

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению практических занятий
по дисциплине «Волновые процессы в различных средах»
для студентов
Специальности 10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем
Специализация «Анализ безопасности информационных систем»

Ставрополь
2026

Оглавление

Введение.....	3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1 ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН В УПРУГИХ СРЕДАХ.....	4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ (МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ).....	5
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ВОЛН В ДИЭЛЕКТРИКАХ И ПЛАЗМЕ	7
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ (АНАЛИЗ ЗАТУХАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ).....	9
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД	11
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ И ИХ МОД.....	13
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА В АКУСТИКЕ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ	15
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8 ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН: УДАРНЫХ ВОЛН И СОЛИТОНОВ (Анализ решений уравнения Кортевега — де Фриза).....	17
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9	19
ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ПЛАЗМЕ: ЛЕНГМЮРОВСКИЕ И ИОННО-ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ	19
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9	21
ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ: ЛЕНГМЮРОВСКИЕ И ИОННО-ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ.....	21
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10	23
ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ПРЕПЯТСТВИЯХ (МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ).....	23
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11	25
ВОЛНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ (ФОТОННЫЕ И ФОНОННЫЕ КРИСТАЛЛЫ).....	25
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12	27
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ	27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13	29
АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ	29
(Расчет скоростей продольных и поперечных волн в кристаллах).....	29
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14	32
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ.....	32
(Моделирование двойного лучепреломления в одноосных кристаллах).....	32
Список литературы	34

Введение

Волновые процессы представляют собой фундаментальное физическое явление, играющее ключевую роль в природе и технике. Распространение колебаний в различных средах - от акустических волн в жидкостях до электромагнитных колебаний в плазме - демонстрирует удивительное единство физических закономерностей. Изучение этих процессов имеет глубокие исторические корни, восходящие к работам выдающихся ученых прошлых веков, и продолжает оставаться актуальным направлением современных исследований.

Современная наука рассматривает волновые процессы как важнейший механизм переноса энергии и информации. Особый интерес представляют особенности распространения волн в сложных средах - анизотропных материалах, плазме, нелинейных системах. Эти исследования имеют не только теоретическое значение, но и находят практическое применение в самых разных областях - от создания новых материалов до разработки систем связи и диагностики.

Данный курс лабораторных работ посвящен экспериментальному изучению волновых явлений в различных физических системах. Особое внимание уделяется установлению связи между микроскопическими свойствами сред и макроскопическими характеристиками волновых процессов. Практические занятия позволяют не только закрепить теоретические знания, но и развить навыки проведения физического эксперимента, обработки и анализа результатов.

Курс предназначен для студентов физических и инженерных специальностей, изучающих волновые процессы и их приложения. Выполнение лабораторных работ способствует формированию целостного представления о природе волновых явлений и методах их исследования, что является важной составляющей профессиональной подготовки будущих специалистов.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1 ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН В УПРУГИХ СРЕДАХ

Цель работы

- Изучить решения волнового уравнения для одномерных гармонических волн
- Исследовать зависимость фазовой скорости от параметров среды
- Сравнить характеристики продольных и поперечных волн

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Гармоническая волна - периодическое колебание, описываемое функцией:

$$u(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

где:

A - амплитуда

ω - циклическая частота

k - волновое число

φ - начальная фаза

2. Волновое уравнение

Уравнение распространения волн в одномерном случае:

$$\partial^2 u / \partial t^2 = v^2 \cdot \partial^2 u / \partial x^2$$

3. Фазовая скорость

Определяется свойствами среды:

Для продольных волн в стержне: $v = \sqrt{E/\rho}$

Для поперечных волн в струне: $v = \sqrt{T/\mu}$

Ход работы

1. Подготовительный этап

1. Изучить теоретический материал
2. Подготовить таблицы для записи результатов
3. Приготовить необходимые формулы для расчетов

2. Расчет параметров волны

Для заданных значений:

Модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па

Плотность $\rho = 7800$ кг/м³

Натяжение струны $T = 100$ Н

Линейная плотность $\mu = 0,01$ кг/м

Рассчитать:

Фазовую скорость продольных волн

Фазовую скорость поперечных волн

Результаты занести в таблицу:

Тип волны	Формула	Расчет	Скорость, м/с
Продольная	$v = \sqrt{E/\rho}$	$\sqrt{(2 \cdot 10^{11}/7800)}$	...
Поперечная	$v = \sqrt{T/\mu}$	$\sqrt{(100/0,01)}$	...

3. Анализ зависимостей

Исследовать как изменяется фазовая скорость при:

Увеличении плотности среды в 2 раза

Увеличении модуля Юнга в 1,5 раза

Увеличении натяжения струны в 4 раза

Построить графики зависимостей:

$v(\rho)$ при $E = \text{const}$

$v(E)$ при $\rho = \text{const}$

$v(T)$ при $\mu = \text{const}$

4. Сравнительный анализ

1. Сравнить полученные скорости для разных типов волн
2. Объяснить физический смысл различий
3. Оформление отчета
4. Отчет должен содержать:
5. Титульный лист
6. Цель работы
7. Краткую теорию
8. Расчетные формулы
9. Таблицы с результатами
10. Графики зависимостей
11. Анализ полученных результатов
12. Выводы

Контрольные вопросы

1. Запишите общий вид уравнения гармонической волны
2. Как фазовая скорость зависит от упругих свойств среды?
3. Почему скорость продольных волн больше поперечных?
4. Как изменится скорость волны при увеличении плотности среды?
5. В чем физический смысл волнового числа?

Дополнительное задание

Исследовать, как изменятся характеристики волны, если:

- а) Увеличить частоту колебаний в 2 раза
- б) Уменьшить длину волны в 3 раза
- в) Рассмотреть случай сложения двух волн с близкими частотами

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ (МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ)

Цель работы

1. Освоить метод конечных разностей для решения волнового уравнения
2. Исследовать устойчивость разностных схем
3. Проанализировать влияние шагов дискретизации на точность решения

Теоретическая часть

1. Волновое уравнение

Уравнение колебаний струны:

$$\partial^2 u / \partial t^2 = c^2 \cdot \partial^2 u / \partial x^2$$

где c - скорость распространения волны

2. Метод конечных разностей

Аппроксимация производных:

Вторая производная по пространству:

$$\partial^2 u / \partial x^2 \approx (u^n_{i+1} - 2u^n_i + u^n_{i-1}) / h^2$$

Вторая производная по времени:

$$\partial^2 u / \partial t^2 \approx (u^{n+1}_i - 2u^n_i + u^{n-1}_i) / \tau^2$$

4. Разностная схема

Явная схема "крест":

$$u^{n+1}_i = 2(1 - \sigma^2)u^n_i + \sigma^2(u^n_{i+1} + u^n_{i-1}) - u^{n-1}_i$$

где $\sigma = c\tau/h$ - число Куранта

4. Условие устойчивости

Для устойчивости схемы необходимо:

$$\sigma \leq 1 \text{ (условие Куранта)}$$

Ход работы

1. Подготовительный этап

Выписать разностные аналоги дифференциальных операторов

Получить расчетную формулу для явной схемы

Определить параметры расчета:

Длина струны $L = 1$ м

Скорость $c = 100$ м/с

Время моделирования $T = 0,01$ с

2. Расчет параметров сетки

Выбрать шаги:

Пространственный $h = 0,1$ м

Временной $\tau = 0,0005$ с

Проверить условие устойчивости:

$$\sigma = c\tau/h = 100 \cdot 0,0005 / 0,1 = 0,5 < 1 \rightarrow \text{схема устойчива}$$

3. Решение задачи

Задать начальные условия:

Начальное отклонение: $u^0_i = \sin(\pi x_i/L)$

Начальная скорость: $\partial u/\partial t = 0$ при $t=0$

Рассчитать 2 первых временных слоя

Применить расчетную формулу для последующих слоев

4. Анализ результатов

Построить распределение $u(x)$ для нескольких моментов времени

Исследовать влияние шагов:

Уменьшить h в 2 раза, подобрать соответствующий τ

Увеличить σ до 1,1 (нарушить условие устойчивости)

Сравнить решения при разных σ

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

- 1) Титульный лист
- 2) Цель работы
- 3) Теоретические основы метода
- 4) Расчетные формулы
- 5) Таблицы с результатами
- 6) Графики решений для разных моментов времени
- 7) Анализ устойчивости схемы
- 8) Выводы

Контрольные вопросы

1. Как аппроксимируются производные в методе конечных разностей?
2. Запишите явную разностную схему для волнового уравнения
3. Сформулируйте условие устойчивости схемы
4. Как влияет шаг сетки на точность решения?
5. Что произойдет при нарушении условия Куранта?

Дополнительное задание

- a) Исследовать неявную схему решения
- b) Рассмотреть случай переменной скорости $c(x)$
- c) Проанализировать погрешность аппроксимации

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3 ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИИ ВОЛН В ДИЭЛЕКТРИКАХ И ПЛАЗМЕ

Цель работы

- Изучить зависимость фазовой и групповой скоростей от частоты
- Исследовать дисперсионные свойства диэлектриков и плазмы
- Проанализировать условия распространения электромагнитных волн в различных средах

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Дисперсия волн - зависимость фазовой скорости от частоты

Фазовая скорость ($v_{ph} = \omega/k$) - скорость распространения фазы волны

Групповая скорость ($v_{gr} = d\omega/dk$) - скорость переноса энергии

2. Дисперсионные соотношения

Для диэлектриков:

$$k = (\omega/c)\sqrt{\epsilon(\omega)}$$

где $\epsilon(\omega)$ - частотно-зависимая диэлектрическая проницаемость

Для плазмы:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

где ω_p - плазменная частота

3. Критические частоты

Частота отсечки в плазме: $\omega = \omega_p$

Резонансные частоты в диэлектриках

Ход работы

1. Подготовительный этап

Изучить теорию дисперсии волн

Выписать дисперсионные уравнения для:

Диэлектрика с $\epsilon(\omega) = \epsilon_0 + a/(\omega_0^2 - \omega^2)$

Холодной плазмы

2. Расчет характеристик волн

Для диэлектрика:

Рассчитать $v_{ph}(\omega)$ и $v_{gr}(\omega)$

Определить аномальную и нормальную дисперсию

Для плазмы:

Рассчитать зависимость $k(\omega)$

Найти фазовую и групповую скорости

Определить частоту отсечки

3. Анализ результатов

Построить графики:

Зависимости $v_{ph}(\omega)$ и $v_{gr}(\omega)$ для диэлектрика

Дисперсионной кривой $\omega(k)$ для плазмы

Сравнить характеристики волн:

В области нормальной дисперсии

Вблизи резонансных частот

При $\omega \rightarrow \omega_p$ для плазмы

Оформление отчета

1. Отчет должен содержать:

2. Титульный лист
3. Цель работы
4. Теоретические основы
5. Расчетные формулы
6. Таблицы с результатами
7. Графики зависимостей
8. Анализ полученных данных
9. Выводы

Контрольные вопросы

1. Дайте определения фазовой и групповой скоростей
2. Чем отличается нормальная и аномальная дисперсия?
3. Как ведут себя волны в плазме при $\omega < \omega_p$?
4. Объясните физический смысл плазменной частоты
5. Почему в области аномальной дисперсии $v_{gr} > v_{ph}$?

Дополнительное задание

Исследовать влияние потерь на дисперсионные свойства

Рассмотреть случай магнитоактивной плазмы

Сравнить дисперсионные характеристики разных типов волн

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ВЯЗКИХ ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ (АНАЛИЗ ЗАТУХАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ)

Цель работы

1. Исследовать влияние вязкости на распространение акустических волн
2. Проанализировать механизмы затухания волн в жидкостях и газах
3. Определить коэффициент затухания для различных сред

Теоретическая часть

1. Основные уравнения

Уравнение Навье-Стокса для вязкой жидкости:

$$\rho(\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + (\zeta + \eta/3) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v})$$

Линеаризованное уравнение для малых возмущений:

$$\partial^2 \rho' / \partial t^2 - c_0^2 \nabla^2 \rho' = (4\eta/3 + \zeta) / \rho_0 \cdot \nabla^2 (\partial \rho' / \partial t)$$

где:

η - коэффициент динамической вязкости

ζ - коэффициент второй вязкости

c_0 - скорость звука в идеальной среде

ρ' - возмущение плотности

2. Решение для плоской волны

Затухающая гармоническая волна:

$$p'(x,t) = p_0 \cdot \exp(-\alpha x) \cdot \exp[i(kx - \omega t)]$$

где:

$\alpha = (2\eta\omega^2)/(3\rho_0 c_0^3)$ - коэффициент затухания

$k = \omega/c_0$ - волновое число

3. Характеристики затухания

Глубина проникновения: $\delta = 1/\alpha$

Декремент затухания: $\Lambda = \alpha\lambda$

Добротность: $Q = \pi/\Lambda$

Ход работы

1. Подготовительный этап

Выписать основные уравнения для вязкой жидкости

Получить выражение для коэффициента затухания

Подготовить таблицы для записи результатов

2. Расчет параметров волны

Для заданных сред (воздух, вода, глицерин):

Среда	η (Па·с)	ρ_0 (кг/м³)	c_0 (м/с)	f (Гц)	α (м⁻¹)	δ (м)
Воздух	$1.8 \cdot 10^{-5}$	1.2	330	1000 ...	...	
Вода	0.001	1000	1500	1000 ...	...	
Глицерин	1.5	1260	1920	1000 ...	...	

3. Анализ результатов

Построить графики зависимости:

$\alpha(f)$ для разных сред

$\delta(f)$ для разных сред

Сравнить глубину проникновения в различных средах

Определить, для каких частот затухание становится существенным

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретические основы
4. Расчетные формулы
5. Таблицы с результатами
6. Графики зависимостей
7. Анализ полученных данных
8. Выводы

Контрольные вопросы

1. Какие члены в уравнении Навье-Стокса отвечают за вязкость?
2. Как зависит коэффициент затухания от частоты волны?

3. Почему в глицерине волны затухают сильнее, чем в воде?
4. Что характеризует глубина проникновения волны?
5. Как влияет температура на затухание акустических волн?

Дополнительное задание

- а) Исследовать влияние второй вязкости на затухание
- б) Рассчитать добротность для каждой среды
- с) Сравнить теоретические результаты с экспериментальными данными

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5 ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

Цель работы

- Изучить особенности поверхностных акустических волн (ПАВ)
- Исследовать условия существования волн Релея и Лява
- Определить характеристики поверхностных волн на границе различных сред

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Поверхностные волны - волны, распространяющиеся вдоль границы раздела сред с амплитудой, экспоненциально убывающей вглубь каждой из сред.

Типы поверхностных волн:

Волны Релея - на границе твердое тело/вакуум (или газ)

Волны Лява - на границе слоя и полупространства

Стоунлиевские волны - на границе двух твердых тел

2. Волны Релея

Характеристики:

Распространяются вдоль свободной поверхности

Имеют эллиптическую поляризацию

Скорость ~ 0.9 скорости поперечных волн

Уравнение дисперсии:

$$\left(2 - \frac{v_R^2}{v_S^2}\right)^2 = 4\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{v_P^2}}\sqrt{1 - \frac{v_R^2}{v_S^2}}$$

где v_P, v_S - скорости продольных и поперечных волн

3. Волны Лява

Условия существования:

Требуется поверхностный слой

$$v_S^{(\text{слой})} < v_S^{(\text{подложка})}$$

Дисперсионное уравнение:

$$\tan(kh \sqrt{\frac{v^2}{(v_S^{(\text{слой})})^2} - 1}) = \frac{\mu_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{(v_S^{(\text{подложка})})^2}}}{\mu_1 \sqrt{\frac{v^2}{(v_S^{(\text{слой})})^2} - 1}}$$

Ход работы

1. Подготовительный этап

Изучить теорию поверхностных волн

Подготовить расчетные формулы

Составить таблицы для записи результатов

2. Расчет характеристик волн Релея

Для материалов:

Материал	v_P (м/с)	v_S (м/с)	Коэффициент Пуассона	v_R (теор.)	v_R (расч.)
Алюминий	6420	3040	0.34	...	...
Сталь	5960	3230	0.28	...	...
Стекло	5640	3280	0.23	...	...

3. Исследование волн Лява

Для системы "слой на подложке":

Задать параметры:

Толщина слоя $h = 1$ мм

Материалы:

Слой: полимер ($v_S = 1000$ м/с)

Подложка: кремний ($v_S = 5343$ м/с)

Построить дисперсионную кривую $v(f)$

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретические основы
4. Расчетные формулы
5. Таблицы с результатами
6. Графики:
7. Распределение амплитуд для волн Релея
8. Дисперсионные кривые для волн Лява

9. Анализ результатов
10. Выводы

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются волны Релея от объемных волн?
2. Каков физический смысл коэффициента затухания в глубину?
3. Почему волны Лява существуют только при определенных условиях?
4. Как зависит скорость волн Релея от коэффициента Пуассона?
5. Какие практические применения имеют поверхностные волны?

Дополнительное задание

- а) Исследовать влияние анизотропии на скорость ПАВ
- б) Рассчитать поляризационные характеристики волн Релея
- с) Сравнить характеристики волн на границах различных материалов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ И ИХ МОД

Цель работы

- Изучить типы волноводных мод в цилиндрических волноводах
- Определить критические частоты и постоянные распространения
- Проанализировать распределение полей для различных типов волн

Теоретическая часть

1. Основные понятия

Волновод - устройство для направленного распространения электромагнитных или акустических волн.

Типы мод:

TE (H) моды - поперечно-электрические волны ($E_z = 0$)

TM (E) моды - поперечно-магнитные волны ($H_z = 0$)

ТЕМ моды - поперечные электромагнитные волны

2. Уравнения для цилиндрического волновода

Уравнение Гельмгольца в цилиндрических координатах (r, φ, z):

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0$$

Решение для ТМ-мод:

$$E_z =$$

$$E_0 J_m(k_c r) \cos(m\phi) e^{-j\beta z}$$

3. Критические параметры

Критическая частота:

$$f_c = (k_c) / (2\pi \sqrt{\mu\epsilon})$$

Постоянная распространения:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

Длина волны в волноводе:

$$\lambda_{cg} = 2\pi/\beta$$

Ход работы

1. Подготовительный этап

Изучить теорию волноводных мод

Выписать уравнения для ТМ и ТЕ мод

Подготовить таблицы для записи результатов

2. Расчет характеристик мод

Для медного цилиндрического волновода ($R=2$ см):

Мода	μ_{mn}	f_c (Гц)	λ_c (см)
TE ₁₁	1.841	...	...
TM ₀₁	2.405	...	...
TE ₂₁	3.054	...	...

3. Анализ полей

Построить распределение:

Продольной компоненты поля

Поперечных компонент

Исследовать зависимость β от частоты

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретические основы
4. Расчетные формулы
5. Таблицы с результатами
6. Графики распределения полей
7. Анализ результатов
8. Выводы

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются ТЕ и ТМ моды?
2. Как зависит критическая частота от радиуса волновода?
3. Почему ТЕМ моды не существуют в волноводах?
4. Как изменяется постоянная распространения при $f \rightarrow f_c$?
5. Какие моды являются основными в цилиндрическом волноводе?

Дополнительное задание

- а) Исследовать акустические моды в волноводе

- б) Рассчитать затухание в волноводе с потерями
- с) Сравнить характеристики круглого и прямоугольного волноводов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА В АКУСТИКЕ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Цель работы

- Экспериментально обнаружить сдвиг частоты при движении источника или приемника волн
- Сравнить проявление эффекта Доплера для акустических и электромагнитных волн
- Определить скорость движения объекта по величине доплеровского сдвига

Теоретическая часть

1. Основные положения

Эффект Доплера - изменение частоты волн, воспринимаемых приемником, при относительном движении источника и приемника.

2. Формулы для разных случаев

Акустические волны ($v \ll c$):

Источник движется ($v_{\text{ист}}$), приемник покоится:

$$f' = f_0 \frac{c}{c \mp v_{\text{ист}}}$$

Приемник движется ($v_{\text{пр}}$), источник покоится:

$$f' = f_0 \left(1 \pm \frac{v_{\text{пр}}}{c} \right)$$

Электромагнитные волны (релятивистский случай):

$$f' = f_0 \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

3. Практические приложения

Определение скорости автомобилей (радары)

Медицинская диагностика (УЗИ)

Астрономия (красное смещение)

Ход работы

1. Подготовка эксперимента

Собрать установку:

Для акустики: динамик, микрофон, измеритель частоты

Для радиоволн: генератор СВЧ, приемник

Подготовить измерительные приборы

2. Акустический эксперимент

Измерить частоту неподвижного источника (f_0)

Измерить частоту при:
Движении источника к приемнику
Движении источника от приемника
Рассчитать скорость движения

3. Радиоволновой эксперимент
Зафиксировать частоту неподвижного источника
Измерить доплеровский сдвиг при движении отражателя
Сравнить с теоретическими расчетами

4. Обработка результатов
Составить таблицы:

Тип волн	v (м/с)	$\Delta f_{\text{теор}}$ (Гц)	$\Delta f_{\text{эксп}}$ (Гц)	Погрешность
Звук	5	...	...	...
Радио	10	...	...	...

Построить графики зависимости $\Delta f(v)$

Оформление отчета

1. Отчет должен содержать:
2. Титульный лист
3. Цель работы
4. Теоретические основы
5. Описание эксперимента
6. Таблицы с результатами
7. Графики зависимостей
8. Анализ погрешностей
9. Выводы

Контрольные вопросы

1. Почему формулы для звука и света отличаются?
2. Как определить направление движения по знаку Δf ?
3. В чем причина различия продольного и поперечного эффекта Доплера?
4. Какова точность метода при $v \rightarrow c$?
5. Какие факторы ограничивают точность измерений?

Дополнительное задание

- a) Исследовать двойной эффект Доплера (при движении и источника и приемника)
- b) Рассчитать доплеровское уширение спектральных линий
- c) Сравнить результаты для разных типов волн

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8 ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН: УДАРНЫХ ВОЛН И СОЛИТОНОВ (Анализ решений уравнения Кортевега — де Фриза)

Цель работы

- Изучить свойства нелинейных волновых процессов
- Проанализировать решения уравнения KdV для солитона
- Исследовать формирование ударных волн в нелинейных средах

Теоретическая часть

1. Основные понятия нелинейных волн

Нелинейные эффекты

Зависимость скорости волны от амплитуд

Возможность формирования ударных фронтов

Существование солитонов - устойчивых одиночных волн

2. Уравнение Кортевега-де Фриза (KdV)

Общий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

где:

- $u(x, t)$ - возмущение
- β - коэффициент дисперсии

3. Солитонные решения

Аналитическое решение:

$$u(x, t) = 3v \cdot \operatorname{sech}^2 \left[\frac{\sqrt{v}}{2} (x - vt - x_0) \right]$$

Характеристики:

Скорость $v \sim$ амплитуде

Ширина $\sim 1/\sqrt{v}$

Устойчивость при взаимодействии

4. Ударные волны

Формируются когда:

Нелинейные эффекты преобладают над дисперсией

Характеризуются резким скачком параметров

Ход работы

1. Аналитическое исследование

Проверить, что солитонное решение удовлетворяет KdV

Определить для солитона:

Максимальную амплитуду
Полную ширину на полувысоте
"Массу" (интеграл по пространству)

2. Численное моделирование

Исследовать эволюцию начальных возмущений:

Гауссов импульс

Прямоугольный импульс

Два солитона разной амплитуды

Проанализировать:

Формирование солитонов

Взаимодействие солитонов

Развитие ударного фронта

3. Параметрический анализ

Исследовать влияние:

Коэффициента нелинейности

Коэффициента дисперсии

Определить условия:

Преобладания нелинейности

Преобладания дисперсии

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретическую часть:
4. Вывод уравнения KdV
5. Свойства солитонов
6. Результаты исследований:
7. Графики решений
8. Таблицы параметров
9. Анализ:
10. Условия образования солитонов
11. Сравнение с линейным случаем
12. Выводы

Контрольные вопросы

1. Чем принципиально отличаются солитоны от обычных волн?
2. Почему уравнение KdV содержит третью производную?
3. Как зависит скорость солитона от его амплитуды?
4. Какие физические системы описываются уравнением KdV?
5. В чем разница между солитоном и ударной волной?

Дополнительные задания

- а) Исследовать взаимодействие трех солитонов
- б) Рассмотреть модифицированное уравнение KdV
- с) Сравнить с решениями уравнения синус-Гордона

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН В ПЛАЗМЕ: ЛЕНГМЮРОВСКИЕ И ИОННО-ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы

- Изучить особенности волновых процессов в плазме
- Решить дисперсионные уравнения для основных типов плазменных волн
- Сравнить характеристики ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний

Теоретическая часть

1. Основные параметры плазмы

Плазменная частота:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}}$$

Дебаевский радиус:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2}}$$

Температурные соотношения: $T_e \gg T_i$

2. Дисперсионные соотношения

Ленгмюровские волны (электронные колебания):

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3k_B T_e}{m_e} k^2$$

Ионно-звуковые волны:

$$\omega = k \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}} \frac{1}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_D^2}}$$

3. Характеристики волн

Параметр	Ленгмюровские волны	Ионно-звуковые волны
Частота	$\omega \approx \omega_p$	$\omega \ll \omega_p$
Переносчик	Электроны	Ионы + электроны
Фазовая скорость	$v_{ph} \sim \sqrt{T_e/m_e}$	$v_{ph} \sim \sqrt{T_e/m_i}$
Затухание	Ландау	Ионное затухание

Ход работы

1. Расчет параметров плазмы

Для заданных условий:

Концентрация: $n=10^{16}\text{м}^{-3}$

Температура электронов: $T_e=10\text{ эВ}$

Температура ионов: $T_i=1\text{ эВ}$

Вычислить: ω_p, λ_D

Определить соотношение T_e/T_i

2. Анализ дисперсионных кривых

Построить графики:

$\omega(k)$ для ленгмюровских волн

$\omega(k)$ для ионно-звуковых волн

Определить для каждой ветви:

Асимптотики при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$

Фазовую и групповую скорости

3. Сравнительный анализ

Составить таблицу характеристик:

Характеристика	Ленгмюровские	Ионно-звуковые
Частотный диапазон		
Критическая длина волны		
Механизм затухания		

Объяснить физические различия

Оформление отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Теоретические основы:
4. Уравнения плазмы
5. Вывод дисперсионных соотношений
6. Результаты:
7. Графики зависимостей
8. Таблицы параметров
9. Анализ:
10. Сравнение типов волн
11. Области существования
12. Выводы

Контрольные вопросы

1. Чем отличается дисперсия ленгмюровских и ионно-звуковых волн?
2. Как зависит плазменная частота от концентрации?
3. Почему ионно-звуковые волны существуют только при $T_e \gg T_i$?
4. Каков физический смысл дебаевского радиуса?
5. Как проявляется затухание Ландау для этих волн?

Дополнительные задания

- а) Исследовать влияние магнитного поля на дисперсию
- б) Рассчитать декремент затухания Ландау
- с) Сравнить с экспериментальными данными

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ: ЛЕНГМЮРОВСКИЕ И ИОННО-ЗВУКОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы:

- Исследовать дисперсионные свойства плазменных волн
- Определить характерные частоты и скорости распространения
- Сравнить особенности ленгмюровских и ионно-звуковых колебаний

1. Теоретическая часть

1.1 Основные параметры плазмы

Плазменная частота:

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad (\text{электронная})$$

$$\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_i e^2}{m_i \epsilon_0}} \quad (\text{ионная})$$

Дебаевский радиус:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}}$$

1.2 Дисперсионные уравнения

Ленгмюровские волны (высокочастотные):

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3k^2 v_{Te}^2$$

где $v_{Te} = \sqrt{k_B T_e / m_e}$ - тепловая скорость электронов

Ионно-звуковые волны (низкочастотные):

$$\omega = \frac{k c_s}{\sqrt{1 + k^2 \lambda_D^2}}$$

где $c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$ - скорость ионного звука

2. Методика выполнения

2.1 Расчет параметров

Для плазмы с параметрами:

$$n_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$$

$$T_e = 10 \text{ эВ}$$

$$T_i = 1 \text{ эВ}$$

$$m_i / m_e = 1836 \text{ (водородная плазма)}$$

Вычислить

$$\omega_{pe}, \omega_{pi}, \lambda_D, c_s$$

Определить

$$k_{max} = 1 / \lambda_D$$

2.2 Построение дисперсионных кривых

Для ленгмюровских волн:

Рассчитать $\omega(k)$ для $k \in (0, 2k_{max})$

Определить фазовую $v_{ph} = \omega / k$ и групповую $v_{gr} = d\omega / dk$ скорости

Для ионно-звуковых волн:

Построить зависимость $\omega(k)$

Найти асимптотики:

$$k \lambda_D \ll 1: \omega \approx k c_s$$

$$k \lambda_D \gg 1: \omega \approx \omega_{pi}$$

2.3 Сравнительный анализ

Характеристика	Ленгмюровские	Ионно-звуковые
Частотный диапазон	$\omega \approx \omega_{pe}$	$\omega \ll \omega_{pe}$
Переносчик энергии	Электроны	Ионы
Влияние температуры	$\sim T_e^{1/2}$	$\sim (T_e / m_i)^{1/2}$
Критическое k	k_{max}	$1 / \lambda_D$

3. Оформление результатов

Графики:

ω / ω_{pe} vs $k \lambda_D$ для обоих типов волн

Зависимости $v_{ph}(k)$ и $v_{gr}(k)$

Таблицы:

Расчетные параметры плазмы

Сравнительные характеристики волн

Выводы:

Области существования разных типов волн

Физические механизмы распространения

Практическое значение исследований

4. Контрольные вопросы

1. Почему ленгмюровские волны называют "электронными"?
2. Как зависит скорость ионного звука от температуры электронов?
3. Каков физический смысл дебаевского экранирования?
4. Почему ионно-звуковые волны возможны только при $T_e \gg T_i$?
5. Как проявляется затухание Ландау для этих волн?

5. Дополнительные исследования

- а) Влияние магнитного поля на дисперсию
- б) Учет столкновительного затухания
- с) Численное моделирование нелинейных эффектов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ПРЕПЯТСТВИЯХ (МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ)

Цель работы

- Исследовать явление дифракции волн различной природы
- Освоить метод зон Френеля для расчета дифракционных картин
- Сравнить дифракционные картины для разных типов волн

1. Теоретическая часть

1.1 Основные понятия дифракции

Дифракция — явление огибания волнами препятствий, характерное для всех типов волн (свет, звук, радиоволны).

Условие наблюдения дифракции:

$$\frac{\lambda}{d} \sim 1 \quad (\text{где } d \text{ — характерный размер препятствия})$$

1.2 Метод зон Френеля

Метод разбиения волнового фронта на кольцевые зоны, дающие колебания в противофазе:

Радиус m -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{m\lambda a + \left(\frac{m\lambda}{2}\right)^2}$$

a — расстояние от препятствия до точки наблюдения

Результирующая амплитуда:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} \quad (\text{знак "+" для нечетных зон, "-" для четных})$$

Особенности для разных волн:

Параметр	Свет	Звук	Радиоволны
λ диапазон	0.4–0.7 мкм	1.7 см – 17 м (20 Гц–20 кГц)	1 мм – 100 км
Типичные препятствия	Щели, отверстия	Преграды, отверстия	Строения, рельеф
Характерные эффекты	Кольца Ньютона	Акустические тени	Радиотень

2. Методика выполнения

2.1 Расчет дифракции на круглом отверстии

Для света ($\lambda = 500$ нм):

Рассчитать радиусы 5 первых зон Френеля при

$a = 1$ м

Определить условия максимумов/минимумов интенсивности

Для звука ($f = 1$ кГц):

Повторить расчеты для $\lambda = 34$ см

Сравнить размеры зон

2.2 Экспериментальное моделирование

Оптический случай:

Наблюдение дифракции лазерного луча на отверстиях разного диаметра

Измерение диаметров дифракционных колец

Акустический случай:

Исследование огибания звуком препятствий разного размера

Измерение изменения интенсивности за препятствием

2.3 Анализ результатов

Таблица сравнения:

Препятствие	Теор. угловой размер	Набл. угол дифракции (свет)	Набл. угол дифракции (звук)
Отверстие 1 мм	...	...	...
Щель 0.5 мм	...	...	...

3. Оформление результатов

3.1 Графики и схемы

Распределение интенсивности:

Зависимость I/I_0 от положения экрана

Сравнение теоретических и экспериментальных кривых

Диаграммы зон Френеля:

Для разных соотношений λ/d

3.2 Выводы

Сравнение дифракционных картин для разных типов волн

Области применимости метода зон Френеля

Практическое значение дифракционных эффектов

4. Контрольные вопросы

1. Почему метод зон Френеля дает приближенное решение?
2. Как зависит картина дифракции от соотношения λ/d ?
3. В чем отличие дифракции Фраунгофера и Френеля?
4. Почему радиоволны лучше огибают препятствия, чем свет?
5. Как учитывается фаза в методе зон Френеля?

5. Дополнительные исследования

- а) Дифракция на краю полуплоскости
- б) Влияние формы препятствия на дифракционную картину
- в) Расчет дифракции для ультразвуковых волн

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11 ВОЛНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ (ФОТОННЫЕ И ФОНОННЫЕ КРИСТАЛЛЫ)

Цель работы

- Исследовать формирование запрещенных зон в периодических структурах
- Сравнить свойства фотонных и фононных кристаллов
- Определить параметры структур для управления волновыми процессами

1. Теоретическая часть

1.1 Основные понятия

Периодические структуры — материалы с регулярно изменяющимися свойствами (диэлектрическая проницаемость, плотность и др.).

Характеристики:

Постоянная решетки (a) — период структуры

Запрещенные зоны — диапазоны частот, где распространение волн невозможно

1.2 Типы кристаллов

Параметр	Фотонные кристаллы	Фононные кристаллы
Управляемые волны	Электромагнитные	Акустические
Контролируемые параметры	ϵ, μ	ρ , модули упругости
Типичные постоянные решетки	100 нм – 1 мкм	1 мкм – 1 см
Применение	Оптические фильтры, волноводы	Акустические экраны, сенсоры

1.3 Теория Блоха

Волны в периодических средах описываются функциями Блоха:

$$\psi(\mathbf{r}) = u(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

где $u(\mathbf{r})$ — периодическая функция с периодом решетки.

1.4 Дисперсионные соотношения

Для одномерной структуры:

$$\cos(ka) = \cos\left(\frac{\omega a}{v}\right) - \frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{\omega a}{v}\right)$$

где α — параметр контраста сред.

2. Методика выполнения

2.1 Расчет зонной структуры

Для фотонного кристалла (чередующиеся слои SiO₂/TiO₂):

Толщины слоев:

$d_1=100$ нм,

$d_2=150$ нм

Показатели преломления:

$n_1=1.45$,

$n_2=2.4$

Для фононного кристалла (Al/полимер):

Толщины слоев:

$d_1=1$ мм,

$d_2=2$ мм

Скорости звука:

$v_1=6420$ м/с,

$v_2=1500$ м/с

Задачи:

Рассчитать дисперсионные зависимости $\omega(k)$

Определить границы запрещенных зон

2.2 Анализ параметров

Влияние контраста сред:

Изменение Δn (фотонные)

Изменение ΔZ (акустический импеданс)

Зависимость ширины запрещенной зоны от:

Постоянной решетки

Соотношения толщин слоев

2.3 Численное моделирование

Построение зонных диаграмм

Визуализация распределения поля/колебаний

3. Оформление результатов

3.1 Графики и диаграммы

Дисперсионные кривые для:

Фотонного кристалла (оптический диапазон)

Фононного кристалла (ультразвуковой диапазон)

Зависимость ширины запрещенной зоны от:

Контраста параметров сред

Геометрии структуры

3.2 Таблицы данных

Параметр	Фотонный кристалл	Фононный кристалл
Центр запрещенной зоны	... Гц	... Гц
Ширина зоны	... Гц	... Гц
Контраст параметров	$\Delta n = \dots$	$\Delta Z = \dots$

3.3 Выводы

Сравнение механизмов формирования запрещенных зон

Критерии эффективного подавления волн

Практические приложения

4. Контрольные вопросы

1. Почему в периодических структурах возникают запрещенные зоны?
2. Как зависит положение запрещенной зоны от постоянной решетки?
3. В чем отличие фотонных и фононных кристаллов?
4. Как увеличить ширину запрещенной зоны?
5. Каковы ограничения одномерной модели?

5. Дополнительные исследования

- а) Влияние дефектов структуры на зонную диаграмму
- б) Анализ двумерных и трехмерных кристаллов
- с) Исследование нелинейных эффектов

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Цель: Исследование дисперсионного соотношения для гравитационных и капиллярных волн

1. Теоретическая часть

1.1 Основные понятия

Гидродинамические волны — возмущения поверхности жидкости, распространяющиеся под действием:

Гравитационных сил (преобладают для длинных волн)

Капиллярных сил (преобладают для коротких волн)

1.2 Дисперсионное соотношение

Общее уравнение для волн на глубокой воде:

$$\omega^2 = gk + (\rho/\gamma)k^3$$

где:

ω — циклическая частота

k — волновое число ($k=2\pi/\lambda$)

g — ускорение свободного падения

γ — коэффициент поверхностного натяжения

ρ — плотность жидкости

1.3 Предельные случаи

Гравитационные волны (длинные волны, $k \rightarrow 0$):

$$\omega^2 \approx gk \Rightarrow v_{ph} = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

Капиллярные волны (короткие волны, $k \rightarrow \infty$):

$$\omega^2 \approx \frac{\gamma}{\rho} k^3 \Rightarrow v_{ph} = \sqrt{\frac{\gamma k}{\rho}}$$

Минимальная фазовая скорость (при $k=k_{\min}$):

$$v_{\min} = \left(\frac{4g\gamma}{\rho} \right)^{1/4}$$

1.4 Характеристики волн

Параметр	Гравитационные волны	Капиллярные волны
Длина волны	$\lambda > 1.7 \text{ см}$	$\lambda < 1.7 \text{ см}$
Фазовая скорость	$\sim \sqrt{g\lambda}$	$\sim \sqrt{\gamma/\rho\lambda}$
Групповая скорость	$v_{gr} = \frac{v_{ph}}{2}$	$v_{gr} = \frac{3v_{ph}}{2}$

2. Методика выполнения

2.1 Экспериментальная часть

Наблюдение волн в кювете:

Возбуждение волн различной частоты

Измерение длины волны λ и периода T

Определение фазовой скорости:

$$v_{ph} = T/\lambda$$

Построение дисперсионной кривой:

Зависимость $\omega(k)$

Сравнение с теоретической кривой

2.2 Расчетная часть

Для воды ($\gamma=0.073 \text{ Н/м}$, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$):

Рассчитать

$\omega(k)$ для λ от 0.1 см до 10 см

Определить

$k_{\min}$ и $v_{\min}$

Сравнить с данными для других жидкостей:

Спирт ($\gamma=0.022 \text{ Н/м}$)

Глицерин ($\gamma=0.063 \text{ Н/м}$)

2.3 Анализ результатов

Определить границы преобладания:

Гравитационных волн
Капиллярных волн
Построить графики:
 $v_{ph}(\lambda)$
 $v_{gr}(\lambda)$

3. Оформление результатов

3.1 Таблицы данных

λ , см	T , с	v_{ph} , м/с	$v_{ph}^{теор}$, м/с
0.5	...	...	...
1.0	...	...	...
5.0	...	...	...

3.2 Графики

Дисперсионная кривая $\omega(k)$

Зависимость $v_{ph}(\lambda)$ с выделением областей

3.3 Выводы

Сравнение экспериментальных и теоретических данных

Области преобладания разных типов волн

Факторы, влияющие на дисперсию

4. Контрольные вопросы

1. Почему гравитационные и капиллярные волны имеют разную дисперсию?
2. Как зависит фазовая скорость от длины волны в каждом случае?
3. В чем физический смысл минимальной фазовой скорости?
4. Как изменится дисперсия при добавлении в воду мыла?
5. Почему групповая скорость капиллярных волн больше фазовой?

5. Дополнительные исследования

- а) Влияние вязкости на затухание волн
- б) Волны на мелкой воде (учет глубины)
- с) Нелинейные эффекты (уединенные волны)

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

(Расчет скоростей продольных и поперечных волн в кристаллах)

Цель работы

- Исследовать зависимость скоростей упругих волн от модулей упругости
- Проанализировать влияние кристаллической анизотропии на распространение волн
- Сравнить характеристики волн в различных кристаллических

структурах

1. Теоретическая часть

1.1 Основные уравнения

Скорости распространения упругих волн в изотропной среде:

Продольные волны (Р-волны):

$$v_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

Поперечные волны (S-волны):

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$$

где:

K - модуль всестороннего сжатия

G - модуль сдвига

E - модуль Юнга

ν - коэффициент Пуассона

ρ - плотность материала

1.2 Анизотропные материалы

В кристаллах скорости волн зависят от направления распространения. Для кубических кристаллов:

$$\rho v^2 = C_{11}l_1^2 + C_{44}(l_2^2 + l_3^2) \quad (\text{для продольных волн})$$

$$\rho v^2 = C_{44}l_1^2 + C_{11}(l_2^2 + l_3^2) \quad (\text{для поперечных волн})$$

где

l_i - направляющие косинусы,

C_{ij} - упругие постоянные.

2. Методика выполнения работы

2.1 Расчет для изотропных материалов

Для заданных материалов:

Материал	E (ГПа)	ν	ρ (кг/м ³)
Алюминий	70	0.34	2700
Сталь	200	0.28	7850
Стекло	70	0.23	2500

Рассчитать v_p и v_s

Определить соотношение v_p/v_s

2.2 Анализ анизотропии (кубические кристаллы)

Для кристаллов NaCl и Si:

Кристалл	C_{11} (ГПа)	C_{12} (ГПа)	C_{44} (ГПа)	ρ (кг/м ³)
NaCl	49.5	12.9	12.9	2170
Si	166	64	80	2330

Рассчитать скорости для направлений:

[100]

[110]

[111]

Построить полярные диаграммы $v(\theta)$

2.3 Экспериментальная проверка

Сравнить расчетные значения с литературными данными

Проанализировать расхождения

3. Оформление результатов

3.1 Таблицы данных

Изотропные материалы:

Материал	v_p (м/с)	v_s (м/с)	v_p/v_s
Алюминий	...	...	...

Анизотропные кристаллы:

Направление	NaCl v_p	NaCl v_s	Si v_p	Si v_s
[100]	...	...	...	...

3.2 Графики

Зависимость скоростей от направления в кристалле

Сравнение изотропных и анизотропных случаев

3.3 Выводы

Влияние модулей упругости на скорости волн

Проявления анизотропии в кристаллах

Практическое значение результатов

4. Контрольные вопросы

1. Почему в изотропной среде отношение v_p/v_s всегда $> \sqrt{2}$?
2. Как коэффициент Пуассона влияет на соотношение скоростей?
3. В чем физический смысл упругих постоянных C_{ij} ?
4. Почему в кристаллах скорость волн зависит от направления?
5. Какие методы экспериментального определения скоростей упругих волн вы знаете?

5. Дополнительные исследования

- а) Расчет для гексагональных кристаллов
- б) Влияние температуры на упругие постоянные
- в) Моделирование распространения волн в ANSYS

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

(Моделирование двойного лучепреломления в одноосных кристаллах)

Цель работы

Исследовать явление двойного лучепреломления в одноосных кристаллах
Определить параметры обыкновенной и необыкновенной волн
Смоделировать распространение света в анизотропных средах

1. Теоретическая часть

1.1 Основные понятия

Анизотропные среды - материалы, оптические свойства которых зависят от направления распространения света.

Одноосные кристаллы - частный случай анизотропных сред с одним выделенным направлением (оптической осью).

1.2 Показатели преломления

Обыкновенная волна (o-wave):

$$n_o = \sqrt{\epsilon_{\perp}}$$

(не зависит от направления)

Необыкновенная волна (e-wave):

$$n_e(\theta) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}}$$

где $n_e = \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$, θ - угол между волновым вектором и оптической осью

1.3 Характеристики кристаллов

Параметр	Положительные кристаллы ($n_e > n_o$)	Отрицательные кристаллы ($n_e < n_o$)
Примеры	Кварц, ниобат лития	Кальцит, турмалин
Лучевая поверхность	Вытянутый эллипсоид	Сплюснутый эллипсоид
Фазовый сдвиг	...	...

2. Методика выполнения работы

2.1 Расчет параметров

Для кристаллов:

Кристалл	n_o	n_e	Тип
Кальцит	1.658	1.486	Отрицательный
Кварц	1.544	1.553	Положительный

Рассчитать $n_e(\theta)$ для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

Определить разность хода для пластинки толщиной $d=1$ мм

2.2 Моделирование в MATLAB/COMSOL

Построить:

Зависимость $n_e(\theta)$

Лучевые поверхности

Смоделировать:

Прохождение света через кристаллическую пластинку

Интерференционную картину

2.3 Экспериментальная часть

Наблюдение двойного лучепреломления:

Использование поляризационного микроскопа

Измерение угла расхождения лучей

Определение:

Толщины пластинки по интерференционной картине

Типа кристалла

3. Оформление результатов

3.1 Таблицы данных

Зависимость n_e от угла:

θ°	Кальцит n_e	Кварц n_e
0	...	...
30	...	...

Разность хода:

Кристалл	Δ (нм)
Кальцит	...
Кварц	...

3.2 Графики

Лучевые поверхности для разных кристаллов

Распределение интенсивности за кристаллом

3.3 Выводы

Сравнение положительных и отрицательных кристаллов

Области применения двойного лучепреломления

Точность различных методов исследования

4. Контрольные вопросы

Почему в анизотропных средах возникают две волны?

Как определить тип кристалла по интерференционной картине?

В чем разница между лучевой и волновой поверхностями?

Как зависит разность хода от толщины пластинки?

Какие поляризационные устройства используют двойное лучепреломление?

5. Дополнительные исследования

Моделирование для двуосных кристаллов

Исследование температурной зависимости n_o , n_e

Анализ поглощения в кристаллах

Список литературы

Основная литература:

1. Шулаев, Н. С. Колебательные и волновые процессы в технических системах / Н. С. Шулаев, Г. Ф. Ефимова. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 184 с. — ISBN 978-5-507-48301-3.
2. Иродов, И. Е. Волновые процессы. Основные законы : учебное пособие / И. Е. Иродов. — 10-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2024. — 266 с. — ISBN 978-5-93208-690-2.

Дополнительной литература:

1. Физика. Волновые процессы : учебно-методическое пособие / Жилинский А. А., Дегтярев В. Ф., Самодурова И. Д. [и др.]. - Московский технический университет связи и информатики, 2018.
2. Нелинейные волновые процессы : учебное пособие / А. П. Волощенко, С. П. Тарасов, П. П. Пивнев ; Южный федеральный университет. - Ростов-на-Дону, Таганрог : Южный федеральный университет, 2020. - 114 с. - ISBN 978-5-9275-3572-9.
3. Дубнищев Ю. Н. Колебания и волны : учебное пособие / Дубнищев Ю. Н. - Сибирское университетское издательство, 2017. - ISBN 978-5-379-02002-6.