1, 3, 1).$

Рекомендуемая литература

1. Основная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры: учебник / Э.Б. Винберг. - Москва: МЦНМО, 2021. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. - Москва: Физматлит, 2019. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387>

2. Дополнительная литература :

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

4. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Чеголин. - Электрон.текстовые данные. - Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. - 149 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2.

Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html>

5. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2021. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по организации самостоятельной работы студентов
по дисциплине «Алгебра».

Направление подготовки 11.03.02 - Информационные технологии и системы связи.
Профиль подготовки - Интеллектуальная обработка данных в информационных
системах и сетях.

Ставрополь
2026

Введение.

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студента).

Самостоятельная работа студента является важным видом учебной деятельности студента. Федеральным государственным образовательным стандартом предусматривается значительный объем времени из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу. В связи с этим, обучение включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому самостоятельная работа должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи профессионального образования – подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности.

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом.

Самостоятельная работа студента предполагает, прежде всего, его практическую деятельность, поскольку именно этот вид учебной работы в первую очередь готовит к самостоятельному выполнению профессиональных задач. Конечной целью самостоятельной работы является организация самостоятельной познавательной деятельности, формирование умения самостоятельно анализировать информацию, выделять главное и второстепенное.

Основными формами самостоятельной работы студентов по дисциплине «Алгебра» являются:

- подготовка к лекциям;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к экзамену.

В процессе изучения дисциплины у обучающихся формируется следующая компетенция (в соответствии с образовательным стандартом):

ОПК-1-Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.

Методические рекомендации по изучению теоретического материала, подготовке к практическим занятиям.

Для подготовки к текущему практическому занятию

Дома

1. Прочитайте конспект лекции, соответствующий теме занятия. Запомните основные определения и теоремы.
2. Изучите рекомендуемую литературу по вопросам, выносимым на обсуждение.
3. Найдите ответы на теоретические задания. Подготовьтесь к ответам на эти вопросы на занятии.
4. Законспектируйте ответы на теоретические задания, которые не содержатся в Вашем конспекте лекции по указанной проблеме.
5. Изучите разобранные примеры решения типовых задач и законспектируйте их решение в рабочую тетрадь.

На занятии

6. Дайте ответы на вопросы из теоретических заданий и в рабочей тетради решите практические задания из заданий, решаемых в аудитории.

Дома

7. Закрепите полученные практические умения и навыки, решая практические задания из заданий для самостоятельной работы дома.

Для подготовки к итоговому практическому занятию по теме

Дома:

1. Подготовьтесь к собеседованию по теме по указанным теоретическим вопросам базового и повышенного уровня.
2. Подготовьтесь к собеседованию по выполненным домашним заданиям по теме.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену.

Проработайте теоретический материал по вопросам к экзамену базового и повышенного уровня.

При этом особое внимание обратите на

- точность формулировок определений и теорем;
- область применения методов и правил;
- порядок выполнения алгоритмов;
- математическую символику, используемую в темах, выносимых на экзамен.

Обязательно выделите время на повторение методов решения типовых заданий по материалу, выносимому на экзамен. При этом используйте задачи, из предложенных для подготовки к экзамену.

Вопросы к экзамену.

1. Основные понятия комплексного числа. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа.
2. Формы записи комплексных чисел. Свойства модуля комплексных чисел.
3. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, произведение, возведение в степень (формула Муавра), деление, извлечение корня из комплексного числа.
4. Матрицы, основные понятия и определения. Разновидности матриц.
5. Действия над матрицами: сложение, произведение матрицы на число, умножение

матриц. Основные свойства этих операций.

6. Действия над матрицами: возведение в степень и транспонирование матриц. Основные свойства этих операций.

7. Определитель матриц, способы его нахождения. Теорема Лапласа (теорема разложения).

8. Основные свойства определителей.

9. Обратная матрица, теорема ее существования и единственности. Свойства обратных матриц.

10. Обратная матрица, алгоритм нахождения обратной матрицы

11. Ранг матрицы и методы его вычисления: метод окаймляющих миноров, приведение матрицы к ступенчатому виду.

12. Ранг матрицы. Элементарные преобразования и теорема о ранге матрицы. Основные свойства ранга матрицы.

13. Системы линейных алгебраических уравнений: основные понятия.

14. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера.

15. Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным методом.

16. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

17. Исследование систем m линейных уравнений с n неизвестными. Теорема Кронекера-Капелли.

18. Однородные системы линейных уравнений и свойства их решений.

19. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений: число решений, составляющих фундаментальную систему решений; общее решение однородной системы уравнений через фундаментальную систему решений.

20. Алгоритм построения фундаментальной системы решений системы уравнений.

21. Связь между решениями ассоциированных систем линейных уравнений.

22. Нахождение общего решения неоднородной системы линейных уравнений с помощью фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы.

23. Понятие вектора, длины вектора. Какие вектора называются коллинеарными, компланарными, равными? Линейные операции над векторами и их свойства.

24. Линейная зависимость (независимость) векторов и их свойства.

25. Определение линейного пространства и его свойства

26. Линейная зависимость и независимость векторов линейного пространства, критерий линейной зависимости.

27. Размерность и базис линейных пространств, теоремы о них.

28. Преобразование координат при переходе к новому базису.

29. Подпространства линейного пространства. Критерий подпространства.

30. Линейные преобразования. Матрицы линейных преобразований.

31. Действия над линейными преобразованиями.

32. Основные свойства операций над линейными преобразованиями

Задачи для подготовки к экзамену

I. Комплексные числа. Матрицы и определители. СЛАУ

Задача 1. Дано комплексное число Z . Требуется: 1) записать число z в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; 2) найти все корни уравнения $\omega^3 + z = 0$.

$$1 \quad 1. \quad z = 2\sqrt{2} / (1+i).$$

$$2 \quad 1. \quad z = -\frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$3 \quad 1. \quad z = -\frac{2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$4 \quad 1. \quad z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$5 \quad 1. \quad z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}.$$

$$1.6 \quad z = \frac{4}{1+i\sqrt{3}}.$$

$$1.7 \quad z = -\frac{4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$1.8 \quad z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$1.9 \quad z = -\frac{4}{\sqrt{3}-i}.$$

$$0 \quad 1.1 \quad z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}.$$

Задача 2. Вычислить определитель разложением по некоторой строке или столбцу:

$$1 \quad 2. \quad \begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -4 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2.4 \quad \begin{vmatrix} -4 & -5 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2 \quad 2. \quad \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 6 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$2.5 \quad \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ -4 & 2 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

$$3 \quad 2. \quad \begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 & -5 \\ -4 & 2 & 1 & -3 \\ 3 & 6 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$2.6 \quad \begin{vmatrix} -4 & -5 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 5 \\ -3 & 1 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Задача 3. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и методом Гаусса:

$$.1 \quad 3 \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5; \end{cases}$$

$$.5 \quad 3 \quad \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -11; \end{cases}$$

$$.2 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 18; \end{cases} \quad .6 \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5; \end{cases}$$

$$.3 \quad \begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -6, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6; \end{cases} \quad .7 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 - 6x_2 - 7x_3 = -4; \end{cases}$$

$$.4 \quad \begin{cases} -5x_1 - 2x_2 + x_3 = -7, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ -x_1 - 6x_2 + 5x_3 = -7; \end{cases} \quad .8 \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -15; \end{cases}$$

Задача 4. Решить матричное уравнение;

4.1

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

4.2

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений:

5.1

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0 \end{cases}$$

5.4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

5.2

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

5.5

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

5.3

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

5.6

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Задача 6. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений:

$$6.1 \quad \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$6.4 \quad \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

$$6.2 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$6.5 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$6.3 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$6.6 \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

II. Линейная алгебра

Задача 1. Исследовать на линейную зависимость систему векторов.

1.1. $a = \{1, 4, 6\}$, $b = \{1, -1, 1\}$, $c = \{1, 1, 3\}$.

1.2. $a = \{2, -3, 1\}$, $b = \{3, -1, 5\}$, $c = \{1, -4, 3\}$.

1.3. $a = \{5, 4, 3\}$, $b = \{3, 3, 2\}$, $c = \{8, 1, 3\}$.

1.4. $a = \{1, 1, 1\}$, $b = \{0, 1, 1\}$, $c = \{0, 0, 1\}$.

1.5. $a = \{1, -1, 2\}$, $b = \{-1, 1, -1\}$, $c = \{2, -1, 1\}$.

1.6. $a = \{1, 2, 3\}$, $b = \{4, 5, 6\}$, $c = \{7, 8, 9\}$.

1.7. $a = \{1, 1, 1\}$, $b = \{1, 2, 3\}$, $c = \{1, 3, 6\}$.

1.8. $a = \{3, 4, -5\}$, $b = \{8, 7, -2\}$, $c = \{2, 1, -8\}$.

1.9. $a = \{3, 2, -4\}$, $b = \{4, 1, -2\}$, $c = \{5, 2, -3\}$.

1.10. $a = \{0, 1, 1\}$, $b = \{1, 0, 1\}$, $c = \{1, 1, 0\}$.

Задача 2. Даны векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Докажите, что вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют базис. Найти разложение вектора $\vec{c}$ по базису из векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2.1 $\vec{a} = \{2; 1\}, \vec{b} = \{3; 2\}, \vec{c} = \{6; 2\}$

2.2 $\vec{a} = \{-1; 2\}, \vec{b} = \{1; 3\}, \vec{c} = \{4; 3\}$

2.3 $\vec{a} = \{3; 1\}, \vec{b} = \{2; 5\}, \vec{c} = \{1; 9\}$

2.4 $\vec{a} = \{2; -5\}, \vec{b} = \{2; -3\}, \vec{c} = \{6; -13\}$

$$2.5 \quad \vec{a} = \{1; 5\}, \vec{b} = \{5; -5\}, \vec{c} = \{13; 5\}$$

Задача 3. Докажите, что комплексные числа z_1 и z_2 образуют базис действительного линейного пространства.

	z_1	z_2		z_1	z_2
3.1	$-1 + 2i$	$2 - i$	3.6	$4 + 2i$	$-2i$
3.2	$2i$	$3 + 2i$	3.7	$-3 + i$	$2 - i$
3.3	$2 - 3i$	$1 - i$	3.8	$-2 - 2i$	$1 + 3i$
3.4	$1 + i$	$-5i$	3.9	$4 - i$	$1 + 4i$
3.5	$-2 + i$	$2 + 2i$	3.10	$-i$	$2 + 3i$

Задача 4. Дан вектор $\vec{x}$ с координатами в стандартном базисе линейного пространства R^2 . Найти его координаты в базисе c_1 и c_2 .

4.1	$c_1 = \{1; -2\}, c_2 = \{1; -5\}, x = \{9; -33\}$
4.2	$c_1 = \{-2; -4\}, c_2 = \{2; -1\}, x = \{0; 15\}$
4.3	$c_1 = \{-4; -5\}, c_1 = \{5; -5\}, x = \{-14; 5\}$
4.4	$c_1 = \{-3; -3\}, c_2 = \{-4; -2\}, x = \{-14; -4\}$
4.5	$c_1 = \{1; 3\}, c_2 = \{2; 4\}, x = \{-10; 2\}$

Задача 5. Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3),$$

$$5.1. Bx = (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2),$$

$$Cx = (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3).$$

$$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2),$$

$$5.2. Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 0, x_2^4 + 2x_3),$$

$$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3).$$

$$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2^4 + 3x_3),$$

$$5.3. Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3),$$

$$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3).$$

.1	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$	.2	$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$	.3	$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	.4	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$
.5	$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$	.6	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	.7	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	.8	$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 8. Найти нормы векторов a и b и угол между ними в евклидовом пространстве E_4 .

1	8.	$a = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	2	8.	$a = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
3	8.	$a = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	4	8.	$a = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

Задача 9. Пусть $a, b \in R^4$. Проверьте, являются ли векторы ортогональными.

.1	$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$	.2	$a = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	.3	$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
----	--	----	---	----	---

Рекомендуемая литература

1. Основная литература:

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры: учебник / Э.Б. Винберг. - Москва: МЦНМО, 2021. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>

2. Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А.О. Ремизов, И.Р. Шафаревич. - Москва: Физматлит, 2019. - 512 с. - ISBN 978-5-9221-1139-3.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68387>

2. Дополнительная литература :

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 1. Основы алгебры. - 273 с. - ISBN 978-5-94057-453-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - ISBN 978-5-94057-454-5.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: учебник / А.И. Кострикин. - Москва: МЦНМО, 2020. - Ч. 3. Основные структуры алгебры. - 272 с. - ISBN 978-5-94057-455-2.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>

4. Чеголин А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.П. Чеголин. - Электрон.текстовые данные. - Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2018. - 149 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2.
Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68568.html>
5. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2021. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - ISBN 978-5-9221-0481-4.