

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

По выполнению практических занятий
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
для студентов
Специальности 10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем
Специализация «Анализ безопасности информационных систем»

Ставрополь
2026

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
Практическое занятие №1 Классическое Определение Вероятности	4
Практическое занятие №2 Геометрическое и статистическое определения вероятности	9
Практическое занятие №3 Алгебра событий	11
Практическое занятие №4 Условная вероятность	15
Практическое занятие №5 Полная вероятность	19
Практическое занятие №6 Дискретные случайные величины	26
Практическое занятие №7 Непрерывные случайные величины	28
Практическое занятие №8 Числовые характеристики случайных величин	30
Практическое занятие №9 Законы распределения дискретных случайных величин	33
Практическое занятие №10 Нормальный закон распределения	36
Список использованных источников	38

ВВЕДЕНИЕ

Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование у будущего специалиста по специальности 10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем специализация «Анализ безопасности информационных систем» является формирование фундаментальных знаний и практических навыков в области вероятностного моделирования и статистического анализа, необходимых для оценки рисков, выявления угроз и принятия обоснованных решений в сфере защиты информации.

Задачи дисциплины:

- Изучение основ теории вероятностей – вероятностные пространства, случайные величины, распределения вероятностей, предельные теоремы.
- Освоение методов математической статистики – статистические оценки, проверка гипотез, регрессионный и корреляционный анализ.
- Применение вероятностно-статистических моделей в задачах информационной безопасности.
- Развитие навыков обработки данных – умение работать с реальными статистическими данными, выявлять аномалии и закономерности.

Практическое занятие №1 Классическое Определение Вероятности

Цель: уметь находить вероятности событий с использованием классического определения вероятности и формул комбинаторики.

Учебные вопросы

1. Элементы комбинаторики.
2. События и их классификация.
3. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.

Решение типовых задач

Пример 1.

В ящике 300 деталей. Известно, что 150 из них – первого сорта, 120 – второго, а остальные – третьего сорта. Сколько существует способов извлечения из ящика одной детали первого **или** второго сорта?

Решение

Деталь первого сорта может быть извлечена n_1 150 способами, второго сорта - n_2 120 способами. По правилу суммы существует $n_1 + n_2 = 150 + 120 = 270$ способов извлечения одной детали первого или второго сорта.

Пример 2.

В группе 30 человек. Необходимо выбрать старосту, его заместителя и профорга. Сколько существует способов сделать это?

Решение

Старостой может быть выбран любой из 30 студентов, его заместителем – любой из оставшихся 29, а профоргом – любой из оставшихся 28 студентов, т.е. n_1 30, n_2 29 и n_3 28. По правилу произведения общее число способов выбора старосты, его заместителя и профорга равно $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3$ 30 29 28 24360 способов.

Пример 3.

Сколькими способами 7 человек могут выстроиться в очередь?

Решение

P_7 7! 5040.

Пример 4. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «МАТЕМАТИКА», чтобы получились всевозможные различные наборы букв?

Решение

Всего букв $n = 10$.

При этом: «м» - $n_1=2$; «а» - $n_2=3$; «т» - $n_3=2$; «е» - $n_4=1$; «и» - $n_5=1$; «к» - $n_6=1$.

$\sum n_i = n$.

$10! P^{10}(2,3,2,1,1,1)$

$2! 3! 2! 1! 1! 1!$

151200.

Пример 5.

Сколькими способами можно выбрать 3 человека на 3 различные должности из 10 кандидатов?

Пример 6.

Сколькими способами можно выбрать 3 человека на 3 одинаковые должности из 10 кандидатов?

Пример 7.

В конкурсе по 5 номинациям участвуют 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены: а) различные призы, б) одинаковые призы?

Пример 8.

Найти вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет четное число

Пример 9.

В лотерее 100 билетов, из них 40 выигрышных. Какова вероятность того, что:

- 1) ровно один из трех взятых наудачу билетов окажется выигрышным;
- 2) все три окажутся выигрышными.

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Сколькими способами можно расставить на книжной полке десятитомник произведений Д. Лондона, располагая их:

- 1) в произвольном порядке;
- 2) так, чтобы I, V и IX тома стояли рядом (в любом порядке)?

Ответ: 1) 3628800; 2) 241920.

2. Сколько существует различных семизначных телефонных номеров, если:

- 1) цифры в номере не повторяются;
- 2) цифры в номере могут повторяться?

Ответ: 1) 604800; 2) 10000000.

3. В вазе стоят 9 красных и 7 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из нее:

- 1) 3 гвоздики;
- 2) 6 гвоздик одного цвета;
- 3) 4 красных и 3 розовых гвоздики?

Ответ: 1) 560; 2) 91; 3) 4410.

4. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее. Какова вероятность того, что это число является простым?

Ответ: 0,4.

5. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что:

- 1) сумма выпавших очков не превосходит 7;
- 2) на обоих костях выпадет одинаковое число очков.

Ответ: 1) 7/12; 2) 1/6.

6. Буквы Т, Е, И, Р, О, Я написаны на отдельных карточках.

Наудачу последовательно извлекаются и складываются в ряд: 1) 3 карточки; 2) все 6 карточек. Какова вероятность того, что получится слово: 1) ТОР; 2) ТЕОРИЯ? *Ответ: 1) 1/120; 2) 1/720.*

1) Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что

среди обладателей билета окажутся:

- 2) 4 девушки;
- 3) 4 юноши;
- 4) 3 юноши и 1 девушка?

Ответ: 1) 0,11; 2) 0,0166; 3) 0,142.

7. В группе 30 студентов, из которых 6 отличников. Группу наудачу разделили на две равные части. Какова вероятность того, что в каждой части по 3 отличника?

Ответ: 0,35.

Задания для самостоятельной работы

1. В комнате имеется 7 стульев. Сколькими способами можно разместить на них 7 гостей? 3 гостя?

2. Сколькими способами можно переставить буквы в словах: а) «математика»,

б) «абракадабра», чтобы получились всевозможные различные наборы букв?

3. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходимо набрать пароль из

4 цифр. Оператор забыл или не знает необходимого кода. Сколько всевозможных комбинаций он может составить для набора пароля: а) если цифры в пароле не повторяются; б) если повторяются?

4. Группа туристов из 12 юношей и 7 девушек выбирает по жребию 5 человек для приготовления ужина. Сколько существует способов выбора, при которых в эту «пятерку» попадут: а) одни девушки; б) 3 юноши и 2 девушки; в) 1 юноша и 4 девушки; г) 5 юношей?

5. На вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них четыре пары для танца?

6. В магазине имеется 7 видов тортов. Сколькими способами можно составить набор, содержащий 3 торта? А если имеются 3 вида тортов, а нужен набор из 7 тортов?

7. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно какая. Наудачу извлеченная из ящика деталь (после перевозки) оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.

8. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 20. Какова вероятность того, что это число кратно 5?

9. На 6 одинаковых карточках написаны буквы А, В, К, М, О, С. Карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что получится слово МОСКВА?

10. Из 40 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 30. Найти вероятность того, что среди трех наугад выбранных вопросов студент знает: а) 3 вопроса; б) 2 вопроса; в) 1 вопрос.

11. Код домофона состоит из 8 цифр, которые могут повторяться. Какова вероятность того, что, случайно набирая цифры, можно угадать нужный код?
12. Зачет по математике в срок получили 18 из 25 студентов группы. Какова вероятность, что из первых пяти студентов по списку зачет по математике сдали 3 человека?
13. Из десяти билетов выигрышными являются два. Чему равна вероятность того, что среди взятых наудачу пяти билетов один выигрышный?
14. Куб, все грани которого окрашены, распилен на тысячу кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну; б) две; в) три.
15. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.
16. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.
17. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?
18. Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.
19. В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.
20. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 15 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота извлечения стандартной детали?
21. В урне 4 красных и 6 синих одинаковых по размерам и весу шаров. Из урны извлекается три шара. Какова вероятность того, что один извлеченный шар окажется синим?
22. Ученик 6 «б» класса Костя Сидоров застал двухлетнюю сестренку Катю в момент, когда та инспектировала свой тайник, расположенный в проеме между стеной и книжным шкафом. В тайнике у Кати хранились пуговицы, срезанные в разное время с различных предметов одежды: 5 белых пуговиц с теперь уже не новой папиной рубашки, 3 красные пуговицы с маминого халатика и 4 пуговицы с купленной три дня назад Костиной джинсовой куртки. Не обращая внимания на Катины протесты, Костя просунул руку в щель, нащупал 2 пуговицы и вытащил их. Какова вероятность того, что одна из них с куртки?
23. Чайный сервиз на 6 персон состоит из 6 чашек, 6 блюдец, чайника, сахарницы и молочно-ка. Во время ссоры нигде не работающая Клава запустила в своего бойфренда Григория первыми тремя попавшимися под руку предметами из сервиза. Какова вероятность того, что не пострадали чашки? (Указание:

считать, что предметы попадались Клаве под руку совершенно случайно.)

24. Пустые горшочки с медом Винни-Пух ставит на полочку вместе с полными для того, чтобы вид уменьшающегося числа горшков не слишком портил ему настроение. В настоящий момент в Пуховом буфете попеременно стоят 5 горшочков с медом и 6 абсолютно пустых. Какова вероятность того, что в двух взятых на ужин горшочках окажется мед?

25. Когда Костя Сидоров, ученик «Б» класса, наконец-то обнаружил в буфете кулек с конфетами, он услышал, как отворилась входная дверь. Это пришла из магазина бабушка Пелагея Марковна. Времени на выбор не было, и Костя, запустив руку в кулек, едва успел переместить к себе в карман две конфеты. Какова вероятность того, что ему достался хотя бы один "Мишка на Севере", если в кульке было 7 конфет с помадкой, 5 соевых батончиков и 3 "Мишки на Севере"?

Практическое занятие №2 Геометрическое и статистическое определения вероятности

Цель: уметь находить геометрические и статистические вероятности событий. Учебные вопросы

1. Относительная частота события. Статистическая вероятность.
2. Геометрические вероятности. Решение типовых задач

Пример 1.

На линии связи длиной 10 км произошел обрыв. Какова вероятность того, что обрыв произошел не далее, чем в двух км от начала (событие А)?

Решение

В данном случае рассматриваются одномерные области (отрезки), мерами которых являются их длины. Так как считается равновероятным появление обрыва в любой точке линии, то

Пример 2.

На отрезок АВ длины $L=40$ см помещен маленький отрезок CD длиной $l=10$ см. Найти вероятность того, что точка, случайно брошенная на отрезок АВ, попадет также и на отрезок CD. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

Решение

Событие А – точка, случайно брошенная на отрезок АВ, попадет также и на отрезок CD.

Пример 3.

На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади этой фигуры и не зависит от ее расположения относительно большого круга.

Пример 4.

Из 500 взятых наудачу деталей оказалось 8 бракованных. Найти частоту бракованных деталей (событие А).

Решение

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Из 500 взятых наудачу деталей оказалось 8 бракованных. Найти частоту бракованных деталей.

2. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

3. В любые моменты времени промежутка T равно возможны поступления в приемник двух сигналов. Приемник будет забит, если разность по времени между этими сигналами будет меньше t . Определить вероятность того,

что приемник будет забит.

4. В круг радиуса R вписан квадрат. В круг наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что точка попадет в квадрат?

5. На отрезок OA длины L числовой оси Ox наудачу поставлена точка $B(x)$. Найти вероятность того, что меньший из отрезков OB и BA имеет длину, меньшую, чем $L / 3$. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения на числовой оси.

6. Из 1000 детей, родившихся в ноябре, девочек оказалось 482. Найдите относительную частоту рождения а) девочек, б) мальчиков.

7. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти а) число попаданий, б) число промахов, если всего было произведено 120 выстрелов.

8. Точку наудачу бросили на отрезок $[0; 2]$. Какова вероятность ее попадания в отрезок $[0,5; 1,4]$?

9. В прямоугольник $5 \times 4 \text{ см}^2$ помещен круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

10. В круг радиуса R наудачу брошена точка. Найдите вероятность того, что эта точка окажется внутри данного вписанного правильного треугольника.

11. Точка брошена в круг радиуса R . Найдите вероятность того, что она попадает внутрь данного вписанного квадрата.

12. В квадрат с вершинами в точках $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(1,0)$ наудачу брошена точка (x, y) . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству $y < 2x$.

Задания для самостоятельной работы

1. На отрезке натурального ряда от 1 до 20 найти относительную частоту простых чисел.

2. Из 56 работающих на линии троллейбусов 5 возвратились в троллейбусный парк по техническим причинам. Какова относительная частота поломок троллейбусов?

3. Относительная частота опозданий на первую пару для студента равна 0,8. Сколько раз за сентябрь данный студент опоздал на занятия, если всего было 25 учебных дней?

Практическое занятие №3 Алгебра событий

Цель: уметь использовать теоремы сложения и умножения вероятностей.

Учебные вопросы

1. Алгебра событий.
2. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Следствия.

3. Теорема умножения вероятностей независимых событий. Решение типовых задач

Пример 1.

Вероятность сдачи экзамена на положительную оценку по гражданскому праву равна 0,8, а по уголовному праву - 0,7. Какова вероятность, что эти два экзамена будут сданы на положительные оценки?

Решение А – сдачи экзамена на положительную оценку по гражданскому праву В - сдачи экзамена на положительную оценку по уголовному праву.

По условию задачи необходимо найти вероятность совместного появления этих двух независимых событий:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$$

Пример 2.

В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

$C = A + B$, где А и В – несовместные события.

Пример 3.

Вероятности попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны 0,7 и 0,8. Найти вероятность поражения цели.

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2) = 0,7 + 0,8 - 0,7 \cdot 0,8 = 0,94$$

Пример 4.

Вероятность получения на экзамене оценки «отлично» равна 0,2, получения оценки «хорошо» - 0,4, «удовлетворительно» - 0,3, а «неудовлетворительно» - 0,1. Какова вероятность, что на экзамене студент получит не ниже оценки

«хорошо»?

Выражение «не ниже оценки «хорошо»» означает, что оценка будет или «хорошо» или «отлично», следовательно воспользуемся теоремой сложения для несовместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,4 + 0,3 = 0,7$$

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Из таблицы случайных чисел наугад взято число. Рассмотрим 2 события: А - число делится на 5; В - число оканчивается нулём. Что означают события:

1) $A \cap B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \setminus B$; 4) $B \setminus A$ 5) $\bar{A} \cap \bar{B}$.

2. Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов:

четыре с первого, пять со второго, семь с третьего и четыре с четвертого. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или третьего склада?

3. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7; а второго – 0,8. Найти вероятность того, что:

- 1) мишень будет поражена;
- 2) в мишень попадет только один из стрелков.

4. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие нестандартно, равна 0,1. Найти вероятность того, что:

- 1) из трех проверенных изделий только одно окажется нестандартным;
- 2) нестандартным окажется только четвертое по порядку проверенное изделие.

5. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

6. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй – только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответят: а) оба студента; б) только первый студент; в) только один из них; г) хотя бы один из студентов.

Задания для самостоятельной работы

1. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую - 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую, либо во вторую область. Какова вероятность того, что стрелок попадет в третью область (при условии, что выстрел точно попадет в мишень)?

2. Опыт состоит в случайном извлечении карты из колоды в 52 карты. Чему равна вероятность того, что это будет туз или карта масти треф?

3. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар, при втором - черный и при третьем - синий.

4. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар, при втором - черный и при третьем - синий.

5. На каждой из двенадцати одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, а, т, т, т, м, м, р, с, о, о, о. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех, вынутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно будет прочесть слово «трос».

6. В ящике находятся катушки с нитками четырех цветов: 50 катушек

белого, 20

- зеленого, 20 - красного и 10 синего. Какова вероятность того, что взятая наудачу катушка окажется с нитками зеленого, белого или синего цвета?

7. При записи фамилий участников конференции, общее число которых 420, оказалось, что начальной буквой фамилии у 10 из них была – А, у 6 – Е, у 9 – И, у 12 – О, у 5 – У, у 3 – Ю, у всех остальных фамилии начинались с согласной. Определить вероятность того, что фамилия участника конференции начинается с гласной.

8. В книжный магазин поступили книги, 60 % которых напечатаны 1 типографией, 25 % – второй типографией, остальные – третьей. Какова вероятность того, что купленная наудачу книга окажется изготовленной 1 или 3 типографией?

9. Радиолокационная станция ведет наблюдение за двумя объектами. За время наблюдения объекты могут быть потеряны с соответствующими вероятностями 0,1 и 0,2. Найти вероятность того, что за время наблюдения будет потерян хотя бы один из объектов. В цехе 4 мотора. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены все 4 мотора.

10. В барабане 7 гнезд, из которых в 5 заложены патроны, а 2 – пустые. Найти вероятность того, что после нажатия спускового крючка дважды, а) оба раза выстрела не будет, б) оба выстрела произойдут.

11. В двух ящиках находятся детали: в первом-10 (из них 3 стандартных), во- втором-18 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

12. Брошены две игральных кости. Чему равна вероятность того, что на каждой кости выпадет по 3 очка?

13. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность следующих событий:

14. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

15. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.

16. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0.05 и 0.08. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

17. Три стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания 1-го, 2- го и 3-го стрелков соответственно равны: 0,2; 0,3, и 0,4. Какова вероятность получения одного попа Дания?

18. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной

- бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить
19. Задана электрическая схема из 5 блоков. Надеж-
24. На участке кросса 3 препятствия. Вероятность успешного прохождения первого равна 0,4, второго – 0,5, третьего – 0,6. Найти вероятность успешного прохождения: а) трех препятствий, б) не менее двух препятствий, в) двух препятствий.
25. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по телевидению, равна 0,04. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу того же продукта на рекламном стенде, равна 0,06. Предполагается, что эти два события – независимы. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит обе рекламы?
26. В мешочке имеется 10 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т, а, о, к, р, о. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в линию» кубиках можно будет прочесть слово «спорт».
27. Вероятность попадания снаряда в мост для первого бомбардировщика равна 0,8, для второго 0,9. Чему равна вероятность того, что в результате одного выстрела каждым из бомбардировщиков мост будет взорван? (Для взрыва моста достаточно попадания одного снаряда)
28. Ирочка Маслова наивно верит, что если она соберет 20 разных наклеек от жвачек Барби и отошлет их по указанному адресу, то добрые тети и дяди пришлют ей взамен настоящую куклу Барби. Объясните Ирочке строго математически нереальность ее затеи, вычислив вероятность собрать 20 разных наклеек, купив ровно 20 жвачек.
29. Ученик 6 «б» класса Костя Сидоров и его приятель, заняв выгодную позицию вблизи школьных дверей, обстреливали снежками всех выходящих девчонок. Когда дверь в очередной раз открылась, два снежка одновременно полетели в голову застывшего на пороге завуча - Маргариты Викентьевы. Какова вероятность того, что цель была поражена, если известно, что Костя обычно попадает 8 раз из 10, а его приятель только 7?
30. Фирма "ХаХаХа" выпустила акции и обещает своим вкладчикам несусветные дивиденды. Котировки акций меняются каждый день так, что стоимость одной акции возрастает в два раза. В понедельник, в первый день продажи акций, Пелагея Марковна, отстояв многочасовую очередь, втайне от мужа Ивана Кузьмича вложила в фирму 200 тысяч рублей из своей пенсии, надеясь к концу недели получить 12 млн. 600 тыс. рублей чистой прибыли. Сбудутся если вероятность того, что лавочка не закроется, в день открытия составляла $1/10$ и каждый день уменьшается в 10 раз? (Найти вероятность указанного события.)

Практическое занятие №4 Условная вероятность

Цель: уметь использовать теоремы сложения и умножения вероятностей; находить вероятность появления хотя бы одного события.

Учебные вопросы

1. Теоремы сложения вероятностей и их следствия.
2. Теорема умножения вероятностей и их следствия. Условная вероятность.
3. Вероятность появления хотя бы одного события. Решение типовых задач

Пример 1.

В ящике имеется 18 деталей, среди которых 12 стандартных. Сборщик наугад вынимает две детали. Найти вероятность того, чтобы извлеченные детали окажутся стандартными.

Решение.

А-событие, состоящее в том, что обе извлеченные детали окажутся стандартными. Для нахождения вероятности события будем использовать формулу:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где $m = C_{12}^2$ - число способов извлечь из 12 стандартных деталей три; $n = C_{18}^2$ - число способов извлечь 2 детали из 18.

Данный результат можно получить, если использовать теорему умножения для зависимых событий

A_2 – событие, состоящее в том, что вторая извлеченная деталь окажется стандартной, тогда условная вероятность того, что вторая деталь окажется стандартной, при условии, что первая деталь

Пример 2.

В магазине имеется 8 телевизоров, из которых 3 неисправных. Найти вероятность того, что среди наугад взятых трех телевизоров будет хотя бы один неисправный.

Решение.

А – среди наугад взятых трех телевизоров будет хотя бы один неисправный. Обозначим

A_1 – первый телевизор неисправный, A_2 – второй телевизор неисправный. Тогда A_1 – первый телевизор исправный, A_2 – второй телевизор исправный. Искомую вероятность найдем, используя формулу вероятности появления хотя бы одного события:

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Вероятность того, что курсант сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9 и третий – 0,8. Найти вероятность того, что курсантом будут сданы:
 - 1) только второй экзамен;
 - 2) только один экзамен;
 - 3) три экзамена;

4) по крайней мере 2 экзамена;

5) хотя бы один экзамен.

Ответ: 1) 0,018; 2) 0,044; 3) 0,648; 4) 0,954; 5) 0,998.

2. Три электрические лампочки последовательно включены в цепь. Вероятность того, что одна (любая) лампочка перегорит, если напряжение в сети превысит нормальное, равна 0,6. Найти вероятность того, что при повышенном напряжении тока в цепи не будет.

Ответ: 0,936.

3. Из колоды в 36 карт наудачу вынимаются 3 карты. Какова вероятность того, что среди них не будет ни одной шестерки? Рассмотреть выборки: 1) без возвращения; 2) с возвращением.

Ответ: 1) 0,695; 2) 0,702.

4. Только один из 9 ключей подходит к данному замку. Какова вероятность того, что придется опробовать 5 ключей для открытия замка?

Ответ: 0,11.

5. В районе 100 поселков. В пяти из них находятся пункты проката сельхозтехники. Случайным образом отобраны два поселка. Какова вероятность того, что в них окажутся пункты проката сельхозтехники? Решить задачу двумя способами: с помощью классического определения вероятности и с помощью теоремы умножения вероятностей.

Ответ: 1/495 0,002.

6. В магазине имеются 10 женских и 6 мужских шуб. Для анализа качества случайным образом отобрали 3 шубы. Определить вероятность того, что среди отобранных шуб окажутся только мужские или только женские шубы.

Ответ: 0,25.

7. Причиной разрыва электрической цепи служит выход из строя элемента K_1 или одновременный выход из строя двух элементов - K_2 и K_3 . Элементы могут выйти из строя независимо друг от друга с вероятностями, равными соответственно 0,1; 0,2 и 0,3. Какова вероятность разрыва электрической цепи? Ответ: 0,154.

Задания для самостоятельной работы

1. Игральная кость брошена 4 раза. Найти вероятность того, что каждый раз выпадет цифра 1.

2. Вероятность того, что метеослужба г. Ставрополя сделает неверный прогноз погоды, равна 0,1. Вероятность аналогичной ошибки метеослужбы России равна 0,05. Какова вероятность, что хотя бы один из прогнозов метеослужб будет неверным?

3. В телестудии три телевизионные камеры. Вероятности того, что в данный момент камера включена, равны соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включены: а) две камеры; б) не более одной камеры; в) три камеры.

4. Из двух колод по 52 карты извлекли наудачу одну карту. Какова вероятность того, что эта карта окажется шестеркой или картой красной масти?

5. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9,

второй - 0,8, третий – 0,9. Найти вероятность того, студентом будут сданы все три экзамена.

6. На железобетонном заводе изготавливают панели, 90 % из которых - высшего сорта. Какова вероятность того, что из трех наугад выбранных панелей высшего сорта будут: а) три панели; б) хотя бы одна панель; в) не более одной панели?

7. Имеется две колоды карт, одна из которых содержит 36, а другая 52 карты. Из каждой колоды наудачу выбрали по карте. Найти вероятность того, что это были два туза.

8. Вероятность рождения ребенка с голубыми глазами равна 0,4. Какова вероятность того, что новорожденный либо мальчик, либо имеет голубые глаза? Вероятности рождения мальчика и девочки одинаковы.

9. В блок входят три радиолампы. Вероятности выхода из строя в течение гарантийного срока для них равны соответственно 0,3; 0,2; 0,4. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока выйдут из строя: а) не менее двух радиоламп; б) ни одной радиолампы; в) хотя бы одна радиолампа?

10. Студент знает 18 из 24 вопросов программы. Какова вероятность того, что он знает оба предложенных экзаменатором вопроса.

11. Какова вероятность того, что из двух партий шахматист будет играть белыми хотя бы в одной партии, если вероятности выбора цвета фигур в каждой партии одинакова.

12. В первом ящике 20 деталей, 15 из них - стандартные, во втором ящике 30 деталей, 25 из них - стандартные. Из каждого ящика наугад берут по одной детали. Какова вероятность того, что: а) обе детали будут стандартными; б) хотя бы одна деталь стандартная; в) обе детали нестандартные?

13. В цехе 4 мотора. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены все 4 мотора

14. В двух ящиках находятся детали: в первом-10 (из них 3 стандартных), во- втором-18 (из них 6 стандартных). Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

15. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым - 0,7. Оба стрелка сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что цель поражена: а) хотя бы один раз; б) два раза; в) один раз?

16. В ящике находятся катушки с нитками четырех цветов: 50 катушек белого, 20

- зеленого, 20- красного и 10 синего. Какова вероятность того, что взятая наудачу катушка окажется с нитками зеленого, белого или синего цвета?

17. Брошены две игральных кости. Чему равна вероятность того, что на каждой кости выпадет по 3 очка?

18. При одном цикле обзора трех радиолокационных станций, следящих за космическим кораблем, вероятности его обнаружения соответственно равны: 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что при одном цикле обзора корабль: а) будет обнаружен тремя станциями; б) будет обнаружен не менее чем двумя

станциями; в) не будет обнаружен.

19. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10 000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша, безразлично денежного или вещевого, для владельца одного лотерейного билета?

20. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень, равна $p=0,9$. Стрелок произвел три выстрела. Найти вероятность того, что все три выстрела дали попадание.

21. Компьютер состоит из четырех блоков. Вероятность безотказной работы в течение времени T первого блока равна 0,4, второго - 0,5, третьего - 0,6, четвертого - 0,4. Найти вероятность того, что в течение времени T проработают: а) все четыре блока; б) три блока; в) менее трех блоков.

22. Вероятность того, что первый стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков, равна 0,1; вероятность того, что второй стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков, равна 0,3. Найти вероятность того, что при одном выстреле оба стрелка выбьют по 10 очков.

23. Брошена монета и игральная кость. Найти вероятность совмещения событий:

«появился «герб», «появилось 6 очков».

24. Трос рабочих собирают подшипники. Вероятность того, что подшипник, собранный первым рабочим, - высшего качества, равна 0,7, вторым - 0,8, третьим

- 0,6. Для контроля взято по одному подшипнику из собранных каждым рабочим. Какова вероятность того, что высшего качества будут: а) все подшипники; б) два подшипника; в) хотя бы один подшипник?

25. 1. В ящике 20 деталей, среди которых 3 нестандартных. Найти вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях все шесть окажутся стандартными.

26. 2. В студии телевидения 3 телевизионных камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна $p=0,6$. Найти вероятность того, что в данный момент включены все три камеры.

27. На сборку поступают детали с трех станков с ЧПУ. Первый станок дает 20 %. второй - 30 %, третий - 50 % однотипных деталей, поступающих на сборку. Найти вероятность того, что из трех наугад взятых деталей: а) три с разных станков; б) три с третьего станка; в) две с третьего станка.

28. Вероятность не опоздать на первую пару для студента А. равна 0,1, для студента В. эта вероятность равна 0,6. Какова вероятность того, что хотя бы один из студентов не опоздает на первую пару?

29. Рабочий обслуживает 3 станка. Вероятность того, что в течение часа станок потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,9, для второго 0,8 и для третьего 0,6. Найти вероятность того, что в течение некоторого часа все станки потребуют внимания рабочего.

30. Первый станок-автомат даст I % брака, второй — 1,5 %, а третий - 2 %. Случайным образом отобрали по одной детали с каждого станка. Какова

вероятность того, что стандартными окажутся: а) три детали; б) две детали; в) хотя бы одна деталь?

31. В книжный магазин поступили книги, 60 % которых напечатаны 1 типографией, 25 %- второй типографией, остальные - третьей. Какова вероятность того, что купленная наудачу книга окажется изготовленной 1 или 3 типографией?

32. Слово ПАПАХА составлено из букв разрезной азбуки. Карточки с буквами тщательно перемешали. Четыре карточки извлекаются по очереди и раскладываются в ряд. Какова вероятность получить слово ПАПА?

33. В цехе имеется три резервных электродвигателя. Для каждого из них вероятность того, что в данный момент он включен, соответственно равна: 0,2; 0,3; 0,1. Найти вероятность того, что включены: а) два электродвигателя; б) хотя бы один электродвигатель; в) три электродвигателя.

34. В группе 25 студентов, из них 10 юношей и 15 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных наудачу трёх студентов все три девушки?

35. В урне находятся 8 красных и 6 синих шаров. Из урны последовательно без возвращения извлекается 3 шара. Найти вероятность того, что все три шара синие.

36. На участке кросса для мотоциклиста-гонщика имеется три препятствия. Вероятность успешного прохождения первого препятствия равна 0,4, второго - 0,5, третьего - 0,6. Найти вероятность успешного преодоления: а) трех препятствий; б) не менее двух препятствий; в) двух препятствий.

37. Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?

38. Среди билетов благотворительной лотереи 25 % выигрышных. Найти вероятность того, что из двух случайно взятых билетов хотя бы один окажется выигрышным.

39. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй - 0,7, третий - 0,6. Вычислить вероятность того, что студент сдаст: а) два экзамена; б) не менее двух экзаменов; в) не более двух экзаменов. Практическое занятие №5
Полная вероятность

Цель: уметь использовать формулы полной вероятности, Байеса и Бернулли. Учебные вопросы

1. Полная вероятность.

2. Формулы Байеса. Решение типовых задач

Пример 1.

В группе 5 отличников, 10 хорошистов, 6 троечников и 2 двоечника. К экзамену по математике отличники знают все 25 билетов, хорошисты – 20 билетов, троечники – 15 билетов и двоечники – 5 билетов.

1) Найти вероятность того, что наугад вызванный студент ответит на «5».

2) Вызванный студент ответил на «5». Из какой он вероятнее всего

группы? Решение

1) Событие $A = \{\text{студент ответил на «5»}\}$

Вывод: ответивший на «5» студент вероятнее всего является хорошистом

Пример 2.

Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.

Решение. Обозначим через A событие «извлеченная деталь стандартна».

Деталь может быть извлечена либо из первого набора (событие B_1), либо из второго (событие B_2).

Вероятность того, что деталь вынута из первого набора, $P(B_1) = 1/2$. Вероятность того, что деталь, извлечена из второго набора, $P(B_2) = 1/2$.

Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, $P_{B_1}(A) = 0,8$.

Условная вероятность того, что из второго набора будет извлечена стандартная деталь, $P_{B_2}(A) = 0,9$.

Искомая вероятность того, что извлеченная наудачу деталь — стандартная, по формуле полной вероятности равна

$$P(A) = P_{B_1}(A)P(B_1) + P_{B_2}(A)P(B_2) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,9 = 0,85$$

Пример 3.

В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных; во второй коробке - 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

Условная вероятность того, что из первой коробки извлечена стандартная лампа, при условии,

что из второй коробки в первую была переложена нестандартная лампа, равна

$$P_{B_2}(A) = 18/21$$

Пример 4.

Детали, изготавливаемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,8, а вторым — 0,9. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

Решение.

Обозначим через A событие, состоящее в том, что годная деталь признана стандартной. Можно сделать два предположения:

- 1) деталь проверил первый контролер (гипотеза B_1);
- 2) деталь проверил второй контролер (гипотеза B_2).

Искомую вероятность того, что деталь проверил первый контролер, найдем по формуле Байеса:

Как видно, до испытания вероятность гипотезы B_1 равнялась 0,6, а после

того, как стал известен результат испытания, вероятность этой гипотезы

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. На автозавод поступили двигатели от трех моторных заводов. От первого завода поступило 10 двигателей, от второго – 6 и от третьего – 4 двигателя. Вероятности безотказной работы этих двигателей в течение гарантийного срока соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Какова вероятность того, что:

1) установленный на машине двигатель будет работать без дефектов в течение гарантийного срока;

2) проработавший без дефектов двигатель изготовлен на втором заводе?

2. Исследованиями психологов установлено, что мужчины и женщины по-разному реагируют на некоторые жизненные обстоятельства. Результаты исследований показали, что 70% женщин позитивно реагируют на изучаемый круг ситуаций, в то время как 40% мужчин реагируют на них негативно. 15 женщин и 5 мужчин заполнили анкету, в которой отразили свое отношение к предлагаемым ситуациям. Случайно извлеченная анкета оказалась негативной. Чему равна вероятность того, что ее заполнял мужчина?

3. В обувную мастерскую для ремонта приносят сапоги и туфли в соотношении 2:3. Вероятность качественного ремонта для сапог равна 0,9, а для туфель – 0,85. Проведена проверка качества одной пары обуви. Оказалось, что эта пара обуви отремонтирована качественно. Какова вероятность того, что это:

1) туфли; 2) сапоги?

4. Рабочий обслуживает три станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,02, для второго – 0,03, а для третьего – 0,04. Обработанные детали складываются в один ящик. Производительность первого станка в 3 раза больше, чем второго, а третьего – в 2 раза меньше, чем второго. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет бракованной?

5. На предприятии, изготавливающем замки, первый цех производит 25%, второй 35%, а третий 40% всех замков. Брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%.

а) Найти вероятность того, что случайно выбранный замок является дефектным.

б) Случайно выбранный замок является дефектным. Какова вероятность того, что он был изготовлен в первом, втором, третьем цехе? (Ответ: а) 0,345, б) 0,362; 0,408; 0,230)

6. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 30% - вторым заводом, на 50% - третьим заводом. Вероятности выпуска бракованных лампочек соответственно равны 0,01, 0,005 и 0,006. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной, т.е. небракованной.

7. В торговую фирму поставляются телевизоры тремя фирмами в

соотношении 5:2:3. Телевизоры, поступающие от этих фирм, не требуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 96%, 92% и 94% случаев.

а) Найти вероятность того, что наудачу купленный телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

б) Купленный телевизор не потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Какая фирма вероятнее всего поставила данный телевизор?

8. На двух автоматических станках изготавливаются одинаковые детали. Известно, что производительность первого станка в 2 раза больше, чем второго, и что вероятность изготовления детали высшего качества на первом станке равна 0,9, а на втором – 0,81. Изготовленные за смену на обоих станках не рассортированные детали находятся на складе. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется высшего качества.

Задания для самостоятельной работы

1. Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый опрашивает 6 студентов, второй — 3 студентов, а третий — 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовившимся различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго — только 10%, у третьего — 70%. Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен.

2. В урну, содержащую два шара, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равно-возможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

3. Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа не потребует внимания первый станок, равна 0,9, второй – 0,8, третий – 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.

4. В колоде 36 карт. Наугад вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один валет.

5. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью

0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 – с вероятностью 0,5. наудачу выбранный стрелок произвёл выстрел, но в мишень не попал. Какой из групп вероятнее всего он принадлежал?

6. Вероятность появления события А в одном испытании равна 0,7. Найти вероятность того, что в шести испытаниях оно произойдет: а) 2 раза; б) не более двух раз; в) не менее двух и не более четырех раз.

7. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,9; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

8. К экзамену подготовлены вопросы из трех разделов. Вероятность того, что достанется вопрос из первого раздела 0,3, из второго - 0,6 и из третьего - 0,1. Вероятность, что студент знает вопросы из первого, второго и третьего разделов соответственно равны 0,3; 0,5 и 0,2. Студенту достался знакомый вопрос. Какова вероятность того, что этот вопрос из второго раздела?

9. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это а) грузовая машина; б) легковая машина.

10. Для сдачи экзамена студентам было необходимо подготовить 30 вопросов. Из 25 студентов 2 подготовили все вопросы, 4 – 25 вопросов, 5 – 20 вопросов и 14 –

15 вопросов. Вызванный студент ответил на поставленный вопрос. Найти вероятность того, что этот студент: а) подготовил все вопросы; б) подготовил только половину вопросов

11. На 3 дочерей – Алису, Марину и Елену – в семье возложена обязанность мыть посуду. Поскольку Алиса старшая, ей приходится выполнять 40% всей работы. Остальные 60 % работы Марина и Елена делят поровну. Когда Алиса моет посуду, вероятность для неё разбить, по крайней мере, одну тарелку равна 0,02. Для Марины и Елены эта вероятность равна соответственно 0,03 и 0,04. Родители не знают, кто мыл посуду вечером, но они слышали звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла Алиса? Марина? Елена?

12. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и аварийном. Нормальный режим наблюдается в 80 % всех случаев работы прибора, аварийный в 20 %. Вероятность выхода из строя прибора в нормальном режиме равна 0,1, в аварийном - 0,7. Найти полную вероятность выхода прибора из строя.

13. Любимое занятие двухлетней девочки Кати - срезать пуговицы с одежды. Пока мама готовила кашу, Кате удалось отстричь все 5 белых пуговиц с папиной пижамы и 3 черные пуговицы с маминого вечернего платья. Одну пуговицу Катя проглотила, а остальные засунула в глубокую щель между полом и плинтусом. За этим занятием ее и застала мама. С большим трудом мама сумела выковырять из щели 2 пуговицы. Какова вероятность того, что платье можно привести в порядок, если одна запасная пуговица у мамы есть?

14. Один властелин, которому наскучил его звездочёт со своими ложными предсказаниями, решил казнить его. Однако, будучи добрым повелителем, он решил дать звездочёту последний шанс. Ему велено распределить по 2 урнам 4 шара: 2 чёрных и 2 белых. Палач выберет наугад одну из урн и из неё вытащит один шар. Если шар будет чёрным, то звездочёта казнят, в противном случае его жизнь будет спасена, каким образом звездочёт должен разместить шары в урнах, чтобы обеспечить себе максимальную вероятность быть спасённым?

15. Водопроводчик Вася поздно вечером возвращается домой. У него в руках связка из пяти ключей, причем только один подходит к дверям квартиры.

По причинам, о которых можно только догадываться, Вася пробует ключи наугад так, что при каждой попытке любой ключ, включая нужный, выбирается с одинаковой вероятностью. За этим захватывающим зрелищем через замочную скважину дверей соседней квартиры внимательно следят Иван Кузьмич и Пелагея Марковна. Иван Кузьмич готов биться об заклад, что Васька и с третьей попытки в дом не попадет. Сердобольная же Пелагея Марковна утверждает, что, по крайней мере, на третий раз дверь поддастся. У кого больше шансов победить в споре? Изменится ли распределение сил, если водопроводчик Вася неподходящий ключ после каждой неудачной попытки будет выбрасывать?

16. Симпатичная студентка Люся Копейкина знает к зачету только 15 вопросов из 30. Она считает, что если пойдет отвечать вторая, то ее шансы вытянуть счастливый билет увеличатся. Права ли она? Докажите.

17. Чингачук и его бледнолицый брат, засев в башне с круговым обстрелом, отражают нападение пяти французских солдат. У каждого из героев в карабине по 5 пуль, и пока они могут стрелять, подступиться к ним невозможно. У французов большое количество патронов. Кроме того, у них достаточно удобная позиция за скалами, и вероятность попасть в любого из них равна $1/2$. Какова вероятность того, что французы будут полностью разбиты?

18. В понедельник, после двух выходных, токарь Григорий вытачивает левовинтовые шурупы вместо обычных правовинтовых с вероятностью 0.5. Во вторник этот показатель снижается до средне ценового - 0.2. В остальные дни недели Григорий ударно трудится и процент брака среди изготавливаемых им шурупов составляет 10 %. При проверке недельной партии шурупов, выточенных Григорием, случайно выбранный шуруп оказался дефектным. Какова вероятность того, что шуруп изготовлен в понедельник?

Примерный вариант аудиторной контрольной работы №1

Задание №1. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно какая. Наудачу извлеченная из ящика деталь (после перевозки) оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна: а) стандартная деталь; б) нестандартная деталь.

Задание №2. Из 40 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 30. Найти вероятность того, что среди трех наугад выбранных вопросов студент знает: а) 3 вопроса; б) 2 вопроса; в) 1 вопрос.

Задание №3. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете.

Задание №4. Вероятность своевременного выполнения задания тремя независимо работающими предприятиями соответственно равна 0.5, 0.6 и

0.7. Найти вероятность своевременного выполнения задания хотя бы одним предприятием.

Задание №5. В торговую фирму поставляются телевизоры тремя фирмами в соотношении 5:2:3. Телевизоры, поступающие от этих фирм, не требуют

ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 96%, 92% и 94% случаев.

а) Найти вероятность того, что наудачу купленный телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

б) Купленный телевизор не потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Какая фирма вероятнее всего поставила данный телевизор?

Задание №6. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми машин, а всего имеется их десять. Вероятность невыхода каждой автомашины на линию равна 0,1. Найти вероятность нормальной работы автобазы на ближайший день.

Практическое занятие №6 Дискретные случайные величины

Цель: уметь находить ряд распределения и функцию распределения дискретной случайной величины.

Учебные вопросы

1. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
2. Интегральная функция распределения и ее свойства.
3. Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины, многоугольник распределения. Интегральная функция распределения дискретной случайной величины. Решение типовых задач

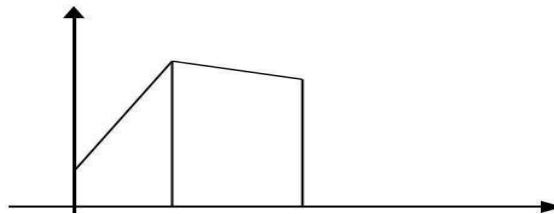
Пример 1.

Вероятность проработать первому блоку не менее T часов – 0,7; второму блоку – 0,6. Найти ряд распределения и построить многоугольник распределения числа работающих блоков на момент времени T часов.

Решение: организовать поисковую беседу системой вопросов:

- что называется, случайной величиной?
- что представляет собой ряд распределения?
- какие значения может принимать случайная величина в этой задаче?
- x 0, P x 1, P x 2? как найти вероятности P
- какие теоремы использовались при этом?
- верно ли составлен ряд распределения?
- как графически изобразить этот закон?
- можно ли иначе записать закон распределения этой случайной величины?
- что представляет собой график функции распределения x в этой задаче?

В процессе беседы оформляется решение задачи, x число работающих



блоков на момент t

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения: p 0,15 0,2 0,3 p_4 0,15

Найти вероятность p_4 . Построить многоугольник распределения.

Ответ: $p_4 = 0,2$.

2. В урне 4 белых и 3 черных шара. Из нее наудачу извлекли три шара. Найти:

- 1) ряд распределения дискретной случайной величины X – числа извлеченных белых шаров;
- 2) вероятность события A = извлечено не менее двух белых шаров .

3. Произведены два выстрела с вероятностями попадания в цель, равными 0,4 и 0,3. Составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий в цель.

Найти: 1) функцию распределения $F(x)$;

2) вероятности событий $X=2$, $1 < X < 3$ и $X=3$; 3) построить график функции $F(x)$.

Ответ: 2) 0,48; 0,72; 0,52.

5. В урне 4 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают шары до первого появления белого шара.

1) Найти закон распределения дискретной случайной величины X – числа извлеченных шаров.

2) Построить многоугольник распределения.

3) Найти функцию распределения $F(x)$.

4) Построить график функции $F(x)$.

6. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

X 1,1

p 0,1

1) Найти p_5 .

2) Построить многоугольник распределения

3) Построить график функции распределения $F(x)$.

4) Найти вероятности событий $X=1,4$, $1,4 < X < 2,3$.

Ответ: 1) $p_5 = 0,1$.

Задания для самостоятельной работы

1. В урне 4 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают шары до первого появления белого шара. Найти закон распределения дискретной случайной величины X –

Найти: 1) вероятность p_5 ;

функцию распределения $F(x)$;

2) вероятности $P(X > 1,4)$, $P(1,4 < X < 2,3)$.

Построить многоугольник распределения и график функции распределения $F(x)$.

(Ответ: 1) 0,1; 3) 0,7; 0,9)

Практическое занятие №7 Непрерывные случайные величины

Цель: уметь находить функцию и плотность распределения непрерывной случайной величины.

Учебные вопросы

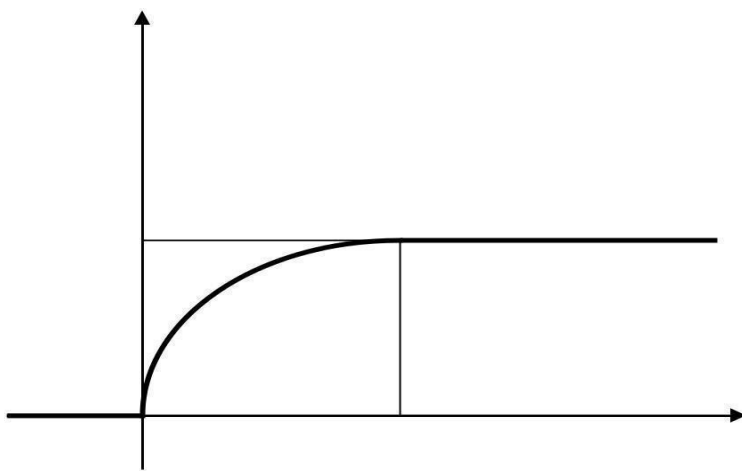
1. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.

2. Дифференциальная функция распределения непрерывной случайной величины. Решение типовых задач

Пример 1.

Найти функцию распределения по заданной плотности распределения: таким образом, интегральная функция распределения имеет вид²

$F(x)$



1. вероятности того, что случайная величина X в результате испытания примет значение, меньшее 2,5, и не меньшее 3;

2. вероятности попадания случайной величины X в интервал $(2,5; 3,5)$ и полуинтервал $[1; 2,5)$;

3. плотность распределения $f(x)$.

5. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X : найти функцию распределения $F(x)$.

6. Плотность распределения непрерывной случайной величины X задана в интервале $(0;4)$

функцией $f(x) = c \sin 4x$. Вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти параметр c .

Ответ: $c = 2$.

7. Плотность распределения непрерывной случайной величины X на всей оси Ox

8. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X : $0, x \leq 5,8$

1) Определить постоянную b

2) Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

3) Вычислить вероятности $P(X \leq 3)$ и $P(3 \leq X \leq 7,8)$.

Задания для самостоятельной работы

1. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

Требуется найти: а) плотность вероятности $f(x)$; б) коэффициент a ; в) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{3})$. (Ответ: $a=1/2$)

2. Случайная величина X имеет плотность вероятности. Найти:

1) вероятность того, что в результате испытания величина x примет значение

2) дифференциальную функцию распределения вероятностей случайной величины x . Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

4. Дана интегральная функция случайной величины x .

Найти плотность распределения вероятности случайной величины X . Построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

Практическое занятие №8 Числовые характеристики случайных величин

Цель: уметь находить числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

Учебные вопросы

1. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин.
2. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин.
3. Моменты случайных величин. Мода, медиана. Решение типовых задач

Пример 1.

Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	6	12	14
P	0,3	0,4	0,2	

Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой величины.

Решение. Найдем вероятность для значения случайно величины $X=14$: т.к. события, представленные в таблице, представляют собой полную группу событий, то сумма всех вероятностей должна быть равна 1, тогда

Рисунок 1 Многоугольник распределения. Найдем математическое ожидание:

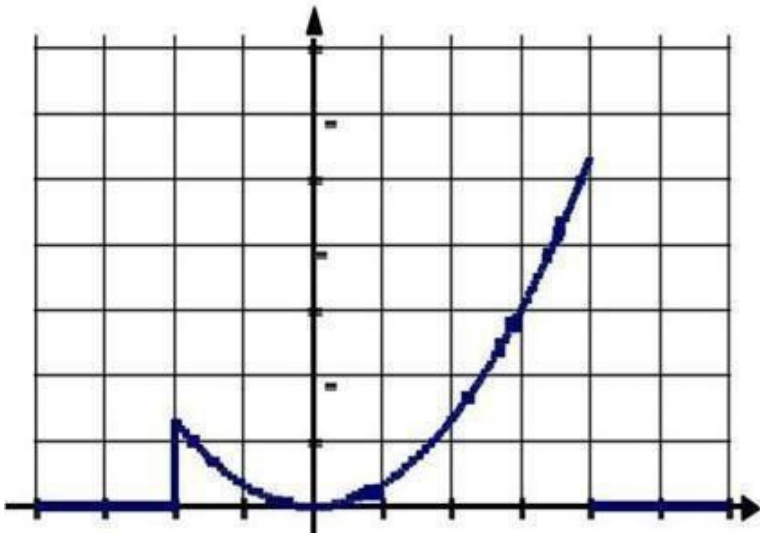
$$M X = \sum_{i=1}^k x_i p_i = 1 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,4 + 12 \cdot 0,2 + 14 \cdot 0,165 = 1^k$$

Найдем математическое ожидание квадрата случайной величины: Пример 2. Дана функция распределения $F(x)$ СВ X

Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$, коэффициент C , математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$, СКО, вероятность попадания СВ X на отрезок $[a; b]$, моду и медиану. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$, отметив на них математическое ожидание, моду и медиану.

Решение. Найдем плотность распределения вероятностей $f(x)$, используя соотношение

Тогда функция и плотность распределения будут иметь вид



Найдем вероятность попадания СВ X на отрезок $[1; 2]$:

$F(x)$

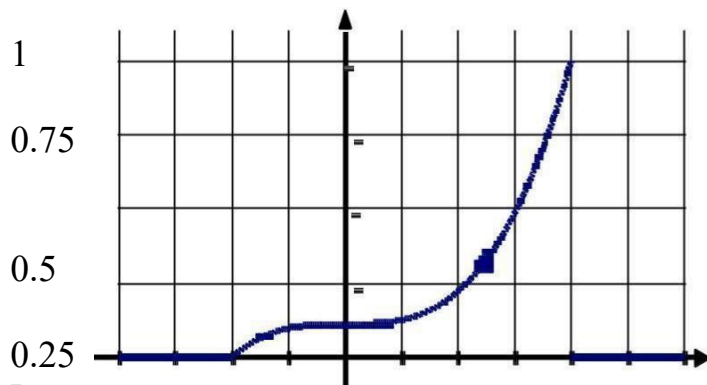


Рисунок 3 График функции распределения

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Задан ряд распределения дискретной случайной величины X : 0,4 0,2

0,2

0,05 0,1 0,05

Найти: 1) числовые характеристики случайной величины X : $M(X)$, $D(X)$,

(X) ;

2) начальный момент третьего порядка случайной величины X ;

3) моду случайной величины X .

Ответ: 1) $M(X) = 3,9$; $D(X) = 4,89$; $(X) = 2,21$; 2) $M_3 = 128,7$; 3) $M_0 = 2$ ($p = 0,4$).

2. Даны законы распределения двух независимых случайных величин:

найти: 1) параметры a и b ;

2) математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X + 3Y$.

Ответ: 1) $a = 0,3$; $b = 0,3$; 2) $M(Z) = 11,6$; $D(Z) = 32,6$.

3. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Из этой партии наудачу взято 2 детали. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа стандартных деталей в выборке.

Ответ: $M(X) = 8/5$; $D(X) = 64/225$; $(X) = 8/15$.

4. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

5. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения. Найти числовые характеристики случайной величины X .

Ответ: $M(X)=0,5$; $D(X)= 2,083$; $(X) = 1,443$.

6. Найти начальный и центральный моменты второго порядка непрерывной случайной вели-

7. Найти начальные моменты непрерывной случайной величины X с плотностью распределю

Задания для самостоятельной работы

1. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

2. Пусть X и Y - независимые дискретные величины, причем $M(X)=2$, $M(Y)= X^3$, $D(Y)=2$, $D(\square)=9$.

Найти $M()$ и $D(Z)$, если $= 5X - 3Y+2$. (*Ответ:* $M() = 21$, $D(Z) = 131$)

Практическое занятие №9 Законы распределения дискретных случайных величин

Цель: уметь составлять ряд распределения и находить числовые характеристики дискретных случайных величин, имеющих биномиальное, пуассоновское, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

Учебные вопросы

1. Биномиальное распределение.
2. Пуассоновское распределение.
3. Геометрическое распределение.
4. Гипергеометрическое распределение

Пример 1. Вероятность приема каждого из четырех радиосигналов равна 0,6, случайная величина X – число принятых радиосигналов. Составить закон распределения СВ X . Найти математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение; моду этой случайной величины. Начертить многоугольник распределения и функцию распределения этой случайной величины.

Решение. Распределение СВ происходит по биномиальному закону, следовательно, вероятности найдем по формуле Бернулли:

Т.к. СВ имеет биномиальное распределение, то числовые характеристики найдем по следующим формулам:

математическое ожидание:

$$M X = np = 4 \cdot 0,6 = 2,4$$

Пример 2. (Распределение Пуассона) Завод отправил на базу 2 000 изделий. Вероятность повреждения в пути равна 0,0003. Найти вероятность того, что будет повреждено 0, 1, 2, 3, 4 изделий. Найти математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение этой случайной величины; моду. Определить вероятность того, что будет повреждено хотя бы одно изделие.

Решение. СВ X – число поврежденных изделий, распределена по закону Пуассона. Найдем параметр распределения:

Запишем полученные значения, однако, полученная таблица не является законом распределения, т.к. значения СВ $X = k = 0, \dots, 4$ не образуют полную группу. Найдем вероятность события A – того, что будет повреждено хотя бы одно изделие:

$$P(A) = 1 - P_0 = 1 - 0,54880 = 0,4512$$

Пример 3. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель равна 0,6. Составить закон распределения и найти числовые характеристики СВ X – числа произведенных выстрелов.

Решение.

Событие $A = \{\text{попадание}\}$ $p = 0,6$, $q = 1 - p = 0,4$ Значение СВ X : $x_1=1, x_2=2, x_3=3, \dots$

Аналитическое выражение закона: $p_k = 0,4^{k-1} \cdot 0,6$, $k = 1, 2, 3, \dots$ Закон распределения имеет вид:

Пример 4. В группе из 21 студентов 5 девушек. Из этой группы наудачу

выбирают трех студентов. Найти закон распределения и числовые характеристики ДСВ X – числа девушек среди отобранных.

Решение

$= 21$ – всего студентов, $M = 5$ – всего девушек, $n = 3$ – число отобранных студентов. Возможные значения СВ X : $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Баскетболист делает три штрафных броска. Вероятность попадания при каждом броске равна 0,7. Построить ряд распределения дискретной случайной величины X – числа попаданий мяча в корзину. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины X .

2. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобрали 4 детали. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей среди четырех отобранных. Найти числовые характеристики и построить многоугольник распределения случайной величины

3. Радиоаппаратура состоит из 1000 электро-элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа отказавших элементов в течение года.

Ответ: $P_{1000}(k) = e^{-1} \cdot \frac{1^k}{k!}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$); $M(X) = D(X) = (X) = 1$.

4. Телефонная станция обслуживает 400 абонентов. Для каждого абонента вероятность того, что в течение часа он позвонит на станцию, равна 0,01. Найти вероятности следующих событий: 1) в течение часа 5 абонентов позвонят на станцию;

2) в течение часа не более 4 абонентов позвонят на станцию;

3) в течение часа не менее 3 абонентов позвонят на станцию.

Ответ: 1) 0,1563; 2) 0,6289; 3) 0,7619.

5. Вероятность поражения цели равна 0,05. Производится стрельба до первого попадания. Составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа сделанных выстрелов. Определить вероятность того, что для поражения цели потребуется не менее 5 выстрелов. Ответ: $p_{k,0,05} = 0,95^{k-1} \cdot 0,05$ ($k = 1, 2, 3, \dots$); $M(X) = 20$; $D(X) = 380$; $(X) = 19,49$; $P(X \geq 5) = 0,8145$.

6. Проводится бросание игральной кости до первого выпадения шести очков. Составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа бросаний игральной кости.

Ответ: $p_k = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$); $M(X) = 6$; $D(X) = 30$; $(X) = 5,48$.

7. Игральная кость брошена 3 раза. Составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа появлений шестерки.

8. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит 5 бракованных книг. Составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа

бракованных книг в тираже.

Ответ: $P_{100000}(5)0,0375$; $M(X) = D(X) = 10$; $(X) = 3,2$.

9. После ответа курсанта на вопрос экзаменационного билета экзаменатор задает курсанту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать дополнительные вопросы, как только курсант обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что курсант ответит на любой заданный вопрос, равна 0,9. Требуется составить закон распределения и найти числовые характеристики дискретной случайной величины X – числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель курсанту.

Ответ: $p_k 0,1 0,9^k$; $k=1, 2, 3, \dots$; $M(X)=10$; $D(X)=90$; $(X) = 9,49$.

Задания для самостоятельной работы

1. (Биномиальное распределение) Вероятность выигрыша по облигации займа за все время его действия равна p . Составить закон распределения числа выигравших облигаций среди приобретенных n (таблица 3, задание 1). Найти математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение; моду этой случайной величины. Начертить многоугольник распределения, функцию распределения случайной величины.

2. (Распределение Пуассона) Устройство состоит из n элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна p (таблица 3, задание 2). Найти вероятность отказавших за время t элементов для $m=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Найти математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение этой случайной величины; моду (используя график). Определить вероятность того, что за время t откажет хотя бы один элемент. Построить многоугольник распределения случайной величины для заданных m .

Практическое занятие №10 Нормальный закон распределения

Цель: уметь находить вероятность попадания в интервал непрерывной случайной величины, распределенной по нормальному закону.

Учебные вопросы

1. Нормальный закон распределения.
2. Вероятность заданного отклонения. Правило трех сигм. Решение

типовых задач

Пример 1. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 12 и 2. 1. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение а) заключенное в интервале (14;16); б) не более 10; в) не менее 20. 2. Используя правило трех сигм найти границы, в которых будут находиться значения случайной величины. 3. Начертить график плотности распределения случайной величины (кривую

нормального распределения) по семи точкам.

Решение. Дано: $a=12$, $\sigma=2$, $m_1=14$, $m_2=16$, $m_3=10$, $m_4=20$

Используя формулу

Практические задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Случайная величина X распределена по нормальному закону, причем $M(X)=10$, $D(X)=4$.

1) Записать плотность распределения и функцию распределения случайной величины X .

2) Найти вероятности $P(12 < X < 14)$ и $P(8 < X < 12)$.

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону, причем $M(X)=10$. Найти $P(0 < X < 10)$, если известно, что $P(10 < X < 20) = 0,3$.

Ответ: 0,3.

3. Вес пойманной рыбы подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $m = 375$ г и $\sigma = 25$ г. Найти вероятность того, что вес одной рыбы будет:

1) от 300 до 425 г;

2) не более 450 г;

3) больше 300 г.

Ответ: 1) 0,9759; 2) 0,9987; 3) 0,9987.

4. При измерении детали получаются случайные ошибки, подчиненные нормальному закону распределения с параметром $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение произведено

с ошибкой, не превосходящей 15 мм.

Ответ: 0,866386.

5. Станок-автомат изготавливает валики, контролируя их диаметры X . Считая, что случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами $m = 10$ мм и $\sigma = 0,1$ мм, найти интервал, в котором с вероятностью 0,95 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

Ответ: (9,804; 10,196).

6. В результате проверки точности работы прибора установлено, что 80% ошибок не вышло за пределы ± 20 мм, а остальные ошибки вышли за эти пределы. Определите среднее квадратическое отклонение ошибок прибора, если известно, что систематических ошибок прибор не дает, а случайные ошибки распределены по нормальному закону.

Ответ: 15,6.

7. Случайная величина X распределена нормально со средним квадратическим отклонением $= 5$ мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания.

Ответ: 30 мм.

8. На станке изготавливаются втулки. Длина l втулки представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону, которая имеет среднее значение $l_{\text{ср}} = 20$ см и дисперсию $D(l) = 0,04 \text{ см}^2$. Найти вероятность того, что длина втулки заключена между

19,7 и 20,3 см, т.е. отклонение в ту или иную сторону не превысит 0,3 см. Какую длину можно гарантировать с вероятностью $p = 0,95$?

Ответ: 1) 0,87; 2) 20 ± 4 см.

Задания для самостоятельной работы

1. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 15, и средним квадратическим отклонением, равным 2.

2. Найти симметричный

относительно математического ожидания интервал, в который с вероятностью 0,954 попадет случайная величина X . (*Ответ: (11; 19)*)

2. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины – количества сыра, используемого для изготовления 100 бутербродов, - равно 1 кг. Известно, что с вероятностью 0,96 расход сыра на изготовление 100 бутербродов составляет от 900 до 1100 г. Определить среднее квадратическое отклонение расхода сыра на 100 бутербродов. (*Ответ: $= 48,8$ г.*)

Возможные значения случайной величины могут быть смоделированы с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением (таблица 4). Найти вероятность того, что случайная величина примет значения **а)** не более m_1 ; **б)** не менее m_2 ; **в)** от m_3 до m_4 . С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться значение случайной величины. Начертить график

плотности распределения случайной величины $f(x)$ с параметрами a и σ^2 по 7 точкам.

Список использованных источников

Перечень основной литературы:

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 13-е изд. - Москва: Юрайт, 2023. - 479 с. - ISBN 978-5-534-16007-8.
2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Н. Ш. Кремер. - 4-е изд. - Москва: Юрайт, 2022. - 551 с. - ISBN 978-5-534-08744-9.
3. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения: учеб. пособие / Е. С. Вентцель. - Москва: КноРус, 2021. - 480 с. - ISBN 978-5-406-07892-5.

Перечень дополнительной литературы:

1. Ширяев, А. Н. Вероятность: учебник / А. Н. Ширяев. - 5-е изд. - Москва: МЦНМО, 2023. - 552 с. - ISBN 978-5-4439-1723-6.
2. Боровков, А. А. Теория вероятностей: учебник / А. А. Боровков. - Москва: Лань, 2022. - 472 с. - ISBN 978-5-8114-6543-0.
3. Кибзун, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами: учеб. пособие / А. И. Кибзун. - Москва: Физматлит, 2020. - 320 с. - ISBN 978-5-9221-1731-

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

По выполнению самостоятельных работ
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
для студентов
Специальности 10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем
Специализация «Анализ безопасности информационных систем»

Ставрополь
2026

Самостоятельная работа №1. Классическое определение вероятности

Цель работы: изучить классическое определение вероятности, научиться определять пространство элементарных исходов, вычислять вероятность случайных событий при равновероятных исходах и применять классическую формулу вероятности для решения практических задач.

Теоретическая часть

Теория вероятностей изучает закономерности случайных явлений и позволяет количественно оценивать возможность наступления различных событий. Одним из основных понятий данной науки является вероятность события. Классическое определение вероятности применяется в тех случаях, когда все элементарные исходы эксперимента являются равновероятными.

Пусть проводится некоторый случайный эксперимент, результатом которого может стать один из конечного числа элементарных исходов. Совокупность всех возможных исходов образует пространство элементарных исходов. Событием называется любой набор элементарных исходов, удовлетворяющих определённому условию.

Классическая вероятность события определяется как отношение числа благоприятных исходов к общему числу равновероятных исходов эксперимента:

$$P(A) = n/m$$

где $P(A)$ — вероятность события (A) , (m) — количество благоприятных исходов, (n) — общее количество равновероятных исходов.

Значение вероятности всегда находится в пределах от 0 до 1. Если событие невозможно, его вероятность равна 0. Если событие обязательно произойдёт, вероятность равна 1. Чем ближе вероятность к единице, тем более вероятным считается наступление события.

Для вычисления вероятностей необходимо правильно определять количество всех возможных исходов и число исходов, благоприятствующих рассматриваемому событию. При решении задач часто используются модели с подбрасыванием монет, бросанием игральных костей, выбором объектов из множества, а также различные ситуации, связанные с информационной безопасностью и обработкой данных.

Практическая часть

В ходе работы студент должен для каждого варианта:

1. Определить пространство элементарных исходов эксперимента.
2. Вычислить число благоприятных исходов.
3. Найти вероятность заданного события по классической формуле вероятности.
4. Записать решение с пояснениями и итоговым ответом.

Вариант 1. Из стандартной колоды из 52 карт случайно выбирается одна карта. Определить вероятность того, что карта окажется червовой масти.

Вариант 2. Подбрасываются две правильные монеты. Найти вероятность выпадения ровно одного орла.

Вариант 3. Бросается стандартный шестигранный кубик. Определить вероятность выпадения числа, кратного двум.

Вариант 4. Из урны, содержащей 5 белых и 7 чёрных шаров, случайно извлекается один шар. Найти вероятность извлечения белого шара.

Вариант 5. Из десяти студентов случайным образом выбирается один студент. Определить вероятность выбора студента с номером в журнале, кратным трём.

Вариант 6. Генерируется случайное число от 1 до 20 включительно. Найти вероятность того, что число окажется простым.

Вариант 7. Бросаются два шестигранных кубика. Определить вероятность того, что сумма выпавших очков равна 8.

Вариант 8. Из набора символов латинского алфавита случайно выбирается одна буква. Найти вероятность того, что выбранная буква является гласной.

Вариант 9. Случайным образом выбирается один день недели. Определить вероятность того, что выбранный день является выходным.

Вариант 10. Из партии, содержащей 15 исправных и 5 неисправных накопителей информации, случайно выбирается один накопитель. Найти вероятность выбора исправного устройства.

Вариант 11. Из множества чисел от 1 до 30 случайным образом выбирается одно число. Найти вероятность того, что число делится на 5 без остатка.

Вариант 12. Администратор безопасности выбирает один из 12 серверов организации для проверки. Определить вероятность того, что будет выбран сервер с номером от 1 до 4.

Вариант 13. Из набора, содержащего 8 паролей, из которых 3 не соответствуют требованиям безопасности, случайно выбирается один пароль. Найти вероятность выбора небезопасного пароля.

Вариант 14. Бросается шестигранный кубик. Определить вероятность выпадения числа больше четырёх.

Вариант 15. Из группы из 25 студентов случайным образом выбирается один студент. Найти вероятность того, что его порядковый номер является нечётным.

Контрольные вопросы

1. Что изучает теория вероятностей?
2. Что называется случайным событием?
3. Что такое пространство элементарных исходов?
4. Какие исходы называются равновероятными?
5. Сформулируйте классическое определение вероятности.
6. В каких случаях применяется классическая формула вероятности?
7. Что называется благоприятным исходом?
8. Каковы возможные значения вероятности события?
9. Чему равна вероятность невозможного события?
10. Чему равна вероятность достоверного события?
11. Какие этапы включает решение задачи на классическую вероятность?
12. Почему важно правильно определить число всех возможных исходов?
13. В чём отличие события от элементарного исхода?
14. Какие ограничения имеет классическое определение вероятности?
15. Приведите пример задачи, в которой можно использовать классическое определение вероятности.

Самостоятельная работа №2. Алгебра событий

Цель работы: изучить основные операции над случайными событиями, научиться определять суммы, произведения и противоположные события, а также применять законы алгебры событий при решении вероятностных задач.

Теоретическая часть

При исследовании случайных явлений часто возникает необходимость анализировать не отдельные события, а их комбинации. Для этого в теории вероятностей используется алгебра событий, представляющая собой систему операций над событиями, аналогичную алгебре множеств.

Событием называется любой результат или совокупность результатов случайного эксперимента. Если событие обозначено буквой (A), то

противоположное ему событие обозначается $(\bar{A})$ и означает, что событие (A) не произошло. Например, если событие (A) заключается в обнаружении уязвимости в информационной системе, то событие $(\bar{A})$ означает отсутствие обнаруженной уязвимости.

Суммой (объединением) событий (A) и (B) называется событие $(A+B)$, которое происходит тогда, когда произошло хотя бы одно из событий. Произведением (пересечением) событий (A) и (B) называется событие (AB) , которое происходит только в случае одновременного наступления обоих событий.

Особое значение имеют достоверное и невозможное события. Достоверное событие происходит всегда и обычно обозначается символом (O) . Невозможное событие не может произойти ни при каких условиях.

Для работы с событиями используются основные законы алгебры событий. Закон коммутативности показывает, что порядок записи событий не влияет на результат операции. Закон ассоциативности позволяет группировать события различными способами. Закон дистрибутивности связывает операции объединения и пересечения. Широко применяются законы де Моргана, позволяющие преобразовывать сложные выражения с противоположными событиями.

Алгебра событий используется при анализе отказов технических систем, исследовании сетевой безопасности, оценке вероятности реализации угроз, моделировании процессов обнаружения атак и во многих других задачах информационной безопасности. Владение операциями над событиями является необходимой основой для дальнейшего изучения вероятностных методов анализа данных и рисков.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Проанализировать условия задачи.
2. Обозначить события буквенными символами.
3. Определить требуемую операцию над событиями.
4. Записать событие в виде алгебраического выражения.
5. Выполнить преобразование выражения при необходимости.
6. Дать словесную интерпретацию полученного результата.

Вариант 1. Событие A — обнаружен вирус, событие B — обнаружена попытка несанкционированного доступа. Записать событие, означающее, что произошло хотя бы одно из указанных событий.

Вариант 2. Событие А — сервер доступен, событие В — канал связи исправен. Записать событие, означающее одновременное выполнение обоих условий.

Вариант 3. Событие А — пароль соответствует требованиям безопасности. Записать противоположное событие.

Вариант 4. Событие А — сработал межсетевой экран, событие В — сработала система обнаружения вторжений. Записать событие, означающее отсутствие срабатывания обеих систем.

Вариант 5. Событие А — пользователь успешно прошёл аутентификацию. Событие В — пользователь получил доступ к ресурсу. Записать событие $(A+B)$ и пояснить его смысл.

Вариант 6. События А и В соответствуют обнаружению двух различных видов сетевых атак. Записать событие (AB) и дать его интерпретацию.

Вариант 7. Используя законы де Моргана, преобразовать выражение $(A+B)$.

Вариант 8. Используя законы де Моргана, преобразовать выражение (AB) .

Вариант 9. Событие А — база данных функционирует корректно, событие В — резервный сервер функционирует корректно. Записать событие, означающее отказ обоих серверов.

Вариант 10. Событие А — обнаружена вредоносная активность, событие В — сформировано уведомление администратору. Записать событие, означающее выполнение только первого события.

Вариант 11. Событие А — пользователь использует сложный пароль, событие В — включена двухфакторная аутентификация. Записать событие, означающее выполнение хотя бы одного механизма защиты.

Вариант 12. Записать алгебраическое выражение для события, означающего, что события А и В не произошли.

Вариант 13. Представить в виде алгебраического выражения событие: «произошло событие А, но не произошло событие В».

Вариант 14. Упростить выражение $(A + AB)$.

Вариант 15. Упростить выражение $(A(A+B))$.

Контрольные вопросы

1. Что называется событием в теории вероятностей?

2. Какие виды событий существуют?
3. Что такое сумма событий?
4. Что такое произведение событий?
5. Что называется противоположным событием?
6. Что означает объединение событий?
7. Что означает пересечение событий?
8. Что такое достоверное событие?
9. Что такое невозможное событие?
10. Сформулируйте законы де Моргана.
11. В чём заключается закон коммутативности?
12. В чём заключается закон ассоциативности?
13. В чём заключается закон дистрибутивности?
14. Где применяется алгебра событий в информационной безопасности?
15. Почему алгебра событий важна для изучения теории вероятностей?

Самостоятельная работа №3. Условная вероятность

Цель работы: изучить понятие условной вероятности, освоить методы её вычисления и научиться применять условные вероятности при анализе событий в технических и информационных системах.

Теоретическая часть

Во многих практических ситуациях вероятность некоторого события зависит от того, известна ли дополнительная информация о результатах эксперимента. Для описания таких ситуаций используется понятие условной вероятности.

Условной вероятностью события (А) при условии наступления события (В) называется вероятность события (А), вычисленная с учётом того, что событие (В) уже произошло. Такая вероятность обозначается ($P(A|B)$) и определяется формулой

$P(A|B) = P(AB) / P(B)$ при условии, что вероятность события (В) отлична от нуля.

Смысл условной вероятности заключается в сужении пространства возможных исходов. После того как становится известно, что произошло событие (В), рассматриваются только те исходы, которые соответствуют данному событию. В результате вероятность события (А) может измениться по сравнению с первоначальной.

Понятие условной вероятности лежит в основе многих разделов теории вероятностей. На его базе строятся формулы умножения вероятностей, формула полной вероятности и формула Байеса. Эти методы широко используются в

системах обнаружения вторжений, анализе инцидентов информационной безопасности, оценке надёжности программного обеспечения и моделировании рисков.

В сфере информационной безопасности условная вероятность применяется при анализе событий журналов регистрации, выявлении аномалий, оценке вероятности компрометации учётных записей и прогнозировании успешности атак. Например, вероятность того, что система подверглась атаке, может существенно измениться после получения информации о подозрительной сетевой активности.

Для корректного вычисления условной вероятности необходимо определить вероятность совместного наступления рассматриваемых событий и вероятность события, выступающего условием. После этого применяется формула условной вероятности и выполняется интерпретация полученного результата.

Практическая часть

Для каждого варианта необходимо:

1. Выписать известные вероятности.
2. Определить событие-условие.
3. Вычислить условную вероятность по формуле.
4. Записать подробное решение.
5. Сделать вывод по полученному результату.

Вариант 1. Вероятность обнаружения вредоносного файла составляет 0,3. Вероятность того, что одновременно обнаружен вредоносный файл и зафиксирована подозрительная сетевая активность, равна 0,18. Найти вероятность подозрительной активности при условии обнаружения вредоносного файла.

Вариант 2. ($P(A)=0,4$), ($P(AB)=0,12$). Найти ($P(B|A)$).

Вариант 3. ($P(B)=0,5$), ($P(AB)=0,2$). Найти ($P(A|B)$).

Вариант 4. Вероятность успешной аутентификации пользователя составляет 0,8. Вероятность успешной аутентификации и последующего доступа к ресурсу равна 0,6. Найти вероятность доступа к ресурсу при условии успешной аутентификации.

Вариант 5. ($P(A)=0,7$), ($P(AB)=0,35$). Найти ($P(B|A)$).

Вариант 6. ($P(B)=0,25$), ($P(AB)=0,1$). Найти ($P(A|B)$).

Вариант 7. Вероятность обнаружения сетевой атаки составляет 0,45. Вероятность того, что одновременно обнаружена атака и сформировано предупреждение администратору, равна 0,27. Найти условную вероятность формирования предупреждения.

Вариант 8. ($P(A)=0,6$), ($P(AB)=0,18$). Найти ($P(B|A)$).

Вариант 9. Вероятность успешного резервного копирования равна 0,75. Вероятность успешного резервного копирования и корректного восстановления данных составляет 0,6. Найти вероятность корректного восстановления при условии успешного резервного копирования.

Вариант 10. ($P(B)=0,4$), ($P(AB)=0,08$). Найти ($P(A|B)$).

Вариант 11. ($P(A)=0,5$), ($P(AB)=0,2$). Найти ($P(B|A)$).

Вариант 12. Вероятность обнаружения вторжения равна 0,35. Вероятность одновременного обнаружения вторжения и блокировки соединения составляет 0,21. Найти вероятность блокировки соединения при условии обнаружения вторжения.

Вариант 13. ($P(B)=0,6$), ($P(AB)=0,24$). Найти ($P(A|B)$).

Вариант 14. ($P(A)=0,8$), ($P(AB)=0,4$). Найти ($P(B|A)$).

Вариант 15. Вероятность возникновения инцидента информационной безопасности составляет 0,2. Вероятность того, что одновременно произошёл инцидент и была активирована система реагирования, составляет 0,15. Найти вероятность активации системы реагирования при условии возникновения инцидента.

Контрольные вопросы

1. Что называется условной вероятностью?
2. Чем условная вероятность отличается от обычной вероятности?
3. Что означает запись ($P(A|B)$)?
4. При каком условии определяется условная вероятность?
5. Почему происходит изменение пространства элементарных исходов?
6. Как вычисляется условная вероятность?
7. Что называется совместным наступлением событий?
8. В каких случаях применяется условная вероятность?
9. Как связаны условная вероятность и произведение событий?
10. Что показывает значение условной вероятности?
11. Где используется условная вероятность в информационной безопасности?
12. Как условная вероятность связана с формулой Байеса?

13. Что означает независимость событий?

14. Может ли условная вероятность быть больше безусловной?

15. Какие данные необходимы для вычисления условной вероятности?

Самостоятельная работа №4. Полная вероятность

Цель работы: изучить понятие полной вероятности, освоить методику вычисления вероятности события через группу несовместных гипотез и научиться применять данный подход при анализе процессов информационной безопасности.

Теоретическая часть

Во многих практических задачах событие может наступить несколькими различными способами. В таких случаях непосредственное вычисление вероятности события оказывается затруднительным, однако задачу можно решить, если рассмотреть все возможные причины его возникновения. Для этого используется метод полной вероятности.

Идея полной вероятности заключается в разбиении пространства исходов на несколько несовместных событий, которые охватывают все возможные варианты развития ситуации. Такие события называются гипотезами. Каждая гипотеза обладает собственной вероятностью возникновения, а также своей вероятностью наступления исследуемого события.

Метод полной вероятности позволяет определить вероятность интересующего события как сумму вкладов всех возможных гипотез. При этом каждая гипотеза рассматривается отдельно, после чего результаты объединяются в общий итог.

В информационной безопасности данный подход применяется при анализе происхождения инцидентов, оценке вероятности реализации угроз, исследовании источников сетевых атак и определении причин возникновения отказов информационных систем. Например, попытка несанкционированного доступа может быть связана с внешним злоумышленником, внутренним нарушителем или ошибкой конфигурации системы. Вероятность наступления инцидента определяется с учётом вклада каждого из этих источников.

Использование полной вероятности позволяет более точно учитывать структуру исследуемой системы и анализировать сложные процессы, состоящие из нескольких взаимосвязанных факторов. Метод широко применяется в задачах принятия решений, управления рисками и анализа надёжности технических средств защиты информации.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить условия задачи.
2. Выделить все гипотезы, приводящие к исследуемому событию.
3. Определить вероятность каждой гипотезы.
4. Определить вероятность наступления события при каждой гипотезе.
5. Вычислить полную вероятность события.
6. Сформулировать вывод по результатам расчёта.

Вариант 1. В организации 50 % рабочих станций используют антивирус А, 30 % — антивирус В, 20 % — антивирус С. Вероятность обнаружения вредоносного файла для данных антивирусов составляет соответственно 0,95; 0,90 и 0,85. Определить вероятность обнаружения вредоносного файла на случайно выбранной рабочей станции.

Вариант 2. Источниками сетевых атак являются внешние злоумышленники (60 % случаев), внутренние нарушители (25 %) и ошибки администрирования (15 %). Вероятности возникновения инцидента для каждой группы составляют 0,4; 0,3 и 0,2 соответственно. Определить общую вероятность возникновения инцидента.

Вариант 3. В компании используются три почтовых сервера, обрабатывающих 40 %, 35 % и 25 % электронных сообщений. Вероятности прохождения вредоносного вложения через них составляют 0,02; 0,03 и 0,05. Найти вероятность прохождения вредоносного вложения через случайно выбранное сообщение.

Вариант 4. Аналогично варианту 1, но с собственными расчётами по заданным преподавателем данным.

Вариант 5. Три подразделения организации формируют соответственно 45 %, 35 % и 20 % обращений в службу поддержки. Вероятность выявления нарушения политики безопасности в каждом подразделении составляет 0,08; 0,12 и 0,15. Определить вероятность выявления нарушения в случайно выбранном обращении.

Вариант 6. В организации используется три типа сетевого оборудования. Их доля составляет 50 %, 30 % и 20 %. Вероятность возникновения отказа равна 0,03; 0,05 и 0,08 соответственно. Найти вероятность отказа случайного устройства.

Вариант 7. Определить вероятность возникновения ошибки аутентификации, если система использует три различных механизма проверки пользователя с заданными вероятностями применения и отказа.

Вариант 8. Провести расчёт полной вероятности успешного обнаружения сетевой атаки при наличии трёх средств мониторинга с различной эффективностью.

Вариант 9. Определить вероятность потери данных при использовании нескольких систем хранения информации с различными характеристиками надёжности.

Вариант 10. Вычислить вероятность возникновения инцидента безопасности на основе статистики трёх филиалов организации.

Вариант 11. Рассчитать вероятность успешного резервного копирования данных при использовании нескольких типов серверов.

Вариант 12. Определить вероятность ложного срабатывания системы обнаружения вторжений при наличии нескольких классов сетевого трафика.

Вариант 13. Выполнить расчёт полной вероятности компрометации учётной записи при наличии нескольких каналов утечки данных.

Вариант 14. Определить вероятность успешного обнаружения вредоносного программного обеспечения несколькими защитными средствами.

Вариант 15. Выполнить самостоятельный расчёт полной вероятности по индивидуальным данным, выданным преподавателем.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под полной вероятностью?
2. Что называется гипотезой в теории вероятностей?
3. Какими свойствами должны обладать гипотезы?
4. Почему гипотезы должны быть несовместными?
5. Для решения каких задач используется полная вероятность?
6. Какие данные необходимы для вычисления полной вероятности?
7. Как интерпретируется результат расчёта?
8. Где применяется метод полной вероятности?
9. Какие преимущества даёт разбиение события на гипотезы?
10. В чём отличие полной вероятности от условной вероятности?
11. Как используется полная вероятность при анализе угроз?
12. Какие ошибки чаще всего допускаются при решении подобных задач?
13. Как связана полная вероятность с анализом рисков?
14. Можно ли использовать данный метод при наличии только одной гипотезы?
15. Почему метод полной вероятности важен для специалистов по информационной безопасности?

Самостоятельная работа №5. Дискретные случайные величины

Цель работы: изучить понятие дискретной случайной величины, освоить способы задания закона распределения и научиться рассчитывать основные характеристики дискретных случайных величин.

Теоретическая часть

Случайной величиной называется числовая характеристика результата случайного эксперимента. В отличие от обычного события, которое описывает факт наступления или ненаступления некоторого результата, случайная величина принимает числовые значения, зависящие от исхода эксперимента.

Дискретной называется случайная величина, принимающая отдельные, изолированные значения. Количество таких значений может быть конечным или счётным. Каждому возможному значению соответствует определённая вероятность его появления.

Примерами дискретных случайных величин являются количество обнаруженных уязвимостей в ходе проверки системы, число попыток несанкционированного доступа за сутки, количество выявленных вредоносных файлов на рабочей станции или число отказов оборудования в течение месяца.

Для описания дискретной случайной величины используется закон распределения вероятностей, который показывает все возможные значения случайной величины и вероятности их появления. Сумма вероятностей всех возможных значений должна быть равна единице.

Для анализа случайных величин используются числовые характеристики. Наиболее важной является математическое ожидание, отражающее среднее ожидаемое значение случайной величины при большом числе наблюдений. Также применяется дисперсия, характеризующая степень разброса значений относительно среднего уровня. Чем больше дисперсия, тем выше изменчивость исследуемого процесса.

В информационной безопасности дискретные случайные величины используются при прогнозировании количества инцидентов, оценке эффективности средств защиты информации, анализе статистики атак и моделировании процессов функционирования информационных систем. Исследование таких величин позволяет принимать обоснованные решения на основе вероятностных характеристик наблюдаемых процессов.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить закон распределения случайной величины.
2. Проверить корректность распределения вероятностей.
3. Определить математическое ожидание случайной величины.
4. Определить дисперсию случайной величины.
5. Выполнить анализ полученных результатов.
6. Сделать вывод о характере исследуемого процесса.

Вариант 1. Случайная величина характеризует количество обнаруженных вирусов за сутки и принимает значения 0, 1, 2 и 3 с вероятностями 0,4; 0,3; 0,2 и 0,1 соответственно.

Вариант 2. Случайная величина описывает число попыток входа в систему и принимает значения 0, 1, 2, 3, 4 с вероятностями 0,15; 0,25; 0,30; 0,20 и 0,10.

Вариант 3. Количество обнаруженных сетевых атак принимает значения 0, 1, 2 и 4 с вероятностями 0,5; 0,25; 0,15 и 0,10.

Вариант 4. Количество инцидентов информационной безопасности за неделю принимает значения 0, 1, 2, 3 и 5 с вероятностями 0,2; 0,3; 0,25; 0,15 и 0,1.

Вариант 5. Количество ошибок аутентификации принимает значения 0, 1, 2 и 3 с вероятностями 0,35; 0,30; 0,20 и 0,15.

Вариант 6. Число выявленных уязвимостей принимает значения 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,25; 0,35; 0,25 и 0,15.

Вариант 7. Количество ложных срабатываний системы мониторинга принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,30; 0,25; 0,20; 0,15 и 0,10.

Вариант 8. Число зарегистрированных подозрительных подключений принимает значения 0, 2, 4 и 6 с вероятностями 0,4; 0,3; 0,2 и 0,1.

Вариант 9. Количество вредоносных сообщений электронной почты принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,25; 0,25; 0,20; 0,20 и 0,10.

Вариант 10. Количество отказов средств защиты информации принимает значения 0, 1, 2 и 5 с вероятностями 0,45; 0,30; 0,15 и 0,10.

Вариант 11. Количество заблокированных сетевых соединений принимает значения 1, 2, 3, 4 с вероятностями 0,2; 0,3; 0,3 и 0,2.

Вариант 12. Количество выявленных нарушений политики безопасности принимает значения 0, 1, 3 и 5 с вероятностями 0,4; 0,3; 0,2 и 0,1.

Вариант 13. Количество критических уязвимостей принимает значения 0, 1, 2, 3 с вероятностями 0,5; 0,25; 0,15 и 0,10.

Вариант 14. Количество зарегистрированных инцидентов за смену принимает значения 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,15; 0,25; 0,30; 0,20 и 0,10.

Вариант 15. Случайная величина характеризует количество нарушений требований безопасности и принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,3; 0,3; 0,2; 0,1 и 0,1 соответственно.

Контрольные вопросы

1. Что называется случайной величиной?
2. Какие случайные величины называются дискретными?
3. Что представляет собой закон распределения?
4. Каким свойством обладает сумма вероятностей распределения?
5. Что показывает математическое ожидание?
6. Что характеризует дисперсия?
7. В чём отличие дискретной случайной величины от непрерывной?
8. Какие примеры дискретных случайных величин встречаются в информационной безопасности?
9. Как проверить корректность распределения вероятностей?
10. Почему математическое ожидание называют средним ожидаемым значением?
11. Что означает большой разброс значений случайной величины?
12. Где используются дискретные случайные величины в анализе данных?
13. Как связаны вероятности и значения случайной величины?
14. Для чего рассчитываются числовые характеристики случайной величины?
15. Как результаты анализа могут использоваться специалистами по информационной безопасности?

Самостоятельная работа №6. Непрерывные случайные величины

Цель работы: изучить понятие непрерывной случайной величины, освоить способы описания её распределения и научиться определять вероятности попадания случайной величины в заданные интервалы.

Теоретическая часть

В реальных процессах многие случайные величины могут принимать не отдельные значения, а любые значения из некоторого промежутка. Такие величины называются непрерывными случайными величинами. В отличие от дискретных случайных величин, для которых можно перечислить все

возможные значения, непрерывные величины принимают бесконечное множество значений.

К непрерывным случайным величинам относятся время выполнения операции, продолжительность сетевого сеанса, объём передаваемых данных, температура оборудования, время отклика информационной системы и многие другие параметры. Например, время обнаружения сетевой атаки может составлять 2,1 секунды, 2,15 секунды, 2,157 секунды и любое другое значение в определённом диапазоне.

Особенностью непрерывной случайной величины является то, что вероятность её точного значения считается равной нулю. Практический интерес представляет вероятность попадания величины в некоторый интервал значений. Именно поэтому при работе с непрерывными величинами анализируются диапазоны, а не отдельные точки.

Для описания непрерывной случайной величины используется функция плотности распределения. Она показывает, каким образом вероятности распределяются по области возможных значений. Чем выше плотность на определённом участке, тем чаще случайная величина принимает значения из данного диапазона.

Ещё одной важной характеристикой является функция распределения, которая показывает вероятность того, что случайная величина примет значение, не превышающее заданный уровень. Функция распределения широко используется при анализе надёжности систем, оценке времени выполнения операций и прогнозировании различных процессов.

В информационной безопасности непрерывные случайные величины применяются при исследовании временных характеристик информационных систем, анализе сетевого трафика, оценке производительности средств защиты информации и моделировании процессов возникновения инцидентов. Использование непрерывных моделей позволяет более точно описывать реальные процессы, чем применение дискретных моделей.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить описание случайной величины.
2. Определить тип рассматриваемой величины.
3. Выделить диапазон возможных значений.
4. Определить вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
5. Выполнить интерпретацию полученных результатов.

6. Сделать вывод о поведении исследуемого процесса.

Вариант 1. Время обнаружения сетевой атаки изменяется от 0 до 20 секунд и считается равномерно распределённым. Определить вероятность того, что атака будет обнаружена в течение первых 5 секунд.

Вариант 2. Время ответа сервера находится в диапазоне от 50 до 150 мс. Определить вероятность того, что время ответа окажется меньше 100 мс.

Вариант 3. Продолжительность резервного копирования составляет от 10 до 40 минут. Определить вероятность завершения процедуры менее чем за 20 минут.

Вариант 4. Время авторизации пользователя изменяется от 1 до 11 секунд. Найти вероятность того, что авторизация займёт от 3 до 7 секунд.

Вариант 5. Размер сетевого пакета находится в диапазоне от 100 до 1000 байт. Определить вероятность того, что размер пакета окажется более 700 байт.

Вариант 6. Время обработки запроса изменяется от 2 до 12 секунд. Найти вероятность попадания значения в интервал от 4 до 9 секунд.

Вариант 7. Продолжительность сеанса удалённого доступа составляет от 5 до 65 минут. Определить вероятность того, что сеанс продлится менее 20 минут.

Вариант 8. Время реакции администратора на инцидент находится в пределах от 1 до 21 минуты. Найти вероятность того, что реакция произойдёт в течение первых 8 минут.

Вариант 9. Скорость передачи данных изменяется от 20 до 120 Мбит/с. Определить вероятность того, что скорость окажется выше 80 Мбит/с.

Вариант 10. Температура серверного оборудования изменяется в диапазоне от 18 до 38 °С. Определить вероятность нахождения температуры в интервале от 22 до 30 °С.

Вариант 11. Время выполнения антивирусного сканирования находится в диапазоне от 10 до 70 минут. Найти вероятность завершения сканирования менее чем за 25 минут.

Вариант 12. Продолжительность обработки журнала событий составляет от 30 до 90 секунд. Определить вероятность того, что обработка займёт от 40 до 70 секунд.

Вариант 13. Время доставки сообщения между узлами сети находится в диапазоне от 5 до 25 мс. Определить вероятность попадания значения в интервал от 10 до 15 мс.

Вариант 14. Время восстановления системы после сбоя изменяется от 15 до 75 минут. Найти вероятность того, что восстановление займёт более 50 минут.

Вариант 15. Время загрузки веб-приложения изменяется от 2 до 8 секунд. Определить вероятность того, что загрузка произойдёт менее чем за 4 секунды.

Контрольные вопросы

1. Что называется непрерывной случайной величиной?
2. Чем непрерывная случайная величина отличается от дискретной?
3. Какие величины относятся к непрерывным?
4. Почему вероятность отдельного значения непрерывной величины равна нулю?
5. Что называется плотностью распределения?
6. Для чего используется функция распределения?
7. Почему для непрерывных величин рассматриваются интервалы значений?
8. Какие примеры непрерывных случайных величин встречаются в информационной безопасности?
9. Что показывает функция распределения?
10. Как определить вероятность попадания величины в заданный интервал?
11. Какие преимущества имеют непрерывные модели?
12. В каких задачах используются непрерывные случайные величины?
13. Как связаны плотность распределения и вероятность?
14. Что означает равномерное распределение?
15. Почему непрерывные случайные величины важны при анализе информационных систем?

Самостоятельная работа №7. Числовые характеристики случайных величин

Цель работы: изучить основные числовые характеристики случайных величин, научиться вычислять и интерпретировать показатели положения и рассеивания данных для анализа случайных процессов.

Теоретическая часть

Случайные величины могут принимать различные значения, поэтому для их анализа используются специальные числовые характеристики, позволяющие получить обобщённое представление об исследуемом процессе. Такие характеристики помогают оценить средний уровень показателя, степень его изменчивости и устойчивость наблюдаемых значений.

Наиболее важной характеристикой является математическое ожидание. Оно отражает среднее значение случайной величины, которое можно ожидать при большом количестве наблюдений. Математическое ожидание позволяет оценить типичный результат случайного процесса и широко используется при прогнозировании и принятии решений.

Другой важной характеристикой является дисперсия. Она показывает степень разброса значений относительно среднего уровня. Если значения случайной величины располагаются близко к среднему значению, дисперсия будет небольшой. При значительном разбросе значений дисперсия увеличивается.

Для более удобной интерпретации разброса используется среднее квадратическое отклонение. Данный показатель выражается в тех же единицах измерения, что и сама случайная величина, поэтому часто применяется на практике при анализе статистических данных.

Кроме того, в статистике широко используются такие характеристики, как мода и медиана. Мода представляет собой наиболее часто встречающееся значение, а медиана делит упорядоченный ряд наблюдений на две равные части. Эти показатели особенно полезны при анализе данных, содержащих выбросы или неравномерно распределённые значения.

В информационной безопасности числовые характеристики используются при исследовании статистики инцидентов, анализе сетевого трафика, оценке эффективности защитных механизмов, прогнозировании нагрузки на оборудование и выявлении аномалий. Например, среднее количество попыток входа в систему позволяет оценить типичную активность пользователей, а высокая дисперсия может свидетельствовать о нестандартном поведении или потенциальных угрозах.

Знание числовых характеристик позволяет специалистам по информационной безопасности принимать решения на основе статистических данных и объективно оценивать состояние защищаемых информационных систем.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить исходный набор данных.
2. Определить математическое ожидание (среднее значение).
3. Найти медиану выборки.
4. Определить моду выборки.
5. Рассчитать дисперсию.
6. Найти среднее квадратическое отклонение.
7. Выполнить интерпретацию полученных результатов.

8. Сформулировать выводы.

Вариант 1. Количество обнаруженных вирусов за 10 дней: 2, 4, 3, 5, 4, 6, 3, 4, 5, 4.

Вариант 2. Количество заблокированных сетевых атак: 12, 15, 11, 18, 17, 16, 14, 15, 19, 13.

Вариант 3. Время реакции на инциденты (мин): 8, 9, 12, 10, 11, 9, 8, 13, 10, 10.

Вариант 4. Количество ошибок аутентификации: 5, 6, 4, 7, 8, 5, 6, 5, 7, 6.

Вариант 5. Количество обращений в службу поддержки: 14, 16, 15, 18, 17, 16, 19, 15, 14, 16.

Вариант 6. Количество выявленных уязвимостей: 3, 5, 4, 6, 5, 4, 7, 5, 6, 5.

Вариант 7. Объём сетевого трафика (ГБ): 21, 24, 23, 25, 26, 22, 24, 27, 25, 23.

Вариант 8. Количество предупреждений системы мониторинга: 8, 10, 9, 12, 11, 10, 13, 9, 10, 11.

Вариант 9. Время резервного копирования (мин): 35, 38, 40, 42, 39, 37, 41, 40, 38, 39.

Вариант 10. Количество зарегистрированных инцидентов: 1, 2, 3, 2, 4, 3, 2, 5, 3, 2.

Вариант 11. Количество активных пользователей системы: 95, 100, 98, 102, 105, 97, 101, 103, 99, 100.

Вариант 12. Число подозрительных подключений: 6, 8, 7, 9, 10, 8, 7, 11, 9, 8.

Вариант 13. Количество заблокированных IP-адресов: 15, 17, 16, 18, 20, 17, 19, 18, 16, 17.

Вариант 14. Количество попыток подбора пароля: 4, 6, 5, 7, 6, 8, 5, 6, 7, 6.

Вариант 15. Время обработки сетевых журналов (сек): 50, 55, 52, 58, 60, 54, 56, 59, 57, 55.

Контрольные вопросы

1. Что называется математическим ожиданием?
2. Какой смысл имеет среднее значение случайной величины?
3. Что показывает дисперсия?

4. Для чего используется среднее квадратическое отклонение?
5. Что такое мода?
6. Что такое медиана?
7. В каких случаях медиана предпочтительнее среднего значения?
8. Что характеризует величина разброса данных?
9. Как интерпретируется большое значение дисперсии?
10. Почему для анализа данных недостаточно только среднего значения?
11. Какие числовые характеристики относятся к показателям положения?
12. Какие числовые характеристики относятся к показателям рассеивания?
13. Где применяются числовые характеристики в информационной безопасности?
14. Как с помощью числовых характеристик можно выявлять аномалии?
15. Почему статистический анализ важен для специалистов по информационной безопасности?

Самостоятельная работа №8. Законы распределения дискретных случайных величин

Цель работы: изучить законы распределения дискретных случайных величин, научиться строить таблицы распределения вероятностей, анализировать свойства распределений и выполнять расчёт основных вероятностных характеристик.

Теоретическая часть

Одной из основных задач теории вероятностей является описание того, каким образом случайная величина принимает свои возможные значения. Для решения данной задачи используется закон распределения случайной величины. Закон распределения устанавливает соответствие между всеми возможными значениями случайной величины и вероятностями их появления.

Для дискретных случайных величин закон распределения обычно представляется в виде таблицы, содержащей перечень возможных значений и соответствующих им вероятностей. Такое представление позволяет определить вероятность появления каждого значения и исследовать поведение случайной величины в целом.

Любой закон распределения должен удовлетворять ряду требований. Вероятность каждого значения должна находиться в диапазоне от нуля до единицы, а сумма вероятностей всех возможных значений должна быть равна единице. Если это условие не выполняется, распределение считается некорректным.

Законы распределения широко используются для описания различных процессов в информационной безопасности. Например, количество

обнаруженных уязвимостей, число зарегистрированных инцидентов, количество попыток подбора пароля или число выявленных сетевых атак могут рассматриваться как дискретные случайные величины. Анализ распределения таких величин позволяет выявлять закономерности в функционировании информационных систем и оценивать вероятность возникновения различных ситуаций.

На основе закона распределения могут определяться основные характеристики случайной величины, включая среднее значение, показатели разброса и вероятность попадания в определённый диапазон значений. Кроме того, анализ распределений позволяет сравнивать различные процессы между собой и выявлять отклонения от типичного поведения.

В задачах информационной безопасности изучение законов распределения используется при прогнозировании количества инцидентов, оценке эффективности защитных механизмов, анализе статистики атак и моделировании поведения пользователей. Правильное понимание структуры распределения является важным этапом статистического анализа данных.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить заданный закон распределения.
2. Проверить корректность распределения.
3. Построить таблицу распределения в удобном виде.
4. Определить вероятность заданного события.
5. Рассчитать основные характеристики случайной величины.
6. Выполнить анализ полученных результатов.
7. Сделать выводы.

Вариант 1. Случайная величина характеризует количество обнаруженных вредоносных файлов за сутки и принимает значения 0, 1, 2, 3, 4 с вероятностями 0,20; 0,30; 0,25; 0,15; 0,10.

Вариант 2. Случайная величина описывает число попыток несанкционированного входа и принимает значения 0, 1, 2, 3 с вероятностями 0,40; 0,30; 0,20; 0,10.

Вариант 3. Количество зарегистрированных сетевых атак принимает значения 0, 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,15; 0,20; 0,25; 0,20; 0,15; 0,05.

Вариант 4. Число выявленных уязвимостей принимает значения 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,10; 0,20; 0,35; 0,20; 0,15.

Вариант 5. Количество ошибок аутентификации принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,25; 0,30; 0,20; 0,15; 0,10.

Вариант 6. Число заблокированных соединений принимает значения 0, 2, 4, 6 и 8 с вероятностями 0,15; 0,25; 0,30; 0,20; 0,10.

Вариант 7. Количество предупреждений системы мониторинга принимает значения 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,12; 0,18; 0,30; 0,25; 0,15.

Вариант 8. Количество инцидентов за смену принимает значения 0, 1, 2 и 3 с вероятностями 0,50; 0,25; 0,15; 0,10.

Вариант 9. Число выявленных нарушений политики безопасности принимает значения 0, 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,18; 0,22; 0,25; 0,18; 0,12; 0,05.

Вариант 10. Количество обращений в службу технической поддержки принимает значения 1, 2, 3, 4, 5 и 6 с вероятностями 0,10; 0,15; 0,25; 0,20; 0,20; 0,10.

Вариант 11. Число подозрительных сетевых соединений принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,30; 0,25; 0,20; 0,15; 0,10.

Вариант 12. Количество критических событий безопасности принимает значения 0, 1, 2 и 3 с вероятностями 0,45; 0,30; 0,15; 0,10.

Вариант 13. Количество активных угроз принимает значения 1, 2, 3, 4 и 5 с вероятностями 0,08; 0,17; 0,35; 0,25; 0,15.

Вариант 14. Количество отказов средств защиты информации принимает значения 0, 1, 2, 3 и 4 с вероятностями 0,35; 0,30; 0,20; 0,10; 0,05.

Вариант 15. Количество зарегистрированных событий безопасности принимает значения 2, 3, 4, 5, 6 и 7 с вероятностями 0,10; 0,15; 0,25; 0,25; 0,15; 0,10.

Контрольные вопросы

1. Что называется законом распределения случайной величины?
2. Для чего используется закон распределения?
3. Какие требования предъявляются к распределению вероятностей?
4. Как проверить корректность закона распределения?
5. Что показывает вероятность отдельного значения случайной величины?
6. Чем закон распределения отличается от ряда наблюдений?
7. Какие данные необходимы для построения закона распределения?
8. Где применяются законы распределения в информационной безопасности?

9. Какие характеристики можно определить по закону распределения?
10. Почему сумма вероятностей должна быть равна единице?
11. Что означает высокая вероятность некоторого значения?
12. Как распределение помогает анализировать случайные процессы?
13. Какие преимущества даёт табличное представление распределения?
14. В чём отличие закона распределения от функции распределения?
15. Почему анализ распределений важен для специалистов по информационной безопасности?

Самостоятельная работа №9. Нормальный закон распределения

Цель работы: изучить нормальный закон распределения, освоить методы анализа нормально распределённых данных и научиться использовать характеристики нормального распределения при решении прикладных задач информационной безопасности.

Теоретическая часть

Нормальный закон распределения является одним из важнейших распределений в теории вероятностей и математической статистике. Он широко используется для описания случайных величин, формирующихся под воздействием большого количества независимых факторов. Многие реальные процессы в природе, технике, экономике и информационных технологиях могут быть приближённо описаны нормальным распределением.

Графически нормальное распределение изображается в виде симметричной колоколообразной кривой. Наибольшая концентрация значений располагается вблизи среднего значения, а по мере удаления от центра вероятность появления значений постепенно уменьшается.

Основными характеристиками нормального распределения являются среднее значение и стандартное отклонение. Среднее значение определяет положение центра распределения, а стандартное отклонение характеризует степень рассеивания данных относительно среднего уровня. Чем больше стандартное отклонение, тем шире распределение и тем сильнее разброс наблюдаемых значений.

Одним из важных свойств нормального распределения является наличие определённых интервалов концентрации данных. Большая часть наблюдений располагается вблизи среднего значения, что позволяет оценивать вероятность появления типичных и нетипичных значений. Значения, значительно удалённые от среднего уровня, могут рассматриваться как аномальные.

В информационной безопасности нормальное распределение используется при анализе сетевого трафика, исследовании времени отклика систем, оценке нагрузки на серверы, мониторинге активности пользователей и выявлении аномалий. Например, если объём сетевого трафика обычно распределён вокруг некоторого среднего значения, резкое отклонение от него может свидетельствовать о сетевой атаке, ошибке конфигурации или сбое оборудования.

Изучение нормального распределения позволяет специалистам по информационной безопасности более эффективно анализировать статистические данные, выявлять отклонения в работе информационных систем и принимать обоснованные решения на основе количественных показателей.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Изучить представленный набор данных.
2. Рассчитать среднее значение выборки.
3. Определить стандартное отклонение.
4. Оценить соответствие данных нормальному распределению.
5. Выявить значения, существенно отличающиеся от среднего уровня.
6. Выполнить анализ полученных результатов.
7. Сделать выводы о характере распределения данных.

Вариант 1. Время отклика сервера (мс): 98, 101, 103, 97, 100, 102, 99, 101, 98, 100, 103, 99.

Вариант 2. Объём сетевого трафика (МБ): 520, 510, 505, 530, 525, 515, 520, 518, 522, 512, 519, 521.

Вариант 3. Количество запросов к веб-серверу в минуту: 240, 245, 250, 238, 242, 248, 246, 244, 249, 241, 243, 247.

Вариант 4. Время авторизации пользователей (с): 4,8; 5,0; 5,2; 4,9; 5,1; 5,3; 5,0; 4,9; 5,2; 5,1.

Вариант 5. Объём журналов событий (МБ): 75, 78, 80, 77, 79, 81, 76, 80, 78, 79.

Вариант 6. Количество активных соединений: 148, 150, 152, 149, 151, 153, 147, 150, 152, 149.

Вариант 7. Время выполнения резервного копирования (мин): 28, 30, 29, 31, 30, 32, 28, 29, 31, 30.

Вариант 8. Количество предупреждений системы мониторинга: 18, 20, 19, 21, 20, 22, 18, 19, 21, 20.

Вариант 9. Время обработки запроса (мс): 190, 195, 200, 205, 198, 202, 197, 203, 199, 201.

Вариант 10. Количество пользователей системы: 980, 995, 1005, 990, 1000, 1010, 985, 998, 1002, 1008.

Вариант 11. Скорость передачи данных (Мбит/с): 94, 96, 98, 100, 102, 101, 99, 97, 103, 95.

Вариант 12. Количество событий безопасности за сутки: 42, 45, 47, 44, 46, 48, 43, 45, 47, 44.

Вариант 13. Время восстановления системы (мин): 58, 60, 62, 59, 61, 63, 57, 60, 62, 59.

Вариант 14. Число обращений пользователей: 118, 120, 122, 119, 121, 123, 117, 120, 122, 119.

Вариант 15. Количество обнаруженных угроз: 28, 30, 31, 29, 32, 30, 28, 31, 29, 30.

Контрольные вопросы

1. Что называется нормальным распределением?
2. Почему нормальное распределение считается одним из важнейших распределений?
3. Как выглядит график нормального распределения?
4. Какие характеристики определяют форму нормального распределения?
5. Что показывает среднее значение в нормальном распределении?
6. Что характеризует стандартное отклонение?
7. Почему нормальное распределение называют симметричным?
8. Где применяется нормальное распределение?
9. Какие процессы в информационной безопасности могут описываться нормальным распределением?
10. Что считается аномальным значением?
11. Почему важно выявлять отклонения от среднего уровня?
12. Какие данные необходимы для анализа нормального распределения?
13. Как изменение стандартного отклонения влияет на форму распределения?
14. Для чего используется анализ нормально распределённых данных?
15. Как результаты анализа могут использоваться при обеспечении информационной безопасности?

Самостоятельная работа №10. Геометрическое и статистическое определения вероятности

Цель работы: изучить геометрическое и статистическое определения вероятности, освоить методы их применения при решении практических задач и научиться оценивать вероятность событий на основе геометрических моделей и результатов наблюдений.

Теоретическая часть

Классическое определение вероятности удобно применять в тех случаях, когда пространство элементарных исходов конечно и все исходы являются равновероятными. Однако на практике встречаются ситуации, в которых количество возможных исходов бесконечно или заранее невозможно определить полный перечень исходов эксперимента. Для решения подобных задач используются геометрическое и статистическое определения вероятности.

Геометрическая вероятность применяется в задачах, где исходы можно представить в виде точек, расположенных на некотором геометрическом объекте: отрезке, площади, объёме или другой области. При этом предполагается, что случайный выбор осуществляется равномерно по всей области. Вероятность события определяется как отношение меры благоприятной области к мере всей области. В зависимости от характера задачи мерой может выступать длина, площадь или объём.

Геометрический подход широко используется при анализе временных интервалов, распределения объектов в пространстве, моделировании случайного выбора координат и исследовании различных технических процессов. Например, вероятность того, что случайный момент времени попадёт в определённый временной интервал, может быть определена через отношение длины данного интервала к общей продолжительности наблюдения.

Статистическое определение вероятности основано на результатах многократных наблюдений или экспериментов. Если некоторое событие происходит с определённой частотой и число наблюдений достаточно велико, относительная частота появления события постепенно стабилизируется около некоторого значения. Это значение рассматривается как статистическая вероятность события.

Статистическая вероятность играет важную роль в тех случаях, когда отсутствует возможность построить теоретическую модель процесса. Она широко применяется при анализе сетевого трафика, исследовании инцидентов информационной безопасности, изучении поведения пользователей

информационных систем и оценке эффективности средств защиты информации.

Для специалиста по информационной безопасности статистический подход особенно важен, поскольку большинство данных о функционировании информационных систем формируется в процессе длительных наблюдений. Анализ накопленной статистики позволяет прогнозировать вероятность возникновения угроз, оценивать уровень защищённости информационных ресурсов и выявлять аномальные события.

Геометрическое и статистическое определения вероятности дополняют друг друга и позволяют исследовать широкий круг практических задач, возникающих в современных информационных системах.

Практическая часть

В ходе выполнения работы студент должен:

1. Определить тип задачи (геометрическая или статистическая вероятность).
2. Выделить область возможных исходов либо проанализировать результаты наблюдений.
3. Определить благоприятные исходы или частоту появления события.
4. Выполнить расчёт вероятности.
5. Проанализировать полученный результат.
6. Сформулировать выводы.

Варианты заданий

Вариант 1. На временном интервале продолжительностью 60 минут случайным образом выбирается момент времени. Определить вероятность того, что выбранный момент попадёт в первые 15 минут.

Вариант 2. Случайная точка выбирается на отрезке длиной 100 см. Найти вероятность того, что точка окажется на участке от 20 до 50 см.

Вариант 3. За месяц системой мониторинга было зарегистрировано 500 сетевых событий, из которых 65 были классифицированы как подозрительные. Определить статистическую вероятность обнаружения подозрительного события.

Вариант 4. В результате анализа журналов безопасности зафиксировано 1200 попыток входа в систему, из которых 1080 завершились успешно. Найти статистическую вероятность успешной аутентификации.

Вариант 5. На участке сетевого кабеля длиной 200 м случайным образом выбирается точка. Определить вероятность того, что выбранная точка окажется на участке длиной 40 м, предназначенном для контроля состояния линии.

Вариант 6. За неделю зарегистрировано 850 электронных писем, из которых 170 были отнесены к категории спама. Определить статистическую вероятность получения спам-сообщения.

Вариант 7. Случайный момент выбирается в течение рабочего дня продолжительностью 8 часов. Найти вероятность того, что он попадёт в период проведения резервного копирования, занимающий 1 час.

Вариант 8. В ходе наблюдения за работой межсетевого экрана зафиксировано 2000 сетевых соединений, из которых 320 были заблокированы. Определить вероятность блокировки случайного соединения.

Вариант 9. Случайная точка выбирается на окружности длиной 120 см. Определить вероятность попадания точки на дугу длиной 30 см.

Вариант 10. За месяц было зарегистрировано 400 инцидентов информационной безопасности, из которых 48 были отнесены к критическим. Найти статистическую вероятность возникновения критического инцидента.

Вариант 11. Случайный момент времени выбирается в течение суток. Система технического обслуживания работает 3 часа в сутки. Определить вероятность того, что выбранный момент попадёт в период обслуживания.

Вариант 12. В ходе анализа сетевого трафика обработано 2500 пакетов данных, из которых 375 содержали признаки аномальной активности. Определить статистическую вероятность обнаружения аномального пакета.

Вариант 13. На прямоугольной площадке длиной 50 м случайным образом выбирается точка. Определить вероятность того, что она окажется на участке длиной 10 м.

Вариант 14. За период наблюдения зарегистрировано 900 обращений пользователей в службу поддержки, из которых 180 были связаны с нарушениями требований информационной безопасности. Найти статистическую вероятность обращения по вопросам безопасности.

Вариант 15. В системе обнаружения вторжений зафиксировано 1500 предупреждений, из которых 225 подтвердились как реальные атаки. Определить статистическую вероятность того, что предупреждение соответствует реальной атаке.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях применяется геометрическое определение вероятности?
2. Что является пространством исходов в геометрической вероятности?
3. Какие величины могут использоваться для определения геометрической вероятности?
4. На каких предположениях основан геометрический подход?
5. Что понимается под статистической вероятностью?
6. Что такое относительная частота события?
7. Почему статистическая вероятность связана с многократными наблюдениями?
8. Чем статистическая вероятность отличается от классической?
9. В каких случаях невозможно использовать классическое определение вероятности?
10. Какие преимущества имеет статистический подход?
11. Где в информационной безопасности применяется статистическая вероятность?
12. Какие данные необходимы для определения статистической вероятности?
13. Почему при увеличении числа наблюдений статистическая вероятность становится более устойчивой?
14. Какие преимущества имеет геометрическое определение вероятности?
15. В чём различие между геометрическим и статистическим определениями вероятности?