

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Методы оптимизации»
для студентов направления подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Ставрополь 2026г

Содержание

Раздел 1. Концепция одномерной оптимизации

Лабораторная работа 1. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод половинного деления	3
Лабораторная работа 2. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод золотого сечения.....	4
Лабораторная работа 3. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод Фибоначчи.....	6
Лабораторная работа 4. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод сканирования	7
Лабораторная работа 5. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод параболической аппроксимации.....	9
Лабораторная работа 6. Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод кубической интерполяции	10

Раздел 2. Концепция многомерной оптимизации

Лабораторная работа 7. Решение задач определения вида функций. Алгоритм определения вида многомерных функций.....	12
Лабораторная работа 8. Решение оптимизационной задачи идентификации стационарных точек. Правило и алгоритм идентификации стационарных точек	13
Лабораторная работа 9. Решение задачи оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации. Метод покоординатного спуска (метод Гаусса – Зайделя)	14
Лабораторная работа 10. Решение задачи оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации. Метод параллельных касательных (метод Розенброка).....	16
Лабораторная работа 11. Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной градиентной оптимизации. Метод градиента.....	18
Лабораторная работа 12. Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной градиентной оптимизации. Метод сопряженных градиентов.....	19
Лабораторная работа 13. Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод слепого поиска	21
Лабораторная работа 14. Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод случайных направлений	23

Лабораторная работа 15 Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод поиска с «наказанием случайностью»	24
Лабораторная работа 16 Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод блуждающего поиска	26
Перечень рекомендуемой литературы	28

Лабораторная работа 1

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации.

Метод половинного деления

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода половинного деления для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	A	B	C	D	a	b
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5
19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5

20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. Для каких функций $R(x)$ пригоден метод половинного деления?
2. Каково основное достоинство метода половинного деления?
3. Каков способ «размещения» точек вычисления критерия оптимальности на оси x ?
4. Каким образом повысить точность нахождения решения x^* ?
5. Условие отыскания оптимального решения.
6. Как влияет вид функции $R(x)$ на процесс нахождения решения?
7. Всегда ли метод половинного деления гарантированно дает решение?
8. Каким образом определяется следующий отрезок, на котором находится экстремум?
9. Сколько раз нужно вычислить $R(x)$ на отрезке $[a, b]$, если хотим найти решение с погрешностью 1% от длины $[a, b]$.
10. Может ли сокращение исходного отрезка $[a, b]$ обеспечить уменьшение затрат на поиск решения с погрешностью 1% от $[a, b]$?

Лабораторная работа 2

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод золотого сечения

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода золотого сечения для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin (A x^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5
19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. Может ли сокращение исходного отрезка $[a, b]$ обеспечить уменьшение затрат на поиск решения с погрешностью 1% от $[a, b]$?
2. Всегда ли метод золотого сечения гарантированно дает решение?
3. Как влияет вид функции $R(x)$ на процесс нахождения решения?
4. Каким образом определяется следующий отрезок, на котором находится экстремум?
5. Основное достоинство метода золотого сечения.
6. Каким образом повысить точность нахождения решения?
7. Что делится по правилу золотого сечения?
8. Если отрезок $[a, b]$ содержит внутреннюю точку c , то какое условие называется золотым сечением?
9. Сколько раз нужно вычислить $R(x)$ на каждом шаге?
10. Условие отыскания оптимального решения.

Лабораторная работа 3

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод Фибоначчи

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода Фибоначчи для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	A	B	C	D	a	b
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5
19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5

20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. К каким методам поиска безусловных экстремумов относится метод Фибоначчи?
2. Для каких функций эффективно применение метода Фибоначчи?
3. Условие отыскания оптимального решения.
4. Основное достоинство метода.
5. Основной недостаток метода.
6. Каким образом определяется следующий отрезок, на котором находится экстремум?
7. Всегда ли метод гарантировано дает решение?
8. Преимущества метода Фибоначчи над остальными методами?

Лабораторная работа 4

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод сканирования

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода сканирования для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5
19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. Экстремум каких функций $R(x)$ можно найти методом сканирования?
2. Основное достоинство метода сканирования.
3. Способ «размещения» точек вычисления критерия оптимальности на оси x .
4. Основная задача модернизации «базового» метода.
5. Основные достоинства модернизированного метода?
6. Каким образом повысить точность нахождения решения?
7. Условие отыскания оптимального решения.
8. Как найти самое большое значение $R(x)$?
9. Трудно ли метод поддается алгоритмизации, т.е. сложно ли составить алгоритм для решения задачи на ЭВМ?
10. Как влияет вид функции $R(x)$ на процесс нахождения решения?

Лабораторная работа 5

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод параболической аппроксимации

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода параболической аппроксимации для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5

19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. Экстремум каких функций $R(x)$ можно найти методом параболической аппроксимации?
2. Основное достоинство метода параболической аппроксимации.
3. Условие окончания поиска.
4. Каким образом находится аппроксимирующая парабола?
5. К чему может привести увеличение степени аппроксимирующего полинома (с 2 до 3 или 4)?
6. Каким образом повысить точность нахождения решения?
7. Всегда ли метод гарантированно дает решение?
8. Способ формирования точек для построения аппроксимирующей параболы на текущем шаге.
9. Возможно ли нахождение решения задачи оптимизации за один шаг?
10. Как влияет вид функции $R(x)$ на процесс нахождения решения?

Лабораторная работа 6

Решение оптимизационных задач методами одномерной оптимизации. Метод кубической интерполяции

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами одномерной оптимизации и получить навык в применении метода кубической интерполяции для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,02$.

Построить график функции $R(x)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода половинного деления и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дана функция $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$, где коэффициенты имеют значения, указанные по вариантам:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска	
	A	B	C	D	a	b
1	1	1	1	1	5,5	8
2	1	1	1	1	5,5	8
3	1,5	1	3	1,5	-4,5	-2
4	1,5	1	3	1,5	-5	-2
5	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
6	1,5	1	3	1,5	2,2	4,4
7	1	2	2	2	-1,3	1,3
8	1	2	2	2	-1,3	1,3
9	1	1	5	1	-5	-2
10	1	1	5	1	-5	-2
11	1	1	5	1	1,2	4,5
12	1	1	5	1	1,2	4,5
13	1	1	5	1	-2,5	1,5
14	1	1	5	1	-2,5	1,5
15	1	2	5	1	-1,5	2
16	1	2	5	1	-1,5	2
17	1	1	5	1	5	8,5
18	1	1	5	1	5	8,5
19	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
20	1	3	4	1,5	-1,3	1,5
21	1,5	1,5	0	0,4	0	6
22	1,5	1,5	0	0,4	0	6
23	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
24	1,6	1	3	1,5	-2,2	0,25
25	1,5	1	3	1,5	0	4,7

Контрольные вопросы

1. Экстремум каких функций $R(x)$ можно найти методом кубической интерполяции?
2. Достоинства и недостатки метода кубической интерполяции ?
3. Условие окончания поиска?
4. Каким образом повысить точность нахождения решения?
5. Всегда ли метод гарантированно дает решение?
6. Способы формирования точек на текущем шаге?
7. Возможно ли нахождение решения задачи оптимизации за один шаг?
8. Как влияет вид функции $R(x)$ на процесс нахождения решения?

Лабораторная работа 7

Решение задач определения вида функций. Алгоритм определения вида многомерных функций

Цель работы: усвоить теоретические основы и получить навык в исследовании вида функций на выпуклость и вогнутость в интересах решения задач оптимизации.

Задание

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

Определите вид производственной функции $R(x)$ и постройте её график.
Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Производственная функция
1	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_2$
2	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1 - x_2$
3	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_2^2 + 4x_2 - 5x_1$
4	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 - x_2^2 - 4x_2 - 8x_1$
5	$R(x_1, x_2) = 2/x_1^2 - 2x_2^2$ при $x > 0$
6	$R(x_1, x_2) = x_2^2 - 2x_1x_2 - x_2 - x_1$
7	$R(x_1, x_2) = x_1^3 - 2x_2^2 + 5x_1 - 4x_2$
8	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 4x_2 - 4x_1$
9	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_2$
10	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1 - x_2$
11	$R(x_1, x_2) = x_2^2 + x_1^2 - 2x_1x_2$
12	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 4x_1 - 4x_2$
13	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_2$
14	$R(x_1, x_2) = -1/x_1 - 1/x_2$ при $x_1, x_2 > 0$
15	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_2^2 + 4x_2 - 5x_1$
16	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 - x_2^2 - 4x_2 - 8x_1$
17	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_2 - 3x_1$
18	$R(x_1, x_2) = x_2^2 - 2x_1x_2 - x_2 - x_1$

19	$R(x_1, x_2) = 5 + 2x_1^2 + 2x_1 - x_2$
20	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 4x_2 - 4x_1$
21	$R(x_1, x_2) = e^{2x_1} - x_2$
22	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1 - x_2$
23	$R(x_1, x_2) = x_2^2 + x_1^2 - 2x_1x_2$
24	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 4x_1 - 4x_2$
25	$R(x_1, x_2) = 3x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 - 4x_2$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение градиента функции?
2. Что такое определитель матрицы?
3. Что такое квадратичная матрица и какими свойствами она обладает?
4. Каковы необходимые условия оптимальности многомерной функции?
5. Каковы достаточные условия оптимальности многомерной функции?
6. Доказать, что следующие функции являются выпуклыми:

a. $R(\bar{x}) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + 5x_1 - 6x_2 + 8$

b. $R(\bar{x}) = \sqrt{x_1x_2}$

Лабораторная работа 8

Решение оптимизационной задачи идентификации стационарных точек. Правило и алгоритм идентификации стационарных точек

Цель работы: усвоить теоретические основы и получить навык в отыскании экстремума функции.

Задание

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

Провести идентификацию стационарных точек целевой (производственной) функции.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$.

Сделать выводы об эффективности метода и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Номер варианта	Производственная функция
1	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 3x_1x_2$
2	$R(x_1, x_2) = x_1^3 - x_2^3 + 3x_1x_2$
3	$R(x_1, x_2) = 3x_1^3 + 3x_2^2 - 4x_1x_2$
4	$R(x_1, x_2) = x_1^3 - 2x_2^3 + 2x_1x_2$
5	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2$
6	$R(x_1, x_2) = 3x_1^3 + 3x_2^2 - 4x_1x_2$
7	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2$
8	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 2x_1x_2$
9	$R(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 3x_2^2 - 6x_1x_2$
10	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$
11	$R(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 3x_2^2 - 6x_1x_2$
12	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 3x_1x_2$
13	$R(x_1, x_2) = 3x_1^3 + 3x_2^2 - 4x_1x_2$
14	$R(x_1, x_2) = x_1^3 - 2x_2^3 + 2x_1x_2$
15	$R(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2$
16	$R(x_1, x_2) = 3x_1^3 + 3x_2^2 - 4x_1x_2$
17	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 3x_1x_2$
18	$R(x_1, x_2) = x_1^5 + x_2^3 + 2x_1x_2 - 4$
19	$R(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 3x_2^2 - 6x_1x_2$
20	$R(x_1, x_2) = 3x_1^3 + 3x_2^2 - 4x_1x_2$
21	$R(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2$
22	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 2x_1x_2$
23	$R(x_1, x_2) = 2x_1^3 + 3x_2^2 - 6x_1x_2$
24	$R(x_1, x_2) = x_1^4 - x_2^4 - 3x_1x_2$
25	$R(x_1, x_2) = x_1^3 - 2x_2^3 + 2x_1x_2$

Контрольные вопросы

1. Когда возникает необходимость решения задачи оптимизации, и она имеет смысл?
2. Приведите содержание процесса постановки задачи оптимизации?
3. В чем сущность оптимального и допустимого решения. Примеры?
4. Общая постановка задачи оптимизации и её формализованная интерпретация?
5. Дайте определение локальному и глобальному экстремуму. Подчеркните разность в форме формализованной записи.
6. В чём состоит разнообразие содержания задач оптимизации?
7. Алгоритм идентификации стационарных точек.

Лабораторная работа 9

Решение задачи оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации. Метод покоординатного спуска (метод Гаусса – Зайделя)

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации и получить навык в применении метода покоординатного спуска для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,005$.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода покоординатного спуска и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_1 \sin(Dx_1 x_2)$.

Найти решение оптимизационной задачи методом покоординатного спуска при следующих исходных данных:

	Значения параметров	Интервал Поиска		
--	---------------------	-----------------	--	--

Номер варианта	A	B	C	D	$x_{1н}$	$x_{1к}$	$x_{2н}$	$x_{2к}$	Начальная точка (x_1^0, x_2^0)	Шаг поиска α
1	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.5;-1.5	0.1
2	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
3	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
4	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
5	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
6	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
7	1	2	2	3	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
8	1	2	2	3	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
9	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7;-1,7	0.15
10	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7;-1,7	0.15
11	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
12	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
13	1	2	1.3	1.8	-2	2	-2	2	1.5;-1.2	0.15
14	1	2	1.3	1.8	-2	2	-2	2	1.5;-1.2	0.15
15	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
16	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
17	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.2	0.1
18	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.2	0.1
19	1	2	1.2	2	-1.5	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
20	1	2	1.2	2	-1.5	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
21	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
22	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
23	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.5	0.1
24	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.5	0.1
25	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.5;-1.5	0.1

Контрольные вопросы

1. Достаточно ли провести поиск оптимума поочередно по всем переменным последовательно?
2. Область наиболее предпочтительного использования метода Гаусса–Зайделя.
3. Можно ли найти оптимум за один цикл для квадратичной функции?
4. Можно ли найти решение за один шаг для сепарабельной функции?
5. Может ли оказывать влияние на результат поиска (значение оптимума) порядок чередования переменных при поиске?
6. Может ли оказывать влияние на эффективность поиска порядок чередования переменных?
7. Условие окончания поиска $\min R(x)$.

8. Зачем необходима модификация – поиск с последствием?
9. Основное достоинство метода.
10. Основной недостаток метода.

Лабораторная работа 10

Решение задачи оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации. Метод параллельных касательных (метод Розенброка)

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной безградиентной оптимизации и получить навык в применении метода параллельных касательных для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью $\varepsilon=0,005$.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода параллельных касательных и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^2 + Bx_2^2 + Cx_1 \sin(Dx_1 x_2)$.

Найти решение оптимизационной задачи методом покоординатного спуска при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал Поиска				Начальная точка	Шаг поиска
	A	B	C	D	$x_{1н}$	$x_{1к}$	$x_{2н}$	$x_{2к}$		
1	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.5;-1.5	0.1
2	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
3	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
4	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
5	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
6	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1

7	1	2	2	3	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
8	1	2	2	3	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
9	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7;-1,7	0.15
10	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7;-1,7	0.15
11	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
12	1	2	2	4	-2	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
13	1	2	1.3	1.8	-2	2	-2	2	1.5;-1.2	0.15
14	1	2	1.3	1.8	-2	2	-2	2	1.5;-1.2	0.15
15	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
16	1	2	2	5	-2	2	-2	2	1.6;-1.2	0.1
17	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.2	0.1
18	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.2	0.1
19	1	2	1.2	2	-1.5	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
20	1	2	1.2	2	-1.5	2	-2	2	1.7; 1.8	0.1
21	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
22	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	0.9;-1.9	0.15
23	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.5	0.1
24	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	-1.8;-1.5	0.1
25	1	2	1.2	2	-2	2	-2	2	1.5;-1.5	0.1

Контрольные вопросы

1. Как можно «запустить» метод?
2. В каких случаях возможно «зацикливание» поиска?
3. Для каких функций $R(x)$ метод наиболее предпочтителен?
4. Существует ли единственное, однозначно определяемое положение осей координат в начале каждого нового цикла?
5. Обязательно ли преобразовывать систему координат так, чтобы она становилась правой?
6. При оптимизации сепарабельной трехмерной неквадратичной функции $R(x)$ сколько раз придется поворачивать оси координат?
7. Сколько одномерных поисков будет сделано, если ищется оптимум квадратичной функции?
8. При оптимизации сепарабельной трехмерной квадратичной функции $R(x)$ сколько раз придется поворачивать оси координат?
9. Обязательно ли поворачивать оси координат при поиске экстремума n -мерной квадратичной сепарабельной функции?
10. Будет ли метод эффективно работать при квадратичной сильно овальной функции?

Лабораторная работа 11

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной градиентной оптимизации. Метод градиента

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной градиентной оптимизации и получить навык в применении метода градиента для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью ε .

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода градиента и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом градиента при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Начальная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α
	A	B	C	D	x_{1n}	x_{1k}	x_{2n}	x_{2k}					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2

9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. При каком из алгоритмов выбора направления поиск наибольшего значения функции метод будет более эффективным?
2. Как изменяется угол между соседними направлениями поиска при приближении к оптимуму?
3. Что называется градиентом функции?
4. Что определяет модуль градиента и чему он равен?
5. Назовите свойства градиента?
6. Какое основное достоинство метода градиента, какие недостатки?
7. Каким образом повысить точность нахождения решения?
8. Как оценивается эффективность поиска градиентным методом?
9. Каковы особенности коррекции шага в градиентном методе?
10. Почему в районе оптимума величина рабочего шага убывает в градиентном алгоритме?
11. Назовите алгоритм варианта градиентного метода при использовании направляющих косинусов градиента, в чем его особенность?
12. Исходя из определения градиента, что лучше искать минимальное или максимальное значение функции?
13. Как влияют на эффективность метода способы вычисления производных?

Лабораторная работа 12

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной градиентной оптимизации. Метод сопряженных градиентов

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной градиентной оптимизации и получить навык в применении метода сопряженных градиентов для решения нелинейных

оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода сопряженных градиентов и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом сопряженных градиентов при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Начальная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α_0
	A	B	C	D	x_{1n}	x_{1k}	x_{2n}	x_{2k}					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.01	0.01	0.1
22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центральная проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются квадратичные методы оптимизации от линейных?
2. Какова сравнительная эффективность метода сопряженных градиентов и наискорейшего спуска вблизи от оптимума?
3. Как записывается алгоритм метода сопряженных градиентов?
4. Как влияют вычислительные погрешности на эффективность метода сопряженных градиентов?
5. Для каких функций $R(x)$ метод сопряженных градиентов наиболее эффективен?
6. В чем недостатки использования методов второго порядка?
7. В чем отличие первого шага в методах наискорейшего спуска и сопряженных градиентов?
8. Какая процедура поиска осуществляется на каждом шаге?
9. Сравнительная эффективность метода градиента и метода сопряженных градиентов вдали от оптимума.
10. Возможно ли применение метода для недифференцируемых функций?

Лабораторная работа 13

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод слепого поиска

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной случайной оптимизации и получить навык в применении метода слепого поиска для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода слепого поиска и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом слепого поиска при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Началь ная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α
	A	B	C	D	x_{1n}	x_{1k}	x_{2n}	x_{2k}					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. В чем заключается основное преимущество случайных методов поиска?
2. В чем достоинство метода слепого поиска?
3. Назовите недостаток метода.
4. Может ли в методе слепого поиска начальная точка выбираться случайным образом?
5. Может ли в методе поиска начальная точка задаваться исследователем не случайно, а из своих соображений?
6. В чем заключается эффективность метода слепого поиска?
7. Сравните эффективность метода слепого поиска с градиентным методом в случае овражной $R(x)$.
8. Чем характеризуется случайный вектор, который используется в методе слепого поиска?
9. Что нужно сделать, чтобы получить более высокую точность решения задачи оптимизации в методе?

Лабораторная работа 14

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод случайных направлений

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной случайной оптимизации и получить навык в применении метода случайных направлений для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью ε .

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода случайных направлений и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом случайных направлений при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Началь ная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α
	A	B	C	D	x_{1n}	x_{1k}	x_{2n}	x_{2k}					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1

22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. В чем достоинство метода случайных направлений?
2. Назовите недостаток метода.
3. Может ли в методе случайных направлений начальная точка выбираться случайным образом?
4. Может ли в методе поиска начальная точка задаваться исследователем не случайно, а из своих соображений?
5. Сравните эффективность метода случайных направлений с методом слепого поиска.
6. Сравните эффективность метода случайных направлений с градиентным методом в случае овражной $R(x)$.
7. Чем характеризуется случайный вектор, который используется в методе случайных направлений?
8. Что нужно сделать, чтобы получить более высокую точность решения задачи оптимизации в методе?

Лабораторная работа 15

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод поиска с «наказанием случайностью»

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной случайной оптимизации и получить навык в применении метода поиска с «наказанием случайностью» для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода поиска с «наказанием случайностью» и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом поиска с «наказанием

случайностью» при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Началь ная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α
	A	B	C	D	$x_{1н}$	$x_{1к}$	$x_{2н}$	$x_{2к}$					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. В чем достоинство метода поиска с «наказанием случайностью» ?
2. Назовите недостаток метода.
3. Может ли в методе поиска с «наказанием случайностью» начальная точка выбираться случайным образом?
4. Может ли в методе поиска начальная точка задаваться исследователем не случайно, а из своих соображений?
5. Сравните эффективность метода поиска с «наказанием случайностью» с методом слепого поиска.
6. Сравните эффективность метода поиска с «наказанием случайностью» с градиентным методом в случае овражной $R(x)$.
7. Чем характеризуется случайный вектор, который используется в методе поиска с «наказанием случайностью»?
8. Что нужно сделать, чтобы получить более высокую точность решения задачи оптимизации в методе?

Лабораторная работа 16

Решение оптимизационной задачи методами многомерной безусловной случайной оптимизации. Метод блуждающего поиска

Цель работы: усвоить теоретические основы оптимизации методами многомерной безусловной случайной оптимизации и получить навык в применении метода блуждающего поиска для решения нелинейных оптимизационных задач.

Задание

Усвоить алгоритм метода оптимизации.

Уяснить индивидуальное задание согласно указаниям преподавателя и определенного варианта.

На языке программирования высокого уровня для автоматизации поиска найти решение своей оптимизационной задачи с допустимой погрешностью.

Построить график функции $R(x_1, x_2)$ в указанном интервале (области определения).

Сделать выводы об эффективности метода блуждающего поиска и возможности его модификации.

Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Варианты индивидуальных заданий

Дано: целевая функция вида $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$.

Найти решение оптимизационной задачи методом блуждающего поиска при следующих исходных данных:

Номер варианта	Значения параметров				Интервал поиска				Начальная точка (x_1^0, x_2^0)	Алгоритм оценки частных производных	g	ε	α
	A	B	C	D	$x_{1н}$	$x_{1к}$	$x_{2н}$	$x_{2к}$					
1	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
2	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
3	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-0.5;-1)	Парная проба	0.01	0.01	0.3
4	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
5	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
6	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.02	0.2
7	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
8	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
9	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.2
10	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
11	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
12	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.02	0.02	0.2
13	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
14	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
15	1	2	3	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.02	0.3
16	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
17	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1

18	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1;1)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
19	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр .проба	0.01	0.01	0.1
20	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.01	0.01	0.1
21	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр проба	0.01	0.01	0.1
22	2	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
23	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
24	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Парная проба	0.01	0.01	0.1
25	3	3	4	4	-2	2	-2	2	(-1.5;1.5)	Центр. проба	0.02	0.01	0.2

Контрольные вопросы

1. В чем достоинство метода блуждающего поиска?
2. Назовите недостаток метода.
3. Может ли в методе блуждающего поиска начальная точка выбираться случайным образом?
4. Может ли в методе поиска начальная точка задаваться исследователем не случайно, а из своих соображений?
5. Сравните эффективность метода блуждающего поиска с методом слепого поиска.
6. Сравните эффективность метода блуждающего поиска с градиентным методом в случае овражной $R(x)$.
7. Чем характеризуется случайный вектор, который используется в методе блуждающего поиска?
8. Что нужно сделать, чтобы получить более высокую точность решения задачи оптимизации в методе?

Перечень рекомендуемой литературы

Перечень основной литературы:

- Аттетков, А. В. Методы оптимизации Электронный ресурс: Учебное пособие / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. - Саратов: Вузовское образование, 2018. - 272 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-4487-0322-5
- Крутиков, В. Н. Методы оптимизации Электронный ресурс / Крутиков В. Н., Мишечкин В. В.: электронное учебное пособие. - 2-е изд., доп и перераб. - Кемерово: КемГУ, 2019. - 106 с. - ISBN 978-5-8353-2437-8
- Методы оптимизации Электронный ресурс: Учебное пособие / О. А. Васильева [и др.]. - Методы оптимизации, 2019-12-02. - Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. - 96 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-7264-0864-4

Перечень дополнительной литературы:

- Зайцев, М. Г. Методы оптимизации управления для менеджеров: компьютерно-ориентированный подход / М.Г. Зайцев. - 4-е изд. - Москва: Издательский дом «Дело», 2015. - 313 с. - ISBN 978-5-7749-1059-5
- Кошев, А.Н. Численные методы решения задач оптимизации Электронный ресурс: учебное пособие / В.В. Кузина / А.Н. Кошев. - Пенза: Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, ЭБС АСВ, 2012. - 132 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-9282-0837-0
- Струченков, В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах / В.И. Струченков. - М: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. - 320 с.: ил. - (Библиотека профессионала). - Прил.: с. 285-308. - Библиогр: с. 309-310. - ISBN 978-5-91359-061-9

Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

- Васильев, О. В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях / Федеральная целевая программа "Гос. поддержка интеграции высш. образования и фундаментальной науки на 1997-2000 годы ". - М.: Физматлит, 1999. - 208 с. - ISBN 5-9221-0006-8
- Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учеб. пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - М.: Высшая школа, 2002. - 544 с.: ил. - (Прикладная математика для ВТУЗов). - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр: с. 543-544. - ISBN 5-06-004137-9

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- <https://ru.wikipedia.org/wiki/> Методы оптимизации. Википедия свободная энциклопедия.
- <https://intuit.ru/studies/courses/11198/1121/info> Основы поисковой оптимизации: Национальный открытый университет ИНТУИТ
- <http://exponenta.ru/> Образовательный математический сайт EXPONENTA.ru