

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по выполнению практических работ

по дисциплине

«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»

для студентов направления подготовки

11.03.04 «Электроника и наноэлектроника» Направленность

(профиль)

«Интеллектуальные программируемые системы и устройства»

Ставрополь
2026

УДК
ББК

Дюдюн Д.Е. Теория автоматического управления: Методические указания к практическим работам. — Ставрополь: Изд-во СКФУ, 202_. – ___ с.

Настоящие методические указания к практическим работам по дисциплине «Теория автоматического управления» предназначены для студентов направления подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, профиль подготовки Интеллектуальные программируемые системы и устройства. В методических указаниях приведены разделы теоретического материала, необходимые для изучения дисциплины, а также задания для самостоятельного выполнения и контрольные вопросы для формирования и контроля владения компетенциями. Приведён список основной литературы. В приложении представлен список дополнительной литературы, позволяющий студентам более глубоко познакомиться с изучаемым предметом.

Методические указания к практическим работам составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, рабочими учебными планами и программами дисциплины «Теория автоматического управления».

УДК
ББК

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
1 Одномерные линейные непрерывные системы.....	8
1.1 Передаточная функция (2 часа).....	8
1.2 Временные характеристики (2 часа).....	17
1.3 Частотные характеристики (2 часа).....	25
1.4 Устойчивость непрерывных стационарных систем (2 часа).....	32
1.5 Качество непрерывных стационарных систем (2 часа).....	47
2 Многомерные системы регулирования.....	61
2.1 Переход к пространству состояний (2 часа).....	61
2.2 Канонические представления (2 часа)	63
2.3 Описание по структурной схеме (2 часа).....	66
2.4 Синтез структурной схемы (2 часа).....	69
2.5 Основные матричные функции (2 часа)	72
2.6 Решение уравнения движения (2 часа)	74
2.7 Вычисление фундаментальной матрицы (2 часа).....	77
2.8 Управляемость и наблюдаемость систем (2 часа).....	80
2.9 Наблюдатели состояния (2 часа)	84
2.10 Проектирование модального регулятора (2 часа).....	87
2.11 Преобразования подобия (2 часа).....	91
3 Ответы	95

Введение

При изучении теории автоматического управления (ТАУ) важно уже в начальной части курса сформировать умения математического описания линейных объектов и систем управления, преобразования математических моделей. Этому в значительной степени должны содействовать практические и лабораторные занятия.

В ходе дальнейшего изучения дисциплины специалист должен получить глубокую подготовку по общетеоретическим основам автоматического регулирования и управления и прочные практические навыки выполнения расчетных работ по созданию автоматических систем, уметь:

- применять математические методы для анализа общих свойств линейных систем, на этой основе владеть методами анализа и синтеза линейных систем автоматического управления;
- выполнять расчетные работы по анализу устойчивости и качества систем, синтезу параметров и корректирующих звеньев по заданным требованиям к качеству функционирования систем.

Рекомендуемая точность расчетов – три знака после запятой. Поскольку предполагается использование задачника и при заочной форме обучения, для некоторых задач даны ответы.

1 Одномерные линейные непрерывные системы

1.1 Передаточная функция

1.1.1 Структурные преобразования

Как правило, по структурной схеме при известных функциях передачи отдельных звеньев требуется найти эквивалентную передаточную функцию (ПФ) некоторого объединения звеньев (объекта, регулятора), либо всей системы в целом. Для этого используют правила преобразования последовательного, параллельного и встречно-параллельного (с обратной связью) соединений.

Эквивалентная передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций этих звеньев. Считают, что перестановка последовательно включенных по пути сигнала звеньев не влияет на результат, т. е. $W_1 W_2 = W_2 W_1$.

Эквивалентная передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций этих звеньев (с учетом знака входа сумматора на пути сигнала).

Путь от входа к выходу системы называется прямой связью, от выхода ко входу – обратной связью. Если сигнал на пути меняет знак (обычно на инвертирующем входе сумматора), обратная связь называется отрицательной (ООС), если не меняет знак – положительной (ПОС). Замкнутый путь называется контуром, например, замкнутый контур обратной связи (ЗКОС). Эквивалентная передаточная функция соединения с обратной связью равна дроби, в числителе которой записана ПФ звена на прямом пути, а в знаменателе – единица минус произведение ПФ звеньев по замкнутому контуру обратной связи. Величина $\Delta_{1n} = 1 \mp \prod_{i=1}^n W_i$ называется определителем ЗКОС.

Особенности этого вида соединения звеньев:

- если в системе есть хоть одна обратная связь, передаточная функция системы будет всегда представлять собой дробь;
- знак перед произведением ПФ звеньев в знаменателе (в определителе ЗКОС) обычно противоположен знаку обратной связи.

Для систем с перекрещивающимися (мостиковыми) связями применяют правило переноса: в переносимую ветвь вводят фиктивное звено с передаточной функцией, равной ПФ потерянного, либо обратной ПФ появившегося при переносе элемента.

По Мейсону структурная схема может быть описана целиком, без деления на звенья. Передаточная функция многоконтурной системы образует дробь, числитель которой равен сумме произведений передаточных функций прямых путей на совокупные определители ЗКОС, не касающихся этих путей, а знаменатель – единица минус сумма произведений определителей несоприкасающихся ЗКОС и передаточных функций общих ЗКОС. Следует внимательно относиться к ветвям,

которые заходят извне в контур ОС, т.к. они могут образовывать неявные прямые пути по цепям обратных связей.

Пример 1. Определить передаточную функцию схемы (рисунок 1.1, а).

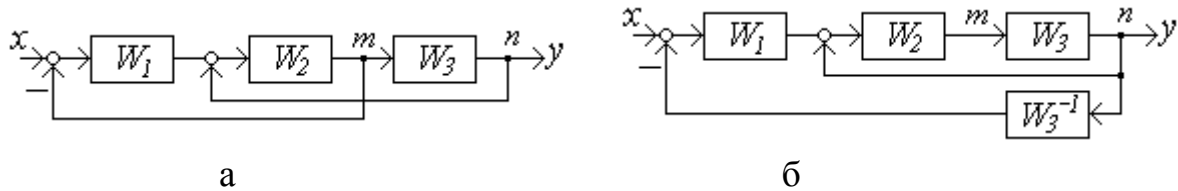


Рисунок 1.1

Видно, что без преобразований нельзя начинать сворачивать схему, в частности, нельзя объединить звенья W_2 и W_3 , как последовательно включенные, из-за связи в точке m . Перенесем ветвь из узла m в узел n (рисунок 1.1, б).

В исходной схеме на пути от точки m к входному сумматору не было звеньев, преобразующих сигнал, а в новой схеме на пути между теми же точками появляется звено с передаточной функцией W_3 . Следовательно, в цепь переносимого воздействия нужно ввести фиктивное звено с обратной передаточной функцией, т. е. $1/W_3$ или W_3^{-1} .

После переноса начнем свертывание схемы, заменяя каждый раз несколько звеньев одним эквивалентным на основе правил 1-3 и увеличивая границы преобразуемого участка. Промежуточные (вспомогательные) ПФ обычно индексируют римскими цифрами, их используют временно и обязательно заменяют в итоге на ПФ с реально существующими индексами.

$$W^I = W_2 W_3; \quad W^{II} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3};$$

$$W = \frac{\frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3}}{1 + \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3} \cdot \frac{1}{W_3}} = \frac{\frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3}}{\frac{1 - W_2 W_3 + W_1 W_2}{1 - W_2 W_3}} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 - W_2 W_3 + W_1 W_2}.$$

Конечный результат всегда представляется в виде простой рациональной дроби и выражается только через исходные передаточные функции. Сигнал не может пройти через одну и ту же точку дважды, поэтому появление в выражении кратных величин вида $2W_i$ или W_i^2 и т. п. является признаком допущенной при преобразованиях ошибки.

Пример 2. Определить передаточную функцию схемы (рисунок 1.2).

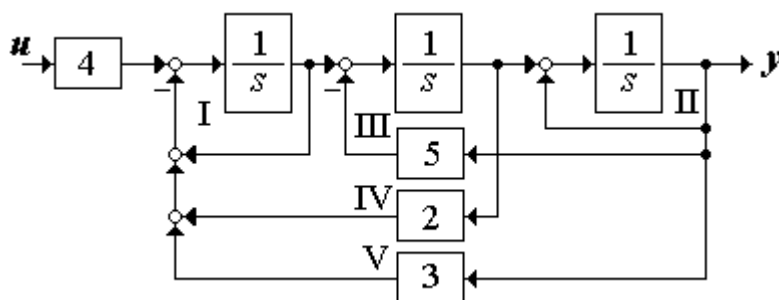


Рисунок 1.2

Применим правило Мейсона. В системе имеются обратные связи, поэтому ПФ представляет собой дробь. Прямой путь от входа u к выходу y только один, его касаются все пять ЗКОС, поэтому в числителе ПФ пишем просто произведение $4/s^3$. Знаменатель начинаем описывать с несоприкасающихся контуров – контур I не имеет общих точек с контуром III и вложенным в него контуром II, поэтому записываем сначала произведение их определителей. Контур IV соприкасается с контурами I и III, поэтому просто добавляем произведение звеньев по нему $2/s^2$, но умножаем его на определитель контура II, так как этот ЗКОС не имеет общих точек с IV. И в конце просто добавляем произведение звеньев $3/s^3$ контура V, поскольку он соприкасается со всеми остальными ЗКОС

$$W_{yu}(s) = \frac{\frac{4}{s^3}}{\left(1 + \frac{1}{s}\right)\left(1 - \frac{1}{s} + \frac{5}{s^2}\right) + \frac{2\left(1 - \frac{1}{s}\right)}{s^2} + \frac{3}{s^3}} = \frac{4}{(s+1)(s^2-s+5)+2s-2+3} = \frac{4}{s^3+6s+6}$$

Задания для самостоятельного решения.

1.1.1.1 Найти эквивалентные передаточные функции схем (рисунок 1.3).



Рисунок 1.3

1.1.1.2 Найти эквивалентную передаточную функцию схемы (рисунок 1.4).

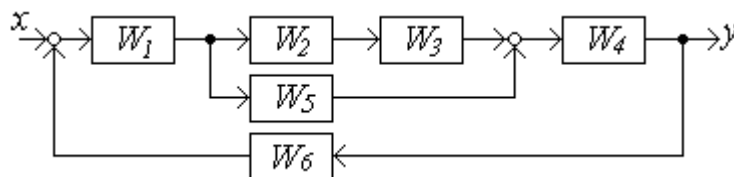


Рисунок 1.4

1.1.1.3 Найти эквивалентную передаточную функцию схемы (рисунок 1.5).

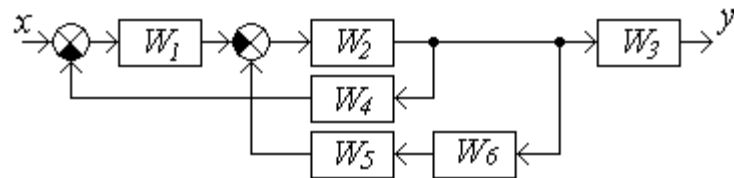


Рисунок 1.5

1.1.1.4 Найти эквивалентную передаточную функцию схемы (рисунок 1.6).

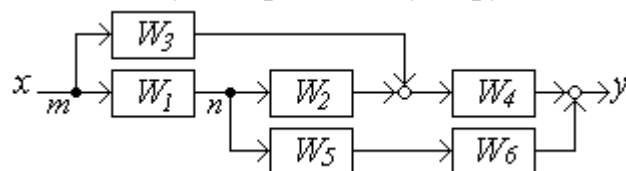


Рисунок 1.6

1.1.1.5 Записать в общем виде главную передаточную функцию системы (рисунок 1.7)

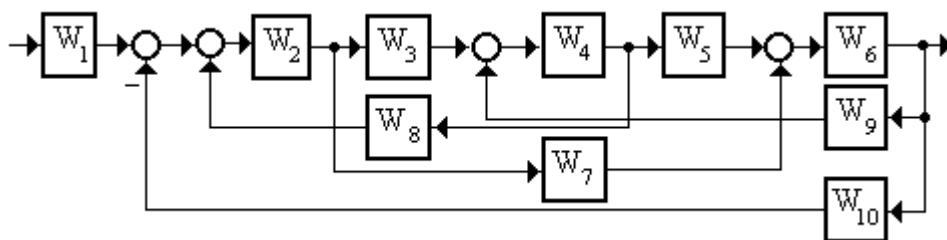


Рисунок 1.7

1.1.1.6 Найти $W_{uf}(s)$ для системы со структурной схемой (рисунок 1.8)

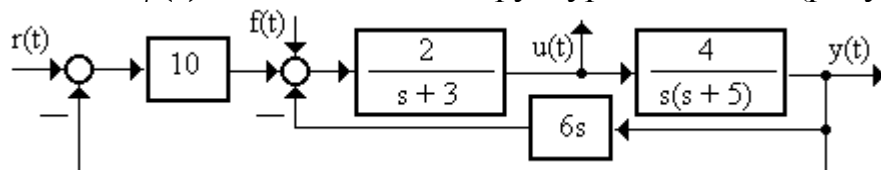


Рисунок 1.8

1.1.1.7 Определить передаточную функцию схемы (рисунок 1.9)

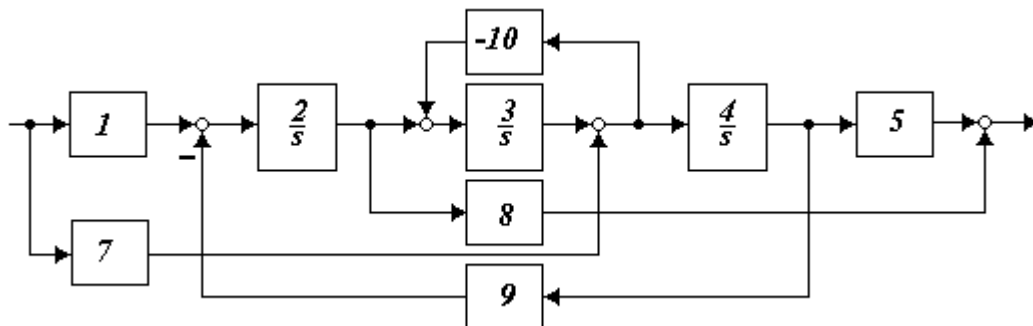


Рисунок 1.9

1.1.2 Дифференциальное уравнение

Поведение линейных, непрерывных, стационарных систем с сосредоточенными параметрами описывается во времени обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) с постоянными коэффициентами a_i, b_j

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t),$$

где слева – выходная функция $y(t)$ и ее производные (результат), справа – входная функция $x(t)$ и ее производные.

Для записи передаточной функции используется комплексная переменная Лапласа $s = \sigma + j\omega = \alpha + j\beta$ (иногда обозначаемая символом p). Чтобы получить ПФ, достаточно в ОДУ заменить производные d/dt на s в соответствующей степени, отбросить символы функций $x(t)$ и $y(t)$ и разделить многочлен правой части дифференциального уравнения на многочлен левой части.

При нулевых начальных условиях передаточная функция может быть получена и как отношение реакции (выходного сигнала) системы к входному сигналу, записанных в виде изображений по Лапласу.

Она может быть записана триадой: корни многочлена числителя (нули), корни многочлена знаменателя (полюса) и общий коэффициент усиления. На комплексной плоскости нули обозначают кружком, полюса – крестиком; общий коэффициент усиления отобразить невозможно и он должен указываться отдельно.

При переходе от разомкнутой системы к замкнутой, охваченной общей единичной отрицательной обратной связью (ООС), достаточно к знаменателю ПФ разомкнутой системы добавить ее числитель, чтобы получить ПФ замкнутой системы.

Пример 1. Определить передаточную функцию объекта регулирования, модель которого задана дифференциальным уравнением

$$1.1\ddot{y} + 2.2\dot{y} + 3.1y = 1.34\ddot{x} - x.$$

Сопоставляя производным соответствующую степень s , отбрасывая символы функций x и y и деля многочлен правой части дифференциального уравнения на многочлен левой части, получаем ПФ

$$W_{yx}(s) = \frac{1.34s^2 - 1}{1.1s^3 + 2.2s^2 + 3.1s + 4.2}.$$

Пример 2. При единичном скачке $1(t)$ на входе реакция звена описывается функцией $2(1 - e^{-3t}) \times 1(t)$. Найти передаточную функцию звена.

Преобразуем по Лапласу входной и выходной сигналы, пользуясь таблицей соответствия оригиналов и изображений (приложение А). Изображение входного

воздействия равно $X(s) = 1/s$, изображение реакции звена после приведения к общему знаменателю

$$Y(s) = 2 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+3} \right) = \frac{2(s+3-s)}{s(s+3)} = \frac{6}{s(s+3)}.$$

Здесь единичный скачок не учитываем, хотя он и имеется в исходной функции, так как это просто указание на то, что сигнал на выходе появился скачком. Такое указание может и отсутствовать.

Делим изображение реакции на изображение входного воздействия и получаем передаточную функцию звена

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{6}{s(s+3)}}{\frac{1}{s}} = \frac{6}{s+3}.$$

Пример 3. Система имеет нуль -3, комплексные сопряженные полюса $-2 \pm j$ и коэффициент усиления $k = 5$. Определить ПФ системы после её замыкания единичной ООС.

Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_p(s) = 5 \frac{s+3}{(s+2)^2 + 1^2} = \frac{5s+15}{s^2 + 4s + 5}.$$

Добавляя к знаменателю числитель, получаем ПФ замкнутой системы

$$W(s) = \frac{5s+15}{s^2 + 4s + 5 + 5s + 15} = \frac{5s+15}{s^2 + 9s + 20}.$$

Задания для самостоятельного решения.

1.1.2.1 Записать передаточную функцию, если объект регулирования описывается дифференциальным уравнением

$$3 \frac{d^2 y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 2y = \frac{du}{dt} - 4u.$$

1.1.2.2 Записать передаточную функцию системы с картой нулей-полюсов (рисунок 1.10) и общим коэффициентом передачи $k = 1,2$ (кратных корней нет).

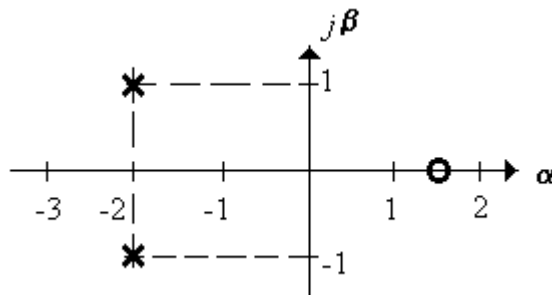


Рисунок 1.10

1.1.2.3 Представить нулями и полюсами систему с ПФ

$$W(s) = \frac{4s - 2}{3s^2 + 6s + 6}.$$

1.1.2.4 Представить систему (рисунок 1.11) нулями-полюсами

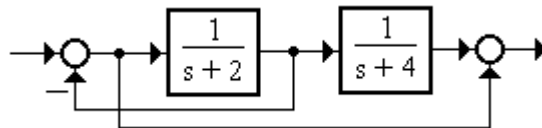


Рисунок 1.11

1.1.2.5 Входному воздействию $r(t) = 2te^{-t}$ соответствует отклик системы регулирования $y(t) = 6e^{-t}t - 6e^{-t}\sin t$. Определить передаточную функцию системы.

1.1.3 Принципиальная схема

Если анализируется принципиальная электрическая схема, передаточная функция составляется с учетом известных закономерностей работы таких схем. Для индуктивных элементов (катушек, дросселей) операторное реактивное сопротивление равно $X_L = L \times s$, для емкостных элементов $X_C = 1/(C \times s)$, где L – индуктивность (Генри), C – емкость (Фарад), s – комплексная переменная Лапласа.

В схемах с операционными усилителями (ОУ) учитывают, что инвертирующий вход изменяет знак (полярность) проходящего сигнала. Коэффициент усиления каскада на ОУ равен отношению эквивалентного сопротивления в цепи обратной связи к эквивалентному сопротивлению на входе усилителя.

По передаточной функции объекта можно записать дифференциальное уравнение, предполагая, что сокращение одинаковых нулей и полюсов не производилось. По изображению некоторого сигнала можно записать его оригинал.

Пример 1. Определить передаточную функцию схемы (рисунок 1.12).

Схема представляет собой делитель напряжения с коэффициентом $(R + X_C)/(X_L + R + X_C)$, поэтому передаточная функция равна

$$W(s) = \frac{R + X_C}{X_L + R + X_C} = \frac{R + \frac{1}{Cs}}{Ls + R + \frac{1}{Cs}} = \frac{RCs + 1}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{T_1s + 1}{T_2s^2 + T_1s + 1}.$$

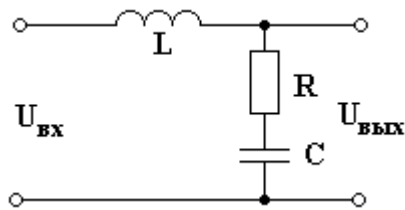


Рисунок 1.12

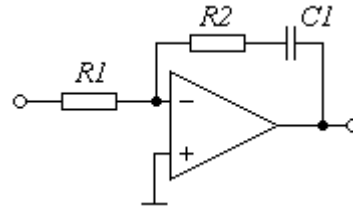


Рисунок 1.13

Пример 2. Определить передаточную функцию схемы (рисунок 1.13). Эквивалентное операторное сопротивление в цепи отрицательной обратной связи равно сумме

$$X_{f\bar{N}} = R_2 + \frac{1}{X_C} = R_2 + \frac{1}{Cs} = \frac{R_2Cs + 1}{Cs},$$

в итоге передаточная функция схемы на инвертирующем операционном усилителе будет равна

$$W(s) = -\frac{X_{f\bar{N}}}{X_{A\bar{O}}} = -\frac{\frac{R_2Cs + 1}{Cs}}{R_1} = -\frac{R_2Cs + 1}{R_1Cs} = -\frac{T_2s + 1}{T_1s}.$$

Пример 3. Составить структурную схему по дифференциальному уравнению объекта $2y^{(3)} - 4y^{(2)} + 3y^{(1)} + 5y = 2u^{(2)} - 3u^{(1)} + u$. Прежде всего уравнение нормируют (делят все коэффициенты на коэффициент a_0 при старшей производной левой части), получим

$$y^{(3)} - 2y^{(2)} + 1,5y^{(1)} + 2,5y = u^{(2)} - 1,5u^{(1)} + 0,5u.$$

Затем составляют структурную схему, используя блоки интегрирования (т.е. деления на переменную Лапласа s), их число равно порядку системы n (в данном случае трём). С выхода каждого интегратора организуют обратные связи к общему (входному) сумматору с инвертирующим входом, начиная с коэффициента a_1 при $n-1$ производной. С выхода интеграторов организуют связи с коэффициентами из правой части ОДУ к выходному сумматору объекта (если производные здесь отсутствуют, то выходной сумматор не нужен, а блок с коэффициентом b можно поместить и на выходе, и на входе системы, до главного сумматора). Полученная схема показана на рисунке 1.14.

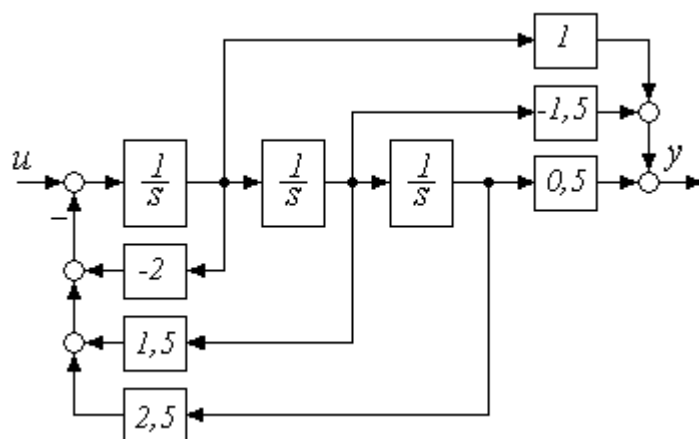


Рисунок 1.14

Пример 4 Определить порядок объекта, записать его дифференциальное уравнение по передаточной функции

$$W_{yu}(s) = \frac{2s^2 + 3s + 1}{2s^3 + 4s^2 + 3s + 5}.$$

Порядок объекта равен трем. Обозначив в соответствии с индексами передаточной функции выходную величину $y(t)$, входную величину $u(t)$, заменяем комплексную переменную Лапласа производной по времени соответствующего порядка

$$2y^{(3)} + 4y^{(2)} + 3y^{(1)} + 5y = 2u^{(2)} + 3u^{(1)} + u.$$

Задания для самостоятельного решения.

1.1.3.1 Найти $k_{уст}$ схемы (рисунок 1.15), если сопротивления резисторов равны 1 кОм, а емкость конденсатора 0,1 мкФ.

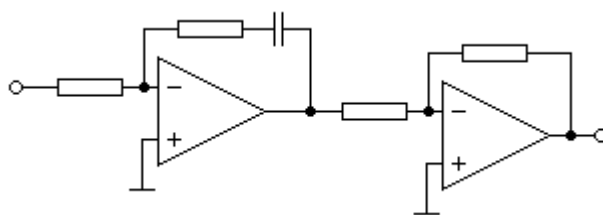


Рисунок 1.15

1.1.3.2 Составить структурную схему системы с ПФ

$$W_{yr}(s) = \left(\frac{1}{s} + 3 \right) \frac{2}{s+2} - \frac{4}{s+1}.$$

1.1.3.3 Определить передаточную функцию (рисунок 1.16)

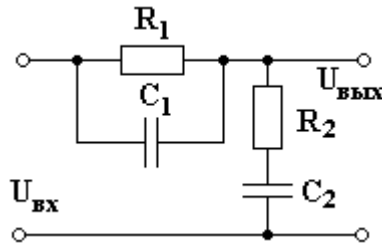


Рисунок 1.16

1.1.3.4 Записать дифференциальное уравнение (рисунок 1.17).

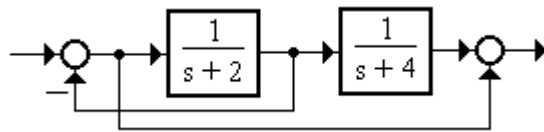


Рисунок 1.17

1.1.3.5 Система имеет коэффициент усиления $k = 1,25$, нуль -5 , комплексные сопряженные полюса $-1 \pm j2$, действительный полюс -1 . Записать дифференциальное уравнение.

1.1.3.6 Составить структурную схему для системы с ОДУ

$$y'' + 2y' + 2,4y = 1,11r.$$

1.2 Временные характеристики

1.2.1 Реакция на произвольное воздействие

Для решения дифференциального уравнения (нахождения реакции системы) с помощью преобразования Лапласа необходимо:

- найти корни характеристического уравнения $D(s) = a_0 s^n + \dots + a_n = 0$;
- найти изображение реакции умножением ПФ на изображение входа по Лапласу $Y(s) = W(s) \times X(s)$ и записать его в виде суммы простых дробей по теореме разложения в соответствии с корнями характеристического уравнения;
- найти коэффициенты числителей дробей (вычеты в полюсах);
- найти оригинал для каждой дроби по таблице соответствия и записать конечное решение в виде суммы отдельных оригиналов.

Рекомендуется:

а) перед вычислением корней обязательно нормировать ПФ по старшему коэффициенту при s^n знаменателя;

б) не сокращать существующие нули и полюса с положительной действительной частью, ведущие к неустойчивости системы, если их части не являются целыми числами; остальные нули и полюса могут быть сокращены перед переходом во временную область;

в) для кратных полюсов записывать дробями все степени корня от наибольшей до первой в порядке их убывания;

г) комплексные сопряженные корни представлять одним общим квадратным трехчленом.

После разложения на простые дроби и вычисления вычетов полезно проверить правильность результата. Первое правило проверки – сумма дробей правой части должна быть равна изображению в левой части равенства. Второе правило проверки – сумма всех составляющих оригинала при $t = 0$ (начальное значение оригинала) в соответствии со свойствами преобразования Лапласа должна быть равна $\lim_{s \rightarrow \infty} Y(s) \cdot s$.

Пример 1. Используя преобразование Лапласа, найти оригинал реакции на воздействие e^{-2t} системы с ПФ $W(s) = 4e^{-s}/(s + 2)$. Находим изображение по Лапласу входного воздействия $X(s) = 1/(s + 2)$, умножаем его на передаточную функцию системы, получаем изображение реакции

$$Y(s) = \frac{4e^{-s}}{(s + 2)^2}.$$

При переходе от изображения к оригиналу коэффициент 4 сохраняется, полюс -2 образует составляющую e^{-2t} , а поскольку он кратный (два одинаковых корня), то появляется составляющая t , и, наконец, оператор сдвига $e^{-s\tau}$ при $\tau = 1$ с создаёт запаздывание во времени, которое отображается скачком со сдвигом вида $1(t - \tau)$ или, в данном случае, $1(t - 1)$. Окончательно оригинал равен $y(t) = 4te^{-2t} \times 1(t - 1)$.

Пример 2. Найти начальное, конечное значения и аналитическую запись для оригинала, если изображение по Лапласу отклика системы равно $F(s) = 3/s/(s + 1)$.

Начальное значение оригинала (при $t = 0_+$) вычисляется как предел $\lim_{t \rightarrow 0_+} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot X(s)$, для производной по времени n -го порядка от функции $x(t)$ производится умножение изображения на s^{n+1} , т.е. $\lim_{t \rightarrow 0_+} x^{(n)}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^{n+1} \cdot X(s)$. Поэтому

$$F(s) = \frac{3}{s(s+1)}; \quad f(0_+) = \frac{3 \cdot s}{s(s+1)} \Big|_{s=\infty} = \frac{3}{s+1} \Big|_{s=\infty} = 0.$$

Конечное значение оригинала (при $t = \infty$) для устойчивых систем также вычисляется как предел $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot X(s)$

$$F(s) = \frac{3}{s(s+1)}; \quad f(\infty) = \frac{3 \cdot s}{s(s+1)} \Big|_{s=0} = \frac{3}{s+1} \Big|_{s=0} = 3.$$

Для полной записи оригинала разлагаем изображение на простые дроби в соответствии с полюсами, находим вычеты a и b в полюсах методом подстановки полюсов (приложение Б)

$$\frac{3}{s(s+1)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+1} = \frac{3}{s} + \frac{-3}{s+1}.$$

По таблице соответствия оригиналов и изображений (приложение А) записываем оригинал в виде формулы $f(t) = 3 - 3e^{-t}$. Проверка: при $t = 0$ значение оригинала равно нулю, при $t = \infty$ соответственно 3.

Задания для самостоятельного решения.

1.2.1.1 Определить реакцию на воздействие $1(t)$ объекта с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{20}{(s+1)(2s+1)(10s+1)}.$$

1.2.1.2 Записать изображение реакции на воздействие $x(t) = t^2$, определить коэффициент передачи в установившемся режиме для объекта

$$100 \frac{d^3 y}{dt^3} + 10 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 0,1y = 50 \frac{dx}{dt} + 5x.$$

1.2.1.3 Система имеет коэффициент усиления $k = 5$, нуль -2 и полюса -1 , -5 и -10 . Определить реакцию на воздействие $r(t) = \delta(t)$.

1.2.1.4 Найти реакцию системы (рисунок 1.18) на единичный скачок при нулевых начальных условиях

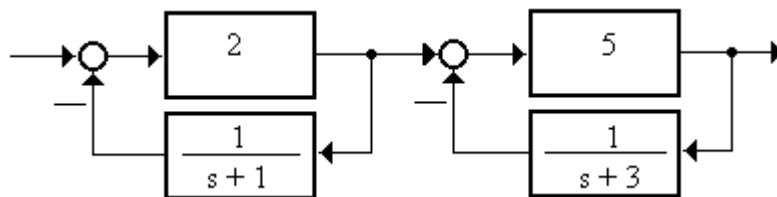


Рисунок 1.18

1.2.1.5 Найти с помощью преобразования Лапласа вынужденную составляющую переходного процесса от воздействия $x(t) = t$.

$$0,2y'' + 1,2y' + y = 2x$$

1.2.2 Переходная и импульсная функции

К типовым функциям времени (реакциям системы) относятся переходная и импульсная переходная (весовая) функции.

Переходной функцией $h(t)$ называется реакция системы на единичный скачок при нулевых начальных условиях. Реакция на скачок произвольной величины называется кривой разгона.

Импульсной (весовой) функцией $g(t)$ или $w(t)$ называется реакция системы на единичный импульс при нулевых начальных условиях. Она является оригиналом передаточной функции.

Поскольку всегда $Y(s) = X(s) \cdot W(s)$, то

$$h(t) \div H(s) = L\{1(t)\} \cdot W(s) = \frac{1}{s} \cdot W(s) = W(s) / s,$$

$$g(t) \div G(s) = L\{\delta(t)\} \cdot W(s) = 1 \cdot W(s) = W(s).$$

Для оценки начального и конечного (установившегося) значений переходной характеристики объекта нужно найти отношение коэффициентов при s в степени n числителя и знаменателя ПФ в первом случае, и отношение свободных членов передаточной функции во втором (если объект устойчив).

$$\text{Начальное значение: } h(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{W(s) \cdot s}{s} = \begin{cases} 0 & \text{ïðå } m < n \\ \frac{b_0}{a_0} & \text{ïðå } m = n \end{cases}$$

$$\text{Конечное значение: } h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{W(s) \cdot s}{s} = \frac{b_m}{a_m} = k_{\text{óñð}}.$$

Связь между импульсной и переходной функциями определяется соотношением $G(s) = H(s) \cdot s$, откуда $g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$ и $h(t) = \int_0^{\infty} g(t) dt$. Иначе говоря, импульсная функция является производной по времени от переходной функции.

Пример 1. Для системы $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3 = 3\ddot{u} + 2\dot{u} + u$ найти $h(0)$ и $k_{\text{уст}}$.

Поскольку порядок многочлена числителя ПФ $m = 2$ равен порядку многочлена знаменателя $n = 2$, начальное значение переходной функции равно $h(0) = b_0/a_0 = 3/1 = 3$. Коэффициент усиления в установившемся режиме равен $k_{\text{уст}} = b_m/a_n = 1/3 = 0.333$.

Пример 2. Определить передаточную функцию объекта регулирования, если его весовая функция равна $g(t) = 3 + 2e^{-t} - e^{-4t}$.

По таблице соответствия А.1 находим изображение весовой функции (а это уже и есть передаточная функция объекта)

$$G(s) = \frac{3}{s} + \frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+4}.$$

Приведя все дроби к общему знаменателю, получим ПФ в стандартном виде

$$W(s) = G(s) = \frac{4s^2 + 22s + 12}{s(s+1)(s+4)} = \frac{4s^2 + 22s + 12}{s^3 + 5s^2 + 4s}.$$

Пример 3. Найти весовую функцию системы, если переходная функция равна $h(t) = 4(1 - e^{-0.3t})$.

Весовая функция равна производной по времени от переходной

$$g(t) = 1,2e^{-0,3t}.$$

Другой путь решения – через преобразование Лапласа

$$H(s) = L\{4(1 - e^{-0,3t})\} = \frac{4}{s} - \frac{4}{s + 0,3} = \frac{4s + 1,2 - 4s}{s(s + 0,3)} = \frac{1,2}{s(s + 0,3)},$$

убираем нулевой корень s в знаменателе, принадлежащий входному воздействию – скачку, получаем ПФ или изображение весовой функции $1,2/(s + 0,3)$, откуда весовая функция

$$g(t) = L^{-1}\{1,2/(s + 0,3)\} = 1,2e^{-0,3t}.$$

Задания для самостоятельного решения.

1.2.2.1 Записать изображение весовой функции системы с $h(t) = 0,16 - 0,16e^{-5t} + 0,2t$.

1.2.2.2 Вычислить $h(t)$ системы (рисунок 1.19), если $k = 9$

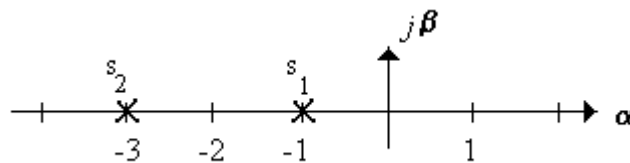


Рисунок 1.19

1.2.2.3 Весовая функция системы равна

$$g(t) = 0,02(e^{-0,5t} - e^{-0,2t}).$$

Записать изображение переходной функции.

1.2.2.4 Найти изображение весовой функции (рисунок 1.20)

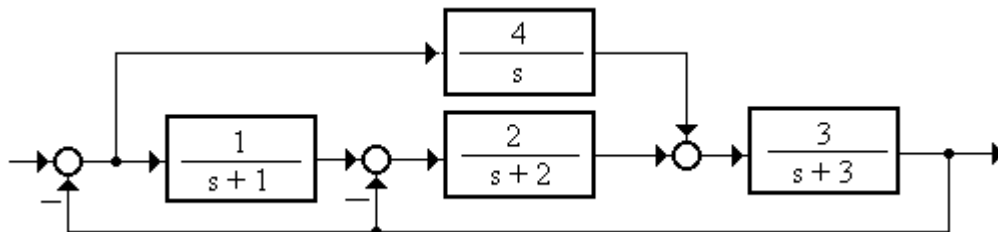


Рисунок 1.20

1.2.2.5 Записать $h(t)$ фильтра по выходу a (рисунок 1.21)

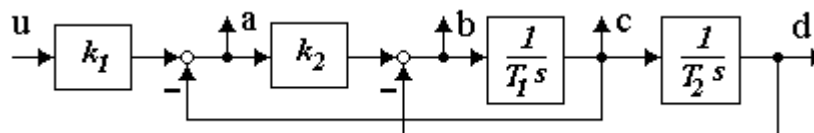


Рисунок 1.21

при значениях параметров $k_1 = 1$, $k_2 = 12$, $T_1 = 1$, $T_2 = 0,1$.

1.2.2.6 Записать $g(t)$ фильтра (рисунок 1.21) по выходу c при тех же значениях параметров схемы.

1.2.2.7 Найти оригинал передаточной функции объекта (рисунок 1.22)

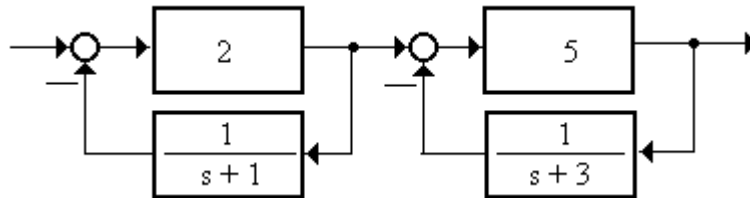


Рисунок 1.22

1.2.3 Свободное движение системы

В общем случае реакция системы состоит из вынужденной и свободной составляющих $y(t) = y_{вын}(t) + y_{св}(t)$, изображения которых имеют одинаковый знаменатель (характеристический полином системы)

$$Y(s) = Y_{\hat{a}\hat{u}}(s) + Y_{\hat{n}\hat{a}}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \cdot U(s) + \frac{N_0(s)}{D(s)}.$$

Вынужденная составляющая $y_{вын}(t)$ является реакцией системы на входное воздействие при нулевых начальных условиях $y(0_-) = 0$. Свободная составляющая $y_{св}(t)$ или переходный процесс автономной системы является решением однородного дифференциального уравнения (без правой части) и определяется начальными условиями.

Используют два способа вычисления совокупного переходного процесса. В первом случае система обычно задается ОДУ, производят в соответствии со свойством дифференцирования преобразования Лапласа индивидуальное преобразование каждого члена дифференциального уравнения, вычисляются одновременно вынужденная и свободная составляющие.

По второму способу выполняют независимое вычисление вынужденной и/или свободной составляющих, при этом система обычно задана ПФ или структурной схемой. Для вычисления $N_0(s)$ по $D(s)$ используется формула (схожая, но не равная вычислению производной)

$$\begin{aligned} N_0(s) = & y(0) \cdot [a_0 s^{n-1} + a_1 s^{n-2} + \dots + a_{n-2} s + a_{n-1}] + \\ & + y'(0) \cdot [a_0 s^{n-2} + a_1 s^{n-3} + \dots + a_{n-2}] + \dots \\ & + y^{(n-1)}(0) \cdot [a_0] \end{aligned}$$

Если рассчитывается полное движение системы с учетом ненулевых начальных условий, запрещается производить сокращения в левой части ОДУ (в характеристическом полиноме $D(s)$ системы). Вид характеристического полинома определяет свободную составляющую переходного процесса, т.е. реакцию на начальные условия.

Если начальные условия не заданы, то по умолчанию они считаются нулевыми. После получения результата стоит проверить, соответствует ли величина реакции на выходе при $t = 0$ заданным начальным условиям.

Пример 1. Для системы, заданной ОДУ $y'' + 3y' + 2y = 0$, найти реакцию на начальные условия $y(0) = 2$; $y'(0) = -3$.

Преобразуем индивидуально каждый член ОДУ по Лапласу с учетом свойств дифференцирования оригинала при ненулевых начальных условиях

$$s^2 Y(s) - s \cdot y(0) - y'(0) + 3sY(s) - 3y(0) + 2Y(s) = 0.$$

Группируем и переносим подобные члены, подставляем значения $y(0) = 2$; $y'(0) = -3$

$$(s^2 + 3s + 2)Y(s) = sy(0) + 3y(0) + y'(0),$$

$$Y_{\hat{n}\hat{a}}(s) = \frac{sy(0) + 3y(0) + y'(0)}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2s + 3}{s^2 + 3s + 2}.$$

Находим корни характеристического уравнения $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ по известной формуле

$$D(s) = s^2 + 3s + 2 = 0; \quad s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2};$$

записываем разложение на простые дроби, вычисляем вычеты в полюсах (смотри приложение Б), переходим к оригиналу по таблице А.1

$$\frac{2s + 3}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{1}{s + 1} + \frac{1}{s + 2},$$

$$y_{\hat{n}\hat{a}}(t) = e^{-t} + e^{-2t}.$$

При $t = 0$ начальное значение $y(0) = 1 + 1 = 2$, как и было задано.

Пример 2. Система задана ОДУ $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 4u(t)$. Найти реакцию системы, если $u(t) = \delta(t)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

Прежде всего находим изображение входного воздействия по Лапласу $U(s) = L\{\delta(t)\} = 1$ из таблицы А.1. Вычисляем передаточную функцию и вынужденную составляющую переходного процесса

$$W(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 1} = \frac{4}{(s + 1)^2},$$

$$Y_{\hat{a}\hat{u}i}(s) = 1 \cdot \frac{4}{(s+1)^2} \Rightarrow y_{\hat{a}\hat{u}i}(t) = 4te^{-t}.$$

Определяем по характеристическому полиному числитель $N_0(s)$ и свободную составляющую переходного процесса

$$N_0(s) = y(0)[1s + 2] + y'(0)[1] = s + 2 - 1 = s + 1,$$

$$Y_{\hat{n}\hat{a}}(s) = \frac{N_0(s)}{D(s)} = \frac{s+1}{(s+1)^2} = \frac{1}{s+1} \Rightarrow y_{\hat{n}\hat{a}}(t) = e^{-t}.$$

Полное описание переходного процесса

$$y(t) = y_{\hat{a}\hat{u}i}(t) + y_{\hat{n}\hat{a}}(t) = 4te^{-t} + e^{-t} = (1 + 4t)e^{-t}.$$

Задания для самостоятельного решения.

1.2.3.1 Описать свободное движение системы (рисунок 1.23) при начальных условиях $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$.

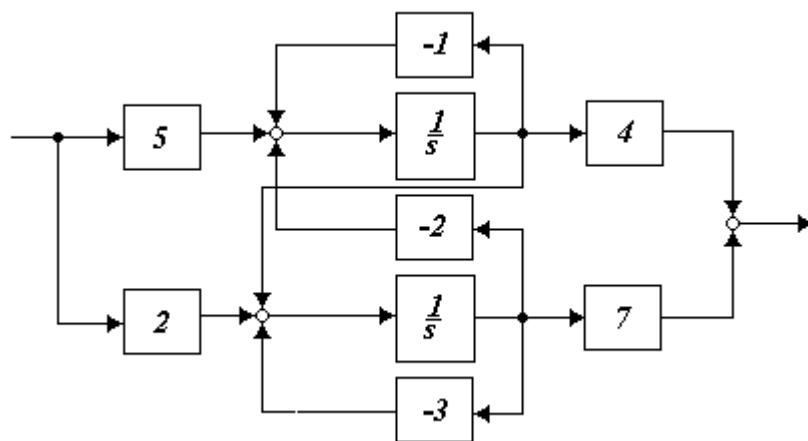


Рисунок 1.23

1.2.3.2 Решить с помощью преобразования Лапласа уравнение движения $0,1y'' + 0,7y' + y = x$,

если $x(t) = 2 * 1(t)$; $y(0) = 1$; $y'(0) = -2$.

1.2.3.3 Найти реакцию системы (полюса равны -1 , -2 и -3) на начальные условия $y(0) = -1$; $y'(0) = 2$; $y''(0) = 0$.

$$W(s) = \frac{10s}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6},$$

1.2.3.4 Найти реакцию по выходу y (рисунок 1.24) на начальные условия $y(0) = 0,5$, $y'(0) = 0,1$ при значениях параметров $k_1 = 1$, $k_2 = 1,2$, $T_1 = 3$, $T_2 = 0,3$.

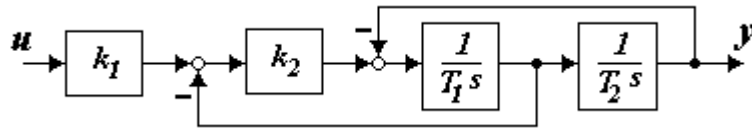


Рисунок 1.24

1.2.3.5 Исследовать движение автономной системы при начальных условиях $y(0) = 1, y'(0) = -1$, если дано описание системы

$$2y'' + 10y' + 12y = 0.$$

1.2.3.6 Каковы начальные условия, если изображение свободной составляющей переходного процесса равно

$$Y_{\text{св}}(s) = \frac{3(s+1)}{s^2 + 3s + 2}.$$

1.3 Частотные характеристики

1.3.1 Основные частотные характеристики

Аналитическое выражение для комплексного коэффициента передачи $W(j\omega)$ можно получить по операторной передаточной функции $W(s)$, приравняв в переменной Лапласа $s = \sigma + j\omega$ действительную часть σ нулю. Из комплексной передаточной функции

$$W(j\omega) = \frac{Y(\omega, t)}{X(\omega, t)} = \frac{A_{\text{ауо}}(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi_{\text{ауо}}(\omega))}{A_{\text{ао}} \cdot \sin(\omega t + \varphi_{\text{ао}})} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega)$$

получают амплитудную (АЧХ) $A(\omega) = A_{\text{вых}}(\omega)/A_{\text{вх}}$, фазовую (ФЧХ) $\varphi(\omega) = \varphi_{\text{вых}}(\omega) - \varphi_{\text{вх}}$, действительную (ВЧХ) $P(\omega) = \text{Re}W(j\omega)$ и мнимую (МЧХ) $Q(\omega) = \text{Im}W(j\omega)$ частотные характеристики, связанные соотношениями

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)}, \varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)};$$

$$\text{Re}(\omega) = A(\omega) \cdot \cos \varphi(\omega), \quad \text{Im}(\omega) = A(\omega) \cdot \sin \varphi(\omega).$$

Если представить комплексный коэффициент передачи в виде дроби

$$W(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{P_1(\omega) + jQ_1(\omega)}{P_1(\omega) + jQ_1(\omega)},$$

то амплитудная характеристика будет равна

$$A(\omega) = \frac{|N(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = \frac{\sqrt{P_1^2(\omega) + Q_1^2(\omega)}}{\sqrt{P_2^2(\omega) + Q_2^2(\omega)}},$$

а фазовая характеристика

$$\varphi(\omega) = \arg N(j\omega) - \arg D(j\omega) = \arctg \frac{Q_1(\omega)}{P_1(\omega)} - \arctg \frac{Q_2(\omega)}{P_2(\omega)}.$$

Обобщающей является амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ или просто АФХ) – кривая (годограф), которую чертит на комплексной плоскости конец вектора $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$.

В ходе расчетов следует отбросить отрицательные, мнимые и комплексные частоты и по возможности сократить получающиеся выражения для действительной и мнимой частей на ω .

При построении частотных характеристик учитывают гладкость кривой (при разрывах годограф изменяется асимптотически), указывают на графике стрелкой направление увеличения частоты и/или крайние частоты. В каком бы порядке не были расположены частоты в таблице, построение кривой следует всегда производить по возрастанию значений частоты.

Быстрая проверка правильности расчетов:

- АФЧХ и АЧХ начинаются при значении $b_m/a_n = k_{ycm}$;
- АФЧХ и АЧХ заканчиваются в нуле ($m < n$) или при b_0/a_0 (для $m = n$);
- АФЧХ устойчивой системы, не имеющей нулей, проходит по часовой стрелке столько квадрантов, каков порядок характеристического полинома.

Реакцию системы на гармоническое воздействие любой частоты ω в показательной форме получают путем умножения на $A(\omega)$ амплитуды входного сигнала и добавления $\varphi(\omega)$ к его фазе.

Пример 1. Построить частотные характеристики системы с ПФ $W(s) = 2/(s^2 + 5s + 6)$.

Подставляем $s = j\omega$, учитывая, что $j = \sqrt{-1}$, снижаем порядок j ($j^2 = -1$; $j^3 = -j$ и т.п.), избавляемся от мнимости в знаменателе, умножая числитель и знаменатель дроби на комплексное выражение, сопряженное стоявшему в знаменателе, отделяем действительную и мнимую части, приводим в знаменателе подобные члены

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{2}{(j\omega)^2 + j5\omega + 6} = \frac{2}{6 - \omega^2 + j5\omega} = \\ &= \frac{2 \cdot (6 - \omega^2 - j5\omega)}{(6 - \omega^2 + j5\omega) \cdot (6 - \omega^2 - j5\omega)} = \frac{12 - 2\omega^2 - j10\omega}{36 - 6\omega^2 - 6\omega^2 + \omega^4 + 25\omega^2} = \\ &= \frac{12 - 2\omega^2}{36 + 13\omega^2 + \omega^4} + j \frac{-10\omega}{36 + 13\omega^2 + \omega^4} = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega). \end{aligned}$$

В данном случае числители и знаменатели дробей (действительной и мнимой частей) на ω сократить нельзя. Составляем таблицу (таблица 1), используя обязательные значения частот (можно взять больше точек, но не меньше), и подставляем эти значения:

- крайние частоты 0 и $+\infty$;

- частоты пересечения характеристик с осями (определяются путем приравнивания числителей дробей мнимой и действительной части к нулю и решения полученного уравнения);
- частоты разрыва характеристики (находят, приравнявая знаменатель нулю и решая уравнение) и близкие к ним (чуть больше-чуть меньше) частоты;
- прочие частоты для повышения точности расчета.

Таблица 1

ω	$\text{Re}(\omega)$	$\text{Im}(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	0,33	0	0,3	0
∞	0	0	0	$\sim$
2,45	0	-0,16	0,16	-90°
1,00	0,20	-0,20	0,28	-45°
3,00	-0,03	-0,14	0,14	-120°

Приравнявая $\text{Re}(\omega) = 0$, получаем $6 - \omega^2 = 0$, откуда $\omega = 2,45$.

Приравнявая $\text{Im}(\omega) = 0$, получаем $10\omega = 0$, откуда $\omega = 0$.

По виду биквадратного уравнения $36 + 13\omega^2 + \omega^4 = 0$ определяем, что частот разрыва (действительных корней) нет. Частоты 1 и 3 рад/с добавлены произвольно для более точного построения графика.

По одной таблице можно построить АФЧХ на комплексной плоскости (рисунок 1.25, а), индивидуально ВЧХ и МЧХ (рисунок 1.25, б), и после дополнительных расчетов АЧХ и ФЧХ (рисунок 1.25, в).

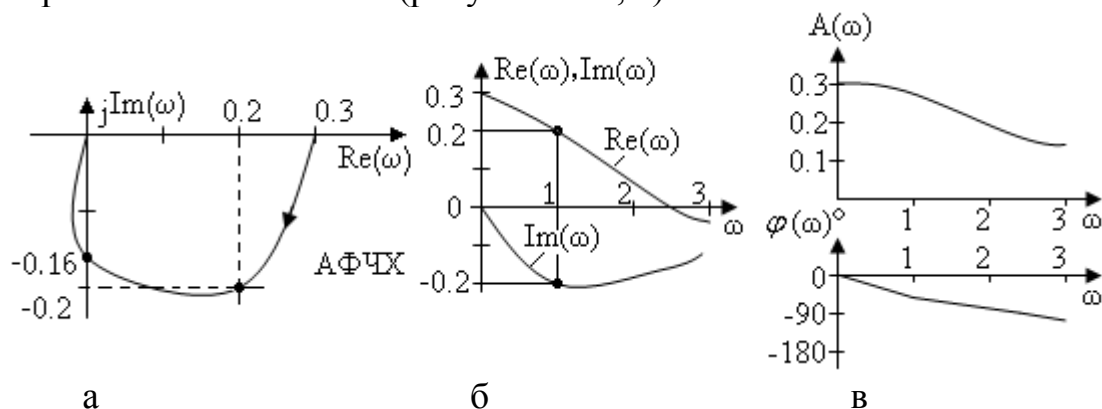


Рисунок 1.25

Пример 2. Записать аналитически реакцию системы с известными АЧХ и ФЧХ (рисунок 1.26) на воздействие $x(t) = 3,5\sin(t)$.

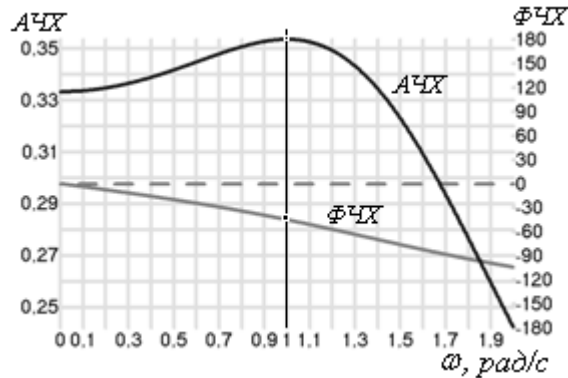


Рисунок 1.26

Общий вид гармонического сигнала $A\sin(\omega t + \varphi)$. Следовательно, входное воздействие характеризуется параметрами: амплитуда 3,5, фаза 0 рад, частота $\omega = 1$ рад/с. Находим для этой частоты по графику $A(\omega) = 0,36$; $\varphi(\omega) = -45^\circ = -0,785$ рад.

Отсюда амплитуда выходной величины равна $3,5 \cdot 0,36 = 1,26$; фаза выходной величины $0 - 0,785$ рад и окончательный вид реакции $y(t) = 1,26\sin(t - 0,785)$.

Пример 3. При воздействии $x(t) = 2\sin 10t$ найти сигнал на выходе системы с передаточной функцией $W(s) = 4/(0,1s + 1)$.

Получаем по ПФ аналитические выражения для АЧХ и ФЧХ

$$A(\omega) = \frac{4}{\sqrt{0,01\omega^2 + 1}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg(0,1\omega).$$

Для известной частоты 10 рад/с значения АЧХ и ФЧХ равны $A(\omega=10) = 4/\sqrt{2} = 2,828$; $\varphi(\omega=10) = -\pi/4 = -0,785$. Выражение для выходного гармонического сигнала $y(t) = 5,656(\sin 10t - 0,785)$.

Задания для самостоятельного решения.

1.3.1.1 Построить АФЧХ звена (рисунок 1.27), если $k = 10$

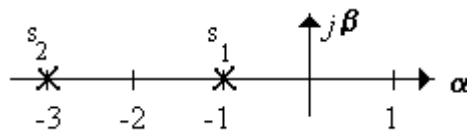


Рисунок 1.27

1.3.1.2 Записать формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ системы (рисунок 1.28)

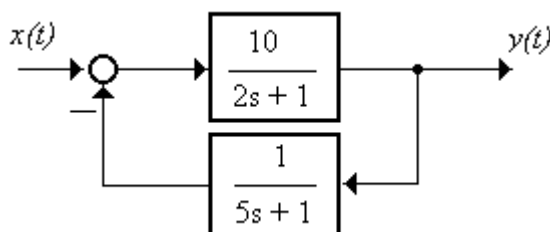


Рисунок 1.28

1.3.1.3 Записать формулы для вычисления АЧХ и ФЧХ системы (рисунок 1.29), если $W_1(s) = 10/(1 + 10s)$, $W_2(s) = 100/s$, $W_3(s) = 1$.

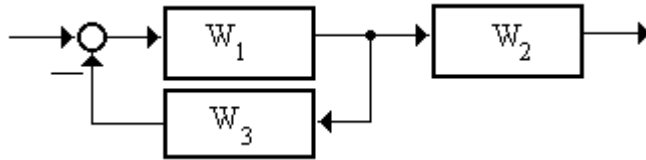


Рисунок 1.29

1.3.1.4 Записать дифференциальное уравнение движения для системы с комплексным коэффициентом передачи

$$W(s) = \frac{k(1 + jT_1\omega)}{j\omega(1 + jT_2\omega)(1 + jT_3\omega)}.$$

1.3.1.5 Построить АЧХ фильтра (рисунок 1.30) по выходу d

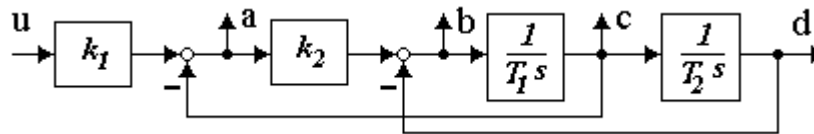


Рисунок 1.30

при значениях параметров $k_1 = 3$, $k_2 = 4$, $T_1 = 2$, $T_2 = 0,1$.

1.3.1.6 Описать формулой частотную реакцию $y(t)$ на входное гармоническое воздействие $x(t) = 3\sin t$, если передаточная функция фильтра равна

$$W(s) = \frac{3s^2 + 2s + 1}{s^2 + 2s + 3}.$$

1.3.2 Логарифмические частотные характеристики

Зависимость $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$ от $\lg(\omega)$ называется логарифмической амплитудной частотной характеристикой (ЛАЧХ) или ЛАХ. Зависимость $\varphi(\omega)$ от $\lg(\omega)$ называется логарифмической фазной частотной характеристикой (ЛФЧХ) или просто ЛФХ. Частоту откладывают либо в логарифмах (в декадах), либо в радианах, но с учетом логарифмического масштаба. Декада соответствует изменению частоты в 10 раз, $L(\omega)$ откладывают в децибелах (дБ), $\varphi(\omega)$ в градусах.

Для упрощения при построении вручную действительную ЛАЧХ заменяют асимптотической, т.е. ломаной линией из прямых отрезков, имеющих стандартный наклон, кратный ± 20 дБ/дек.

Частоты пересечения отрезков ω_{ci} называются частотами сопряжения, они соответствуют корням ПФ. Частоты пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс ω_{cp} называются частотой среза, они соответствуют значению $\lg A(\omega) = 0$ или $A(\omega) = 1$ (усиление равно 1).

ние или ослабление сигнала на частоте среза отсутствует). Для удобства построения через значения сопрягающих частот проводят на графике вертикальные линии, а на свободном поле графика – вспомогательные линии со стандартными наклонными $k(-20)$ дБ/дек.

Частоты сопряжения находят по корням (постоянным времени T) простых дробей, на которые разбивают ПФ, или типовых звеньев, из которых состоит структурная схема системы регулирования.

Звено первого порядка (один действительный корень)

$$\frac{1}{Ts+1} \rightarrow \omega_c = \left| \frac{1}{T} \right| \text{ или } \frac{1}{s+\alpha} \rightarrow \omega_c = |\alpha|.$$

Звено второго порядка (комплексные сопряженные корни)

$$\frac{1}{a_0 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \rightarrow \omega_c = \left| \frac{1}{T} \right|, \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}}$$

или

$$\frac{1}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} \rightarrow \omega_c = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \xi = |\alpha| \cdot T = \frac{|\alpha|}{\omega_c},$$

где ξ – показатель затухания (коэффициент демпфирования), характеризует величину резонанса в звене. При $\xi = 1$ резонанс отсутствует, при $\xi \rightarrow 0$ резонансный выброс h стремится к бесконечности. При значениях $\xi < 0,6$ асимптотическую ЛАЧХ корректируют на величину выброса h , определяемого по формуле

$h = 20 \lg \left(\frac{1}{2\xi} \right) \cdot \frac{l}{2}$, где l – число одинаковых корней (кратность корня), либо по типовым характеристикам (таблица 2) и графикам.

Таблица 2

ξ	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	1,00
h , дБ	20,00	14,00	10,30	8,00	6,50	5,00	3,00	1,50	-6,00

Левую (начальную) часть ЛАЧХ (низкочастотную или НЧ-асимптоту) или ее продолжение проводят через точку с координатами $\lg \omega = 0$ ($\omega = 1$) и $L(\omega) = 20 \lg K$ слева направо с наклоном $\nu \cdot (-20)$ дБ/дек) до первой (наименьшей) частоты сопряжения. Здесь $\nu = r - l$ это степень астатизма, r – число нулевых корней знаменателя, l – числителя; добротность K – отношение свободных членов полиномов числителя и знаменателя ПФ после удаления нулевых корней.

Двигаясь вправо, на каждой частоте сопряжения продолжают ЛАЧХ с отклонением от предыдущего направления: для корня числителя вверх (+20 дБ/дек); для корня знаменателя вниз (–20 дБ/дек). Если кратность корня $l \neq 1$, наклон асимптоты изменяется в l раз. Общий наклон ЛАЧХ в конце равен $(n-m) \cdot (-20)$ дБ/дек). Выбросы при комплексных корнях откладывают вверх для корней знаменателя, вниз для корней числителя, близкие выбросы суммируются графически.

ЛФЧХ устойчивых систем строят по шаблону, неустойчивых – по вычисляемым точкам. Приближенно считают, что участку ЛАЧХ с наклоном ± 20 дБ/дек соответствует фазовый сдвиг около $\pm 90^\circ$, а участку с наклоном ± 40 дБ/дек сдвиг на $\pm 180^\circ$; действительному корню знаменателя соответствует угол наклона ЛФЧХ на сопрягающей частоте $\varphi = -\arctg(\omega T) = -45^\circ$, комплексной паре $\varphi = -\arctg(\xi \cdot 2\omega T / (1 - \omega^2 T^2))$.

У статических систем (степень астатизма $\nu = 0$) НЧ-асимптота представляет собой прямую, параллельную оси частот, и значение K в децибелах равно расстоянию этой прямой от оси частот ω . У астатических систем находят частоту ω_k пересечения НЧ-асимптоты или её продолжения с осью частот, откуда $K = \omega_k^\nu$. Степень астатизма определяется по наклону НЧ-асимптоты относительно оси частот, частоты сопряжения находят по точкам пересечения асимптот – касательных, проведенных к линейным участкам реальной ЛАЧХ.

Пример 1. Построить ЛАЧХ системы, заданной структурной схемой (рисунки 1.31, а). Передаточная функция системы равна $W(s) = 50/[s(s + 5)]$.

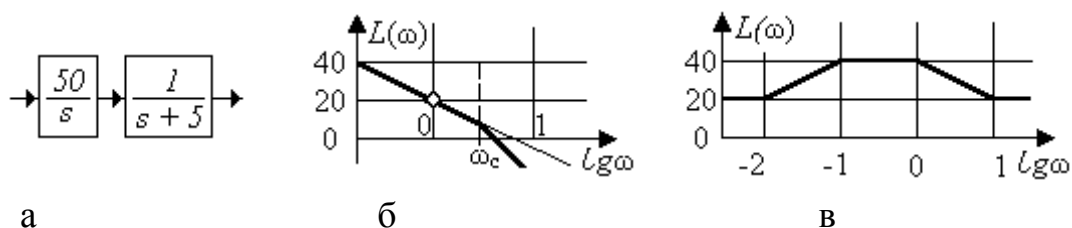


Рисунок 1.31

Определяем параметры НЧ-асимптоты:

- порядок астатизма $\nu = 1 - 0 = 1$ (имеется один нулевой корень в знаменателе);
- добротность $K = 50/5 = 10$; $20\lg K = 20$.

Нули в системе отсутствуют, полюс -5 имеется, отсюда частота сопряжения $\omega_c = 5$ рад/с; $\lg 5 = 0,7$. Строим график ЛАЧХ толстой сплошной линией, проводя слева вниз прямую линию с наклоном $1 \times (-20$ дБ/дек) через точку с координатами (20 дБ, 0) до первой частоты сопряжения (рисунок 1.31, б). Поскольку частота сопряжения соответствует полюсу, отклоняемся от текущего направления вниз на угол -20 дБ/дек, общий наклон ЛАЧХ в конце равен -40 дБ/дек. Корень действительный, поэтому резонанса нет, выбросы не учитываем.

Пример 2. Составить ПФ системы с заданной ЛАЧХ (рисунок 1.31, в), предполагая, что все корни имеют отрицательную действительную часть.

На частотах сопряжения $\omega_{c1} = 10^{-2} = 0.01$ и $\omega_{c4} = 10^1 = 10$ наблюдается отклонение характеристики от предыдущего направления вверх на $+20$ дБ/дек, на частотах сопряжения $\omega_{c2} = 10^{-1} = 0.1$ и $\omega_{c3} = 10^0 = 1$ – вниз на -20 дБ/дек, поэтому передаточная функция будет иметь вид

$$W(s) = \frac{\left(\frac{1}{\omega_{c1}}s + 1\right)\left(\frac{1}{\omega_{c4}}s + 1\right)}{\left(\frac{1}{\omega_{c2}}s + 1\right)\left(\frac{1}{\omega_{c3}}s + 1\right)} \cdot K = \frac{\left(\frac{1}{0,01}s + 1\right)\left(\frac{1}{10}s + 1\right)}{\left(\frac{1}{0,1}s + 1\right)\left(\frac{1}{1}s + 1\right)} \cdot K.$$

Поскольку $20\lg K = 20$ дБ, то $\lg K = 1$, $K = 10$ и окончательно

$$W(s) = \frac{(100s + 1)(0,1s + 1)}{(10s + 1)(s + 1)} \cdot 10 = \frac{10s^2 + 100,1s + 1}{10s^2 + 11s + 1} \cdot 10.$$

Задания для самостоятельного решения.

1.3.2.1 Найти частоты среза системы $\frac{100s}{(10s + 1)(0,1s + 1)}$.

1.3.2.2 Определить конечное значение ЛФЧХ (рисунок 1.32)

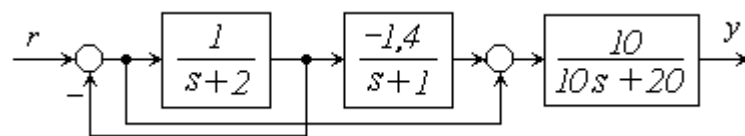


Рисунок 1.32

1.3.2.3 Построить ЛАЧХ системы

$$W(s) = \frac{2s^2}{(1 + 0,5s)^2(1 + 0,1s)}$$

1.3.2.4 Вычислить уклон высокочастотной части ЛАЧХ системы (рисунок 1.33)

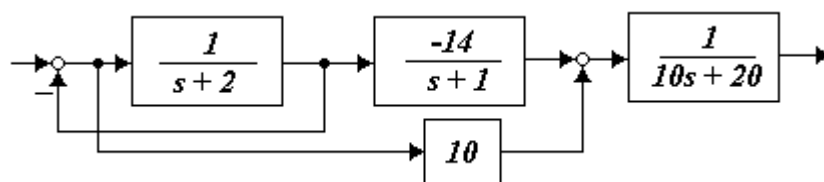


Рисунок 1.33

1.3.2.5 На каком уровне и под каким углом пройдет низкочастотная асимптота при частоте 0,1 рад/с, если ПФ системы равна

$$W(s) = \frac{s(s+1)}{(0,1s+1)(s+10)}.$$

1.4 Устойчивость непрерывных стационарных систем

1.4.1 Математический и физический признаки устойчивости

Устойчивость – это свойство системы возвращаться в исходное состояние равновесия после снятия воздействия, выведшего систему из этого состояния.

Математический (прямой) признак устойчивости: система устойчива, если все корни её характеристического уравнения имеют отрицательную действительную часть. Другими словами – если все полюса системы левые (лежат слева от мнимой оси комплексной плоскости). Корни полинома числителя передаточной функции (нули) на устойчивость системы не влияют.

Если хотя бы один полюс располагается справа от мнимой оси, система неустойчива. Она находится на апериодической границе устойчивости, если при остальных левых корнях имеет один нулевой корень, и на колебательной (периодической) границе устойчивости, если при остальных левых корнях характеристического уравнения имеет пару чисто мнимых корней (значение ω мнимой части таких корней равно частоте незатухающих колебаний системы на границе устойчивости).

Физический признак устойчивости: система устойчива, если свободная составляющая $y_{св}(t)$ переходного процесса (импульсная функция $g(t)$) с увеличением времени стремится к нулю, неустойчива, если она стремится к бесконечности, и нейтральна (находится на границе устойчивости), если она стремится к некоторой постоянной величине (амплитуде). Для анализа подходит любая реакция системы, если из нее исключить составляющую, обусловленную вынуждающим сигналом. Нельзя применять для анализа формулу $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s)$, т.к. она может давать нулевой результат и для неустойчивых систем.

Пример 1. Оценить прямым методом устойчивость системы, описываемой дифференциальным уравнением

$$y^{(3)} + 2y^{(2)} + 3y^{(1)} = 4u^{(1)} + 5u.$$

Характеристическое уравнение системы

$$D(s) = s^3 + 2s^2 + 3s = s(s^2 + 2s + 3) = 0$$

имеет нулевой корень $s_1 = 0$ и комплексно-сопряженную пару корней, определяемую из квадратного трехчлена

$$s_{2,3} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = -1 \pm j1,414.$$

Система находится на апериодической границе устойчивости, т.к. нулевой корень находится на мнимой оси комплексной плоскости корней, а остальные корни лежат слева от мнимой оси.

Пример 2. Оценить устойчивость системы со свободной составляющей переходного процесса $y_{\text{нн}}(t) = -1.23e^{-t} + 0.14\sin t + 1.23\cos t$.

Выражение содержит гармонические составляющие с постоянной амплитудой (не затухающие и не расходящиеся с течением времени), отсюда вывод: сис-

тема находится на колебательной границе устойчивости. Частота незатухающих колебаний, соответствующая колебательной границе устойчивости, равна 1 рад/с или $1/6,28 \text{ с}^{-1}$.

Задания для самостоятельного решения.

1.4.1.1 Оценить устойчивость системы, если

$$G(s) = \frac{A}{(s+0,1)^3} + \frac{B}{(s+0,1)^2} + \frac{C}{s+0,1} + \frac{D}{s+0,5} + \frac{Es+F}{s^2+2s+2}.$$

1.4.1.2 Система имеет нуль 10 и полюса $-1 \pm 3j$, 0, -3,14. Оценить устойчивость системы.

1.4.1.3 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.34)

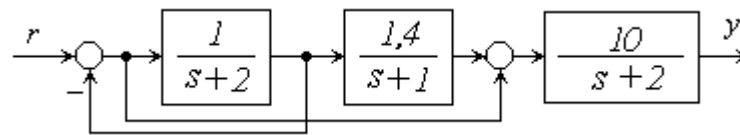


Рисунок 1.34

1.4.1.4 Систему образуют последовательно включенные звенья с передаточными функциями $1/(s+1)$, $3/(s+2,5)$, $1/(s^2+2)$. Определить частоту незатухающих колебаний.

1.4.1.5 При каком значении α система (рисунок 1.35) окажется на апериодической границе устойчивости.

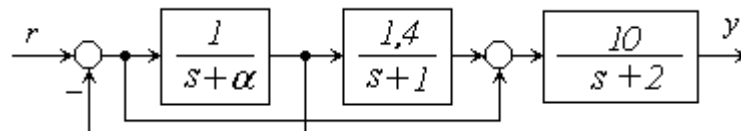


Рисунок 1.35

1.4.1.6 По переходной функции системы $h(t) = 5 - 10e^{-t} + 5e^{-2t}$ оценить её устойчивость, используя физический признак.

1.4.1.7 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.36)

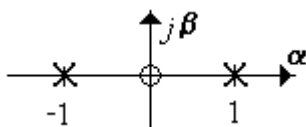


Рисунок 1.36

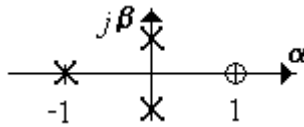


Рисунок 1.37

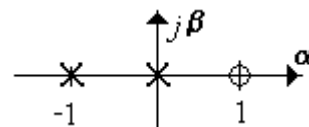


Рисунок 1.38

1.4.1.8 Оценить устойчивость системы с $g(t) = 1,5e^{-t} - 1,5e^{-3t}$.

1.4.1.9 Какова устойчивость системы с $D(s) = s(s^2 + s + 1)$.

1.4.1.10 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.37)

1.4.1.11 Оценить устойчивость системы с $y_{\text{св}}(t) = 3\sin t - 2\cos 3t$.

1.4.1.12 Оценить устойчивость системы с $D(s) = (s-1)(s^2+1)$.

1.4.1.13 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.38)

1.4.2 Алгебраические критерии устойчивости. Критический коэффициент усиления

Критерий Гурвица: система устойчива, если все коэффициенты ее характеристического уравнения $D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$ и все диагональные миноры $\Delta_1 \dots \Delta_{n-1}$ матрицы Гурвица положительны.

Для устойчивости систем первого и второго порядка необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения были положительны (были одного знака). Достаточные условия для системы третьего порядка $\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$, для системы четвертого порядка $\Delta_3 = a_3 \Delta_2 - a_1^2 a_4 = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0$. Критерий Гурвица удобно использовать при устном счете для систем не выше четвертого порядка.

Критерий Рауса: система устойчива, если все коэффициенты ее характеристического уравнения и все элементы первого столбца таблицы Рауса положительны. Необходимое условие (положительность всех коэффициентов) совпадает с критерием Гурвица.

Для проверки достаточного условия составляют таблицу, первую и вторую строки которой заполняют попарно коэффициентами характеристического уравнения, начиная со старшего, недостающие коэффициенты заменяют нулем. Элементы последующих строк вычисляют по формулам $c_{i,j} = c_{i-2,j+1} - c_{i-1,j+1} \times r_i$, где i – номер строки, j – номер столбца, $r_i = c_{i-2,1}/c_{i-1,1}$ – вспомогательное число для i -той строки. Таблица содержит $n + 1$ строку и $(n + 1)/2$ с округлением столбец.

Число правых корней характеристического уравнения равно числу перемен знака элементов первого столбца таблицы Рауса. При положительности остальных элементов первого столбца система находится на апериодической границе устойчивости, если равен нулю последний элемент столбца (a_n), и на периодической границе устойчивости, если равен нулю какой-либо иной элемент первого столбца.

Критическим или предельным (граничным) называется значение параметра (коэффициента), входящего в характеристическое уравнение, при котором система находится на границе устойчивости. Для его определения формулируют условия нахождения системы на границе устойчивости по какому-нибудь критерию.

Пример 1. Оценить по критерию Гурвица устойчивость системы

$$W(s) = \frac{s - 2}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}.$$

Характеристическое уравнение $D(s) = s^3 + 2s^2 + 3s + 4 = 0$.

Проверяем необходимое условие – все коэффициенты характеристического уравнения положительны, что можно кратко записать как «условие $a_i > 0$ выполняется».

Проверяем достаточное условие по определителю Гурвица

$$\begin{array}{c|cc|c} \Delta_1 & 2 & 4 & 0 \\ \Delta_2 & 1 & 3 & 0 \\ \hline & 0 & 2 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \Delta_1 = 2 > 0, \\ \Delta_2 = 6 - 4 = 2 > 0. \end{array}$$

Оба диагональных минора положительны. Так как необходимое и достаточное условия выполняются, система устойчива.

Пример 2. Оценить по Раусу устойчивость системы с характеристическим уравнением $D(s) = s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 5s + 6 = 0$.

Необходимое условие $a_i > 0$ выполняется.

	1	3	5
	2	4	6
$r_3 = 0,5$	1	2	0
$r_4 = 2,0$	0	6	0
$r_5 = +\infty$	$-\infty$	0	0
	6	0	0

Проверяем достаточное условие – составляем таблицу Рауса: число строк равно числу коэффициентов (шесть), число столбцов $6/2 = 3$. Заполняем две первые строки попарно коэффициентами с четными a_0, a_2, a_4 и нечетными a_1, a_3, a_5

индексами. Последний коэффициент $a_n = a_5 = 6$ смещается вниз и влево ходом шахматного коня (три клетки вниз и одна влево), ниже него записываем нули. Вычисляем вспомогательное число и элементы третьей строки: $r_3 = c_{1,1}/c_{2,1} = a_0/a_1 = 1/2 = 0,5$; откуда $c_{31} = 3 - 4 \cdot 0,5 = 1$; $c_{32} = 5 - 6 \cdot 0,5 = 2$, затем элементы остальных строк.

В первом столбце имеется отрицательное число, следовательно, система неустойчива. Число перемен знака в первом столбце равно двум (от 1 к $-\infty$ и от $-\infty$ к 6), значит система имеет два правых корня характеристического уравнения, остальные три корня левые.

Пример 3. Найти критическое значение коэффициента усиления $k_{кр}$ системы с характеристическим уравнением

$$D(s) = 15,3s^3 + 10,7s^2 + s + k - 1,2 = 0.$$

Формулируем условия нахождения системы на границе устойчивости по критерию Гурвица (он наиболее удобен и нагляден для систем первого-третьего порядка):

- на аperiодической границе $a_n = 0$, откуда $a_n = k - 1,2 = 0$; $k_{кр1} = 1,2$;
- на периодической границе $\Delta_{n-1} = 10,7 \cdot 1 - 15,3(k - 1,2) = 0$, откуда следует $k_{кр2} = (10,7 + 15,3 \cdot 1,2)/15,3 = 29,06/15,3 = 1,899$. Учитывая опущенные знаки неравенств, делаем вывод, что система устойчива при значениях коэффициента усиления $1,2 < k < 1,899$.

Задания для самостоятельного решения.

1.4.2.1 При каких значениях коэффициента k система (рисунок 1.39) устойчива, если $W_1 = 1/(1+0,1s)$, $W_2 = 2/(1 + 0,01s)$, $W_3 = k/(1 + s)$, $W_4 = 10$?

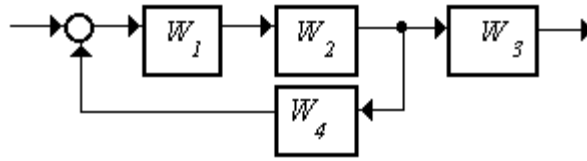


Рисунок 1.39

1.4.2.2 Оценить устойчивость системы $y''' + 4y'' + y' + 4y = 3u$.

1.4.2.3 С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рисунок 1.40), если $W_1 = 5/(1 + 10s)$, $W_2 = -1/s$, $W_3 = 100$.

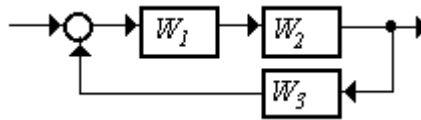


Рисунок 1.40

1.4.2.4 Система задана нулями $0 \pm 3j$ и полюсами $-1 \pm 5j$; -1 ; -10 . Оценить устойчивость системы до и после замыкания единичной ООС.

1.4.2.5 Устойчива ли система $D(s) = s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 2s + 2 = 0$?

1.4.2.6 Оценить устойчивость системы по критерию Рауса

$$D(s) = s^6 + 2s^5 + 3s^4 + s^2 + 2s + 3 = 0.$$

1.4.2.7 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.41) по критерию Гурвица

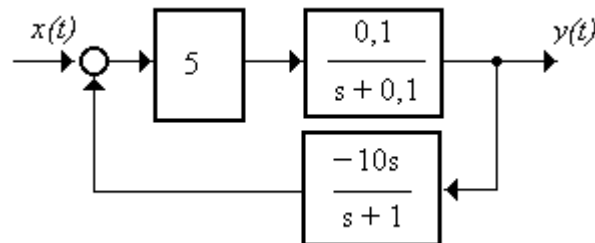


Рисунок 1.41

1.4.2.8 Оценить устойчивость системы по критерию Гурвица при $D(s) = s^4 + 5s^3 + 3s^2 + 5s + 2 = 0$.

1.4.2.9 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.42), если $W_1(s) = 1$, $W_2(s) = 2$, $W_3(s) = 3$, $W_4(s) = 1$, $W_5(s) = 6$, $W_6(s) = 10$, $W_7(s) = 2$, $W_8(s) = 2s$, $W_9(s) = 10/(1 + 10s)$, $W_{10}(s) = 1/3$, $W_{11}(s) = 1/10s$.

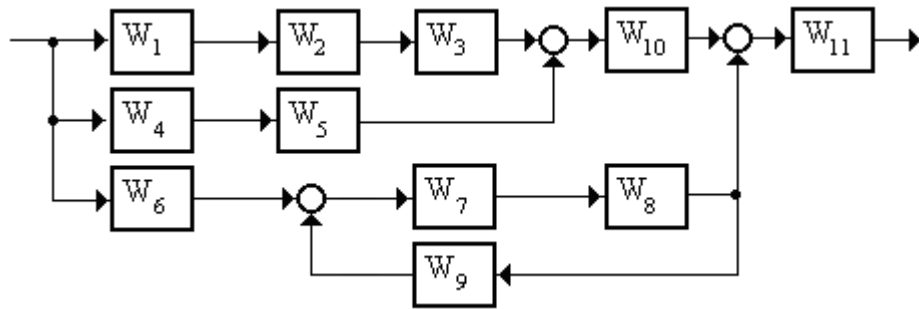


Рисунок 1.42

1.4.2.10 Оценить устойчивость по критерию Рауса системы с характеристическим уравнением $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 2 = 0$.

1.4.3 Частотные критерии устойчивости. Критерий Михайлова

Согласно принципу аргумента, известному в теории комплексной переменной, если среди n полюсов ПФ системы p расположены справа от мнимой оси, а остальные $(n - p)$ – слева, то полное изменение аргумента комплексной функции $D(j\omega)$ равно

$$\Delta \arg D(j\omega) = (n - p) \cdot \pi/2 - p \cdot \pi/2 = (n - 2p) \cdot \pi/2.$$

$0 \leq \omega \leq \infty$

Отсюда следует, что линейная система n -го порядка устойчива, если при изменении частоты ω от нуля до плюс бесконечности характеристический вектор системы $D(j\omega)$ повернется против часовой стрелки на угол $n \cdot \pi/2$, не обращаясь нигде в ноль.

Конец вектора $D(j\omega)$ при изменении частоты чертит годограф Михайлова или характеристическую кривую. На этом основана другая формулировка критерия, чаще используемая в инженерной практике.

Система n -го порядка устойчива, если кривая Михайлова, начинаясь при $\omega=0$ на действительной положительной полуоси, проходит при изменении частоты ω от нуля до плюс бесконечности последовательно против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости.

Система находится на аperiодической границе устойчивости, если кривая при $\omega = 0$ начинается в начале координат, и на периодической границе устойчивости, если кривая при $\omega \neq 0$ проходит через начало координат. Частота незатухающих колебаний соответствует периодической границе устойчивости системы.

Кривая Михайлова представляет собой уходящую в бесконечность развертывающуюся спираль, у которой при высоком порядке уравнения практически не видно начальную часть, вследствие этого её допускается чертить не в точном масштабе, а лишь фиксируя последовательность и места пересечения с осями. На графике с кривой Михайлова обязательно должен указываться порядок системы n , так как при его отсутствии может быть сделан ошибочный вывод.

Действительная часть $U(\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots$ содержит только четные степени переменной ω и называется четной функцией, мнимая часть $V(\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + \dots$ содержит только нечетные степени переменной ω и называется нечетной функцией. На их использовании основано следствие или вторая форма критерия Михайлова.

Система устойчива, если четная $U(\omega)$ и нечетная $V(\omega)$ функции при изменении частоты ω от нуля до плюс бесконечности обращаются в нуль поочередно, начиная с нечетной функции, т.е. их корни чередуются. Это вытекает из условия последовательного прохождения квадрантов комплексной плоскости. Для построения графика используется та же таблица частот, что и в первой форме.

Пример 1. Система пятого порядка с кривой Михайлова (рисунок 1.43) неустойчива, т.к. сначала вектор $D(j\omega)$ повернулся против часовой стрелки на три квадранта (три левых полюса), а затем по часовой стрелке на два квадранта (два правых полюса).

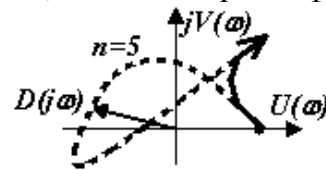


Рисунок 1.43

Иначе: итоговый поворот равен одному квадранту, т.е. $n-2p = 1$, $n = 5$, тогда правых корней характеристического полинома $(5-1)/2 = 2$.

Пример 2. Найти критическое значение коэффициента усиления системы с $D(s) = 0,03s^3 + 0,3s^2 + (1+0,01k)s + k$ по критерию Михайлова.

Заменяя $s = j\omega$, получим характеристическую функцию

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= j\omega(-0,03\omega^2 + 0,3j\omega + 1) + k(0,01j\omega + 1) = \\ &= k - 0,3\omega^2 + j\omega(1 + 0,01k - 0,03\omega^2) = X(\omega) + jY(\omega). \end{aligned}$$

Условия нахождения САУ на границе устойчивости

$$\left. \begin{aligned} X(\omega_0) = \operatorname{Re} D(j\omega) &= k_{\text{ед}} - 0,3\omega_0^2 = 0, \\ Y(\omega_0) = \operatorname{Im} D(j\omega) &= \omega_0(1 + 0,01k_{\text{ед}} - 0,03\omega_0^2) = 0. \end{aligned} \right\}$$

Корень второго уравнения $\omega_0 = 0$ отбрасываем, т.к. для нахождения системы на колебательной границе устойчивости годограф Михайлова должен пройти через начало координат при $\omega \neq 0$.

Тогда из второго уравнения определяем частоту $\omega_0^2 = \frac{1 + 0,01k_{\text{ед}}}{0,03}$

и подставляем ее значение в первое уравнение

$$k_{\text{ед}} - 0,3\omega_0^2 = \frac{1 + 0,01k_{\text{ед}}}{0,03} \cdot 0,3, \text{ откуда } k_{\text{ед}} = \frac{0,3}{0,027} = 11,111.$$

Частота, соответствующая колебательной границе устойчивости

$$\omega_0 = \sqrt{(1 + 0,01 \times 11,111) / 0,03} = \sqrt{37,037} = 6,0855 \text{ рад/с.}$$

Пример 3. Используя вторую форму (следствие) критерия Михайлова, оценить устойчивость системы

$$W(s) = \frac{s - 2}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}.$$

В характеристическом уравнении $D(s) = s^3 + 2s^2 + 3s + 4 = 0$ заменяем $s = j\omega$, снижаем порядок j и группируем

$$D(j\omega) = (j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 3j\omega + 4 = 4 - 2\omega^2 + j\omega(3 - \omega^2).$$

Здесь $4 - 2\omega^2$ – это четная (действительная) функция $U(\omega)$, а $\omega(3 - \omega^2)$ – это нечетная (мнимая) функция $V(\omega)$.

Таблица частот

ω	$U(\omega)$	$V(\omega)$
0	4	0
∞	$-\infty$	$-\infty$
$\sqrt{2} = 1,41$	0	1,41
$\sqrt{3} = 1,73$	-2	0

Приравнявая поочередно четную и нечетную функции нулю, находим частоты 1,41 и 1,73, соответствующие пересечению кривой с осями координат, подставляем эти частоты в характеристическую функцию и заполняем таблицу. Строим графики четной и нечетной функций – они поочередно пересекают ось частот, т.е. их корни

перемежаются, и общее число пересечений равно $n = 3$, следовательно, система устойчива (рисунок 1.44).

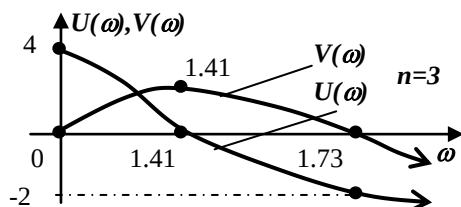


Рисунок 1.44

Задания для самостоятельного решения.

1.4.3.1 Найти частоту незатухающих колебаний для системы с характеристическим уравнением $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 2 = 0$.

1.4.3.2 Найти предельный коэффициент усиления для системы (рисунок 1.45) при $T_1 = 0,5$ с; $T_2 = 1$ с; $T_3 = 0,2$ с.

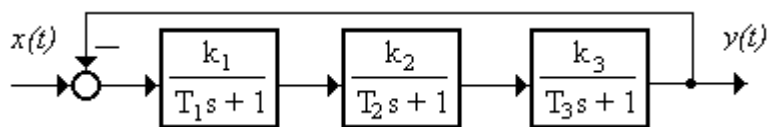


Рисунок 1.45

1.4.3.3 Оценить устойчивость системы с характеристическим уравнением $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 2s + 2 = 0$.

1.4.3.4 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.46) по второй форме критерия Михайлова при $W_1(s) = 1/(1 + s)$, $W_2(s) = 2$, $W_3(s) = 2s$, $W_4(s) = 4$, $W_5(s) = 3/(1 + 10s)$, $W_6(s) = 10$.

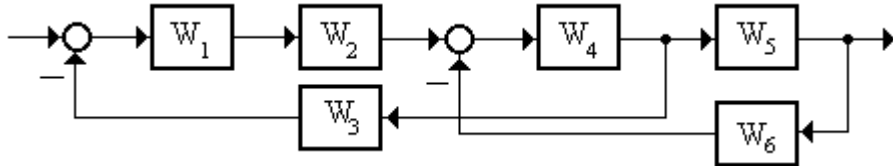


Рисунок 1.46

1.4.3.5 Оценить устойчивость по критерию Михайлова (форма 2) системы с характеристическим уравнением

$$D(s) = s^5 + s^4 + 6s^3 + 6s^2 + 15s + 15 = 0.$$

1.4.3.6 Оценить устойчивость замкнутой системы по Михайлову (форма 2), если известно дифференциальное уравнение разомкнутой системы

$$0,04 \frac{d^4 y}{dt^4} + 0,5 \frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 10y = 4 \frac{dx}{dt}.$$

1.4.3.7 По критерию Михайлова оценить устойчивость системы

$$W(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^6 + 5s^5 + 6s^4 + 4s^2 + 20s + 24}$$

1.4.3.8 Найти по Михайлову частоту незатухающих колебаний после замыкания системы с дифференциальным уравнением

$$0,5 \frac{d^4 y}{dt^4} + \frac{d^3 y}{dt^3} + 1,5 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = 2 \frac{dx}{dt}.$$

1.4.4 D -разбиение по одному параметру

Областью устойчивости $D(0)$ называют область в пространстве изменяемых параметров, каждой точке которой соответствуют только левые корни характеристического уравнения. Остальные D -области отличаются числом правых корней характеристического уравнения и обозначаются соответственно $D(1)$ – область с одним правым полюсом, $D(2)$ – с двумя и т.д.

Подставив $s = j\omega$ в характеристическое уравнение системы, разрешают его относительно изменяемого параметра, находят четную (действительную) $U(\omega)$ и нечетную (мнимую) $V(\omega)$ функции. Изменяя частоту ω от 0 до плюс бесконечности, строят кривую D -разбиения и ее зеркальное отображение относительно действительной оси. Двигаясь по кривой от точки $\omega = -\infty$ до точки $\omega = +\infty$, наносят

штриховку слева от кривой.

Направление штриховки указывает на область с наибольшим числом левых корней. При каждом переходе через кривую навстречу штриховке один корень характеристического уравнения становится правым, в обратном направлении – левым. Выбранную по штриховке область-претендент $D(0)$ проверяют на устойчивость с помощью любого критерия, подставив значение параметра из этой области в характеристическое уравнение. Поскольку изменяемый параметр является действительной величиной, его допустимые значения лежат на отрезке действительной оси, заключенном внутри области устойчивости $D(0)$.

Пример 1. Найти методом D -разбиения критические значения коэффициента усиления k системы, заданной передаточной функцией

$$W(s) = \frac{k}{0,002s^3 + 0,12s^2 + s + k}.$$

Разрешаем характеристическое уравнение системы

$$D(s) = 0,002s^3 + 0,12s^2 + s + k = 0$$

относительно исследуемого параметра k

$$k = -0,002s^3 - 0,12s^2 - s,$$

производим замену $s = j\omega$

$$k(j\omega) = -(j\omega)^3 \cdot 0,002 - (j\omega)^2 \cdot 0,12 - j\omega,$$

снижаем порядок j и группируем

$$k(j\omega) = 0,12\omega^2 - j\omega(1 - 0,002\omega^2) = U(\omega) - jV(\omega).$$

Таблица частот

ω	$U(\omega)$	$V(\omega)$
0	0	0
∞	∞	∞
$\sqrt{500}$	60,00	0
1	0,12	-1

Определяем частоты пересечения основной кривой с осями:

$$U(\omega) = 0,12\omega^2 = 0, \text{ отсюда } \omega = 0,$$

$$V(\omega) = 1 - 0,002\omega^2 = 0 \text{ и } \omega = \sqrt{500} = 22,36.$$

Строим основную и зеркальную кривые на комплексной плоскости, указывая направление возрастания частоты стрелкой на характеристике (рисунок 1.47). Наносим штриховку, обозначаем области с предполагаемым числом правых полюсов в скобках. Проверяем область-претендент $D(0)$ на устойчивость по критерию Гурвица при значении $k = 1$, выбранном на отрезке внутри области $D(0)$ между точками 0 и 60

$$D(s) = 0,002s^3 + 0,12s^2 + s + 1 = 0.$$

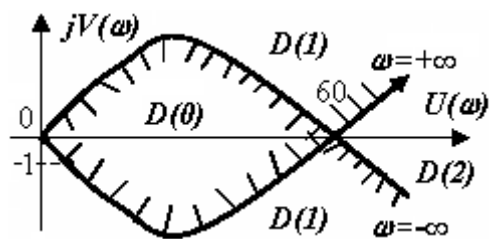


Рисунок 1.47

Так как и необходимое, и достаточное условия устойчивости по Гурвицу при $k = 1$ выполняются, то система будет устойчивой при любых значениях коэффициента усиления в интервале $0 < k < 60$. Критические значения коэффициента равны $k_{кр1} = 0$; $k_{кр2} = 60$.

Задания для самостоятельного решения.

1.4.4.1 Исследовать методом D -разбиения устойчивость системы по k после замыкания единичной ООС

$$\frac{-k}{s^2 + 5s + 2}.$$

1.4.4.2 При каких значениях коэффициента k система (рисунок 1.48) устойчива, если $W_1 = 0,01/(1 + 0,001s)$, $W_2 = 10$, $W_3 = 10/(1 + 10s)$, $W_4 = k/s$?

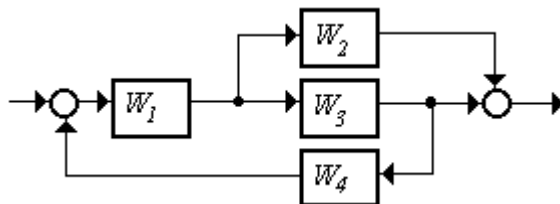


Рисунок 1.48

1.4.4.3 Определить критическое значение коэффициента усиления k методом D -разбиения

$$D(s) = 0,01s^3 + 0,1s^2 + s + (k + 10) = 0.$$

1.4.4.4 Выбрать значение k из условия устойчивости системы (рисунок 1.49)

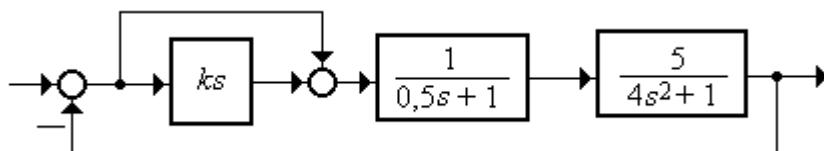


Рисунок 1.49

1.4.4.5 Исследовать на устойчивость по A после замыкания систему $W(s) = As^2/(s^3 + s + 1)$.

1.4.5 Критерий Найквиста. Запасы устойчивости

Упрощенная формулировка: система, устойчивая в разомкнутом состоянии или нейтральная, будет устойчивой в замкнутом состоянии, если АФЧХ разомкнутой системы при изменении частоты ω от нуля до плюс бесконечности не охва-

тывает точку с координатами $(-1, j0)$. Всегда подразумевается замыкание системы единичной ООС.

Общая формулировка: система после замыкания будет устойчивой, если АФЧХ разомкнутой системы охватывает в положительном направлении (против часовой стрелки) $p/2$ раз точку с координатами $(-1, j0)$, где p – число правых полюсов разомкнутой системы.

Оценка запасов устойчивости по АФЧХ. Запасы устойчивости по амплитуде A_m в относительных единицах равны расстоянию от критической точки $(-1, j0)$ до ближайших точек пересечения АФЧХ с отрицательной действительной полуосью. В децибелах запас устойчивости по амплитуде находят как величину, обратную амплитуде A вектора $W(j\omega)$ при угле -180° или $A_m = 20\lg(1/A)$, где A – расстояние от точки пересечения АФЧХ с отрицательной действительной полуосью до начала координат. Нормы $A_m = 1 - A(\omega_{\pi}) \geq 0,5..0,6$ или 6-12 дБ.

Запас устойчивости по фазе φ_m равен углу между отрицательной действительной полуосью и лучом, проведенным из начала координат в точку пересечения АФЧХ с дугой единичного радиуса. Запас по фазе $\varphi_m = \pi - |\varphi(\omega_{cp})|$ находится в пределах от 0 до 180° , при проектировании обычно нормой является $\varphi_m \geq 30..60^\circ$.

Система устойчива в замкнутом состоянии, если обратная АФЧХ $1/W(j\omega)$ разомкнутой системы охватывает точку $(-1, j0)$.

Логарифмический критерий Найквиста (диаграмма Боде). Обычная формулировка: замкнутая система устойчива, если в момент пересечения ЛФЧХ разомкнутой системы линии -180° её ЛАЧХ отрицательна. Общая формулировка пригодна и для систем, неустойчивых в разомкнутом состоянии: замкнутая система устойчива, если на интервале положительности ЛАЧХ разомкнутой системы сумма переходов её ЛФЧХ линии -180° равна $p/2$, где p – число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Оценка запасов устойчивости по ЛЧХ. Запас устойчивости по амплитуде A_m равен отклонению ЛАЧХ от нуля на ближайших к частоте среза ω_{cp} частотах пересечения ЛФЧХ с линией минус 180° . Запас устойчивости по фазе φ_m равен отклонению ЛФЧХ на частоте среза ω_{cp} от линии минус 180° к нулю.

Пример 1. Оценить устойчивость системы (рисунок 1.50) по Найквисту.

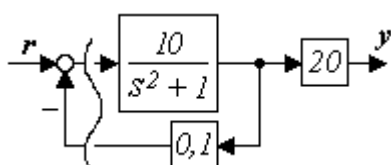


Рисунок 1.50

Решение. Поскольку необходимо оценить устойчивость имеющейся системы, ее предварительно следует сделать разомкнутой – разорвать контур обратной связи по сумматору. Передаточная функция разомкнутой системы $W(s) = 1/(s^2 + 1)$.

Блок с коэффициентом усиления 20 стоит вне контура обратной связи и на устойчивость системы не влияет. В разомкнутом состоянии система находится на колебательной границе устойчивости, так как имеет корни $s_{1,2} = \pm j1$. Находим комплексный коэффициент передачи разомкнутой системы $W(j\omega) = 1/(1 - \omega^2)$.

Определяем частоты пересечения годографа с осями координат: мнимая часть отсутствует, из уравнения $Re(\omega) = 0$ видно, что корни, т.е. частоты пересечения с мнимой осью, отсутствуют. Зато уравнение $1 - \omega^2 = 0$ дает частоту разрыва характеристики $\omega_p = 1$. В подобном случае обычно берут еще две частоты (произвольно) – немного меньше частоты разрыва и немного больше, например, возьмём 0,1 и 10.

Таблица частот

ω	$Re(\omega)$	$Im(\omega)$
0	1,00	0
∞	0	0
1,0	∞	0
0,1	1,01	0
10,0	-0,01	0

Замкнутая система также находится на колебательной границе устойчивости (рисунок 1.51), т.к. АФЧХ проходит через точку $(-1, j0)$.

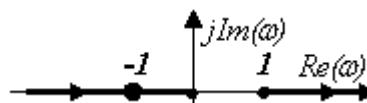


Рисунок 1.51

Пример 2. Оценить запасы устойчивости по АФЧХ после замыкания единичной ООС системы с $W(s) = 1/(s^2 + 3s + 2)$.

Задача не требует построения АФЧХ. По критерию Гурвица следует, что в разомкнутом состоянии система устойчива, нулей нет, поэтому годограф Найквиста проходит два квадранта по часовой стрелке и не пересекает отрицательную действительную полуось. Таким образом, запас по амплитуде максимален $A_m = 1$. Полюса системы действительные -1 и -2, следовательно, резонанс в системе отсутствует и амплитуда вектора $|W(j\omega)|$ нигде не превышает величины $k_{уст} = 1/2$, запас устойчивости по фазе равен $\varphi_m = 180^\circ$.

Задания для самостоятельного решения.

1.4.5.1 Найти запасы устойчивости системы $\frac{2s}{5s^2 - 4s + 1}$ после замыкания.

1.4.5.2 Найти запасы устойчивости для системы $W(s) = \frac{4s + 2}{5s + 3}$.

1.4.5.3 Оценить устойчивость замкнутой системы по критерию Найквиста, если передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W(s) = \frac{10s + 1}{s^2(5s + 1)}$$

1.4.5.4 Оценить по критерию Найквиста устойчивость системы после замыкания при $T_1 = 5$ с, $T_2 = 4$ с.

$$W(s) = \frac{20s}{T_1 s^2 - T_2 s + 1},$$

1.4.5.5 Оценить устойчивость замкнутой системы по критерию Найквиста, если передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W(s) = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)T_3 s},$$

где $T_1 = 1$ с, $T_2 = 0,5$ с, $T_3 = 0,1$ с, $k_1 = 2$, $k_2 = 5$, $k_3 = 0,4$.

1.4.5.6 Оценить устойчивость системы (рисунок 1.52) по критерию Найквиста

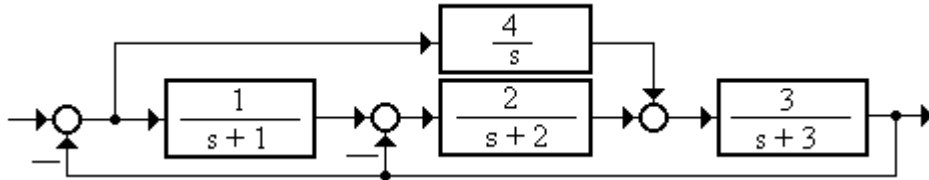


Рисунок 1.52

1.4.5.7 Найти запасы устойчивости по амплитуде и фазе замкнутой системы, если передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W(s) = \frac{1 + 0,1s}{(1 + 0,2s)(1 + 0,25s^2)}.$$

1.4.5.8 Оценить устойчивость системы в разомкнутом состоянии и запасы устойчивости в замкнутом состоянии (рисунок 1.53)

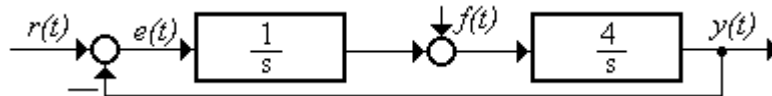


Рисунок 1.53

1.4.5.9 Найти запас устойчивости A_m после замыкания системы

$$\frac{2s}{4s^2 + 6s + 1}.$$

1.4.5.10 Нарисовать ЛФЧХ устойчивой после замыкания системы, имеющей ЛАЧХ (рисунок 1.54)

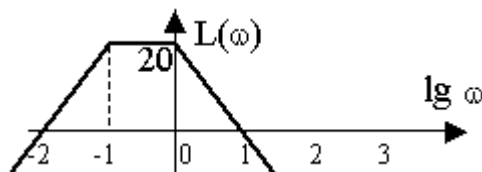


Рисунок 1.54

1.4.5.11 Оценить устойчивость методом обратной АФЧХ после замыкания единичной ООС системы с $W(s) = 1/(s^2 + 3s + 2)$.

1.5 Качество непрерывных стационарных систем

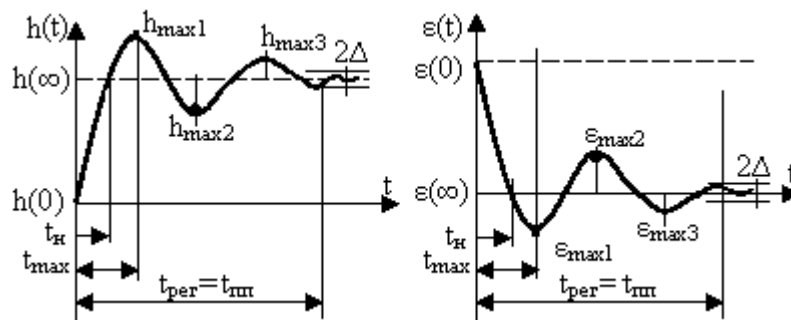
1.5.1 Прямые оценки качества регулирования

Прямые оценки качества определяются по переходной характеристике, т.е. реакции системы на единичный скачок при нулевых начальных условиях (рисунок 1.55).

Время регулирования $t_{рег}$ измеряется от начала переходного процесса до момента, после которого характеристика не отклоняется от установившегося значения более, чем на величину допустимой ошибки Δ (обычно 5 %, реже 2 % от установившегося значения). Следует указывать, при какой зоне Δ получено время регулирования.

Перерегулирование σ – величина максимального относительного заброса переходной характеристики от начальной величины за линию установившегося значения (в относительных единицах или %)

$$\sigma = \frac{|h_{\max 1} - h(\infty)|}{|h(\infty) - h(0)|} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{|\varepsilon_{\max 1}|}{|\varepsilon(0)|}.$$



а) – выходная величина $y(t)$ или $h(t)$ б) – ошибка регулирования $\varepsilon(t)$ или отклонение $\delta(t)$

Рисунок 1.55

Если начальное и конечное значения характеристики равны нулю или одинаковы (и приняты условно за 0), возможны два способа оценки. При наличии разнополярных значений перерегулирование равно отношению величины второго экстремума к величине первого (рисунок 1.56, а), а если колебание одно (рисунок 1.56, б), то перерегулирование равно отношению величины максимального отклонения к величине входного воздействия (обычно это единица). Зону Δ для оценки времени регулирования в первом случае определяют от значения первого максимума, во втором случае – от величины входного воздействия.



Рисунок 1.56

Время нарастания t_n определяется: для процессов с перерегулированием как время от начала процесса до момента пересечения кривой линии установившегося значения; для любых процессов как время между моментами достижения заданных уровней установившегося значения (например, 10 и 90 %). Поэтому при оценке времени нарастания следует указывать, каким способом оно получено.

Время достижения первого максимума t_{max} (подразумевается, что первый максимум кривой является и наибольшим из всех).

Коэффициент колебательности N – число забросов переходной характеристики через линию установившегося значения за время регулирования, рекомендуется не более одного-двух забросов.

Степень затухания (демпфирования) – величина относительного уменьшения $\psi = (h_{max1} - h_{max3}) / (h_{max1} - h(\infty))$ амплитуды максимальных забросов выходной величины за один период T_k , удовлетворительной считают систему с $\psi = 0,75 \dots 0,95$.

Установившаяся ошибка $\varepsilon(\infty)$ равна разнице между предписанным и действительным значениями выходной величины после окончания переходного процесса.

Пример 1. Оценить время регулирования и перерегулирование для системы с передаточной функцией $k/(s + 2)$.

Поскольку полюс $\alpha = -2$ действительный, без мнимой части, колебаний не будет и перерегулирование $\sigma = 0$. Переходный процесс описывается зависимостью $k(1 - e^{\alpha t})$ и заканчивается при достижении величины $0,95k$, т.е. когда выполняется условие $e^{\alpha t} = \Delta = 0,05$. Отсюда $t_{рег} = \ln(\Delta)/\alpha = \ln(0,05)/(-2) = 1,498$ с.

Пример 2. Определить величину перерегулирования и времени регулирования (рисунок 1.57)

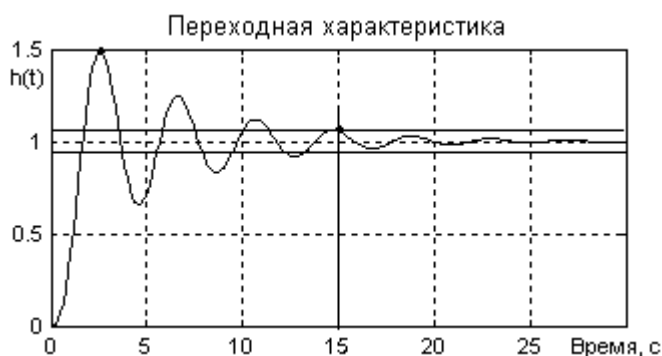


Рисунок 1.57

Перерегулирование $\sigma = (1,5 - 1,0)/1,0 = 0,5$ или 50 %. Для определения времени регулирования проводим параллельно линии установившегося значения две прямые на уровне $h_{уст} \pm \Delta = 1 \pm 0,05 \times 1 = 1 \pm 0,05$. По точке последнего вхождения кривой в зону 2Δ получаем $t_{рег} = 15$ с.

Задания для самостоятельного решения.

1.5.1.1 Оценить качество регулирования для звена с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{1}{s-1}.$$

1.5.1.2 Сформулировать условия отсутствия перерегулирования в системе с дифференциальным уравнением $a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 u' + b_1 u$.

1.5.1.3 Определить величину перерегулирования системы (рисунок 1.58) от скачка задания

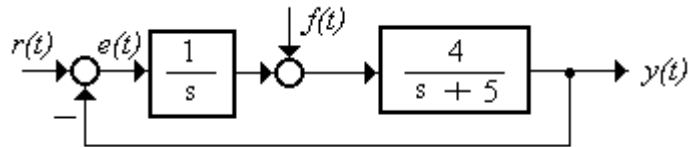


Рисунок 1.58

1.5.1.4 Найти все показатели качества регулирования (рисунок 1.59)

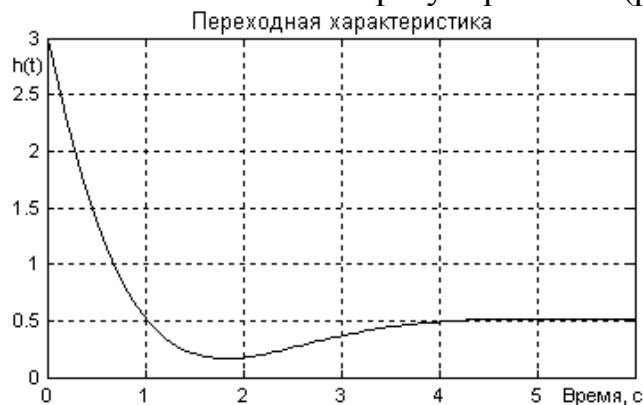


Рисунок 1.59

1.5.1.5 Оценить основные показатели качества регулирования (рисунок 1.60) относительно возмущения

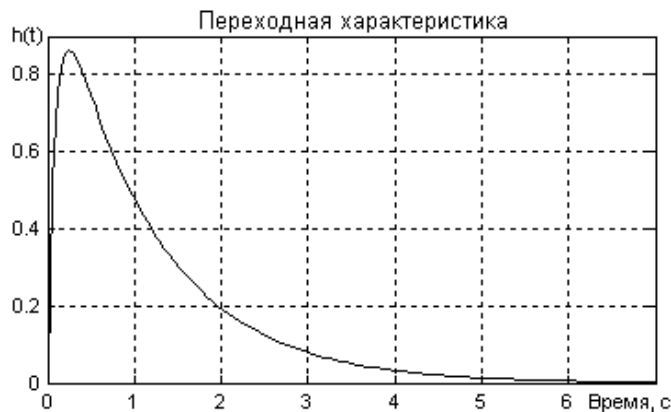


Рисунок 1.60

1.5.1.6 Найти время регулирования $t_{\text{рег}}$, степень демпфирования и величину

перерегулирования σ по переходной характеристике выхода системы относительно возмущения (рисунок 1.61)

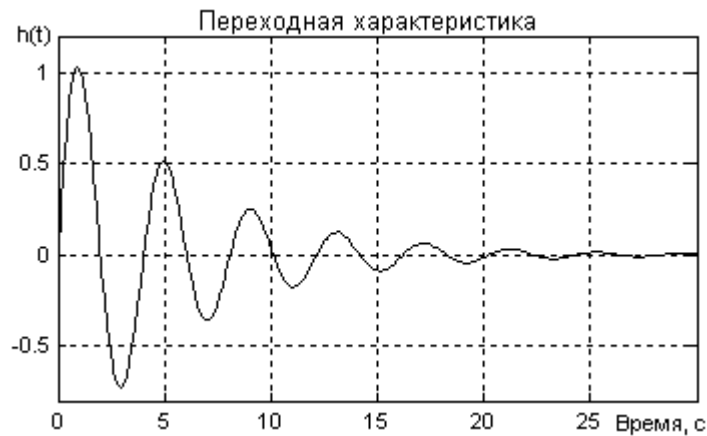


Рисунок 1.61

1.5.2 Корневые методы оценки качества регулирования

Доминирующими называются левые полюсы системы, ближайшие к мнимой оси. Степень устойчивости $\alpha_{\min}$ (или η) равна модулю их действительной части (рисунок 1.62). Для оценки времени регулирования $t_{\text{рег}}$ находят сначала степень устойчивости системы, откуда при ошибке $\Delta = 5\%$ $t_{\text{рег}} \approx 3/|\alpha_{\min}|$. При заданной зоне ошибки 2% вместо коэффициента 3 берут приблизительно 4.

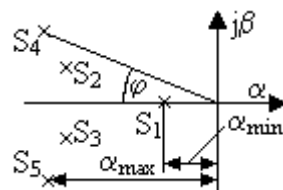


Рисунок 1.62

Найдя степень колебательности системы $\mu = |\beta/\alpha|_{\max} = \operatorname{tg} \varphi_{\max}$, определяют значение перерегулирования $\sigma \approx e^{-\pi/\mu}$. Для расчета μ выбирают комплексный корень (полюс), у которого отношение мнимой части к действительной максимально. При единственной паре комплексных корней необходимость выбора отпадает. При нескольких парах комплексных корней максимальное значение μ у того корня, который первым встречается лучу, проведенному из начала координат по положительной мнимой полуоси и поворачиваемому против часовой стрелки.

Показатели качества определяют только для устойчивых систем. Если система имеет нуль, равный полюсу, то они взаимно компенсируются и данная составляющая не учитывается (выпадает из переходного процесса).

Пример 1. Оценить показатели качества регулирования системы, имеющей нуль $-0,125$, полюса $-1,5 \pm 6j$; $-0,125$ и коэффициент передачи 1,2.

Коэффициент передачи на относительные показатели не влияет. Нуль $-0,125$, равный полюсу, взаимно с ним компенсируется. Следовательно, домини-

рующими являются комплексно-сопряженные полюса $-1,5 \pm 6j$, откуда $t_{\text{пер}} \approx 3/|\alpha_{\min}| = 3/1,5 = 2$ с, степень колебательности системы $\mu = |\beta/\alpha|_{\max} = 6/1,5 = 4$ и перерегулирование $\sigma \approx e^{-\pi/\mu} = 0,456$ или 45,6 %.

Пример 2. Оценить перерегулирование и время регулирования системы $5y'' + 6y' + 2y = 0,8u$ с законом управления $u = 2(r - y)$.

Подставляя значение u в соответствии с законом регулирования, получим дифференциальное уравнение $5y'' + 6y' + 3,6y = 1,6r$. Нули отсутствуют, из характеристического уравнения $5s^2 + 6s + 3,6 = 0$ находим полюса $-0,6 \pm j0,6$. Отсюда $t_{\text{пер}} \approx 3/|\alpha_{\min}| = 3/0,6 = 5$ с, а перерегулирование $\sigma \approx e^{-\pi/\mu} = e^{-\pi} = 0,043$ или 4,3 %.

Задания для самостоятельного решения.

1.5.2.1 Оценить степень устойчивости и степень колебательности системы с $D(s) = (s + 1)(s^2 + 2s + 2)$.

1.5.2.2 Найти показатели качества системы с характеристическим уравнением $D(s) = s^3 + s^2 + 2s + 3 = 0$.

1.5.2.3 Оценить степень устойчивости и степень колебательности системы (рисунок 1.63)

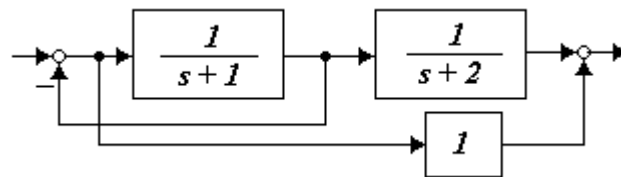


Рисунок 1.63

1.5.2.4 Найти время регулирования системы (рисунок 1.64)

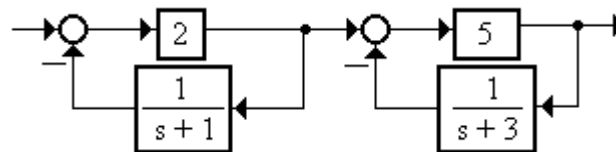


Рисунок 1.64

1.5.2.5 Найти $t_{\text{рег}}$ и σ системы (рисунок 1.65), если $k = 3$

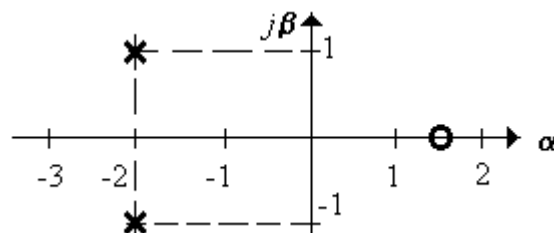


Рисунок 1.65

1.5.2.6 Рассчитать перерегулирование и время регулирования для системы (рисунок 1.66)

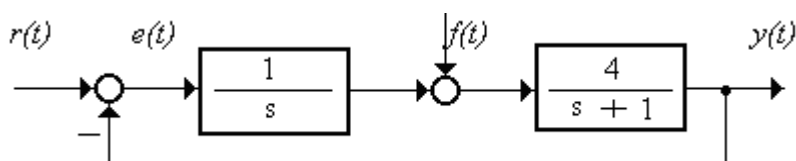


Рисунок 1.66

1.5.2.7 Оценить приблизительно $t_{\text{рег}}$ и σ системы (рисунок 1.67) для произвольного значения k

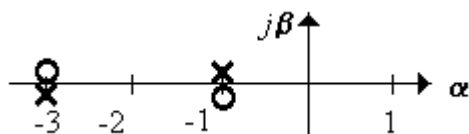


Рисунок 1.67

1.5.3 Частотные методы оценки качества регулирования

Особые частоты: ω_+ – граница интервала частот положительности ВЧХ, ω_0 – частота собственных колебаний, $\omega_{\text{сущ}}$ – граница интервала существенных частот, вне которого текущее значение функции уже не превышает $(0,05 \dots 0,1)P(0)$.

Общие принципы оценки качества по вещественной частотной характеристике $P(\omega)$:

- $P(0) = h(\infty) = k_{\text{уст}}$ – конечное значение переходной характеристики численно равно начальному значению ВЧХ;
- $P(\infty) = h(0)$ – начальное значение переходной характеристики численно равно конечному значению ВЧХ;
- $a \cdot P(\omega) \div a \cdot h(t)$ – кратность изменения масштаба ВЧХ и переходной характеристики одинакова;
- $P(a \cdot \omega) \div h(t/a)$ – расширение полосы рабочих частот ведет к соразмерному повышению быстродействия системы;
- время регулирования $\pi/\omega_+ < t_{\text{рег}} < 4\pi/\omega_+$,
- перерегулирование σ определяется по форме ВЧХ:
 - а) если ВЧХ монотонно убывает, то перерегулирование $\sigma = 0$;
 - б) если ВЧХ является положительной невозрастающей функцией, то перерегулирование $\sigma < 18 \%$;

в) если ВЧХ имеет подъем от $P(0)$, то $\sigma = \frac{1,18 \cdot P_{\text{max}+} - P(0)}{P(0)} 100\%$;

г) если ВЧХ имеет отрицательный минимум со значением более $0,1 P(0)$, то с его учетом $\sigma = \frac{1,18 \cdot P_{\text{max}+} + 0,277 |P_{\text{min}-}| - P(0)}{P(0)} 100\%$;

д) если ВЧХ терпит разрыв при $\omega = \omega_0$, система совершает незатухающие колебания, $t_{\text{рег}} \rightarrow \infty$ и показатели качества не определяются.

При оценке качества регулирования по АЧХ обычно вычисляют значение частотного показателя колебательности, равное отношению максимума характеристики к ее начальному значению $M = A_M/A(0)$. При $M = 1$ переходная характеристика системы не колебательна, при $M \rightarrow \infty$ система находится на границе устойчивости, наблюдаются незатухающие колебания с частотой ω_0 . Оптимальными считаются значения $M = 1,1..1,5$, которым соответствует перерегулирование 10-30 % и запас по фазе 30-50°.

Пример 1. Оценить значение частотного показателя колебательности системы по её АЧХ (рисунок 1.68).

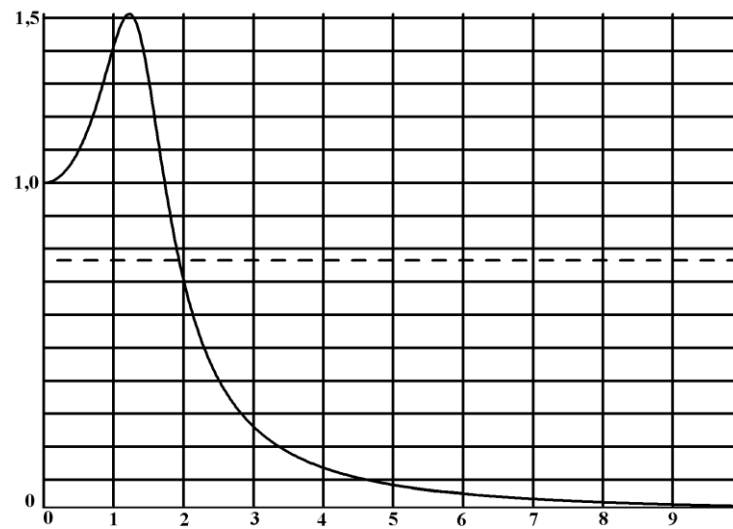


Рисунок 1.68

Максимальное значение АЧХ равно 1,51, следовательно, показатель колебательности $M = 1,51/1,0 = 1,51$, что ещё удовлетворяет минимальному запасу по фазе 30° и перерегулированию 30 %.

Пример 2. Найти значение перерегулирования и времени регулирования системы по заданной АФЧХ (рисунок 1.69)

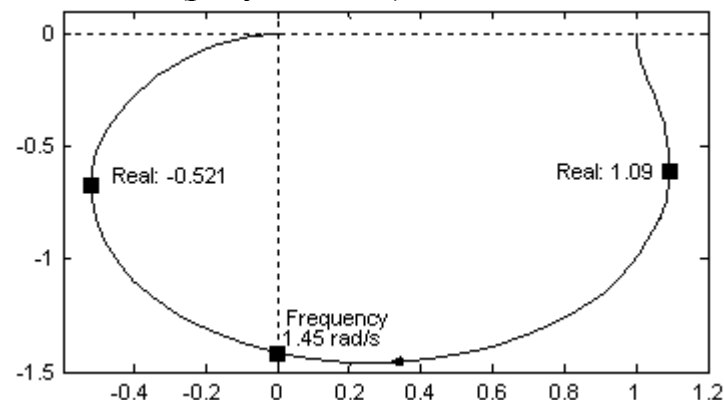


Рисунок 1.69

Частота $\omega_+ = 1,45$ рад/с, положительный максимум ВЧХ равен 1,09 при начальном значении $P(0) = 1,0$, отрицательный минимум 0,521. Отсюда получаем перерегулирование

$$\sigma = \frac{1,18 \cdot P_{\max} + 0,277 |P_{\min}| - P(0)}{P(0)} 100\% =$$

$$= (1,18 \cdot 1,09 + 0,277 \cdot 0,521 - 1,0) \cdot 100 = 43,1 \%$$

и время регулирования не более $4\pi/\omega_+ = 4 \cdot 3,1415926/1,45 = 8,67$ с.

Задания для самостоятельного решения.

1.5.3.1 Оценить $t_{\text{рег}}$ и σ системы с ПФ $W(s) = 4/(s^2 + 6s + 8)$, используя частотный метод.

1.5.3.2 Найти оценки показателей качества по ВЧХ (рисунок 1.70), считая $\omega_+ = \omega_{\text{сущ}}$

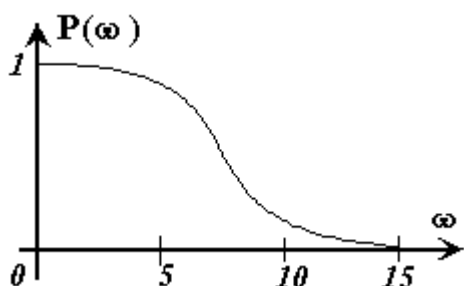


Рисунок 1.70

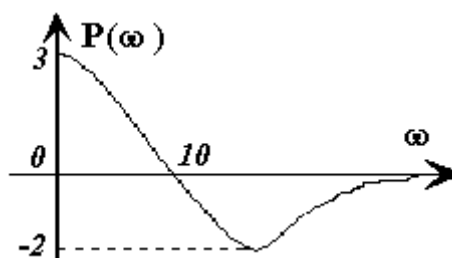


Рисунок 1.71

1.5.3.3 Найти по вещественной частотной характеристике $P(\omega)$ показатели качества переходного процесса σ , $t_{\text{рег}}$ (рисунок 1.71)

1.5.3.4 Найти частотным методом показатели качества σ и $t_{\text{рег}}$ после замыкания системы, если передаточная функция разомкнутой системы равна $W(s) = 9/(s^2 + 11s + 1)$.

1.5.3.5 Оценить частотным методом установившуюся ошибку системы с передаточной функцией $W(s) = 9/(s^3 + 2s^2 + 6s + 10)$.

1.5.4 Интегральные оценки качества переходных процессов

Интегральные показатели качества регулирования дают совокупную оценку быстродействия и колебательности без вычисления их значений. Они характеризуют отклонение реального переходного процесса от заданного идеального.

Интегральная линейная оценка (ИЛО) определяется площадью отклонения реального процесса от идеального ступенчатого. Для обеспечения требуемых динамических свойств САУ необходимо выразить величину J_1 через коэффициенты передаточной функции системы

$$J_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{W(0) - W(s)}{s},$$

где $W(0)$ – значение передаточной функции в установившемся режиме (при $s = 0$), а затем найти оптимальные значения варьируемых параметров, соответствующих минимуму J_1 .

Пример 1. Для системы с передаточной функцией

$$W(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}$$

линейная интегральная оценка

$$J_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k - \frac{k(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k(T_2 - T_1)}{T_2 s + 1} = k(T_2 - T_1)$$

зависит от соотношения постоянных времени T_1 и T_2 . Минимум оценки достигается при их равенстве.

Задания для самостоятельного решения.

1.5.4.1 При каком значении k интегральная линейная оценка минимальна, если ПФ системы равна $W(s) = ks/(Ts + 1)$.

1.5.4.2 Оценить вид интегральной линейной оценки для системы с передаточной функцией $W(s) = (b_0 s + b_1)/(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)$.

1.5.4.3 Найти интегральную линейную оценку для системы с передаточной функцией $W(s) = (s + 1)/(s^2 + 2s + 1)$.

1.5.4.4 Чему равна интегральная оценка J_1 для системы с передаточной функцией $W(s) = k/(Ts + 1)$.

1.5.4.5 Оценить влияние T на величину J_1 , если передаточная функция системы равна $W(s) = 2s/(Ts^2 + 2s + 2)$.

1.5.5 Точность в установившемся режиме

Установившаяся ошибка характеризует точность системы в статическом режиме и равна отклонению действительного значения регулируемой величины от заданного. Система с нулевой установившейся ошибкой $\varepsilon(\infty) = 0$ называется астатической, а при $\varepsilon(\infty) \neq 0$ и система и ошибка называются статическими.

Ошибка зависит от вида входного воздействия, места его приложения и степени астатизма ν (числа нулевых полюсов) разомкнутой системы. По умолчанию подразумевают вход задания $r(t)$ и вид воздействия скачок $1(t)$ при нулевых начальных условиях, в ином случае условия получения ошибки должны оговариваться специально.

Передаточная функция ошибки воспроизведения задания определяется по ПФ разомкнутой системы как $W_\varepsilon(s) = 1/(1 + W_{\text{раз}}(s))$, по передаточной функции замкнутой системы как $W_\varepsilon(s) = 1 - W_{\text{зам}}(s)$.

Относительная величина установившейся ошибки называется коэффициентом статизма (статизмом) системы по соответствующему каналу:

$$S_r = \frac{\varepsilon_r(\infty)}{r} = \frac{1}{1+k_c} \text{ – статизм от задания } r(t),$$

$$S_f = \frac{\varepsilon_f(\infty)}{f} = \frac{k_0}{1+k_c} \text{ – статизм от возмущения } f(t).$$

Здесь k_0 – коэффициент усиления объекта регулирования. Ошибку регулирования и статизм можно уменьшить, увеличивая общий коэффициент усиления системы k_c , а по заданной величине статизма (относительной статической ошибки) системы можно выбрать требуемый коэффициент усиления.

Интеграторы с ПФ вида k/s , добавляемые вне цепи прямой связи сигнала ошибки, увеличивая порядок астатизма разомкнутой системы, позволяют полностью устранить ошибки статическую, по скорости, по ускорению.

Установившийся динамический режим имеет место при возмущенном движении системы с момента затухания свободной составляющей переходного процесса. Если входное воздействие аппроксимируется полиномом от t , т.е. разлагается в степенной ряд

$$r(t) = \left(A_0 + A_1 t + A_2 \frac{t^2}{2} + \dots + A_m \frac{t^m}{m!} \right) \cdot 1(t),$$

для расчета вынужденной составляющей ошибки используют метод коэффициентов ошибок. По этому методу передаточную функцию ошибки представляют в виде аналогичного ряда

$$W_\varepsilon(s) = C_0 + C_1 s + C_2 s^2 + \dots + C_m s^m,$$

где C_0 – коэффициент статической (позиционной) ошибки от $k \times 1(t)$;
 C_1 – коэффициент ошибки по скорости от линейной функции kt ,
 C_2 – коэффициент ошибки по ускорению от функции kt^2 .

Сравнивая две формы записи передаточной функции ошибки, находят значения коэффициентов ошибок (в обоих случаях полиномы нужно начать со свободного члена, а дробь пронормировать по свободному члену знаменателя)

$$W_\varepsilon(s) = \frac{b_m + b_{m-1}s + \dots + b_0 s^m}{a_n + a_{n-1}s + \dots + a_0 s^n} = C_0 + C_1 s + C_2 s^2 + \dots + C_m s^m;$$

$$s^0 \rightarrow b_m = a_n C_0 \quad \rightarrow C_0 = \frac{1}{a_n} b_m,$$

$$s^1 \rightarrow \quad \rightarrow C_1 = \frac{1}{a_n} (b_{m-1} - a_{n-1} C_0),$$

$$s^2 \rightarrow \quad \rightarrow C_2 = \frac{1}{a_n} (b_{m-2} - a_{n-2} C_0 - a_{n-1} C_1) \text{ и т.д.}$$

Обычно вычисляют не более трех первых коэффициентов ошибок. Коэффициенты передачи составляющих входного воздействия вычисляются по ПФ разомкнутой системы и называются:

$$K_{\tilde{y}0} = \frac{b_m}{a_n} \quad - \text{позиционная добротность};$$

$$a_n = 0, \quad K_{\Omega} = \frac{b_m}{a_{n-1}} \quad - \text{добротность по скорости};$$

$$a_n = 0, \quad a_{n-1} = 0, \quad K_{\varepsilon} = \frac{b_m}{a_{n-2}} \quad - \text{добротность по ускорению}.$$

Пример 1. Пусть допустимая статическая ошибка воспроизведения скачка задания не должна превышать значения $\varepsilon(\infty) = 2\%$ или $\varepsilon(\infty) = 0,02$. Для этого необходимо иметь полный коэффициент усиления системы не менее

$$0,02 = \frac{1}{1 + k_c} \Rightarrow k_c = \frac{1 - 0,02}{0,02} = 49.$$

Пример 2. Определить полную статическую ошибку для системы (рисунок 1.72), полагая, что $r(t) = 1(t)$, $f(t) = 2,2(t)$.

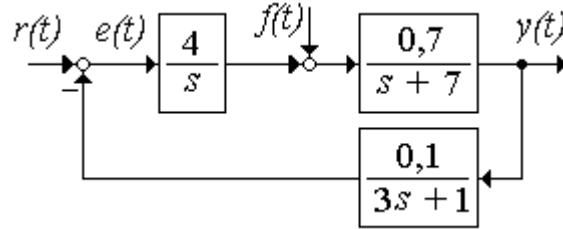


Рисунок 1.72

Выражение для суммарной ошибки в операторной форме

$$E(s) = \frac{s(s+7)(3s+1)}{s(s+7)(3s+1) + 0,028} R(s) - \frac{0,07s}{s(s+7)(3s+1) + 0,028} F(s).$$

Поскольку изображения входных сигналов равны $1/s$ и $2,2/s$, полная статическая ошибка будет равна $e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = 0$. Благодаря интегратору $4/s$, значение ошибки от величины задания $r(t)$ и возмущения $f(t)$ не зависит. Система является астатической относительно обоих воздействий.

Пример 3. Определить три первых коэффициента ошибки, вынужденную составляющую ошибки от воздействия $r = r_0 + vt + at^2/2$ и добротность по скорости для системы, имеющей в разомкнутом состоянии ПФ $W(s) = \frac{k}{s + a_1 s^2 + a_0 s^3}$.

Находим передаточную функцию по каналу ошибки

$$W_{\varepsilon}(s) = \frac{1}{1+W_{\text{дв}}(s)} = \frac{s+a_1s^2+a_2s^3}{k+s+a_1s^2+a_2s^3} = \frac{\frac{1}{k}s + \frac{a_1}{k}s^2 + \frac{a_2}{k}s^3}{1 + \frac{1}{k}s + \frac{a_1}{k}s^2 + \frac{a_2}{k}s^3}.$$

Используя нормированную по k передаточную функцию, найдем три первых коэффициента ошибок

$$C_0 = 0, \quad C_1 = \frac{1}{k} - 0 = \frac{1}{k}, \quad C_2 = \frac{a_1}{k} - \frac{1}{k^2} - 0 = \frac{a_1k - 1}{k^2}.$$

В общем виде вынужденная составляющая ошибки воспроизведения задающего воздействия равна $\varepsilon_r(t) = C_0 r(t) + C_1 r'(t) + C_2 r''(t)$. Для задающего воздействия $r = r_0 + vt + at^2/2$ находим производные $r' = v + at$, $r'' = a$ и установившуюся динамическую ошибку в любой момент времени $\varepsilon_r(t) = \frac{1}{k}(v + at) + \frac{a_1k - 1}{k^2}a$. Добротность по скорости вычисляем по ПФ разомкнутой системы $K_{\Omega} = b_m/a_{n-1} = k/1 = k$.

Задания для самостоятельного решения.

1.5.5.1 Для системы (рисунок 1.73) определить относительную статическую и скоростную ошибки при $r(t) = 5t \times 1(t)$

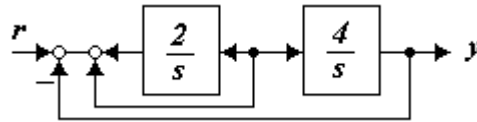


Рисунок 1.73

1.5.5.2 Оценить статизм системы (рисунок 1.74) после замыкания ($k = 2$)

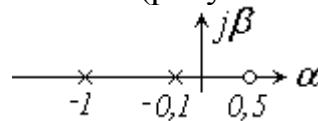


Рисунок 1.74

1.5.5.3 Рассчитать коэффициенты ошибок системы (рисунок 1.75) относительно задания

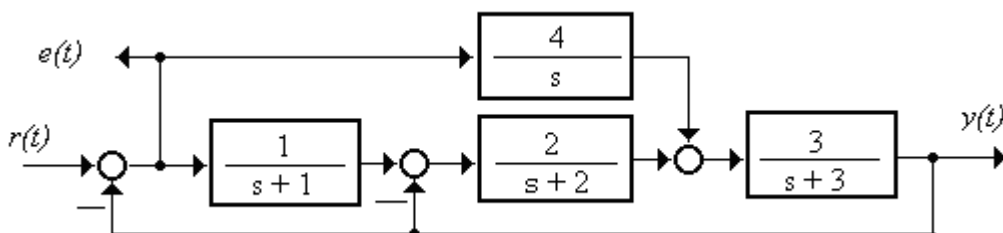


Рисунок 1.75

1.5.5.4 Найти коэффициенты ошибок по заданию C_0, C_1, C_2 системы (рисунок 1.76)

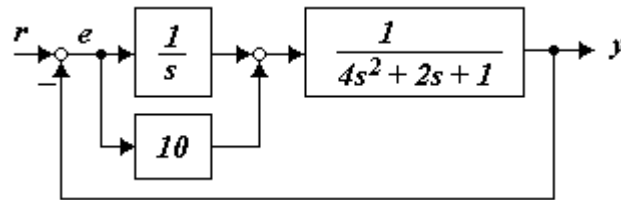


Рисунок 1.76

1.5.5.5 Определить величину установившейся ошибки в системе (рисунок 1.77)

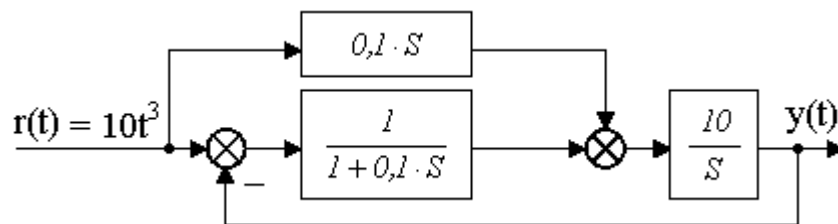


Рисунок 1.77

1.5.5.6 Для САУ с передаточной функцией разомкнутой системы $W(s) = (s+1)^2 / s^3$ вычислить три первых коэффициента ошибок и оценить величину установившейся ошибки, если $r(t) = 2t^2$.

1.5.5.7 Определить величину установившейся ошибки в системе (рисунок 1.78) при входном воздействии $r(t) = 10t^2$.

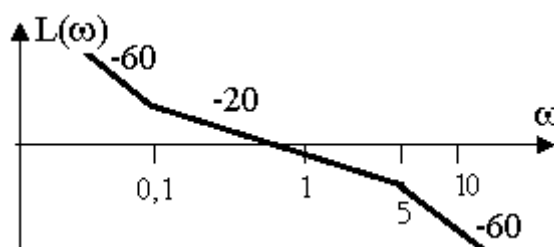


Рисунок 1.78

1.5.5.8 Определить величину установившейся ошибки в системе, если $r(t) = 10t$ и передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W(s) = \frac{12(0,5s + 1)}{s^2(0,25s + 1)}.$$

1.5.5.9 Написать общую формулу для определения при полиномиальном входном воздействии статической ошибки системы (рисунок 1.79). Определить статическую ошибку данной системы при $r(t)=1+2t$.

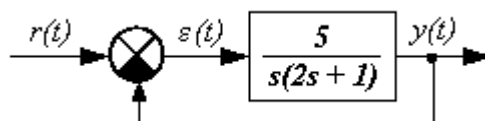


Рисунок 1.79

2 Многомерные системы регулирования

2.1 Переход к пространству состояний

При описании системы переменными состояния дифференциальному уравнению n -го порядка $a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = b_0 u$ соответствует система n дифференциальных уравнений первого порядка в нормальной форме Коши, разрешенных относительно производной.

Для перехода от ОДУ по методу фазовых переменных за первую переменную состояния принимают выходную величину, за остальные переменные состояния принимают $n-1$ производную выходной величины. Обязательно сначала нужно нормировать дифференциальное уравнение, т.е. делить обе части уравнения на коэффициент $a_0 \neq 1$ при старшей производной выходной функции (на старший коэффициент многочлена знаменателя передаточной функции).

Если порядок $m \neq 0$ многочлена числителя ПФ меньше порядка n многочлена знаменателя, общий коэффициент ПФ (коэффициент перед правой частью ОДУ) записывается в уравнение для старшей переменной состояния, а коэффициенты многочлена числителя – в обратном порядке в уравнение выхода.

По системе уравнений составляется матрица состояния **A** (из коэффициентов при x) и матрица входа **B** (из коэффициентов при входном воздействии u), по уравнению выхода составляется матрица выхода **C** (из коэффициентов при x)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Сопровождающая матрица **A** (матрица Фробениуса) может быть записана прямо по ОДУ (по характеристическому полиному системы)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a_n}{a_0} & -\frac{a_{n-1}}{a_0} & -\frac{a_{n-2}}{a_0} & \dots & -\frac{a_1}{a_0} \end{bmatrix}.$$

По уравнениям состояния или матрицам **A**, **b**, **c** указанного вида легко восстановить ПФ или ОДУ, учитывая, что в последней строке сопровождающей матрицы **A** записаны с конца, с обратным знаком коэффициенты нормированного характеристического многочлена, а в матрице **c** – коэффициенты многочлена числителя передаточной функции в обратном порядке.

Пример 1. Дифференциальное уравнение объекта управления $\ddot{y} + 5\dot{y} + 7y = 10u$. Выбираем переменные состояния $x_1 = y$; $x_2 = \dot{y} = \dot{x}_1$. В нормиро-

вании нет необходимости. Записываем для каждой из переменных состояния дифференциальное уравнение первого порядка, добавляем общее алгебраическое уравнение выхода

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -7x_1 - 5x_2 + 10u. \end{cases}$$

$$y = x_1$$

Пример 2. Пусть модель объекта управления имеет вид $2\ddot{y} + 5\dot{y} + 7y = 10\dot{u} + 6u$, тогда после нормирования (деления на 2), считая общий коэффициент перед правой частью уравнения равным единице, получим описание системы в пространстве состояний матрицами

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3,5 & -2,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [3 \quad 5].$$

Задания для самостоятельного решения.

2.1.1 Записать передаточную функцию объекта регулирования, представленного в пространстве состояний моделью

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2,5 & 1,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [3,2 \quad 0]$$

2.1.2 Определить коэффициент усиления в установившемся режиме

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = [1 \quad 0 \quad 0] \cdot \mathbf{x}(t)$$

2.1.3 Записать матрицы коэффициентов **A**, **B**, **C** для системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 - 3x_2 + f \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 + x_2 - 2x_3 + 0,2u \end{cases}$$

$$\begin{cases} e = -x_1 + 0,5u \\ y = x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

2.1.4 Составить уравнения состояния и выхода по дифференциальному уравнению объекта регулирования $3\ddot{y} + 6\dot{y} + 9y = 1,5\dot{u} + 6u$.

2.1.5 Определить матрицы **A**, **b**, **c** по дифференциальному уравнению объекта регулирования $0,5y^{(3)} + y^{(2)} + 2y^{(1)} + 4y = 3u^{(2)} + 5u$.

2.1.6 По модели объекта $2x'' + 3x' - 4x = u$, $y = x - 2x'$ записать уравнения состояния и наблюдения.

2.2 Канонические представления

Стандартные формы описания систем в пространстве состояний с сопровождающей матрицей **A** называются каноническими. Это каноническая управляемая форма (с упрощенной матрицей **b**) и каноническая наблюдаемая форма (с упрощенной матрицей **c**).

При $m = n$, т.е. одинаковых степенях полиномов числителя и знаменателя ПФ, появляется ненулевая матрица обхода **d**, которая содержит коэффициенты при входных воздействиях в уравнении выхода. Если матрица **d** нулевая, её можно не писать.

Пусть $W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} + a_n}$, $m = n$, тогда вычисления для перехода

да к канонической управляемой форме имеют вид

$$d = b_0; \quad c_1 = b_m - a_n \cdot d; \quad c_2 = b_{m-1} - a_{n-1} \cdot d \dots \text{ и т.п.}$$

При $d = b_0 = 0$ ($m < n$) в матрицу **c** просто записываются коэффициенты числителя передаточной функции, начиная со свободного члена.

Другой способ перехода к канонической управляемой форме: нужно разделить числитель ПФ на ее знаменатель, получившееся отдельно стоящее слагаемое (частное) поместить в матрицу **d**, а коэффициенты числителя полученной рациональной дроби (остатка) записать в матрицу **c** как обычно, начиная со свободного члена.

Порядок расчета элементов матриц **b** и **d** для перехода к канонической наблюдаемой форме (в этом случае элементы матрицы **b** необходимо вычислять даже при нулевой матрице **d**, т.е. при $m < n$).

Пусть $W(s) = \frac{k_0 s^m + k_1 s^{m-1} + \dots + k_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}$, $m = n$, тогда

$$\begin{aligned} D &= k_0 = b_0, \\ b_1 &= k_1 - b_0 a_1, \\ b_2 &= k_2 - b_0 a_2 - b_1 a_1, \\ b_3 &= k_3 - b_0 a_3 - b_1 a_2 - b_2 a_1 \dots \end{aligned}$$

К стандартным формам относится также описание с диагональной (модальной) матрицей **A**, когда по главной диагонали матрицы записывают её собственные значения (корни характеристического уравнения). К описанию с диагональной матрицей **A** переходят путем разложения исходного выражения на простые дроби.

Если матрица **A** не сопровождающая, а произвольного вида, ее характеристический многочлен нужно вычислять как определитель $D(s) = |s\mathbf{1} - \mathbf{A}|$, где s – комплексная переменная Лапласа, **1** – единичная матрица.

Корни характеристического уравнения $D(s) = |s\mathbf{1} - \mathbf{A}| = 0$ являются собствен-

ными значениями матрицы $\mathbf{A}$. Матрицы подобны, если имеют одинаковые собственные значения (характеристические многочлены и их корни).

Многомерная система устойчива, если все собственные значения матрицы состояний $\mathbf{A}$ имеют отрицательную действительную часть, иначе – все корни характеристического полинома являются левыми. Вычислив характеристическое уравнение системы $|s\mathbf{1} - \mathbf{A}| = 0$, можно оценить ее устойчивость любым из известных способов.

Пример 1. Передаточная функция объекта $W(s) = \frac{3s^2 + 2s + 1}{s^2 + 2s + 3}$.

Каноническое управляемое представление (нормирование по a_0 не требуется, матрица $\mathbf{b}$ имеет стандартный вид, всегда одинаковый)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{где} \quad \begin{aligned} d &= b_0 = 3, \\ c_1 &= b_2 - a_2 d = 1 - 9 = -8, \\ c_2 &= b_1 - a_1 d = 2 - 6 = -4. \end{aligned}$$

$$\mathbf{c} = [-8 \quad -4]; \quad \mathbf{d} = [3]$$

Пример 2. По уравнению $y^{(3)} + 2y^{(2)} + 3y^{(1)} + 4y = 5u^{(1)} + 6u$ составим каноническую наблюдаемую форму. Нормирование по старшему коэффициенту знаменателя при s^n не требуется, так как он уже равен единице, многочлен числителя ПФ дополняем коэффициентами до той же степени, что и многочлен знаменателя

$$W(s) = \frac{0s^3 + 0s^2 + 5s + 6}{s^3 + 2s^2 + 3s + 4}, \quad \begin{aligned} b_1 &= 0 - 2 \cdot 0 = 0 \\ b_2 &= 5 - 2 \cdot 0 - 0 \cdot 3 = 5 \\ b_3 &= 6 - 5 \cdot 2 - 0 \cdot 3 - 0 \cdot 4 = -4 \end{aligned}$$

матрица $\mathbf{d}$ нулевая, поскольку $m < n$, и окончательно (матрица $\mathbf{c}$ имеет стандартный вид, всегда одинаковый)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 0 \quad 0]; \quad \mathbf{d} = [0].$$

Пример 3. Перейти к переменным состояния разложением на простые дроби заданной передаточной функции

$$W(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+3} = \frac{0,5}{s+1} + \frac{0,5}{s+3}.$$

Коэффициенты на главной диагонали матрицы $\mathbf{A}$ равны её собственным значениям (полюсам системы) $s_1 = -1$, $s_2 = -3$; структурная схема соответствует рисунку 2.1. Матрицы $\mathbf{b}$ и $\mathbf{c}$ включены последовательно, поэтому, если вычеты 0,5 и 0,5 вписаны в матрицу $\mathbf{b}$ (как показано), то в матрицу $\mathbf{c}$ записываются единицы, и наоборот.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 0,5u \\ \dot{x}_2 = -3x_2 + 0,5u \end{cases} \text{ или } \begin{bmatrix} \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = x_1 + x_2 \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \end{bmatrix}$$

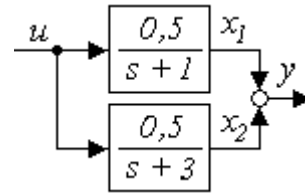


Рисунок 2.1

Пример 4. Оценить устойчивость системы, проверить подобие матрицы $\mathbf{A}$ и матрицы $\mathbf{AA}$

Система $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$; $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$; $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, матрица $\mathbf{AA} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Характеристическая матрица

$$(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 5 & s+6 \end{bmatrix}.$$

Характеристический многочлен (определитель характеристической матрицы) $\det(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = s(s+6) + 5 = s^2 + 6s + 5$. По критерию Гурвица система устойчива, т.к. все коэффициенты характеристического многочлена положительны.

Характеристический многочлен матрицы $\mathbf{AA} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ равен

$|s\mathbf{1} - \mathbf{AA}| = \begin{vmatrix} s+5 & 0 \\ 0 & s+1 \end{vmatrix} = s^2 + 6s + 5$. Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{AA}$ подобны, поскольку равны их характеристические многочлены.

Задания для самостоятельного решения.

2.2.1 Оценить устойчивость системы

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & 1 \end{bmatrix} * \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} * \mathbf{x}(t)$$

2.2.2 Описать в пространстве состояний каноническим наблюдаемым представлением, найдя передаточную функцию (рисунок 2.2)

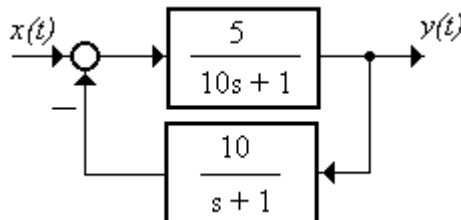


Рисунок 2.2

2.2.3 Описать каноническим управляемым представлением систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 3u \\ y = x_1 + 4x_2 \end{cases}$$

2.2.4 Описать в пространстве состояний с диагональной матрицей $\mathbf{A}$ объект, имеющий передаточную функцию

$$W(s) = \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)}.$$

2.2.5 Представить канонической наблюдаемой формой систему $2y^{(4)} + 3y^{(3)} + 4y^{(2)} + 6y^{(1)} + y = u^{(2)} + 2u^{(1)} + 3u$.

2.3 Описание по структурной схеме

На структурной схеме переменные состояния могут быть назначены разным образом, поэтому и описания системы в пространстве состояний будут отличаться. Все матрицы имеют нестандартный вид. Однако переменная всегда назначается на выходе блока с s в знаменателе, а ОДУ первого порядка для каждого такого блока записывают в зависимости от вида знаменателя:

а) звено с нулевым корнем в знаменателе (рисунок 2.3, а)

$$dx_1/dt = kx_2 \text{ или } \dot{x}_1 = kx_2;$$

б) звено с действительным корнем, две формы (рисунок 2.3, б)

$$\frac{dx_1}{dt} = kx_2 - \alpha x_1 \text{ или } \dot{x}_1 = kx_2 - \alpha x_1; \quad \dot{x}_1 = \frac{1}{T}(kx_2 - x_1).$$

Правая часть после нормирования равна произведению входа на числитель минус произведение выхода на коэффициент знаменателя.

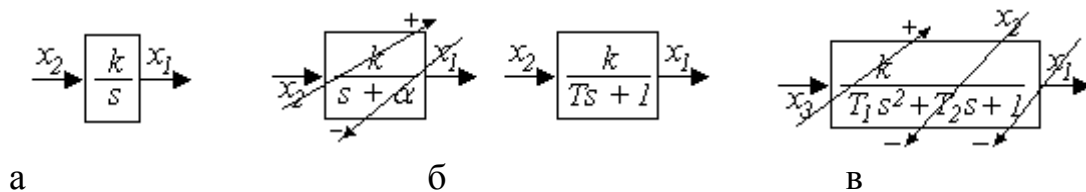


Рисунок 2.3

Звено с комплексными сопряженными корнями (рисунок 2.3, в), не разлагается на два простых, поэтому вводят условно переменную состояния с промежуточным индексом и составляют два уравнения

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = \frac{1}{T_1}(kx_3 - T_2x_2 - x_1).$$

Эта запись соответствует переходу от дифференциального уравнения к канонической форме наблюдаемости с нормированием по старшему коэффициенту знаменателя

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1} & -\frac{T_2}{T_1} \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{T_1} \end{bmatrix}; \mathbf{c} = [1 \quad 0].$$

Любой блок порядка $n > 1$ может быть описан с использованием канонической наблюдаемой формы без его разложения на простые звенья. В особенности это важно, если блок имеет нули, т.е. порядок многочлена числителя его передаточной функции не ниже единицы.

$$W(s) = \frac{0s^2 + 0s + k/T_1}{s^2 + T_2/T_1 s + 1/T_1} \rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/T_1 & -T_2/T_1 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ k/T_1 \end{bmatrix}.$$

Умножая матрицу $\mathbf{A}$ на вектор $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ и вектор $\mathbf{b}$ на вход x_3 , получаем систему уравнений, которую затем совмещаем с уравнениями оставшейся части структурной схемы.

Поскольку в пространстве состояний не могут быть отдельно описаны дифференцирующие и форсирующие звенья с $m > n$, то, получив в правой части уравнения дополнительную производную с индексом, меньшим текущего номера уравнения, ее пробуют выразить через значение, полученное ранее, в предыдущих дифференциальных уравнениях. Обычно это имеет место при обратных связях через s .

Пример 1. Описать систему (рисунок 2.4, а)

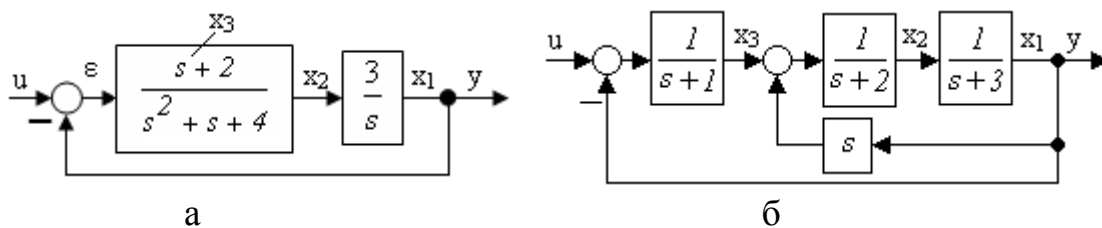


Рисунок 2.4

Сначала рассматриваем сложный блок с переменной s в числителе, учитывая, что вектор $\mathbf{c}$ для него составлен единственной единицей и в вычислениях не нуждается, а переменная состояния на выходе блока имеет индекс 2:

$$\begin{aligned} d &= k_0 = 0 \\ b_1 &= 1 - 0 = 1 \\ b_2 &= 2 - 1 - 0 = 1 \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \varepsilon$$

Затем описываем всю систему, включая в нее этот блок:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_2 \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_2 = 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 + 1 \cdot \varepsilon \\ \dot{x}_3 = -4 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 + 1 \cdot \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 + u - x_1 \\ -4x_2 - 1 \cdot x_3 + u - x_1 \end{bmatrix} \\ y = x_1; \end{cases}$$

и окончательно

$$\begin{aligned} [\dot{x}] &= \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & -1 \end{bmatrix} \cdot [x] + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u \\ y &= [1 \ 0 \ 0] \cdot [x] \end{aligned}$$

Пример 2. Составляя уравнения состояния для случая, когда в цепи обратной связи есть звено дифференцирования с s (рисунок 2.4, б) учитываем, что умножение на s в операторной области соответствует взятию производной во временной области.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -3x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_2 + \dot{x}_1 + x_3 = -2x_2 - 3x_1 + x_2 + x_3 = -3x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_1 - x_3 + u \end{aligned}$$

Поскольку в правой части уравнений производных быть не должно, вместо производной подставляется ее значение, вычисленное ранее. Окончательно

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \ 0 \ 0]; \quad \mathbf{d} = [0].$$

Задания для самостоятельного решения.

2.3.1 По структурной схеме (рисунок 2.5) составить полное описание системы в пространстве состояний матрицами $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ и $\mathbf{d}$

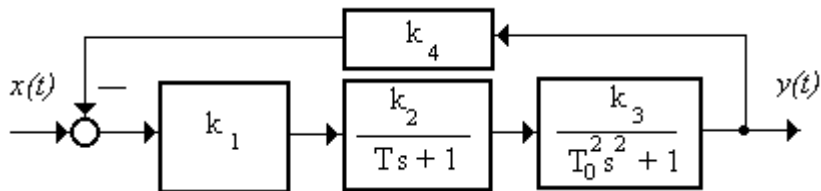


Рисунок 2.5

2.3.2 Найти, чему равна матрица $\mathbf{d}$ системы (рисунок 2.6)

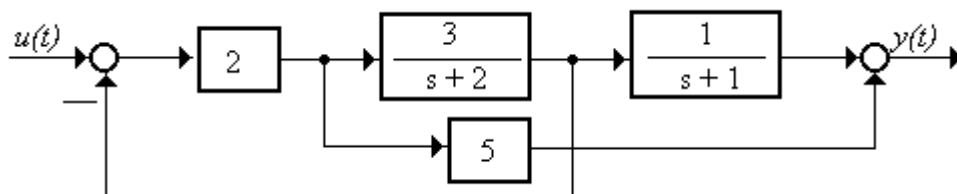


Рисунок 2.6

2.3.3 Описать переменными состояниями систему (рисунок 2.7)

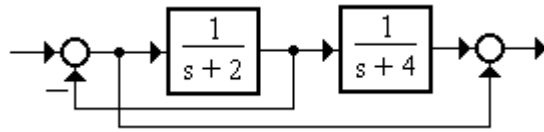


Рисунок 2.7

2.3.4 Описать переменными состояниями систему (рисунок 2.8)

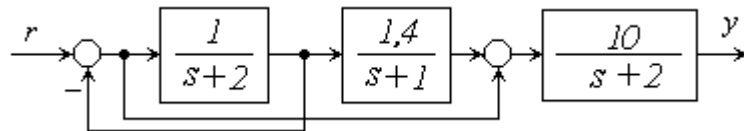


Рисунок 2.8

2.3.5 Описать переменными состояниями систему (рисунок 2.9)

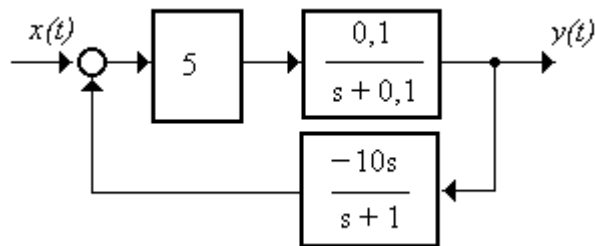


Рисунок 2.9

2.3.6 Описать переменными состояниями систему (рисунок 2.10)

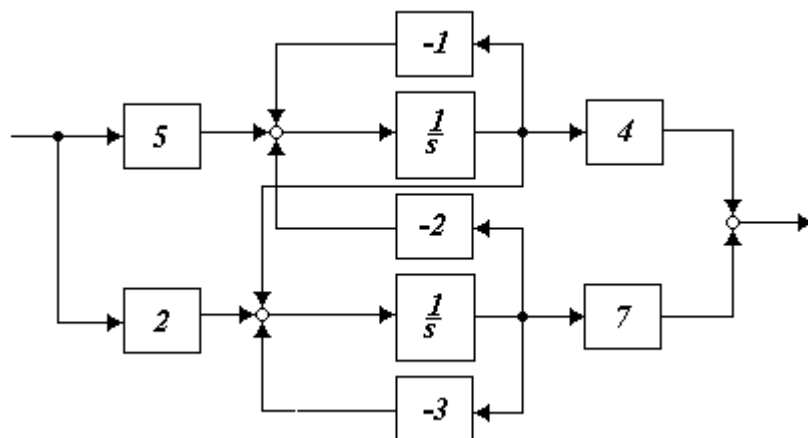


Рисунок 2.10

2.4 Синтез структурной схемы

Независимо от реальной конструкции, система в пространстве состояний

может быть представлена набором интеграторов (звеньев $1/s$, осуществляющих операцию интегрирования входной величины по времени), сумматоров и блоков, воспроизводящих коэффициенты усиления в собственных и перекрестных связях.

Пример 1. Перейдем от матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 1 \quad 0]; \quad \mathbf{d} = [0].$$

к структурной схеме (рисунок 2.11), для чего выбираем число звеньев (равно порядку матрицы $\mathbf{A}$), определяем корни знаменателей ПФ по диагональным элементам матрицы $\mathbf{A}$ ($s = -1$ у блока с переменной x_1 на выходе и $s = -3$ у блока с переменной x_3), находим коэффициенты прямых связей – числители ПФ блоков между x_2 и x_1 , между x_3 и x_2 (оба числителя равны 1). В схеме имеются две отрицательные обратные связи: единичная ООС от x_1 к x_3 и с коэффициентом 3 от x_2 к x_3 . На входе системы находится блок с коэффициентом 2, выход y связан с системой через коэффициенты 1 матрицы $\mathbf{c}$.

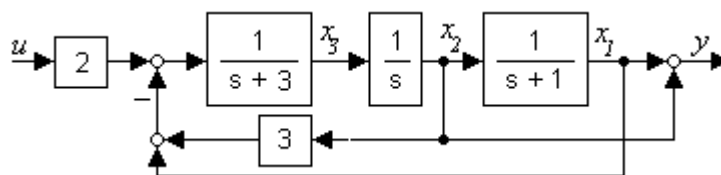


Рисунок 2.11

Пример 2. Построить структурную схему объекта, заданного системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1' = -x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2' = -3x_1 - 5x_2 + 7u \\ y = x_1 + x_2 \end{cases}$$

Порядок объекта равен двум, используем два интегратора с сумматором на входе каждого. Назначаем переменные на выходах интеграторов, двигаясь от выхода схемы ко входу, значения всех производных формируются на входе интеграторов. Проводим связи на входы сумматоров в соответствии с видом уравнений. Например, производная x_1' образуется на входе последнего интегратора суммированием выходной переменной x_1 (с минусом) и переменной x_2 , взятой с коэффициентом 2 (смотри первую строку системы дифференциальных уравнений). Сумматор на выходе необходим для образования выходной величины из переменных состояния, взятых с соответствующими коэффициентами $y = x_1 + x_2$ (рисунок 2.12).

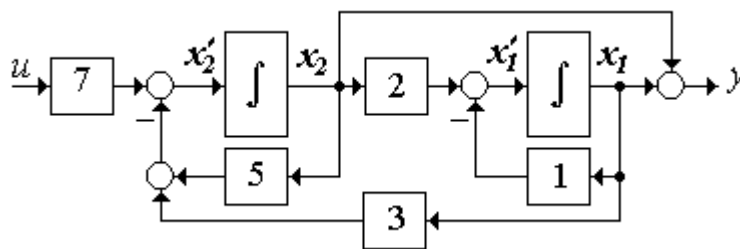


Рисунок 2.12

Пример 3. Построить структурную схему объекта по дифференциальному уравнению $y''' + 7y'' - 3y' + y = 2u$.

Поскольку порядок системы равен трем, используем три интегратора $1/s$, включив их последовательно и установив сумматор на входе первого интегратора слева. К инвертирующему входу этого сумматора подключаем через согласующие сумматоры блоки с коэффициентами (по порядку): a_1 – с выхода первого интегратора, a_2 – с выхода второго интегратора, a_3 – с выхода третьего интегратора.

Если в правой части дифференциального уравнения нет производных, блок с коэффициентом b помещаем на входе главного сумматора (рисунок 2.13), в ином случае необходим еще один сумматор на выходе схемы, к которому через блоки с коэффициентами b_0 – b_n подключают выходы интеграторов.

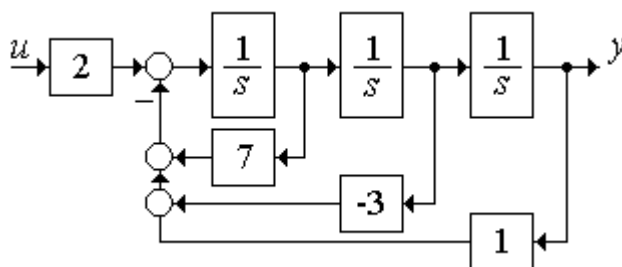


Рисунок 2.13

Задания для самостоятельного решения.

2.4.1 Перейти к структурной схеме от дифференциального уравнения объекта $2y''' + 6y'' + 8y' + 4y = 0, 2u' + u$.

2.4.2 Изобразить структурную схему системы по уравнениям состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -6x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 5x_2 - 3u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

2.4.3 Построить структурную схему на интеграторах

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - x_2 + 0.4u, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 0.3x_2 + 5u, \\ y = 4x_1. \end{cases}$$

2.4.4 Составить структурную схему системы (рисунок 2.14), используя раз-

ложение ПФ на простые дроби

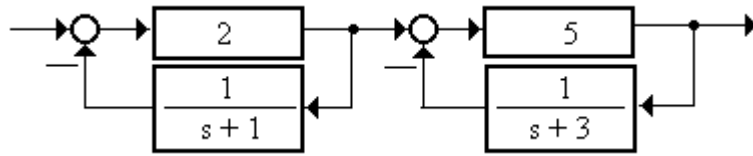


Рисунок 2.14

2.4.5 Составить структурную схему объекта по известной ПФ

$$W(s) = \frac{0,6s + 0,3}{0,1s^2 + 0,8s + 0,22}.$$

2.5 Основные матричные функции

$(s\mathbf{1} - \mathbf{A})$ – характеристическая матрица, аналог характеристического полинома одномерной системы $D(s)$.

$\Phi(s) = (s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1}$ – системная матрица (резольвента), называемая также передаточной матрицей или матрицей передаточных функций (МПФ) для переменных состояния, аналог системной функции $1/D(s)$.

$\mathbf{W}(s) = \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{b} + \mathbf{D}$ – реальная МПФ для назначенных входов и выходов (передаточная матрица выходов), совпадает по виду с $\Phi(s)$ только в частном случае.

Пример 1. Система задана в пространстве состояний матрицами

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 0].$$

Характеристическая матрица

$$(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s+2 \end{bmatrix}.$$

Характеристический полином (определитель характеристической матрицы)
 $\det(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = s^2 + 2s + 1$.

$$\text{Присоединенная матрица } \text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ 1 & s \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix}.$$

Алгоритм вычисления присоединенной матрицы: каждый элемент исходной матрицы $(s\mathbf{1} - \mathbf{A})$ заменяют его алгебраическим дополнением и полученная матрица транспонируется (приложение В).

Резольвента

$$\hat{\mathbf{O}}(s) = (s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{\text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{1} - \mathbf{A})} =$$

$$= \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+2}{s^2 + 2s + 1} & \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \\ \frac{-1}{s^2 + 2s + 1} & \frac{s}{s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix},$$

матрица передаточных функций выходов

$$\mathbf{W}(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{3}{s^2 + 2s + 1}$$

Задания для самостоятельного решения.

2.5.1 Найти индивидуальную передаточную функцию $W_{13}(s)$, переведя в пространство состояний систему

$$W(s) = \frac{12}{(0,5s + 1)(0,1s + 1)s}$$

2.5.2 От структурной схемы (рисунок 2.15) перейти классическим методом к описанию системы в пространстве состояний системной матрицей $\Phi(s)$

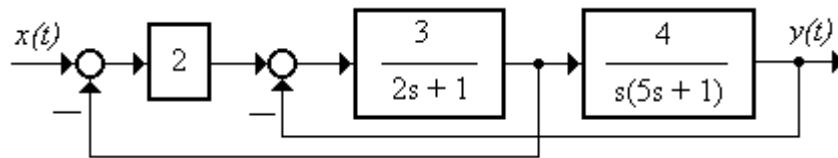


Рисунок 2.15

2.5.3 Вычислить присоединенную матрицу ($k = 3, 4$) системы (рисунок 2.16)

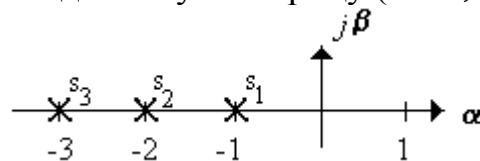


Рисунок 2.16

2.5.4 От структурной схемы (рисунок 2.17) перейти к описанию системы в переменных состояния, вычислить передаточную матрицу выходов

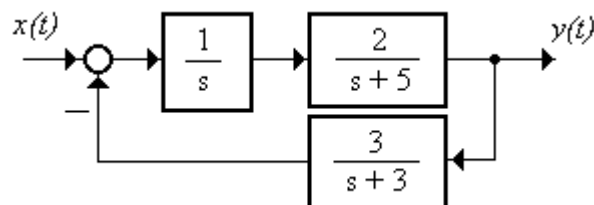


Рисунок 2.17

2.5.5 Определить матрицу $\mathbf{W}(s)$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c} = [2 \quad 0]; \mathbf{d} = [3].$$

2.5.6 Найти характеристическую матрицу системы (рисунок 2.18)

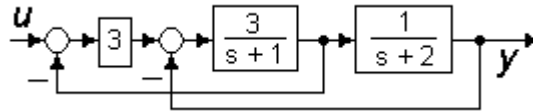


Рисунок 2.18

2.5.7 Определить реальную передаточную матрицу

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -3 & -2 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c} = [0 \quad 0 \quad 1];$$

2.5.8 Найти системную матрицу объекта (рисунок 2.19)

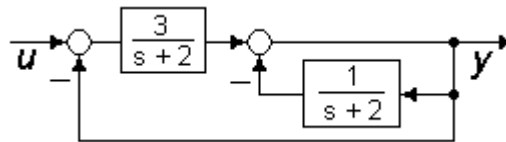


Рисунок 2.19

2.6 Решение уравнения движения

Решение дифференциального уравнения для переменных состояния $\mathbf{x}(t)$, т.е. изменение вектора состояния при известном векторе управления и начальных условиях (внутри системы), в общем виде

$$\mathbf{X}(s) = (s \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{b} \cdot U(s) + (s \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{x}(0).$$

Реакция на выходе системы вычисляется с учетом матрицы $\mathbf{c}$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{c} \cdot \mathbf{X}(s) = \mathbf{c} \cdot (s \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{b} \cdot U(s) + \mathbf{c} \cdot (s \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{x}(0).$$

Свободная составляющая	$\begin{cases} \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{x}(0) \end{cases}$	$\begin{cases} \text{— внутри системы,} \\ \text{— на ее выходах.} \end{cases}$
Вынужденная составляющая	$\hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{b} \cdot U(s)$	— внутри системы,

– на ее выходах.

Если система задана в наблюдаемой форме с упрощенной матрицей $\mathbf{c}$, вместо вектора начальных значений переменных состояния $\mathbf{x}(0)$ может непосредственно использоваться вектор $\mathbf{y}(0)$ начальных значений рассогласования, скорости, ускорения и т. п. на выходе системы. В ином случае необходимо преобразование $\mathbf{y}(0)$ в $\mathbf{x}(0)$ с учетом коэффициентов матрицы $\mathbf{c}$.

Матрицы, элементами которых являются весовые $g_{ij}(t)$ или переходные $h_{ij}(t)$ функции объекта, называются соответственно весовой (импульсной) $\mathbf{g}(t)$ и переходной $\mathbf{h}(t)$ матрицами. Их изображения определяют обычным способом.

$$\mathbf{g}(t) \div \mathbf{G}(s) = [\mathbf{c}\hat{\mathbf{O}}(s)\mathbf{b} + \mathbf{D}] \cdot \mathbf{1} \quad \text{– весовая матрица,}$$

$$\mathbf{h}(t) \div \mathbf{H}(s) = [\mathbf{c}\hat{\mathbf{O}}(s)\mathbf{b} + \mathbf{D}] \cdot \mathbf{1} \frac{1}{s} \quad \text{– переходная матрица.}$$

Пример 1. Найти при $u(t) = \delta(t)$ и начальных условиях $y(0) = 1$; $y'(0) = -1$ уравнения движения системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 0].$$

Система задана в наблюдаемой форме с матрицей $\mathbf{c} = [1 \quad 0]$, поэтому вектор начальных значений переменных формируем по выходу

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Характеристическая матрица

$$(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s+2 \end{bmatrix}.$$

Характеристический полином (определитель характеристической матрицы)
 $\det(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = s^2 + 2s + 1$.

Резольвента $(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{\text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A})}{\det(s\mathbf{1} - \mathbf{A})}$, где присоединенная матрица

$$\text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s+2 & -1 \\ 1 & s \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}(s) &= \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{x}(0) + \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{U}(s) = \\
&= \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \\ -1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot 1 = \\
&= \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \begin{bmatrix} s+2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \\
&= \frac{1}{s^2 + 2s + 1} (s+2-1) + \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \cdot 4 = \frac{s+1}{(s+1)^2} + \frac{4}{(s+1)^2}
\end{aligned}$$

Заменяем по таблице соответствия изображения на оригиналы

$$y(t) = e^{-t} + 4te^{-t}$$

$y_{\hat{n}\hat{a}}(t) \quad y_{\hat{a}\hat{u}\hat{i}}(t)$

Пример 2. Найти изображение реакции на $f(t) = 3e^{-t}$ системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Изображение входного воздействия $F(s) = 3/(s+1)$.

$$\begin{aligned}
Y(s) &= \frac{1}{|s\mathbf{1} - \mathbf{A}|} \cdot \mathbf{c} \cdot \text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{b} \cdot \begin{bmatrix} F(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \\
&= \frac{1}{s^2 + 6s + 5} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+5 & 1 \\ -6 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/(s+1) \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{3(s+5)}{(s+1)(s+2)(s+3)}
\end{aligned}$$

Задания для самостоятельного решения.

2.6.1 Найти свободную составляющую переходного процесса системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

при начальных условиях $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 2$, $x_3(0) = 0$ и собственных значениях $s_1 = -1$, $s_2 = -2$, $s_3 = -3$ матрицы $\mathbf{A}$.

2.6.2 При воздействиях $u(t) = 1(t)$ и $f(t) = 3(t)$ найти реакцию $y(t)$ системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2.6.3 Найти переходную функцию для переменных состояния $\mathbf{x}(t)$ системы

$$\hat{\mathbf{O}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,5}{s+1} - \frac{0,5}{s+3} & \frac{0,5}{s+1} - \frac{0,5}{s+3} \\ \frac{-1,5}{s+1} + \frac{1,5}{s+3} & \frac{-0,5}{s+1} + \frac{1,5}{s+3} \end{bmatrix}$$

2.6.4 Рассчитать весовую матрицу системы (рисунок 2.20) при значениях параметров $k_1 = 1$, $k_2 = 12$, $T_1 = 1$, $T_2 = 0,1$.

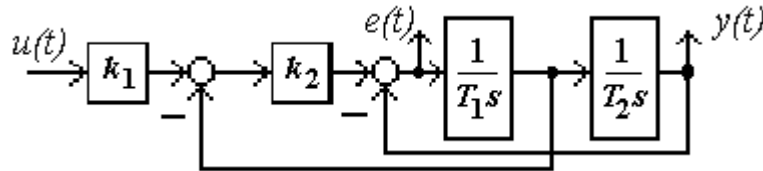


Рисунок 2.20

2.6.5 Оценить устойчивость системы, если

$$\hat{\mathbf{O}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s-3} \end{bmatrix}.$$

2.7 Вычисление фундаментальной матрицы

Поскольку $(s\mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \div e^{\mathbf{A}t}$, то фундаментальную матрицу $\Phi(t)$ определяют как матричную экспоненту от $\mathbf{A} \cdot t$ тремя способами:

а) разложением в бесконечный $\sum \mathbf{A}^k \frac{t^k}{k!}$ или конечный ряд

$$\hat{\mathbf{O}}(t) = e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{1} + \mathbf{A}t + \mathbf{A}^2 \frac{t^2}{2!} + \dots + \mathbf{A}^n \frac{t^n}{n!},$$

где n – порядок системы.

Точность расчета снижается из-за конечного числа членов ряда. Способ полезен в случаях, когда невозможно найти корни характеристического уравнения системы, либо производится расчет для конкретного момента времени t .

б) по формуле Сильвестра $\sum_{k=0}^n e^{\alpha_k t} [M_k]$, где α_k – собственные значения матрицы $\mathbf{A}$ (корни характеристического уравнения системы), или в развернутом виде

$$\hat{\mathbf{O}}(t) = e^{\mathbf{A}t} = e^{\alpha_1 t} [M_1] + e^{\alpha_2 t} [M_2] + \dots + e^{\alpha_n t} [M_n].$$

$$\text{Здесь } [M_j] = \frac{\prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n ([A] - \alpha_i [I])}{\prod_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n (\alpha_j - \alpha_i)} \quad \begin{array}{l} \text{– все разности для других корней,} \\ \text{– все разности этого корня с другими.} \end{array}$$

Особенности метода – коэффициенты сразу получаются в матричном виде, но обязательно нужно знать корни характеристического уравнения. Приведенная формула пригодна для простых действительных корней характеристического уравнения, для кратных корней используется более сложная формула.

в) Наконец, $\Phi(t)$ вычисляется и как обратное преобразование Лапласа от системной матрицы $\Phi(s)$, или $\hat{\mathbf{O}}(t) = L^{-1}\{(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\}$.

Здесь также нужно обязательно знать корни, требуется многократное поэлементное преобразование, но зато способ пригоден для любых корней (комплексных, кратных, простых).

Пример 1. Определим матричную экспоненту для системы с $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. Поскольку уже при $k = 2$ получена нулевая матрица

$$\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

расчет далее можно не продолжать и результат записывается в виде

$$\hat{\mathbf{O}}(t) = \mathbf{I} + \mathbf{A}t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} t = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Пример 2. Определить $\Phi(t)$ методом Сильвестра для системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}.$$

Вычисляем характеристический полином, находим его корни

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 3 & s+4 \end{vmatrix} = s^2 + 4s + 3; \quad s_1 = -1; s_2 = -3.$$

Вычисляем матрицы коэффициентов при собственных модах системы

$$\mathbf{M}_{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{-1 - (-3)} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,5 \\ -1,5 & -0,5 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_{-3} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{-3 - (-1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -3 \end{bmatrix} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \begin{bmatrix} -0,5 & -0,5 \\ 1,5 & 1,5 \end{bmatrix};$$

$$\hat{\mathbf{O}}(t) = [\mathbf{M}_{-1}]e^{-t} + [\mathbf{M}_{-3}]e^{-3t} = \begin{bmatrix} 1,5 & 0,5 \\ -1,5 & -0,5 \end{bmatrix}e^{-t} + \begin{bmatrix} -0,5 & -0,5 \\ 1,5 & 1,5 \end{bmatrix}e^{-3t}.$$

Пример 3. Определить с помощью обратного преобразования Лапласа фундаментальную матрицу системы $\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}$.

Находим корни характеристического полинома и адьюнкту

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 3 & s+4 \end{vmatrix} = s^2 + 4s + 3; \quad s_1 = -1; s_2 = -3.$$

$$\text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} s+4 & 1 \\ -3 & s \end{bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{O}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+4}{s^2+4s+3} & \frac{1}{s^2+4s+3} \\ \frac{-3}{s^2+4s+3} & \frac{s}{s^2+4s+3} \end{bmatrix}.$$

Общий вид разложения на простые дроби

$$\hat{O}_{ij} = \frac{N_{ij}(s)}{D(s)} = \frac{k_1}{s+1} + \frac{k_2}{s+3} = \frac{N(s)}{(s+1)(s+3)}.$$

Находим коэффициенты числителей простых дробей:

$$\begin{aligned} \Phi_{11}(s) \rightarrow N_{11}(s) &= s+4; & k_1 &= 1,5; k_2 = -0,5 \\ \Phi_{12}(s) \rightarrow N_{12}(s) &= 1; & k_1 &= 0,5; k_2 = -0,5 \\ \Phi_{21}(s) \rightarrow N_{21}(s) &= -3; & k_1 &= -1,5; k_2 = 1,5 \\ \Phi_{22}(s) \rightarrow N_{22}(s) &= s; & k_1 &= -0,5; k_2 = 1,5, \end{aligned}$$

откуда получаем вид системной и фундаментальной матриц

$$\hat{\mathbf{O}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,5}{s+1} - \frac{0,5}{s+3} & \frac{0,5}{s+1} - \frac{0,5}{s+3} \\ \frac{-1,5}{s+1} + \frac{1,5}{s+3} & \frac{-0,5}{s+1} + \frac{1,5}{s+3} \end{bmatrix};$$

$$\hat{\mathbf{O}}(t) = \begin{bmatrix} 1,5e^{-t} - 0,5e^{-3t} & 0,5e^{-t} - 0,5e^{-3t} \\ -1,5e^{-t} + 1,5e^{-3t} & -0,5e^{-t} + 1,5e^{-3t} \end{bmatrix}.$$

Найдем, например, реакцию на начальные условия $x_1(0) = 2, x_2(0) = 0$ данной системы по известной $\Phi(t)$, если $\mathbf{c} = [1 \ 0]$.

$$y_{\hat{n}\hat{a}}(t) = \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(t) \cdot \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{O}}(t) \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 3e^{-t} - e^{-3t}.$$

Задания для самостоятельного решения.

2.7.1 Вычислить функцию $e^{\mathbf{A}t}$, если матрица $\mathbf{A}$ системы равна

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

2.7.2 Вычислить фундаментальную матрицу системы

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \cdot u$$

2.7.3 Найти матрицу $\Phi(s)$ для системы с функцией

$$e^{\mathbf{A}t} = \begin{bmatrix} e^{2t} & 0 \\ 0 & e^{2t} \end{bmatrix}$$

2.7.4 Найти реакцию на начальные условия $x_1(0) = -1$, $x_2(0) = 0$, используя матричную экспоненту $\Phi(t)$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

2.7.5 Записать реакцию $\Phi_{12}(t)$ для системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}$$

2.7.6 Рассчитать фундаментальную матрицу методом Сильвестра

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$$

2.8 Управляемость и наблюдаемость систем

Для управляемости системы необходимо и достаточно, чтобы матрица управляемости вида $\mathbf{Q} = [\mathbf{B} \mid \mathbf{AB} \mid \mathbf{A}^2\mathbf{B} \mid \dots \mid \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$ имела ранг, равный n . При управляемости системы говорят также, что пара $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ управляема.

Ранг матрицы (Rank) равен порядку её наибольшего ненулевого минора. Матрица $\mathbf{Q}$ составляется присоединением справа к матрице $\mathbf{B}$ произведения матриц $\mathbf{AB}$, затем произведения $\mathbf{A}(\mathbf{AB})$ и т.д. Размерность матрицы $\mathbf{Q}$ равна $(n \times nr)$, где r – число входов. Если ранг матрицы $\mathbf{B}$ (обозначим его R_B) не равен единице,

то вычисление матрицы $\mathbf{Q}$ можно закончить досрочно по формуле $\mathbf{Q}=[\mathbf{B}; \mathbf{AB}; \dots; \mathbf{A}^{n-Rb}\mathbf{B}]$.

Система полностью управляема при $\text{Rank}\mathbf{Q} = n$, полностью неуправляема при $\text{Rank}\mathbf{Q} = 0$, частично управляема при $0 < \text{Rank}\mathbf{Q} < n$, порядок управляемости равен $\text{Rank}\mathbf{Q}$.

Для наблюдаемости системы необходимо и достаточно, чтобы матрица наблюдаемости $\mathbf{N} = [\mathbf{c}^T; \mathbf{A}^T \mathbf{c}^T; (\mathbf{A}^T)^2 \mathbf{c}^T; \dots; (\mathbf{A}^T)^{n-1} \mathbf{c}^T]$ имела ранг, равный порядку системы n . Символ T означает транспонирование или перевод вектора-строки в вектор-столбец. Говорят иначе, что пара $(\mathbf{A}, \mathbf{c})$ наблюдаема.

Система полностью наблюдаема при $\text{Rank}\mathbf{N} = n$, полностью ненаблюдаема при $\text{Rank}\mathbf{N} = 0$, частично наблюдаема при $0 < \text{Rank}\mathbf{N} < n$, порядок наблюдаемости равен $\text{Rank}\mathbf{N}$.

Если ранг матрицы $\mathbf{C}$ (обозначим его R_c) больше единицы, то число вычислений можно сократить, пользуясь формулой

$$\mathbf{N} = [\mathbf{c}^T; \mathbf{A}^T \mathbf{c}^T; (\mathbf{A}^T)^2 \mathbf{c}^T; \dots; (\mathbf{A}^T)^{n-Rc} \mathbf{c}^T].$$

Существует и иная форма составления матрицы наблюдаемости – по вертикали без транспонирования

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{cA} \\ \dots \\ \mathbf{cA}^{n-1} \end{bmatrix}.$$

Если сокращены одинаковые нули и полюса, передаточная функция $W(s)$ и матрица передаточных функций $\mathbf{W}(s) = \mathbf{c} \cdot \hat{\mathbf{O}}(s) \cdot \mathbf{b} + \mathbf{D}$ описывают только управляемую и наблюдаемую часть системы. Наличие сокращаемых пар нуль-полюс приводит к неуправляемости (ненаблюдаемости) системы. При диагональной матрице $\mathbf{A}$ уже можно говорить о неполной управляемости или наблюдаемости системы, если соответственно матрица $\mathbf{b}$ или $\mathbf{c}$ содержит нулевые элементы.

Пример 1. Оценить управляемость системы (достаточно иметь пару $\mathbf{A}$ и $\mathbf{b}$).

$$\text{Система: } \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 + u \end{cases}. \text{ Находим } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{Ab} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Определитель матрицы управляемости $|\mathbf{Q}| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$, следовательно, ранг матрицы равен двум, что равно порядку системы $n = 2$, система полностью управляема.

Задачу можно было не решать: числитель ПФ содержит только 1 (это видно из матрицы **b**), следовательно, сокращаемые пары нуль-полюс отсутствуют и система полностью управляема.

Пример 2. Оценить управляемость системы.

Система:
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = -x_2 - u \\ \dot{x}_3 = -2x_3 + u \end{cases}$$
 Матрица **A** диагональная (в каждой строке одна переменная с возрастающим индексом). Уже ясно, что система неуправляема по x_1 (по полюсу +1), поскольку в первом уравнении нет u . Проверим вывод.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{Ab} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}; \mathbf{A} \cdot \mathbf{Ab} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}; \quad \text{т.к. } \Delta_3 = 0, \text{ а } \Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

то $\text{Rank} \mathbf{Q} = 2 \neq n = 3$. Система частично управляема, порядок управляемости равен двум.

Пример 3. Оценить наблюдаемость системы

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -3x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = u \\ y = x_2 \end{cases}, \text{ записываем} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{c} = [0 \quad 1,5]$$

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,5 \end{bmatrix}; \mathbf{A}^T \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N} = [\mathbf{c}^T \mid \mathbf{A}^T \mathbf{c}^T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1,5 & 0 \end{bmatrix}; \text{ либо иначе } \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{cA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1,5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

С учетом того, что $\Delta_2 = 0$; $\Delta_1 = 1,5$, делаем вывод, что $\text{Rank} \mathbf{N} = 1$ – система частично наблюдаема, порядок наблюдаемости равен 1.

Пример 4. Проверить управляемость системы $W(s) = \frac{s+1}{s^2+3s+2}$.

Передаточная функция $W(s) = (s+1)/(s+1)/(s+2)$ содержит сокращаемую пару (диполь) нуль -1/полюс -1, что ведет либо к неуправляемости, либо к ненаблюдаемости системы. От чего это будет зависеть? Составим описание системы в канонической управляемой форме и проверим управляемость

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{Ab} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}; |\mathbf{Q}| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -1; \text{ Rank} \mathbf{Q} = 2.$$

Система в таком представлении полностью управляема (но не вполне наблюдаема). Составим описание системы в канонической наблюдаемой форме и снова проверим управляемость

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}; \mathbf{A}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}; |\mathbf{Q}| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 0; \text{Rank } \mathbf{Q} = 1.$$

А теперь система управляема частично. Таким образом, если в ПФ системы обнаруживается сокращаемая пара, неуправляемость или ненаблюдаемость зависит от того, какое представление выбирается для перехода в пространство состояний. Если же в ПФ сокращаемые пары отсутствуют, система полностью управляема и наблюдаема.

Задания для самостоятельного решения.

2.8.1 Проверить управляемость объекта $W(s) = \frac{2s+4}{s^2+5s+6}$.

2.8.2 Проверить управляемость объекта

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 + x_2 + u \\ \frac{dx_2}{dt} &= 0 \\ y &= x_2 \end{aligned}$$

2.8.3 Проверить управляемость объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_1 - x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = x_2 - 5x_3 - u \\ \dot{x}_3 = -x_1 + x_3 + u \end{cases}$$

$$y = x_1$$

2.8.4 Проверить наблюдаемость объекта $W(s) = \frac{2s+1}{s^2+5s+6}$.

2.8.5 Проверить наблюдаемость объекта (рисунок 2.21)

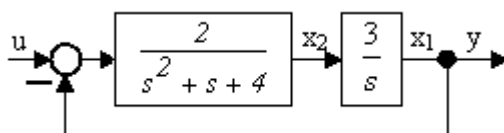


Рисунок 2.21

2.8.6 Проверить управляемость объекта

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 1].$$

2.8.7 Оценить наблюдаемость системы

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u$$

$$y = [-1 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [1] \cdot u$$

2.8.8 Оценить наблюдаемость системы

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = u;$$

$$y = x_2$$

2.9 Наблюдатели состояния

Если не все переменные состояния объекта регулирования измеряются, либо имеют место существенные искажения (помехи), используют специальное оценивающее устройство – наблюдатель.

Наблюдатель в виде параллельного фильтра представляет собой модель объекта регулирования на интеграторах в каноническом управляемом представлении. Его вход подключается параллельно входу объекта регулирования, а с выходов интеграторов снимают идеальные значения переменных состояния объекта (оценки), которые обозначают значком «каре» ^ над символом переменной. Разница значений выходов объекта и наблюдателя называется невязкой (обозначается значком «тильда» ~ над символом сигнала), при совпадении модели с оригиналом невязка стремится к нулю.

Если объект управления неустойчив, либо требуется ускорить переходный процесс в наблюдателе, наблюдатель строят в виде фильтра Калмана. В нём сигнал невязки через компенсирующее звено или корректирующие обратные связи подается на вход наблюдателя вместе с обычным входным сигналом, и, если невязка не равна нулю, переходный процесс принудительно демпфируется.

Пример 1. Построить наблюдатель в виде параллельного фильтра к объекту с передаточной функцией $W(s) = 3s/(2s^2 + 4s + 1)$.

Модель объекта (описание наблюдателя) соответствует канонической форме управляемости

$$W(s) = \frac{1,5s}{s^2 + 2s + 0,5}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [0 \quad 1,5].$$

Этому описанию отвечает структурная схема (рисунок 2.22)

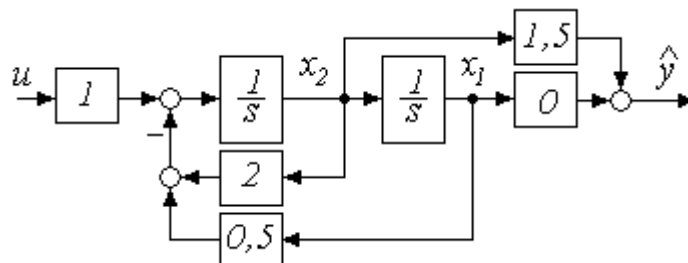


Рисунок 2.22

Пример 2. Построим наблюдатель в виде фильтра Калмана для объекта, заданного системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 3x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u, \\ y = 2x_1 + x_2. \end{cases}$$

обеспечив показатели качества переходного процесса ошибки наблюдателя $t_{\text{пер}} = 1$ с, $\sigma = 30\%$.

По матрицам коэффициентов объекта регулирования определяем его передаточную функцию (объект неустойчив)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W_o(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{3s-8}{s^2-2s+4}.$$

В фильтре Калмана второго порядка с дифференциальным уравнением $p^2u + a_1pu + a_2u = bu$ компенсирующая добавка образуется обратными связями с коэффициентами k_1, k_2 (рисунок 2.23).

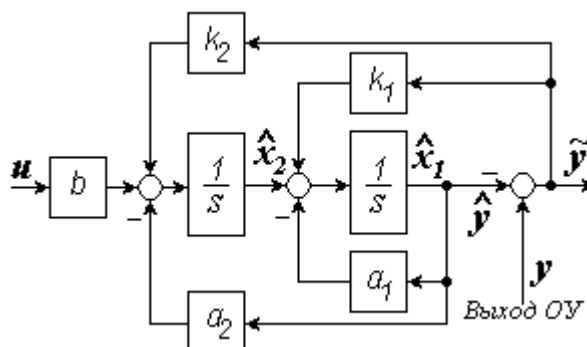


Рисунок 2.23

В соответствии с матрицей $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -(a_1 + k_1) & 1 \\ -(a_2 + k_2) & 0 \end{bmatrix}$ характеристический полином наблюдателя имеет вид $D(s) = s^2 + (a_1 + k_1)s + (a_2 + k_2)$ или $D(s) = s^2 + (-2 + k_1)s + (4 + k_2)$.

Исходя из требований к качеству переходного процесса наблюдателя модуль действительной части $\alpha_{\min}$ корней его характеристического уравнения при $\Delta = 5\%$ должен быть не менее, чем $3/t_{\text{пер}} = 3$, тогда мнимая часть равна $\beta = -\pi\alpha_{\min}/\ln(\sigma) = -3,1415926 \cdot 3/\ln(0,3) = 7,83$. По двум выбранным корням $-3 \pm j7,83$ определяем вид желаемого устойчивого характеристического полинома $D_e(s) = s^2 + 6s + 70,27$.

Из равенства $D(s) = D_{\text{ж}}(s)$ находим неизвестные коэффициенты корректирующих обратных связей $k_1 = 6 + 2 = 8$, $k_2 = 70,27 - 4 = 66,27$.

Пример 3. Рассчитать параметры наблюдателя в виде фильтра Калмана (рисунок 2.24) с компенсирующим звеном, имеющим передаточную функцию $L(s) = k(\tau_1 s + 1)/(\tau_2 s + 1)$, при тех же требованиях к качеству переходного процесса наблюдателя и параметрах ПФ модели объекта регулирования $W_o(s)$.

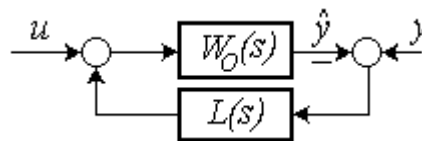


Рисунок 2.24

Передаточная функция модели объекта регулирования равна

$$W_o(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{3s - 8}{s^2 - 2s + 4} = \frac{B(s)}{A(s)},$$

а характеристическое уравнение наблюдателя имеет вид

$$D(s) = A(s) + B(s)L(s) = 0,$$

откуда, приравняв числитель нулю и нормируя, получаем

$$s^3 + \frac{1 - 2\tau_2 + 3k\tau_1}{\tau_2}s^2 + \frac{4\tau_2 - 2 + 3k - 8k\tau_1}{\tau_2}s + \frac{4 - 8k}{\tau_2} = 0.$$

Желаемый характеристический полином третьего порядка формируем из корней с одинаковой действительной частью $-3 \pm j7,83$ и -3 , он равен $D_{\text{ж}}(s) = s^3 + 9s^2 + 88s + 211$. Приравнявая $D(s) = D_{\text{ж}}(s)$, находим неизвестные коэффициенты k , τ_1 и τ_2 .

Задания для самостоятельного решения.

2.9.1 Определить значение $L(s) = K$ из условия требуемой относительной статической ошибки наблюдателя $S_u = 0,02$ при значениях свободных членов пе-

передаточной функции модели $b_m = 10$; $a_n = 4$.

2.9.2 Определить значение $L(s) = K$ из условия устойчивости наблюдателя, если ПФ объекта равна $W_o(s) = 3/(s^2 - 2s + 2)$.

2.9.3 Рассчитать параметры и построить структурную схему наблюдателя состояния для объекта регулирования с передаточной функцией $W(s) = 2(s + 1)/(4s^2 + 8s + 1)$.

2.9.4 При требованиях к качеству переходного процесса ошибки наблюдения $t_{\text{рег}} = 6$ с; $\sigma = 15$ % разработать наблюдатель состояния для объекта регулирования, описываемого уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 - 5x_2 + u \\ y = 3x_1 + x_2 \end{cases}$$

2.9.5 Разработать наблюдатель состояния с качеством переходного процесса ошибки наблюдения $t_{\text{рег}} = 5$ с; $\sigma = 30$ % для объекта регулирования, описываемого ПФ $W(s) = (2s + 1)/(s^2 + 1)$.

2.9.6 При качестве переходного процесса ошибки наблюдения $t_{\text{рег}} = 12$ с; $\sigma = 15$ % создать наблюдатель для объекта регулирования

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 2x_2 + u \\ y = x_1 \end{cases}$$

2.10 Проектирование модального регулятора

Модальным называется регулятор, параметры которого выбраны по желаемому характеристическому многочлену замкнутой системы управления. Полагая, что все переменные состояния объекта управления доступны для измерения, и рассмотрим случай, когда используется П-регулятор. Модель объекта управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_2x_1 - a_1x_2 + bu \\ y = x_1 \end{cases}$$

Закон управления для объекта второго порядка имеет вид

$$u = Kr - k_1x_2 - k_2x_1$$

где K – коэффициент усиления П-регулятора, r – задание, k_1 , k_2 – коэффициенты обратных связей регулятора по переменным состояниям.

Подставив значение u в уравнение состояния, получим систему уравнений, которая описывает замкнутую систему управления

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -(a_2 + bk_2)x_1 - (a_1 + bk_1)x_2 + bKr, \\ y = x_1 \end{cases}$$

и характеристический полином замкнутой системы

$$D(s) = s^2 + (a_1 + bk_1)s + (a_2 + bk_2).$$

Неизвестные коэффициенты k_1 и k_2 обратных связей по переменным состояния объекта можно определить из равенства полиному желаемого вида $D_{ж}(s)$. Последний либо выбирают на основе заданных значений перерегулирования σ % и времени регулирования t_p , из типовых (приложение Г), либо рассчитывают самостоятельно. Например, параметры качества регулирования $\sigma = 4,5$ %, $t_p = 2,9$ с при отсутствии нулей обеспечит нормированный полином Баттерворта второго порядка

$$D_{ж}(s) = s^2 + d_1s + d_2 = s^2 + 1,14s + 1.$$

Приравняв коэффициенты полиномов при одинаковых степенях s , получим $k_1 = (d_1 - a_1)/b$, $k_2 = (d_2 - a_2)/b$. Расчет существенно упрощается, если объект представлен в канонической форме управляемости с $b = 1$.

Коэффициент усиления K обычно находят из условия нулевой статической ошибки: либо по коэффициентам передаточной функции $bK/(a_2 + k_2) = 1$, откуда $K = (a_2 + k_2)/b = d_n/b_m$, либо из инверсии матричной передаточной функции $K = (c(-A)^{-1}b)^{-1}$ при $s = 0$.

Если для измерения доступна только одна величина на выходе $y(t)$, для создания обратных связей по переменным состояния устанавливают наблюдатель, либо в цепи главной обратной связи системы используют ПД-регулятор (форсирующее звено) с эквивалентной передаточной функцией $H_{eq}(s)$.

Пример 1. Рассчитать параметры модального регулятора для объекта

$$W_o(s) = \frac{k_o}{s^2 + a_1s + a_2} = \frac{5}{s^2 + 3s - 1}$$

при требованиях к качеству регулирования $t_n \leq 3$ с; $\sigma = 0$ %, $e(\infty) = 0$. Регулятор состоит из двух частей: обеспечивающей статические характеристики системы $W_s(s)$ и обеспечивающей динамические характеристики $W_d(s)$ (рисунок 2.25), для измерения доступна только выходная переменная y объекта.

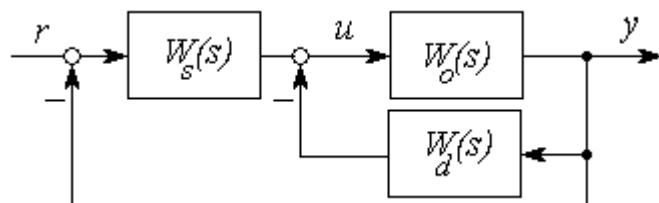


Рисунок 2.25

Выберем интегратор (И-регулятор) в качестве $W_s = k/s$, чтобы обеспечить нулевую статическую ошибку $e(\infty) = 0$; пусть составляющая регулятора, обеспечивающая заданные динамические свойства равна $W_d(s) = (d_1s + d_2)/k_0$; здесь k , d_1 , d_2 – неизвестные коэффициенты, k_0 – коэффициент передачи объекта регулирования.

Тогда характеристическое уравнение замкнутой системы равно

$$D(s) = s(s^2 + 3s - 1 + d_1s + d_2) + 5k = 0$$

или

$$D(s) = s^3 + (d_1 + 3)s^2 + (d_2 - 1)s + 5k = 0$$

Выберем распределение корней, обеспечивающее заданное качество процессов, например, $\lambda_1 = -2$; $\lambda_2 = -2,5$; $\lambda_3 = -3$ (все действительные полюса обеспечат нулевое перерегулирование и время регулирования не более $3/2 = 1,5$ с). Сформируем желаемое характеристическое уравнение третьего порядка

$$D(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3) = s^3 + 7,5s^2 + 18,5s + 15 = 0.$$

Приравнявая коэффициенты при соответствующих степенях s , получим расчетные соотношения $d_1 + 3 = 7,5$; $d_2 - 1 = 18,5$; $5k = 15$. Отсюда находим параметры регулятора $d_1 = 4,5$; $d_2 = 19,5$; $k = 3$.

Пример 2. ПФ объекта регулирования после нормирования имеет вид

$$W(s) = \frac{100}{s^3 + 20,5s^2 + 110s + 50},$$

заданные показатели качества: время регулирования 6 с, перерегулирование 0,02, выбрать параметры модального регулятора. Поскольку объект представлен передаточной функцией и не все переменные состояния измеряются, формируем наблюдатель состояния с параметрами $b = 100$, $a_{10} = 20,5$, $a_{20} = 110$, $a_{30} = 50$.

Исходя из требований к процессу регулирования замкнутой системы, выбираем корни $s_1, s_2 \dots s_n$ и определяем эталонный (желаемый) характеристический полином с коэффициентами $a_1 \dots a_n$. Характеристический полином третьей степени содержит один действительный корень и два комплексных сопряженных, по последним, полагая их доминирующими, и будем формировать показатели качества регулирования.

При заданном времени регулирования $t_{\text{рег}} = 6$ с степень устойчивости для ошибки $\Delta = 5\%$ равна $\alpha_{\text{min}} = 3/6 = 0,5$, отсюда действительная часть комплексного корня будет равна $-0,5$. Действительный корень принимаем в 10 раз большим, т.е. -5 , чтобы исключить его влияние на переходный процесс. По заданной величине перерегулирования $\sigma = 0,02$ вычисляем степень колебательности $\mu = -\pi/\ln(\sigma) = -3,1415926/\ln(0,02) = 0,803$, после чего можно вычислить мнимую часть комплексного корня $\beta = \mu \cdot \alpha_{\text{min}} = 0,803 \cdot 0,5 = 0,401$.

По значениям корней -5 и $-0,5 \pm j0,401$ находим вид желаемого характеристического полинома

$$D(s) = (s + 5)[(s + 0,5)^2 + 0,401^2] = s^3 + 6s^2 + 5,41s + 2,05.$$

Из условия нулевой ошибки регулирования значение коэффициента усиления регулятора $K = a_n/b = 2,05/100 = 0,0205$. Значения коэффициентов обратной связи по переменным состояния равны

$$k_{oc,1} = \frac{a_1 - a_{10}}{Kb} = \frac{a_1 - a_{10}}{a_3} = \frac{6 - 20,5}{2,05} = -7,0732,$$

$$k_{oc,2} = \frac{a_2 - a_{20}}{Kb} = \frac{a_2 - a_{20}}{a_3} = \frac{5,41 - 110}{2,05} = -51,0195,$$

$$k_{oc,3} = \frac{a_3 - a_{30}}{Kb} = \frac{a_3 - a_{30}}{a_3} = \frac{2,05 - 50}{2,05} = -23,3902.$$

Замкнутая система регулирования (рисунок 2.26) содержит объект управления на выходе $U(t)$, наблюдатель в форме, соответствующей каноническому управляемому представлению, П-регулятор с коэффициентом усиления K и обратными связями k_{oc} по переменным состояния, формируемым наблюдателем.

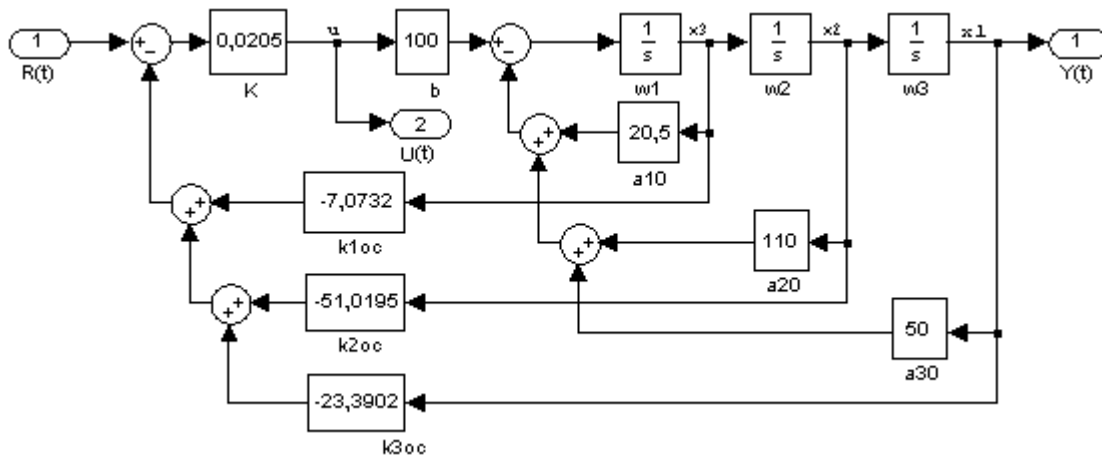


Рисунок 2.26

Передаточная функция замкнутой системы регулирования равна

$$W_{yr}(s) = \frac{0,0205 \cdot 100 \cdot \frac{1}{s^3}}{1 + \frac{20,5}{s} + \frac{110}{s^2} + \frac{50}{s^3} + 0,0205 \cdot 100 \cdot \left(\frac{-7,0732}{s} + \frac{-51,0195}{s^2} + \frac{-23,3902}{s^3} \right)} =$$

$$= \frac{2,05}{s^3 + 6s^2 + 5,41s + 2,05}.$$

Расчет подтверждает, что установившаяся ошибка отсутствует, так как коэффициент передачи в установившемся режиме равен $2,05/2,05 = 1$, а полученный

характеристический полином системы регулирования равен желаемому. При единственной обратной связи

$$H_{eq}(s) = \frac{k_{oc,1}s^2 + k_{oc,2}s + k_{oc,3}}{N(s)} = (-7,0732s^2 - 51,0195s - 23,3902)/100.$$

Задания для самостоятельного решения.

2.10.1 Выбрать значения параметров регулятора для объекта с передаточной функцией $W(s) = 10/(4s^2 + 0,4s + 1)$ при следующих требованиях к качеству регулирования $\varepsilon(\infty) = 0$; $\sigma \leq 20\%$; $t_{\text{рег}} \approx 1$ с.

2.10.2 Выбрать регулятор при заданных показателях качества регулирования $\varepsilon(\infty) = 0$; $\sigma \leq 30\%$; $t_{\text{рег}} \approx 1$ с для объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + 4u \\ y = x_1 \end{cases}$$

2.10.3 Выбрать регулятор при заданных показателях качества регулирования $\varepsilon(\infty) = 2\%$ от $r(t)$; $\sigma = 0\%$; $t_{\text{рег}} \leq 3$ с для объекта с передаточной функцией $W(s) = 5/[(0,4s^2 + 1)(4s + 1)]$.

2.10.4 Выбрать регулятор при заданных показателях качества регулирования $\varepsilon(\infty) = 5\%$ от $r(t)$; $\sigma = 0\%$; $t_{\text{рег}} \leq 5$ с для объекта с передаточной функцией $W(s) = 10/[(s^2 + 3s - 1)(2s + 1)]$.

2.10.5 Выбрать регулятор при заданных показателях качества регулирования $\varepsilon(\infty) = 0$; $\sigma \leq 20\%$; $t_{\text{рег}} \approx 3$ с для объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

2.10.6 Записать желаемый характеристический полином третьего порядка по требованиям к качеству регулирования $t_{\text{рег}} \leq 3$ с; $\mu \leq 1,5$.

2.11 Преобразования подобия

При анализе и синтезе многомерных систем необходимо уметь переходить от одной формы к другой – поскольку все эти системы подобные, такой переход называется преобразованием подобия или базиса.

Один из путей перехода, приемлемый для одномерной системы – составить по матрицам **A**, **b**, **c** передаточную функцию системы, а по ней записать требуемое представление в пространстве состояний.

В общем же случае используют матрицу перехода или преобразования базиса $\mathbf{P}$ размера $n \times n$, тогда новая система уравнений состояния и наблюдения объекта имеет вид

$$\dot{\mathbf{h}}(t) = \mathbf{PAP}^{-1}\mathbf{h}(t) + \mathbf{PBu}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{CP}^{-1}\mathbf{h}(t) + \mathbf{Du}(t)$$

откуда следует, что матрицы коэффициентов новой системы равны $\mathbf{A}_h = \mathbf{PAP}^{-1}$, $\mathbf{B}_h = \mathbf{PB}$, $\mathbf{C}_h = \mathbf{CP}^{-1}$ (матрица $\mathbf{D}$, при ее наличии, не претерпевает изменений, поскольку не связана с вектором состояний). Задавая произвольной матрицей $\mathbf{P}$ необходимого размера, можно получить бесконечное множество описаний одной и той же системы в пространстве состояний. Однако при любых преобразованиях должны выполняться два важных условия:

- исходная и преобразованная система должны иметь одинаковые собственные значения (характеристические многочлены и их корни);
- преобразование базиса не меняет передаточную функцию системы.

Приведение к канонической управляемой форме: матрица преобразования в этом случае равна отношению матрицы управляемости новой системы к матрице управляемости исходной, т.е. $\mathbf{P} = \mathbf{Q}_c \mathbf{Q}^{-1}$. Необходимо найти характеристический полином системы, записать матрицы $\mathbf{A}_c$ и $\mathbf{b}_c$ системы в канонической управляемой форме, вычислить матрицы управляемости обеих систем и по ним матрицу преобразования $\mathbf{P}$, с помощью которой осуществляется переход.

Переход к канонической наблюдаемой форме отличается лишь тем, что используются матрицы наблюдаемости, причем матрица преобразования базиса вычисляется по отношению матрицы наблюдаемости исходной системы к матрице наблюдаемости новой $\mathbf{P} = \mathbf{N} \mathbf{N}_o^{-1}$ (обе матрицы составляются в виде столбца).

Для перехода к управляемой форме должна быть полностью наблюдаема пара $(\mathbf{A}, \mathbf{b})$, для перехода к наблюдаемой форме должна быть полностью наблюдаема пара $(\mathbf{A}, \mathbf{c})$.

Обратный переход, т.е. возвращение к исходной системе, например, после выбора параметров модального регулятора, во всех случаях осуществляется применением матрицы $\mathbf{P}$ в обратном порядке, т.е. $\mathbf{A} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A}_h \mathbf{P}$, $\mathbf{B} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{B}_h$, $\mathbf{C} = \mathbf{C}_h \mathbf{P}$, $\mathbf{k} = \mathbf{k}_h \mathbf{P}$, где $\mathbf{k}_h$ – матрица обратных связей замкнутой системы по переменным состояния.

К диагональной форме $\mathbf{A}_h = \mathbf{\Lambda}$ приводятся системы с некратными вещественными полюсами, при этом матрицы исходной и преобразованной систем связаны соотношением $\mathbf{A} = \mathbf{T} \mathbf{\Lambda} \mathbf{T}^{-1}$ и матрица преобразования базиса равна $\mathbf{P} = \mathbf{T}^{-1}$.

Пример 1. Пусть преобразуемый к канонической управляемой форме объект третьего порядка описывается системой уравнений

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 1 \quad 0].$$

Характеристический полином объекта равен $D(s) = s^3 + s^2 + 3s + 3$, матрица управляемости

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}.$$

Используя вычисленный характеристический многочлен, записываем сопровождающую матрицу $\mathbf{A}_c$, затем для пары $(\mathbf{A}_c, \mathbf{b}_c)$ найдем матрицу управляемости $\mathbf{Q}_c$ новой системы и матрицу преобразования $\mathbf{P} = \mathbf{Q}_c \mathbf{Q}^{-1}$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Применяя формулы $\mathbf{A}_c = \mathbf{PAP}^{-1}$, $\mathbf{b}_c = \mathbf{Pb}$, $\mathbf{c}_c = \mathbf{cP}^{-1}$, найдем описание системы в канонической форме управляемости (учитывая, что две матрицы были нам уже известны, оставалось вычислить лишь $\mathbf{c}_c$)

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c}_c = [2 \quad 1 \quad 0].$$

Задания для самостоятельного решения.

2.11.1 Восстановить исходное описание системы, если известны использованная матрица преобразования $\mathbf{P}$ и новое описание

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} -15,52 \\ -19,60 \\ 5,745 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c}_c = [-0,193 \quad 0,153 \quad 0,174];$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -7,7621 & -5,8216 & -3,8810 \\ -9,7980 & -9,7980 & -7,3485 \\ 2,8723 & 3,5904 & 4,3084 \end{bmatrix}$$

2.11.2 Перейти к канонической управляемой форме от системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = x_1 - 5x_2 + u \\ y = 3x_1 + x_2 \end{cases}$$

2.11.3 Перейти к канонической наблюдаемой форме от системы

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c}_c = [2 \quad 1 \quad 0]$$

2.11.4 Перевести наблюдаемое представление в управляемое

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

2.11.5 Перейти к канонической управляемой форме от системы

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 1]$$

3 Ответы

$$1.1.1.2 \quad W_{yx} = \frac{W_1 W_2 W_3 W_4 + W_1 W_4 W_5}{1 - W_1 W_2 W_3 W_4 W_6 - W_1 W_4 W_5 W_6}.$$

$$1.1.1.6 \quad W_{uf}(s) = \frac{2s^2 + 10s}{s^3 + 8s^2 + 63s + 80}.$$

$$1.1.2.2 \quad W(s) = \frac{1,2s - 1,8}{s^2 + 4s + 5}.$$

$$1.1.2.5 \quad W_{yr}(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 2}.$$

$$1.1.3.1 \quad k(\infty) = \infty.$$

$$1.1.3.5 \quad y''' + 3y'' + 7y' + 5y = 1,25u' + 6,25u.$$

$$1.2.1.1 \quad y(t) = 20 - 2,222e^{-t} + 10e^{-0,5t} - 27,778e^{-0,1t}.$$

$$1.2.1.5 \quad y(t) = 2t - 2,4 + 2,5e^{-t} - 0,1e^{-5t}.$$

$$1.2.2.2 \quad h(t) = 3 - 4,5e^{-t} + 1,5e^{-3t}.$$

$$1.2.2.4 \quad G(s) = W(s) = \frac{12s^2 + 42s + 24}{s^4 + 6s^3 + 29s^2 + 54s + 24}.$$

$$1.2.3.2 \quad y_{\hat{a}\hat{a}i}(t) = 2 - 3,33e^{-2t} + 1,33e^{-5t}; \quad y_{\hat{n}\hat{a}}(t) = e^{-2t}.$$

$$1.2.3.6 \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = -6.$$

$$1.3.1.2 \quad A(\omega) = \frac{\sqrt{100 + 2500\omega^2}}{\sqrt{(11 - \omega^2)^2 + 49\omega^2}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg(5\omega) - \arctg\left(\frac{7\omega}{1 - \omega^2}\right).$$

$$1.3.1.4 \quad T_2 T_3 y''' + (T_2 + T_3)y'' + y' = kT_1 u' + ku.$$

$$1.3.2.1 \quad \omega_{cp,1} = 0,01 \text{ рад/с}, \quad \omega_{cp,2} = 100 \text{ рад/с}.$$

$$1.3.2.4 \quad -20 \text{ дБ/дек}.$$

1.4.1.2 При остальных левых полюсах система имеет один полюс $s = 0$ и находится на апериодической границе устойчивости.

$$1.4.1.4 \quad \text{Частота незатухающих колебаний } \omega_{\text{гран}} = 1,41 \text{ рад/с}.$$

1.4.2.3 Система устойчива.

1.4.2.10 Система на колебательной границе устойчивости.

1.4.3.2 Предельное значение $k_c = k_1 k_2 k_3 = 12,6$.

1.4.3.5 Система неустойчива, имеет два правых корня (рисунок 3.1, а).

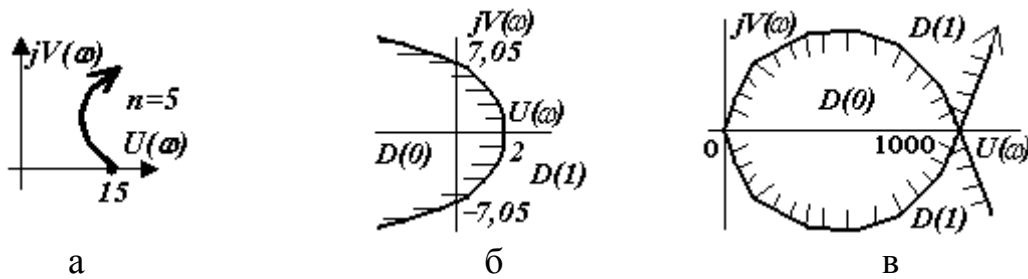


Рисунок 3.1

1.4.4.1 Система устойчива при $k < 2$ (рисунок 3.1, б).

1.4.4.3 Система устойчива при $0 < k < 1000$ (рисунок 3.1, в).

1.4.5.2 Запас по амплитуде $A_M = 1$, запас по фазе $\varphi_M = 180^\circ$.

1.4.5.9 Запас по амплитуде $A_M = 1$.

1.5.1.3 Перерегулирование $\sigma = 0$.

1.5.1.6 Перерегулирование $\sigma = 0,7/1,05 = 0,667$; коэффициент демпфирования $\psi = (1,05 - 0,5)/(1,05 - 0) = 0,524$; время регулирования на уровне $\Delta = 0,05 \times 1,05 = 0,052$ равно примерно 22 с.

1.5.2.6 Время регулирования $t_{\text{рег}} = 3/0,5 = 6$ с; перерегулирование $\sigma = \exp(-\pi/3,88) = 0,445$ или 44,5 %.

1.5.2.7 $t_{\text{рег}} = 0$ с, $\sigma = 0$.

1.5.3.3 Время регулирования $0,314 < t_{\text{рег}} < 1,256$ с; перерегулирование $\sigma = (1,18 \times 3 + 0,277 \times 2 - 3)/3 = 0,365$ или 36,5 %.

1.5.3.5 $P(0) = 0,9 = h(\infty)$, следовательно $\varepsilon(\infty) = 1 - 0,9 = 0,1$.

1.5.4.1 $J_1 = k$.

1.5.4.3 $J_1 = 1$.

1.5.5.2 $\varepsilon(\infty) = 1 - 0,909 = 0,091$ или 9,1 %.

1.5.5.4 $C_0 = 0$, $C_1 = 1$, $C_2 = -9$.

2.1.2 $k(\infty) = \infty$.

$$2.1.6 \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 1,5x_2 + 0,5u \\ y = x_1 - 2x_2 \end{cases}$$

$$2.2.3 \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + u \\ y = 3x_1 + 12x_2 \end{cases}$$

$$2.2.4 \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ -2 \\ 0,5 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{c} = [1 \quad 1 \quad 1].$$

2.3.2 $\mathbf{d} = [10]$.

2.3.5 После подготовки схемы (рисунок 3.2) получаем систему уравнений

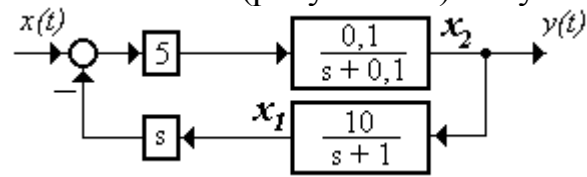


Рисунок 3.2

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 10x_2 \\ \dot{x}_2 = 0,5x_1 - 5,1x_2 + 0,5u \\ y = x_2 \end{cases}$$

2.4.1 Схема на интеграторах (рисунок 3.3)

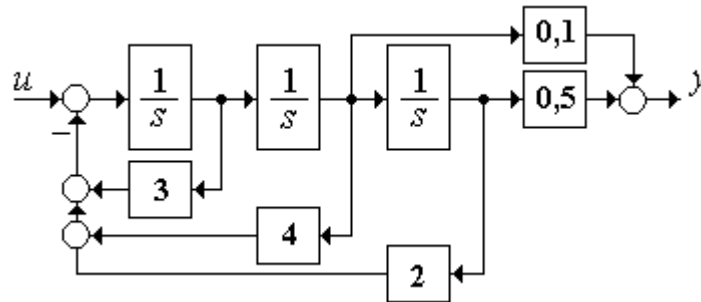


Рисунок 3.3

2.4.2 Построенная схема (рисунок 3.4)

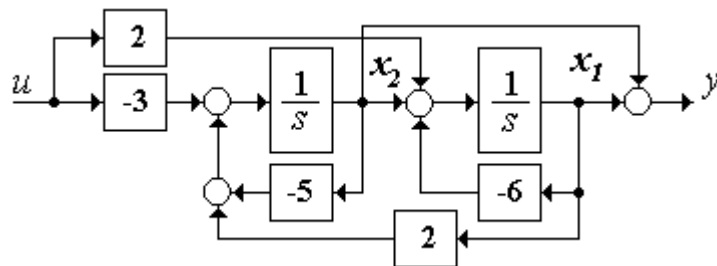


Рисунок 3.4

2.5.3 Присоединенную матрицу проще вычислить для системы с диагональной матрицей $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix};$$

$$\text{adj}(s\mathbf{1} - \mathbf{A}) = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} \begin{bmatrix} s^2 + 5s + 6 & 0 & 0 \\ 0 & s^2 + 4s + 3 & 0 \\ 0 & 0 & s^2 + 3s + 2 \end{bmatrix}.$$

$$2.5.5 \quad \mathbf{W}(s) = \frac{3s^2 - 3s + 10}{s^2 - s}.$$

2.6.1 Реакция на начальные условия равна

$$Y_{\tilde{a}\tilde{a}}(s) = \frac{1}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2 + 6s + 11 & s + 6 & 1 \\ -6 & s^2 + 6s & s \\ -6s & -11s - 6 & s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{s^2 + 8s + 19}{(s+1)(s+2)(s+3)};$$

$$y_{\tilde{a}\tilde{a}}(t) = 6e^{-t} - 7e^{-2t} + 2e^{-3t}.$$

2.6.5 Система неустойчива, так как имеет правый полюс +3.

$$2.7.1 \quad \hat{\mathbf{O}}(t) = \begin{bmatrix} 1 + 2t + 2t^2 & t + 2t^2 \\ 0 & 1 + 2t + 2t^2 \end{bmatrix}.$$

$$2.7.5 \quad \hat{O}_{12}(s) = 0,333e^{-2t} - 0,333e^{-5t}.$$

$$2.8.3 \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2 & -7 & 34 \\ -1 & -6 & -1 \\ 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Система полностью управляема, так как ранг матрицы управляемости $\mathbf{Q}$ равен порядку системы $n = 3$.

2.8.7 Матрица наблюдаемости системы $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, ранг матрицы $\mathbf{N}$ равен

1, поэтому система наблюдаема частично, порядок наблюдаемости равен 1.

2.9.2 При заданных передаточной функции объекта и схеме наблюдателя величина K на значение отрицательного коэффициента 2 при s^1 не влияет.

2.9.3 Схема наблюдателя приведена на рисунке 3.5.

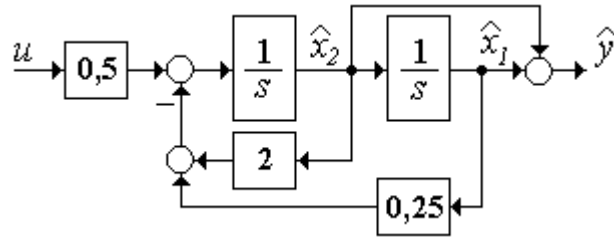


Рисунок 3.5

2.10.3 Исходя из показателей регулирования выбираем три действительных одинаковых корня – типовой полином Ньютона третьего порядка (Приложение Г) с величиной $\omega = t_{\text{таб}}/t_{\text{зад}} = 6,3/3 = 2,1$. Тогда желаемый вид полинома $s^3 + 6,3s^2 + 13,23s + 9,26$ обеспечит время регулирования 3 с и перерегулирование $\sigma = 0$. Приведенная передаточная функция объекта $3,125/(s^3 + 0,25s^2 + 2,5s + 0,625)$. По величине статизма выбираем коэффициент усиления регулятора, размещаемого вне контура обратных связей $K = 0,98 \times 9,26/3,125 = 2,9039$.

Сравнивая общий вид желаемого характеристического полинома $D(s) = s^3 + (k_1 + 0,25)s^2 + (k_2 + 2,5)s + (k_3 + 0,625)$ и его расчетный вид, находим значения коэффициентов обратных связей по переменным состояния $k_1 = 6,3 - 0,25 = 6,05$; $k_2 = 13,23 - 2,5 = 10,73$; $k_3 = 9,26 - 0,625 = 8,635$ и общий вид структурной схемы замкнутой системы регулирования (рисунок 3.6).

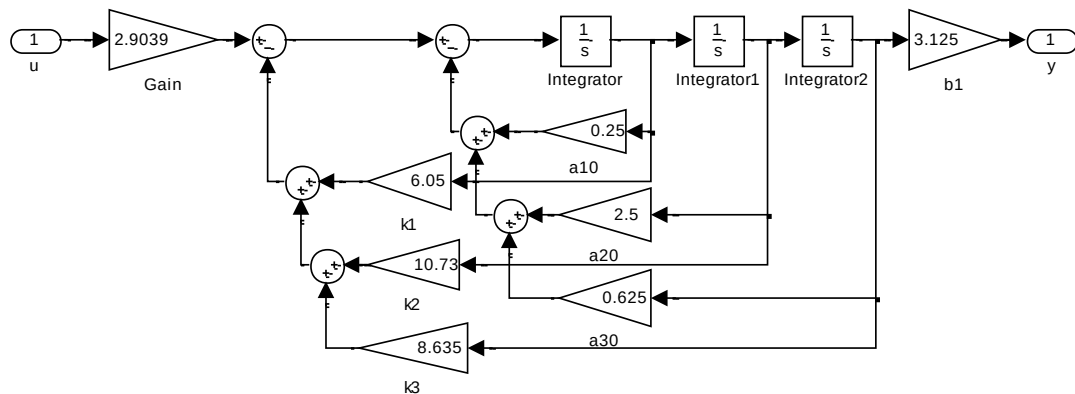


Рисунок 3.6

$$2.11.2 \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [21 \quad 4]; \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,1429 & -0,1429 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Практическая работа №17 (4 часа). Экспериментальное определение параметров динамических характеристик линейных звеньев систем автоматического управления

Цель и содержание

Экспериментальное исследование динамических характеристик моделей линейных звеньев систем автоматического управления (САУ) и определение их параметров по переходным характеристикам.

Теоретическое обоснование

При создании системы управления технологическим процессом или промышленным объектом необходимо иметь математическое описание объекта управления, управляющего устройства и других элементов, входящих в систему, которые в дальнейшем будем называть звеньями САУ. Математическое описание или математическая модель звена представляет собой совокупность дифференциальных и алгебраических уравнений связи между входными и выходными сигналами.

Алгебраические уравнения описывают установившееся состояние, когда все производные входных и выходных сигналов равны нулю и называются **уравнениями статики**.

Дифференциальные уравнения характеризуют поведение системы во времени при изменении входных воздействий и называются **уравнениями динамики**.

Для получения динамических характеристик применяют аналитические и экспериментальные методы. Аналитические методы основаны на законах физики, химии, электротехники и т. д. Часто оказываются эффективными сочетание аналитических методов с экспериментальными. При этом аналитическим путём находят структуру уравнений связи, а числовые значения коэффициентов уравнений определяют экспериментально.

Все экспериментальные методы базируются на предположении о сосредоточенности параметров звена (системы), стационарности во время его динамических свойств и линейности их при малых изменениях входных воздействий.

Совокупность рассмотренных допущений позволяет описать динамические свойства отдельного звена или системы управления математическими выражениями следующего вида:

1) дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} a_n \cdot \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 \cdot y(t) = \\ = b_m \cdot \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 \cdot x(t). \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $x(t)$ – входное воздействие; $y(t)$ – выходной сигнал (управляемая переменная); $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0; b_m, b_{m-1}, \dots, b_0$ – постоянные коэффициенты, определяемые физическими параметрами звена (системы); m, n – количество входных воздействий и выходных сигналов соответственно (для физически реализуемых систем $m < n$);

2) передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \cdot p^i}{\sum_{k=1}^m a_k \cdot p^k}, \quad (1.2)$$

где p – оператор Лапласа; $Y(p)$ и $X(p)$ – изображения $y(t)$ и $x(t)$ соответственно;

3) комплексной передаточной функцией или амплитудно-фазовой характеристикой (АФХ):

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{\sum_{i=1}^n b_i \cdot (j\omega)^i}{\sum_{k=1}^m a_k \cdot (j\omega)^k}, \quad (1.3)$$

где $j = \sqrt{-1}$; ω – частота; $Y(j\omega)$ и $X(j\omega)$ – преобразование Фурье сигналов $y(t)$ и $x(t)$ соответственно.

Переходной характеристикой $h(t)$ называется реакция звена (системы) на единичное ступенчатое воздействие $x(t)=1(t)$ при нулевых начальных условиях.

Единичная ступенчатая функция представляет собой мгновенное изменение величины воздействия на единицу (рисунок 1.1):

$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}. \quad (1.4)$$

Ступенчатый сигнал характеризуется амплитудой спектра, быстро убывающей с ростом частоты, причём, максимум спектра достигается при $\omega=0$. Кроме того, спектр физически реализуемого сигнала ограничен сверху частотой $\frac{2\pi}{v}$, где v – скорость нарастания сигнала (рисунок 1.2).

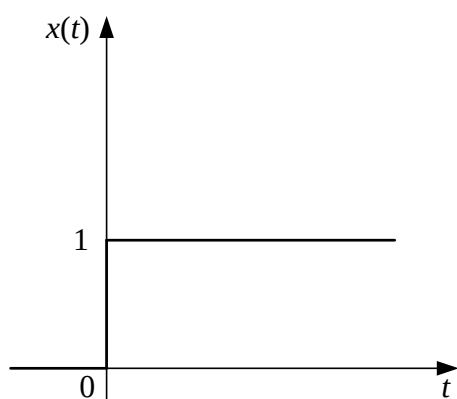


Рисунок 1.1 – Единичный ступенчатый сигнал

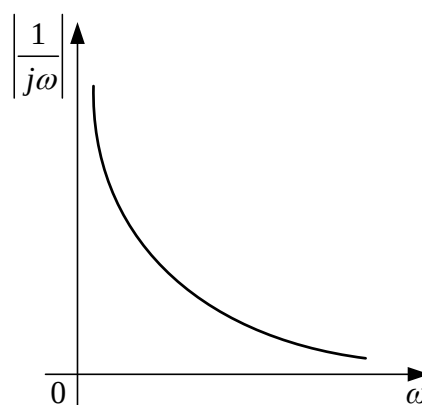


Рисунок 1.2 – Спектр ступенчатого сигнала

Из сказанного следует, что с помощью единичного скачка может быть получена достаточно надёжная оценка статического коэффициента передачи ($\omega=0$), а также низкочастотной части динамической характеристики (постоянной времени наиболее низкочастотного контура) исследуемого звена. Рассматриваемый метод определения динамических характеристик наиболее эффективен для систем первого и второго порядков, реже для апериодических систем высоких порядков.

При известной передаточной функции звена $W(p)$ переходная характеристика $h(t)$ определяется аналитически, как обратное преобразование Лапласа:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{(k_i - 1)!} \cdot \lim_{p \rightarrow p_i} \frac{d^{k_i-1}}{dp^{k_i-1}} \left[\frac{W(p)}{p} \cdot (p - p_i) \cdot e^{p_i t} \right], \quad (4.5)$$

где m – число полюсов функции $\frac{W(p)}{p}$; k_i – кратность i -го полюса.

В таблице 1.1 приведены наиболее распространённые переходные характеристики звеньев САУ, показаны примеры аппроксимации каждой характеристики передаточными функциями типовых звеньев, а также способы определения их параметров.

Аппаратура и материалы

Для выполнения Практической работы необходим специализированный стенд СУЛ-3 и осциллограф.

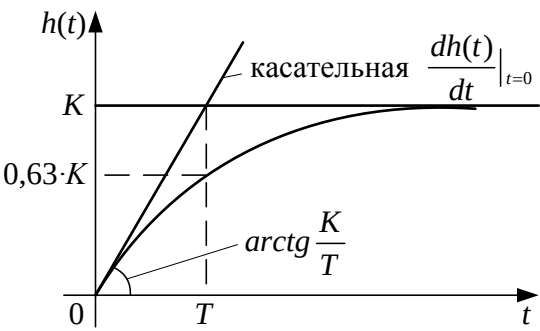
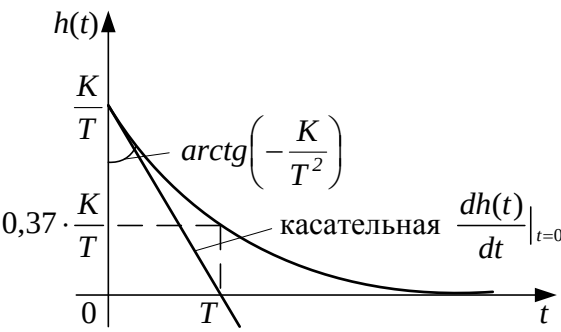
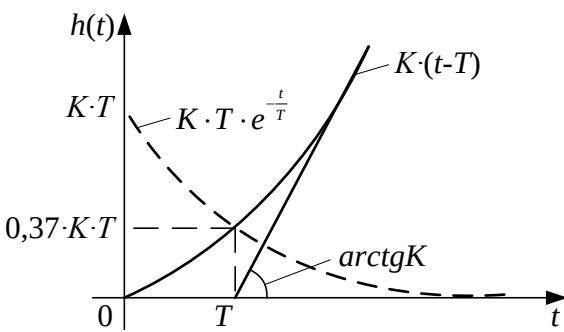
Указание по технике безопасности

1. Перед началом занятий в лаборатории всем студентам необходимо ознакомиться с настоящими методическими указаниями, пройти у преподавателя инструктаж по технике безопасности для студентов в лабораториях кафедры «Физики, электротехники и » Северо-Кавказского федерального университета и поставить личные подписи в журнале инструктажа. Студенты, не прошедшие инструктаж по технике безопасности, к занятиям не допускаются.

2. Перед началом сборки цепи следует убедиться в том, что стенд обесточен. Во время проведения работы на Практическом столе не должно быть посторонних предметов: чертежей, книг и т. д.

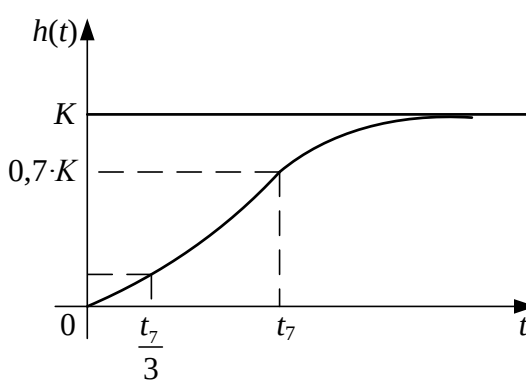
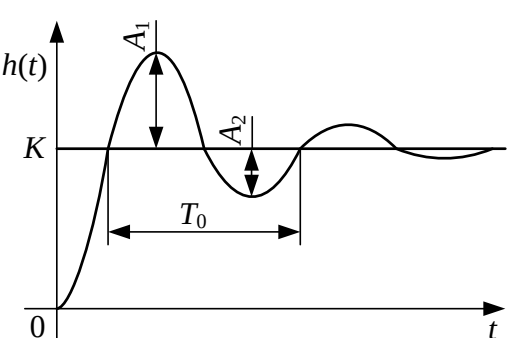
3. Питание стенда осуществляется на переменном напряжении 220 В, опасном для жизни, поэтому все работы должны производиться не менее, чем двумя студентами. О включении напряжения следует предупредить всех членов бригады, совместно выполняющих работу.

Таблица 1.1 – Наиболее распространённые переходные характеристики звеньев САУ

Позиция	Аппроксимация переходных характеристик динамических звеньев	Аналитические выражения аппроксимирующих функций
1	2	3
1	 $h(t) _{t=T} = K \cdot (1 - e^{-1}) = 0,63 \cdot K$ $\frac{dh}{dt} _{t=0} = \frac{K}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} _{t=0} = \frac{K}{T}$	$W(p) = \frac{K}{T \cdot p + 1}$ $h(t) = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$
2	 $h(t) _{t=T} = \frac{K}{T} \cdot e^{-1} = 0,37 \cdot K$ $\frac{dh(t)}{dt} _{t=0} = -\frac{K}{T^2} \cdot e^{-\frac{t}{T}} _{t=0} = -\frac{K}{T^2}$	$W(p) = \frac{K \cdot p}{T \cdot p + 1}$ $h(t) = \frac{K}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$
3	 $h(t) = 0,37 \cdot K \cdot T$	$W(p) = \frac{K}{p \cdot (T \cdot p + 1)}$ $h(t) = K \cdot \left[t - T \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \right] =$ $= K \cdot (t - T) + K \cdot T \cdot e^{-\frac{t}{T}}$

	$\left. \frac{dh(t)}{dt} \right _{t=0} = 0$	
--	---	--

Продолжение таблицы 1.1

По- зи- ция	Аппроксимация переходных характеристик динамических звеньев	Аналитические выражения аппроксимирующих функций
1	2	3
4	 $T_1 + T_2 = \frac{t_7}{1,2}$ $T_1 - T_2 = \sqrt{\frac{h_4 - 0,191 \cdot K}{0,143 \cdot K}}$ $(T_1 > T_2)$ $\left. \frac{dh(t)}{dt} \right _{t=0} = 0$	$W(p) = \frac{K}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$ $h(t) = K \cdot \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right]$
5	 $\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot \pi}{\ln a} \right)^2}} \quad a = \frac{A_1}{A_2} \quad T = T_0 \cdot \frac{\xi}{\ln a}$ $\left. \frac{dh(t)}{dt} \right _{t=0} = 0$	$W(p) = \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}$ $h(t) = K \cdot \left[1 - \frac{e^{-\frac{\xi \cdot t}{T}}}{\omega_0 \cdot T} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi) \right]$ $\varphi = \arcsin(\omega_0 \cdot T)$ $\omega_0 = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}$

4. В ходе работы запрещается оставлять включенную схему без наблюдения. После окончания испытания или при перерыве в работе схему отключают тумблером «Сеть».

5. При неисправности в аппаратах, приборах или проводах схему отключают и сообщают об этом преподавателю. **Категорически запрещается выполнять работы на неисправных установках!**

6. Разборку схемы осуществлять по разрешению преподавателя после предъявления ему протокола испытаний.

7. Студент обязан немедленно сообщить преподавателю обо всех нарушениях техники безопасности.

Методика и порядок выполнения работы

1. Параметры динамических звеньев задаются на панели управления системы. Генераторы случайного сигнала $N(t)$ в данной Практической работе не используются. Поэтому потенциометр C_N следует установить в положение нулевого коэффициента передачи. Следует также отключить, нелинейные элементы и элемент задания начальных условий (НУ), установив соответствующие тумблеры в нижнее положение. Структурная схема модели, из которой исключены ненужные элементы, должна соответствовать рисунку 1.3.

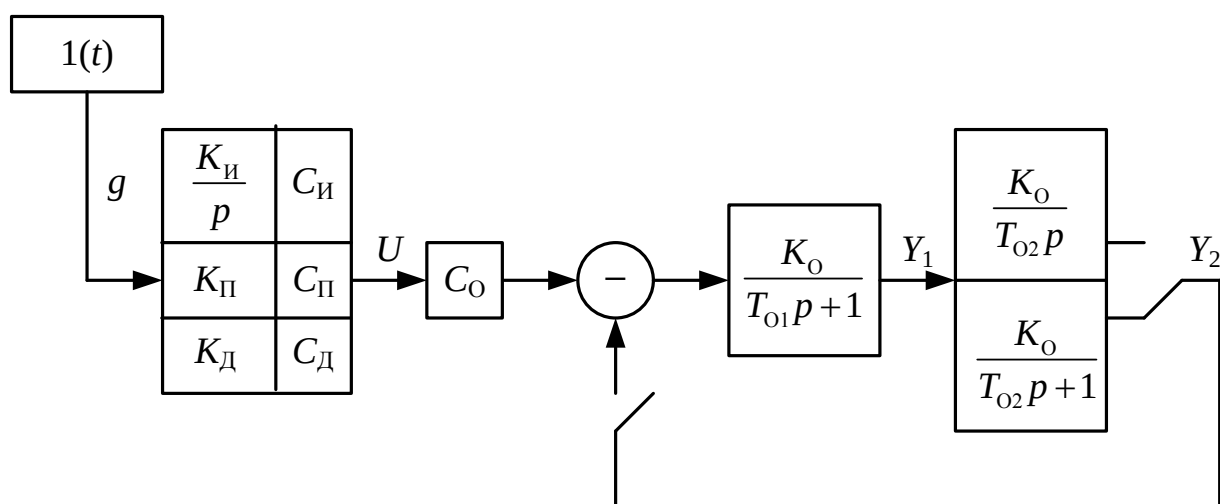


Рисунок 1.3 – Схема моделирования САУ

2. На вход модели подать сигнал $g(t)=l(t)$. Выходной сигнал модели наблюдается с помощью высокочастотного вольтметра и осциллографа, которые постоянно подключены к управляющей системе. Вход осциллографа следует подключить к точке Y_2 .

3. При исследовании звеньев 1, 4, 5 устанавливается $C_{\Pi}=1$, при этом коэффициент передачи пропорциональной ветви управляющего устройства становится равным единице ($K_{\Pi}=1$; $C_{\Pi} \cdot K_{\Pi}=1$).

Для звена 2, имеющего дифференцирующий элемент; задаётся $C_{\text{д}}=1$ ($K_{\text{д}}=1 \text{ с}^{-1}$; $C_{\text{д}} \cdot K_{\text{д}}=1 \text{ с}^{-1}$).

Для звена 3, имеющего интегрирующий элемент; задаётся $C_{\text{и}}=1$ ($K_{\text{и}}=1 \text{ с}^{-1}$; $C_{\text{и}} \cdot K_{\text{и}}=1 \text{ с}^{-1}$), при этом тумблер находится в нижнем положении.

Коэффициент передачи всех звеньев устанавливается потенциометром C_0 . Требуемый коэффициент (соответствующий варианту таблицы 4.2) получается как произведение $C_0 \cdot K_0$ ($K_0=10$).

4. При исследовании колебательного звена в модели объекта управления вводится отрицательная обратная связь (тумблер в цепи интегрирующего входа сумматора модели ставится в верхнее положение). Во всех остальных случаях тумблер ставится в нижнее положение, т. е. обратная связь отключена.

Тумблер выходного сигнала Y_2 ставится в верхнее положение. В этом случае передаточная функция исследуемого звена определяется с помощью преобразования:

$$W(p) = \frac{\frac{K_0}{(T_{01} \cdot p + 1) \cdot T_{02} \cdot p}}{1 + \frac{K_0}{(T_{01} \cdot p + 1) \cdot T_{02} \cdot p}} = \frac{1}{\frac{T_{01} \cdot T_{02}}{K_0} \cdot p^2 + \frac{T_{02}}{K_0} \cdot p + 1} = \frac{K}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}, \quad (1.6)$$

где $T = \sqrt{\frac{T_{01} \cdot T_{02}}{K_0}}$; $\xi = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{T_{02}}{K_0 \cdot T_{01}}}$.

При фиксированном значении коэффициента передачи $K_0=10$ получим

$$T = 0,136 \cdot \sqrt{T_{O1} \cdot T_{O2}}; T = 0,158 \cdot \sqrt{\frac{T_{O2}}{T_{O1}}}.$$

Данные значения используются при проверке соответствия полученных экспериментальных данных известным заданным параметрам колебательного звена.

5. При исследовании динамических звеньев следует учитывать, что они реализованы на интегральных операционных усилителях, линейный участок статической характеристики которых лежит в пределах от -10 В до +10 В. Поэтому следует подобрать сигнал таким образом, чтобы при переходных процессах переменная Y_2 принимала значения $\pm 5 \text{ В} \div \pm 6 \text{ В}$. При слишком малых значениях переменной Y_2 (менее $\pm 0,5 \text{ В}$) могут сказаться шумы операционных усилителей. При работе с интегрирующим звеном (пункт 3 в таблице 4.2) кривая переходного процесса будет отличаться от теоретической наличием зоны насыщения при $Y_2 > 10 \text{ В}$ и $Y_2 < -10 \text{ В}$.

Порядок выполнения работы

1. Провести экспериментальное исследование переходных характеристик динамических звеньев, приведённых в таблице 1.2. Варианты параметров звеньев получить у преподавателя.

2. Сопоставить результаты эксперимента с заданными параметрами звеньев. В случае существенных различий (более 20 %) установить причину и повторить эксперимент.

Таблица 1.2 – Варианты параметров динамических звеньев

Позиция	Передаточная функция	Параметры	Варианты			
			1	2	3	4
1	$W(p) = \frac{C_o \cdot K_o}{T_{O1} \cdot p + 1}$	$C_o \cdot K_o$	1	3	1	3
		T_{O1}	0,01	0,05	T_{X1}	T_{X2}
2	$W(p) = \frac{C_o \cdot K_o \cdot p}{T_{O1} \cdot p + 1}$	$C_o \cdot K_o$	1	2	1	2
		T_{O1}	0,02	0,01	T_{X1}	T_{X2}
3	$W(p) = \frac{C_o \cdot K_o}{p \cdot (T_{O1} \cdot p + 1)}$	$C_o \cdot K_o$	1	4	1	2
		T_{O1}	0,02	0,25	T_{X1}	T_{X2}
4	$W(p) = \frac{C_o \cdot K_o}{p^2}$	$C_o \cdot K_o$	1	2	2	4

5	$W(p) = \frac{C_o \cdot K_o}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}$	T_{O1}	0,5	0,01	T_{X1}	T_{X2}
		T_{O2}	0,05	0,25	T_{X3}	T_{X4}
		$C_o \cdot K_o$	1	0,5	1	1
		T_{O1}	0,5	0,1	T_{X1}	T_{X2}
		T_{O2}	0,25	0,02	T_{X3}	T_{X4}

3. Провести экспериментальное исследование переходных характеристик динамических звеньев при неизвестных параметрах ($T_{X1}, \dots, T_{Xi}, \dots$).

Содержание отчёта и его форма

Отчёт должен иметь титульный лист, на котором указывается:

- наименование вуза, кафедры;
- номер и название Практической работы, дисциплина, по которой выполняется работа;
- номер группы, фамилия и инициалы студента; данные о преподавателе, под руководством которого выполняется работа;
- город, год выполнения.

Отчёт должен содержать:

- цель и содержание работы;
- схему установки;
- результаты измерений и аналитических расчётов в виде таблиц и графиков, расчётные выражения;
- выводы по результатам работы.

Выполненную работу студент должен защитить, для чего даётся ряд контрольных вопросов.

Вопросы для защиты работы

1. Как записывается дифференциальное уравнение звена или системы?
2. Что такое передаточная функция?
3. Что такое аналитическая переходная характеристика?
4. Как записываются передаточные функции и переходные характеристики:
 - а) апериодического звена 1-го порядка;
 - б) колебательного звена;
 - в) апериодического звена 2-го порядка;
 - г) реального дифференцирующего звена;
 - д) реального интегрирующего звена?
5. Перечислить параметры отдельных звеньев и объяснить их физический смысл.
6. Объяснить способы вычисления параметров звеньев по экспериментальным переходным характеристикам.
7. Какова сущность преобразования Лапласа?
8. Привести примеры исследуемых звеньев из своей отрасли промышленности.

Литература: [1, 2, 4 – 8].

Практическая работа №18 (4 часа). Испытание датчиков температуры и блока измерения-регулирования температуры

Цель работы

Приобретение навыков программирования измерителя-регулятора температуры TP441, установленного в блоке электронагревателя 394.2 (или 394.1).

Определение статических характеристик датчиков температуры:

- термопреобразователя сопротивления ТС125-50М.В2.60;
- термоэлектрического преобразователя ТПК225-010.80;
- датчика температуры LM60;
- полупроводникового терморезистора КТ110.

В работе испытывается электронагреватель 394.2 (или 394.1) с блоком измерителя-регулятора температуры TP441 (TP530). Характеристики и порядок программирования TP441 кратко описаны ниже в разделе 1.3.1. и подробно в литературе: «Измерители-регуляторы температуры TP440 и TP441. Руководство по эксплуатации». (Файл TR440_TR441_doc_020607.pdf записан на компакт-диске с документацией).

Во второй части работы (раздел 1.3.2) испытываются аналоговые датчики температуры:

1. Термопреобразователь сопротивления медный типа ТС125-50М.В2.60.
2. Термоэлектрический преобразователь ТПК225-010.80.
3. Микросхема датчика температуры с выходом по напряжению LM60 (описание в файле LM60.pdf).
4. Полупроводниковый резистор с положительным температурным коэффициентом КТ110 (описание в файле 1-kt.pdf).

2.1. Блок электронагревателя

Блок электронагревателя (рис. 2.1) используется для тестирования датчиков температуры. Блок позволяет задать и автоматически поддерживать температуру нагревателя. В блоке установлен маломощный источник +5 В для питания микросхемы датчика температуры и иных устройств.

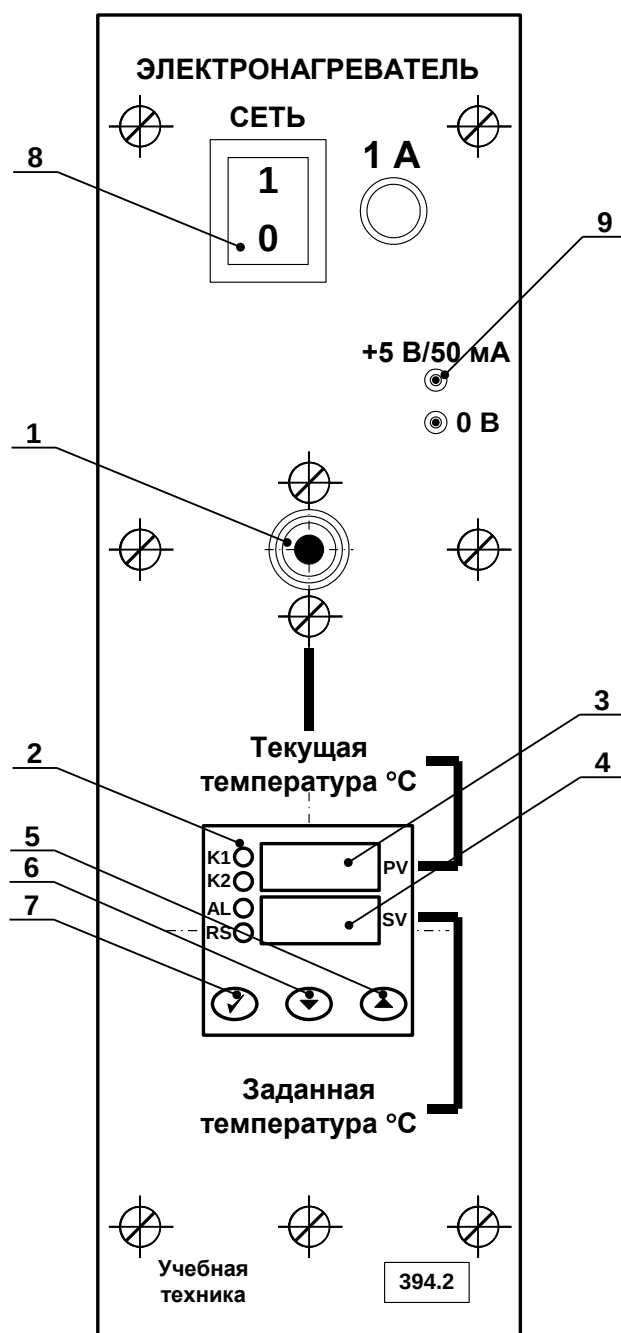


Рис. 2.1. Лицевая панель блока электронагревателя (394.2).

1 – отверстие нагревателя; 2 – измеритель-регулятор температуры; 3 – индикатор текущего значения температуры нагревателя (PV); 4 – индикатор заданного значения температуры нагревателя (SV); 5,6,7 – кнопки

управления регулятором температуры; 8 – выключатель питания; 9 – гнезда источника питания +5 В.

Слева от индикаторов 3 и 4 (рис. 2.1) на лицевой панели регулятора температуры установлены 4 светодиода

K1 – включен при нагреве;

K2 – не используется;

AL – индикатор превышения предельных значений (не используется).

RS – индикатор режима автоматического регулирования. Должен быть включен для нормальной работы блока в режиме автоматического регулирования. При выключении автоматического регулирования (см. ниже) прибор работает только как индикатор температуры нагревателя.

Задание температуры электронагревателя.

1. Нажать одну из кнопок управления 5 или 6 регулятора температуры 2 (рис. 2.1).

Начинает мигать индикатор заданного значения температуры нагревателя (SV, зеленый индикатор 4, рис. 2.1).

2. Для изменения заданного значения температуры повторно нажать кнопки 5 (уменьшение) или 6 (увеличение температуры). Удержание кнопки в течении некоторого времени включает режим автоматического ускоренного изменения значения. В процессе установки индикатор продолжает мигать.

3. После установки требуемого значения температуры необходимо однократно нажать кнопку 7 (рис. 2.1). Мигание индикатора 4 (рис. 2.1) прекращается. Температура задана.

При выполнении экспериментов рекомендуется начинать с низких значений температуры (на 5...10° выше комнатной) и постепенно повышать её величину до 100° С, т. к. остывание электронагревателя происходит гораздо медленнее его нагрева.

Включение (отключение) режима автоматического регулирования.

При включении питания электронагревателя режим автоматического регулирования выключен. При выполнении экспериментов целесообразно задать начальное значение температуры и, после этого, включить режим автоматического регулирования.

Переключение в режим автоматического регулирования:

1. Однократно нажать кнопку 7 (рис. 2.1) регулятора температуры. На индикаторе 3 (красный, PV) отобразиться надпись «r-S». На индикаторе 4 (зеленый, SV) текущее состояние регулятора «StoP» (СТОП) или «rUn» (РАБОТА).

2. Для изменения состояния регулятора нажать любую из кнопок 5 или 6 – индикатор 4 начнет мигать. Повторное нажатие кнопки 5 или 6 переключит режим («StoP»↔«rUn»).

3. Нажатие кнопки 7 фиксирует выбранное значение (индикатор 4 не мигает). Повторное нажатие кнопки 7 возвращает регулятор температуры в исходное состояние – на индикаторе отображаются текущее и заданное значения температуры. Светодиод RS сигнализирует о состоянии регулятора: включен – режим «rUn» (РАБОТА), выключен - «StoP» (СТОП).

Подробно режимы работы измерителя-регулятора температуры TP441 и порядок его программирования описаны в литературе: «Измерители-регуляторы температуры TP440 и TP441. Руководство по эксплуатации» ТАЛС.405111.040 РЭ. (Файл TR440_TR441_doc_020607.pdf записан на компакт-диске с документацией).

При выполнении экспериментов любые изменения параметров регулятора температуры, кроме указанных в руководстве, не допускаются.

2.2. Испытание датчиков температуры

Практическая установка и электрическая схема соединений

При выполнении работы используется электронагреватель А12 (394.2 или 394.1) рис. 2.1. В блок встроен нагреватель с измерителем-регулятором температуры. Испытываемый датчик вставляется в отверстие на лицевой панели нагревателя и с помощью мультиметра измеряется его выходное напряжение или сопротивление.

Схемы электрические соединений при испытании датчиков температуры показаны на рис.2.2, 2.3 и 2.4.

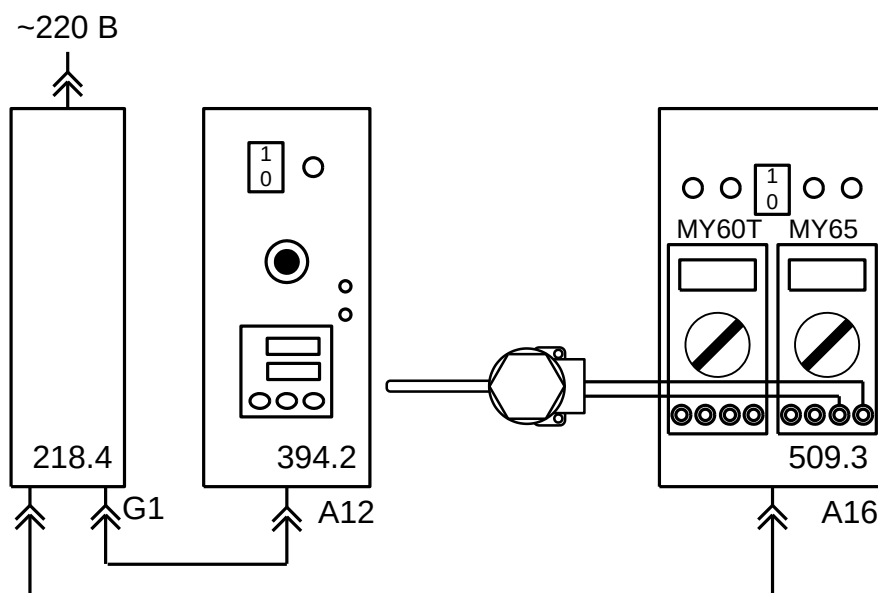


Рис. 2.2. Схема электрическая соединений при испытании термопреобразователя сопротивления и термоэлектрического преобразователя.

Термопреобразователь сопротивления ТС125-50М.В2.60 подключается по схеме рис. 2.2. Мультиметр МУ65 измеряет сопротивление термопреобразователя.

Термоэлектрический преобразователь ТПК225-010.60 (термопара) подключается по схеме рис. 2.2. Мультиметр МУ65 измеряет напряжение термопары (предел 200 мВ постоянного тока).

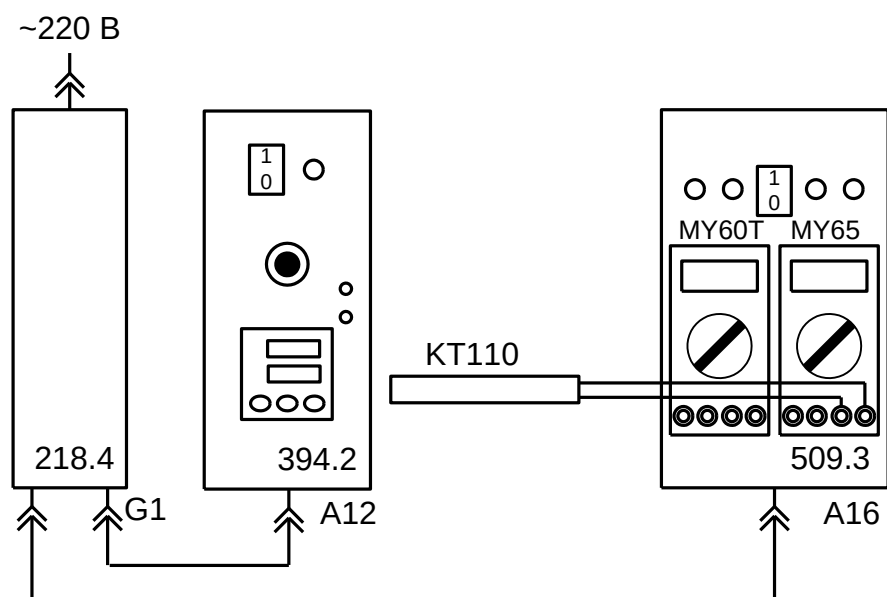


Рис. 2.3. Схема испытания полупроводникового терморезистора КТ110.

Полупроводниковый терморезистор КТ110 подключается по схеме рис. 2.3. Мультиметр МУ65 измеряет сопротивление терморезистора.

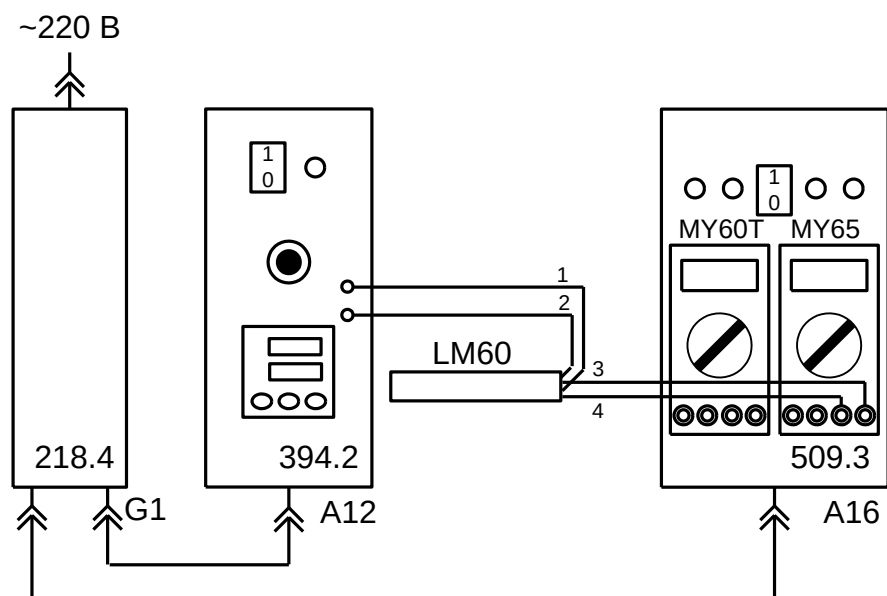


Рис. 2.4. Схема подключения датчика температуры LM60.

1 – питание +5 В (красный провод, штырь 2 мм); 2 – питание 0 В (синий провод, штырь 2 мм); 3 – выход датчика (черный провод, штырь 4 мм); 4 – выход 0 В (синий провод, штырь 4 мм);

Датчик температуры LM60 подключается по схеме рис. 2.4. Провода питания 1 (+5 В, тонкий красный) и 2 (0 В, тонкий синий, рис. 1.3.4) подключаются к соответствующим гнездам источника питания («+5 В» и «0 В») на лицевой панели электронагревателя А12 (394.2). Выходное напряжение датчика (черный толстый провод 3 – выход, синий толстый провод 4 – 0 В, рис. 1.3.4) подключаются к гнездам измерения напряжения мультиметра МУ65.

Однофазный источник питания G1 предназначен для безопасного питания блоков А12, А16.

Перечень аппаратуры

Обозначение	Наименование	Тип	Параметры
G1	Однофазный источник питания	218.4	~ 220 В / 16 А
A12	Электронагреватель	394.2 (394.1)	30...100°C, источник +5 В,
	Набор датчиков температуры	600.13	4 датчика.
A16	Блок мультиметров	509.3	МУ60Т; МУ65

Указания по проведению эксперимента

- Проверьте схему электропитания блоков А12, А16 и G1. Убедитесь, что выключатели «СЕТЬ» этих блоков отключены.
- Соедините блоки в соответствии со схемой электрической соединений рис. 2.2, 2.3 или 2.4 в зависимости от типа испытываемого датчика.
- Выберите значения температуры, при которых Вы хотите измерить сигналы датчиков. Из-за инерционности нагревателя целесообразно выбрать не более

5...7 точек в диапазоне температур до 100°C. Начальное значение – комнатная температура.

- Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.
- Включите выключатель «СЕТЬ» блоков A12 (394.2) и A16 (509.3). **Внимание!** Мультиметр МУ65 (блок 509.3) неработоспособен, если он включен при нажатой кнопке «HOLD». Кнопку «HOLD» необходимо отжать.
- При включении питания автоматический режим регулятора температуры электронагревателя выключен. Установите требуемую температуру (см. раздел 2.1). Включите автоматический режим регулятора температуры. Начнется разогрев нагревателя (включены светодиоды индикаторов K1 и RS).
- Измерьте сигналы датчиков при комнатной температуре (схемы рис. 2.2...2.4). Для исключения нагрева датчиков от рук их необходимо брать за корпус вблизи выводов. Из-за равенства температур «холодного» и «горячего» спаев термоэлектрического преобразователя (термопары) его э.д.с. равна 0, а показания мультиметра, измеряющего эту э.д.с. могут быть нестабильны.
- После стабилизации температуры нагревателя вблизи заданного значения поочередно вставьте каждый из датчиков в отверстие нагревателя до упора. Выждите 2..3 минуты для стабилизации температуры и измерьте выходной сигнал датчика.
- Задайте следующее значение температуры, дождитесь её стабилизации и повторите измерения сигналов датчиков. При высоких температурах датчиков будьте осторожны: не касайтесь рабочей части датчика, извлеченного из нагревателя.
- По результатам измерений постройте графики зависимостей напряжения или сопротивления датчиков от температуры.
- По завершении измерений отключите питание всех блоков.

- По результатам испытания термопреобразователя сопротивления ТС125-50М.В2.60 определите погрешность измерения температуры встроенным датчиком электронагревателя. Для этого рассчитайте для каждого измеренного значения сопротивления ТС125-50М.В2.60 соответствующую ему температуру датчика по соотношению

$$t = \frac{R_t - R_0}{\alpha \cdot R_0}, \quad (2.1)$$

где R_t - сопротивление датчика при температуре t ; $R_0 = 50$ Ом - номинальное сопротивление датчика при температуре $t=0^\circ\text{C}$; $\alpha = 4,28 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ - температурный коэффициент сопротивления меди.

Сравните значения температуры, рассчитанные по сопротивлению датчика ТС125-50М.В2.60, и определенные по показаниям встроенного датчика электронагревателя. Определите погрешность измерения температуры.

Выходное напряжение ($U_{\text{вых}}$) датчика LM60 в милливольты связано с температурой датчика ($T^\circ\text{C}$) соотношением $U_{\text{вых}} = 6,25 \times T + 424$.

При испытании термоэлектрического преобразователя ТПК225-010.60 (термопара ХА – хромель-алюмель) необходимо учесть температуру холодного спая, т.е. температуру окружающей среды (температура внутри корпуса датчика в месте подключения проводников термопары к выводам). Эта температура вычисляется по формуле (2.1) с использованием сопротивления термопреобразователя ТС125-50М.В2.60 при комнатной температуре. Используя найденную температуру окружающей среды, определите термо-э.д.с. холодного спая термопары по приведенной ниже таблице.

Измеренные в эксперименте значения термоэлектродвижущей силы термопары ХА (ТПК225-010.60) необходимо привести к нормальным условиям – температуре холодного спая 0°C . Для этого добавьте к измеренному значению термо-э.д.с. величину термо-э.д.с. холодного спая. Сравните полученные значения со стандартной характеристикой термопары ХА из таблицы 2.1.

Примечание.

При определении характеристики только одного датчика порядок выполнения эксперимента можно изменить.

- Соберите одну из схем рис. 1.3.2,...,1.3.4.
- Установите испытываемый датчик в отверстие нагревателя.

Таблица 2.1 Характеристика термопары ХА

Температура горячего спая, °C	Термо-э.д.с., мВ									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,039	0,079	0,119	0,158	0,198	0,238	0,277	0,317	0,357
10	0,397	0,437	0,477	0,517	0,557	0,597	0,637	0,677	0,718	0,758
20	0,798	0,838	0,879	0,919	0,960	1,000	1,041	1,081	1,122	1,163
30	1,203	1,244	1,285	1,326	1,366	1,407	1,448	1,489	1,530	1,571
40	1,612	1,653	1,694	1,735	1,776	1,817	1,858	1,899	1,941	1,982
50	2,023	2,064	2,106	2,147	2,188	2,230	2,271	2,312	2,354	2,395
60	2,436	2,478	2,519	2,561	2,602	2,644	2,685	2,727	2,768	2,810
70	2,851	2,893	2,934	2,976	3,017	3,059	3,100	3,142	3,184	3,225
80	3,267	3,308	3,350	3,391	3,433	3,474	3,516	3,557	3,599	3,640
90	3,682	3,723	3,765	3,806	3,848	3,889	3,931	3,972	4,013	4,055

- Задайте температуру 100°C и включите автоматический режим регулятора температуры («rUn», режим «РАБОТА», индикатор RS включен, см. раздел 2.1). Дождитесь установления заданной температуры и выключите автоматический режим регулятора («StoP», режим «СТОП», индикатор RS выключен).
- По мере снижения температуры нагревателя измерьте выходной сигнал датчика (напряжение или сопротивление в зависимости от типа датчика) при нескольких значениях температуры в диапазоне 100...30°C. Ориентировочное время остывания датчика 15...30 мин.
- Обработайте результаты эксперимента в соответствии с приведенными выше рекомендациями.

Вопросы для защиты работы

1. В чем состоят особенности применения в качестве датчиков температуры
 - термопреобразователя сопротивления ТС125-50М.В2.60;
 - термоэлектрического преобразователя ТПК225-010.80;
 - датчика температуры LM60;
 - полупроводникового терморезистора КТ110.
2. Что такое «температурный коэффициент сопротивления»?
3. Чем обусловлена возможность использования термоэлектрических преобразователей в качестве температурных датчиков?
4. Пояснить основные достоинства и недостатки использования термопар в качестве датчиков температуры
5. Какие виды термопар вы знаете?
6. Провести сравнительный анализ термодатчиков по:
 - диапазону измерений;
 - точности;
 - удобству применения;
 - возможности использования в автоматизированных линейных и дискретных САУ;
7. Какие физические явления лежат в основе функционирования термодатчиков, исследованных в данной работе?

Литература: [1, 2, 4 – 8].

Практическая работа №19(4 часа). Испытания стандартных блоков пультов управления и датчиков технологических параметров. Испытание датчиков линейного положения

Цель экспериментов – определение характеристик различных датчиков линейного положения: оптического, индуктивного и емкостного бесконтактных выключателей, индуктивного аналогового датчика и резистивного датчика.

При испытаниях определяется характеристика датчиков: зависимость выходного сигнала от расстояния до воздействующего объекта. Исследуется зависимость характеристики датчика от свойств материала воздействующего объекта и его размера.

Блок испытания датчиков линейного положения (395)

При испытаниях датчиков линейного положения используется блок А13 (395), позволяющий изменить и измерить положение воздействующего объекта относительно датчика (рис. 3.1).

При испытании бесконтактный датчик устанавливают в каретку вертикального перемещения (1, рис.3.1), а зажим с объектом воздействия в каретку горизонтального перемещения(7,8,4, рис.3.1). Вращая рукоятку вертикального перемещения (2, рис.3.1) устанавливают риску на корпусе датчика с лицевой стороны на отметку 100 мм вертикальной линейки (3, рис.3.1). Закрепленный в зажиме объект воздействия (7 и 8, рис. 3.1) устанавливают в отверстия нижнего ряда каретки горизонтального перемещения (4, рис.3.1). Вращением ручки горизонтального перемещения (5, рис.3.1) добиваются, чтобы лицевая поверхность объекта воздействия касалась торца датчика. По горизонтальной линейке (6, рис. 3.1) отсчитывают смещение нуля горизонтальной шкалы. Величина смещения обычно составляет 0...3 мм. В дальнейшем, при измерении расстояния между датчиком и объектом воздействия полученное смещение вычитают из величины, измеренной по горизонтальной линейке.

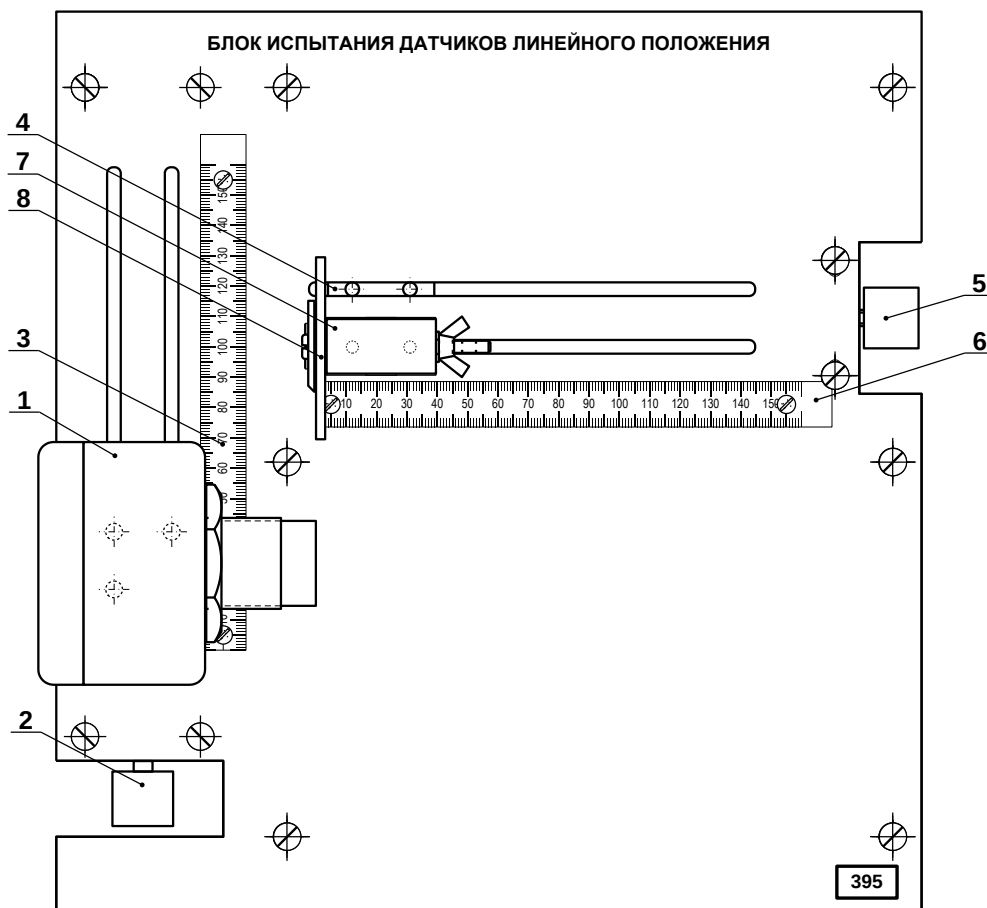


Рис. 3.1. Блок испытания датчиков линейного положения.

1 – датчик установленный в каретку вертикального перемещения; 2 – рукоятка вертикального перемещения; 3 – линейка вертикального перемещения. Отсчет производится по риску на корпусе датчика. Ось датчика совпадает с осью объекта воздействия (поз. 8) когда риска датчика указывает на деление 100 мм вертикальной линейки; 4 – каретка горизонтального перемещения; 5 – ручка горизонтального перемещения; 6 – линейка горизонтального перемещения. В положении 0 лицевая сторона объекта воздействия касается торца корпуса датчика; 7 – зажим; 8 – объект воздействия.

Блок испытания датчиков линейного положения позволяет исследовать статическую пространственную характеристику датчика. Механизм горизонтального перемещения удаляет или приближает объект воздействия к датчику, а механизм вертикального перемещения смещает продольную ось датчика относительно оси объекта воздействия. Измеряя выходной сигнал датчика, строим его зависимость от расстояния до объекта воздействия и величины смещения продольных осей объекта и датчика.

3.1. Испытание бесконтактных выключателей

Испытываются оптический, емкостный и индуктивный бесконтактные выключатели. При приближении к ним объекта воздействия выходной сигнал выключателя переключается из состояния логического 0 (низкий уровень выходного напряжения) в состояние логической 1 (высокий уровень выходного напряжения). Испытываются бесконтактные выключатели следующих типов:

1. Оптический бесконтактный выключатель ВБО-М18-76У-3111-С.
2. Емкостный бесконтактный выключатель ВБЕ-Ц30-96У-2111-3А.
3. Индуктивный бесконтактный выключатель ВБИ-Ц30-89У-2111-3.

Параметры выключателей приведены в каталоге (файл sensor.pdf).

Цель работы

- 1) Определить границы зоны включения/выключения бесконтактного выключателя.
- 2) Исследовать зависимость границы зоны включения/выключения от свойств объекта воздействия.

Практическая установка и электрическая схема соединений

Испытываемый бесконтактный выключатель и закрепленный в зажиме объект воздействия устанавливаются в каретки вертикального и горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения А13 (395) как показано на рис. 3.2.

Ручкой вертикального перемещения риска на корпусе выключателя устанавливается на отметку 100 мм вертикальной линейки. Ручкой горизонтального перемещения указатель зажима устанавливается на 0 горизонтальной линейки.

Бесконтактный выключатель подключается к источнику питания +24 В блока счетчика импульсов А15 (409). Напряжение на выходе бесконтактного выключателя измеряется мультиметром блока А16 (509.3). Общая для бесконтактных выключателей схема электрическая приведена на рис. 3.2.

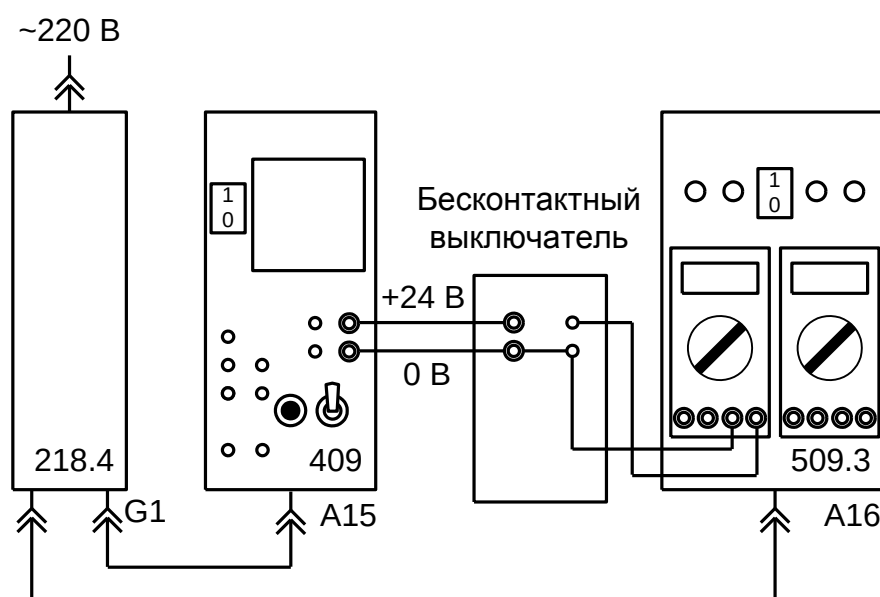


Рис. 3.2. Схема электрическая соединений при испытании бесконтактных выключателей.

Однофазный источник питания G1 предназначен для безопасного питания блоков счетчика импульсов A15 (409) и мультиметров A16 (509.3). Для измерения выходного напряжения бесконтактного выключателя можно использовать любой из мультиметров блока A16 (509.3). После включения питания цепь готова к работе.

Перечень аппаратуры

Обозначение	Наименование	Тип	Параметры
G1	Однофазный источник питания	218.4	~ 220 В / 16 А
A13	Блок испытания датчиков линейного положения	395	Перемещения по горизонтали 0..100 мм по вертикали 0...120 мм
A15	Блок счетчика импульсов	409	Выходы источника питания +5 В, +24 В.
A16	Блок мультиметров	509.3	Мультиметры МУ60Т, МУ65
	Бесконтактные выключатели (индуктивный, емкостный и оптический), зажим и набор объектов воздействия.	Из набора 600.14	Расстояние срабатывания датчиков до 100 мм. Объекты шириной 30 и 60 мм из различных материалов

Указания по проведению эксперимента

- Убедитесь, что переключатели «Сеть» блоков, используемых в эксперименте, выключены.
- Установите бесконтактный выключатель в каретку вертикального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (рис. 1.1.1). Ручкой вертикального перемещения установите риску на корпусе выключателя на отметку 100 мм вертикальной линейки.
- Соедините аппаратуру в соответствии со схемой электрической соединений. Для подключения выхода датчика к мультиметру используйте щупы из комплекта мультиметра.
- Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.
- Включите выключатель «СЕТЬ» блоков счетчика импульсов A15 и блока мультиметров A16. **Внимание!** Мультиметр MY65 (блок 509.3) неработоспособен, если он включен при нажатой кнопке «HOLD». Кнопку «HOLD» необходимо отжать.
- Определите, на какие объекты реагирует выключатель выбранного типа. Поочередно подносите объекты к торцу выключателя на расстояние 5..10 мм и наблюдайте за выходным сигналом выключателя. Оптический выключатель не работает при расстояниях до объекта воздействия менее 5 мм. Удаляйте объект от датчика и оцените расстояние, на котором происходит включение (выключение) датчика. В некоторых случаях это расстояние может превышать диапазон перемещений горизонтальной каретки. Если емкостный выключатель включен даже при отсутствии объекта воздействия (горит светодиод на корпусе датчика), необходимо уменьшить его чувствительность регулятором на заднем торце корпуса. Винт регулятора необходимо повернуть на несколько оборотов до погасания светодиода.

- Установите зажим с выбранным объектом воздействия в каретку горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (рис.31.1.1). Ручкой горизонтального перемещения подведите объект воздействия вплотную к торцу датчика и по горизонтальной линейке измерьте величину смещения нуля (обычно 0...3 мм). В дальнейшем полученное смещение нуля необходимо вычитать из отсчета расстояния по горизонтальной линейке.
- Ручкой горизонтального перемещения постепенно отодвигайте объект воздействия от бесконтактного выключателя и зафиксируйте расстояние, на котором произойдет переключение выходного напряжения. Обратите внимание, что, оптический бесконтактный выключатель отключен, когда объект находится на расстоянии менее 5 мм от датчика. С увеличением расстояния оптический выключатель включается и отключается лишь при увеличении расстояния до объекта. Для объекта белого цвета расстояние отключения может превысить 100 мм. Емкостный выключатель имеет на заднем торце корпуса регулятор чувствительности, позволяющий изменять расстояние включения/отключения выключателя.
- Повторите опыт при приближении объекта к датчику. Из-за гистерезиса характеристики выключателя расстояния его включения и отключения не совпадают.
- Повторите измерения предыдущих пунктов при смещении осей датчика и объекта воздействия. Поскольку характеристика датчика симметрична, достаточно выполнить измерения при отклонении датчика от оси объекта лишь в одну сторону.
- Результаты измерений занесите в таблицу и постройте на плоскости границы области включения и отключения выключателя.
- Повторите измерения для объектов других размеров и свойств.

3.2. Испытание индуктивного датчика линейного положения

Испытывается бесконтактный индуктивный датчик с аналоговым (токовым) выходом типа ДПА-Ф60-40У-2110-Н (описание в sensor.pdf).

Цель работы

- 1) Определить зависимость выходного тока датчика от расстояния до объекта воздействия.
- 2) Исследовать зависимость характеристики датчика от свойств объекта воздействия.

Практическая установка и электрическая схема соединений

Испытываемый индуктивный датчик и закрепленный в зажиме объект воздействия устанавливаются в каретки вертикального и горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения А13 (395) как показано на рис. 3.1.

Ручкой вертикального перемещения риска на корпусе выключателя устанавливается на отметку 100 мм вертикальной линейки. Ручкой горизонтального перемещения указатель зажима устанавливается на 0 горизонтальной линейки.

Индуктивный датчик подключается к источнику питания +24 В блока счетчика импульсов А15 (409). В зависимости от расстояния до объекта воздействия ток на выходе индуктивного датчика изменяется в пределах 1,25...20 мА при нагрузке не более 600 Ом. Для измерения тока к выходу датчика подключается миллиамперметр (мультиметр, блок 509.3). Схема электрическая для испытания индуктивного датчика приведена на рис. 3.3.

Однофазный источник питания G1 предназначен для безопасного питания блоков счетчика импульсов А15 (409) и мультиметров А16 (509.3). Для измерения выходного тока индуктивного датчика можно использовать любой из мультиметров блока А16 (509.3). После включения питания цепь готова к работе.

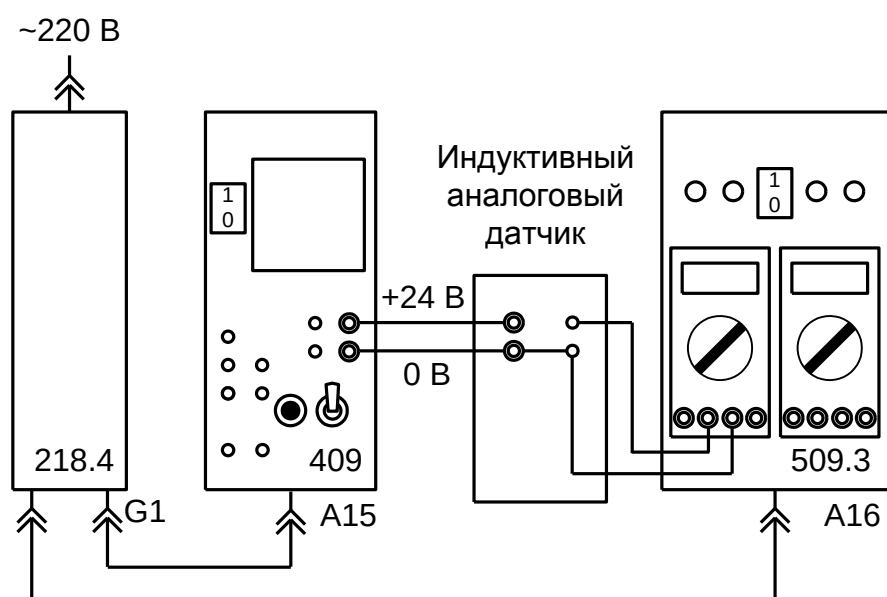


Рис. 3.3. Схема электрическая соединений при испытании индуктивного датчика.

Перечень аппаратуры

Обозначение	Наименование	Тип	Параметры
G1	Однофазный источник питания	218.1	~ 220 В / 16 А
A13	Блок испытания датчиков линейного положения	395	Перемещения по горизонтали 0..100 мм по вертикали 0...120 мм
A15	Блок счетчика импульсов	409	Выходы источника питания +5 В, +24 В.
A16	Блок мультиметров	509.3	Мультиметры МУ60Т, МУ65
	Индуктивный аналоговый датчик, зажим и набор объектов воздействия.	Из набора 600.14	Диапазон измерения датчика 0...40 мм. Объекты шириной 30, 60 мм из различных материалов

Указания по проведению эксперимента

- Убедитесь, что переключатели «Сеть» блоков, используемых в эксперименте, выключены.
- Установите индуктивный аналоговый датчик в каретку вертикального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (рис. 3.1). Ручкой вертикального перемещения установите риску на корпусе выключателя на отметку 100 мм вертикальной линейки.
- Соедините аппаратуру в соответствии со схемой электрической соединений.
- Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.
- Включите выключатель «СЕТЬ» блоков счетчика импульсов A15 и блока мультиметров A16. **Внимание!** Мультиметр MY65 (блок 509.3) неработоспособен, если он включен при нажатой кнопке «HOLD». Кнопку «HOLD» необходимо отжать.
- Определите, на какие объекты реагирует индуктивный аналоговый датчик. Поочередно подносите объекты к торцу датчика и наблюдайте за изменением выходного тока датчика.
- Установите зажим с выбранным объектом воздействия в каретку горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (рис. 1.1.1). Ручкой горизонтального перемещения подведите объект воздействия к торцу датчика и по горизонтальной линейке определите смещение нуля (обычно 0...3 мм). Для определения точного расстояния между объектом воздействия и датчиком, полученную величину смещения нуля необходимо вычитать из отсчета расстояния по горизонтальной линейке.
- Ручкой горизонтального перемещения постепенно отодвигайте объект воздействия от бесконтактного выключателя и измеряйте выходной ток датчика. Рекомендуемый диапазон изменения расстояния между датчиком и объектом 0...50 мм.

- Повторите опыт при приближении объекта к датчику. Из-за гистерезиса характеристики датчика могут не совпадать.
- Повторите измерения предыдущих пунктов при смещении осей датчика и объекта воздействия. Поскольку характеристика датчика симметрична, достаточно выполнить измерения при отклонении датчика от оси объекта лишь в одну сторону.
- Результаты измерений занесите в таблицы и постройте графики полученных зависимостей.
- Повторите измерения для объектов других размеров и свойств.

3.3. Испытание резистивного датчика положения

Испытывается резистивный аналоговый датчик (переменный резистор).

Цель работы

Определить зависимость выходного напряжения датчика от положения его указателя.

Практическая установка и электрическая схема соединений

Испытываемый резистивный аналоговый датчик (2, рис.3.4) устанавливается в каретку горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (1, рис.3.4) как показано на рис. 3.4.

Указатель датчика (3, рис. 3.4) переместить в крайнее левое (относительно корпуса датчика) положение (см. рис. 3.4) и ручкой горизонтального перемещения (4, рис. 3.4) установить указатель датчика (3, рис.3.4) на отметку 0 горизонтальной линейки (5, рис.3.4).

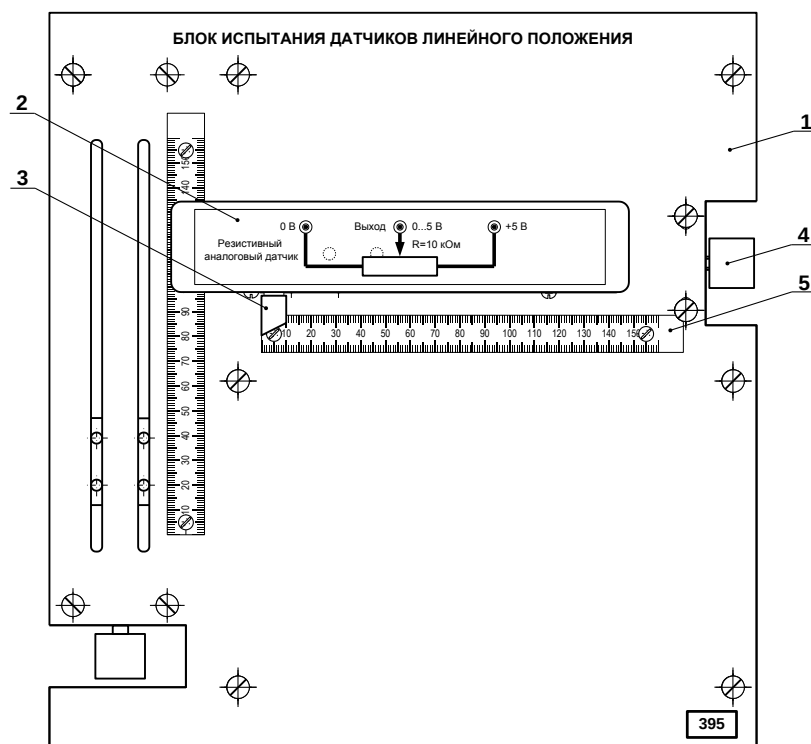


Рис. 3.4. Установка для испытания резистивного датчика положения

1 – блок испытания датчиков линейного положения; 2 – резистивный аналоговый датчик положения; 3 – движок датчика; 4 – ручка горизонтального перемещения; 5 – горизонтальная линейка.

Резистивный датчик подключается к источнику питания +5 В блока счетчика импульсов А15 (409). Напряжение на выходе резистивного датчика (гнезда «0...5 В» и «0 В») измеряется мультиметром блока А16 (509.3). Схема электрических соединений для испытания резистивного датчика приведена на рис. 3.5.

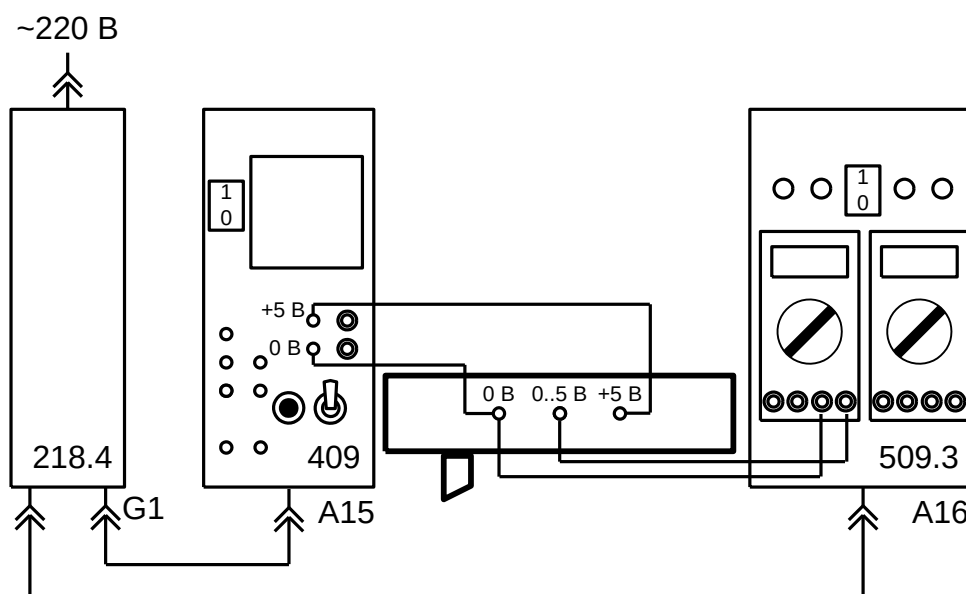


Рис. 3.5. Схема электрических соединений при испытании резистивного аналогового датчика.

Перечень аппаратуры

Обозначение	Наименование	Тип	Параметры
G1	Однофазный источник питания	218.1	~ 220 В / 16 А
A13	Блок испытания датчиков линейного положения	395	Перемещения по горизонтали 0..100 мм по вертикали 0...120 мм
A15	Блок счетчика импульсов	409	Выходы источника питания +5 В, +24 В.
A16	Блок мультиметров	509.3	Мультиметры МУ60Т, МУ65
	Резистивный аналоговый датчик	Из набора 600.14	Диапазон измерения датчика 0...100 мм.

Однофазный источник питания G1 предназначен для безопасного питания блоков счетчика импульсов A15 (409) и мультиметров A16 (509.3). Для измерения выходного напряжения резистивного датчика можно использовать любой из мультиметров блока A16 (509.3). После включения питания цепь готова к работе.

Указания по проведению эксперимента

- Убедитесь, что переключатели «Сеть» блоков, используемых в эксперименте, выключены.
- Установите испытываемый резистивный аналоговый датчик (2, рис. 3.4) в каретку горизонтального перемещения блока испытания датчиков линейного положения (1, рис. 3.4) как показано на рис. 3.4.
- Указатель датчика (3, рис. 3.4) переместить в крайнее левое относительно корпуса датчика положение (см. рис. 3.4) и ручкой горизонтального перемещения (4, рис. 3.4) установить указатель датчика (3, рис. 3.4) на отметку 0 горизонтальной линейки (5, рис. 3.4).
- Соедините аппаратуру в соответствии со схемой электрической соединений рис. 3.5.
- Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.
- Включите выключатель «СЕТЬ» блоков счетчика импульсов A15 и блока мультиметров A16. **Внимание!** Мультиметр MY65 (блок 509.3) неработоспособен, если он включен при нажатой кнопке «HOLD». Кнопку «HOLD» необходимо отжать.
- Рукой передвигайте указатель датчика вдоль горизонтальной линейки и измеряйте выходное напряжение датчика при нескольких положениях указателя. Полный ход указателя датчика равен 100 мм.
- Результаты измерений занесите в таблицу и постройте график полученной зависимости.

Вопросы для защиты работы

1. Пояснить принципы работы датчиков бесконтактных выключателей:
 - оптического;
 - индуктивного;
 - емкостного.
2. Какие физические явления лежат в основе функционирования датчиков линейного положения:
 - индуктивного аналогового датчика линейного положения;
 - резистивного датчика линейного положения.
3. Достоинства и недостатки исследованных типов датчиков линейного положения?
4. Оценить возможность использования бесконтактных переключателей различных типов в устройствах и промышленных установках машиностроительных производств.
5. Оценить с точки зрения удобства использования (дрейф нуля, используемые напряжения питания, скорость срабатывания и т. д.) датчики линейного положения различных типов. Предложить меры борьбы с недостатками датчиков каждого типа.

Литература: [1, 3, 4 – 8].

Практическая работа №20(2 часа). Исследование устойчивости и качества линейной системы автоматического управления

Цель и содержание

Теоретическое и экспериментальное исследование влияния отдельных параметров системы на устойчивость и качество работы системы.

Теоретическое обоснование

Для нормального функционирования системы автоматического управления (САУ) необходимо, прежде всего, обеспечить устойчивость её движения. Однако устойчивость есть необходимое, но недостаточное условие, которое отвечало бы требованиям, предъявляемым к качеству системы автоматического управления. Задача исследования качества САУ заключается в определении косвенных или прямых показателей качества таких, например, как максимальное перерегулирование σ_{MAX} , время переходного процесса $t_{\text{П}}$ или время регулирования $t_{\text{Р}}$ и др.

На рисунке 4.1 представлена типичная переходная характеристика $y(t)$, по которой можно определить основные показатели качества:

1) перерегулирование σ_{MAX} , %:

$$\sigma_{\text{MAX}} = \frac{y_{\text{MAX}} - y_{\text{уст}}}{y_{\text{уст}}} \cdot 100 \%, \quad (4.1)$$

где y_{MAX} – максимальное отклонение регулируемой величины; $y_{\text{уст}}$ – установившееся значение, т. е. $y_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$;

2) время переходного процесса $t_{\text{П}}$ (время регулирования $t_{\text{Р}}$) – время, в течение которого отклонение регулируемой координаты достигает величины, не превосходящей заданного допустимого значения $\Delta_{\text{доп}} = \pm 5\%$ от установившейся величины $y_{\text{уст}}$;

3) колебательность n_p характеризует число колебаний регулируемой величины $y(t)$ в течение времени переходного процесса t_p .

Помимо основных показателей качества при проектировании системы автоматического управления часто используют следующие характеристики:

1) собственная частота колебаний системы:

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{t_0}, \quad (4.2)$$

где t_0 – период собственных колебаний системы;

2) логарифмический декремент затухания системы, характеризующий быстроту затухания колебательного процесса:

$$a = \ln \frac{A_{i \text{ MAX}}}{A_{i+1 \text{ MAX}}}, \quad (4.3)$$

где $A_{i \text{ MAX}}$ и $A_{i+1 \text{ MAX}}$ – две амплитуды для рядом расположенных экстремумов кривой переходного процесса;

3) максимальная скорость отработки регулируемой величины $\left[\frac{dy}{dt} \right]_{\text{MAX}}$.

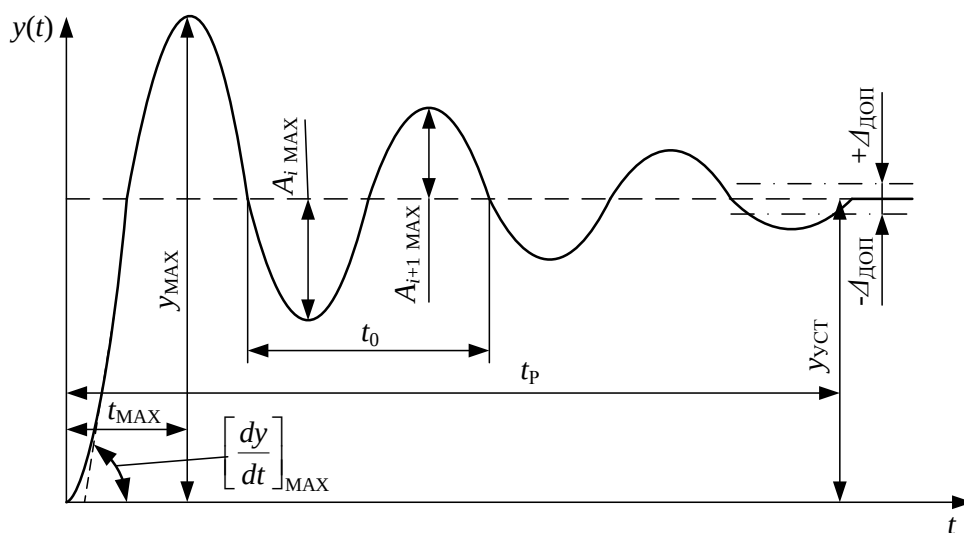


Рис. 4.1 – Общий вид переходной характеристики линейной САУ

В Практической работе исследуется система, структурная схема которой представлена на рисунке 4.2, где УУ – устройство управления; ОУ – объект управления.

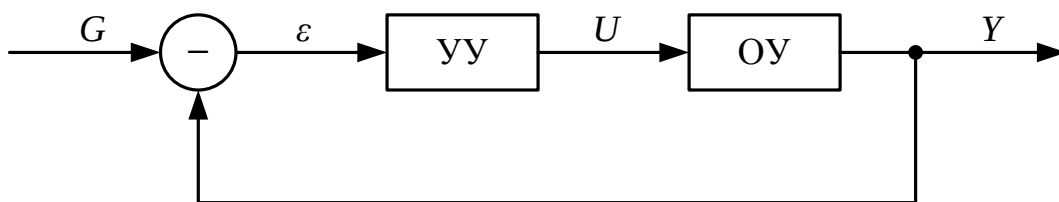


Рисунок 4.2 – Структурная схема САУ

Объект управления описывается передаточной функцией вида:

$$W_O(p) = \frac{K_O}{(T_{O1} \cdot p + 1) \cdot (T_{O2} \cdot p + 1)}, \quad (4.4)$$

где K_O – коэффициент передачи объекта управления; T_{O1} , T_{O2} – постоянные времени объекта управления, с; p – оператор Лапласа.

В качестве управляющего устройства поочередно используются три типа регуляторов:

– пропорциональный (П) регулятор, имеющий передаточную функцию:

$$W(p) = K_{\Pi}, \quad (4.5)$$

где K_{Π} – коэффициент передачи пропорционального блока;

– интегральный (И) регулятор, имеющий передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{1}{T_{\text{И}} \cdot p}, \quad (4.6)$$

где $T_{\text{И}}$ – постоянная времени интегратора, с;

– пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор, имеющий передаточную функцию:

$$W(p) = K_{\Pi} + \frac{1}{T_{\text{И}} \cdot p}. \quad (4.7)$$

При исследовании САУ важно не только установить, устойчива система или нет, но и определить граничные значения параметров управляющего устройства (параметры объекта управления считаются неизменными), при которых сохраняется устойчивость системы, намечаются пути устранения неустойчивости.

При исследовании устойчивости линейных систем широко используется алгебраический критерий устойчивости Гурвица, представляющий собой формулировку необходимых и достаточных условий, которым должны удовлетворять определенные соотношения между коэффициентами характеристического уравнения САУ:

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (4.8)$$

Условия устойчивости, вытекающие из критерия Гурвица для системы с характеристическими уравнениями второй и третьей степени, имеют вид:

$$\text{для } n=2: \quad a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0; \quad (4.9)$$

$$\text{для } n=3: \quad a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad (4.9a)$$

$$a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0. \quad (4.9б)$$

Для больших степеней составляется матрица Гурвица, старший определитель которой имеет вид:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}. \quad (4.10)$$

Если все определители матрицы Гурвица больше нуля, то система устойчива.

В общем виде характеристическое уравнение исследуемой замкнутой системы имеет вид:

$$1 + W_o(p) \cdot W_p(p) = 0. \quad (4.11)$$

где $W_o(p)$ – передаточная функция объекта управления; $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора.

Для обеспечения устойчивости системы для регуляторов И и ПИ типов требуется подобрать постоянную времени интегратора $T_{\text{И}}$. Область возможных значений постоянной времени интегратора определяется неравенством:

для И-регулятора:

$$T_{\text{и}} > \frac{K_{\text{о}} \cdot T_{\text{о1}} \cdot T_{\text{о2}}}{T_{\text{о1}} + T_{\text{о2}}}; \quad (4.12)$$

для ПИ-регулятора:

$$T_{\text{и}} > \frac{K_{\text{о}} \cdot T_{\text{о1}} \cdot T_{\text{о2}}}{(T_{\text{о1}} + T_{\text{о2}}) \cdot (1 + K_{\text{п}} \cdot K_{\text{о}})}. \quad (4.13)$$

Из сопоставления неравенств (4.12) и (4.13) следует, что для системы с ПИ-регулятором данные условия являются менее жёсткими, т. е. постоянная времени интегратора может изменяться в более широких пределах при сохранении устойчивости.

При включении П-регулятора характеристическое уравнение системы имеет второй порядок и согласно критерию Гурвица (4.9) система устойчива при любых значениях параметров.

Следовательно, с точки зрения устойчивости, система с объектом второго порядка с П-регулятором имеет предпочтение перед системами с И- и ПИ-регуляторами, которые, повышая порядок системы, ограничивают область устойчивости.

При схемотехнической и программной реализации рассмотренных регуляторов удобнее пользоваться коэффициентом передачи интегрирующего блока, который является обратной величиной по отношению к постоянной времени:

$$K_{\text{и}} = \frac{1}{T_{\text{и}}}. \quad (4.14)$$

Тогда значения оптимального коэффициента передачи интегрирующего блока будет равен:

для И-регулятора:

$$K_{\text{и}} = \frac{0,67}{K_{\text{о}} \cdot T_{\text{о1}}}. \quad (4.15)$$

для ПИ-регулятора:

$$K_{\text{и}} = \frac{2 \cdot (1 + K_{\text{п}} \cdot K_{\text{о}})}{K_{\text{о}} \cdot T_{\text{о1}} \cdot (3 + K_{\text{п}} \cdot K_{\text{о}})}. \quad (4.16)$$

Аппаратура и материалы

Для выполнения Практической работы необходим специализированный стенд СУЛ-3.

Указание по технике безопасности

1. Перед началом занятий в лаборатории всем студентам необходимо ознакомиться с настоящими методическими указаниями, пройти у преподавателя инструктаж по технике безопасности для студентов в лабораториях кафедры «Физики, электротехники и» Северо-Кавказского федерального университета и поставить личные подписи в журнале инструктажа. Студенты, не прошедшие инструктаж по технике безопасности, к занятиям не допускаются.

2. Перед началом сборки цепи следует убедиться в том, что стенд обесточен. Во время проведения работы на Практическом столе не должно быть посторонних предметов: чертежей, книг и т. д.

3. Питание стенда осуществляется на переменном напряжении 220 В, опасном для жизни, поэтому все работы должны производиться не менее, чем двумя студентами. О включении напряжения следует предупредить всех членов бригады, совместно выполняющих работу.

4. В ходе работы запрещается оставлять включенную схему без наблюдения. После окончания испытания или при перерыве в работе схему отключают тумблером «Сеть».

5. При неисправности в аппаратах, приборах или проводах схему отключают и сообщают об этом преподавателю. **Категорически запрещается выполнять работы на неисправных установках!**

6. Разборку схемы осуществлять по разрешению преподавателя после предъявления ему протокола испытаний.

7. Студент обязан немедленно сообщить преподавателю обо всех нарушениях техники безопасности.

Методика и порядок выполнения работы

Методика выполнения работы

1. При задании суммарных коэффициентов передачи $K_{\Pi\Sigma}=K_{\Pi}\cdot C_{\Pi}$, $K_{И\Sigma}=K_{И}\cdot C_{И}$, $K_{O\Sigma}=K_O\cdot C_O$ следует учитывать, что постоянные коэффициенты имеют значения $K_{\Pi}=1$, $K_{И}=1\text{ с}^{-1}$, $K_O=10$. Коэффициенты передачи потенциометров C_{Π} , $C_{И}$ и C_O могут задаваться в пределах $0,05\div 1$. Интегрирующий блок имеет два диапазона: $K_{И}$ и $10K_{И}$, т. е. позволяет получить постоянные коэффициенты передачи 1 с^{-1} и 10 с^{-1} .

2. При подготовке схемы моделирования следует отключить ненужные блоки путем установки потенциометров C_N , C_D в положение нулевого коэффициента передачи. Тумблеры в цепях обратной связи модели объекта управления и выходного сигнала управляющего устройства следует поставить в нижнее положение.

3. Для всех экспериментов следует выбрать задающее воздействие $g(t)=0,5\div 1(t)$. Величину задающего воздействия следует отрегулировать соответствующим потенциометром после подачи команды «Пуск».

4. При определении времени переходного процесса переключатель секундомера следует установить в положение «от ε ».

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему моделирования САУ (рисунок 4.3), задав параметры в соответствии с таблицей 3.1.

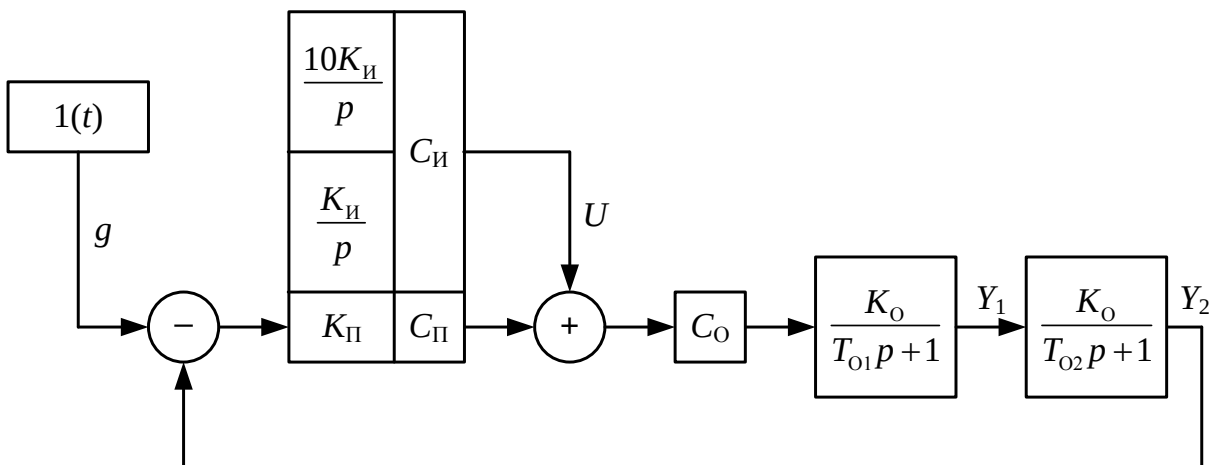


Рисунок 4.3 – Схема моделирования САУ

Таблица 4.1

Тип регулятора	Параметры САУ				
	K_P	K_I	K_O	T_{O1}	T_{O2}
П	0,05÷1	0	10	1 с	1 с
И	0	0,05÷10 с ⁻¹	1	1 с	1 с
ПИ	1	0,05÷10 с ⁻¹	1	1 с	1 с

2. Рассчитать область возможных значений суммарного коэффициента передачи интегрирующего блока $K_{ИС}$, при котором выполняется условие устойчивости САУ. Расчёт выполнить отдельно для И- и ПИ-регуляторов с учётом приведённых в таблице параметров.

3. Снять экспериментально зависимость $y_{уст}=f(K_{ПΣ})$ для САУ с П-регулятором.

4. Проверить экспериментально выполнение условий устойчивости для И- и ПИ-регуляторов.

5. Рассчитать оптимальные значения суммарного коэффициента передачи интегрирующего блока K_I для И- и ПИ-регуляторов. Проверить выполнение условий устойчивости при $K_I=K_{опт}$.

6. Для САУ с И-, ПИ-регуляторами экспериментально исследовать переходной процесс. Определить величину перерегулирования и время переходного процесса при следующих значениях суммарного коэффициента передачи интегрирующего блока

$$K_I=0,2 \cdot K_{I \text{ опт}}, K_I=K_{I \text{ опт}}, K_I=2 K_{I \text{ опт}}.$$

7. Для установившегося переходного процесса всех типов регуляторов определить величину основных и неосновных показателей качества.

Для определения условий устойчивости САУ при различных типах регуляторов, решить уравнение (3.11), подставив соответствующие значения $W_P(p)$ и $W_O(p)$.

Содержание отчёта и его форма

Отчёт должен иметь титульный лист, на котором указывается:

- наименование вуза, кафедры;
- номер и название Практической работы, дисциплина, по которой выполняется работа;
- номер группы, фамилия и инициалы студента; данные о преподавателе, под руководством которого выполняется работа;
- город, год выполнения.

Отчёт должен содержать:

- цель и содержание работы;
- схему установки;
- результаты измерений и аналитических расчётов в виде таблиц и графиков, расчётные выражения;
- выводы по результатам работы.

Выполненную работу студент должен защитить, для чего даётся ряд контрольных вопросов.

Вопросы для защиты работы

1. Как влияет тип регулятора на устойчивость системы?
2. Какие существуют показатели качества переходного процесса?
3. Как влияют параметры П-, И-, ПИ-регуляторов на переходной процесс системы?
4. Как определить устойчивость системы по критерию Гурвица?
5. Как находятся значения оптимального суммарного коэффициента передачи интегрирующего блока?
6. Какой вид имеет характеристическое уравнение системы с ПИ-регулятором?
7. Запишите выражение области возможных значений постоянной времени интегратора при использовании И- и ПИ-регуляторов.

Литература: [1, 2, 4 – 8].

Практическая работа №21(2 часа). Автоматическая система управления исполнительным электродвигателем

Цель работы:

Создание и тестирование натурной модели автоматической системы управления исполнительным электродвигателем.

5.1. Программируемый контроллер. Управление программируемым контроллером.

5.1.1. Исходное состояние программируемого контроллера

При включении программируемый контроллер может быть в следующих состояниях:

1. Если в LOGO! или в установленном программном модуле (дополнительный блок, подключаемый к разъему на лицевой панели контроллера) нет программы, то LOGO! отображает сообщение: «No Program /Press ESC» (Нет программы / Нажмите ESC).

2. Если в программном модуле есть программа, она автоматически копируется в LOGO! Коммутационная программа, находившаяся в LOGO!, удаляется.

3. Если в LOGO! есть коммутационная программа, то LOGO! принимает рабочее состояние, которое у него было до выключения питания: или RUN (т. е. выполнение программы), или STOP (коммутационная программа остановлена).

5.1.2. Работа с меню программируемого контроллера

Для управления программируемым контроллером на его лицевой панели расположены кнопки «ESC», «OK» и кнопки перемещения курсора - ▲, ►, ▼, ◀.

Ниже последовательность выбора команд из меню программируемого контроллера будем изображать упрощенно, например

ESC>Stop>Yes.

Приведенный пример подразумевает выполнение следующих действий:

- 1). Нажать кнопку «**ESC**» на панели контроллера.
- 2). Кнопками перемещения (**▲**, **▼**) перевести курсор (>) на строку команды **Stop** (на экране >**Stop**) и нажать кнопку «**OK**» на панели контроллера.
- 3). На новой странице меню перевести курсор (>) на строку команды **Yes** (на экране >**Yes**) и нажать кнопку «**OK**» на панели контроллера.

Для перехода к предыдущему экрану нажмите «**ESC**».

Полная схема возможных переходов меню приведена в приложении D «**LOGO! Руководство**».

5.1.3. Переход к «Главному меню» программируемого контроллера

«Главное меню» (см. рис. 5.1.3) соответствует состоянию контроллера STOP и используется для настройки контроллера, ввода и запуска новой программы. Перед выполнением Практической работы необходимо перейти к «Главному меню» программируемого контроллера. В зависимости от исходного состояния контроллера (п. 5.1.1.) возможны следующие варианты:

- 1). Контроллера не содержит коммутационной программы. После включения экран контроллера имеет вид рис. 5.1.1.

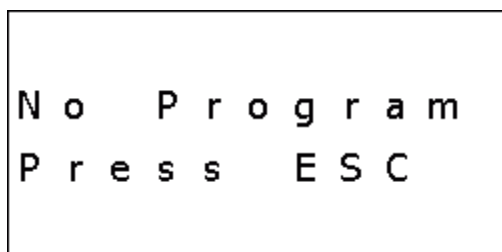
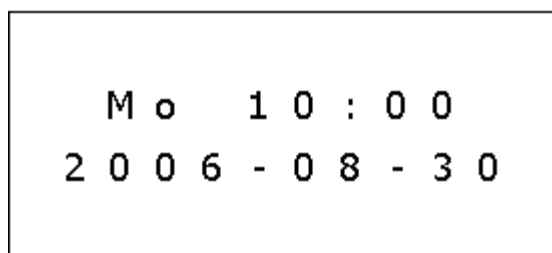


Рис. 5.1.1. Экран контроллера без коммутационной программы.

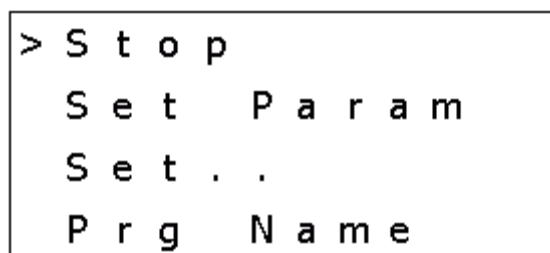
Для перехода к «Главному меню» (см. рис. 5.1.3) нажмите кнопку «ESC» на панели контроллера.

2). После включения контроллера находится в состоянии RUN (выполняет загруженную ранее программу). В этом случае на экране отображается «Меню запуска», обычно содержащее время и дату (рис. 5.1.2а). Нажатием кнопки «ESC» переходим к «Меню параметризации» (рис. 5.1.2б) и выполняем команды **>Stop>Yes.**



```
Mo 10:00
2006-08-30
```

а)

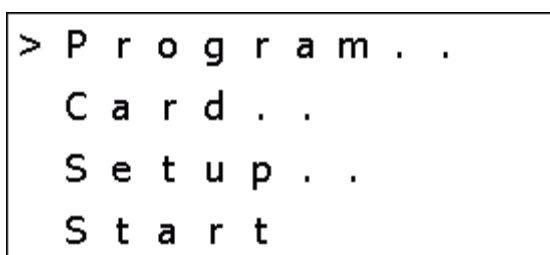


```
> Stop
Set Param
Set . .
Prg Name
```

б)

Рис. 5.1.2. Экран контроллера при выполнении программы
(а) - «Меню запуска» и (б) - «Меню параметризации».

3) Программа загружена в контроллер, но ее выполнение остановлено (режим STOP). Программируемый контроллер при включении сразу переходит к «Главному меню» рис. 5.1.3.



```
> Program . .
Card . .
Setup . .
Start
```

Рис. 5.1.3. Главное меню программируемого контроллера

5.1.4. Предварительные настройки программируемого контроллера

Перед началом работы с контроллером целесообразно отрегулировать контраст встроенного экрана и, при необходимости, скорректировать время и дату. Для этого используется пункт Setup.. «Главного меню».

5.1.5. Загрузка коммутационной программы

Коммутационная программа может быть загружена в контроллер следующими способами:

- 1). Из программного модуля, подключенного к разъему на лицевой панели контроллера.
- 2). Введена вручную с помощью встроенного экрана и кнопок управления программируемого контроллера.
- 3). Загружена из компьютера с помощью специального кабеля и программы LOGO!Soft Comfort.

При загрузке из программного модуля он устанавливается в разъем на лицевой панели контроллера до подключения питания. При включении питания программа из модуля автоматически считывается в память контроллера, замещая находившуюся там ранее программу. При снятии программного модуля программа сохранится в памяти контроллера. При подключении программного модуля к работающему контроллеру загрузка программы (или ее считывание из контроллера в программный модуль) производится через пункт Card.. «Главного меню» (см. рис. 5.1.3). Программный модуль или заглушка извлекаются из гнезда с помощью отвертки шириной 3...4 мм, вставленной в углубление на верхней стороне модуля. Порядок извлечения модуля показан на рисунках в разделе 6.2 «LOGO! Руководство».

Для ввода (или редактирования) программы в ручном режиме необходимо выполнить команды Program..>Edit..>Edit Prg. Перед вводом программы в ручном режиме необходимо нарисовать блок схему программы, т. к. на экране контроллера отображается только 1 функция (блок), а соединение с другим блоком указывается как ссылка на номер этого блока. Поскольку блоки нумеруются автоматически по мере их включения в программу, присвоенные им номера необходимо фиксировать на блок схеме. Подробно порядок ввода и редактирования коммута-

ционной программы и набор встроенных в программируемый контроллер функций (блоков) описан в «LOGO! Руководство» (главы 3 и 4).

Для выхода из режима ввода программы необходимо несколько раз нажать кнопку «ESC» для перехода в «Главное меню». Если введенная программа содержит ошибки, то она не сохраняется, а в памяти контроллера остается записанная ранее программа.

Для удаления программы вводим Program..>Edit..>Clear Prg. В случае утери пароля защищенной программы ее можно удалить четырехкратным повторением команды удаления. В этом случае при каждом повторе на запрос пароля (Password?) достаточно нажать кнопку «OK».

Для загрузки программы из компьютера необходимо установить программу LOGO!Soft Comfort и соединить разъем на лицевой панели программируемого реле LOGO! с компьютером специальным кабелем. Кабель подсоединяется к выключенному реле. Второй конец кабеля подключается к разъему USB или COM компьютера (в зависимости от типа кабеля в комплекте). После включения LOGO дальнейшее редактирование, тестирование, загрузка и отладка коммутационной программы выполняются с помощью компьютера и программы LOGO!Soft Comfort.

5.1.6. Запуск и отладка коммутационной программы

Для запуска загруженной программы выбираем пункт Start «Главного меню». Контроллер переходит в режим исполнения программы (RUN). В этом случае на экране отображается «Меню запуска», содержащее время и дату (рис. 5.1.2а). Нажимая кнопку управления ► (или ◀), последовательно переходим к другим экранам «Меню запуска», отображающим состояния входов (I), выходов (Q), аналоговых входов (AI), аналоговых выходов (AQ), флагов (M), экрану «Esc+Key» и к исходному экрану «Дата и время». На экранах цифровых входов, выходов и флагов (I, Q и M) состоянию «логическая 1» соответствует инвертированное отображение номера входа/выхода/флага в виде светлой цифры в черном прямо-

угольнике. Для аналоговых входов и выходов (AI, AQ) отображается нормированное значение сигнала в диапазоне 0...1000. Например, если для аналогового входа AI1 (совмещен с I7) установлен диапазон измерения 0...+10 В, то при напряжении +10,00 В на этом входе на экране AI: будет отображаться «1: 01000».

Экран «Esc+Key» используется для управления коммутационной программой с помощью кнопок ▲, ►, ▼, ◀ на лицевой панели контроллера. Для этого в программу включаются специальная функция «Кнопки курсора» (список «Контакты» (Co)), а в качестве ее параметра указывается одна из кнопок управления курсором. При работающей программе переходим к экрану «Esc+Key» «Меню запуска» и, при нажатой кнопке «Esc», нажимаем кнопку курсора.

5.2. Программирование контроллера с помощью компьютера

Для программирования «LOGO!» с помощью персонального компьютера предназначена программа «LOGO!SoftComfort». Программа позволяет составить коммутационную программу контроллера в виде диаграммы (схемы) функциональных блоков (FBD – Functional Block Diagram) или в виде релейно-контакторной схемы (LAD – Ladder diagram, лестничной диаграммы). Возможно автоматическое преобразование диаграммы функциональных блоков в релейно-контакторную схему и наоборот. Работоспособность коммутационной программы можно проверить на персональном компьютере в режиме эмуляции, не требующем подключения к программируемому контроллеру.

При подключении программируемого контроллера к порту USB (или COM) компьютера кабелем «LOGO! pc cable», программа «LOGO!SoftComfort» позволяет:

- 1) Загрузить разработанную в «LOGO!SoftComfort» коммутационную программу в контроллер.
- 2) Считать записанную в контроллер коммутационную программу в компьютер.

3) Запустить и остановить выполнение коммутационной программы в контроллере из окна «LOGO!SoftComfort».

4) Отслеживать работу коммутационной программы контроллера на её функциональной схеме в окне «LOGO!SoftComfort» (отладка в режиме реального времени, «on-line» тест).

5.2.1. Подготовка компьютера к работе с программируемым контроллером

Основные требования к компьютеру: процессор не менее 1 ГГц, память 256 Мб, экран 1024×768 не менее 256 цветов, CD-ROM, Windows XP, Vista. Возможна работа с MacOS и Linux.

Разъем на лицевой панели LOGO должен быть подключен кабелем «LOGO! rs cable» к порту USB (или COM – старая версия кабеля) компьютера.

На компьютере должна быть установлена программа «LOGO!SoftComfort». Для работы с портом USB необходима версия 6 (или старше). При установке программы необходимо подтвердить установку драйвера USB.

5.2.2. Установка «LOGO!SoftComfort»

Порядок установки программы (для Windows) указан в текстовом файле в корневом каталоге компакт диска из комплекта стенда. При установке программы необходимо выбрать русский язык интерфейса. Дальнейшее описание дано для русифицированной программы.

5.2.3. Ввод коммутационной программы в виде диаграммы (схемы) функциональных блоков (FBD)

При первом запуске окно программы «LOGO!Soft Comfort» имеет вид, приведенный на рис. 5.2.1.

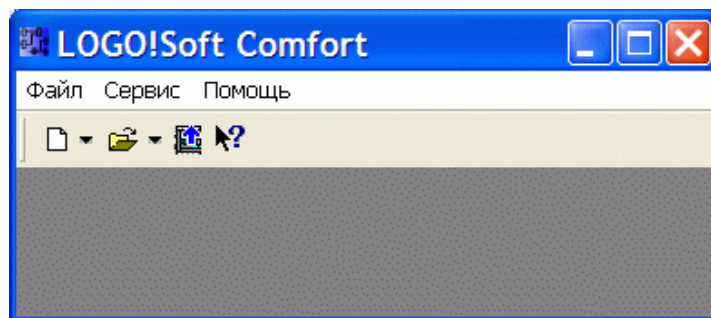


Рис. 5.2.1. Окно программы «LOGO!Soft Comfort» (нет открытых файлов коммутационных программ).

5.2.4. Создание новой коммутационной программы.

1) Выбираем пункт меню Файл/Новый (или кнопку ).

2) Задаем форму представления коммутационной программы в виде диаграммы (схемы) функциональных блоков (FBD – Functional Block Diagram).

Возможно создание программы в виде релейно-контакторной схемы (LAD – Ladder diagram, лестничной диаграммы) не рассматриваемой в данном руководстве. Программа «LOGO!Soft Comfort» позволяет автоматически преобразовать диаграмму функциональных блоков в релейно-контакторную схему и наоборот.

3) В открывшемся окне диалога Свойства, при необходимости, описываем программу.

5.2.5. Открыть файл ранее созданной коммутационной программы.

1) Выбираем пункт меню Файл/Открыть (или кнопку ).

2) В стандартном окне диалога Windows выбираем и открываем необходимый файл.

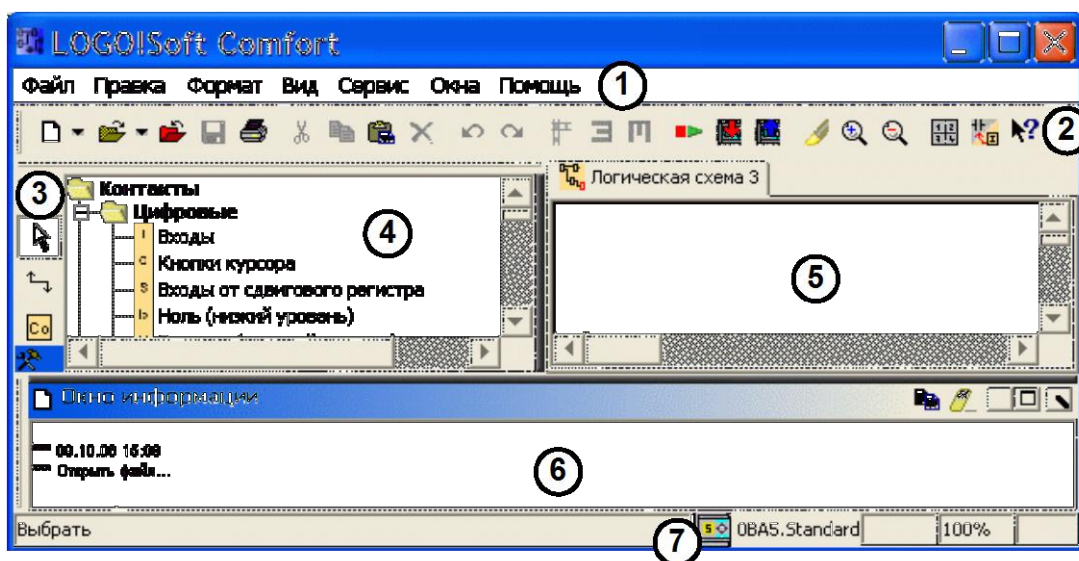


Рис.5.2.2. Окно «LOGO!Soft Comfort».

1 – строка меню; 2 – панель кнопок управления; 3 - панель «Инструменты»; 4 – окно функций (блоков) коммутационной программы; 5 – окно логической схемы коммутационной программы; 6 – окно информации; 7 – выбор типа контроллера (не менять установку по умолчанию - 0BA6).

Если при выходе из программы «LOGO!Soft Comfort» был открыт файл коммутационной программы, он автоматически загрузится в «LOGO!Soft Comfort» при следующем запуске.

После создания новой (загрузки) коммутационной программы окно «LOGO!Soft Comfort» принимает вид, показанный на рис. 5.2.2.

При наведение курсора на кнопки панелей 2, 3 и элементы списка в окне 4, появляются подсказки, поясняющие их назначение. Подсказки функций в окне 4 имеют кнопку со знаком ?, вызывающую справку для данной функции.

5.2.6. Ввод функций (блоков) коммутационной программы.

1) Наводим курсор и щелкаем левой кнопкой мыши на названии блока в окне 4.

2) Переводим курсор в окно логической схемы (5) и вводим необходимое число блоков выбранного типа, щелкая левой кнопкой мыши в местах их примерного положения на диаграмме коммутационной программы.

3) Выбираем следующую функцию (блок) и продолжаем ввод.

4) Завершив ввод, нажимаем кнопку «Выбрать» () на панели 3 «Инструменты».

Вариант ввода функций:

1) На панели 3 «Инструменты» нажать кнопку списка, содержащего необходимую функцию. Со – контакты, GF – основные функции, SF – специальные функции. В нижней части окна диаграммы 5 появится панель с кнопками функций из выбранного списка.

2)левой кнопкой мыши нажать кнопку необходимой функции и ввести необходимое число блоков в окне диаграммы 5.

3) Завершить ввод, нажав кнопку «Выбрать» () на панели 3 «Инструменты».

Подробное описание функций коммутационной программы приведено в главе 4 «LOGO! Руководство».

5.2.7. Нумерация блоков

Функции (блоки) коммутационной программы нумеруются автоматически в последовательности их ввода. При графическом программировании с помощью «LOGO!Soft Comfort» нумерация функций (блоков) не имеет значения и может отличаться от нумерации блоков в приведенных ниже примерах.

Исключение составляют входы и выходы контроллера (блоки I1, I2,...,AI1,AI2, Q1, Q2 и т. д.), согласованные с электрической схемой соединений для каждого эксперимента. Для изменения подключения блоков на диаграмме к физическим входам (выходам) контроллера дважды щелкаем левой кнопкой мыши на значке блока и, в открывшемся окне диалога, выбираем из списка необходимый физический вход (выход) контроллера. Отсутствие необходимого номера входа (выхода) в списке означает, что он используется другим блоком диаграммы. Для исключения подобных конфликтов целесообразно временно переключить все изменяемые входы и выходы на номера входов (выходов), не используемые в коммутационной программе, например I8, Q5 и т. д. После этого переключить блоки на необходимые номера физических входов и выходов.

5.2.8. Инвертирование входов блоков.

При необходимости любой из входов функции (блока) можно инвертировать двойным щелчком левой кнопки мыши на выводе этого входа. Инвертированный вход отмечается жирной точкой.

5.2.8. Задание параметров функций (блока).

1) Дважды щелкнуть левой кнопки мыши на изображении блока. Откроется окно задания параметров блока.

2) В открывшемся окне ввести параметры блока (время включения, порог срабатывания и другие параметры в зависимости от вида блока). Установленные параметры отобразятся на диаграмме внизу слева от изображения блока. Блоки и их параметры подробно описаны в главе 4 «LOGO! Руководство».

3) При необходимости можно задать имя блока, т. е. набор не более 8 знаков, отображающихся на диаграмме после номера блока.

4) На вкладке «Комментарии» этого окна можно ввести произвольный текст. Текст комментариев отображается на диаграмме коммутационной программы его можно перемещать относительно изображения блока.

5.2.8. Удаление функции (блока).

1) Навести курсор на удаляемый блок, и выделить его щелчком левой кнопки мыши.

2) Щелкнуть правой кнопкой мыши, и, в открывшемся меню, выбрать пункт «Удалить». Вместо меню можно нажать клавишу Delete на клавиатуре.

5.2.9. Перемещение блоков.

Навести курсор на значок блока в окне 5 (см. рис. 5.2.2), нажать левую кнопку мыши, и, не отпуская её, передвинуть блок.

5.2.10. Соединение функций (блоков).

1) Нажать кнопку «Связь» () на панели 3 «Инструменты» (см. рис. 4.2.2).

2) Навести курсор на вывод блока, нажать левую кнопку мыши. Не отпуская её, перевести указатель курсора к выводу другого элемента и отпустить кнопку мыши. На экране появиться линия связи выводов. Линию связи целесообразно проводить от выхода блока к входами других элементов. При нарушении правил соединения появляется сообщение об ошибке и выводы не соединяются. Неиспользуемые входы логических элементов можно не подключать. По умолчанию им присваиваются значения, не влияющие на работу элемента.

5.2.11. Сохранение коммутационной программы.

Выберите пункты меню Файл/Сохранить. При первом сохранении программы появляется стандартный диалог сохранения файлов. Задайте имя файла коммутационной программы в соответствии с правилами наименования файлов Windows.

Вместо меню можно пользоваться кнопкой  панели 2 (см. рис. 5.2.2).

5.3. Тестирование коммутационной программы

Программа «LOGO!Soft Comfort» позволяет протестировать коммутационную программу, не загружая ее в контроллер (режим эмуляции).

Если коммутационная программа не открыта в окне «LOGO!Soft Comfort», загрузите её файл (меню – Файл/Открыть).

Для перехода в режим эмуляции выберите или пункт Сервис/Эмуляция в меню 1 (см. рис. 5.2.2), или нажмите кнопку  на панели инструментов 3 (см. рис. 5.2.2), или кнопку F3 на клавиатуре. В нижней части окна диаграммы 5 (см. рис. 5.2.2) появится панель управления эмуляцией рис. 5.2.3

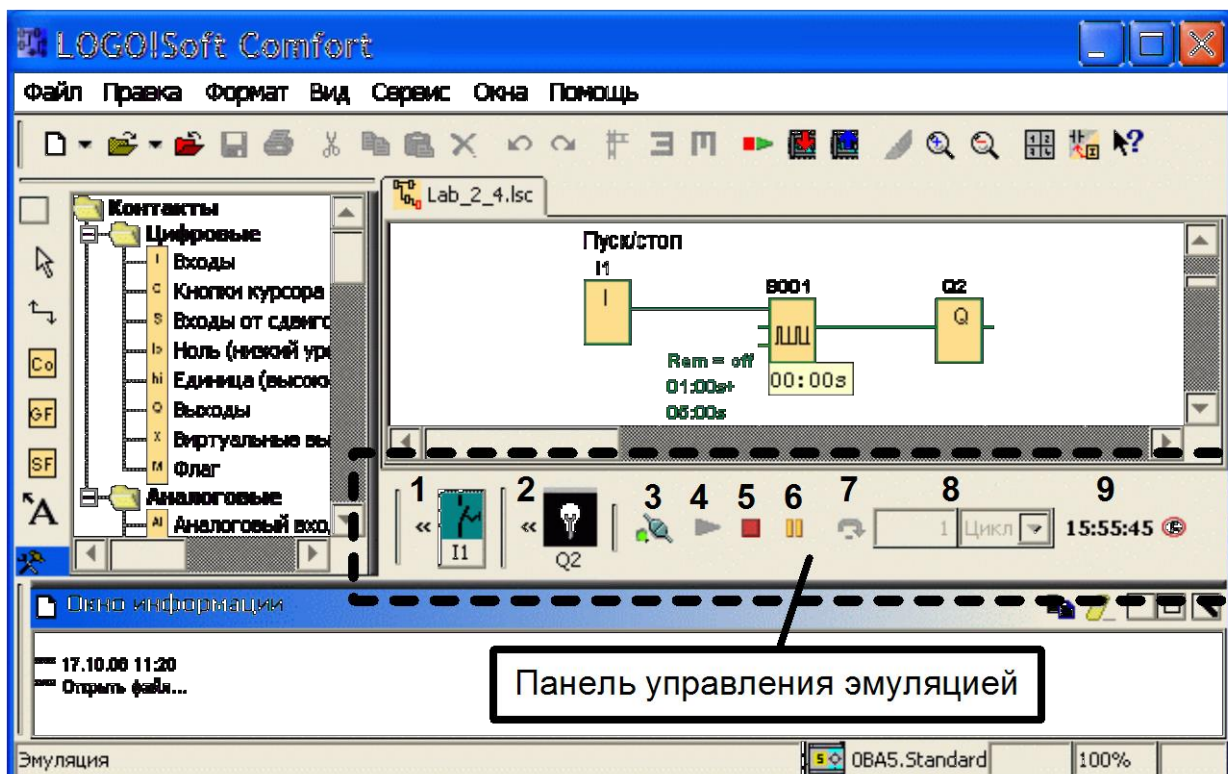


Рис. 5.3.1. Окно «LOGO!Soft Comfort» в режиме эмуляции.

На рис. 5.3.1 цифрами обозначены основные кнопки управления эмуляцией.

1 – кнопки задания состояния входов контроллера (число кнопок определяется числом входов, используемых в коммутационной программе). Для переключения укажите курсором на кнопку и нажмите левую кнопку мыши. Щелчок правой кнопкой мыши открывает меню «Параметры эмуляции». Выбор этого пункта открывает окно режимов работы входа контроллера: выключатель (установлено по умолчанию), импульсный сигнал на замыкание или размыкание, сигнал переменной частоты (Frequency). В последнем случае кнопка заменяется окном задания частоты сигнала. Для аналоговых входов AI1 и AI2 (совмещены, соответственно, с I7 и I8) задается численное значение сигнала в диапазоне 0...1000, что соответствует изменению напряжения на входе контроллера от 0 до +10,00 В.

2 – выходы контроллера (Q1,...,Q4, AQ1, AQ2). Число индикаторов соответствует числу выходов, использованных в программе. Значок цифрового выхода изображает 1 горящей лампой, а 0 - погашенной. Для аналоговых выходов AQ1 и AQ2 отображается численное значение выходного сигнала. Как и для входов,

численное значение сигнала в диапазоне 0...1000, соответствует выходному напряжению 0...+10,00 В.

3 – кнопка, имитирующая перерыв в подаче питания контроллера.

4, 5 – кнопки запуска и остановки коммутационной программы.

6 - кнопка паузы (временной приостановки) коммутационной программы.

При нажатой кнопке 6 активируется кнопка 7 пошагового выполнения программы. В окне 8 можно задать число циклов (проходов) по программе на каждом шаге или интервал времени, соответствующий шагу.

9 – текущее время. Нажав на кнопку справа от цифр, можно установить любое время и дату, необходимые для тестирования программы.

Для тестирования (эмуляции) запускаем программу кнопкой 4 (рис. 5.3.1), и, задавая входные сигналы кнопками 1 (рис.5.3.1), наблюдаем работу программы. Соединительные линии между блоками меняют цвет в зависимости от уровня логических сигналов: 1 – красный, 0 – черный. Рядом с блоками отображается текущее значение их параметров (например, 00:00 с для блока В001 на рис. 5.3.1). Кнопка 6 (рис. 5.3.1) позволяет временно приостановить работу программы с сохранение значений всех сигналов и, при необходимости, проследить работу программы в пошаговом режиме (кнопка 7, рис. 5.3.1). Для остановки эмуляции нажимаем кнопку 5 (рис. 5.3.1).

Для выхода из режима эмуляции выберите пункт Сервис/Эмуляция в меню (1 на рис. 5.2.2), или нажмите кнопку F3 на клавиатуре, или любую кнопку на панели инструментов (3 на рис. 5.2.2).

5.4. Загрузка и считывание программы из контроллера

Убедитесь, что реле и компьютер отключены от сети электропитания.

Подключите кабель «LOGO! pc cable» к разъему порта USB (в старой версии кабеля - COM) компьютера и к разъему на лицевой панели реле. Разъем расположен слева от экрана реле над кнопками курсора и при поставке закрыт заглушкой, которую необходимо удалить. Заглушку (и программный модуль) вы-

талкиваем вперед с помощью отвертки, вставленной в углубление в верхней части заглушки (см. рисунок в разделе 6.2 «LOGO! Руководство»).

Включите компьютер.

Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания.

Включите выключатель «СЕТЬ» блока программируемого реле.

Запустите программу «LOGO!Soft Comfort». Для настройки соединения реле с компьютером последовательно выберите в меню программы «LOGO!Soft Comfort» пункты Сервис/Опции/Интерфейс. Определение номера порта, к которому подключено реле, обычно происходит автоматически и этот номер отображается в окне (т. е. COM1, COM2 и т. д.). Драйвер USB порта создает дополнительный COM порт сверх установленных в компьютере физических портов COM. Обычно это последний по номеру порт (COM2, COM3 и т. п.). Именно этот порт должна использовать программа «LOGO!Soft Comfort». Для продолжения работы закройте окно Опции.

5.4.1. Загрузка коммутационной программы в контроллер.

Выберите пункт меню «LOGO!Soft Comfort» Сервис/Передать/ PC -> LOGO! или нажмите кнопку  на панели программы (2 на рис. 4.2.2).

Если перед загрузкой контроллер выполнял коммутационную программу (режим RUN), то «LOGO!Soft Comfort» откроет окно диалога, с требованием подтвердить переход контроллера в режим STOP (коммутационная программа остановлена).

После перехода контроллера в режим STOP, в него будет загружена новая коммутационная программа.

5.4.2. Считывание коммутационной программы из контроллера.

Выберите пункт меню «LOGO!Soft Comfort» Сервис/Передать/LOGO! -> PC или нажмите кнопку  на панели программы (2 на рис. 5.2.2).

Коммутационная программа считывается из контроллера, и её диаграмма открывается на новой вкладке окна диаграмм (5 на рис. 5.2.2).

5.5. Управление коммутационной программой

При соединении контроллера и компьютера кабелем (см. 5.4), кнопка  на панели 2 «LOGO!Soft Comfort» (рис. 4.2.2), запускает и останавливает коммутационную программу в контроллере. После нажатия кнопки программа требует подтвердить или отменить операцию.

5.5.1. Отладка исполняемой в контроллере коммутационной программы

Программа «LOGO!Soft Comfort» позволяет наблюдать работу коммутационной программы контроллера в реальном времени.

Для отладки необходимо:

- 1) Соединить контроллер и компьютер кабелем (см. 5.4).
- 2) В окне 5 (см. рис. 5.2.2) «LOGO!Soft Comfort» открыть диаграмму коммутационной программы и загрузить её в контроллер.
- 3) Перевести «LOGO!Soft Comfort» в режим «Online-тест». Для этого нажать кнопку  на панели инструментов (3 на рис. 5.2.2), или выбрать пункт меню (1 на рис. 5.2.2) Сервис/ Online-тест.

В нижней части окна диаграмм «LOGO!Soft Comfort» (5 на рис. 5.2.2) появится панель управления отладкой в режиме «Online-тест» рис. 5.5.1.

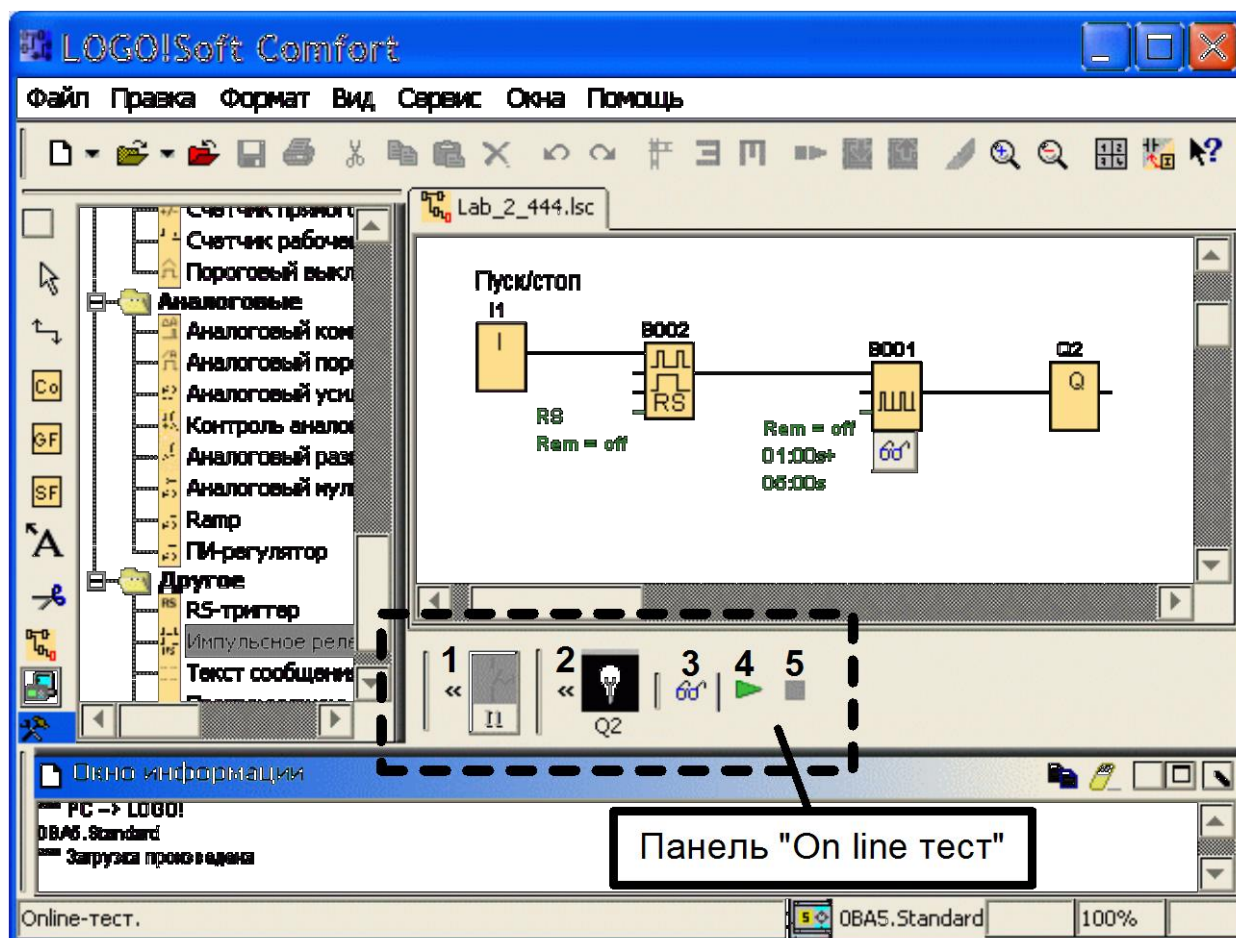


Рис. 5.5.1. Окно «LOGO!Soft Comfort» в режиме «Online-тест».

На рис. 5.5.1. цифрами обозначены кнопки управления режимом отладки коммутационной программы.

1 – кнопки индикации состояния входов контроллера (число кнопок определяется числом входов, используемых в коммутационной программе). Состоянию 1 соответствует изображение «нажатой» кнопки. В случае частотного или аналогового входа отображается численное значение параметра. Для аналоговых входов численное значение сигнала в диапазоне 0...1000 соответствует изменению напряжения на входе контроллера от 0 до +10,00 В.

2 – выходы контроллера (Q1,...,Q4, AQ1, AQ2). Число индикаторов соответствует числу выходов, использованных в программе. Значок цифрового выхода изображает 1 горящей лампой, а 0 - погашенной. Для аналоговых выходов (AQ1,

AQ2) отображается численное значение в диапазоне 0...1000 (выходное напряжение 0...+10,00 В).

4, 5 – кнопки запуска и остановки коммутационной программы.



(а) – кнопка включения монитора, (б) – окно отображения текущего значения параметра.

- 1) Останавливаем программу кнопкой 5 на панели «On line тест» (рис. 5.5.1.).
 - 2) Нажимаем кнопку  (или любую другую кнопку) на панели инструментов
- 3 на рис. 4.2.2. Вместо кнопок можно выбрать пункт меню (1 на рис. 5.2.2) Сервис/ Online-тест.

5.6. Автоматическая система управления исполнительным электродвигателем

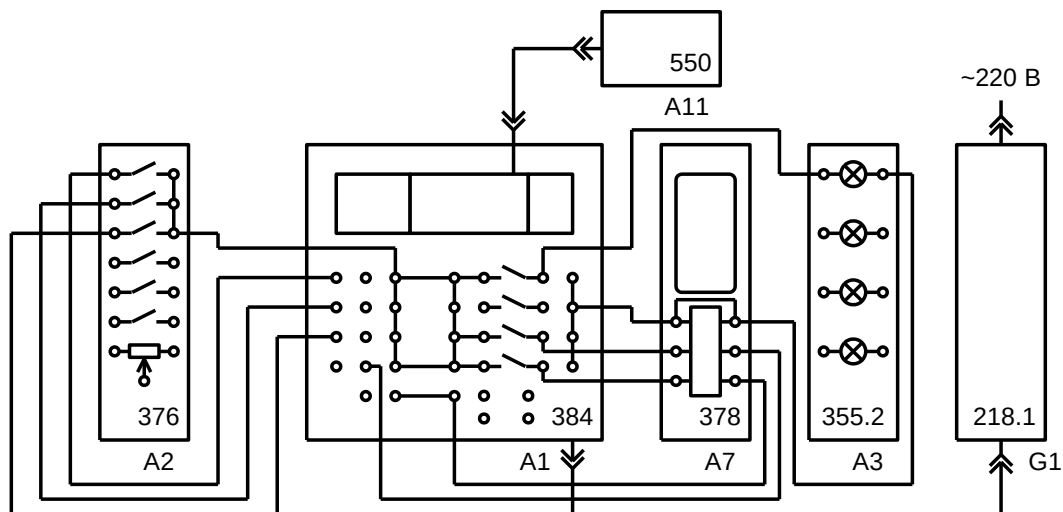
Алгоритм работы системы управления

1). Вращение двигателя против часовой стрелки, по часовой стрелке и остановка двигателя происходят после нажатия на одну из трех кнопок без фиксации.

2). Положение вала двигателя определяется визуально по положению стрелки на шкале (0...100 делений) и по сигналу потенциометрического датчика с выходным напряжением от 0 В (0 шкалы) до 10 В (100 делений шкалы).

3). При нахождении стрелки указателя положения вала двигателя между 50 и 100 делениями шкалы горит красная лампа сигнализации.

Схема электрическая соединений и ее описание



Однофазный источник питания G1 предназначен для безопасного питания блока программируемого контроллера A1.

Компьютер A11 подключен кабелем к разъему на лицевой панели контроллера и предназначен для загрузки и отладки коммутационной программы.

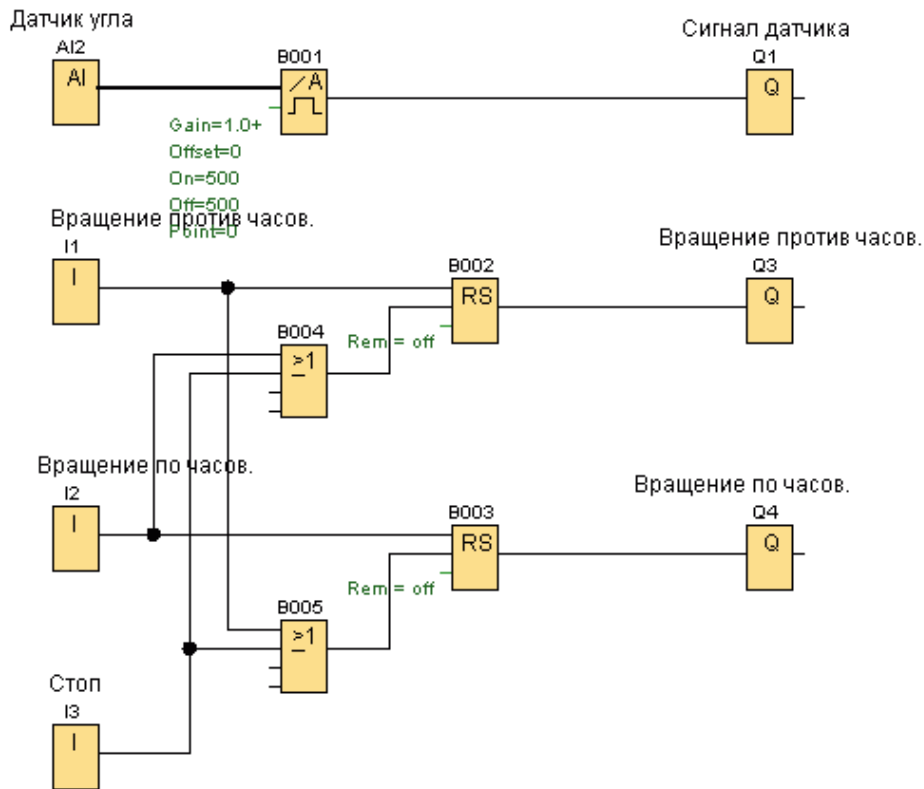
Кнопки без фиксации поста управления A2 предназначены для управления двигателем A7: верхняя подает сигнал для начала вращения двигателя против ча-

совой стрелки, вторая сверху – по часовой стрелке, третья сверху подает сигнал на останов двигателя.

На потенциометрический датчик, установленный на валу двигателя А7, подается напряжение питания от блока А1 (0 и +10В). Выходной сигнал потенциометрического датчика поступает на аналоговый вход (AI2) программируемого контроллера А1.

Красная лампа в блоке А3 сигнализирует о нахождении указателя положения вала двигателя между делениями 50 и 100 шкалы.

Коммутационная программа и ее описание



В коммутационной программе использованы функции, приведенные в таблице.

	I1, I2, I3, – входы (список Co). Управляют, соответственно, вращением против часовой стрелки, по часовой стрелке, остановкой двигателя.
---	--

	AI2 (I8) – аналоговый вход контроллера A1 (список Co). На вход подается сигнал датчика положения вала двигателя 0...+10 В.
	B002, B003 – RS триггер (список SF). Верхний вход (S=1) – установка 1 на выходе триггера, нижний вход (R=1) – установка 0 на выходе. Если и S=1, и R=1, то на выходе триггера 0 (приоритет R).
	B004, B005 – функция ИЛИ (список GF).
	B001 – аналоговый пороговый выключатель (список SF). При настройке устанавливаются одинаковые значения порогов включения и выключения (On=500, Off=500, т.е. 5,00 В, соответствующие делению 50 шкалы положения вала двигателя).
	Q1, Q3, Q4 – выходы программируемого контроллера (список Co). Управляют, соответственно, красной лампой, вращением против и по часовой стрелке.

Работа программы:

1) Сигнал с аналогового входа AI2 поступает на вход аналогового порогового выключателя (B001). Если сигнал превышает порог срабатывания (On=500, т.е. 5,00 В) на выходе выключателя B001 и выходе контроллера Q1 устанавливается 1. Контакты Q1 замыкают цепь сигнальной лампы. При снижении сигнала датчика ниже 5,00 В (Off=500) лампа отключается.

2) При включении системы на выходах RS триггеров 0, т. е. цепь питания двигателя через контакты выходов Q3 и Q4 разомкнута.

3) Подача 1 на вход I1, устанавливает 1 на выходе триггера B002, и через контакты выхода Q3, подается напряжение на клемму вращения двигателя **против** часовой стрелки. Одновременно сигнал с I1, через B005, устанавливает триг-

гер В003 в 0. При этом контакты выхода Q4 снимают напряжение с клеммы вращения двигателя **по** часовой стрелке.

4) Подача 1 на вход I2, устанавливает 1 на выходе триггера В003, и через контакты выхода Q4, подается напряжение на клемму вращения двигателя **по** часовой стрелке. Одновременно сигнал с I2, через В004, триггер В002 (0 на выходе), контакты выхода Q3, снимает напряжение с клеммы вращения двигателя **против** часовой стрелки.

5) Сигнал 1 на входе I3 (Стоп), через блоки В004, В005, переводит выходы обоих триггеров (В002 и В003) в состояние 0. При 0 на выходах Q3, Q4, двигатель отключен от источника питания и не вращается.

Перечень аппаратуры

Обозначение	Наименование	Тип	Параметры
G1	Однофазный источник питания	218.1	~ 220 В / 16 А
A1	Блок программируемого контроллера	384	6 цифровых входов / 2 цифровых (аналоговых) входа / 4 релейных выхода
A2	Пост управления	376	3 кнопки без фиксации / 3 кнопки с фиксацией / потенциометр
A3	Блок световой сигнализации	355.2	4 светодиодных лампы 24 В
A7	Исполнительный электродвигатель	378	- 24 В
A11	Компьютер	550	С программой «LOGO!SoftComfort»

Указания по проведению эксперимента

- Убедитесь, что устройства, используемые в эксперименте, отключены от сети электропитания.
- Соедините аппаратуру в соответствии со схемой электрической соединений.
- Включите компьютер.
- Включите устройство защитного отключения и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.
- Включите выключатель «СЕТЬ» блока программируемого контроллера A1.
- Переведите контроллера в режим отображения «Главного меню» (состояние STOP, см. п. 5.1.3.).
- Запустите программу «LOGO! Soft Comfort» и создайте коммутационную программу. Задайте параметры блока B001 (On=500, Off=500).
- Загрузите в контроллер коммутационную программу. Запустите программу на исполнение.
- Протестируйте работу схемы под управлением контроллера.
Кнопки без фиксации поста управления A2 управляют двигателем A7: верхняя подает сигнал для начала вращения двигателя против часовой стрелки, вторая сверху – по часовой стрелке, третья сверху подает сигнал на останов двигателя.
- Убедитесь, что цепь и коммутационная программа работают в соответствии с заданным алгоритмом.
- При необходимости, скорректируйте схему и коммутационную программу. За состоянием входов и выходов удобно следить на экране их состояния (входы I – цифровые, AI – аналоговые, выходы - Q) (переход из «Меню запуска» нажатием кнопки ►, см. п. 5.1.6).

По завершении эксперимента остановите коммутационную программу, отключите выключатель «СЕТЬ» блока программируемого контроллера A1 и автоматический выключатель в однофазном источнике питания G1.

Вопросы для защиты работы

1. Что такое программируемый промышленный контроллер?
2. Какие типы контроллеров вам известны? Проведите оценку известных вам контроллеров по критериям применимости их в установках и станках машиностроительного производства.
3. Каковы основные принципы программирования и работы с промышленными контроллерами?
4. Постройте алгоритм реверса исполнительного электродвигателя?
5. Что такое противоЭДС? Какова ее величина? В каких случаях она возникает?
6. Построить алгоритм определения параметров (инерционных, энергетических, массогабаритных и т.д.) установок на основе электродвигателя.
7. Особенности построения систем управления электродвигателями промышленных систем машиностроительных производств (оптимальность, эффективность, безопасность и т.д.).

Литература: [1, 3, 4 – 8].

Литература

Основная учебная литература

1. Беспалов, А. В. Системы управления химико-технологическими процессами : учебное пособие для вузов / А. В. Беспалов, Н. И. Харитонов. – М. : ИКЦ «Академкнига», 2005.
2. Иващенко, Н. И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем / Н. И. Иващенко. – М., 2003.
3. Кулаков, М. В. Технологические измерения и приборы для химических производств / М. В. Кулаков. – М. : Химия, 2002.
4. Теория автоматического управления / под редакцией Ю. М. Соломенцева. – М. : Высшая школа, 2003.
5. Бороденко В.А. Практический курс теории линейных систем автоматического регулирования : учеб. пособие. – Павлодар : Кереку, 2006. – 260 с.
6. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. В.А. Бесекерского. – 5-е изд., перераб. – М. : Наука, 1978. – 512 с.
7. Топчиев Ю.И. Задачник по теории автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / Ю.И. Топчиев, А.П. Цыпляков. – М. : Машиностроение, 1977. – 592 с.
8. Задачник по теории автоматического управления / под общей ред. А.С. Шаталова. – М. : Энергия, 1971. – 496 с.
9. Французова Г.А. Сборник задач по теории автоматического управления : учебное пособие. Ч. 2. / Г.А. Французова, О.Я. Шпилевая, В.Д. Юркевич. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2001. – 51 с.
10. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 1. Анализ линейных непрерывных систем автоматики : учебное пособие. – СПб. : СЗТУ, 2005. – 74 с.
11. Ким Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М. : Физматлит, 2008. – 328 с.
12. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. – СПб. : Питер, 2005. – 336 с.

Дополнительная литература

1. Бесекерский, В. А. Теория автоматического управления. Издание 4-е перераб. и доп. / В. А. Бесекерский, Е. А Попов. – СПб. : Профессия, 2007.
2. Бабаева, С. Г. Теория автоматического управления: учебное пособие / С. Г. Бабаева. – Ставрополь, 1996.

3. Юрьевич, Е. И. Теория автоматического управления. 3-е изд. / Е. И. Юрьевич. – СПб. : БХВ-Петербург, 2007.
4. Шувалов, В. В. Автоматизация производственных процессов химической промышленности / В. В. Шувалов. – М. : Химия, 1999.

Приложение А (справочное)

Таблица соответствия оригиналов и изображений

Таблица А.1

Изображение $X(s)$	Оригинал $x(t)$
$ke^{-\tau s}$	$k \cdot 1(t-\tau)$ запаздывание на $\tau > 0$
$k \cdot 1$	импульсная функция $k \cdot \delta(t)$
k/s – простой нулевой корень	скачок $k \cdot 1(t)$ или просто k
$k \frac{n!}{s^{n+1}}$ – кратный нулевой корень	$k \cdot t^n$ – степенной ряд от t
$k \frac{1}{s \pm \alpha}$ – простой действительный корень	$k \cdot e^{\mp \alpha t}$ – экспонента
$\frac{k}{(s \pm \alpha)^n}$ – кратный действительный корень	$k \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{\mp \alpha t}$, при $n > 1$
$\frac{k\beta}{s^2 + \beta^2}$ – сопряженные мнимые корни	$k \cdot \sin \beta t$ – гармоническая функция
$\frac{ks}{s^2 + \beta^2}$ – сопряженные мнимые корни	$k \cdot \cos \beta t$ – гармоническая функция
$\frac{\beta}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$	$e^{-\alpha t} \sin \beta t$ – затухающая гармоническая функция
$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \beta^2}$	$e^{-\alpha t} \cos \beta t$ – затухающая гармоническая функция
сопряженные комплексные корни – $\alpha \pm j\beta$, объединенные в одну дробь $\frac{Cs + D}{(s + \alpha)^2 + \beta^2},$ с вычислением $E = \frac{D + C(-\alpha)}{ \beta }$	а) предпочтительная форма $e^{-\alpha t} (C \cdot \cos \beta t + E \cdot \sin \beta t)$ б) через синус (угол в радианах) $e^{-\alpha t} \sqrt{C^2 + E^2} \sin \left(\beta t + \arctg \frac{C}{E} \right)$ в) через косинус (угол в радианах) $e^{-\alpha t} \sqrt{C^2 + E^2} \cos \left(\beta t - \arctg \frac{E}{C} \right)$
сопряженные комплексные корни (раздельное представление) $\frac{c + jd}{s + \alpha + j\beta} + \frac{c - jd}{s + \alpha - j\beta}$	$2 \cdot e^{-\alpha t} (c \cdot \cos \beta t + d \cdot \sin \beta t)$ перед d ставят плюс, если знаки мнимых частей изображения в числителе и знаменателе совпадают (как показано), а иначе минус

Примечание – Даже если скачок $1(t)$ в формуле для входной функции не пишется, то всегда подразумевается, т.к. по Лапласу при $t = 0$. любая функция $f(t)$ равна нулю, а затем она появляется скачком. Однако множитель $1/s$ вводят в изображение входной функции лишь в том случае, если она представляет собой чисто ступенчатое воздействие, даже если в функциях-оригиналах другого вида скачок и был указан.

Приложение Б (справочное)

Расчет числителей простых дробей

Метод неопределенных коэффициентов (системы уравнений). Универсальный, хотя и громоздкий, метод, пригодный для любых корней характеристического полинома.

Левую и правую часть разложения на простые дроби приводят к общему знаменателю, который отбрасывается. Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях s левой и правой частей равенства, составляют систему линейных алгебраических уравнений и решают ее любым известным методом.

Пример. Изображение $Y(s) = 1/(s^2 + s)$ разлагается на две дроби

$$\frac{1}{s(s+1)} = \frac{k_0}{s} + \frac{k_1}{s+1}$$

в соответствии с полюсами $s_1 = 0$; $s_2 = -1$. Приводим левую и правую части к общему знаменателю, отбрасывая его, группируем коэффициенты, приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях s слева и справа

$$\begin{aligned} 1 &= k_0 s + k_0 + k_1 s = (k_0 + k_1)s + k_0 \\ \text{при } s^0 &\rightarrow \begin{cases} 1 = k_0 \\ 0 = k_0 + k_1 \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} k_0 = 1 \\ k_1 = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Подставляем значения коэффициентов числителей

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+1}$$

и переходим по таблице соответствия от изображений к оригиналам

$$y(t) = 1 - e^{-t}.$$

Метод подстановки полюсов (пригоден только для простых полюсов или дроби с полюсом максимальной кратности).

Формула: $k_{-p} = (s + p) \cdot Y(s) \Big|_{s=-p}$

Пример: возьмем ту же функцию $Y(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{k_0}{s} + \frac{k_1}{s+1}$.

$$k_0 = \frac{(s+0) \cdot 1}{s(s+1)} \Big|_{s=0} = 1; \quad k_1 = \frac{(s+1) \cdot 1}{s(s+1)} \Big|_{s=-1} = -1,$$

получили аналогичный результат. Действия сводятся к тому, что в знаменателе левой части равенства исключают полином с соответствующим полюсом, а в оставшуюся часть подставляют его значение.

Метод вычисления производной (для простых полюсов).

$$\text{Формула: } k_{-p} = \left. \frac{N(s)}{D'(s)} \right|_{s=-p}.$$

$$\text{Пример: возьмем ту же функцию } Y(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{k_0}{s} + \frac{k_1}{s+1}.$$

От знаменателя изображения $D(s) = s^2 + s$ вычисляем производную $D'(s) = 2s + 1$ и находим коэффициенты

$$k_0 = \left. \frac{1}{2s+1} \right|_{s=0} = 1; \quad k_1 = \left. \frac{1}{2s+1} \right|_{s=-1} = -1.$$

Метод вычисления производной (для кратных полюсов). Исходное изображение необходимо разделить на две части – часть, содержащую кратные корни, и оставшуюся часть $F(s)$. Кратные корни в правой части выражения записывают по убыванию кратности (степени s). Пусть разложение функции имеет вид, где $F(s) = (s+p)^j \cdot Y(s)$

$$Y(s) = \frac{A_1}{(s+p)^j} + \frac{A_2}{(s+p)^{j-1}} + \dots + \frac{A_j}{(s+p)} + F(s),$$

тогда формула для вычисления коэффициента числителя A_r ($1 < r \leq j$) дроби с кратным корнем

$$A_r = \frac{1}{(r-1)!} \left. \frac{d^{r-1} F(s)}{ds^{r-1}} \right|_{s=-p}.$$

Пример: дана функция с простым корнем $s = -1$ и корнем $s = 0$ с кратностью 3

$$Y(s) = \frac{1}{s^3(s+1)} = \frac{A_1}{s^3} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s} + \frac{k}{s+1}.$$

Остаток после удаления кратных корней равен $F(s) = 1/(s+1) = (s+1)^{-1}$. Коэффициенты A_1 и k определяем другим способом, например, подстановкой полюсов

$$k_1 = \left. \frac{1}{s^3} \right|_{s=-1} = -1; \quad A_1 = \left. \frac{1}{s+1} \right|_{s=0} = 1.$$

Остальные коэффициенты

$$r = 2 A_2 = \frac{1}{(2-1)!} \left[\frac{d}{ds} (s+1)^{-1} \right]_{s=0} = 1 \left[-1(s+1)^{-2} \right]_{s=0} = -1,$$

$$r = 3 A_3 = \frac{1}{(3-1)!} \left[\frac{d^2}{ds^2} (s+1)^{-1} \right]_{s=0} = \frac{1}{2} \left[2(s+1)^{-3} \right]_{s=0} = 1$$

и реакция в целом

$$Y(s) = \frac{1}{s^3} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad (\text{изображение}),$$

$$y(t) = 0,5t^2 - t + 1 - e^{-t} \quad (\text{оригинал}).$$

Метод вычитания найденной дроби (для кратных полюсов). Пример: дана функция с простым корнем $s = -1$ и корнем $s = 0$ с кратностью 3

$$Y(s) = \frac{1}{s^3(s+1)} = \frac{A_1}{s^3} + \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s} + \frac{k}{s+1}.$$

Находим сразу $A_1 = 1$ любым методом, например, подстановкой полюсов. Вычитаем найденную дробь из левой части

$$\frac{1}{s^3(s+1)} - \frac{1}{s^3} = \frac{-s}{s^3(s+1)} = \frac{-1}{s^2(s+1)} = \frac{A_2}{s^2} + \frac{A_3}{s} + \frac{k}{s+1}$$

и определяем A_2 каким-либо методом, например, подстановкой полюсов

$$A_2 = \frac{s^2(-1)}{s^2(s+1)} \Big|_{s=0} = -1.$$

Снова вычитаем найденную дробь

$$\frac{-1}{s^2(s+1)} - \frac{-1}{s^2} = \frac{s}{s^2(s+1)} = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{A_3}{s} + \frac{1}{s+1}.$$

Осталось найти методом подстановки полюсов $A_3 = 1$ и $k = -1$, т.е. получены те же результаты, что и в предыдущем примере.

Приложение В (справочное)

Основы алгебры матриц

Матрицей называется упорядоченный двумерный массив элементов. Матрица обозначается в тексте полужирным шрифтом прописным символом (вектор – строчным), ограничивается скобками вида (), [], || || и ни в коем случае не оди-
нарными вертикальными линиями | |, т.к. это обозначение соответствует числу (определителю).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = [a_{ij}], \text{ где}$$

$i = \overline{1, n}$ – индекс строки,
 $j = \overline{1, m}$ – индекс столбца,
 $(n \times m)$ – размер матрицы,
 n – число строк,
 m – число столбцов.

Индексы, представляющие собой число более девяти или выражение, записы-
ваются через запятую, например $a_{i, k+1}$. Элементы $a_{ij}|_{i=j}$ образуют главную диа-
гональ матрицы. Множество элементов, принадлежащее отрезку, соединяющему
правый верхний угол с левым нижним, называется побочной диагональю.

Матрица называется:

- противоположной $\mathbf{A}$, если она равна $-\mathbf{A}$;
- транспонированной относительно $\mathbf{A}$, если ее столбцы равны строкам, а
строки – столбцам исходной матрицы $\mathbf{A}$ (если $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, то $\mathbf{A}' = \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$). Свой-
ства операции транспонирования:

$$(\mathbf{A}k)^T = k\mathbf{A}^T; (\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T; (\mathbf{B}\mathbf{A})^T = \mathbf{A}^T\mathbf{B}^T; (\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A};$$

- квадратной, если $n = m$, тогда n – порядок матрицы; вектором-столбцом,
если $m = 1$; вектором-строкой, если $n = 1$; скаляром, если
 $m = n = 1$.

Квадратная матрица называется:

- нулевой, если $a_{ij} = 0$, например $\mathbf{O} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$;
- верхней треугольной, если $a_{ij} = 0|_{i>j}$, например $\mathbf{U} = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$;
- нижней треугольной, если $a_{ij} = 0|_{i<j}$, например $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$;
- симметричной, если $a_{ij} = a_{ji}|_{i \neq j}$;
- диагональной, если $a_{ij} = 0|_{i \neq j}$, обозначается $\text{diag}[a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}]$;

- единичной, если $a_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$, обозначается **E**, **I**, **1**, пример $\mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Размер единичной и нулевой матриц всегда может быть выбран в соответствии с выполняемой операцией.

Матрице можно поставить в соответствие специальные числа: определитель, след, ранг, норму, собственное значение и т.п.

След матрицы равен сумме ее диагональных элементов. Обозначение SpA или TrA , пример: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $\text{SpA} = 1 + 4 = 5$.

Правильным называется произведение n элементов квадратной матрицы с последовательно возрастающими индексами строк и столбцов. При нарушении последовательности индексов строк или столбцов произведение берется с минусом.

Определителем матрицы называется алгебраическая сумма всех ее правильных произведений с учетом знака. Определитель (детерминант) обозначается D , Δ , $\det \mathbf{A}$, $|\mathbf{A}|$. Пример: $\det \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = -2$.

Определитель существует только для квадратной матрицы, он не изменяется при транспонировании матрицы. Определитель произведения матриц равен произведению их определителей. Матрица, определитель которой равен нулю, называется особой (вырожденной, сингулярной), матрица с ненулевым определителем соответственно регулярной (неособой, невырожденной).

Вычеркнем в матрице $\mathbf{A}$ i -строку и j -столбец. Определитель полученной матрицы $(n-1)$ -го порядка называют минором элемента a_{ij} в определителе матрицы $\mathbf{A}$ и обозначают через M_{ij} . Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} равно $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

Порядок наибольшей подматрицы, минор которой не равен нулю, называется рангом матрицы $\mathbf{A}$ (обозначается RangA или RankA). Матрица является неособой, если имеет полный ранг, равный ее порядку. Ранг матрицы не изменяется при транспонировании. Пример: определитель матрицы $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ равен $\Delta_2 = 0$, од-

нако есть минор первого порядка $\Delta_1 = 2 \neq 0$, поэтому ранг матрицы $\text{RankA} = 1$.

Если матрица приведена к трапецеидальному виду, ранг матрицы равен числу ее диагональных элементов. Пример:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 7 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & 14 & 7 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 7 & 14 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ненулевых диагональных элементов триангулированной матрицы два (1 и 7), поэтому $\text{RankA} = 2$.

Матрицы равны при равенстве их размерностей и соответственных элементов. Складывать можно лишь матрицы с одинаковым числом строк и столбцов. Суммой двух матриц является матрица, каждый элемент которой равен сумме их соответственных элементов. Чтобы умножить матрицу на число, нужно каждый ее элемент умножить на это число. Произведение двух матриц определено, если число столбцов левой матрицы равно числу строк правой матрицы. Число строк результирующей матрицы равно числу строк левой матрицы, а число столбцов – числу столбцов правой матрицы. Матрицы называются сцепленными, если их произведение существует, и перестановочными, если результат их перемножения как слева, так и справа одинаков. Результат умножения как слева, так и справа любой матрицы на единичную всегда равен исходной матрице, на нулевую – нулевой. Операция деления соответствует умножению на обратную матрицу.

Квадратная матрица $\mathbf{A}$ называется обратимой, если существует такая матрица $\mathbf{A}^{-1}$, для которой $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{1}$. Матрица $\mathbf{A}^{-1}$ называется обратной к $\mathbf{A}$. Матрица обратима только тогда, когда не является особой (когда ее определитель не равен нулю). Свойства обратной матрицы: $(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$, $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{-1}$.

Поскольку $\mathbf{A}^{-1} = \text{adj}\mathbf{A} / \det \mathbf{A} = \tilde{\mathbf{A}} / |\mathbf{A}|$, где в числителе дроби находится присоединенная матрица, один из методов определения обратной матрицы связан с вычислением присоединенной матрицы (матрицы алгебраических дополнений). Присоединенной к матрице $\mathbf{A}$ называется матрица, полученная путем замены каждого элемента исходной матрицы его алгебраическим дополнением и транспонирования полученной матрицы.

Пример: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $|\mathbf{A}| = 4 - 6 = -2$,

$$\text{adj}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \cdot 4 & (-1)^{1+2} \cdot 3 \\ (-1)^{2+1} \cdot 2 & (-1)^{2+2} \cdot 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1,5 & -0,5 \end{bmatrix}.$$

Существует простое мнемоническое правило учета знака алгебраических дополнений (шахматка): после вычисления миноров знаки элементов матрицы изменяются в шахматном порядке, начиная с (+) у левого диагонального элемента. Кроме того, для вычисления присоединенной матрицы второго порядка достаточно в исходной матрице элементы главной диагонали поменять местами, а у элементов побочной диагонали поменять знаки.

Число λ называется собственным значением (характеристическим числом) квадратной матрицы $\mathbf{A}$ порядка n , если можно подобрать такой n -мерный ненулевой вектор $\mathbf{x}$, что $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$. Если раскрыть определитель матрицы $[\lambda \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A}]$, то получится многочлен n -ой степени относительно λ

$$|\lambda \mathbf{1} - \mathbf{A}| = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = a(\lambda),$$

называемый характеристическим многочленом матрицы $\mathbf{A}$, у которого $a_0 = 1$, а $a_n = |\mathbf{A}|$. Уравнение $|\lambda \mathbf{1} - \mathbf{A}| = 0$ называется характеристическим уравнением матрицы $\mathbf{A}$. Иногда для него используется запись $|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{1}| = (-1)^n (a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n) = 0$.

Пример: матрица $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$,

характеристическая матрица

$$[\lambda \mathbf{1} - \mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & -2 \\ -3 & \lambda - 4 \end{bmatrix},$$

характеристический полином $\begin{vmatrix} \lambda - 1 & -2 \\ -3 & \lambda - 4 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 5\lambda - 2,$

собственные значения $\lambda_1 = 5,415$; $\lambda_2 = -0,415$.

Матрицы $\mathbf{A}$ и $\mathbf{A}^*$ подобны, если равны их характеристические полиномы $a(\lambda)$ и собственные значения s_i

$$\det(\lambda \mathbf{1} - \mathbf{A}) = \det(\lambda \mathbf{1} - \mathbf{A}^*) = a(\lambda);$$

$$\lambda_i \{\mathbf{A}\} = \lambda_i \{\mathbf{A}^*\} = s_i.$$

Приложение Г (справочное)

Типовые полиномы

В процессе синтеза систем управления используют характеристические полиномы, образуемые по известному закону, для которых заранее определены показатели качества (время регулирования, перерегулирование). Не следует лишь забывать, что нули передаточной функции при этом должны отсутствовать, в противном случае все показатели изменяются.

Полином Баттерворта определяется формулой

$$P_B(s) = s^n + a_1 \omega s^{n-1} + \dots + a_{n-1} \omega^{n-1} s + \omega^n = \prod_{i=1}^n (s - p_i),$$

где p_i – корни полинома, расположенные слева от мнимой оси комплексной плоскости в вершинах правильного $2n$ -угольника, ω – положительное число, задаёт радиус распределения корней. Полиномы первого-шестого порядка приведены в таблице Г.1.

Таблица Г.1

n	Вид полинома Баттерворта	$t_{\text{рег}}, \text{с}$	$\sigma, \%$
1	$s + \omega$	3,0	0,0
2	$s^2 + 1.41\omega s + \omega^2$	2,9	4,5
3	$s^3 + 2\omega s^2 + 2\omega^2 s + \omega^3$	6,0	8,0
4	$s^4 + 2.61\omega s^3 + 3.41\omega^2 s^2 + 2.61\omega^3 s + \omega^4$	6,8	11,0
5	$s^5 + 3.24\omega s^4 + 5.24\omega^2 s^3 + 5.24\omega^3 s^2 + 3.24\omega^4 s + \omega^5$	7,7	13,5
6	$s^6 + 3.86\omega s^5 + 7.46\omega^2 s^4 + 9.13\omega^3 s^3 + 7.46\omega^4 s^2 + 3.86\omega^5 s + \omega^6$	10,8	14,3

Нормированные полиномы Баттерворта получаются при $\omega = 1$, для них основные показатели качества даны в таблице. Для ненормированных полиномов перерегулирование не изменяется, а время регулирования нужно разделить на ω .

Полином Ньютона определяется формулой биномиального разложения

$$P_N(s) = s^n + a_1 \omega s^{n-1} + \dots + a_{n-1} \omega^{n-1} s + \omega^n = (s + \omega)^n,$$

где ω – положительное число, a_i – биномиальные коэффициенты. Полиномы первого-шестого порядка на основе бинома Ньютона приведены в таблице Г.2. Полиномы имеют кратные вещественные отрицательные корни, равные $-\omega$, поэтому перерегулирование для них равно нулю. Нормированные полиномы Ньютона получаются при $\omega = 1$, время регулирования для них указано в таблице. Для ненормированных полиномов время регулирования нужно разделить на ω .

Таблица Г.2

n	Вид полинома Ньютона	$t_{\text{рег}}, \text{с}$
1	$s + \omega$	3,0
2	$s^2 + 2\omega s + \omega^2$	4,8
3	$s^3 + 3\omega s^2 + 3\omega^2 s + \omega^3$	6,3
4	$s^4 + 4\omega s^3 + 6\omega^2 s^2 + 4\omega^3 s + \omega^4$	7,8
5	$s^5 + 5\omega s^4 + 10\omega^2 s^3 + 10\omega^3 s^2 + 5\omega^4 s + \omega^5$	9,2
6	$s^6 + 6\omega s^5 + 15\omega^2 s^4 + 20\omega^3 s^3 + 15\omega^4 s^2 + 6\omega^5 s + \omega^6$	10,5

Выбор числа ω для полиномов Баттерворта или Ньютона соответствующей степени производится по формуле $\omega = t_{\text{таб}}/t_{\text{зад}}$, где $t_{\text{таб}}$ – время регулирования нормированного полинома, взятое из таблицы, $t_{\text{зад}}$ – заданное время регулирования.

Список основной литературы

1. Шойко В.П. Автоматическое регулирование в электрических системах: учебное пособие/ Шойко В.П.— Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2012.— 195 с.— [Электронный ресурс]
2. Коновалов Б.И. Теория автоматического управления: учебное методическое пособие/ Коновалов Б.И., Лебедев Ю.М.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2010.— 162 с. [Электронный ресурс]

Список дополнительной литературы

1. Федотов А.В. Основы теории автоматического управления [: учебное пособие/ Федотов А.В.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный технический университет, 2012.— 279 с. Электронный ресурс]
2. Ким, Д.П. Теория автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - М. : Физматлит, 2007. - Т. 1. Линейные системы. - 312 с. - ISBN 5-9221-0379-2 [Электронный ресурс].
3. Ким, Д.П. Теория автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2007. - Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. - 440 с. - ISBN 978-5-9221-0858-4 [Электронный ресурс].
4. Ким, Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления. Линейные системы : учебное пособие / Д.П. Ким, Н.Д. Дмитриева. - М. : Физматлит, 2007. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-0873-7 [Электронный ресурс].
5. Ким, Д.П. Сборник задач по теории автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - М. : Физматлит, 2008. - Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. - 328 с. - ISBN 978-5-9221-0937-6 [Электронный ресурс]. -
6. Ротач, В. Я. Теория автоматического управления : учебник для вузов / В. Я. Ротач. - 4-е изд., стереотип. - М. : Издательский дом МЭИ, 2007. - 400 с. : ил. - Библиогр.: с. 394. - Предм. указ.: с. 395-397. - ISBN 978-5-903072-69-9
7. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления. Издание 4-е перераб. и доп. / В. А. Бесекерский, Е. А Попов. – СПб. : Профессия, 2007.

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

по направлению подготовки

11.03.04 Электроника и наноэлектроника

профиль

Интеллектуальные программируемые системы и устройства

Составитель: Дюдюн Дмитрий Евгеньевич

Редактор: _____

Формат _____	Подписано в печать _____	Уч.-изд. л. – ____.
Бумага _____	Усл. п. л. – ____	Заказ _____
Печать _____	Тираж ____ экз.	

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»
3г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1

Издательство Северо-Кавказского федерального университета
Отпечатано в типографии СКФУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»
для студентов направления подготовки
11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»
Направленность (профиль)
«Интеллектуальные программируемые системы и устройства»

Ставрополь
2026

Печатается по решению
Учебно-методического совета
Северо-Кавказского федераль-
ного университета

УДК
ББК

Дюдюн Д.Е. Теория автоматического управления: методические указания для студентов по организации самостоятельной работы. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 202_. – _ с.

Настоящие методические рекомендации предназначены для организации самостоятельной работы по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов очной формы обучения направления подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, профиль Интеллектуальные программируемые системы и устройства. В методических рекомендациях приведён план график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, представлены вопросы для обсуждения, а также задания и вопросы для формирования и контроля владения компетенциями и список основной литературы, рекомендуемой для самостоятельной работы. Представленный список дополнительной литературы, позволяющий студентам более глубоко познакомиться с изучаемым предметом.

Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВПО по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника, профиль Интеллектуальные программируемые системы и устройства, рабочими учебными планами и программами дисциплины «Теория автоматического управления».

УДК
ББК

© ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский
федеральный университет», 202_

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»	5
1.1 Цель и задачи самостоятельной работы студентов	5
1.2 Тематика выполнения СРС, указания по форме контроля	9
2 ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ СРС	11
3 КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ.....	12
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА	12
4.1 Работа с литературой	12
4.2 Критерии оценки для проверки уровня обученности в рамках текущего контроля.....	20
5 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	24
5.1 Основная литература.....	24
5.2. Дополнительная литература:.....	24

Введение

Современные стандарты подготовки специалистов предусматривают значительный объем внеаудиторной работы. Освоение программы курса предполагает получение как теоретических знаний по проблемам теории автоматического управления, так и формирование навыков практической работы. Поэтому самостоятельная работа в рамках курса ориентирована как на теоретический, так и на практический аспект.

Самостоятельная работа студентов – это выполнение теоретических и практических заданий студентами по усвоению изучаемой дисциплины «Теория автоматического управления».

1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»

1.1 Цель и задачи самостоятельной работы студентов

Целью самостоятельной работы является закрепление и углубление знаний, полученных студентами на лекциях, подготовке к текущим лабораторным и практическим занятиям, промежуточным формам контроля знаний и к итоговому контролю.

Дидактические цели самостоятельных занятий:

- формирование профессиональных умений;
- формирование умений и навыков самостоятельного умственного труда;
- мотивирование регулярной целенаправленной работы по освоению специальности;
- развитие самостоятельности мышления;
- формирование убежденности, волевых черт характера, способности к самоорганизации;
- овладение технологическим учебным инструментом.

Задача самостоятельной работы студентов – систематическое изучение дисциплин в течение семестра, закрепление и углубление полученных знаний и навыков, подготовка к предстоящим занятиям, а также формирование культуры умственного труда и самостоятельности в поиске и приобретении новых знаний и умений, и, в том числе, формирование компетенций.

Основная тенденция инноваций в области образования определяется как переход от «научения к изучению»

Именно систематическое изучение учебной дисциплины позволяет студенту достигнуть уровня требований федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) к профессиональной подготовленности, которые сформулированы следующим образом: знать, уметь, владеть.

В современной науке существует несколько классификаций самостоятельной работы студентов. Один из вариантов такой классификации представлен в табл. 1.

Таблица 1.

Виды самостоятельной работы студентов

Виды	Содержание
Репродуктивная	Повторение учебного материала, самостоятельный просмотр, прочтение, конспектирование учебной литературы; прослушивание, запоминание, заучивание и пересказ магнитофонных записей лекций, Интернет-ресурсы и др.
Познавательная-поисковая	Написание курсовых, контрольных работ и рефератов. Разработка сообщений, эссе, докладов, докладов с презентациями. Подготовка выступлений на практических и семинарских занятиях, проработка литературы по дисциплинарным проблемам, и др.
Творческая	Подготовка дипломной работы (дипломного проекта), научных статей, рефератов, участие в научно-исследовательской работе, в студенческих и научно-практических конференциях.

Студенты в ходе выполнения самостоятельной работы должны руководствоваться ориентировочной основой деятельности на каждом этапе:

- 1 этап – определить цели самостоятельной работы;
- 2 этап – конкретизировать познавательные (практические или проблемные) задачи;
- 3 этап – оценить собственную готовность к самостоятельной работе по решению познавательных задач;
- 4 этап – выбрать оптимальный способ действий (технологии, методы и средства), ведущий к достижению поставленной цели через решение конкретных задач;
- 5 этап – спланировать (самостоятельно или с помощью преподавателя) программу самостоятельной работы;
- 6 этап – реализовать программу самостоятельной работы.

Планирование и контроль преподавателем самостоятельной работы студентов необходим для успешного ее выполнения. Преподаватель заранее планирует систему самостоятельной работы, учитывает все ее цели, формы, отбирает учебную и

научную информацию и методические средства коммуникаций, продумывает свое участие и роль студента в этом процессе.

Вопросы для самостоятельной работы студентов, указанные в рабочей программе дисциплины, предлагаются преподавателями в начале изучения дисциплины. Студенты имеют право выбирать дополнительно интересующие их темы для самостоятельной работы.

Содержание деятельности преподавателя и студента при выполнении самостоятельной работы представлено в табл. 2.

Таблица 2.

Содержание деятельности при выполнении самостоятельной работы

Основные характеристики	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов
Цель выполнения СР	• объяснить смысл и цель самостоятельной работы; • дать подробный инструктаж о требованиях, предъявляемых к самостоятельной работе и методах ее выполнения; • продемонстрировать образец самостоятельной работы	• понять и принять цель самостоятельной работы как лично значимую; • познакомиться с требованиями и образцами самостоятельной работы
Мотивация	• раскрыть теоретическую и практическую значимость выполнения самостоятельной работы, • сформировать познавательную потребность студента и готовность к выполнению самостоятельной работы; • мотивировать студента на достижение цели	• сформировать у себя познавательную потребность в выполнении самостоятельной работы; • сформировать целевую установку и принять решение о выполнении самостоятельной работы
Управление	• осуществлять управление через воздействие на каждом этапе процесса выполнения самостоятельной работы; • дать оптимальные технологии выполнения самостоятельной работы	самому осуществлять управление самостоятельной работой (проектировать, планировать, рационально распределять время и т.д.) на основе предложенных технологий

Основные характеристики	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов
Контроль и коррекция выполнения	• осуществлять входной контроль, предполагающий выявление начального уровня готовности студента к выполнению самостоятельной работы; • намечать дальнейшие пути выполнения самостоятельной работы; • осуществлять итоговый контроль конечного результата выполнения самостоятельной работы	• осуществлять текущий и итоговый операционный самоконтроль за ходом выполнения самостоятельной работы; • самоанализ и исправление допущенных ошибок и внесение корректив в работу; • ведение поиска оптимальных способов выполнения самостоятельной работы; • осуществлять рефлекссию к собственной деятельности
Оценка	• давать оценку самостоятельной работе на основе сличения результата с образцом; • давать методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы выявлять затруднения и типичные ошибки; подчеркивать положительные и отрицательные стороны; • устанавливать уровень и определять уровень продвижения студента и тем самым сформировать у него мотивацию достижения успеха в учебной деятельности	дать оценку собственной работе, своим познавательным возможностям и способностям сопоставляя достигнутый результат с целью самостоятельной работы

Самостоятельная работа включает те разделы курса, которые не получили достаточного освещения на лекциях по причине ограниченности лекционного времени и большого объема изучаемого материала.

Методическое обеспечение самостоятельной работы состоит из:

- 1) Определения учебных вопросов, которые студенты должны изучить самостоятельно;
- 2) Подбора необходимой учебной литературы, обязательной для проработки и изучения;
- 3) Поиска дополнительной научной литературы, к которой студенты могут обращаться по желанию, если у них возникает интерес в данной теме;

4) Определения контрольных вопросов, позволяющих студентам самостоятельно проверить качество полученных знаний;

5) Организации консультаций преподавателя со студентами для разъяснения вопросов, вызвавших у обучающихся затруднения при самостоятельном освоении учебного материала.

1.2 Тематика выполнения СРС, указания по форме контроля

Тематика СРС соответствует рабочей программе дисциплины «Теория автоматического управления» по направлению подготовки 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника, профиль Интеллектуальные программируемые системы и устройства. Темы разделов дисциплины и виды самостоятельной работы приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Темы разделов дисциплины и виды самостоятельной работы

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание; вид самостоятельной работы	Форма контроля	Зач.ед. (часы)
5 семестр			
	Подготовка к лекционным занятиям	Выборочный опрос	0,05 (1,35)
	Подготовка к практическим занятиям	Выборочный опрос	0,10 (2,70)
1	Линейные системы автоматического управления		0,178 (4,8)
	Самостоятельной изучение темы «Преобразование по Лапласу».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельной изучение темы «Алгебра передаточных функций».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельной изучение темы «Методы перехода от изображения к оригиналу».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельной изучение темы «Цифровая модель пропорционально-интегрирующего фильтра».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельной изучение темы «Критерии устойчивости по Гурвицу и Михайлову».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельной изучение темы «Условие инвариантности САУ».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)

Продолжение таблицы 3

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание; вид самостоятельной работы	Форма контроля	Зач. ед. (часы)
2	Дискретные и нелинейные системы автоматического управления		0,211 (5,7)
	Самостоятельное изучение темы «Дискретное преобразование Лапласа».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
	Самостоятельное изучение темы «Передаточные функции разомкнутой импульсной САУ с прямоугольными импульсами».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
	Самостоятельное изучение темы «Критерии устойчивости дискретных систем».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
	Самостоятельное изучение темы «Представление нелинейного звена».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
	Самостоятельное изучение темы «Методы моделирования нелинейных САУ».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
	Самостоятельное изучение темы «Коррекция линейных и нелинейных САУ нелинейными звеньями».	Выборочный опрос	0,023 (0,633)
3	Многомерные и многосвязные системы автоматического управления.		0,178 (4,8)
	Самостоятельное изучение темы «Описание многомерной линейной системы дифференциальными уравнениями и метод их решения».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельное изучение темы «Автономность многомерных систем».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельное изучение темы «Система фазовой автоподстройки частоты».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельное изучение темы «Система автоматической подстройки частоты».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельное изучение темы «Теоремы об управляемости и наблюдаемости многомерных систем».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Самостоятельное изучение темы «Методы поисковой оптимизации».	Выборочный опрос	0,02 (0,533)
	Итого за 5 семестр		0,666 (18,00)

2 ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ СРС

Подготовка к лекциям и практическим занятиям осуществляется непосредственно перед каждым занятием. План-график выполнения самостоятельной работы приведен в таблице 4.

Таблица 4 - План-график выполнения самостоятельной работы

Код реализуемой компетенции	Вид деятельности студентов	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Объём часов
5 семестр				
ПК-1 ИД-1 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-4 _{ПК-1} ПК-2 ИД-1 _{ПК-2} ИД-2 _{ПК-2} ИД-3 _{ПК-2}	Подготовка к лекционным занятиям	конспект	собеседование	1,35
ПК-1 ИД-1 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-4 _{ПК-1} ПК-2 ИД-1 _{ПК-2} ИД-2 _{ПК-2} ИД-3 _{ПК-2}	Подготовка к практическим занятиям	отчет	собеседование	2,70
ПК-1 ИД-1 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-4 _{ПК-1} ПК-2 ИД-1 _{ПК-2} ИД-2 _{ПК-2} ИД-3 _{ПК-2}	Самостоятельное изучение источников и литературы по разделам №№1-3	конспект	собеседование	13,95
Итого за 5 семестр:				18,00
Итого:				18,00
ПК-1 ИД-1 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-2 _{ПК-1} ИД-4 _{ПК-1} ПК-2 ИД-1 _{ПК-2} ИД-2 _{ПК-2} ИД-3 _{ПК-2}	Подготовка к экзамену	Ответы на вопросы к экзамену	Собеседование в рамках экзамена	36,00
Всего:				54,00

3 КОНТРОЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ВИДЫ ОТЧЕТНОСТИ ПО НИМ

Контроль знаний студентов включает формы текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется в процессе изучения курса и включает в себя оценку работы студентов на практических занятиях, а также защиту контрольной работы. Рейтинговая оценка знаний студентов в рамках текущего контроля приведена в таблице 5.

Таблица 5 – Рейтинговая оценка знаний студентов.

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения	Количество баллов
5 семестр			
1	Зачетное занятие по пр. работам № 1–3	7	12
2	Зачетное занятие по пр. работам № 4–6	13	18
3	Зачетное занятие по лаб. работам № 7–9 Собеседование по результатам самостоятельного изучения литературы.	17	25
	Итого за 5 семестр:		55

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Опрос по темам, изученным самостоятельно, может проходить в интерактивной форме в виде дискуссий или презентаций.

Выполнение заданий ведется в тетрадях для СРС или в электронном виде. Второй вид может быть использован для конспектирования.

Подготовка к практическим занятиям представляет собой внеаудиторную самостоятельную работу студентов и заключается в чтении:

- конспекта соответствующей лекции (если она читалась по данной теме);
- соответствующего раздела учебника и первоисточников (основная и дополнительная литература, интернет-ресурсы).

4.1 Работа с литературой

Важной составляющей самостоятельной внеаудиторной подготовки является работа с литературой ко всем видам занятий: семинарским, практическим, при подготовке к зачетам, экзаменам, тестированию, участию в научных конференциях.

Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Существует несколько методов работы с литературой.

Один из них – самый известный – метод повторения: прочитанный текст можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются.

Наиболее эффективный метод – метод кодирования: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию и закодировать ее для хранения, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения.

Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей.

Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

План – первооснова, каркас какой-либо письменной работы, определяющие последовательность изложения материала.

План является наиболее краткой и потому самой доступной и распространенной формой записей содержания исходного источника информации. По существу, это перечень основных вопросов, рассматриваемых в источнике. План может быть простым и развернутым. Их отличие состоит в степени детализации содержания и, соответственно, в объеме.

Преимущество плана состоит в следующем.

Во-первых, план позволяет наилучшим образом уяснить логику мысли автора, упрощает понимание главных моментов произведения.

Во-вторых, план позволяет быстро и глубоко проникнуть в сущность построения произведения и, следовательно, гораздо легче ориентироваться в его содержании.

В-третьих, план позволяет – при последующем возвращении к нему – быстрее обычного вспомнить прочитанное.

В-четвертых, с помощью плана гораздо удобнее отыскивать в источнике нужные места, факты, цитаты и т. д.

Выписки – небольшие фрагменты текста (неполные и полные предложения, отдельные абзацы, а также дословные и близкие к дословным записи об излагаемых в нем фактах), содержащие в себе квинтэссенцию содержания прочитанного.

Выписки представляют собой более сложную форму записей содержания исходного источника информации. По сути, выписки – не что иное, как цитаты, заимствованные из текста. Выписки позволяют в концентрированной форме и с максимальной точностью воспроизвести в произвольном (чаще последовательном) порядке наиболее важные мысли автора, статистические и даталогические сведения. В отдельных случаях — когда это оправданно с точки зрения продолжения работы над текстом – вполне допустимо заменять цитирование изложением, близким к дословному.

Тезисы – сжатое изложение содержания изученного материала в утвердительной (реже опровергающей) форме.

Отличие тезисов от обычных выписок состоит в следующем. *Во-первых*, тезисам присуща значительно более высокая степень концентрации материала. *Во-вторых*, в тезисах отмечается преобладание выводов над общими рассуждениями. *В-третьих*, чаще всего тезисы записываются близко к оригинальному тексту, т. е. без использования прямого цитирования.

Исходя из сказанного, нетрудно выявить основное преимущество тезисов: они незаменимы для подготовки глубокой и всесторонней аргументации письменной работы любой сложности, а также для подготовки выступлений на защите, докладов и пр.

Аннотация – краткое изложение основного содержания исходного источника информации, дающее о нем обобщенное представление. К написанию аннотаций

прибегают в тех случаях, когда подлинная ценность и пригодность исходного источника информации исполнителю письменной работы окончательно неясна, но в то же время о нем необходимо оставить краткую запись с обобщающей характеристикой. Для указанной цели и используется аннотация.

Характерной особенностью аннотации наряду с краткостью и обобщенностью ее содержания является и то, что пишется аннотация всегда после того, как (хотя бы в предварительном порядке) завершено ознакомление с содержанием исходного источника информации. Кроме того, пишется аннотация почти исключительно своими словами и лишь в крайне редких случаях содержит в себе небольшие выдержки оригинального текста.

Резюме – краткая оценка изученного содержания исходного источника информации, полученная, прежде всего, на основе содержащихся в нем выводов. Резюме весьма сходно по своей сути с аннотацией. Однако, в отличие от последней, текст резюме концентрирует в себе данные не из основного содержания исходного источника информации, а из его заключительной части, прежде всего выводов. Но, как и в случае с аннотацией, резюме излагается своими словами – выдержки из оригинального текста в нем практически не встречаются.

Конспект – сложная запись содержания исходного текста, включающая в себя заимствования (цитаты) наиболее примечательных мест в сочетании с планом источника, а также сжатый анализ записанного материала и выводы по нему.

Для работы над конспектом следует:

- определить структуру конспектируемого материала, чему в значительной мере способствует письменное ведение плана по ходу изучения оригинального текста;
- в соответствии со структурой конспекта произвести отбор и последующую запись наиболее существенного содержания оригинального текста — в форме цитат или в изложении, близком к оригиналу;
- выполнить анализ записей и на его основе – дополнение записей собственными замечаниями, соображениями, "фактурой", заимствованной

из других источников и т. п. (располагать все это следует на полях тетради для записей или на отдельных листах-вкладках);

- завершить формулирование и запись выводов по каждой из частей оригинального текста, а также общих выводов.

Систематизация изученных источников позволяет повысить эффективность их анализа и обобщения. Итогом этой работы должна стать логически выстроенная система сведений по существу исследуемого вопроса.

Необходимо из всего материала выделить существующие точки зрения на проблему, проанализировать их, сравнить, дать им оценку.

Обзор – краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Обзор должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Обзор выполняет следующие функции:

- информативная;
- поисковая;
- справочная;
- сигнальная;
- индикативная;
- коммуникативная.

Степень выполнения этих функций зависит от содержательных и формальных качеств обзора, а также от того, кто и для каких целей их использует. Язык обзора должен отличаться ясностью, точностью, краткостью и простотой. Содержание следует излагать объективно от имени автора.

При оценке обзора учитывается не только качество реферирования прочитанной литературы, но и аргументированное изложение собственных мыслей студента по рассматриваемому вопросу. Результат работы студента оценивается преподавателем по бальной системе. Также допускается оценивать работы, удовлетворяющие или не удовлетворяющие предъявляемым требованиям, «зачтено» или «не зачтено» соответственно.

Письменный обзор должен содержать следующие структурные элементы: титульный лист, заполненный по единой форме; оглавление с указанием всех разделов обзора и номерами страниц; введение объемом не более 1,5-2 печатные страницы; основная часть, которая содержит одну или несколько глав, состоящих из 2-3 параграфов (пунктов, разделов); заключение, которое содержит главные выводы основной части, и в котором отмечается выполнение задач и достижение цели, сформулированных во введении; приложения, включающие график и таблицы (если таковые имеются); библиографическое описание использованных источников оформленных по ГОСТ 7.82–2001, ГОСТ 7.1-2003. В тексте обзора обязательны ссылки на первоисточники.

Печатный вариант работы выполняется на белой бумаге формата А4 (210х297 мм). Текст работы излагается на одной стороне листа. Все линии, цифры, буквы и знаки работы должны быть черного цвета.

Текст обзора, рисунки, формулы, таблицы, а также номера страниц не должны выходить за пределы двухсантиметровой рамки листа А4. Номера страниц должны быть проставлены внизу по центру. При использовании текстового редактора Word, для выполнения этих условий необходимы следующие настройки:

- размер бумаги А4;
- поля слева, сверху, справа по 2 см, нижнее поле 2,5 см, расстояние от нижнего края страницы до нижнего колонтитула 2 см;
- номер страницы – внизу по центру.

Основной текст обзора быть должен быть набран шрифтом Times New Roman, размер 14 пт, начертание обычное, через полуторный интервал, выравнивание по ширине страницы. Для оформления таблиц и подписей к рисункам допускается Times New Roman, размер 12 пт.

Название каждой главы начинается с новой страницы, объем главы не может быть меньше 5 страниц. Заголовки и подзаголовки должны быть выделены и отличаться от основного текста (шрифтом, жирностью, курсивом и пр.). Подзаголовки следует отделять от основного текста сверху двумя строками, снизу – одной. В тексте должны отсутствовать сокращения, кроме общепринятых ГОСТ 7.88–2003, общепринятые или необходимые сокращения при первоначальном употреблении

должны быть расшифрованы. Каждый рисунок, график или таблица в письменном обзоре должны быть пронумерованы и иметь заголовок или подпись. При наличии в обзоре ссылок на использованные научные или нормативные источники, ссылки должны быть оформлены в соответствии с установленной формой по ГОСТ 7.32-2001.

Письменный обзор должен быть переплетен в обложку или помещен в папку–скоросшиватель (картонную или пластиковую).

Письменный обзор должен быть предоставлен в установленный преподавателем срок. В случае несвоевременного представления работы, Письменный обзор не проверяется преподавателем и не зачитывается как выполненный.

В процессе работы над обзором можно выделить 4 этапа:

- вводный – выбор темы, работа над планом и введением;
- основной – работа над содержанием и заключением обзора;
- заключительный – оформление обзора;
- защита обзора (на практическом занятии, экзамене, студенческой конференции и т.д.)

Работа над обзором начинается с выбора темы исследования. Заинтересованность автора в проблеме определяет качество проводимого исследования и соответственно успешность его защиты. Выбирая круг вопросов своей работы, не стоит спешить воспользоваться списком тем, предложенным преподавателем. Надо попытаться сформулировать проблему своего исследования самостоятельно. При определении темы обзора нужно учитывать и его информационную обеспеченность. С этой целью, во-первых, можно обратиться к библиотечным каталогам, а во-вторых, проконсультироваться с преподавателем и библиотекарем.

Выбрав тему обзора и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план обзора. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно надо думать над составлением плана: необходимо четко соотносить цель и план работы.

План – это точный и краткий перечень положений в том порядке, как они будут расположены в обзоре, этапы раскрытия темы. Существует два основных типа плана: простой и сложный (развернутый). В простом плане содержание обзора делится на параграфы, а в сложном на главы и параграфы. При работе над планом обзора необходимо помнить, что формулировка пунктов плана не должна повторять формулировку темы.

При работе над введением необходимо опираться на навыки, приобретенные при написании изложений и сочинений. В объеме обзора введение, как правило, составляет 1-2 машинописные страницы. Введение обычно содержит вступление, обоснование актуальности выбранной темы, формулировку цели и задач обзора, краткий обзор литературы и источников по проблеме, историю вопроса и вывод. Содержание обзора должно соответствовать теме, полно ее раскрывать. Все рассуждения нужно аргументировать. Обзор показывает объективное отношение автора к излагаемому материалу. Следует стремиться к тому, чтобы изложение было ясным, простым и точным.

Заключение – самостоятельная часть обзора. Оно не должно быть переложением содержания работы. Заключение должно содержать основные выводы в сжатой форме, а также оценку полноты и глубины решения тех вопросов, которые вставали в процессе изучения темы.

Объем заключения не должен превышать 2 печатных страниц.

Типичными ошибками, допускаемыми студентами при подготовке обзора, являются:

- недостаточное обоснование актуальности, практической и теоретической значимости полученных результатов, поверхностный анализ используемого материала;
- неглубокие критические оценки и рекомендации по решению исследуемой проблемы;
- поверхностные выводы и предложения;
- нарушение требований к оформлению письменного обзора;
- использование информации без ссылок на источник.

4.2 Критерии оценки для проверки уровня обученности в рамках текущего контроля

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент показал глубокое, прочное и аргументированное освоение программного учебного материала, при этом поставленный вопрос раскрыт последовательно, четко и логически стройно, в полном исчерпывающем объеме, основные категории, понятия и термины учебного курса формулировались правильно, не допущено при ответе ошибок

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент показал твердое знание программного учебного материала, при этом поставленный вопрос раскрыт грамотно и по существу, в достаточно полном объеме, основные категории, понятия и термины учебного курса формулировались правильно, допущены при ответе отдельные неточности или одна ошибка

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент показал знание только основной части учебного материала без его частных деталей, при этом поставленный вопрос раскрыт с нарушением логической последовательности, не в полном объеме; были допущены неточные формулировки основных категорий, понятий и терминов учебного курса, а также ошибки (не более двух) или ряд незначительных неточностей, не исказивших существенно суть ответа.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки (более двух), существенно исказившие его суть. Оценка неудовлетворительно выставляется также, если отсутствует ответ на вопрос, либо студент отказался его сдавать.

По результатам опроса в рамках текущего контроля выставляется рейтинговый балл по каждому рейтинговому мероприятию. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом (Таблица 6):

Таблица 6 - Расчет рейтинговых баллов по результатам текущего контроля

Уровень выполнения контрольного	Рейтинговый балл (в % от максимального)
---------------------------------	---

задания	балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

Конкретное значение рейтингового балла определяется распределением рейтинговых баллов по контрольным мероприятиям.

5 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЭКЗАМЕНУ

Основной формой итоговой аттестации по дисциплине является экзамен. Экзамен имеет своей целью оценить теоретические знания студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их к решению практических задач.

Готовиться к экзаменам необходимо в течение всего учебного времени, т.е. с первого дня очередного семестра: вся работа студента на лекциях, семинарских занятиях, консультациях, а также написание рефератов и выполнение курсовых работ и т.п. - это и есть этапы подготовки студента к зачетам и экзаменам.

Подготовка к сессии должна быть нацелена не столько на приобретение новых знаний, сколько на закрепление ранее изученного материала и повторение его. Сумму полученных знаний студенту перед сессией надо разумно обобщить, привести в систему, закрепить в памяти, для чего ему надо использовать учебники, лекции, консультации, курсовые работы, рефераты и т.п., а также методические пособия. Повторение необходимо производить по разделам, темам.

Экзамен предусматривает следующую цель: оценить знания студента по предмету, их прочность, развитие творческого мышления. приобретенные навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их на практике.

Методика подготовки к экзамена состоит из двух взаимосвязанных этапов.

1. Регулярное посещение всех учебных занятий в течение всего семестра: лекций, семинарских занятий, консультаций и т.п., а также активное изучение рекомендованной литературы.

2. Непосредственная подготовка к экзамену, когда студенту нужно в короткий срок (2-4 дня) охватить весь изученный материал по дисциплине. В первую очередь, мысленно в спокойной обстановке необходимо вспомнить весь материал, изученный за семестр, с тем, чтобы выявить разделы дисциплины, слабо изученные или плохо понятые при первоначальном изучении с целью устранения пробелов в своих знаниях.

Для успешной подготовки к экзаменам студенту необходимо составить рабочий график, в котором отразился бы последовательный переход от темы к теме, от раздела к разделу.

Во время подготовки к экзамену необходимо просмотреть конспекты прослушанных лекций и самостоятельно проработанных тем семинарских занятий. Это позволит ему восстановить в памяти ранее изученные положения, выявить пробелы в своих знаниях и восполнить их из других источников.

6 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

6.1 Основная литература

1. Гаврилов, А.Н. Теория автоматического управления технологическими объектами (линейные системы) Электронный ресурс : учебное пособие / А.А. Хвостов / Ю.П. Барметов / А.Н. Гаврилов ; ред. С.Г. Тихомиров. - Теория автоматического управления технологическими объектами (линейные системы), 2020-04-27. - Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2016. - 244 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-00032-176-8

6.2. Дополнительная литература:

1. Шойко, В. П. Автоматическое регулирование в электрических системах : учебное пособие / В.П. Шойко. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 195 с. - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-7782-1909-0

2. Федотов, А. В. Основы теории автоматического управления Электронный ресурс : Учебное пособие / А. В. Федотов. - Омск : Омский государственный технический университет, 2012. - 279 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-8149-1144-5

3. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. - [4-е изд., перераб. и доп.]. - СПб. : Профессия, 2007. - 749 с. : ил. - (Специалист). - Библиогр.: с. 744-747. - ISBN 5-93913-035-6

4. Ким, Д. П. Сборник задач по теории автоматического управления : учебное пособие / Д.П. Ким. - Москва : Физматлит, 2008. - 328 с. - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-9221-0937-6

5. Коновалов, Б. И. Теория автоматического управления Электронный ресурс : Учебное методическое пособие / Б. И. Коновалов, Ю. М. Лебедев. - Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2010. - 162 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 2227-8397

6. Рыбак, Л. А. Теория автоматического управления. Часть I. Непрерывные системы Электронный ресурс : Учебное пособие / Л. А. Рыбак. - Белгород : Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС

АСВ, 2012. - 121 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 2227-8397

7. Рыбак, Л. А. Теория автоматического управления. Часть II. Дискретные системы Электронный ресурс : Учебное пособие / Л. А. Рыбак. - Белгород : Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2012. - 65 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 2227-8397

8. Федосенков, Б. А. Теория автоматического управления Электронный ресурс : Современные разделы теории управления. Учебное пособие / Б. А. Федосенков. - Кемерово : Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2014. - 153 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-89289-863-8

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

по направлению подготовки

11.03.04 Электроника и нанoeлектроника
Профиль

Интеллектуальные программируемые системы и устройства

Составитель: Дюдюн Дмитрий Евгеньевич

Редактор: _____

Подписано в печать _____
Формат _____ Усл. п. л. – _____ Уч.-изд. л. – _____.
Бумага _____. Печать _____. Заказ Тираж _____ экз.
ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»
г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1

Издательство Северо-Кавказского федерального университета
Отпечатано в типографии СКФУ