

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по выполнению практических работ
по дисциплине

«Моделирование процессов в электроэнергетических системах» для студентов направления
подготовки /специальности

13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника»,

Магистерская программа «Мониторинг и управление режимами электрических сетей на базе
интеллектуальных информационно-измерительных систем и технологий "

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

Методические указания по практическим занятиям составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО, рабочей программы дисциплины «Моделирование процессов в электроэнергетических системах» и Положения об учебно-методическом комплексе дисциплины к подготовке выпускника для получения квалификации: магистр. Утверждены на заседании кафедры АЭСиЭ (протокол №_ от "___" _____ 20 г.).

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника», Магистерская программа "Мониторинг и управление режимами электрических сетей на базе интеллектуальных информационно-измерительных систем и технологий"

Составитель:

Доцент кафедры АЭС и Э, канд.техн.наук, Степанова А.А.

Оглавление

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ	17
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ	27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЛЭП. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМА ХОЛОСТОГО ХОДА ЛЭП	36
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЛЭП. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ПЕРЕДАЧИ МОЩНОСТИ ПО ЛЭП	37
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛЭП	39
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ	40
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8. РАСЧЕТ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПО ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ	46
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 9. РАСЧЕТ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ	47
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 10. ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ	48
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 11. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПОЛАГАЕМОЙ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ГИДРОГЕНЕРАТОРА	51
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 12. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ	54
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 13. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ МОЩНОСТИ НАГРУЗКИ	55
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 14. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СУТОЧНЫХ ГРАФИКОВ МОЩНОСТИ НАГРУЗКИ	56
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 15. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЯ	60
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 16. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ (МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО)	62
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 17. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОРГАНИЗАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ	78
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 18. ПОЛУЧЕНИЕ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ	86
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА	97

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Решение задач математического программирования средствами MS Excel

Электронные таблицы MS Excel содержат в своем составе специализированные средства, которые позволяют решать большинство типовых практических задач оптимизации.

При решении оптимизационных задач пользователь должен иметь представление об основах математического моделирования и уметь составлять оптимизационные математические модели. Кроме того, от пользователя требуется знание основных методов математического программирования и навыки практической работы с пакетом MS Office.

1.2.1. Решение задач линейного программирования

Общая задача линейного программирования состоит в минимизации (максимизации) линейной функции

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

От n переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, удовлетворяющих условиям неотрицательности

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

и m линейным ограничениям

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (=, <, >) b_1,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (=, <, >) b_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (=, <, >) b_m.$$

Для того чтобы решить задачу линейного программирования в табличном редакторе Microsoft Excel, необходимо придерживаться следующего плана действий.

1. Ввести условие задачи:

а) создать экранную форму для ввода условия задачи:

- переменных,
- целевой функции,
- ограничений,
- граничных условий;

б) ввести исходные данные в **экранную форму**

- коэффициенты целевой функции,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

в) ввести зависимости из математической модели в **экранную форму**

- формулу для расчета целевой функции,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

г) задать целевую функцию (в окне **"Поиск решения"**):

- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

д) ввести ограничения и граничные условия(в окне "Поиск решения"):

- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2. Решить задачу:

а) установить параметры решения задачи(в окне "Поиск решения"),

б) запустить задачу на решение(в окне "Поиск решения";

в)выбрать формат вывода решения(в окне "Результаты поиска решения")

Рассмотрим решение оптимизационной задачи линейного программирования средствами MS Excel на конкретном примере.

Задача 1

Предприятие выпускает три вида продукции: табуретки, столы и стулья. На изготовление каждого изделия требуется три вида сырья: ткань, доски и фурнитура. Для упрощения задачи будем считать, что расход энергетических, трудовых и других ресурсов на изготовления каждого вида продукции одинаков. Нормы расхода каждого вида сырья на изготовление одного изделия и прибыль от его реализации приведены в табл. 1.1. При планировании производственной программы необходимо учесть ограничения на каждый вид сырьевого ресурса, которые составляют 80, 120, 60 для ткани, досок и фурнитуры соответственно. Требуется определить, в каком количестве нужно выпускать каждый вид изделия, чтобы получить максимальную прибыль (маркетинговую ситуацию на рынке не учитываем – все что произвели, сразу продали).

Таблица 1.1 - Исходные данные к задаче 1

	Табурет	Стул	Стол
Ткань	1	3	2
Доски	2	4	8
Фурнитура	1	2	4
Прибыль	25	70	120

Решение.

Математическая модель решаемой задачи будет иметь следующий вид.

Целевая функция

$$Z = 25 \cdot x_1 + 70 \cdot x_2 + 120 \cdot x_3 \rightarrow \max \quad (1.1)$$

Система ограничений

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 &\leq 80 \\ 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 &\leq 120 \\ 1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 &\leq 60 \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Граничные условия

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \quad (1.3)$$

Из математической модели задачи видно, что целевая функция имеет линейную зависимость от переменных, значит решаемая задача является задачей линейного программирования.

На рабочем листе книги MS Excel создадим экранную форму для ввода условий задачи, рис.1.1

	A	B	C	D	E	F	G
1		Переменные					
2	Вид	Табурет	Стул	Стол			
3	Значение	0	0	0			
4	Нижн. граница	>=0	>=0	>=0			
5	Верх. граница						
6	Козфф. ЦФ	25	70	120	=СУММПРОИЗВ(B3:D3;B6:D6)	Тип	
7						max	
8		Ограничения					
9	Вид				Левая часть	Знак	Пр. часть
10	Ткань	1	3	2	=СУММПРОИЗВ(B3:D3;B10:D10)	<=	80
11	Доски	2	4	8	=СУММПРОИЗВ(B3:D3;B11:D11)	<=	120
12	Фурнитура	1	2	4	=СУММПРОИЗВ(B3:D3;B12:D12)	<=	60
13							
14							

Рис. 1.1. Экранная форма задачи 1

В экранной форме на рис. 1.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи линейного программирования. Переменным задачи соответствуют ячейки B3:D3, коэффициентам целевой функции (ЦФ) соответствуют ячейки B6:D6, правым частям ограничений соответствуют ячейки G10:G12.

В ячейку E6, в которой будет отображаться значение ЦФ, необходимо ввести формулу, по которой это значение будет рассчитано. В экранной форме значение целевой функции можно вычислить по формуле:

$$E6 = \text{СУММПРОИЗВ}(B3:D3;B6:D6) \quad (1/4)$$

Формулы для расчета левых частей системы ограничений (1.2) разместим в ячейках E10:E12. Для экранной формы, представленной на рис.1.1, они могут быть рассчитаны по следующим формулам

$$E10 = \text{СУММПРОИЗВ}(B3:D3;B10:D10)$$

$$E11 = \text{СУММПРОИЗВ}(B3:D3;B11:D11)$$

$$E12 = \text{СУММПРОИЗВ}(B3:D3;B12:D12)$$

Экранная форма готова для решения задачи линейного программирования.

В качестве начального приближения значений искомых переменных примем нулевые значения, для чего введем в ячейки B3:D3 нули.

Для решения задачи линейного программирования средствами MS Excel в меню СЕРВИС нужно выбрать команду ПОИСК РЕШЕНИЯ.

Примечание. При первоначальном обращении к инструменту поиска решения в главном меню СЕРВИС можно не обнаружить операции ПОИСК РЕШЕНИЯ. Это означает, что компонент поиска решения в программе MS

Excel не установлен. Для установки компонента необходимо выбрать в меню СЕРВИС команду НАДСТРОЙКИ и в открывшемся диалоговом окне установить галочку в строке ПОИСК РЕШЕНИЯ, рис.1.2.

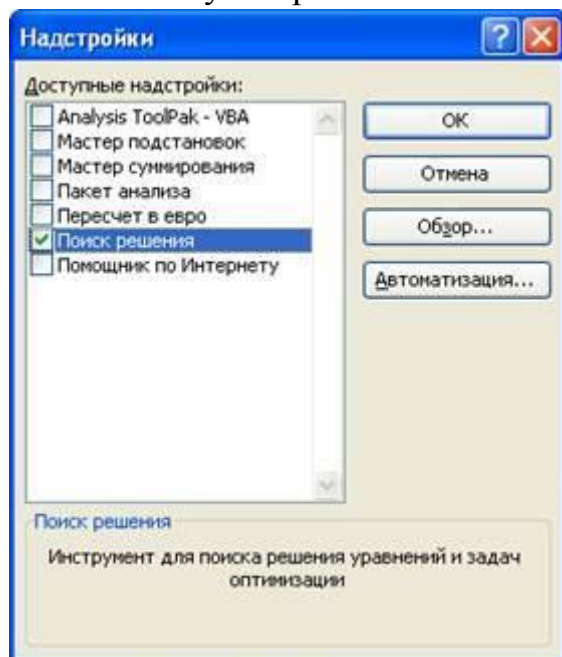


Рис.1.2. Диалоговое окно установки дополнительных компонент MS Excel

При установке дополнительных компонент программы MS Excel может потребоваться установочный диск пакета MS Office.

Параметры решения задачи устанавливаются в диалоговом окне «Поиск решения», представленном на рис. 1.3

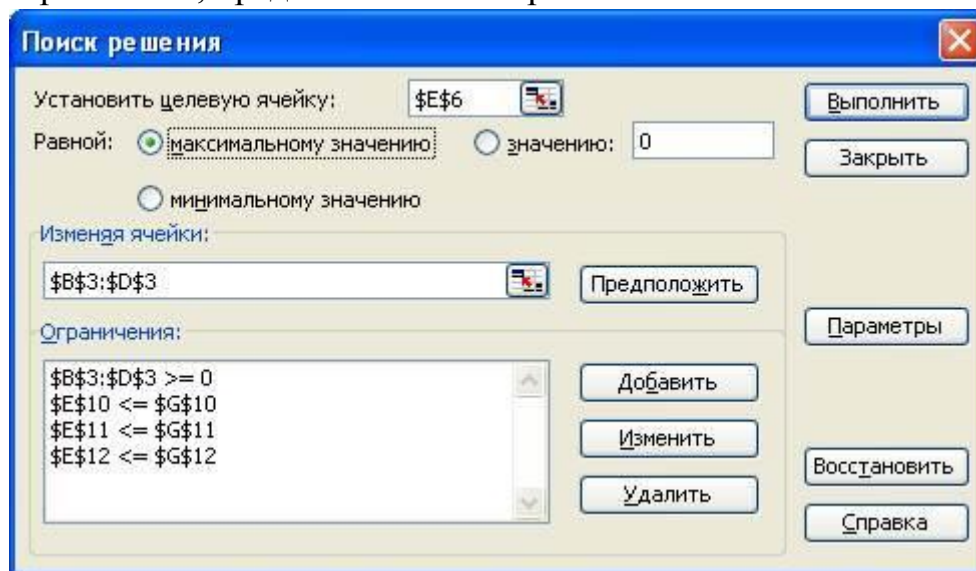


Рис.1.3. Диалоговое окно «Поиск решения» задачи 1

В открывшемся диалоговом окне необходимо выбрать целевую ячейку (в нашей задаче E6), установить переключатель характера решаемой задачи в требуемое положение (в нашем случае «максимальное значение»), в поле «Изменяя ячейки» указать ячейки, которые должны изменяться в процессе поиска решения задачи (в нашей задаче B3:D3). После этого в поле

«Ограничения» нужно ввести ограничения и граничные условия решаемой задачи оптимизации.

Для того, чтобы добавить ограничение, нужно нажать кнопку ДОБАВИТЬ, и в отрывшемся диалоговом окне «Добавление ограничения» установить ссылку на требуемую ячейку, вид и значение ограничения (рис.1.4).

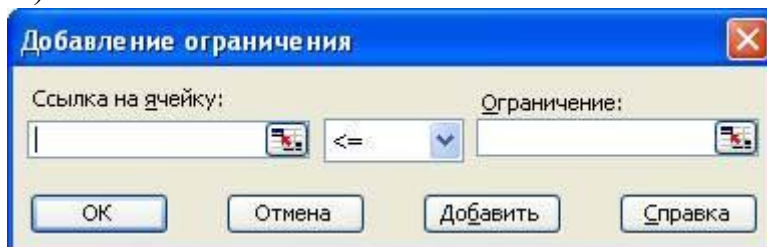


Рис.1.4. Диалоговое окно «Добавление ограничения»

В соответствии с заданными условиями и экранной формой решаемой нами задачи в нашем случае требуется ввести 4 ограничения:

- значения ячеек E10:E12 должны быть меньше или равны значениям ячеек G10:G12 соответственно (система ограничений 1.2);
- значения ячеек B3:D3 должны быть больше или равны нулю (граничные условия 1.3).

Для решения задач оптимизации определенного класса необходима установка конкретных параметров поиска решения. Для этого нужно нажать кнопку ПАРАМЕТРЫ и заполнить некоторые поля окна «Параметры поиска решения» (рис. 1.5).

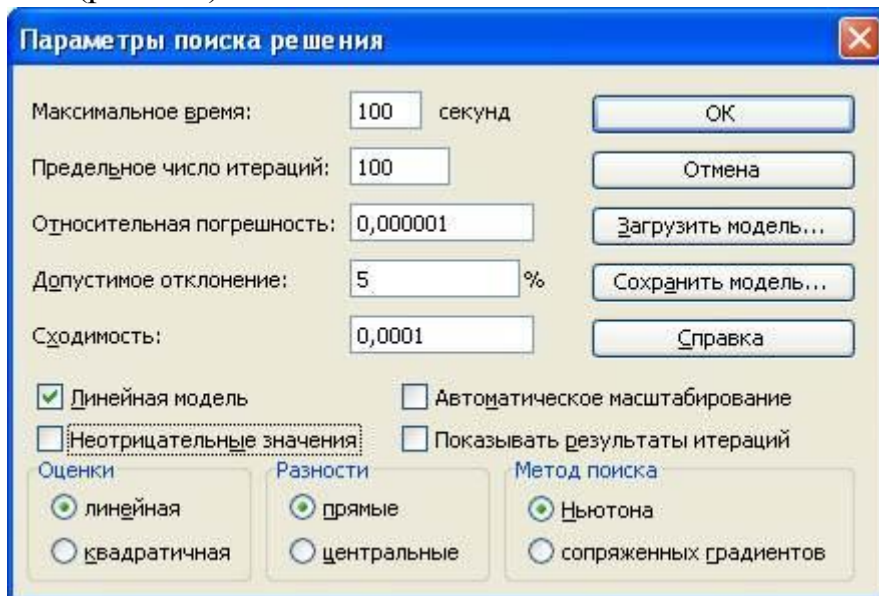


Рис.1.5. Диалоговое окно «Параметры поиска решения»

Параметр «Максимальное время» служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр «Предельное число итераций» служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных

вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр «Относительная погрешность» служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем меньше количество десятичных знаков во введенном числе, тем ниже точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр «Допустимое отклонение» служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр «Сходимость» применяется только при решении нелинейных задач.

Установка флажка «Линейная модель» обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Установленные по умолчанию значения параметров подходят для большинства решаемых задач. Оставим их без изменения, отметив галочкой «Линейная модель», так как наша задача линейная.

Подтвердим установленные параметры нажатием кнопки ОК.

Запуск задачи на решение производится из окна «Поиск решения» путем нажатия кнопки ВЫПОЛНИТЬ.

На экране появляется окно «Результаты поиска решения», представленное на рис.1.6.

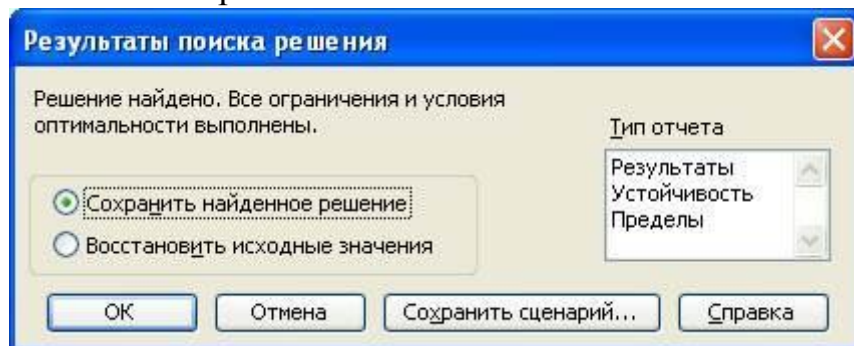


Рис.1.6. Диалоговое окно «Результаты поиска решения»

Примечание. Иногда при решении оптимизационных задач характер выводимых в диалоговом окне «Результаты поиска решения» сообщений может быть другим: «Поиск не может найти подходящего решения» или «Значения целевой ячейки не сходятся». Вывод таких сообщений не всегда свидетельствуют о характере оптимального решения задачи, а чаще о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены ошибки, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует.

Если решение оптимизационной задачи найдено, мы можем сохранить его в ячейках экранной формы и просмотреть три типа отчетов «Результаты», «Устойчивость», «Пределы», которые предлагает Excel для анализа полученного решения. Нажмем в диалоговом окне «Результаты поиска решения» кнопку ОК и сохраним результаты решения в экранной форме.

Экранная форма с результатами решения задачи представлена на рис.1.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Переменные						
2	Вид	Табурет	Стул	Стол				
3	Значение	0	25	2,5				
4	Нижн. граница	>=0	>=0	>=0				
5	Верх. граница				Целевая функция	Тип		
6	Козфф. ЦФ	25	70	120	2050	max		
7								
8		Ограничения						
9	Вид				Левая часть	Знак	Пр. часть	
10	Ткань	1	3	2	80	<=	80	
11	Доски	2	4	8	120	<=	120	
12	Фурнитура	1	2	4	60	<=	60	
13								
14								

Готово NUM

Рис. 1.7. Экранная форма задачи 1 с результатом решения

Из результатов решения задачи, представленных на рис.1.7, следует, что для получения максимальной прибыли в планируемом производственном периоде а размере 2050 у.е. мы должны произвести 25 стульев и 2,5 стола. При этом запасы всех наших ресурсов (ткани, досок и фурнитуры) будут израсходованы полностью без остатка.

С практической точки зрения полученное решение не имеет смысла, так как производство 0,5 стола если теоретически и возможно, то получение прибыли от его реализации крайне затруднительно.

С математической точки зрения при решении задачи мы допустили ошибку, выполнив решение без учета того, что наша задача относится к классу задач целочисленного программирования – переменные: табуретки, столы и стулья могут быть только целыми числами. Для исправления ошибки выберем в меню СЕРВИС команду ПОИСК РЕШЕНИЯ и в поле «Ограничения» добавим еще одно ограничение – ячейки B3:D3 должны быть целыми числами (рис.1.8).

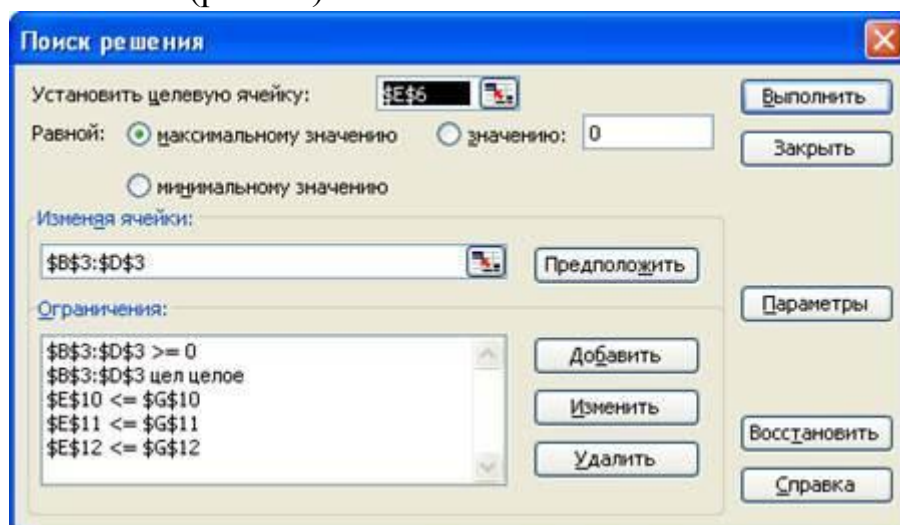


Рис.1.8. Диалоговое окно «Поиск решения» целочисленной задачи 1

Экранная форма с результатами решения задачи линейного целочисленного программирования представлена на рис.1.9.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Переменные							
2	Вид	Табурет	Стул	Стол				
3	Значение	0	24	3				
4	Нижн. граница	>=0	>=0	>=0				
5	Верх. граница							
6	Козфф. ЦФ	25	70	120	Целевая функция	2040	Тип	max
7								
8	Ограничения							
9	Вид				Левая часть	Знак	Прав. часть	
10	Ткань	1	3	2	78	<=	80	
11	Доски	2	4	8	120	<=	120	
12	Фурнитура	1	2	4	60	<=	60	
13								
14								

Готово NUM

Рис. 1.9. Экранная форма задачи 1 с результатом решения

Выберем в диалоговом окне «Результаты поиска решения» (рис.1.6) тип отчета «Результаты» и нажмем кнопку ОК.

MS Excel автоматически создаст в рабочей книге новый лист «Отчет по результатам 1», представленный на рис. 1.10.

1	Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам				
2	Рабочий лист: [Пример1.xls]Задача 1				
3	Отчет создан: 04.03.2007 14:52:46				
4					
5					
6	Целевая ячейка (Максимум)				
7	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	
8	\$E\$6	Козфф. ЦФ Целевая функция	0	2040	
9					
10					
11	Изменяемые ячейки				
12	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат	
13	\$B\$3	Значение Табурет	0	0	
14	\$C\$3	Значение Стул	0	24	
15	\$D\$3	Значение Стол	0	3	
16					
17					
18	Ограничения				
19	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус Разница
20	\$E\$10	Ткань Левая часть	78	\$E\$10<=\$G\$10	не связан. 2
21	\$E\$11	Доски Левая часть	120	\$E\$11<=\$G\$11	связанное 0
22	\$E\$12	Фурнитура Левая часть	60	\$E\$12<=\$G\$12	связанное 0
23	\$B\$3	Значение Табурет	0	\$B\$3>=0	связанное 0
24	\$C\$3	Значение Стул	24	\$C\$3>=0	не связан. 24
25	\$D\$3	Значение Стол	3	\$D\$3>=0	не связан. 3
26	\$B\$3	Значение Табурет	0	\$B\$3=целое	связанное 0
27	\$C\$3	Значение Стул	24	\$C\$3=целое	связанное 0
28	\$D\$3	Значение Стол	3	\$D\$3=целое	связанное 0

Готово NUM

Рис.1.10 Отчет по результатам решения задачи
Отчет состоит из трех таблиц.

В первой таблице указана ячейка целевой функции, ее исходное (начальное) значение и полученный оптимальный результат – 2040 у.е.

Во второй таблице приведены номера ячеек, наименование, исходное и полученные в результате решения задачи значения переменных: табуретов, стульев и столов. Из таблицы видно, что для получения максимальной прибыли мы должны произвести 24 стула и 3 стола. Изготавливать табуретки в данной постановке задачи экономически не целесообразно.

В третьей таблице представлены данные по ограничениям решаемой задачи. Из таблицы видно, что при планируемом оптимальном объеме производства доски и фурнитура будут израсходованы полностью, а ткани останется 2 у.е.

Решение задачи математического программирования с помощью MathCad

Для решения задачи в MathCad можно выполнить следующие действия:

1. Определить начальное приближение неизвестных.
2. Задать функцию цели, в данном случае - $L(x_1, x_2, x_3)$
3. Начать решающий блок служебным словом Given.
4. Внутри решающего блока ввести ограничения, учитывая условия положительности всех x_i
5. Завершить решающий блок обращением к функции Minimize (Maximize).

В отличие от MS Excel, Mathcad не позволяет задавать целочисленность переменных.

Решение приведенной задачи выглядит следующим образом:

$$x1 := 1$$

$$x2 := 1$$

$$x3 := 1$$

$$L(x1,x2,x3) := 25 \cdot x1 + 70 \cdot x2 + 120 \cdot x3$$

Given

$$x1 + 3 \cdot x2 + 2 \cdot x3 \leq 80$$

$$2 \cdot x1 + 4 \cdot x2 + 8 \cdot x3 \leq 120$$

$$x1 + 2 \cdot x2 + 4 \cdot x3 \leq 60$$

$$x1 \geq 0$$

$$x2 \geq 0$$

$$x3 \geq 0$$

$$v := \text{maximize}(L, x1, x2, x3)$$

$$v = \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

2 Задания для самостоятельного выполнения

Задача 1.

Для изготовления трёх видов изделий P_1 , P_2 и P_3 используют три вида материалов: S_1 , S_2 , S_3 . Запасы материалов, технологические нормы расхода материалов на каждое изделие и цена единицы изделия приведены в таблице 1. Составить план выпуска изделий, обеспечивающих их максимальный выпуск по стоимости.

Таблица 1

Вид материала	Норма расхода материала на одно изделие, кг			Запас материала, кг
	P_1	P_2	P_3	
S_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	$b1$
S_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	$b2$
S_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	$b3$
Цена одного изделия (y.e.)	C_1	C_2	C_3	max

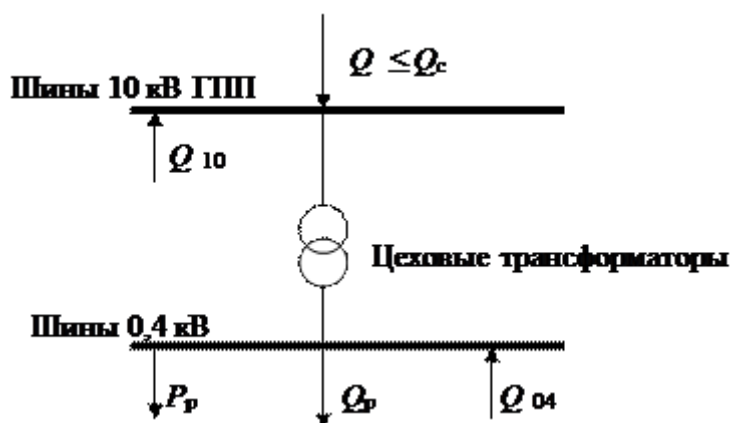
Таблица 2 – Варианты заданий

№ варианта	Задание
------------	---------

1	$a_{11}=1, a_{12}=2, a_{13}=1, a_{21}=2, a_{22}=1, a_{23}=3, a_{31}=4, a_{32}=2, a_{33}=1; b_1=420, b_2=600, b_3=900; c_1=3, c_2=3, c_3=4$
2	$a_{11}=3, a_{12}=6, a_{13}=4, a_{21}=2, a_{22}=1, a_{23}=2, a_{31}=2, a_{32}=3, a_{33}=1; b_1=180, b_2=50, b_3=40; c_1=6, c_2=5, c_3=5$
3	$a_{11}=16, a_{12}=18, a_{13}=9, a_{21}=7, a_{22}=7, a_{23}=2, a_{31}=9, a_{32}=2, a_{33}=3; b_1=520, b_2=140, b_3=810; c_1=8, c_2=6, c_3=4$
4	$a_{11}=4, a_{12}=8, a_{13}=2, a_{21}=3, a_{22}=8, a_{23}=4, a_{31}=12, a_{32}=4, a_{33}=6; b_1=116, b_2=240, b_3=432; c_1=8, c_2=6, c_3=6$
5	$a_{11}=4, a_{12}=2, a_{13}=6, a_{21}=2, a_{22}=4, a_{23}=3, a_{31}=6, a_{32}=8, a_{33}=0; b_1=120, b_2=160, b_3=240; c_1=2, c_2=3, c_3=2$
6	$a_{11}=8, a_{12}=10, a_{13}=20, a_{21}=4, a_{22}=13, a_{23}=8, a_{31}=2, a_{32}=18, a_{33}=12; b_1=800, b_2=520, b_3=940; c_1=3, c_2=6, c_3=7$
7	$a_{11}=3, a_{12}=3, a_{13}=9, a_{21}=10, a_{22}=9, a_{23}=15, a_{31}=5, a_{32}=5, a_{33}=1; b_1=810, b_2=900, b_3=250; c_1=7, c_2=7, c_3=6$
8	$a_{11}=17, a_{12}=5, a_{13}=5, a_{21}=8, a_{22}=6, a_{23}=6, a_{31}=4, a_{32}=2, a_{33}=4; b_1=850, b_2=1120, b_3=1060; c_1=8, c_2=7, c_3=4$
9	$a_{11}=2, a_{12}=1, a_{13}=6, a_{21}=3, a_{22}=3, a_{23}=9, a_{31}=2, a_{32}=1, a_{33}=2; b_1=240, b_2=540, b_3=120; c_1=14, c_2=6, c_3=22$
10	$a_{11}=2, a_{12}=3, a_{13}=6, a_{21}=6, a_{22}=8, a_{23}=2, a_{31}=3, a_{32}=4, a_{33}=2; b_1=450, b_2=400, b_3=350; c_1=3, c_2=5, c_3=4$
11	$a_{11}=1, a_{12}=1, a_{13}=1, a_{21}=2, a_{22}=1, a_{23}=3, a_{31}=4, a_{32}=2, a_{33}=3; b_1=160, b_2=200, b_3=240; c_1=4, c_2=3, c_3=5$
12	$a_{11}=2, a_{12}=3, a_{13}=6, a_{21}=4, a_{22}=2, a_{23}=4, a_{31}=4, a_{32}=6, a_{33}=8; b_1=240, b_2=200, b_3=160; c_1=4, c_2=5, c_3=4$
13	$a_{11}=9, a_{12}=9, a_{13}=2, a_{21}=4, a_{22}=3, a_{23}=2, a_{31}=1, a_{32}=2, a_{33}=4; b_1=180, b_2=120, b_3=220; c_1=7, c_2=8, c_3=6$
14	$a_{11}=18, a_{12}=9, a_{13}=6, a_{21}=4, a_{22}=2, a_{23}=4, a_{31}=3, a_{32}=3, a_{33}=1; b_1=540, b_2=340, b_3=120; c_1=3, c_2=4, c_3=3$
15	$a_{11}=16, a_{12}=18, a_{13}=9, a_{21}=7, a_{22}=7, a_{23}=2, a_{31}=9, a_{32}=2, a_{33}=3; b_1=520, b_2=140, b_3=810; c_1=8, c_2=6, c_3=4$

Задача 2.

От шин 10 кВ главной понизительной подстанции (ГПП) предприятия осуществляется электроснабжение цехов с суммарными расчетными нагрузками P_p и Q_p . Определить оптимальное количество цеховых трансформаторов напряжением 10/0,4 кВ с заданными номинальной мощностью $S_{тр}$ и коэффициентом загрузки k_z при условии, что со стороны питания потребляемая реактивная мощность не должна превышать значения Q_p . Устройства для компенсации реактивной мощности могут быть установлены как на шинах 10 кВ ГПП Q_{10} , так и на шинах 0,4 кВ цеховых трансформаторов Q_{04} .



Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 3. Затраты на единицу мощности трансформаторов и компенсирующих устройств обозначены через Z .

Необходимо составить математическую модель задачи, создать экранную форму и решить задачу в программах MS Excel и MathCad.

Таблица 3 - Исходные данные

№ вар	P_p , МВА	Q_p , МВар	k_z	$S_{тр}$, кВА	$Z_{тр}$, у.е./кВА	Z_{04} , у.е./кВар	Z_{10} , у.е./кВар
1	20	18	0,7	1000	9	10	4
2	25	20	0,75	1600	10	9	4,5
3	30	25	0,8	2500	9	8	4
4	33	29	0,85	1000	10	8,5	5
5	35	30	0,9	1600	9	10	5
6	28	24	0,75	2500	11	9	4,5
7	33	25	0,8	1000	10	8	3,8
8	30	28	0,7	1600	12	9	5
9	32	27	0,75	2500	11	10	4
10	26	22	0,8	630	12	9	3,8
11	28	25	0,7	1000	10	10	5
12	24	20	0,75	630	10	9	4
13	30	25	0,8	1600	9	8	3,5
14	25	20	0,7	630	10	9	5
15	23	19	0,8	1000	9	9	5

Методические указания к решению задачи 2.

По заданным расчетным активной P_p и реактивной Q_p нагрузкам определяется полная расчетная нагрузка

$$S_p = \sqrt{P_p^2 + Q_p^2}$$

(M1)

По величине S_p и заданному коэффициенту загрузки k_z определяется максимальное количество цеховых трансформаторов с заданной номинальной мощностью $S_{тр}$

$$N_{\max} = \frac{S_p}{S_{\text{тр}} \cdot k_s} \quad (\text{M2})$$

При полной компенсации реактивной мощности на шинах 0,4 кВ ($Q_p = Q_{04}$) количество цеховых трансформаторов будет минимальным

$$N_{\min} = \frac{P_p}{S_{\text{тр}} \cdot k_s} \quad (\text{M3})$$

Значения $N_{\max}$ и $N_{\min}$ округляются до ближайших больших целых чисел.

Оптимальное количество цеховых трансформаторов N , подлежащее определению, будет лежать в пределах $N_{\max} \geq N \geq N_{\min}$.

Величина мощности компенсирующих устройств на шинах 0,4 кВ, позволяющая сократить количество трансформаторов на единицу составит

$$Q_{04}^1 = \frac{Q_p}{N_{\max} - N_{\min}} \quad (\text{M4})$$

Для определения оптимального количества трансформаторов необходимо найти минимум целевой функции

$$Z = Z_{\text{тр}} \cdot S_{\text{тр}} \cdot N + Z_{04} \cdot Q_{04} + Z_{10} \cdot Q_{10} \quad (\text{M5})$$

представляющей собой суммарные затраты на цеховые трансформаторы и компенсирующие устройства на 0,4 и 10 кВ.

Минимум целевой функции (M5) ищется при следующих ограничениях:

1. Суммарная величина мощности компенсирующих устройств на шинах 0,4 и 10 кВ должна быть равна расчетной реактивной нагрузке (перекомпенсация не допускается)

$$Q_{04} + Q_{10} = Q_p \quad (\text{M6})$$

2. Искомое количество трансформаторов, уменьшаемое за счет установки компенсирующих устройств на шинах 0,4 кВ, определится условием

$$N \geq N_{\max} - \frac{Q_{04}}{Q_{04}^1} \quad (\text{M7})$$

Решение задачи должно выполняться при граничных условиях

$$N \geq 0, Q_{04} \geq 0, Q_{10} \geq 0. \quad (\text{M8})$$

Задача приведена к формализованному виду для решения в MS Excel и Mathcad. Все предварительные расчеты можно выполнить в указанных программах.

3. Требования к отчету

Отчет по лабораторной работе должен содержать для каждой задачи:

1. Математическую модель задачи и результаты промежуточных расчетов

2. Скриншот экранной формы в MS Excel
3. Результаты расчетов и отчет по устойчивости в среде MS Excel
4. Скриншот решения и результаты решения в среде Mathcad
5. Краткий анализ решения
6. Выводы

4. Контрольные вопросы

1. Каковы основные этапы решения задач линейного программирования в MS Excel
2. Каков вид и способы задания формул для целевой ячейки и ячеек левых частей ограничений
3. Каким образом в MS Excel задается направление оптимизации целевой функции
4. Какие ячейки экранной формы выполняют иллюстративную функцию, а какие необходимы для решения задачи
5. Поясните общий порядок работы с формой «Поиск решения»
6. Назовите порядок решения задачи линейного программирования в Mathcad
7. Как должны измениться затраты на единицу мощности трансформаторов и компенсирующих устройств, чтобы в задаче 2 получилось другое решение?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2. РЕШЕНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

1 Теоретические сведения

Рассмотрим решение транспортной задачи на примере: Крупная оптовая фирма занимается поставкой некоего товара в магазины города. Товар поставляется из трех складов, месячные запасы которых составляют 1500, 1300 и 1600 единиц товара соответственно. Товар нужно развести по трем магазинам, месячные потребности которых равны 2100, 1600 и 1000 единиц товара соответственно. Транспортные расходы по доставке единицы товара из соответствующего склада в соответствующий магазин приведены в табл.1. Необходимо определить оптимальные по транспортным расходам способы доставки товара со складов в магазины.

Таблица 1 - Транспортные расходы по доставке товара, руб/шт.

Магазины Склады	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3
Склад 1	80	200	70
Склад 2	100	105	120
Склад 3	120	70	90

Составим в MS Excel транспортную матрицу для решения задачи, рис.

1

	A	B	C	D	E
1	Склады	Магазины			Запасы товара, шт
2		Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	
3		Стоимость перевозки товара, руб/шт.			
4	Склад 1	80	200	70	1500
5	Склад 2	100	105	120	1300
6	Склад 3	120	70	90	1600
7	Потребность в товаре, шт.	2100	1600	1000	

Рис. 1 Транспортная матрица задачи в MS Excel

Проверяем баланс ТЗ.

Суммарные запасы составляют $\sum_{i=1}^m a_i = 4400$ шт. товара, суммарная

потребность $\sum_{j=1}^n b_j = 4700$ шт.

Транспортная задача не сбалансирована – спрос превышает предложение. Приведем ТЗ к сбалансированной, добавив еще один фиктивный склад, стоимость перевозки товара в который будет равна нулю.

$$a_{\Phi} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i =$$

Определим количество товара на фиктивном складе
 $4700 - 4400 = 300$ шт. и внесем изменения в лист книги MS Excel.

	A	B	C	D	E
1	Склады	Магазины			Запасы товара, шт
2		Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	
3		Стоимость перевозки товара, руб/шт.			
4	Склад 1	80	200	70	1500
5	Склад 2	100	105	120	1300
6	Склад 3	120	70	90	1600
7	Фиктивн. Склад	0	0	0	300
8	Потребность в товаре, шт.	2100	1600	1000	

Рис. 2 Сбалансированная транспортная матрица

Сбалансированность транспортной матрицы легко проверить средствами Excel, последовательно вычислив суммы ячеек B8:D8 и E4:E7. Суммы должны быть одинаковыми.

Создадим экранную форму решения ТЗ, для чего выделим на листе книги все ячейки транспортной матрицы, создадим ее копию и внесем в копию необходимые исправления. За начальные условия перевозимого количества товара примем нули, рис. 3.

	A	B	C	D	E
1	Склады	Магазины			Запасы товара, шт
2		Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	
3		Стоимость перевозки товара, руб/шт.			
4		Склад 1	80	200	
5	Склад 2	100	105	120	1300
6	Склад 3	120	70	90	1600
7	Фиктивн. Склад	0	0	0	300
8	Потребность в товаре, шт.	2100	1600	1000	
9					
10					
11	Склады	Магазины			Запасы товара, шт
12		Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	
13		Количество перевозимого товара, шт.			
14		Склад 1	0	0	
15	Склад 2	0	0	0	
16	Склад 3	0	0	0	
17	Фиктивн. Склад	0	0	0	
18	Потребность в товаре, шт.				
19	Стоимость перевозок, руб				

Рис.3 Транспортная матрица и экранная форма решения ТЗ

Заполним полученную экранную форму необходимыми формулами. Для этого удобно воспользоваться встроенными в Excel математическими формулами СУММ() и СУММПРОИЗВ(), рис. 4.

	A	B	C	D	E
1			Магазины		
2	Склады	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Запасы товара, шт
3			Стоимость перевозки товара, руб/шт.		
4	Склад 1	80	200	70	1500
5	Склад 2	100	105	120	1300
6	Склад 3	120	70	90	1600
7	Фиктивн. Склад	0	0	0	300
8	Потребность в товаре, шт.	2100	1600	1000	
9					
10					
11			Магазины		
12	Склады	Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	Запасы товара, шт
13			Количество перевозимого товара, шт.		
14	Склад 1	0	0	0	=СУММ(B14:D14)
15	Склад 2	0	0	0	=СУММ(B15:D15)
16	Склад 3	0	0	0	=СУММ(B16:D16)
17	Фиктивн. Склад	0	0	0	=СУММ(B17:D17)
18	Потребность в товаре, шт.	=СУММ(B14:B17)	=СУММ(C14:C17)	=СУММ(D14:D17)	
19	Стоимость перевозок, руб	=СУММПРОИЗВ(B4:B7,B14:B17)	=СУММПРОИЗВ(C4:C7,C14:C17)	=СУММПРОИЗВ(D4:D7,D14:D17)	=СУММ(B19:D19)
20					

Рис. 4 Экранная форма решения ТЗ с введенными формулами

Ячейка E19 содержит формулу для вычисления значения целевой функции – суммарной стоимости всех транспортных перевозок.

Выберем в меню СЕРВИС команду ПОИСК РЕШЕНИЯ и установим в диалоговом окне формы «Поиск решения» целевую ячейку, требуемый вид зависимости целевой функции, диапазон ячеек переменных и ограничения в соответствии с условиями решаемой ТЗ аналогично примеру Задачи 1, п.1.2.1, рис. 5.

Рис.5 Окно форма «Поиск решения» ТЗ

Нажмем кнопку «Параметры» и в открывшемся диалоговом окне формы «Параметры поиска решения» отметим галочкой «Линейная модель», так как решаемая нами ТЗ является задачей линейного программирования.

После выполнения процедуры поиска решения на рабочем листе книги получим решение ТЗ, рис. 6.

	A	B	C	D	E
11	Склады	Магазины			Запасы товара, шт
12		Магазин 1	Магазин 2	Магазин 3	
13		Количество перевозимого товара, шт.			
14	Склад 1	500	0	1000	1500
15	Склад 2	1300	0	0	1300
16	Склад 3	0	1600	0	1600
17	Фиктивн. Склад	300	0	0	300
18	Потребность в товаре, шт.	2100	1600	1000	
19	Стоимость перевозок, руб	170000	112000	70000	352000

Рис. 6 Результат решения ТЗ на листе книги MS Excel

Решение в пакете Mathcad

В пакете Mathcad решение наиболее удобно в матричной форме.

$\text{ORIGIN} := 1$

$n := 3$

$m := 4$

$j := 1..n$

$i := 1..m$

$t_j := 1$

$l := 1$

$$a := \begin{pmatrix} 1500 \\ 1300 \\ 1600 \\ 300 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 2100 \\ 1600 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$c := \begin{pmatrix} 80 & 200 & 70 \\ 100 & 105 & 120 \\ 120 & 70 & 90 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_{i,j} := 0$$

$$f(x) := \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{i,j} \cdot x_{i,j})$$

Given

$$x \cdot t = a$$

$$x^T \cdot l = b$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Minimize}(f, x) = \begin{pmatrix} 500 & 0 & 1 \times 10^3 \\ 1.3 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1.6 \times 10^3 & 0 \\ 300 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Задания для самостоятельного выполнения

Задача 1.

Производится проектирование схемы электроснабжения сетевого района нефтедобывающей компании. Определены требуемая мощность производственных объектов и располагаемый резерв мощности близлежащих подстанций. Известны также расстояния от производственных объектов до каждой подстанции (табл.2).

Требуется определить оптимальную с точки зрения минимума приведенных затрат схему электроснабжения сетевого района.

Таблица 2 - Исходные данные на проектирование

№ вар	Резерв мощности, МВт		Мощность производственных объектов, МВт					
			Объект 1	Объект 2	Объект 3	Объект 4	Объект 5	Объект 6
			25	40	30	10	20	15
			Расстояние от объекта до подстанции, км					
1	П/ст 1	19	50	15	30	18	42	16
	П/ст 2	40	80	25	12	21	30	20
	П/ст 3	42	40	30	16	25	25	32
2	П/ст 1	20	50	25	25	10	15	15
	П/ст 2	20	50	25	20	25	20	25
	П/ст 3	10	60	25	15	30	35	20
3	П/ст 1	15	50	10	20	25	25	20

	П/ст 2	20	40	30	20	20	25	10
	П/ст 3	15	80	30	25	25	20	15
4	П/ст 1	20	60	10	10	10	20	20
	П/ст 2	30	60	30	30	20	15	15
	П/ст 3	20	40	35	15	35	30	25
5	П/ст 1	30	80	30	20	10	10	20
	П/ст 2	15	60	15	15	35	35	35
	П/ст 3	10	40	20	10	30	30	20

Методические указания

Приведенные годовые затраты на сооружение и эксплуатацию электрической сети определяются по выражению:

$$Z_{\text{гп}} = p_n \cdot K + C_3, \text{ руб} \quad (\text{M1})$$

Где p_n – нормативный коэффициент капитальных вложений; K – капитальные вложения; C_3 – стоимость потерь электроэнергии в проводах ЛЭП.

Величина капитальных вложений на сооружение ЛЭП зависит от ее сечения и длины:

$$K = (a + b \cdot S) \cdot l \quad (\text{M2})$$

Где a, b – расчетные коэффициенты; S, l – сечение и длина ЛЭП соответственно.

Стоимость потерь электрической энергии в проводах ЛЭП определяется законом Джоуля-Ленца:

$$C_3 = 3 \cdot I^2 \cdot R \cdot \Pi \cdot t \quad (\text{M3})$$

Где I, R – ток в фазе линии и ее активное сопротивление; Π – отпускная цена кВт·ч электрической энергии; t – число часов работы линии в год.

Активное сопротивление линии можно определить по выражению:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (\text{M4})$$

где ρ – удельное сопротивление материала провода.

Сечения проводников в сетях высокого напряжения определяются по экономической плотности тока:

$$S = \frac{I}{J_{\text{эк}}} \quad (\text{M5})$$

Преобразуя выражение (M1) с учетом (M2)-(M5), получим:

$$Z_{\text{гп}} = a \cdot l + \left(\frac{b}{J_{\text{эк}}} + 3 \cdot J_{\text{эк}} \cdot \rho \cdot \Pi \cdot t \right) \cdot I \cdot l \quad (\text{M6})$$

Для n участков электрической сети суммарные приведенные затраты определяются выражением:

$$Z_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_1 \cdot I_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n k_2 \cdot I_{ij} \cdot l_{ij} \quad (\text{M7})$$

Где I_{ij} – ток, потребляемый j -м потребителем с i -й подстанции; l_{ij} – расстояние от j -го потребителя до i -й подстанции; k_1, k_2 – постоянные коэффициенты.

Для достижения минимальных приведенных затрат достаточно минимизировать второй член уравнения (M7), при этом значение коэффициента k_2 можно не учитывать. С учетом того, что ток в линии прямо пропорционален передаваемой по ней мощности, получим выражение целевой функции решаемой задачи:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot P_{ij} \rightarrow \min \quad (\text{M8})$$

Требуется найти минимум целевой функции при следующих ограничениях

1. Суммарная мощность, потребляемая всеми потребителями с одной подстанции должна быть равна располагаемой мощности подстанции

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = P_i, i=1, 2 \dots m \quad (\text{M9})$$

2. Суммарная мощность, передаваемая всеми подстанциями одному потребителю должна быть равна требуемой мощности этого объекта

$$\sum_{i=1}^m P_{ij} = P_j, j=1, 2 \dots n \quad (\text{M10})$$

3. Величина мощности, передаваемой по линии должна быть положительной

$$P_{ij} \geq 0 \quad (\text{M11})$$

Выражения (M8)-(M11) являются математической моделью решаемой задачи.

Перед решением задачи необходимо проверить баланс располагаемой и требуемой мощности и при необходимости привести задачу к сбалансированной.

Задача 2.

В проектируемой системе электроснабжения имеется 2 узла с источниками питания и 3 узла потребителей. Мощности источников составляют A_1 и A_2 , а мощности потребителей – B_1 , B_2 и B_3 е.м. Взаимное расположение узлов и возможные к сооружению линии электрической сети показаны на рис.М1.

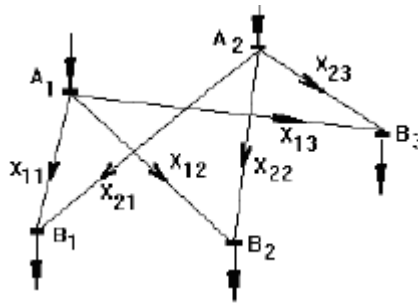


Рис.М1. Взаимное расположение узлов и возможные к сооружению линии электрической сети

Удельные затраты на передачу мощностей по линиям между узлами источников и потребителей составляют $z_{11}, z_{12}, z_{13}, z_{21}, z_{22}, z_{23}$ у.е/е.м.

Составить математическую модель и решить задачу средствами Excel и Mathcad. Исходные данные для решения задачи даны в таблице 3.

Таблица 3 – Исходные данные для задачи 2.

Вариант	A1	A2	B1	B2	B3	z_{11}	z_{12}	z_{13}	z_{21}	z_{22}	z_{23}
1	50	30	20	25	35	1,2	1,8	1,5	1,6	2,3	2,1
2	45	55	35	50	15	2,3	2,7	3,1	3,5	2,7	2,9
3	60	40	45	30	25	1,6	2,1	1,8	2,6	2,1	2,4
4	35	45	40	25	15	1,7	2,6	2,3	2,1	1,9	2,4
5	45	40	20	35	30	2,2	3,1	2,7	2,4	2,6	2,1

Задача 3.

При проектировании систем электроснабжения часто сталкиваются с задачей ограничения пропускной способности линии. Пусть для линии x_{ij} между источником i и потребителем j передаваемая мощность ограничена величиной S . Ограничение пропускной способности учитывается следующим образом:

- Столбец j транспортной матрицы, отвечающий потребителю с мощностью B_j разбивается на два столбца (два условных потребителя) с мощностями $B_{1j}=B_j-S, B_{2j}=S$
- Для переменной между источником i и потребителем B_{1j} осуществляется блокировка передачи мощности, т.е. для этой переменной принимается очень большой показатель удельной стоимости.

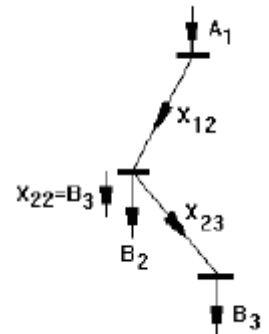
Рассмотреть задачу 2 для случая, когда мощность, передаваемая по линии x_{13} ограничена величиной 20 е.м.

Задача 4.

В реальных схемах электрических сетей часто оказывается целесообразнее передача мощности через промежуточные (транзитные) узлы. Такими узлами могут быть как узлы источников питания, так и узлы потребителей.

На рисунке мощность к потребителю В3 передается через транзитный узел потребителя В2. Величина транзитной мощности, передаваемой через узел В2, равна мощности потребителя В3 ($x_{22}=B_3$).

Транзитная мощность обозначена переменной с двумя одинаковыми индексами, соответствующими номеру узла, через который она протекает. Транзитным узлом может быть и узел источника питания.



Для решения транспортной задачи с транзитом мощности составляется транспортная матрица. Отличия от решения классической транспортной задачи следующие:

- Всем n узлам источников и m узлам потребителей присваивается сквозная нумерация $1, 2, \dots, (n+m)$
- Считается, что через любой i -й узел может передаваться транзитная мощность x_{ii}
- Удельные стоимость передачи транзитной мощности $z_{ii}=0$
- Транспортная матрица является квадратной и имеет размерность $(n+m) \times (n+m)$
- Транзитные переменные x_{ii} входят в решение задачи (в транспортную матрицу) со знаком минус
- Целевая функция представляет собой сумму произведений удельных стоимостей на величины передаваемых мощностей от узла i к узлу j

$$Z = \sum_{i=1}^{n+m} \sum_{j=1}^{n+m} z_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad i \neq j.$$

Стоимость передачи мощности между узлами i и j не зависит от направления этой мощности, поэтому принимается $z_{ij}=z_{ji}$.

- Для любого j -го потребителя сумма мощностей, притекающих от всех других узлов, за вычетом транзитной мощности x_{jj} равна мощности этого потребителя

$$\sum_{i=1, i \neq j}^{n+m} x_{ij} - x_{jj} = B_j.$$

- Аналогично можно записать уравнение баланса мощности для любого i источника:

$$\sum_{j=1, i \neq j}^{n+m} x_{ij} - x_{ii} = A_i.$$

В проектируемой системе электроснабжения имеется 2 узла источников питания и 2 узла потребителей. Мощности источников и потребителей, а также удельные затраты на передачу мощностей по линиям между узлами приведены в таблице 3. Требуется найти оптимальную схему электрической сети.

Таблица 3 – Исходные данные для задачи 4.

Вариант	A1	A2	B3	B4	Z12	Z13	Z14	Z23	Z24	Z34
1	100	50	90	60	10	5	2	4	3	2
2	110	55	75	90	8	10	5	8	5	3
3	80	100	70	110	12	6	4	3	3	2
4	100	60	65	95	10	6	3	3	2	2
5	80	60	50	90	9	11	3	5	2	2

3. Требования к отчету

Отчет по практической работе должен содержать для каждой задачи:

1. Математическую модель задачи и результаты промежуточных расчетов
2. Скриншот экранной формы в MS Excel
3. Результаты расчетов в среде MS Excel
4. Скриншот решения и результаты решения в среде Mathcad
5. Краткий анализ решения, получившуюся схему электроснабжения
6. Выводы

4. Контрольные вопросы

1. Дайте определение транспортной задачи линейного программирования
2. Какие основные отличия между сбалансированной и несбалансированной транспортными задачами
3. Какие возможные области применения транспортных задач при проектировании и эксплуатации систем электроснабжения
4. Особенности транспортной задачи с учетом транзита мощности
5. Назовите разновидности задач линейного программирования

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

1 Теоретические сведения

Пример 1. В существующей схеме электроснабжения требуется определить мощности компенсирующих устройств Q_{k1} и Q_{k2} в узлах 1 и 2 исходя из условия минимума суммарных затрат на установку этих устройств и покрытие потерь активной мощности в схеме.

Исходные данные:

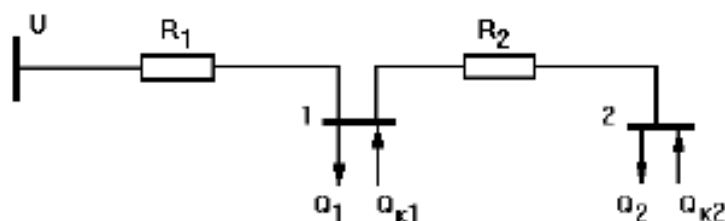
Напряжение схемы $U=110$ кВ;

Сопротивление линий $R_1=6$ Ом, $R_2=4$ Ом;

Реактивные нагрузки узлов $Q_1=600$ квар и $Q_2=800$ квар;

Удельные затраты на установку компенсирующих устройств $z_0=0,5$ у.е./квар;

Удельные затраты на покрытие потерь активной мощности $c_0=10$ у.е./кВт



Целевая функция, представляющая собой суммарные затраты на установку компенсирующих устройств и покрытие потерь активной мощности в схеме, имеет следующий вид:

$$Z = z_0(Q_{k1} + Q_{k2}) + a_1(Q_1 + Q_2 - Q_{k1} - Q_{k2})^2 + a_2(Q_2 - Q_{k2})^2 \rightarrow \min,$$

Где

$$a_1 = R_1 c_0 10^{-3} / U^2 = 0,0006;$$

$$a_2 = R_2 c_0 10^{-3} / U^2 = 0,0004.$$

Решение данной задачи в Excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Исходные данные	Q1	Q2	R1	R2	U	z	c
3		600	800	6	4	10	0,5	10
4								
5	$a1=R1*c*10^{-3}/U^{2=}$	$=D3*H3*0,001/(F3*F3)$						
6	$a2=R2*c*10^{-3}/U^{2=}$	$=E3*H3*0,001/(F3*F3)$						
7								
8								
9		Qk1	Qk2					
10	Переменные							
11	Целевая функция	$=G3*(B10+C10)+B5*СТЕПЕНЬ((B3+C3-B10-C10);2)+B6*СТЕПЕНЬ((C3-C10);2)$						
12								

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Результат решения:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Исходные данные	Q1	Q2	R1	R2	U	z	c	
3		600	800	6	4	10	0,5	10	
4									
5	$a1=R1*c*10^{-3}/U^{2=}$	0,0006							
6	$a2=R2*c*10^{-3}/U^{3=}$	0,0004							
7									
8									
9		Qk1	Qk2						
10	Переменные	183,334	799,999						
11	Целевая функция	595,833333							
12									

Решение в Mathcad

ORIGIN := 1

U := 10

R1 := 6

R2 := 4

Q1 := 600

Q2 := 800

z0 := 0.5

c0 := 10

Qk1 := 0

Qk2 := 0

$$a1 := \frac{R1 \cdot c0 \cdot (10^{-3})}{U^2}$$

$$a2 := \frac{R2 \cdot c0 \cdot (10^{-3})}{U^2}$$

$$F(Qk1, Qk2) := z0 \cdot (Qk1 + Qk2) + a1 \cdot (Q1 + Q2 - Qk1 - Qk2)^2 + a2 \cdot (Q2 - Qk2)^2$$

Given

$Qk1 \geq 0$

$Qk2 \geq 0$

v := minimize(F, Qk1, Qk2)

$$F(v_1, v_2) = 595.833$$

+

Решение задачи дискретного программирования

Пример 2. Составить математическую модель для определения в схеме электроснабжения оптимального узла установки компенсирующего устройства заданной мощности Q_k . Критерий оптимальности – минимум потерь активной мощности в схеме.

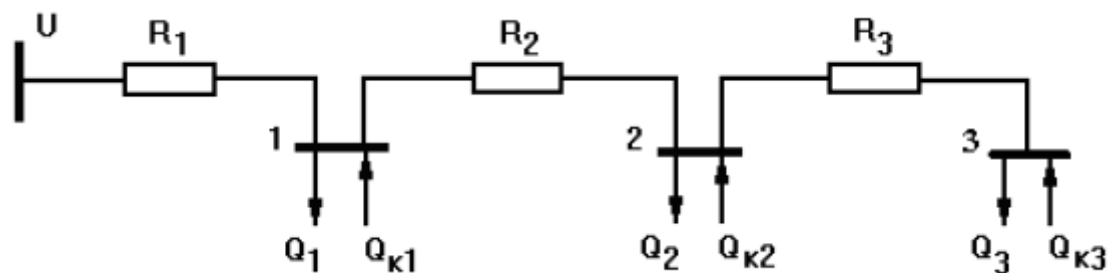
Исходные данные:

Напряжение схемы $U=10$ кВ;

Сопротивление линий $R_1=0,4$ Ом, $R_2=0,5$ Ом, $R_3=0,6$ Ом;

Реактивные нагрузки узлов $Q_1=600$ квар, $Q_2=500$ квар, $Q_3=400$ квар;

Мощность компенсирующего устройства $Q_k=1000$ квар.



В рассматриваемой схеме имеются 3 узла (1, 2 и 3), в каждом из которых можно установить компенсирующее устройство. Обозначим Q_{k1} , Q_{k2} и Q_{k3}

мощности компенсирующих устройств, размещаемых соответственно в узлах 1, 2 и 3. Это дискретные переменные, каждая из которых может принимать значения 0 или 1000 квар.

Каждой переменной Q_{k1} , Q_{k2} и Q_{k3} поставим в соответствие двоичную переменную δ_1 , δ_2 , δ_3 .

Целевая функция, представляющая собой потери мощности в схеме, будет иметь следующий вид:

$$\Delta P = a_1(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_{k1}\delta_1 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_2(Q_2 + Q_3 - Q_{k2}\delta_2 - Q_{k3}\delta_3)^2 + a_3(Q_3 - Q_{k3}\delta_3)^2 \rightarrow \min,$$

Где $a_i = R_i / U^2$ ($i=1, 2, 3$).

Выражение для потерь мощности предусматривает возможность установки компенсирующего устройства в каждом из 3 узлов. Однако в зависимости от величины двоичной переменной компенсирующее устройство в узле i должно быть установлено при $\delta_i=1$.

Поскольку компенсирующее устройство может быть установлено только в одном узле, сумма двоичных переменных должна быть равна 1.

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1,$$

δ_1, δ_2 и δ_3 – двоичные.

Величина дискретной переменной Q_{ki} будет зависеть от значения соответствующей двоичной переменной:

$$Q_{k1} = Q_k \delta_1,$$

$$Q_{k2} = Q_k \delta_2,$$

$$Q_{k3} = Q_k \delta_3.$$

Решение в системе Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1										
2	Исходные данные	Q1	Q2	Q3	R1	R2	R3	U	Qk	
3		600	500	400	0,4	0,5	0,6	10	1000	
4										
5	$a_1=R_1/U^2=$	$=E3/(H3*H3)$								
6	$a_2=R_2/U^2=$	$=F3/(H3*H3)$								
7	$a_3=R_3/U^2=$	$=G3/(H3*H3)$								
8										
9		Qk1	Qk2	Qk3						
10	Переменные									
11	Двоичные				$=СУММ(B11:D11)$					
12										
13	Целевая функция	$=B5*СТЕПЕНЬ((B3+C3+D3-B10*B11-C10*C11-D10*D11);2)+B6*СТЕПЕНЬ((C3+D3-C10*C11-D10*D11);2)+B7*СТЕПЕНЬ((D3-D10*D11);2)$								
14										

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения:

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения:

Метод решения
 Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Результат решения:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Исходные данные	Q1	Q2	Q3	R1	R2	R3	U	Qk	
3		600	500	400	0,4	0,5	0,6	10	1000	
4										
5	$a1=R1/U^{2=}$	0,004								
6	$a2=R2/U^{2=}$	0,005								
7	$a3=R3/U^{2=}$	0,006								
8										
9		Qk1	Qk2	Qk3						
10	Переменные	0,000	1000,000	0,000						
11	Двоичные	0,000	1,000	0,000	1,000					
12										
13	Целевая функция	2010								
14										
15										

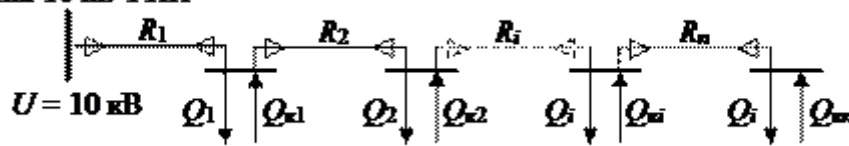
Для обеспечения минимальных потерь мощности компенсирующее устройство мощностью 1000 квар следует установить в узле 2.

2 Задания для самостоятельного выполнения

Задача 1

Питание группы потребителей промышленного предприятия осуществляется от шин $U = 10$ кВ главной понизительной подстанции (ГПП) кабельными линиями по магистральной схеме.

Шины 10 кВ ГПП



Значения активных сопротивлений кабельных линий R_i , реактивные нагрузки потребителей Q_i и суммарная мощность компенсирующих устройств Q_k выбираются в соответствии с вариантом из таблицы.

Таблица 1 - Исходные данные

№ вар	$R_1, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$	$Q_1, \text{ кВар}$	$Q_2, \text{ кВар}$	$Q_3, \text{ кВар}$	$Q_4, \text{ кВар}$	$Q_k, \text{ кВар}$
1	0,1	0,2	0,3	0,4	4000	3000	1000	2000	7500
2	0,15	0,1	0,3	0,25	1000	2000	3000	4000	7500
3	0,35	0,25	0,2	0,1	2500	3500	1000	2000	6000
4	0,4	0,3	0,25	0,2	1000	2000	2500	3500	6000
5	0,25	0,25	0,1	0,1	1500	3500	3500	1500	7500
6	0,1	0,1	0,25	0,25	2500	2000	2000	2500	6600
7	0,25	0,1	0,25	0,1	3000	1500	1500	3000	6600
8	0,15	0,25	0,15	0,25	1500	2500	2500	2500	6000
9	0,2	0,4	0,3	0,1	2500	2500	2500	2500	7500
10	0,4	0,3	0,2	0,1	1500	1500	3000	3000	6600
11	0,4	0,4	0,2	0,15	1000	2000	3000	4000	7500
12	0,25	0,15	0,1	0,4	2000	3000	2500	2500	7500

Требуется найти оптимальный вариант распределения компенсирующих устройств заданной суммарной мощности Q_k между узлами нагрузки по условию минимума потерь активной мощности в линиях.

Методические указания

Суммарные потери активной мощности в магистральной линии при передаче по ней реактивной мощности определяются выражением:

$$\Delta P = \frac{1}{U^2} \left[R_1 \cdot \left(\sum_1^n Q_i - \sum_1^n Q_{ki} \right)^2 + R_2 \cdot \left(\sum_2^n Q_i - \sum_2^n Q_{ki} \right)^2 + \dots + R_n \cdot \left(Q_n - Q_{kn} \right)^2 \right], \text{ Вт} \quad (M1)$$

где Q_i , Q_{ki} — значения потребляемой и компенсирующей реактивной мощности в узле нагрузки соответственно, кВар; R_i — активное сопротивление

участка линии, Ом; U – номинальное напряжение, кВ, n – количество узлов нагрузки.

Выражение (M1) представляет собой целевую функцию решаемой задачи. Требуется найти минимум целевой функции при следующих ограничениях

1. Мощность устанавливаемых компенсирующих устройств должна быть положительной

$$Q_{ki} \geq 0, i = 1, 2 \dots n \quad (M2)$$

2. Суммарная мощность устанавливаемых компенсирующих устройств должна быть равна заданной Q_k

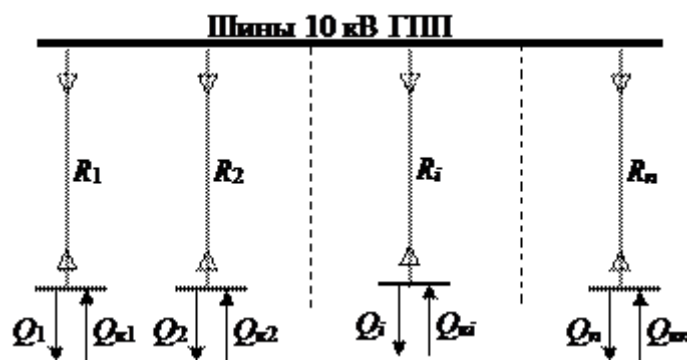
$$\sum_{i=1}^n Q_{ki} = Q_k \quad (M3)$$

Выражения (M1)-(M3) являются математической моделью решаемой задачи с непрерывными переменными.

Разработайте экранную форму математической модели задачи и найдите ее решение средствами MS Excel и Mathcad.

Задача 2

Питание цеховых трансформаторных подстанций промышленного предприятия осуществляется от шин $U = 10$ кВ главной понизительной подстанции (ГПП) кабельными линиями по радиальной схеме.



Значения активных сопротивлений кабельных линий R_i , реактивные нагрузки цехов Q_i и суммарная мощность компенсирующих устройств Q_k приведены в таблице 1 к Задаче 1.

Технические данные нерегулируемых конденсаторных установок, используемых на предприятии, приведены в таблице 2.

Таблица 2 -Технические данные нерегулируемых конденсаторных установок

Тип	Номинальное напряжение, кВ	Шкала номинальных мощностей, кВар
УК-10-Q УЗ	10,5	300, 600, 900, 1200, 1500, 1800

Требуется найти оптимальный вариант распределения компенсирующих устройств заданной суммарной мощности Q_k между цеховыми подстанциями по условию минимума потерь активной мощности в линиях.

Методические указания

Потери активной мощности в линии при передаче по ней реактивной мощности определяются выражением:

$$\Delta P = \frac{Q^2 \cdot R}{U^2}, \text{ Вт} \quad (\text{M4})$$

Где Q – значение передаваемой по линии реактивной мощности, кВар; R – активное сопротивление линии, Ом; U – номинальное напряжение, кВ.

Суммарные потери активной мощности в радиальной схеме электроснабжения от реактивных нагрузок Q_i при установке у каждой нагрузки компенсирующего устройства мощностью Q_{ki} можно определить по выражению

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \frac{(Q_i - Q_{ki})^2 \cdot R_i}{U^2} \quad (\text{M5})$$

Где n – количество узлов нагрузки (цеховых трансформаторных подстанций).

Выражение (M5) является целевой функцией решаемой задачи. Требуется найти минимум целевой функции при следующих ограничениях

1. Мощность устанавливаемых компенсирующих устройств должна быть положительной

$$Q_{ki} \geq 0, i = 1, 2 \dots n \quad (\text{M6})$$

2. Суммарная мощность устанавливаемых компенсирующих устройств должна быть равна заданной Q_k

$$\sum_{i=1}^n Q_{ki} = Q_k \quad (\text{M7})$$

Выражения (M5)-(M7) являются математической моделью решаемой задачи с непрерывными переменными. Решение данной задачи позволяет определить теоретически возможный минимум потерь активной мощности в системе электроснабжения, достижение которого возможно только при использовании в каждом узле нагрузки регулируемых источников реактивной мощности, например синхронных компенсаторов. Однако такое решение требует значительных капитальных затрат, поэтому на практике для компенсации реактивной мощности на промышленных предприятиях обычно используют нерегулируемые статические конденсаторные батареи. В этом случае мощность компенсирующих устройств может изменяться только с дискретным шагом, величина которого зависит от типа и технических характеристик используемых конденсаторных установок.

Для конденсаторных батарей, технические характеристики которых приведены в табл.2, шаг дискретизации составляет 300 кВар.

Для нахождения практического минимума потерь активной мощности в системе электроснабжения требуется формализовать математическую модель, описываемую выражениями (M5)-(M7), к математической модели с дискретными переменными. В общем случае, способы формализации математических уравнений могут быть различными, выбор же конкретного варианта определяется исследователем самостоятельно.

3. Требования к отчету

Отчет по практической работе должен содержать для каждой задачи:

1. Математическую модель задачи и результаты промежуточных расчетов
2. Скриншот экранной формы в MS Excel
3. Результаты расчетов в среде MS Excel
4. Скриншот решения и результаты решения в среде Mathcad
5. Краткий анализ решения.
6. Выводы

4. Контрольные вопросы

1. В чем заключается различие решения задач линейного и нелинейного программирования в среде MS Excel
2. Каковы особенности математических моделей дискретной оптимизации
3. Каким образом в MS Excel задачи математического программирования приводятся к целочисленным

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЛЭП. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМА ХОЛОСТОГО ХОДА ЛЭП

Цель работы. Ознакомление со свойствами и математическими моделями ЛЭП, получение навыков исследования объекта по его математической модели и освоение соответствующих инструментальных средств.

Задание

1. Построить графики напряжения, тока и мощности (активной и реактивной) вдоль линии на холостом ходе ($I_2 = 0$). Известным считается напряжение в начале линии (U_1). Дать характеристику полученным зависимостям.

2. Оценить допустимость режима по величине напряжений и тока, считая, что напряжение в любой точке линии не должно превышать номинальное напряжение линии ($U_{\text{ном}}$) более чем на 5 % и ток по линии не должен превышать допустимый для заданной марки проводов ЛЭП.

3. Дать сравнительную характеристику величин активной и реактивной мощности, протекающей по линии.

Все теоретические сведения по данной работе изложены в учебном пособии [1]. Там же приведены примеры, выполненные в системе Mathcad.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЛЭП. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ПЕРЕДАЧИ МОЩНОСТИ ПО ЛЭП

Цель работы. Ознакомление со свойствами и математическими моделями ЛЭП, получение навыков исследования объекта по его математической модели и освоение соответствующих инструментальных средств.

Задание

1. Построить графики напряжения, тока и мощности (активной и реактивной) вдоль линии при заданной мощности нагрузки. Известными считаются напряжение в начале линии (U_1), активная и реактивная мощность в конце линии (P_2 и Q_2). Дать характеристику полученным зависимостям.

2. Оценить допустимость режима по величине напряжений и тока, считая, что напряжение в любой точке линии не должно превышать номинальное напряжение линии ($U_{ном}$) более чем на 5 %. Напряжение U_2 должно быть не ниже $0,85 U_{ном}$. Ток по линии не должен превышать допустимый для заданной марки проводов ЛЭП.

3. Для ввода режима линии в допустимую область по напряжениям и токам следует изменять величину реактивной мощности нагрузки Q_2 .

4. Дать сравнительную характеристику величин активной и реактивной мощности, протекающей по линии.

Исходные данные:

- погонные параметры ЛЭП на одну фазу: r_0 , Ом/км; x_0 , Ом/км; g_0 , мкСм/км; b_0 , мкСм/км;
- длина ЛЭП l , км;
- номинальное напряжение ЛЭП: $U_{ном}$, кВ;
- напряжение в начале линии: U_1 , кВ;
- мощность нагрузки: P_2 , МВт; Q_2 , Мвар;
- допустимый ток по фазе ЛЭП: $I_{доп}$, А.

Данные берутся из табл. П.1.

Таблица П.1

Исходные данные по вариантам

Номер вариант а	Марка провода	Длина , км	Погонные параметры фазы ЛЭП				$U_{ном}$, кВ	Напряжение в начале линии U_1 , кВ		Мощность нагрузки		Допусти мый ток, $I_{доп}$, А
			r_0 , Ом/к м	x_0 , Ом/к м	g_0 , мкСм/к м	b_0 , мкСм/к м		в режим е хх	в режим е нагруз ки	P_2 , МВ т	Q_2 , Мвар р	
1	3хАС300/66	800	0,034	0,31	0,015	3,97	500	490	520	850	400	2040
2	3хАС330/43	750	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	510	750	300	2190
3	3хАС300/66	820	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	524	800	420	2040
4	3хАС400/51	900	0,025	0,306	0,027	3,62	500	510	520	960	180	2475
5	3хАС500/54	550	0,02	0,304	0,034	3,64	500	500	510	1000	200	2835
6	5хАС240/56	650	0,024	0,308	0,045	3,76	750	755	760	2180	1200	3050

7	5xAC300/6 6	800	0,021	0,288	0,043	4,11	750	755	760	210 0	1000	3400
8	5xAC400/5 1	700	0,015	0,286	0,041	4,13	750	755	760	200 0	1100	4125
9	4xAC400/9 3	800	0,019	0,289	0,039	4,13	750	758	760	190 0	850	3400
10	4xAC500/54	670	0,015	0,303	0,044	3,9	750	750	770	180 0	900	3780
11	3xAC300/6 6	670	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	520	900	200	2040
12	3xAC400/5 1	800	0,025	0,306	0,017	3,62	500	500	525	800	400	2475
13	3xAC330/4 3	750	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	520	850	100	2190
14	3xAC500/5 4	770	0,02	0,304	0,018	3,64	500	500	515	900	230	2835
15	5xAC240/5 6	820	0,024	0,308	0,044	3,76	750	750	770	210 0	200	3050
16	5xAC300/6 6	710	0,021	0,288	0,043	4,11	750	760	775	200 0	700	3400
17	5xAC400/5 1	800	0,015	0,286	0,041	4,13	750	765	770	190 0	800	4125
18	4xAC400/9 3	680	0,019	0,289	0,043	4,13	750	770	775	195 0	400	3400
19	4xAC500/54	720	0,015	0,303	0,04	3,9	750	750	760	210 0	500	3780
20	3xAC300/6 6	630	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	520	700	500	2040
21	3xAC330/4 3	640	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	510	750	300	2190
22	3xAC400/5 1	680	0,025	0,306	0,021	3,62	500	500	515	860	400	2475
23	3xAC300/6 6	900	0,034	0,31	0,015	3,97	500	490	510	850	400	2040
24	3xAC330/4 3	850	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	520	750	300	2190
25	3xAC300/6 6	920	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	514	800	420	2040
26	3xAC400/5 1	680	0,025	0,306	0,027	3,62	500	510	510	960	180	2475
27	3xAC500/5 4	690	0,02	0,304	0,034	3,64	500	500	520	100 0	200	2835
28	5xAC240/5 6	560	0,024	0,308	0,045	3,76	750	755	770	218 0	1200	3050
29	5xAC300/6 6	900	0,021	0,288	0,043	4,11	750	755	770	210 0	1000	3400
30	5xAC400/5 1	700	0,015	0,286	0,041	4,13	750	755	770	200 0	1100	4125
31	4xAC400/9 3	800	0,019	0,289	0,039	4,13	750	758	770	190 0	850	3400
32	4xAC500/54	860	0,015	0,303	0,044	3,9	750	750	760	180 0	900	3780
33	3xAC300/6 6	780	0,034	0,31	0,015	3,97	500	500	510	900	200	2040
34	3xAC400/5 1	630	0,025	0,306	0,017	3,62	500	500	515	800	400	2475
35	3xAC330/4 3	490	0,029	0,308	0,025	3,6	500	500	510	850	100	2190

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛЭП

Цель работы. Ознакомление с различными упрощенными математическими моделями ЛЭП и способами оценки погрешностей моделей.

Задание

Оценить погрешности математических моделей ЛЭП:

- 1) уравнений идеальной линии;
- 2) уравнений линии без учета распределенности параметров.

За эталонную (точную) модель принять уравнения длинной линии.

Все математические модели ЛЭП и формулы вычисления их параметров приведены в учебном пособии [1].

Указания

1. Для линий разной длины по заданным напряжению и току в конце определить напряжение и ток в начале. Длину линий изменять от 0 до 1200 км.
2. Исследования выполнить для линий с одной маркой проводов и одной и той же передаваемой мощностью. Данные по напряжению и току в конце линий взять из практической работы № 5.
3. По указанным математическим моделям ЛЭП построить графики напряжения и тока в начале линии в зависимости от ее длины. Для сравнения в тех же координатах построить графики по уравнениям длинной линии.
4. Построить графики погрешностей уравнений идеальной линии и уравнений без учета распределенности параметров в виде относительных погрешностей по отношению к уравнениям длинной линии.
5. Сделать выводы об области применимости исследуемых моделей. Считать допустимой погрешность в 1 %.

Исходные данные:

- погонные параметры ЛЭП на одну фазу: r_0 , Ом/км; x_0 , Ом/км; g_0 , мкСм/км; b_0 , мкСм/км;
- номинальное напряжение ЛЭП: $U_{\text{ном}}$, кВ;
- напряжение в конце линии: U_2 , кВ – из практической работы № 5;
- ток в конце линии: I_2 , А – из практической работы № 5;
- Данные берутся из табл. П.1

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СИЛОВЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Цель работы. Ознакомление с упрощенными математическими моделями силовых трансформаторов, используемых для анализа установившихся режимов ЭЭС.

Задание

Оценить погрешности математических моделей трансформатора:

- упрощенной Г-образной схемы замещения трансформатора, в которой отсутствуют активные параметры;
- схемы замещения трансформатора без учета потерь холостого хода и мощности намагничивания сердечника.

Краткие теоретические сведения

Трехфазные силовые трансформаторы имеют обмотки на общем сердечнике и поэтому являются трансформаторами с сильной связью. Режимы, в которых работают эти трансформаторы, как правило, являются линейными, т. е. насыщение сердечника отсутствует. В энергосистемах используются однофазные и трехфазные трансформаторы.

Трансформаторы изготавливаются с примерно одинаковыми параметрами фаз, и поэтому симметричные режимы достаточно моделировать, рассматривая всего лишь одну фазу трансформатора.

Схема замещения трансформатора может быть представлена в виде сосредоточенных параметров для обмоток и сердечника, учитывающих различные физические эффекты. К ним относятся потери мощности на гистерезис и вихревые токи и эффект намагничивания стального сердечника, потери мощности на нагрев обмоток и ЭДС самоиндукции обмоток из-за магнитных потоков рассеяния вследствие протекания по ним переменного электрического тока.

Рассмотрим полную Т-образную схему замещения одной фазы двухобмоточного трансформатора (рис. 3.1).

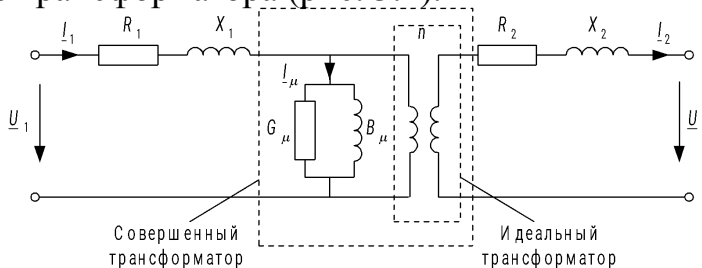


Рис. 3.1. Полная Т-образная схема замещения трансформатора

Потери энергии учитываются активными сопротивлениями обмоток R_1 и R_2 . Индуктивности L_1 и L_2 , учитывают эффект запаса энергии и наведение напряжения в обмотках от потоков рассеяния.

Намагничивание стального сердечника моделируется током намагничивания, который протекает по индуктивности намагничивания L_μ (реактивная проводимость B_μ). Потери в сердечнике на гистерезис и вихревые токи в стали учитываются активной проводимостью G_μ .

Во многих случаях ветвь намагничивания удобнее расположить в начале схемы со стороны питания (первичной обмотки для понижающих трансформаторов), а сопротивления обмоток трансформатора сложить

последовательно, приводя сопротивления вторичной обмотки к напряжению первичной через коэффициент трансформации (рис. 3.2).

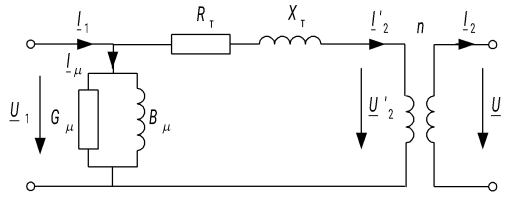


Рис.3.2. Г-образная схема замещения трансформатора

Коэффициент трансформации n равен отношению номинальных напряжений трансформатора. Для понижающего трансформатора примем за коэффициент трансформации отношение напряжения первичной обмотки к напряжению вторичной обмотки:

$$n = \frac{U_{\text{НОМ}}}{U_{\text{ВНОМ}}} \quad (3.1)$$

Рис. 3.3. П-образная схема замещения

Для расчетов на ЭВМ удобна П-образная схема замещения трансформатора (рис. 3.3). В отличие от схемы замещения ЛЭП П-образная схема замещения трансформатора является несим-метричной:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{R_T + jX_T}{n}; \\ \underline{Y}_1 &= (G_\mu - jB_\mu) + \frac{1-n}{R_T + jX_T}; \\ \underline{Y}_2 &= \frac{n(n-1)}{R_T + jX_T}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Сопротивления и проводимости Г-образной схемы замещения трансформатора, приведенные к напряжению обмотки первичного напряжения, определяются по формулам:

$$\begin{aligned} R_T &= \frac{P_K U_{\text{НОМ}}^2}{S_{\text{НОМ}}^2}; \quad X_T = \frac{U_K U_{\text{НОМ}}^2}{100 S_{\text{НОМ}}}; \\ G_\mu &= \frac{P_X}{U_{\text{НОМ}}^2}; \quad B_\mu = \frac{I_X S_{\text{НОМ}}}{100 U_{\text{НОМ}}^2} = \frac{Q_X}{U_{\text{НОМ}}^2}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Все использованные в формулах параметры берутся из справочных данных по трансформаторам.

Для практических расчетов схем электрических сетей используются разные упрощенные математические модели, среди которых можно назвать следующие:

- модель, в которой не учитываются активные параметры схемы замещения R_T и G_μ ;

- модель, в которой не учитываются потери холостого хода и мощность намагничивания стального сердечника (параметры G_μ и B_μ).

Для записи математических моделей воспользуемся формой уравнений четырехполюсника:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \sqrt{3}\underline{B}\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2.\end{aligned}\quad (3.4)$$

Коэффициенты уравнений четырехполюсника связаны с параметрами П-образной схемы замещения по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}\underline{A} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_2, \\ \underline{B} &= \underline{Z}, \\ \underline{C} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_1\underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2, \\ \underline{D} &= 1 + \underline{Z}\underline{Y}_1.\end{aligned}\quad (3.5)$$

Подставив (3.2) в (3.5), получим коэффициенты четырехполюсника через параметры схемы замещения трансформатора:

$$\begin{aligned}\underline{A} &= n, \\ \underline{B} &= \frac{R_\tau + jX_\tau}{n}, \\ \underline{C} &= n(G_\mu - jB_\mu), \\ \underline{D} &= \frac{1}{n}\left[1 + (R_\mu + jX_\mu)(G_\tau - jB_\tau)\right].\end{aligned}\quad (3.6)$$

В модели (3.6) учитываются все параметры схемы замещения трансформатора. Эту модель будем считать эталонной для сопоставления с упрощенными моделями.

Модель без учета активных параметров имеет коэффициенты четырехполюсника в виде:

$$\begin{aligned}\underline{A} &= n, \\ \underline{B} &= j\frac{X_\tau}{n}, \\ \underline{C} &= -jnB_\mu, \\ \underline{D} &= \frac{1}{n}(1 + X_\mu B_\tau).\end{aligned}\quad (3.7)$$

Коэффициенты четырехполюсника для модели, не учитывающей потери холостого хода и мощность намагничивания, равны:

$$\begin{aligned}\underline{A} &= n, \\ \underline{B} &= \frac{R_\tau + jX_\tau}{n}, \\ \underline{C} &= 0, \\ \underline{D} &= \frac{1}{n}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

В настоящей работе будут использоваться три приведенные выше модели. Эталонную модель назовем Модель 1, а две другие, соответственно, Модель 2 и Модель 3.

В качестве меры погрешности моделей построим следующие характеристики трансформатора:

- для оценки погрешности Модели 2 – выходную характеристику трансформатора $U_2 = f(I_2)$ при $U_1 = \text{const}$;
- для оценки погрешности Модели 3 – характеристику $I_1 = \phi(I_2)$ при $U_2 = \text{const}$.

Выполним указанные построения при изменении тока вторичной обмотки от нуля до $I_{\text{ном}}$ для трех различных коэффициентов мощности: 0,8; 0,9 и 1,0.

С помощью полученных зависимостей найдем относительные погрешности Моделей 2 и 3 путем сравнения построенных по ним характеристик трансформатора с характеристиками по эталонной модели.

Выходную характеристику $U_2 = f(I_2)$ построим из уравнения

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \sqrt{3}\underline{B}I_2 \quad (3.9)$$

Примем $\underline{U}_1 = U_1 = \text{const}$ (совместим с вещественной осью), тогда векторная диаграмма токов и напряжений трансформатора будет иметь вид, как на рис. 3.4.

Выразим из (3.9) напряжение $\underline{U}_2$:

Рис. 3.4. Векторная диаграмма 1

$$\underline{U}_2 = \frac{U_1 - \underline{B}I_2}{\underline{A}} \quad (3.10)$$

Ток в (3.10) относительно $+ \varphi$) (см. рис. (3.10) будет два неизвестных $|\underline{U}_2|$ и часть уравнения (3.10): $U_2 e^{-j\delta}$ и в Следовательно, зависимость $U_2 =$ строить путем решения уравнения

Рис. 3.5. Векторная диаграмма 2

имеет угол сдвига вещественной оси $-(\delta + \varphi)$, и в уравнении δ , где δ входит в левую правую: $I_2 e^{-j(\delta + \varphi)}$. $f(I_2)$ необходимо (3.10).

Для удобства примем совмещенным с действительной осью вектор $\underline{U}_2$, тогда векторная диаграмма токов и напряжений примет вид, как на рис. 3.5, и напряжение U_2 :

$$U_2 = \frac{U_1 - \underline{B}I_2}{\underline{A}} \quad (3.11)$$

где $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\delta}$; $\underline{I}_2 = I_2 e^{-j\varphi}$.

Разделим уравнение (3.11) на два уравнения с вещественными переменными. С учетом $\underline{A} = A = n$ и $\underline{B} = B' + jB''$, будем иметь систему уравнений:

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3}(B'I_2' + B''I_2'')], \\ 0 &= \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3}(B''I_2' - B'I_2'')]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Так как $I_2' = I_2 \cos \varphi$; $I_2'' = I_2 \sin \varphi$ и $U_1 = \sqrt{U_1'^2 + U_1''^2}$, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned}
U_2 &= \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3} (B'I_2 \cos \varphi + B''I_2 \sin \varphi)], \\
0 &= \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3} (B''I_2 \cos \varphi - B'I_2 \sin \varphi)], \\
U_1^2 &= U_1'^2 + U_1''^2.
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

с неизвестными U_2 , U_1' и U_1'' .

Изменяя ток I_2 в пределах от нуля до $I_{2\text{ном}}$, будем искать решение системы уравнений (3.13) для каждого значения I_2 и строить зависимость $U_2 = f(I_2)$.

В Mathcad версии 6 и выше имеется возможность определения функции как решения системы уравнений. Для этого выражение с Find имеет вид определения функции:

$$f(x) := \text{Find}(y_1, y_2, \dots, y_n)$$

и далее в документе Mathcad $f(x)$ становится определенной и является функцией аргументов x , которые включаются как параметры в решаемую систему уравнений. $f(x)$ есть вектор-функция, где элементами являются искомые величины $y_1, y_2, \dots, y_n$.

В нашем случае аргументами функции с Find будут I_2 и $\cos \delta$, который также будет различным для разных выходных характеристик.

Для удобства записи введем еще две переменные $I_2' = I_2 \cos \varphi$ и $I_2'' = I_2 \sin \varphi$.

Пример определения функции как решения системы уравнений:

[Начальные приближения](#)

$$U_2 := \frac{U_1}{n} \quad U_1' := U_1 \quad U_1'' := 0 \quad I_2' := 0 \quad I_2'' := 0$$

[Решающий блок](#)

Given

$$U_2 = \frac{U_1'}{A} - \sqrt{3} \cdot \frac{(\text{Re}(B) \cdot I_2' + \text{Im}(B) \cdot I_2'')}{A}$$

$$0 = U_1'' - \sqrt{3} \cdot \frac{(\text{Im}(B) \cdot I_2' - \text{Re}(B) \cdot I_2'')}{A}$$

$$U_1^2 = U_1'^2 + U_1''^2$$

$$I_2' = I \cdot \cos \varphi$$

$$I_2'' = I \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

$$F(I, \cos \varphi) := \text{Find}(U_2, U_1', U_1'', I_2', I_2'') \quad \begin{array}{l} \text{Функция как решение} \\ \text{системы уравнений} \end{array}$$

Здесь функция F является вектор-функцией, т. е. содержит пять элементов (по числу неизвестных). Первый элемент дает функцию U_2 , второй – U_1' и т. д. Нас интересует только первый элемент: функция U_2 от I_2 и $\cos \varphi$. Если переменная ORIGIN в Mathcad имеет заданное по умолчанию значение 0, то наша функция будет использоваться в виде: $F(I_2, \cos \varphi)_0$. Так, например, для $\cos \varphi = 0,8$ выходная характеристика будет строиться по функции $F(I_2, 0.8)_0$ при изменении тока от 0 до $I_{\text{ном}}$.

Характеристику $I_1 = \varphi(I_2)$ будем строить по уравнению четырехполюсника:

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} CU_2 + DI_2 \quad (3.14)$$

Также будем считать U_2 совмещенным с действительной осью, тогда $I_2 = I_2 e^{j\varphi}$ и

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} CU_2 + DI_2 (\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (3.15)$$

В данном случае построение зависимости $I_1 = \varphi(I_2)$ выполняется без решения системы уравнений.

Определим функцию $I_1 = \varphi(I_2, \cos \varphi)$ и построим зависимость ее модуля для $I_2 = 0 \dots I_{2\text{ном}}$ для трех значений $\cos \varphi$: 0,8; 0,9 и 1,0.

Полученные характеристики для трех моделей следует использовать для построения функций погрешностей по отношению к эталонной модели – полной Г-образной схеме замещения, где учитываются все физические эффекты в стали и обмотках трансформатора.

Обозначим модели, используя разные буквы для функций:

- для $U_2 = f(I_2)$:

F_I – полная Г-образная схема замещения (эталон, Модель 1);

F_{II} – Г-образная схема без активных параметров (Модель 2).

- для $I_1 = \varphi(I_2)$:

Φ_I – полная Г-образная схема замещения (эталон, Модель 1)

Φ_{III} – Г-образная схема замещения без учета потерь холостого хода и мощности намагничивания (Модель 3).

Тогда функции погрешностей (в процентах) можно определить как

$$\begin{aligned} \varepsilon_U(I_2, \cos \varphi) &:= \frac{|F_I(I_2, \cos \varphi)| - |F_{II}(I_2, \cos \varphi)|}{|F_I(I_2, \cos \varphi)|} 100; \\ \varepsilon_I(I_2, \cos \varphi) &:= \frac{|\Phi_I(I_2, \cos \varphi)| - |\Phi_{III}(I_2, \cos \varphi)|}{|\Phi_I(I_2, \cos \varphi)|} 100. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Указания

1. Зависимости построить для полной Г-образной и двух упрощенных схем замещения для трех значений коэффициента мощности: 0,8; 0,9 и 1,0.
2. Характеристики обеих упрощенных моделей сопоставить с характеристиками полной Г-образной схемы замещения и сделать выводы об области адекватности каждой из упрощенных моделей.
3. Считать допустимой погрешность 1 %.
4. Выполнить исследования для двух трансформаторов, один из которых используется для электроснабжения маломощных потребителей, а второй – для крупных потребителей.

Исходные данные

Данные о параметрах трансформаторов берутся из табл. П.2 и П.3 приложения по вариантам.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 8. РАСЧЕТ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПО ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Цель работы. Ознакомление с линейной математической моделью режима электрической сети и расчетом параметров установившегося режима.

Задание

Рассчитать режим электрической сети по линейной модели установившегося режима. Вычислить узловые напряжения, токи в продольных ветвях графа сети, потоки мощности в начале и конце ЛЭП и потери в ЛЭП. Проверить баланс мощностей в сети.

Все теоретические сведения по данной работе изложены в учебном пособии [1]. Там же приведены примеры, выполненные в системе Mathcad.

Указания

1. Все ветви графа сети являются одноцепными линиями электропередачи на напряжение 220 кВ.
2. Все провода одной марки АС-240/32.
3. Нумерацию узлов произвести слева направо, сверху вниз. Базисному балансирующему узлу присвоить последний номер. Ветви пронумеровать в произвольном порядке и для каждой из них придать направление.
4. Если заданы полные мощности узлов, то коэффициенты мощности взять равными 0,9.
5. Напряжение базисного узла взять на 10 % выше номинального напряжения сети.

Исходные данные:

- граф сети, состоящий из ЛЭП;
- длины ЛЭП;
- задающие мощности узлов;
- напряжение базисного узла;

Данные к работе выдаются преподавателем.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 9. РАСЧЕТ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

Цель работы. Ознакомление с нелинейной математической моделью режима электрической сети.

Задание

Рассчитать режим электрической сети по линейной модели установившегося режима. Вычислить узловые напряжения, токи в продольных ветвях графа сети, потоки мощности в начале и конце ЛЭП и потери в ЛЭП. Проверить баланс мощностей в сети.

Все теоретические сведения по данной работе изложены в учебном пособии [1]. Там же приведены примеры, выполненные в системе Mathcad.

Указания

1. Результаты расчета режима по нелинейной модели сопоставить с результатами, полученными по линейной модели.
2. Оценку погрешностей напряжений, полученных по линейной модели, выполнить двумя способами: как наибольшую величину разности по модулю напряжений, полученным в обеих моделях, и как среднеквадратическую погрешность по всем напряжениям.

Исходные данные

Все данные берутся из практической работы № 4.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 10. ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Цель работы. Ознакомление с эквивалентными моделями электрических сетей.

Задание

Получить эквивалентную модель электрической сети в виде четырехполюсника.

Краткие теоретические сведения

Во многих задачах, где необходимо рассчитывать установившиеся режимы электрических сетей и систем, выполняют эквивалентирование некоторых частей схемы, которые не являются существенными в решаемой задаче. Так сети более низкого напряжения, а также схемы смежных (соседних) с рассматриваемой энергосистем заменяют их эквивалентами. Для нелинейных уравнений установившегося режима эквивалентирование, как правило, получается приближенным, так как параметры эквивалентных схем рассчитываются по номинальному напряжению, поскольку истинные значения могут быть получены только после решения системы уравнений для полной схемы, что почти всегда невозможно сделать.

Эквивалентирование основано на последовательно-параллельных преобразованиях элементов схемы замещения. Эти преобразования можно сделать на основе уравнений четырехполюсников для ЛЭП, трансформаторов, нагрузок и других элементов схемы сети. По правилам вычисления коэффициентов эквивалентного четырехполюсника при каскадном и параллельном соединениях четырехполюсников получают эквивалентные схемы или эквиваленты исходных схем.

При каскадном соединении четырехполюсников (рис. 6.1, а) вычисление параметров эквивалентного четырехполюсника удобно делать для А-формы уравнений, а при параллельном (рис. 6.1, б) – Y-формы.

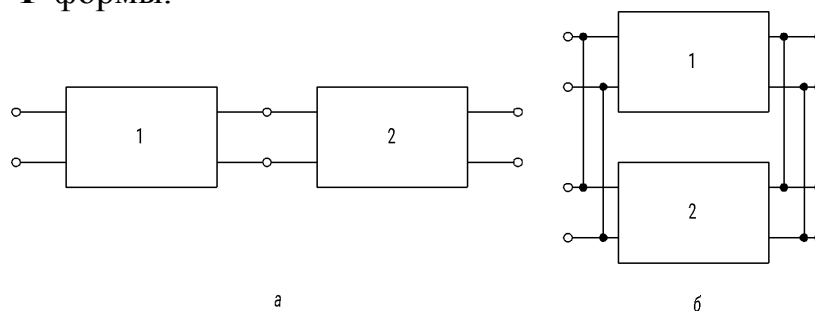


Рис. 6.1. Каскадное, (а) и параллельное, (б) соединения четырехполюсников

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}, \quad (6.1)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{1,1} & \underline{Y}_{1,2} \\ \underline{Y}_{2,1} & \underline{Y}_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

При каскадном соединении четырехполюсников параметры эквивалентного четырехполюсника получаются перемножением матриц коэффициентов четырехполюсников в **A**-форме, а при параллельном соединении – сложением матриц коэффициентов четырехполюсников в **Y**-форме.

$$\underline{A} = \underline{A}_1 \underline{A}_2, \quad (6.3)$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2. \quad (6.4)$$

При выполнении операций с коэффициентами **Y**-формы можно прямо пользоваться элементами П-образной схемы замещения: $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \frac{1}{\underline{Z}}$.

Параметры четырехполюсников в **A**-форме и **Y**-форме для ЛЭП, трансформатора (понижающего и повышающего) и нагрузки приведены в табл. 6.1 и 6.2 (модель ЛЭП без учета распределенности параметров).

Таблица 6.1

Коэффициенты четырехполюсника элементов сети в **A**-форме

Элемент сети	$\underline{A}$	$\underline{B}$	$\underline{C}$	$\underline{D}$
ЛЭП	$1 + j \frac{B_{\text{Л}}}{2} \underline{Z}_{\text{Л}}$	$\underline{Z}_{\text{Л}}$	$jB_{\text{Л}} + \frac{(jB_{\text{Л}})^2}{4} \underline{Z}_{\text{Л}}$	$1 + j \frac{B_{\text{Л}}}{2} \underline{Z}_{\text{Л}}$
Понижающий трансформатор	n	$\frac{\underline{Z}_{\text{Т}}}{n}$	$n \underline{Y}_{\mu}$	$\frac{1}{n} (1 + \underline{Z}_{\text{Т}} \underline{Y}_{\mu})$
Повышающий трансформатор	$\frac{1}{n}$	$\frac{\underline{Z}_{\text{Т}}}{n}$	$n \underline{Y}_{\mu}$	$n (1 + \underline{Z}_{\text{Т}} \underline{Y}_{\mu})$
Нагрузка	1	0	$\underline{Y}_{\text{Н}}$	1

Здесь n – отношение высшего напряжения к низшему. Сопротивление и проводимость трансформатора приведены к высшему напряжению.

Если пренебречь проводимостью холостого хода трансформатора, то для получения параметров повышающего трансформатора нужно в понижающем трансформаторе только поменять местами значения коэффициентов $\underline{A}$ и $\underline{D}$.

Таблица 6.2

Параметры П-образной схемы замещения элементов сети

Элемент сети	$\underline{Z}$	$\underline{Y}_1$	$\underline{Y}_2$
ЛЭП	$\underline{Z}_{\text{Л}}$	$\frac{jB_{\text{Л}}}{2}$	$\frac{jB_{\text{Л}}}{2}$
Понижающий трансформатор	$\frac{\underline{Z}_{\text{Т}}}{n}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{Т}}} (1 - n) + \underline{Y}_{\mu}$	$\frac{n}{\underline{Z}_{\text{Т}}} (n - 1)$
Повышающий трансформатор	$\frac{\underline{Z}_{\text{Т}}}{n}$	$\frac{n}{\underline{Z}_{\text{Т}}} (1 - n)$	$\frac{n}{\underline{Z}_{\text{Т}}} (n - 1) + n^2 \underline{Y}_{\mu}$

Нагрузка	0	$\underline{Y}_H$	0
----------	---	-------------------	---

Проводимость нагрузки определяется по формуле:

$$\underline{Y}_H = \frac{S^*}{U^2} \quad (6.5)$$

Если напряжение на шинах нагрузки неизвестно, то приближенно берут номинальное значение.

Указания

1. Параметры эквивалентного четырехполюсника получить путем матричных преобразований параметров отдельных четырехполюсников элементов электрической сети.
2. Оценку погрешности эквивалентирования выполнить путем сопоставления результатов расчета напряжений, токов и мощностей, полученных по двум моделям: по эквивалентному четырехполюснику и по полной схеме сети.
3. В расчетах принять в качестве известных величин напряжение и мощность нагрузки на выходе четырехполюсника. Другие нагрузки в схеме сети включить в эквивалент в виде схемы замещения. Искомыми величинами являются напряжение и мощность пункта питания.
4. Расчет по полной схеме сети выполнить либо решением нелинейных уравнений узловых напряжений, либо с помощью последовательного использования четырехполюсников, либо каким-либо иным способом.

Исходные данные:

- схема электрической сети;
- мощности нагрузок;
- напряжение на шинах нагрузки;
- параметры ЛЭП и трансформаторов.

Данные по схеме сети и параметрам режима берутся из табл. 4а, 4б, ..., 9а, 9б приложения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 11. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПОЛАГАЕМОЙ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ ГИДРОГЕНЕРАТОРА

Цель работы. Ознакомление с моделью располагаемой реактивной мощности гидрогенератора инструментальными средствами получения оценок параметров математических моделей по экспериментальным данным.

Задание

Получить математическую модель располагаемой мощности гидрогенератора в виде системы уравнений для допустимой области на диаграмме мощностей.

Краткие теоретические сведения

Техническая характеристика синхронного генератора

Генератор электрической станции является преобразователем механической энергии вращения вала турбины и ротора генератора в электрическую энергию.

Принцип работы синхронного генератора основан на законе электромагнитной индукции Фарадея, который в общем случае устанавливает связь между ЭДС и скоростью изменения магнитного потока. Генератор переменного тока имеет неподвижный статор с трехфазной обмоткой и вращающийся ротор, на котором находится обмотка возбуждения. Эта обмотка получает питание от источника постоянного тока и при вращении ротора, являющегося по сути дела электромагнитом, в неподвижных проводниках обмотки статора наводится ЭДС генератора.

Выдача активной мощности генератора зависит от нагрузки энергосистемы и определяется мощностью первичного двигателя (турбины), который приводится во вращение подачей энергоносителя (пара или воды). Реактивная мощность генератора зависит от ЭДС генератора, определяемой током возбуждения.

Модель располагаемой реактивной мощности

В ЭЭС с помощью изменения реактивной мощности генераторов достигается регулирование напряжения на шинах станций и в других узлах системы.

Пределы изменения реактивной мощности (располагаемая реактивная мощность) генератора зависят от выдаваемой активной мощности и электромагнитных свойств генератора. При выдаче реактивной мощности (режим перевозбуждения) ее предельные значения ограничиваются максимально возможным током ротора или статора, а при потреблении реактивной мощности (режим недовозбуждения) – условиями перегрева торцевых зон статора и устойчивостью работы генератора. Зависимости предельно допустимой мощности генерации и потребления снимаются для каждого генератора экспериментальным путем, а ограничение по максимальному току статора получается из соотношения

$$I_{\max} = \frac{S_{\max}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}}, \quad (7.1)$$

откуда уравнение ограничения по току статора

Максимально возможная активная мощность генератора ограничивается режимом работы турбины и, как правило, равна номинальной мощности генератора.

$$Q = \sqrt{S_{\max}^2 - P^2} \quad (7.2)$$

При создании систем управления технологическим процессом на электростанции необходимо иметь математическую модель располагаемой мощности в аналитической форме, т. е. в виде системы ограничений на реактивную мощность гидрогенератора. С этой целью экспериментально полученные данные аппроксимируются некоторыми функциями, вид и параметры которых подбираются на основе опыта, эвристических методов и вычислительных средств.

Графическую модель реактивной мощности гидрогенератора можно изобразить, как это сделано на рис. 7.1. Из рисунка видно, что ограничение на выдачу (генерацию) реактивной мощности гидрогенератора имеет излом в точке 1 и линия от точки 1 до точки 2 представляет собой дугу окружности радиусом $S_{\max}$.

Система ограничений на реактивную мощность может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} Q &\leq f_1(P), \\ Q &= \sqrt{S_{\max}^2 - P^2}, \\ Q &\geq f_2(P), \\ P &\leq P_{\max}, \end{aligned} \quad (7.3)$$

где $f_1(P)$ и $f_2(P)$ – некоторые функции, полученные путем обработки экспериментальных данных.

Получение вида и параметров функций $f_1(P)$ и $f_2(P)$ является задачей аппроксимации и может быть сделано с помощью функций регрессии в системе Mathcad.

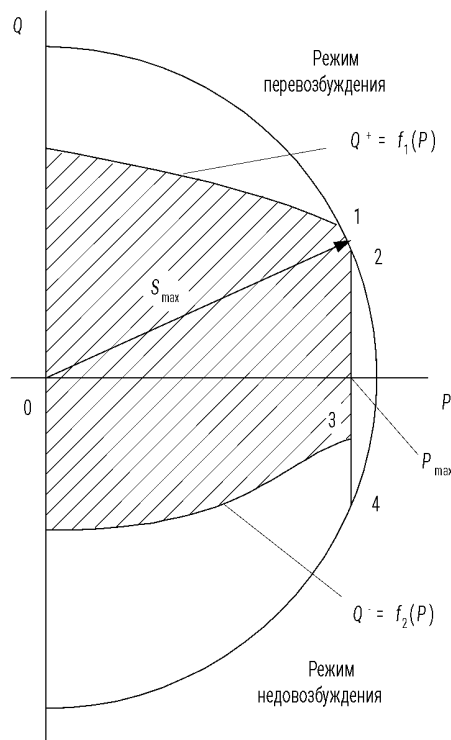


Рис. 7.1. Графическая модель располагаемой мощности гидрогенератора

Указания

1. Для каждой из двух экспериментально полученных зависимостей построить несколько вариантов приближения функций, удовлетворяющих условиям непрерывности и монотонности, а также непрерывности и монотонности первой производной.
2. В качестве моделей выбрать полиномиальные модели: линейную, квадратичную, кубическую и так до степени полинома, для которого еще выполняются указанные выше свойства.
3. Выбрать для каждой из двух зависимостей наиболее адекватную модель, удовлетворяющую условию простоты и минимума ошибки аппроксимации.
4. Построить графическое изображение области допустимых значений вырабатываемой мощности гидрогенератора.

Исходные данные:

- экспериментально полученная в табличном виде характеристика ограничения на реактивную мощность гидрогенератора по максимальному току ротора (ограничение перегрузки – ОП);
 - экспериментально полученная в табличном виде характеристика ограничения на реактивную мощность гидрогенератора по минимальному возбуждению (ограничение минимального возбуждения – ОМВ);
 - номинальные электрические параметры гидрогенератора.
- Данные берутся из табл. П.20...П.24 приложения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 12. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ

Цель работы. Ознакомление со свойствами процесса электропотребления и его прогнозировании.

Задание

Для одной из стран мира (задается по вариантам) сделать прогноз годовой выработки электроэнергии на заданный период с использованием экспоненциальной и логистической модели.

Теоретические сведения о прогнозировании электропотребления даны в [1]. Там же приведены примеры, выполненные в системе Mathcad.

Указания

1. Прогноз выполнить путем экстраполяции временного ряда с использованием экспоненциальных: $W(t) = W_0 e^{\alpha(t-t_0)}$, $W(t) = W_0 e^{\alpha(t-t_0)} + \beta$ и логистических: $W(t) = W_0 e^{\frac{\alpha_0}{\gamma}(e^{-\gamma(t-t_0)} - 1)}$, $W(t) = \frac{a}{1 + b e^{-ct}}$ моделей.

2. Оценить погрешности прогноза электропотребления по всем использованным моделям.

Исходные данные

Статистические данные по годовому потреблению электроэнергии, табл П.25 приложения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 13. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ МОЩНОСТИ НАГРУЗКИ

Цель работы. Ознакомление с методами экстраполяции случайных последовательностей.

Задание

Выполнить прогноз случайного процесса изменения мощности нагрузки потребителя электрической энергии.

Указания

1. Для прогноза использовать три метода: по последнему значению, по математическому ожиданию и по условному математическому ожиданию.
2. По всем трем методам вычислить погрешность прогноза и сделать выводы об адекватности использованных моделей прогноза.
3. Построить графики изменения функций прогноза и ошибок прогноза для всех моделей на интервале упреждения от нуля до последнего прогнозного значения.
4. Для статистического прогноза получить аналитическое выражение для корреляционной функции путем аппроксимации функции, заданной в графической форме. Часто применяют следующие аппроксимации корреляционной функции [3]:

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|};$$

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|^2};$$

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta \tau;$$

$$r(\tau) = e^{-\alpha|\tau|^2} \cos \beta \tau.$$

Исходные данные:

- числовые характеристики случайного процесса: математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение и корреляционная функция, заданная в графической форме;
- последнее значение прогнозируемого процесса.

Числовые характеристики и последнее значение случайного процесса берутся из табл. П.26 приложения. График корреляционной функции выдается преподавателем.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 14. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СУТОЧНЫХ ГРАФИКОВ МОЩНОСТИ НАГРУЗКИ

Цель работы. Краткосрочный прогноз суточного графика нагрузки ЭЭС на основе имеющихся графиков нагрузки, заданных временным рядом.

Задание

Иметь представление о прогнозировании графиков нагрузки ЭЭС.

Краткие теоретические сведения

Анализ временных рядов

Графики нагрузки в ЭЭС являются последовательностями наблюдений или расчетных значений, показывающих изменения мощности в течение определенного периода времени. В суточных, недельных и годовых графиках отображается периодичность процесса изменения мощности нагрузки, связанная с режимом работы людей, сменой дня и ночи, недельными циклами и сезонными изменениями в течение года.

Суточные графики дней недели в общем повторяются изо дня в день с небольшими случайными различиями и режимами выходных и праздничных дней. Средний рост или снижение нагрузки в течение недели или нескольких недель связан с сезонными изменениями, в особенности в осенний и весенний периоды. Такие изменения, происходящие в среднем, относят к трендовым (непериодическим) составляющим графика нагрузки. Эти изменения для годовых графиков обусловлены естественным ростом нагрузки потребителей.

Суточные, недельные и годовые графики нагрузки часто прогнозируют путем разделения их на трендовую, периодическую и случайную составляющие.

$$X(t) = Q(t) + S(t) + U(t), \quad (10.1)$$

где $Q(t)$ – тренд – устойчивые систематические изменения; $S(t)$ – периодическая составляющая – колебания относительно тренда; $U(t)$ – нерегулярная составляющая – случайный шум.

Подобный подход справедлив, если принять гипотезу о том, что резких изменений во временном ряду не произойдет.

Пусть имеется временной ряд значений месячных максимумов мощности нагрузки за несколько лет.

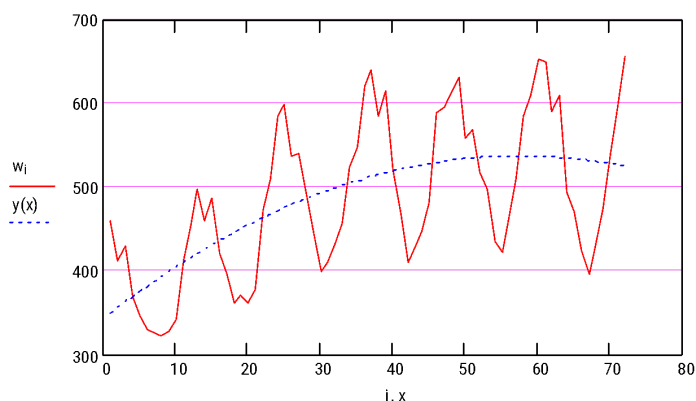


Рис. 10.1. Ретроспектива временного ряда

Для выделения трендовой составляющей часто используют полиномиальную модель до третьего порядка включительно:

$$\begin{aligned} Q_0(t) &= a_0, \\ Q_1(t) &= a_0 + a_1 t, \\ Q_2(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2, \\ Q_3(t) &= a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3. \end{aligned} \quad (10.2)$$

Иногда при выделении тренда предварительно применяют процедуру сглаживания, которая устраняет периодическую и случайную составляющие.

После вычитания из $X(t)$ трендовой составляющей получается временной ряд, имеющий периодическую составляющую, которая вызвана суточными и сезонными периодами.

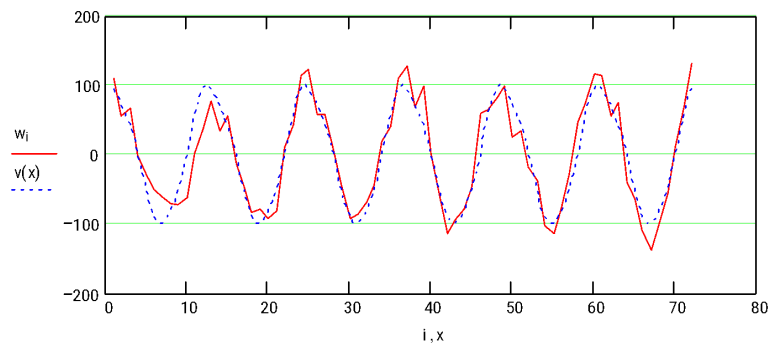


Рис. 10.2. Временной ряд без трендовой составляющей

Если имеется N результатов наблюдений за период T ($N = 12$ в годовом цикле, $N = 7$ – в недельном и $N = 24$ – в суточном), то периодическая модель процесса может быть представлена рядом Фурье:

$$S(t) = \sum_{k=1}^n (a_k \cos 2\pi f_1 k t + b_k \sin 2\pi f_1 k t) \quad (10.3)$$

где n – количество частот, включенных в модель. В общем случае наивысшая частота гармонического разложения дискретного ряда, называемая частотой Найквиста, определяется половиной интервала между наблюдениями, например при $N = 12$, $n = 24$.

$f_1 = \frac{1}{N}$ – основная частота гармонического ряда.

Дисперсия, учитываемая i -й гармоникой:

$$D_i = \frac{a_i^2 + b_i^2}{2} \quad (10.4)$$

Суммарная дисперсия $D_\Sigma = \sum_i D_i$. Как правило, первые три гармоники описывают до 90 % всей дисперсии.

Случайная составляющая

$$U(t) = X(t) - S(t) \quad (10.5)$$

Для $U(t)$ определяются статистические характеристики. Прогноз случайной составляющей ведется по одной из моделей прогноза случайного процесса. Сразу следует оценить интервал корреляции, и если прогноз ведется на время упреждения больше, чем интервал корреляции, то

фактически по случайной составляющей оценивается лишь ошибка прогноза, так как после вычитания регулярных составляющих математическое ожидание процесса равно нулю.

Оценка коэффициентов моделей регулярных составляющих

1. Тренд

Оценка коэффициентов полиномиальной модели тренда может быть сделана разными способами:

1) с помощью функций Mathcad $\mathbf{c} := \text{regress}(\mathbf{k}, \mathbf{P}, m)$ и $Q_m(t) := \text{interp}(\mathbf{c}, \mathbf{k}, \mathbf{P}, t)$. Здесь $\mathbf{c}$ – вектор коэффициентов, используемый функцией interp ; $\mathbf{k}$ – вектор дискретных моментов времени, для которых заданы значения ретроспективы; $\mathbf{P}$ – вектор значений ретроспективы; m – порядок полинома (как 0, 1, 2 или 3); t – аргумент функции тренда. Можно также записать $Q_m(t) := \text{interp}(\text{regress}(\mathbf{k}, \mathbf{P}, m), \mathbf{k}, \mathbf{P}, t)$.

2) как решение системы линейных уравнений по методу наименьших

квадратов $\mathbf{A} = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{P}$. Функция тренда: $Q_m(t) = \sum_{i=0}^m A_i t^i$. Здесь $\mathbf{V}$ – матрица, первый столбец которой состоит из единиц, второй – вектор $\mathbf{k}$, третий вектор из элементов $\mathbf{k}$ в квадрате и т. д. $V_{ij} = k_i^{j-1}$ ($i = 1 \dots n, j = 1 \dots m+1$), где n – количество данных ретроспективы.

Экспоненциальная модель тренда может быть получена с помощью функции $\text{expfit}(\mathbf{k}, \mathbf{P}, \mathbf{vg})$, которая возвращает вектор коэффициентов модели $Q(t) = ae^{bt} + c$. Здесь вектор $\mathbf{vg}$ – начальные приближения для искомых коэффициентов модели.

2. Периодическая составляющая

Коэффициенты полигармонической составляющей процесса являются коэффициентами гармонического полинома вида (10.3). Вектор коэффициентов модели получается как решение системы линейных уравнений $\mathbf{B} := (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{W}$. Здесь $\mathbf{V}$ – матрица из n строк и $2m$ столбцов: n – количество данных ретроспективы и m – количество частот, включенных в модель. Каждая последовательная пара столбцов матрицы $\mathbf{V}$ соответствует одной частоте и состоит из коэффициентов, вычисляемых как функции косинуса и синуса из выражения (10.3):

$$V_{i,2j-1} = \cos\left(2\pi i \frac{j}{N}\right); V_{i,2j} = \sin\left(2\pi i \frac{j}{N}\right) \quad i = 1 \dots n; j = 1 \dots m, \quad (10.6)$$

$\mathbf{W}$ – вектор, полученный из $\mathbf{P}$ вычитанием трендовой составляющей.

Возможно моделирование периодической составляющей с помощью другого представления ряда Фурье:

$$S(t) = \sum_{i=1}^m X_i \cos(2\pi f_i t - \theta_i), \quad \text{где} \quad \text{искомыми} \quad \text{параметрами} \quad \text{являются}$$

$$X_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad \theta_i = \arctg\left(\frac{b_i}{a_i}\right).$$

Указания

1. Для прогнозирования использовать разложение временного ряда на трендовую, периодическую и случайную составляющую.
2. Различие между графиками отдельных суток недели не учитывать.
3. Интервал корреляции считать достаточно малым по сравнению со временем упреждения.
4. Оценку ошибки прогноза сделать по величине среднеквадратического отклонения случайной составляющей временного ряда.

Исходные данные

Почасовые значения мощности нагрузки за пять суток выдаются в виде файла данных преподавателем.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 15. МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКВИВАЛЕНТИРОВАНИЯ

Цель работы. Приобретение навыков эквивалентных преобразований схем электрических сетей и использования эквивалентов в расчетах установившихся режимов электрических сетей.

Задание

Составить нелинейную модель режима электрической сети с эквивалентированием части схемы и рассчитать напряжения и потоки мощности в сохраняемой части схемы.

Схема электрической сети берется из курсовой работы по дисциплине «Электрические системы и сети» для варианта замкнутой (кольцевой) сети. Схема существующей сети (без проектируемой части) приведена на рис. 11.1. К данной схеме добавляются элементы проектируемой сети из курсовой работы.

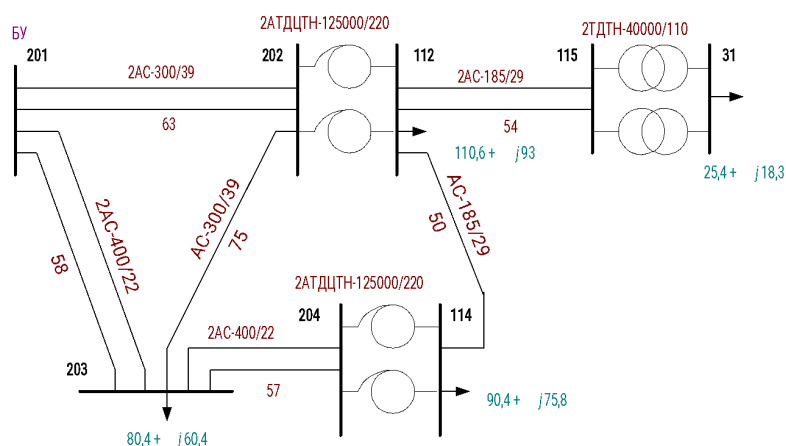


Рис.11.1. Схема существующей сети 220/110/35 кВ; длины линий в километрах, мощности нагрузок в мегавольт-амперах

Эквивалентированию подлежит часть схемы с номинальными напряжениями 110, 35 и 10 кВ. Схема с номинальным напряжением 220 кВ и понижающими трансформаторами остается неизменной (не подлежит эквивалентированию).

Указания

1. Данные по исходной схеме сети необходимо свести в таблицы параметров ЛЭП, трансформаторов и нагрузок. Данные по существующей схеме сети из задания по курсовой работе (одинаковой для всех вариантов) приведены в табл. 1, 2 и 3.

2. Приступать к вычислениям параметров эквивалентов следует лишь после того, как полностью определены все данные по схеме сети и нагрузкам.

3. Схему сети, подлежащую эквивалентированию, разбить на независимые части и последовательно найти их эквиваленты. Радиальные части схемы заменяются эквивалентными мощностями в узлах примыкания. Замкнутые части схемы определяются в виде многоугольника, опирающегося своими вершинами на узлы примыкания. Модели эквивалентных ветвей принять в виде П-образных схем замещения.

4. Мощности, которые получились в результате приведения схем к одному узлу примыкания, суммировать с учетом направлений и получить эквивалентную мощность узла примыкания.

5. Эквивалентные ветви, полученные путем последовательно-параллельных преобразований, образуют продольные параметры – сопротивления и поперечные – проводимости. Продольные элементы включаются в список ветвей, а поперечные приписывают к узловым параметрам – шунтовым проводимостям и задают в списке параметров узлов.

6. Для эквивалентирования рекомендуется применять операции с матрицами коэффициентов четырехполюсников по правилам преобразования для каскадного и параллельного соединений.

7. В результате эквивалентирования получить эквивалент в виде эквивалентных мощностей и проводимостей в узлах примыкания и эквивалентных ветвей между ними.

8. Для оценки погрешности эквивалентной модели выполнить расчеты полной схемы сети без эквивалентирования и сети с эквивалентом. Расчеты выполнить по какой-либо программе расчета установившегося режима. Результаты обоих расчетов сопоставить по напряжениям в узлах примыкания и потокам мощностей в ветвях примыкания. Оценить погрешность результатов, полученных по эквивалентной модели.

Примечания

- для всех вариантов узлами примыкания будут узлы № 112 и 114, а ветвями примыкания – ветви с автотрансформаторами 202 – 112 и 204 – 114;

- для обеспечения удовлетворительных уровней напряжений у потребителей и снижения погрешности эквивалентирования на понижающих подстанциях следует установить рабочие ответвления РПН, которые учесть при эквивалентировании трансформаторных ветвей.

Исходные данные:

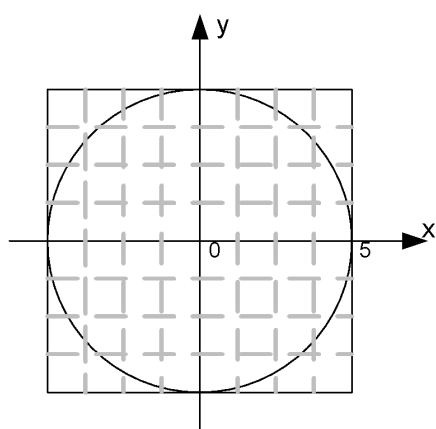
- схема электрической сети (существующая и проектируемая части);
- мощности нагрузок;
- параметры ЛЭП и трансформаторов;
- напряжение базисного узла.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 16. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ (МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО)

Теоретическая часть.

Пример 1. Пусть требуется определить площадь круга известного диаметра с помощью выборок из значений случайной величины. Впишем круг в квадрат; таким образом, стороны квадрата будут равны диаметру круга.

Пусть круг имеет радиус $r=5$ см и его центр в точке $(0,0)$.



Уравнение окружности будет иметь вид
 $x^2 + y^2 = 25$

Описанный квадрат определяется его вершинами $(-5, 5)$, $(5, 5)$, $(5, -5)$ и $(-5, -5)$, которые получаются непосредственно из геометрических свойств фигуры. Любая точка (x, y) внутри квадрата или на его границе должна удовлетворять неравенствам $-5 \leq x \leq 5$ и $-5 \leq y \leq 5$

Применение выборок при использовании метода Монте-Карло основано на предположении, что все точки в квадрате $-5 \leq x \leq 5$ и $-5 \leq y \leq 5$ могут появляться с одинаковой вероятностью, т. е. x и y распределены равномерно с плотностями вероятности

$$f(x) = \begin{cases} 1/10, & -5 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$f(y) = \begin{cases} 1/10, & -5 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

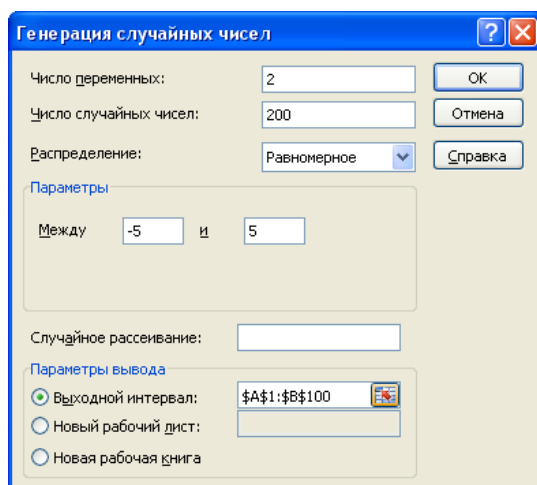
Определим теперь точку (x, y) в соответствии с распределениями $f(x)$ и $f(y)$. Продолжая этот процесс, подсчитаем число точек, попавших внутрь круга или на окружность. Предположим, что выборка состоит из n наблюдений и m из n точек попали внутрь круга или на окружность. Тогда

$$\text{оценка площади круга} = m/n(\text{площадь квадрата}) = (m/n) * (10*10)$$

Подобный способ оценивания площади круга можно обосновать тем, что в процессе получения выборки любая точка (x, y) может с одинаковой вероятностью попасть в любое место квадрата. Поэтому отношение m/n представляет оценку площади круга относительно площади квадрата.

1. Использование Excel для постановки эксперимента.

Для получения выборки случайных чисел с заданным распределением можно воспользоваться функцией «Генерация случайных чисел» из меню «Анализ данных».



	А	В	С
1	-2,69432660908841	-1,50318918424024	=ЕСЛИ(А1*А1+В1*В1<=25;1;0)
2	0,62639240699484 2	-4,30265205847346	=ЕСЛИ(А2*А2+В2*В2<=25;1;0)
3	-4,60478530228584	-1,3075655384991	=ЕСЛИ(А3*А3+В3*В3<=25;1;0)
4	-4,74211859492782	0,30716879787591 2	=ЕСЛИ(А4*А4+В4*В4<=25;1;0)
5	3,57356486709189	-4,41953794976653	=ЕСЛИ(А5*А5+В5*В5<=25;1;0)

...

14 8	-4,65086825159459	2,68517105624561	=ЕСЛИ(А148*А148+В148*В148<=25;1;0)
14 9	-3,85921811578722	-4,19644764549699	=ЕСЛИ(А149*А149+В149*В149<=25;1;0)

15 0	2,46147038178655	3,33826715903195	=ЕСЛИ(A150*A150+B150*B150<=25;1;0)
15 1		число попаданий	=СУММ(C1:C150)
15 2		число наблюдений	=СЧЁТ(C1:C150)
15 3		площадь круга	=(C151/C152)*100

2. Использование MathCad для постановки эксперимента.

Для решения аналогичной задачи в системе MathCad можно воспользоваться программным модулем с использованием функции rnd(x), возвращающей случайное число в диапазоне от 0 до x. В данном модуле n – число наблюдений.

```

F(n) :=
  m ← 0
  for k ∈ 1..n
    x ← rnd(10)
    y ← rnd(10)
    x ← x - 5
    y ← y - 5
    m ← m + 1 if x2 + y2 ≤ 25
  S ←  $\frac{m}{n} \cdot 100$ 

```

3. Использование Matlab для постановки эксперимента.

Для решения данной задачи в системе Matlab можно воспользоваться следующей М-функцией:

```

function[s]=sum(n)
m=0;
for i=1:n
    x=Random('unif',-5,5);
    y=Random('unif',-5,5);
    if x*x+y*y<=25
        m=m+1;
    end;
end;
s=(m/n)*100;

```

Здесь параметр 'unif' функции Random позволяет получить равномерно распределенное случайное число.

4. Обработка результатов

Для изучения влияния статистической ошибки при моделировании задача решалась для различных значений n , равных 150, 200, 500, 1000, 2000, 5000 и 10 000. Кроме того, при каждом n было проведено 10 прогонов, в каждом из которых использовались различные последовательности случайных чисел из интервала $[-5, 5]$.

Номер прогона	Оценки площади круга при данном числе испытаний n					
	150	200	500	1000	2000	5000
1	76	80,5	76	78,6	79,55	78,32
2	82	79,5	79,6	78,8	78,85	79,26
3	86	81,5	76,6	77,6	79,1	77,22
4	75	82	78,8	80	79,55	79,34
5	77	72	76,2	79,8	79,4	79,22
6	81	77,5	76,6	77,6	77,4	77,44
7	75	81,5	80,4	78,5	78,1	79,28
8	74	76,5	81,8	79,7	77,2	78,82
9	71	80,5	76,6	76,4	77,76	78,74
10	84	72	81,2	78	78,4	77,74
Среднее	78,1	78,35	78,38	78,5	78,531	78,538
Дисперсия	23,6555	14,2805	5,03511	1,30666	0,78949	0,65861
	6	6	1	7	9	8

Расчетное значение 78,54

В таблице приведены результаты эксперимента, исходя из которых можно сделать следующие заключения.

1. С ростом числа генерируемых точек (т. е. *продолжительности прогона модели*) оценки площади круга приближаются к точному значению (78,54 см²). На рис. 2 показаны оценки площади прогонов 1 и 2 в зависимости от продолжительности прогона n . Мы видим, что сначала оценки колеблются около точного значения, а затем стабилизируются. Это условие обычно достигается после повторения эксперимента достаточное количество раз. Наблюдаемое явление типично для результатов любой имитационной модели. Обычно в большинстве имитационных моделей нас интересуют результаты, полученные в стационарных условиях.

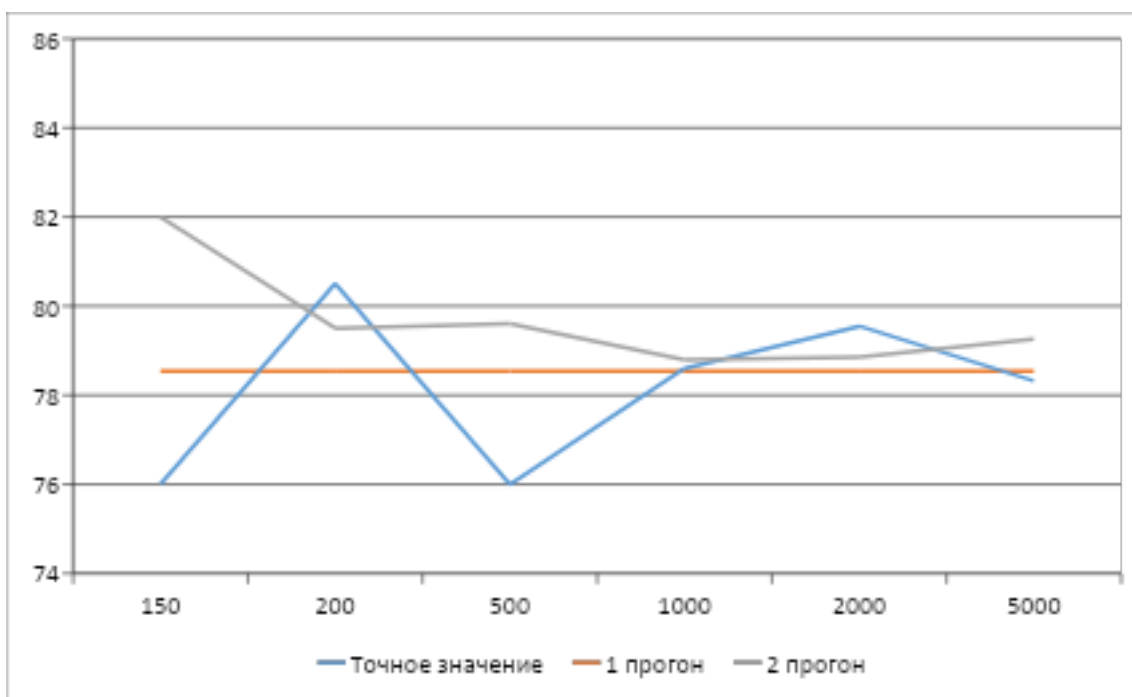


Рис. 2

2. Влияние переходных условий уменьшается, если *усреднить* результаты 10 серий. Это иллюстрирует рис. 3, на котором показана зависимость среднего от n . Кроме того, на рисунках видно, что для каждого n при достижении стационарных условий дисперсия убывает. При возрастании n от 150 до 200 дисперсия резко уменьшается с 23,66 до 14,25. За исключением этого интервала, столь резкого уменьшения дисперсии нигде больше не наблюдается. Последнее замечание указывает на то, что существует предел, за которым увеличение продолжительности прогона модели уже не дает существенного повышения *точности* результата, измеряемой дисперсией. Это замечание представляется чрезвычайно важным, поскольку затраты на эксплуатацию имитационной модели прямо пропорциональны продолжительности прогонов. Поэтому желательно найти компромисс между большой точностью (т. е. малой дисперсией) и небольшими затратами на процедуру получения результатов.

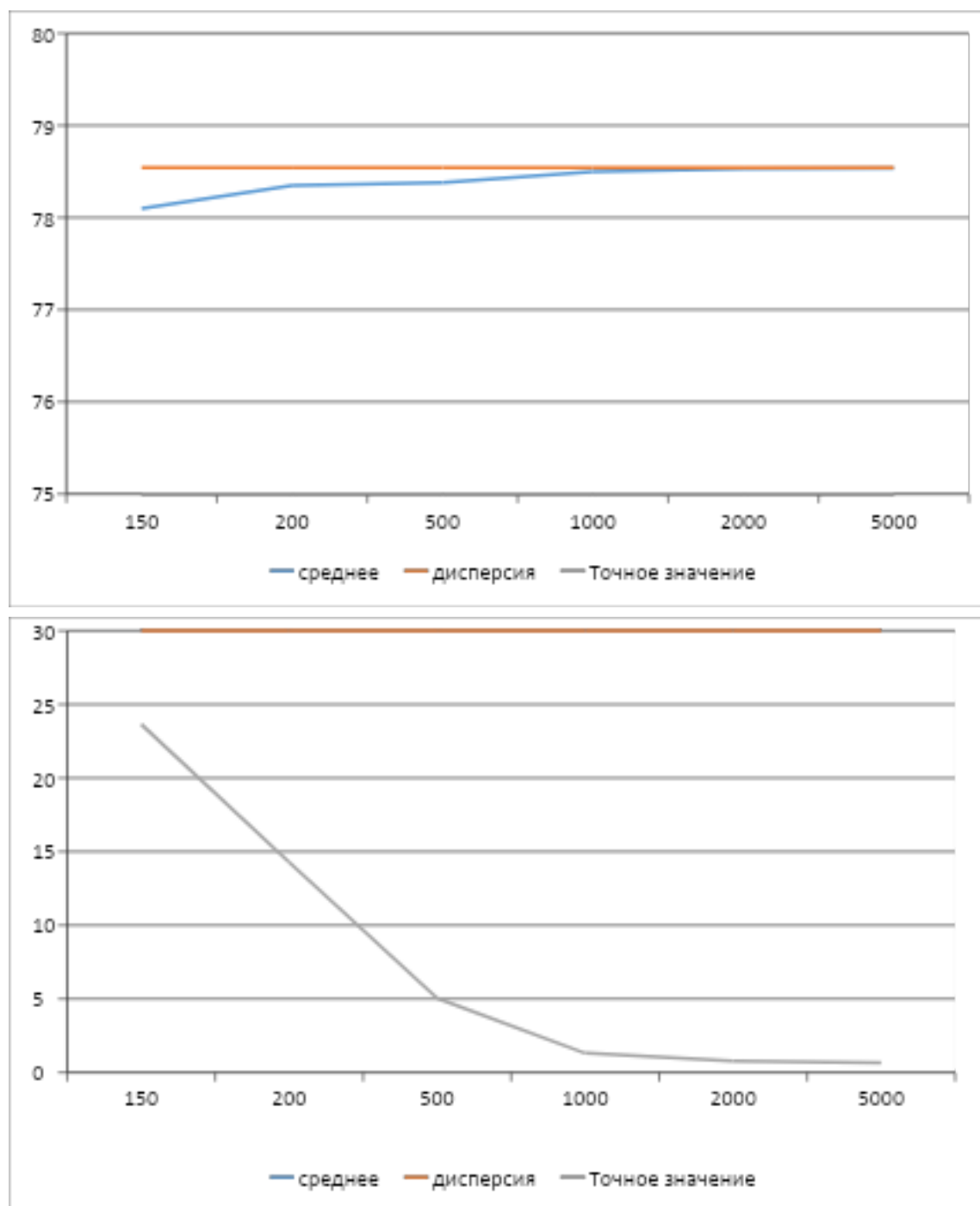


Рис.3.

3. Ввиду того что оценки площади имеют разброс, важно, чтобы результаты эксперимента, связанного с моделированием, были выражены в виде *доверительных интервалов*, показывающих величину отклонения от точных значений. В рассматриваемом примере, если A представляет собой точное значение площади, а $\bar{A}$ и s^2 — среднее и дисперсию N наблюдений, то $100(1-\alpha)\%$ -ный доверительный интервал для A задается как

$$\bar{A} - \left(\frac{s}{\sqrt{N}}\right)t_{\frac{\alpha}{2}, N-1} \leq A \leq \bar{A} + \left(\frac{s}{\sqrt{N}}\right)t_{\frac{\alpha}{2}, N-1}$$

Задание

Проверить решение Примера 1 с использованием разных пакетов. Решение задания 2 также привести в разных пакетах (Excel, MathCad, Matlab). Решение задач 1 и 3 можно осуществить в любом пакете. Результаты, полученные с помощью моделирования в задании 2 сравнить с расчетным результатом.

Для отчета необходимо:

1. Для каждого задания привести математическую модель эксперимента
2. Привести тексты модулей решения всех заданий.
3. Определить оптимальное количество экспериментов с помощью оценки дисперсии.
4. Произвести обработку результатов моделирования и представить ответ в виде доверительных интервалов для искомой величины.

Задание 1.

- 1) Решить задачу «случайных блужданий» в ее классической трактовке.
- 2) Дополнить модель, учитывая, что человек делает шаги вперед в 2 раза чаще, чем шаги назад.
- 3) Дополнить модель задачи, учитывая, что человек делает шаг не только по диагонали, но и строго вперед (назад), вправо (влево).

Задание 2 (по вариантам)

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin(x) + 2$$

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

$$y = 0$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = e^{0,4x}$$

$$y = \sqrt{25 - x^2}$$

$$y = 0$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 0,2x^2$$

$$y = \frac{1}{0,2x}$$

$$x = 0$$

$$y = 4$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \operatorname{tg}(x)$$

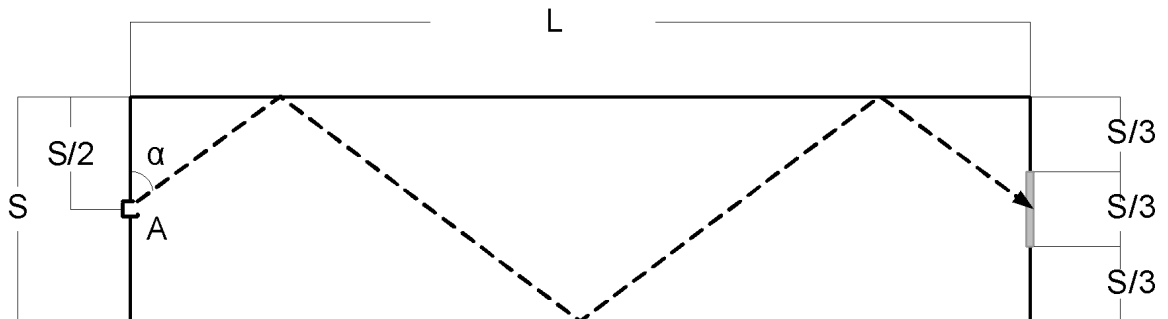
$$y = \frac{1}{x}$$

$$y=0$$

$$x=3$$

Задание 3.

Из отверстия А трубки длиной L вылетают частицы под углом α (α – случайная величина, распределенная равномерно). Частицы могут сколь угодно много раз отталкиваться от стенок трубки. Составить математическую модель и провести эксперимент для определения доли частиц, попадающих в выделенную область. Для упрощения модели пренебречь диаметром отверстия А, диаметром частиц, затуханием колебаний частиц.



ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 17. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Теоретическая часть.

1. Моделирование входного потока

Входной и выходной потоки СМО можно задавать различными способами:

- 1) Задавая количество поступающих заявок в единицу времени (λ),
например:

Таблица 1

Количество клиентов, прибывающих в час	1	2	3	4
Процент часов	4 0	3 0	2 0	1 0

- 2) Задавая интервал времени между поступившими заявками, например:

Таблица 2

Время между двумя последовательными прибытиями (мин)	1	2-10	11-20	21-30	31-40	>40
Процент клиентов	5	20	20	30	10	15

Хотя эта информация и имеет одинаковую ценность, все же при моделировании лучше фиксировать время между прибытием клиентов (интервал между последовательными поступлениями требований), а не число прибытий за определенный период. Из таблицы видно, что после прибытия клиента имеется 5%-ная вероятность того, что следующий клиент прибудет через минуту, и 20%-ная вероятность того, что следующий клиент подъедет в течение следующих 9 минут.

Пример 1. Пусть в некой системе массового обслуживания входной поток описывается в соответствие с таблицей 2. Тогда можно смоделировать следующую систему прибытия заявок (с учетом начала отсчета в 8:00 и усреднив интервал между поступлениями заявок):

Таблица 3.

случ. число	интервал	Интервал (в минутах)	время прибытия заявки
67	25	0:25	8:25
10	5	0:05	8:30
72	25	0:25	8:55
38	15	0:15	9:10
68	25	0:25	9:35
94	45	0:45	10:20
25	5	0:05	10:25

70	25	0:25	10:50
66	25	0:25	11:15
97	45	0:45	12:00
60	25	0:25	12:25
100	45	0:45	13:10
43	15	0:15	13:25
43	15	0:15	13:40

Примечание: В редакторе Excel для получения интервала в минутах можно воспользоваться функцией ВРЕМЯ(ч;м;с), преобразующей заданные в виде чисел часы, минуты и секунды в формат времени Excel.

2. Моделирование СМО в Excel

Пример 2. Пусть моделируется СМО без отказов с 1 прибором обслуживания, в которой интервал времени между поступившими заявками и время обслуживания заявок – случайная величина, имеющая равномерное распределение в интервале (1;10) и (1;8) соответственно. В этом случае таблица имитационной модели будет выглядеть так:

Таблица 4

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	время поступления	прод- житель- ность обслу- жива- ния	начало обслу- жива- ния	время пребы- вания в систе- ме	время в оче- ред	время выбыт- ия	номер клиен- та	номер обслуж- ившего ся	длина очереди
6	8:08:00	0:06	8:08	0:06	0,00	8:14:00	1	0	0
7	8:10:00	0:01	8:14	0:05	4,00	8:15:00	2	0	1
8	8:14:00	0:03	8:15	0:04	1,00	8:18:00	3	1	1
9	8:18:00	0:06	8:18	0:06	0,00	8:24:00	4	3	0
....									
49	11:36:00	0:07	11:36	0:07	0,00	11:43:00	43	42	0
50	11:40:00	0:06	11:43	0:09	3,00	11:49:00	44	42	1
51	Среднее	0:04		0:08	4,11				0,533333
	е								3

В этой таблице вычисления производятся следующим образом:

Шаблон листа Excel представлен в Таблице 5.

Столбец В формируется путем прибавления случайного временного интервала (СЛУЧМЕЖДУ (1;10)) к времени прибытия предыдущей заявки. Так как этот интервал является количеством минут, то случайное число необходимо преобразовать в значение времени в минутах с помощью функции ВРЕМЯ.

Столбец С представляет собой случайный интервал времени – время обслуживания заявки.

Столбец D – время начала обслуживания. В случае, если предыдущая заявка к моменту поступления текущей уже закончила обслуживаться, то есть время поступления текущей заявки больше времени выбытия предыдущей заявки, начало обслуживания совпадает со временем прибытия, иначе – со временем выбытия предыдущей заявки.

Столбец G – время выбытия заявки – равен сумме времени начала обслуживания (столбец D) и продолжительности обслуживания (столбец C).

Столбец E – время пребывания в системе – равен разности между временем выбытия и временем поступления заявки.

Столбец F – время в очереди – это время в минутах, разность между временем пребывания в системе и временем обслуживания. Поскольку нулевая разность может вызвать ошибку преобразования типов, в ячейке установлена система проверки.

Столбец I - номер обслуживаемого клиента (на момент поступления текущей заявки). Во всех строках, кроме первых 2, рассчитывается как номер последнего клиента, время выбытия которого меньше времени поступления текущей заявки. Расчет выполняется с помощью функции ВПР.

Функция ВПР (<искомое значение>;<таблица>;<требуемый столбец>) ищет значение, равное или меньшее <искомого значения> в левом столбце <таблицы> и возвращает значение, находящееся в <требуемом столбце> той же строки. В данном случае <искомое значение> представляет собой время поступления заявки, <таблица> состоит из столбцов Время выбытия и Номер клиента, а так как <требуемый столбец>=2, то функция возвращает номер клиента, обслуживаемого на момент поступления текущей заявки.

Столбец J – длина очереди на момент поступления заявки – разница между номером обслужившегося на данный момент клиентом и номером текущего клиента, с вычетом клиента, обслуживаемого на данный момент.

Таблица 5

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	время поступления	продолжительность обслуживания	начало обслуживания	время пребывания в системе	время в очереди	время выбытия	номер клиента	номер обслужившегося	длина очереди
6	=ВРЕМЯ(8;0;0)+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=B6	=G6-B6	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E6)<>МИНУТЫ(C6);МИНУТЫ(E6-C6);0)	=D6+C6	1	0	=H6-I6-1
7	=B6+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B7>G6;B7;G6)	=G7-B7	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E7)<>МИНУТЫ(C7);МИНУТЫ(E7-C7);0)	=D7+C7	2	=ЕСЛИ(B7<G6;0;1)	=H7-I7-1
8	=B7+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B8>G7;B8;G7)	=G8-B8	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E8)<>МИНУТЫ(C8);МИНУТЫ(E8-C8);0)	=D8+C8	3	=ВПР(B8;G\$6:H8;2)	=H8-I8-1
9	=B8+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B9>G8;B9;G8)	=G9-B9	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E9)<>МИНУТЫ(C9);МИНУТЫ(E9-C9);0)	=D9+C9	4	=ВПР(B9;G\$6:H9;2)	=H9-I9-1
....									
49	=B48+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B49>G48;B49;G48)	=G49-B49	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E49)<>МИНУТЫ(C49);МИНУТЫ(E49-C49);0)	=D49+C49	44	=ВПР(B49;G\$6:H49;2)	=H49-I49-1
50	=B49+ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;10);0)	=ВРЕМЯ(0;СЛУЧМЕЖДУ(1;8);0)	=ЕСЛИ(B50>G49;B50;G49)	=G50-B50	=ЕСЛИ(МИНУТЫ(E50)<>МИНУТЫ(C50);МИНУТЫ(E50-C50);0)	=D50+C50	45	=ВПР(B50;G\$6:H50;2)	=H50-I50-1
51	Среднее	=СРЗНАЧ(C6:C50)			=СРЗНАЧ(F6:F50)			=СРЗНАЧ(J7:J50)	

2. Моделирование СМО в MathCad

Задачу из Примера 2 можно решить аналогичным образом в MathCad. Для упрощения модели можно задавать время не в формате времени, а в количестве минут (модельного времени), прошедших с начала запуска модели. В таком случае модуль MathCad может выглядеть следующим образом:

ORIGIN:= 1

```
F(n) := | K1,1 ← 1
        | K1,2 ← rnd(10)
        | K1,3 ← rnd(8)
        | K1,4 ← 0 + K1,2
        | K1,5 ← K1,4 + K1,3
        | K1,6 ← 0
        | K1,7 ← K1,4 - K1,2
        | K1,8 ← K1,5 - K1,2
        | for i ∈ 2,3.. n
        | | Ki,1 ← i
        | | Ki,2 ← Ki-1,2 + rnd(10)
        | | Ki,3 ← rnd(8)
        | | Ki,4 ← Ki-1,5 if Ki,2 < Ki-1,5
        | | Ki,4 ← Ki,2 otherwise
        | | Ki,5 ← Ki,4 + Ki,3
        | | Ki,7 ← Ki,4 - Ki,2
        | | Ki,8 ← Ki,5 - Ki,2
        | | m ← 0
        | | for j ∈ 1,2.. i - 1
        | | | m ← m + 1 if Kj,5 < Ki,2
        | | Ki,6 ← i - m - 1
        | K
```

В данном модуле также используется таблица (K), строки которой соответствуют обслуживаемым заявкам (n строк – n заявок), а столбцы распределены следующим образом (нумерация начинается с 1, что задано свойством ORIGIN=1):

- 1 – номер клиента (заявки)
- 2 – время поступления (число минут с начала работы)
- 3 – время обслуживания (в минутах)
- 4 – время начала обслуживания
- 5 – время окончания обслуживания
- 6 - длина очереди
- 7 – время пребывания в очереди
- 8 – время пребывания в системе

Задав количество заявок (n=45) получаем следующие результаты:

n := 45

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	8.355	4.329	8.355	12.684	0	0	4.329
2	2	14.563	7.324	14.563	21.887	0	0	7.324
3	3	23.998	1.221	23.998	25.218	0	0	1.221
4	4	32.921	3.326	32.921	36.247	0	0	3.326
5	5	35.097	7.7	36.247	43.947	1	1.15	8.85
6	6	42.902	3.507	43.947	47.454	1	1.045	4.551
7	7	47.396	1.569	47.454	49.022	1	0.057	1.626
8	8	49.651	5.377	49.651	55.029	0	0	5.377
F(n) = 9	9	58.424	2.804	58.424	61.227	0	0	2.804
10	10	67.089	2.765	67.089	69.853	0	0	2.765
11	11	75.554	1.091	75.554	76.645	0	0	1.091
12	12	80.695	3.847	80.695	84.541	0	0	3.847
13	13	81.645	0.356	84.541	84.897	1	2.896	3.252
14	14	84.124	6.179	84.897	91.077	2	0.773	6.953
15	15	90.752	4.295	91.077	95.372	1	0.325	4.62
16	16	92.15	0.73	95.372	96.102	1	3.222	3.952
17	17	96.422	6.903	96.422	103.326	0	0	6.903
18	18	102.429	4.909	103.326	108.234	1	0.897	5.805

$$L_q := \frac{\sum F(n)^{\langle 6 \rangle}}{n}$$

$$L_q = 0.533$$

$$W_q := \frac{\sum F(n)^{\langle 7 \rangle}}{n}$$

$$W_q = 4.298$$

Поскольку обычно время между соседними заявками и время обслуживания заявки – случайные величины, распределенные по экспоненциальному закону, то можно использовать генератор случайных чисел с соответствующим распределением.

3. Моделирование СМО в MATLAB

Пример 3. Пусть моделируется СМО без отказов с 1 прибором обслуживания, в которой интервал времени между поступившими заявками и время обслуживания заявок – случайная величина, имеющая экспоненциальное распределение в интервале со средними 12 и 10 мин. соответственно. Модуль в MATLAB будет выглядеть следующим образом: (нумерация и распределение столбцов такое же, как и в предыдущем примере)

```
n=20;
K(1,1)=1;
K(1,2)=round(Random('exp',12))
K(1,3)=round(Random('exp',10))
K(1,4)=K(1,2)
K(1,5)=K(1,4)+K(1,3)
K(1,6)=0
K(1,7)=K(1,4)-K(1,2)
K(1,8)=K(1,5)-K(1,2)
for i=2:n
    K(i,1)=i;
    K(i,2)=K(i-1,2)+round(Random('exp',12))
    K(i,3)=round(Random('exp',10))
    if K(i,2)<K(i-1,5)
        K(i,4)=K(i-1,5)
    else K(i,4)=K(i,2)
    end;
    K(i,5)=K(i,4)+K(i,3)
    K(i,7)=K(i,4)-K(i,2)
    K(i,8)=K(i,5)-K(i,2)
    m=0;
    for j=1:i-1
        if K(j,5)<K(i,2)
            m=m+1;
        end;
    end;
    K(i,6)=i-m-1
end;
```

Результат моделирования представлен в таблице:

Array Editor: K

File Edit View Web Window Help

Numeric format: shortG Size: 20 by 8

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	11	19	11	30	0	0	19
2	2	14	16	30	46	1	16	32
3	3	22	12	46	58	2	24	36
4	4	45	0	58	58	2	13	13
5	5	49	7	58	65	2	9	16
6	6	50	3	65	68	3	15	18
7	7	61	4	68	72	2	7	11
8	8	75	25	75	100	0	0	25
9	9	76	24	100	124	1	24	48
10	10	77	5	124	129	2	47	52
11	11	80	5	129	134	3	49	54
12	12	87	13	134	147	4	47	60
13	13	115	3	147	150	4	32	35
14	14	117	2	150	152	5	33	35
15	15	124	10	152	162	6	28	38
16	16	132	11	162	173	5	30	41
17	17	150	5	173	178	4	23	28
18	18	187	3	187	190	0	0	3
19	19	196	0	196	196	0	0	0
20	20	196	19	196	215	1	0	19

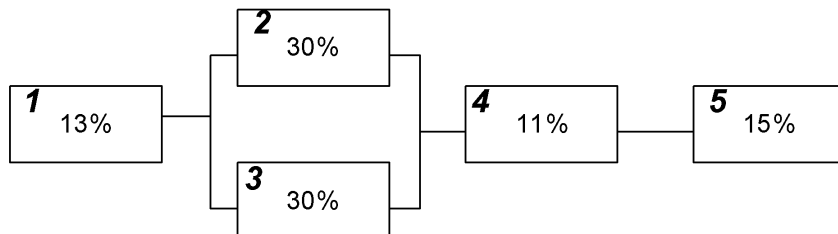
Задания

Реализовать приведенные примеры с помощью всех описанных программ

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 17. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОРГАНИЗАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Теоретическая часть.

Пример 1. Система включает в себя 5 приборов:



Вероятность выхода из строя каждого прибора указана на рисунке. С помощью имитационной модели найти вероятность выхода из строя всей системы.

Очевидно, что вероятность выхода из строя всей системы произойдет в случае, если выйдут из строя приборы 1 или 4 или 5 или одновременно 1 и 2.

При моделировании для каждого прибора необходимо предусмотреть случайные числа, равномерно распределенные в интервале от 0 до 99. При этом 13% этих чисел для 1-го прибора будут отображать 13%-ю вероятность выхода из строя 1-го прибора, 30% чисел – 30%-ю вероятность выхода из строя 2-го прибора и т.д. Таким образом, имея случайные числа в диапазоне от 1 до 100, экспериментальную таблицу можно представить следующим образом:

Таблица 1.

Выход прибора из строя	1	2	3	4	5
Случайное число	0-13	0-30	0-30	0-11	0-15

Модель в среде табличного процессора Excel может выглядеть следующим образом:

Таблица 2.

Случайные числа для прибора					Выход из строя прибора (1-вышел из строя)				Выход из строя системы
1	2	3	4	5	1	2 или 3	4	5	
65	21	13	54	86	0	1	0	0	1
11	33	23	22	26	1	0	0	0	1
72	27	36	88	14	0	0	0	1	1
83	25	71	81	68	0	0	0	0	0
27	74	56	44	69	0	0	0	0	0

Макет 1-3 строк данного листа Excel приведен ниже:

Случайные числа для прибора				
1	2	3	4	5
=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)

Выход из строя прибора (1-вышел из строя)				Выход из строя системы
1	2 или 3	4	5	
=ЕСЛИ(A3>13;0;1)	=ЕСЛИ(И((B3<30);(C3<30));1;0)	=ЕСЛИ(D3>11;0;1)	=ЕСЛИ(E3>15;0;1)	=СУММ(F3:I3)

Выполнив определенное число экспериментов, можно с заданной точностью определить вероятность выхода из строя всей системы.

Пример 2. Управление запасами. Спрос на некую модель телевизора показан в таблице:

Таблица 3.

Ежедневный спрос					
Кол-во проданных телевизоров	0	1	2	3	4
Процентная частота	10	22	37	28	3

Известно, что

- 1) Исходный уровень запасов составляет 12 телевизоров.
- 2) Уровень запасов проверяется в начале каждого дня. Когда он становится менее 10, размещается заказ на новую партию из 8 телевизоров.
- 3) Заказ исполняется за 2 дня.

Требуется определить:

- а) средний уровень запасов;
- б) количество заказов, которое необходимо разместить в течение 15 дней.

Как и в предыдущем примере, для построения модели можно взять двузначные случайные числа. Первые 10% случайных чисел (00—09) показывают нулевой спрос, следующие 22% — спрос на 1 телевизор и т. д. В таблице ниже показаны случайные числа, которые будут использоваться при моделировании спроса на телевизоры:

Таблица 4.

Ежедневный спрос					
Кол-во телевизоров:	0	1	2	3	4
Случайные числа:	00 - 09	10-31	32 - 68	69 - 96	97-99

С помощью таблицы случайных чисел можно смоделировать спрос на телевизоры в течение определенного периода. В таблице показана модель спроса в течение 15 дней:

Таблица 5.

день	исходный уровень запасов	спрос		размещенные заказы	Полученные заказы	уровень запасов при закрытии
		случ. число	величина			
1	12	20	1	0	0	11
2	11	14	1	0	0	10
3	10	19	1	0	0	9
4	9	31	1	8	0	8
5	8	2	0	0	0	8
6	8	89	3	0	8	13
7	13	63	2	0	0	11
8	11	63	2	0	0	9
9	9	3	0	8	0	9
10	9	16	1	0	0	8
11	8	12	1	0	8	15
12	15	67	2	0	0	13
13	13	0	0	0	0	13
14	13	91	3	0	0	10
15	10	37	2	0	0	8

В этой таблице значения в столбцах получены следующим образом:

1) **Спрос.** Эти значения смоделированы с помощью случайных чисел и в соответствии с таблицей 4.

2) **Исходный уровень запасов.** В день 1 исходный уровень запасов известен и равен 12. В последующие дни исходный уровень запасов равен уровню запасов по закрытии предыдущего дня.

3) **Размещение заказов.** Заказ на 8 телевизоров размещается в тот день, когда уровень запасов становится равен 10 или менее телевизоров. До получения текущего заказа другие заказы не размещаются (т.е. как минимум в 2 предыдущих дня не было сделано заказов).

4) **Получение заказов.** Доставка 8-ми телевизоров займет два дня после размещения заказа.

5) **Уровень запасов при закрытии.** Уровень запасов в конце каждого дня рассчитывается следующим образом:

Уровень запасов при закрытии = Исходный уровень запасов - Спрос + Полученные заказы

Из полученной таблицы можно получить значения среднего уровня запасов (для данного случая – 10,6 шт.) и частоту размещения заказов (для данного случая – 2).

Решение данной задачи в среде Matlab приведено ниже:

начало

```
%1 строка
A(1,1)=1;
A(1,2)=12;
x=random('unif',0,99)
if x<10
    A(1,3)=0
elseif x<32
    A(1,3)=1
elseif x<69
    A(1,3)=2
elseif x<98
    A(1,3)=3
else
```

окончание

```
if A(2,2)<10
    A(2,4)=8;
end
A(2,5)=0;
A(2,6)=A(2,2)-A(2,3)+A(2,5);
% остальные строки
for i=3:15
    A(i,1)=i
    A(i,2)=A(i-1,6)
    x=random('unif',0,99)
    if x<10
        A(i,3)=0
    elseif x<32
```

```

A(1,3)=4
end;
A(1,4)=0;
A(1,5)=0;
A(1,6)=A(1,2)-A(1,3);
%2 строка
A(2,1)=2;
A(2,2)=A(1,6);
x=random('unif',0,99)
if x<10
    A(2,3)=0
elseif x<32
    A(2,3)=1
elseif x<69
    A(2,3)=2
elseif x<98
    A(2,3)=3
else
    A(2,3)=4
end;

```

```

A(i,3)=1
elseif x<69
    A(i,3)=2
elseif x<98
    A(i,3)=3
else
    A(i,3)=4
end;
if (A(i,2)<10)&(A(i-1,4)==0)&(A(i-2,4)==0)
    A(i,4)=8;
end
if A(i-2,4)==8
    A(i,5)=8;
else
    A(i,5)=0;
end
A(i,6)=A(i,2)-A(i,3)+A(i,5)
End

```

Здесь столбцы матрицы А имеют следующие значения:

- 1 – день
- 2 – исходный уровень запасов
- 3 – спрос
- 4 – размещенные заказы
- 5 – полученные заказы
- 6 – уровень запасов при закрытии

Пример 2.1. В предыдущей модели не учтено возникновение дефицита в том случае, когда уровень запасов меньше спроса. Рассмотрим ситуацию, когда размещается заказ на 4 телевизора при достижении уровня запасов отметки 3 и менее телевизоров.

Известно следующее:

- 1) Продажная цена телевизора составляет 100 у.е.
- 2) Затраты вследствие дефицита составляют 150 у.е. на непроданную единицу.
- 3) Затраты на хранение запасов составляют 5 у.е. в день на 1 телевизор (исходя из исходного уровня запасов).

Экспериментальная таблица для переработанной модели будет выглядеть следующим образом:

день	исходный уровень запасов	спрос		размеще нные заказы	Получен ные заказы	Дефицит	Прода но	Выручка	Затраты на хранение	Затраты вследствие дефицита	уровень при закрыти и
		случ. число	вел ич ин а								
1	12	93	3	0	0	0	3	300	60	0	9
2	9	65	2	0	0	0	2	200	45	0	7
3	7	94	3	0	0	0	3	300	35	0	4
4	4	20	1	0	0	0	1	100	20	0	3
5	3	8	0	4	0	0	0	0	15	0	3

6	3	84	3	0	0	0	3	300	15	0	0
7	0	51	2	0	4	0	2	200	0	0	2
8	2	66	2	4	0	0	2	200	10	0	0
9	0	62	2	0	0	-2	0	0	0	300	0
10	0	72	3	0	4	0	3	300	0	0	1
11	1	24	1	4	0	0	1	100	5	0	0
12	0	42	2	0	0	-2	0	0	0	300	0
13	0	46	2	0	4	0	2	200	0	0	2
14	2	15	1	4	0	0	1	100	10	0	1
15	1	68	3	0	0	-2	1	100	5	300	0

Макет данного листа в среде Excel выглядит следующим образом:

день	исходный уровень запасов	спрос		
		случ. число	величина	
1	12	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=ЕСЛИ(С3<10;0;ЕСЛИ(С3<32;1;ЕСЛИ(С3<68;2;ЕСЛИ(С3<97;3;4))))	
2	=L3	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=ЕСЛИ(С4<10;0;ЕСЛИ(С4<32;1;ЕСЛИ(С4<68;2;ЕСЛИ(С4<97;3;4))))	
3	=L4	=СЛУЧМЕЖДУ(0;99)	=ЕСЛИ(С5<10;0;ЕСЛИ(С5<32;1;ЕСЛИ(С5<68;2;ЕСЛИ(С5<97;3;4))))	
размещенные заказы		Полученные заказы	Дефицит	Продано
=ЕСЛИ(В3<10;4;0)		0	=ЕСЛИ((В3+F3)<D3;B3-D3;0)	=D3+G3
=ЕСЛИ(В4<4;4;0)		0	=ЕСЛИ((В4+F4)<D4;B4-D4;0)	=D4+G4
=ЕСЛИ(И(В5<4;Е4=0;Е3=0);4;0)		=ЕСЛИ(Е3=4;4;0)	=ЕСЛИ((В5+F5)<D5;B5-D5;0)	=D5+G5
Выручка	Затраты на хранение	Затраты вследствие дефицита	уровень при закрытии	
=Н3*100	=5*В3	=G3*(-1)*150	=ЕСЛИ(В3-D3+F3<0;0;B3-D3+F3)	
=Н4*100	=5*В4	=G4*(-1)*150	=ЕСЛИ(В4-D4+F4<0;0;B4-D4+F4)	
=Н5*100	=5*В5	=G5*(-1)*150	=ЕСЛИ(В5-D5+F5<0;0;B5-D5+F5)	

Пример 3. Анализ вариантов обслуживания автобусов.

Каждый рейсовый автобус должен по плану сделать ровно N рейсов в день. Каждый день свой *первый* рейс автобус начинает в хорошем, т.е. полностью *исправном* состоянии. Если автобус начинает *определенный* рейс в хорошем состоянии, то он имеет ненулевую вероятность того, что закончит его в некотором *ухудшенном* состоянии.

Ухудшенное состояние автобуса характеризуется тем, что автобус может продолжать свой путь, т.е. возникла некая небольшая неисправность. Ремонт такой неисправности занял бы время одного рейса, причем производится он по окончании текущего рейса.

Если автобус продолжает работу в ухудшенном состоянии, то существует некоторая ненулевая вероятность, что он может перейти в полностью нерабочее состояние. В этом случае приходится отменять все оставшиеся на текущий день рейсы, т.к. автобус будет находиться в

ремонте до конца дня. Каждый новый день автобус начинает в исправном состоянии независимо от того, в каком состоянии закончил предыдущий день.

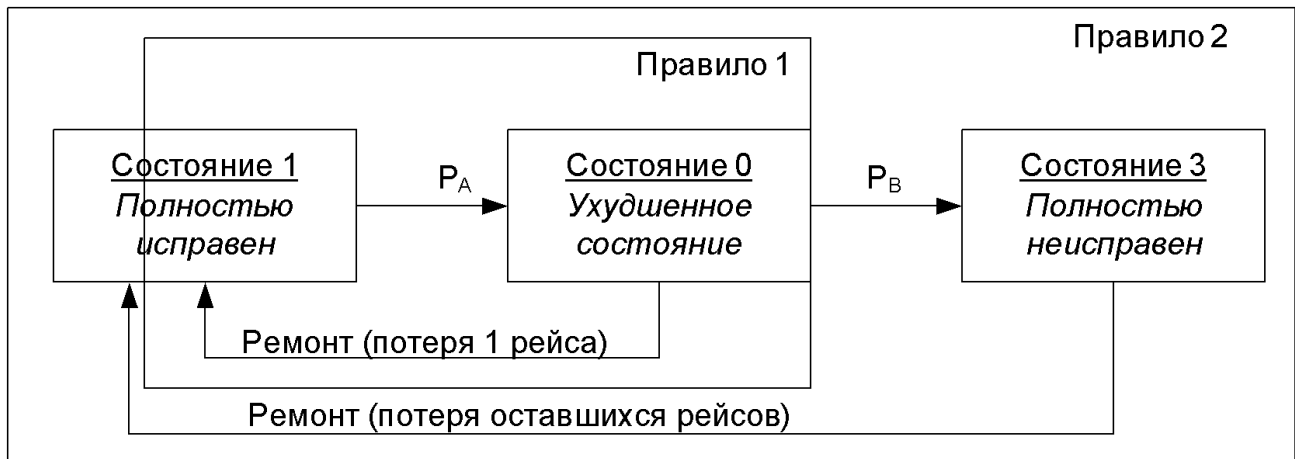
Администрация парка выбирает между двух правил (стратегий):

Правило 1 – производить ремонт небольших неисправностей сразу же, как автобус переходит в ухудшенное состояние

Правило 2 – эксплуатировать автобус до его полной поломки, не устраняя небольших неисправностей.

Определить правило, при котором обеспечивается максимум среднего числа рейсов в день.

Все возможные состояния автобуса (и переходы) можно изобразить в виде графа:



Очевидно, что при следовании Правилу 1, автобус может находиться только в состояниях 1 или 0, причем переход из состояния 1 в состояние 0 возможен с вероятностью P_A . Из состояния 0 автобус всегда переходит в состояние 1 с потерей 1 рейса.

В качестве примера приведено решение задачи для Правил 1 в среде MathCad. Здесь принята вероятность P_A перехода из состояния 1 (автобус полностью исправен) в состояние 0 (автобус неисправен) равной 30%. Число строк матрицы A соответствуют числу экспериментальных дней, число столбцов – числу планируемых рейсов в день плюс суммарный столбец ($A_{k,N+1}$) – количество произведенных рейсов. Переменная SR определяет среднее количество произведенных рейсов в день в течении заданных экспериментальных дней.

×èñëï ðáéñîâ â ääü

RD := 5

×èñëï äíäé

KD := 8

S(D, N) :=

for k ∈ 0.. D - 1	A _{k,0} ← 1
	A _{k,N-1} ← 1
for i ∈ 1.. N - 2	x ← rnd(99) if A _{k,i-1} = 1
	x ← 99 otherwise
	A _{k,i} ← 0 if x < 30
	A _{k,i} ← 1 otherwise
	A _{k,N-1} ← A _{k,N-1} + A _{k,i}

A

$$S(KD, RD + 1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$SR := \frac{\sum S(KD, RD + 1)^{\langle 5 \rangle}}{KD}$$

Практическая часть

Перед тем, как приступить к выполнению заданий практической части, рекомендуется проверить решения приведенных в теоретической части примеров.

Задание 1 рекомендуется выполнить во всех 3 предложенных средах (MathCad, Matlab, Excel).

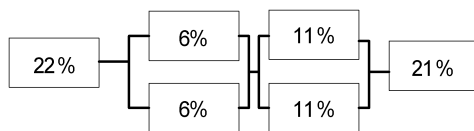
Отчет должен содержать:

1. Математическую модель эксперимента
2. Тексты модулей (макет листа для Excel) решения всех задач
3. Обработанные результаты моделирования (с определением оптимального числа прогонов каждой модели).

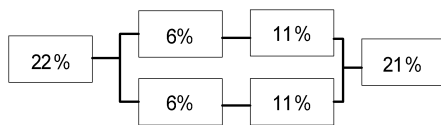
Задание 1. (по вариантам)

Вероятность отказа каждого из приборов в цепи показана на рисунке. Определить вероятность отказа всей цепи:

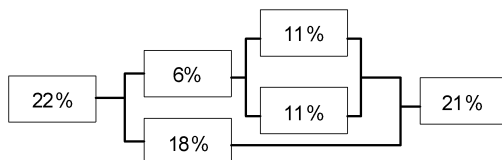
Вариант 1



Вариант 2



Вариант 3



ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 18. ПОЛУЧЕНИЕ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Теоретическая часть.

а. Оценка статистических данных.

Пример 1. В городе имеется транспортное агентство для обслуживания населения. Число заявок на обслуживание случайно и представлено выборкой 1. Время перевозок (включая время возвращения в гараж), так же случайно и представлено выборкой 2.

Выборка 1 число заявок на перевозку за день

X1 =

6	3	4	1	8	6	8	1	1	8	7	1	9	1	6	1	5	8	6	1
			1				2	1			6		1		1				2
8	7	1	6	1	6	6	9	6	7	3	3	8	9	6	1	1	9	1	1
		2		4											4	3		0	2
1	4	8	9	1	8	5	8	9											
1				0															

Выборка 2 Время обслуживания одной заявки в часах.

X2 =

2	5	2	7	1	5	4	1	2	24	2	2	1	1	11	3	8	1	1	73
5	2	2		5	5	3	1	5		3	4	3	5		8		8	4	
8	4	2	4	3	6	1	1	2	11	1	4	4	3	12	3	5	1	5	12
	8	2		0		7	2	3	2	0	5		2	3	9	9	9		
5	7	7	5	1	3	1	2	1	16										
		4	7	0	5	2	8	1											

Прежде чем приступить к исследованию данной системы, необходимо определить характеристики входного и выходного потоков.

Во-первых, входящий поток должен являться простейшим (пуассоновским).

Простейший поток обладает такими важными свойствами:

- 1) Свойством стационарности, которое выражает неизменность вероятностного режима потока по времени. Это значит, что число требований, поступающих в систему в равные промежутки времени, в среднем должно быть постоянным.
- 2) Отсутствия последействия, которое обуславливает взаимную независимость поступления того или иного числа требований на обслуживание в непересекающиеся промежутки времени. Это значит, что число требований, поступающих в данный отрезок времени, не зависит от числа требований, обслуженных в предыдущем промежутке времени.
- 3) Свойством ординарности, которое выражает практическую невозможность

одновременного поступления двух или более требований (вероятность такого события неизмеримо мала по отношению к рассматриваемому промежутку времени, когда последний устремляют к нулю).

Одним из признаков того, что случайная величина распределена по закону распределения Пуассона, является совпадение математического ожидания случайной величины и дисперсии этой же случайной величины, то есть:

$$\sigma^2 = \mu.$$

В качестве оценки для математического ожидания обычно выбирают выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^N n_k \cdot x_k,$$

а в качестве оценки дисперсии - выборочную дисперсию:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^N n_k \cdot (x_k - \bar{x})^2,$$

где n - объём выборки $X_1 = \{x_k | k=1, n\}$;

N - объём вариационного ряда;

n_k - частота x_k в выборке X_1 .

Проведём расчёты (в Excel):

	выборка
	6
	3
	4
...	
	5
	8
	9
Среднее	8,326530
	6
Дисперсия	9,224489
	8
Отношени е	0,902654
	9

	выборка
	6
	3
	4
...	
	5
	8

	9
Среднее	=СРЗНАЧ(B2:B50)
Дисперсия	=ДИСП(B2:B50)
Отношение	
е	=B51/B52

Так как входной поток обладает всеми свойствами простейшего потока, а отношение математического ожидания и дисперсии близко к 1, можно сделать вывод о том, что входной поток распределен по закону Пуассона со средним $\lambda=8$.

Во-вторых, время обслуживания заявок должно подчиняться экспоненциальному закону распределения. Показательный (экспоненциальный) закон распределения времени обслуживания имеет место тогда, когда плотность распределения резко убывает с возрастанием времени t . Например, когда основная масса требований обслуживается быстро, а продолжительное обслуживание встречается редко. Наличие показательного закона распределения времени обслуживания устанавливается на основе статистических наблюдений. Для проверки гипотезы о соответствии распределения эмпирической случайной величины теоретическому можно воспользоваться критерием А.Н.Колмогорова.

Пусть задана выборка $X_2 = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ случайной величины ξ , которая выражает длительность (время) обслуживания заявок одним из каналов исследуемой системы массового обслуживания. Выборка X_2 имеет объём $n=50$.

Гипотеза H_0 заключается в том, что случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\nu = \bar{\nu}$, т.е.

$$F_{\xi}(t) = 1 - e^{-\bar{\nu} \cdot t},$$

где $\bar{\nu}$ - оценка параметра показательного распределения ν , которая находится как обратная величина к исправленному среднему выборочному $\bar{t}$:

$$\bar{\nu} = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{\bar{t}},$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_k,$$

где

а t_k - элемент выборки X_2 , выражает чистое время обслуживания k -той заявки, поступившей в систему массового обслуживания.

Дальнейший этап исследования заключается в построении эмпирической функции распределения $F_n(t)$. Для этой цели по выборке X_2 строится вариационный ряд $X\tilde{2} = \{t'_1, t'_2, \dots, t'_N\}$, где $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_N$ - строго упорядоченные, а каждому значению t'_k отвечает соответствующая ему частота n_k , равная числу

повторений t_k в выборке X2, причем выполняется тождество:

$$\sum_{k=1}^N n_k = n$$

Тогда эмпирическую функцию распределения можно записать в виде:

$$F_n(t) = \begin{cases} 0, & \dots, t \leq t'_1; \\ \sum_{t'_k < t} \frac{n_k}{n}, & \dots, t'_1 < t \leq t'_N; \\ 1, & \dots, t > t'_N. \end{cases}$$

После того, как эмпирическая функция распределения построена, можно вычислить разности

$$\delta_n(t) = |F_n(t) - F(t)|$$

в точках $t'_1, t'_2, \dots, t'_N$, и $t'_1 + \varepsilon, t'_2 + \varepsilon, t'_N + \varepsilon$ где ε - достаточно малое число, скажем 10^{-6} .

$$\Delta_n = \left\{ \delta_n(t'_n); \delta_n(t'_n + \varepsilon) \right\}$$

Далее проводим проверку гипотезы. По найденному значению Δ_n проверяется гипотеза H_0 , сравнивая Δ_n с величиной $\frac{z}{\sqrt{n}}$. Если $\Delta_n < \frac{z}{\sqrt{n}}$, то гипотезу H_0 о том, что время обслуживания заявок подчинено показательному закону с параметром $\nu = \bar{\nu}$, можно считать не противоречащей опытным данным.

Произведем расчеты (в Excel):

Расчет параметра показательного распределения:	Выборка
	25
	8
...	
	73
	12
Среднее	28,02
Объем выборки	50
V=	0,034975

	Выборка
--	----------------

	25
	8
	...
	73
	12
Среднее	=СРЗНАЧ(В2:В51)
Объем выборки	=СЧЁТ(В2:В51)
V=	=(B53-1)/(B53*B52)

а. Построение эмпирической функции распределения. Для построения эмпирической функции распределения можно воспользоваться функцией пакета анализа Excel «Гистограмма».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Выборка		Возможные значения				
2		25		4				
3		8		5				
4		5		6				
5		52		7				
6		48		8				
7		7		9				
8		22		10				
9		22		11				
10		74		12				
11		7		13				
12		4		14				
13		57		15				
14		15		16				
15		30		17				
16		10		18				
17		55		19				
18		6		22				
19		35		23				
20		43		24				
21		17		25				
22		12		28				
23		11		30				
24		12		32				
25		28		35				
26		25		38				
27		23		39				
28		11		43				
29		24		45				
30		...		...				

Гистограмма

Входные данные

Входной интервал:

\$B\$2:\$B\$51

Интервал карманов:

\$D\$2:\$D\$38

☐ Метки

Параметры вывода

☒ Выходной интервал:

\$F\$3:\$G\$24

☐ Новый рабочий лист:

☐ Новая рабочая книга

☐ Парето (отсортированная гистограмма)
 ☒ Интегральный процент
 ☐ Вывод графика

OK

Отмена

Справка

3. Вычисление разностей:

t	$F_n(t)$	$F(t)$	$\delta(t)$	$F(t+\varepsilon)$	$\delta(t+\varepsilon)$
4	0,04	0,1305 5	0,09055 5	0,13055 5	0,09055 5
5	0,08	0,1604 4	0,08043 8	0,16043 8	0,08043 8
6	0,10	0,1892 9	0,08929 4	0,18929 5	0,08929 5
		...			
73	0,94	0,9221 7	0,01783 4	0,92216 6	0,01783 4
74	0,96	0,9248 4	0,03515 9	0,92484 1	0,03515 9
112	0,98	0,9801 0	0,00010 3	0,98010 3	0,00010 3

12 3	1,00	0,9864 6	0,01354 2	0,98645 8	0,01354 2
		max	0,09055		0,09056

t	$F_n(t)$	$F(t)$	$\delta(t)$	$F(t+\varepsilon)$	$\delta(t+\varepsilon)$
4	0,04	=1-EXP(-\$B\$54*F4)	=ABS(G4-H4)	=1-EXP(-\$B\$54*(F4+0,00001))	=ABS(G4-J4)
5	0,08	=1-EXP(-\$B\$54*F5)	=ABS(G5-H5)	=1-EXP(-\$B\$54*(F5+0,00001))	=ABS(G5-J5)
6	0,1	=1-EXP(-\$B\$54*F6)	=ABS(G6-H6)	=1-EXP(-\$B\$54*(F6+0,00001))	=ABS(G6-J6)
...					
73	0,94	=1-EXP(-\$B\$54*F37)	=ABS(G37-H37)	=1-EXP(-\$B\$54*(F37+0,00001))	=ABS(G37-J37)
74	0,96	=1-EXP(-\$B\$54*F38)	=ABS(G38-H38)	=1-EXP(-\$B\$54*(F38+0,00001))	=ABS(G38-J38)
11 2	0,98	=1-EXP(-\$B\$54*F39)	=ABS(G39-H39)	=1-EXP(-\$B\$54*(F39+0,00001))	=ABS(G39-J39)
12 3	1	=1-EXP(-\$B\$54*F40)	=ABS(G40-H40)	=1-EXP(-\$B\$54*(F40+0,00001))	=ABS(G40-J40)
		max	=МАКС(I4:I40)		=МАКС(K4:K40)

2. Принятие решения:

Значение z для заданного уровня значимости $\alpha=0,0005$: $z=1,358102$

$$\Delta_n = 0,0905$$

$$\frac{z}{\sqrt{n}} = 0,19$$

Так как $\Delta_n < \frac{z}{\sqrt{n}}$ - гипотеза принимается.

С 0,05% уровнем значимости можно считать, что время обслуживания заявок имеет показательное распределение.

2. Построение модели на основе полученных данных.

В случае, когда моделировать случайную величину с заданным распределением оказывается неудобно или трудно подобрать известное теоретическое наблюдение, можно воспользоваться построением эмпирической функции распределения.

Пример 2. На основе данных о времени продолжительности обслуживания заявок из Примера 1 можно построить удобную для моделирования функцию распределения. Для этого можно воспользоваться инструментом «Гистограмма» из пакета анализа Excel.

Разобьем выборку X_2 на интервалы:

0-4	5-10	11-15	16-25	26-40	40-50	50-70	>70
-----	------	-------	-------	-------	-------	-------	-----

В результате применения инструмента «Гистограмма» с использованием этих интервалов получаем следующую функцию распределения:

<i>Карма</i> <i>н</i>	<i>Частот</i> <i>а</i>	<i>Интегральны</i> <i>й %</i>
4	2	4,00%
10	9	22,00%
15	10	42,00%
25	12	66,00%
40	6	78,00%
50	3	84,00%
70	4	92,00%
>70	4	100,00%

На основе этой функции можно строить имитационную модель с использованием равномерно распределенных случайных чисел.

2. Методы получения наблюдений.

Пример 3. В результате моделирования была получена следующая таблица:

	прибыти е	обслуживани е	длина очереди
1	8:03	1	0
2	8:10	7	0
3	8:13	1	1
4	8:22	2	0
5	8:30	4	0
6	8:37	7	0
7	8:42	2	1
8	8:43	1	2
9	8:48	10	0
10	8:55	10	1
11	8:58	5	1
12	8:58	1	2
13	9:04	9	3
14	9:13	1	2
15	9:15	8	2
16	9:24	6	1
17	9:29	5	2
18	9:36	4	2
19	9:37	2	3
20	9:43	4	2
21	9:53	4	0
22	10:01	4	1

23	10:06	2	2
24	10:10	9	1
25	10:14	5	1

Необходимо определить среднюю длину очереди.

Очевидно, что первые несколько (5-7) наблюдений относятся к переходному состоянию системы и их наличие может сильно сместить оценку средней длины очереди, особенно при таком небольшом (25) количестве наблюдений. Поэтому применяются различные методы получения наблюдений.

1. Метод подынтервалов

Метод основан на разбиении каждого прогона модели на равные промежутки. Возьмем промежуток равный 5 минутам. Так, для данного примера:

Прибытие	Длина очереди	Средняя на интервале	
8:00	0	1	0,05
8:05	0		
8:10	0		
8:15	1		
8:20	1	1	0,05
8:25	0		
8:30	0		
8:35	0		
8:40	0	3	0,15
8:45	2		
8:50	0		
8:55	1		
9:00	2	1	0,5
9:05	3		
9:10	3		
9:15	2		
9:20	2	7	0,35
9:25	1		
9:30	2		
9:35	2		
9:40	3	7	0,35
9:45	2		
9:50	2		
9:55	0		
10:00	0	4	0,2
10:05	1		
10:10	2		
10:15	1		

Средняя длина
очереди
Дисперсия

0,33
0,028928571

прибытие	обслуживание	длина очереди	Длина очереди на интервале	Средняя длина
8:03	1	0	1	0,2
8:10	7	0		
8:13	1	1		
8:22	2	0		
8:30	4	0		
8:37	7	0	4	0,8
8:42	2	1		
8:43	1	2		
8:48	10	0		
8:55	10	1		
8:58	5	1	10	2
8:58	1	2		
9:04	9	3		
9:13	1	2		
9:15	8	2		
9:24	6	1	10	2
9:29	5	2		
9:36	4	2		
9:37	2	3		
9:43	4	2		
9:53	4	0	6	1,2
10:01	4	1		
10:06	2	2		
10:10	9	1		
10:14	5	1		

Средняя длина очереди
Дисперсия

1,2
0,91666667

1,24
0,608

2. Метод циклов.

прибытие	обслуживание	длина очереди	Zi	ti	xi	yi
8:03	1	0	1	3	0,33333 3	0,845455
8:10	7	0				
8:13	1	1				
8:22	2	0	3	5	0,6	0,75
8:30	4	0				
8:37	7	0				
8:42	2	1				

3 5 0,6 0,75

8:43	1	2				
8:48	10	0				
8:55	10	1				
8:58	5	1				
8:58	1	2				
9:04	9	3				
9:13	1	2				
9:15	8	2				
9:24	6	1				
9:29	5	2				
9:36	4	2				
9:37	2	3				
9:43	4	2	21	12	1,75	2,723077
9:53	4	0				
10:01	4	1				
10:06	2	2				
10:10	9	1				
10:14	5	1	5	5	1	1,05
Среднее			1,2	7,5	6,25	1,342133
Дисперсия			0,916666667			0,86322

Практическая часть

Отчет по практической должен содержать для каждого задания:

4. Модуль вычислений (лист Excel)
5. Выводы.

Задание 1. (по вариантам).

Определить, является ли данная модель СМО типа (М/М/1); результаты наблюдения за системой показаны в таблице.

Задание 2. (по вариантам). По исходным данным своего варианта смоделируйте систему массового обслуживания и с помощью различных методов (метод повторов, метод подынтервалов, метод циклов) получите значение средней длины очереди в данной системе.

Вариант 1		Вариант 2			Вариант 3	
Время поступления	Длительность обслуживания	Промежуток между заявками	Количество заявок	Длительность обслуживания	Время поступления	Время выбытия
8:06	7	19	1	4	8:06	8:40
8:18	5	21	1	4	8:40	8:46
8:28	11	23	1	7	9:27	9:42
8:39	13	21	1	6	10:01	10:20
8:52	4	14	1	9	10:38	10:48
9:06	11	18	1	7	11:11	11:22
9:13	6	29	1	10	11:45	11:53
9:23	8	24	1	10	12:13	12:24
9:35	13	16	1	7	12:46	13:03

9:44	11	30	2	11	13:09	13:29
9:50	6	24	1	3	13:43	14:10
10:01	4	19	1	12	14:18	14:39
10:14	8	17	1	2	14:55	15:14
10:25	10	14	1	7	15:33	15:48
10:31	8	30	2	8	16:06	16:18
10:43	4	23	1	6	16:42	17:07
10:54	6	13	1	2	17:27	17:31
11:07	12	21	1	3	17:56	18:08
11:19	3	17	1	11	18:31	18:46
11:31	8	18	1	12	19:03	19:21
11:37	4	23	1	9	19:31	19:43
11:50	9	21	1	7	20:08	20:23
12:02	7	21	1	10	20:46	21:00
12:10	6	16	1	11	21:23	21:40
12:19	7	25	1	11	21:56	22:09
12:27	6	15	1	3	22:28	22:45
12:35	8	30	2	8	23:03	23:15
12:47	6	26	1	8	23:35	23:41
12:58	4	19	1	5	0:12	0:34
13:05	9	15	1	5	0:48	1:06
13:18	10	27	1	8	1:19	1:24
13:27	10	16	1	8	1:51	2:04
13:38	9	23	1	7	2:27	2:30
13:49	8	22	1	5	3:01	3:23
13:55	11	14	1	3	3:44	4:02
14:02	7	27	1	11	4:24	4:42
14:12	8	20	1	11	4:53	4:55
14:19	7	22	1	6	5:41	5:57
14:30	11	18	1	5	6:15	6:35
14:38	12	20	1	6	6:50	7:02
14:47	5	19	1	3	7:22	7:38
14:52	17	20	1	9	7:55	8:11
14:55	11	20	1	7	8:34	8:44
15:02	9	19	1	7	9:08	9:22
15:09	7	28	2	3	9:47	10:00
15:25	7	18	1	8	10:18	10:28
15:33	8	20	1	5	10:55	11:09
15:37	3	19	1	4	11:34	11:49
15:43	6	14	1	11	12:15	12:28
15:57	4	19	1	9	12:49	13:06

Использованная литература

1. *Лыкин А. В.* Математическое моделирование электроэнергетических систем и их элементов: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 120 с.
2. *Лыкин А. В.* Mathcad в задачах электроэнергетики: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1998. – 86 с.
3. *Кадомская К. П.* Основы теории случайных процессов: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. – 68 с.
4. *Гурский Е. И.* Теория вероятностей с элементами математической статистики. – М.: Высшая школа, 1971. – 328 с.
5. *Ефимов А. Н.* Предсказание случайных процессов. – М., 1976. – 64 с.
6. *Дьяконов В.* Mathcad 8/2000: Специальный справочник – СПб: Изд-во «Питер», 2000. – 592 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по организации самостоятельной работы
по дисциплине

«Моделирование процессов в электроэнергетических системах»

для студентов направления подготовки /специальности

13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника»,

Магистерская программа «Мониторинг и управление режимами электрических сетей на базе
интеллектуальных

информационно-измерительных систем и технологий "

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

Методические указания по самостоятельной работе составлены в соответствии с рабочей программы дисциплины «Моделирование процессов в электроэнергетических системах» и Положения об учебно-методическом комплексе дисциплины к подготовке выпускника для получения квалификации: магистр.

Утверждены на заседании кафедры АЭСиЭ (протокол №_ от "___" _____ 20___ г.).

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника», Магистерская программа "Мониторинг и управление режимами электрических сетей на базе интеллектуальных информационно-измерительных систем и технологий"

Составитель:

Доцент кафедры АЭС и Э, канд.техн.наук, Степанова А.А.

Оглавление

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

101

1. СТРУКТУРА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

102

2. МЕТОДИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

103

2.1. Методика самостоятельной работы по подготовке к лекции

103

2.2. Методика самостоятельной работы по подготовке к практическим занятиям

104

2.3. Методика самостоятельной работы по самостоятельному изучению литературы

106

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

110

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Дисциплина «Моделирование процессов в электроэнергетических системах» является основной, призванной формировать профессиональную подготовку магистрантов, обучающихся по направлению 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника», магистерская программа "Мониторинг и управление режимами электрических сетей на базе интеллектуальных информационно-измерительных систем и технологий" в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования. Самостоятельная работа, наряду с аудиторными занятиями, составляет основу успешного освоения учебного курса, приобретения профессионализма и повышения компетентности.

1. СТРУКТУРА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Общий объём самостоятельной работы составляет 81 астр. час.

Самостоятельная работа распределена следующим образом:

Вид деятельности студентов	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Объем часов
Подготовка к лекции	Конспект	Собеседование	24
Подготовка к практическому занятию	Письменный отчет	Собеседование	24
Самостоятельное изучение литературы	Конспект	Собеседование Тестирование	24
ИТОГО			72

2. МЕТОДИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

2.1. Методика самостоятельной работы по подготовке к лекции

При подготовке к лекции в первую очередь необходимо прочитать конспект лекции.

Конспект лекции следует рассматривать как источник информации по конкретной дисциплине или группе дисциплин. Любой источник информации содержит лишь некоторый набор сведений, далеко не исчерпывающий существующие точки зрения, статистические данные, аналитические выкладки, касающиеся прямо или косвенно данной тематики. В силу этого обстоятельства конспекты лекций рекомендуется расширять и обогащать, активно используя дополнительную литературу.

Даже самого лучшего конспекта недостаточно, чтобы безупречно подготовиться к тесту, семинару, зачету, экзамену. Конспект лекций – один (но далеко не единственный) из основных источников информации по конкретному курсу, помимо рекомендованных учебников, учебных и учебно-методических пособий, научных работ, аналитических и статистических сборников и прочего. При этом преподаватель в процессе оценки знаний студента обычно ориентируется именно на прочитанные им лекции, поэтому конспекты следует использовать при подготовке к ответу в обязательном порядке.

Во-первых, тему целесообразно учить в соответствии с планом, отмеченным в конспекте. В учебниках различных авторов в соответствии с их подходом к преподаванию дисциплины темы могут излагаться в различном порядке.

Во-вторых, рекомендованная преподавателем литература по соответствующей теме, отмеченная в конспекте, будет нужна для более широкого обзора темы и охвата всех вопросов, предложенных преподавателем. При этом самостоятельно, без консультации преподавателя, дополнительную литературу подобрать достаточно сложно.

В-третьих, в конспекте содержится уже проработанная информация, не требующая детального подхода к изучению. Стил ь изложения материала в различных литературных источниках далеко не всегда бывает доступным.

В-четвертых, содержание конспекта – минимум, который студент обязан знать в обязательном порядке в соответствии с учебным планом. При этом в авторских учебниках и пособиях отдельным разделам может уделяться большее внимание, чем остальным, а ваш лектор может иметь на этот счет собственное мнение.

В-пятых, конспект окажет вам большую услугу, если рассматривать его как маленькую энциклопедию важнейших вопросов, которые могут быть вам заданы преподавателем. Большинство вопросов при итоговой оценке знаний будет задано с учетом того, что в лекциях предлагались ответы на них.

2.2. Методика самостоятельной работы по подготовке к практическим занятиям

Практические занятия по дисциплине предполагают изучение определенной компьютерной технологии на примере конкретного программного продукта. В ходе самостоятельной подготовки к практическим занятиям студенты готовят программы расчетов, обрабатывают результаты и составляют отчеты.

Форма отчётности – наличие отчетов по решенным задачам, правильность которых проверяет преподаватель и делает соответствующие пометки в журнале.

Ряд практических занятий проводится в форме дискуссии, на которых проходит обсуждение конкретных компьютерных технологий. Обсуждения направлены на освоение научных основ, эффективных методов и приемов решения конкретных практических задач, на развитие способностей к творческому использованию получаемых знаний и навыков. Основная цель заключается в закреплении знаний полученных в ходе прослушивания лекционного материала. Семинар проводится в форме устного опроса студентов по вопросам семинарских занятий, а также в виде решения практических задач

или моделирования практической ситуации. В ходе подготовки к семинару студенту следует просмотреть материалы лекции, а затем начать изучение учебной литературы. Следует знать, что освещение того или иного вопроса в литературе часто является личным мнением автора, построенного на анализе различных источников, поэтому следует не ограничиваться одним учебником или монографией, а рассмотреть как можно больше материала по интересующей теме.

В ходе самостоятельной работы студенту необходимо отслеживать научные статьи в специализированных изданиях.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к семинарскому занятию:

1. Проработать конспект лекций;
2. Прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу;
3. Ответить на вопросы плана семинарского занятия;
4. Выполнить домашнее задание;
5. Проработать тестовые задания и задачи;
6. При затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

При подготовке к семинарским занятиям следует руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя, использовать основную литературу из представленного им списка. Для наиболее глубокого освоения дисциплины рекомендуется изучать литературу, обозначенную как «дополнительная» в представленном списке. При подготовке доклада на семинарское занятие желательно заранее обсудить с преподавателем перечень используемой литературы, за день до семинарского занятия предупредить о необходимых для предоставления материала технических средствах, напечатанный текст доклада предоставить преподавателю

2.3. Методика самостоятельной работы по самостоятельному изучению литературы

Большая часть самостоятельной работы студента состоит в **изучении литературы**. Одна из задач студента – научиться самостоятельно работать с книгой, а это требует определенных затрат энергии и времени. Поэтому надо научиться делать эту работу рационально, то есть необходимо учиться читать.

Методы эффективной работы с книгой в целях развития интеллекта можно условно разделить на две группы:

1. Правильная организация процесса чтения
2. Повышение скорости чтения и восприятия.

В комплексе оба метода могут в 2-3 раза сократить время прочтения различных материалов.

При чтении текста мозг формирует «свою трактовку содержания» прочитанного. Происходит перекодирование сообщения на языке собственных мыслей читателя. Мозг выделяет «ядерное», сущностное значение из текста. Эффективность такой перекодировки зависит от осмысления и внимательности чтения.

Дифференциальный алгоритм чтения в соответствии с блоками позволяет реализовать логико-семантический анализ текста: вначале выделить ключевые слова, затем построить смысловые ряды и, наконец, выделив цепь знаний, сформулировать доминанту. Именно так и только так (по О.А. Андрееву) можно увидеть главное, действительно, проникнуть в суть вещей, явлений, излагаемых автором.

Возможны три основных способа чтения.

- Первый способ – артикуляция или проговаривание вслух (или почти вслух) того, что читаешь. Скорость такого чтения невелика.
- Второй способ – чтение про себя, при котором речевой процесс проявлен в форме внутренней речи, то есть без открытой

артикуляции. Текст, при этом усваивается более эффективно. Способ в принципе допускает быстрое чтение.

- Третий, наиболее совершенный способ чтения – тоже молча, но в условиях максимального сжатия внутренней речи, при котором она проявляется в виде коротких залпов ключевых слов и смысловых рядов, адекватно отражающих смысл текста.

Итак, артикуляция замедляет процесс чтения и от нее необходимо избавиться. Однако не приведет ли сокращение артикуляции при повышении скорости чтения к снижению качества восприятия и осмысления полученной информации?

Как показали исследования психологов, иногда при чтении слова могут быть заменены наглядными представлениями, пространственными схемами. Целые группы слов – одним словом.

Быстро читающие люди обладают способностью, не проговаривая читаемый текст, сразу улавливать и фиксировать замысел автора, а затем усваивать его на уровне внутренней речи. В этом случае, несмотря на высокую скорость чтения, происходит глубокое понимание и усвоение прочитанного, так как основная идея понятна с самого начала. Задачу научиться такому чтению можно решать в два этапа. Первый предполагает сокращение артикуляции, если она ярко выражена, второй – овладение приемами чтения, при которых текст воспринимается крупными информационными блоками.

Перед углубленным чтением любого текста (статьи, книги, конспекта, лекции перед экзаменом) сначала бегло просмотрите его целиком. При этом постарайтесь выявить основные стержневые идеи, наиболее крупные части и логику их изложения. Лишь после такого просмотра переходите к более детальному чтению.

Перед чтением статьи или параграфа учебника попробуйте проделать следующее: прочитайте внимательно первый абзац, потом бегло просмотрите первые или последние фразы следующих абзацев (в них обычно содержится

основная информация), обратите внимание на курсивы, разрядки, подзаголовочный текст и, наконец, внимательно прочтите один-два последних абзаца; постарайтесь выявить основное направление текста и его построение.

Прочитав в тексте интересную идею, полезно остановить свое внимание на ней, прислушаться к тем мыслям, которые она у вас вызвала, подумать о тех последствиях, которые из нее вытекают, попытаться развивать ее дальше.

Существенно замедляют чтение регрессии – частые возвратные движения глаз, многократное повторное прочитывание материала. Возвратиться к уже прочитанному, но недостаточно хорошо понятому участку лучше всего, когда прочитан законченный смысловой фрагмент текста и сделана хотя бы попытка его осмысления, а не в процессе чтения предложения.

Любой текст не однороден по своей информационной насыщенности. В некоторых предложениях, абзацах сконцентрировано очень много информации, например, формулируются основные положения, ведущие идеи и т.д., а другие служат лишь иллюстрацией, фоном. Таким образом, текст имеет «смысловой рельеф». Чем точнее читатель умеет определить степень важности каждого отрезка текста и приспособить к «смысловому барьеру» способ своего чтения (то есть замедлить и углубить в более важных местах и ускорять в менее важных), тем продуктивнее чтение. Постарайтесь гибко варьировать способ работы с текстом в соответствии с его «смысловым барьером».

Чтобы чтение было эффективным, попробуйте по прочитанному всегда отвечать на 6 вопросов: *«Кто делает? Что делает? Когда? Почему? Где? Как?»*

Самостоятельная работа с книгой может быть успешной, если текст не только прочитан, но и законспектирован. Существует несколько **форм записей**, но любая форма записи не даст нужного результата, если не будет пробуждать мысли того, кто ее ведет, если отсутствует активная работа ума и формирование своих выводов из прочитанного.

Выбор формы записи зависит от индивидуальных особенностей человека, его образованности и опыта. При этом не меньшую роль играет назначение

записей, то есть то, какие задачи ставит перед собой человек (для самообразования, для выступления на семинаре, для использования в будущем).

Введение записей мобилизует наряду со зрительной памятью, также и моторную память. Кроме того, у человека, систематически ведущего записи изучаемой литературы, создается свой фонд материалов для быстрого повторения и мобилизации накопленных знаний.

Все записи должны быть убористыми и компактными. Интервалы между строками должны быть достаточными, чтобы вписывать дополнения. Рекомендуется вести записи ручкой, а карандашом или ручкой другого цвета пользоваться для отметок и выделений при последующей работе. Полезно также датировать записи.

Записи могут носить различный характер: план, выписки, тезисы, аннотирование, конспектирование, реферирование.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Перечень основной литературы :

1. Коломейченко, А. С. Информационные технологии : учебное пособие для вузов / А. С. Коломейченко, Н. В. Польшакова, О. В. Чеха. — 2-е изд., перераб. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 212 с. — ISBN 978-5-8114-7564-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/177030>— Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Петров, А. В. Моделирование процессов и систем : учебное пособие / А. В. Петров. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-1886-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212213>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Современные компьютерные технологии / Р.Г. Хисматов. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 83 с. - ISBN 978-5-7882-1559-4

Перечень дополнительной литературы:

1. Информационные технологии. Базовый курс : учебник для вузов / А. В. Костюк, С. А. Бобонец, А. В. Флегонтов, А. К. Черных. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 604 с. — ISBN 978-5-8114-8776-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180821>— Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Титков, В. В Компьютерные технологии. Comsol Multiphysics в задачах энергетики Электронный ресурс : Учебное пособие / В. В. Титков, Э. И. Янчус. - Компьютерные технологии. Comsol Multiphysics в задачах энергетики, 2021-03-25. - Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2012. - 184 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-7422-3684-9
3. Трухин, М.П. Основы компьютерного проектирования и моделирования радиоэлектронных средств Электронный ресурс : практикум / М.П. Трухин. - Основы компьютерного проектирования и моделирования радиоэлектронных средств, 2022-08-31. Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2015. - 136 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7996-1556-7

Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю):

1. Степанова А.А. Методические рекомендации по выполнению практических работ (эл.вид)
2. Степанова А.А. Методические указания по самостоятельной работе (эл.вид).

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля):

1. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО.
2. <http://www.biblioclub.ru> – электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн».