

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Физика»
для студентов направления подготовки
11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи
Направленность (профиль)
«Интеллектуальная обработка данных в инфокоммуникационных
системах и сетях»
Часть 1

Введение

Целью освоения дисциплины «Физика» является формирование у студентов единой, стройной, логически непротиворечивой физической картины окружающего нас мира. - овладение умениями проводить наблюдения, планировать и выполнять эксперименты, обрабатывать результаты экспериментов,;
- развитие творческих способностей в процессе выполнения экспериментальных заданий;
- воспитание убежденности о необходимости разумного использования достижений науки.

С физическим экспериментом студент знакомится уже на лекционных занятиях по физике. Но приобщение его к экспериментальным методам и приемам начинается с лабораторных занятий по физике. Здесь применяется теория, и, кроме того, формируются практические умения и навыки в проведении физических измерений, в обработке и представлении результатов.

Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

Результатом освоения дисциплины должна быть целостная система знаний, формирующая физическую картину окружающего мира, при этом студент должен:

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Перечень работ, предлагаемых в данном учебно-методическом пособии, предназначен для студентов и отвечает требованиям, предъявляемым к этому виду занятий.

Практикум содержит инструкции и методические указания к выполнению работ, построенных единообразно, по примерной форме: *цель работы, идея эксперимента, теория, экспериментальная установка, задания для формирования компетенций*. В заданиях к работе подробно описана методика эксперимента и даны указания к обработке результатов.

Качественное выполнение и успешная защита результатов лабораторных работ невозможны без самостоятельной предварительной подготовки к лабораторным занятиям. В процессе подготовки к очередному занятию, прежде всего, необходимо изучить по данному руководству описание выполняемой работы. Однако, ограничиться только этим нельзя, так как теоретическое введение к каждой работе, приведенное в данном пособии, не может рассматриваться как достаточный минимум для глубокого понимания физических основ работы. Поэтому необходимо к каждой работе изучить теоретический материал, соответствующий теме работы, по учебнику. Нельзя приступать к работе без усвоения ее основных теоретических положений, не осознав логики процедуры измерений, не умея пользоваться измерительными приборами, относящимися к этой работе. Приступая к работе, необходимо ознакомиться с целью данной работы и представлять общий план работы, т.е. последовательность действий при проведении измерений. Это является основанием для получения допуска к работе при собеседовании с преподавателем в начале занятия.

Приступая к выполнению лабораторной работы, необходимо осуществить сборку и настройку установки, соблюдая при этом указания настоящего руководства и правила техники безопасности. Тщательность в подготовке приборов к измерениям и в проведении самих измерений является залогом хороших окончательных результатов. Правильность сборки проверяется преподавателем, после чего студент получает разрешение приступить к работе.

Результаты измерений должны быть оформлены в виде краткого отчета. В учебной лаборатории имеются примерные формы отчетов по каждой работе. В них показано, какие именно таблицы, графики, расчеты обязательны в отчетах. Отчеты должны содержать выводы, сделанные на основании результатов работы. Если есть необходимость, студент имеет право корректировать форму отчета, добиваясь максимальной наглядности представления результатов. При обработке результатов измерений следует уделять

большое внимание расчету погрешностей измерений и критическому анализу полученных результатов, который должен быть представлен в выводах.

Математическая обработка результатов измерений

Физика – экспериментальная наука. Она основывается на экспериментально установленных фактах. Факты остаются, а их интерпретация может со временем меняться. Факты устанавливаются из наблюдений и опытов, которые в свою очередь приобретают особую ценность, когда они выражают физические величины числами, которые определяются в результате измерений.

Таким образом, *основной задачей экспериментальной физики* является количественное исследование физических явлений, в процессе которого определяются числовые значения физических величин и, в конечном итоге, устанавливаются законы исследуемых явлений.

Под измерением понимают сравнение измеряемой величины с другой величиной, принятой за единицу измерения.

Следует различать два способа измерения:

1) *прямые измерения*, т.е. непосредственное измерение физических величин (например, линейные размеры тела, вес, сопротивление и т.д.);

2) *при косвенных измерениях* искомая величина определяется (вычисляется) по результатам прямых измерений других величин, которые связаны с измеряемой величиной определенной функциональной зависимостью.

Погрешности результатов измерений

Точность измерения является всегда ограниченной, и результат измерений дает лишь приближенное значение измеряемой величины. Это обусловлено неточностью измерительных приборов, неполнотой наших знаний об исследуемом явлении, трудностью учета всех побочных факторов, влияющих на измерения. Таким образом, любые измерения производятся с какими-либо погрешностями (*ошибками*).

Погрешности, возникающие при измерениях, делят по закономерности их появлений на *систематические, случайные и промахи (грубые ошибки)*.

Систематическая погрешность является либо постоянной, либо изменяется по какому-либо закону в процессе измерений. Причинами появления таких погрешностей могут быть: смещение нулевого отсчета прибора; неточная градуировка прибора; некорректная методика проведения эксперимента (не учитываются, например, температурные поправки, влажность, наличие магнитного поля и пр.); использование при расчетах приближенных формул, что может привести к систематическому завышению или занижению результатов измерений.

Выявить систематические погрешности можно только экспериментально: в результате тщательной отладки используемых приборов, их дополнительной проверки с использованием эталонов, учета постоянно действующих факторов, критического анализа методики проведения измерений, использования различных методик для определения одной и той же величины. Если систематическая погрешность выявлена, то она учитывается при измерениях и называется в этом случае поправкой.

Промахи – это ошибки, связанные с резким нарушением условий эксперимента при отдельных измерениях. Сюда относятся ошибки, связанные с неисправностью прибора, грубым просчетом экспериментатора, посторонним вмешательством. Грубая ошибка присутствует обычно не более чем в одном – двух измерениях и характерна своим резким отличием по величине от прочих погрешностей других измерений.

Случайными погрешностями называют погрешности, возникающие по многим причинам, действующим в каждом отдельном измерении различным образом. Они могут

быть связаны с трением и зазорами в измерительных устройствах, с влиянием внешних условий (вибрацией, колебаниями температуры, влажности и др.), с несовершенством наших органов чувств.

Случайные погрешности всегда присутствуют в эксперименте, они изменяются от одного измерения к другому, и не могут быть определены заранее. Случайные погрешности служат причиной разброса результатов повторных измерений относительно истинного значения измеряемой величины.

Если систематические погрешности в принципе могут быть выявлены и учтены (хотя это может оказаться очень сложной задачей), то исключить случайные погрешности нельзя. Но именно потому, что они случайные, они поддаются обработке с помощью математической статистики, основанной на теории вероятности. Используя методы математической статистики, мы можем оценить, насколько близок полученный результат к истинному значению измеряемой величины.

Истинное значение физической величины обычно точно определить нельзя. Корректный способ представления результатов любого измерения состоит в том, что экспериментатор указывает свою наилучшую оценку измеряемой величины $x_{\text{наил}}$ и интервал, в котором, как он уверен, она лежит:

$$(\text{измеренная величина}) \quad x = \bar{x}_{\text{наил}} \pm \Delta x. \quad (1)$$

Например: $g = 9,82 \pm 0,02 \text{ м/с}^2$.

Величину Δx называют *абсолютной погрешностью*.

Очевидно, что качество измерения характеризуется не только самой абсолютной погрешностью, но также и отношением Δx к $x_{\text{наил}}$, т.е. *относительной погрешностью* измерения

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{|\bar{x}_{\text{наил}}|} \cdot 100\%. \quad (2)$$

Оценка точности результатов одного прямого измерения

Если при повторении измерений в одних и тех же условиях 3 – 4 раза получено одно и то же значение, то это означает, что измерения не обнаруживают случайных изменений, а погрешность обусловлена только *систематической погрешностью*. Систематическая погрешность в данном случае определяется погрешностями измерительных приборов и часто называется *инструментальной или приборной погрешностью*. Есть несколько способов задания этой погрешности:

а) Для некоторых приборов инструментальная погрешность дается в виде абсолютной погрешности. Например, для штангенциркуля, в зависимости от конструкции его нониуса, – 0,1 мм или 0,05 мм, для микрометра – 0,01 мм.

б) Для характеристики большинства измерительных приборов часто используют понятие *приведенной погрешности* ε_n (класса точности).

Приведенная погрешность – это отношение абсолютной погрешности Δx к предельному значению $x_{\text{пр}}$ измеряемой величины (т.е. к наибольшему её значению, которое может быть измерено по шкале прибора). Приведенная погрешность обычно дается в процентах:

$$\varepsilon_n = \left| \Delta x / x_{\text{пр}} \right| \cdot 100\%. \quad (3)$$

По величине приведенной погрешности приборы разделяют на семь классов: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4.

Зная класс прибора, можно рассчитать его абсолютную погрешность. Например, вольтметр имеет шкалу делений в пределах от 0 до 300 В ($x_{\text{пр}}=300 \text{ В}$) и класс точности 0,5. Тогда

$$\Delta x = \pm(\varepsilon_n / 100) \cdot x_{\text{пр}} = \pm(0,5 / 100) \cdot 300 = \pm 1,5 \text{ В}.$$

в) В некоторых случаях используется смешанный способ задания инструментальной погрешности. Например, весы технические (Т-200) имеют класс точности 2. В то же время указывается, что при нагрузке до 20 г абсолютная погрешность равна 5 мг, до 100 г – 50 мг, до 200 г – 100 мг. Набор школьных гирь относится 4-му классу точности, а допустимые погрешности масс гирь указаны в таблице 1.

Таблица 1

Номинальное значение, г	100	50	20	10	5	2	1
Абсолютная погрешность, мг	+40	+30	+20	+12	+8	+6	+4
Номинальное значение, г	500	200	100	50	20	10	5
Абсолютная погрешность, мг	± 3	± 2	± 1	± 1	± 1	± 1	± 1

Если, например, при взвешивании на таких весах с таким набором гирь получено значение массы тела 170 г (100 г + 50 г + 20 г), то абсолютная погрешность взвешивания равна: $\Delta x = 40 + 30 + 20 + 100 = 200 \text{ (мг)} = 0,2 \text{ (г)}$.

г) В тех случаях, когда класс точности прибора не указан, абсолютная погрешность принимается равной *половине цены наименьшего деления шкалы прибора*. Так при измерении линейкой, наименьшее деление которой 1 мм, абсолютная погрешность равна 0,5 мм.

д) Измерения с помощью приборов с цифровыми показаниями. К таким приборам должна прилагаться специальная инструкция, в которой указываются формулы для расчетов погрешностей, которые обычно бывают довольно сложные. Если такой инструкции нет, целесообразно в качестве абсолютной погрешности прибора принять *единицу последнего разряда в показаниях*. Например, прибор показывает 4,5, тогда результат следует записать в виде: $4,5 \pm 0,1$.

Математическая обработка результатов измерений при наличии только случайных ошибок

Допустим, что мы проводим серию из n измерений одной и той же физической величины. Предполагается, что измерения проводятся одним и тем же наблюдателем с помощью одного и того же прибора. Будем считать, что систематические погрешности отсутствуют, промахи также исключены. В результате мы получим ряд чисел: $x_1, x_2, \dots, x_n$,

Число отсчетов
в интервале Δx

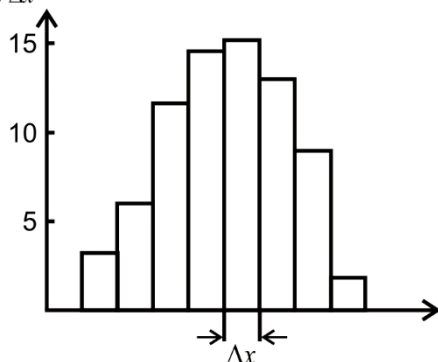


Рис. 1. Гистограмма

при этом возможны и повторяющиеся числа. Если число измерений достаточно велико, то на каждый интервал $(x, x + \Delta x)$ будет приходиться некоторая доля отсчетов. Графически это можно представить в виде *гистограммы* – столбчатой диаграммы, показанной на рис. 1.

При очень большом числе измерений ($n \rightarrow \infty$) ширину интервала Δx можно взять бесконечно малой: $\Delta x \rightarrow dx$. Тогда вместо гистограммы можно построить график в виде гладкой кривой (рис. 2).

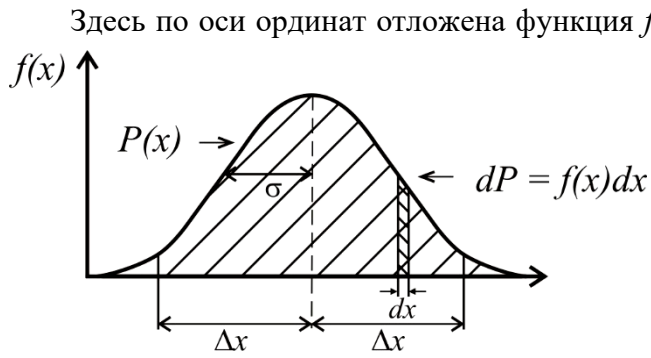


Рис. 2. Распределение случайной величины.

Здесь по оси ординат отложена функция $f(x)$, называемая *плотностью вероятности распределения случайной величины x* . Вясним смысл $f(x)$.

Пусть P – вероятность. Тогда:

$dP = f(x) \cdot dx$ – вероятность того, что результат отдельного измерения окажется в интервале $(x, x + dx)$;

$f(x) = \frac{dP}{dx}$ – вероятность того, что результат отдельного измерения окажется в интервале $(x, x + dx)$, но уже в расчете на единичный интервал dx ;

$P(x) = \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} f(x)dx$ – вероятность того, что результат отдельного измерения попадет в интервал $(x - \Delta x, x + \Delta x)$.

На рис. 2: dP равна площади плотно заштрихованного участка, а P – всей заштрихованной площади.

Строго говоря, вид функции заранее неизвестен, но во многих случаях кривая распределения случайных величин, приведенная на рис. 3, математически описывается уравнением:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right). \quad (4)$$

Это выражение называют *законом Гаусса*, а само распределение случайных величин в этом случае называют *нормальным или гауссовым распределением*. Здесь: x_i – значение i -го измерения величины x ; $\bar{x}$ – среднее значение; σ – *среднее квадратичное отклонение* (или *средняя квадратичная погрешность*) *отдельного измерения*.

Кривая нормального распределения $f(x)$ является симметричной и характеризуется двумя параметрами: средним значением $\bar{x}$ и средним квадратичным отклонением σ . Кривая имеет перегибы в точках $x = \bar{x} \pm \sigma$.

Вместо величины σ часто используют σ^2 , называемую *дисперсией*. Дисперсия σ^2 (и средняя квадратичная погрешность σ) характеризуют разброс значений, полученный при измерении данной величины x . Чем меньше σ (т.е. ширина гауссовой кривой), тем меньше разброс значений (рис. 3).

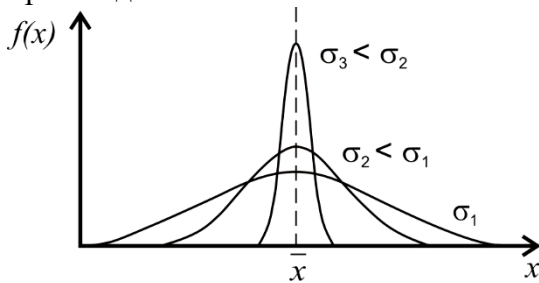


Рис. 3. Распределение случайной величины при различной дисперсии.

Рассмотрим теперь, как оценить результат измерений какой-либо величины. Пусть мы получили n значений для величины x . За наилучшее приближение к истинному значению измеряемой величины x принимается среднее арифметическое из всех имеющихся чисел:

$$x_{\text{наил}} = \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (5)$$

Среднее значение не является истинным значением измеряемой величины x , это только приближение к нему. При большом разбросе данных и малом числе измерений x может существенно отличаться от истинного значения. Для того чтобы оценить степень приближения среднего значения к истинному, используется величина, называемая *доверительным интервалом* – интервалом значений измеряемой физической величины, в который попадает ее истинное значение, но не точно, а с некоторой вероятностью α . Эту

вероятность α называют *доверительной вероятностью* или *надежностью*. Пусть Δx – полуширина доверительного интервала, тогда $(x - \Delta x)$ будет нижней границей доверительного интервала, а $(x + \Delta x)$ – его верхней границей. Таким образом, результат измерений некоторой величины x можно записать в виде:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \quad \text{с надежностью} \quad \alpha = \dots\%$$

Такую запись следует понимать так: истинное значение измеряемой величины x лежит в пределах от $(x - \Delta x)$ до $(x + \Delta x)$ с вероятностью α .

Таким образом, за истинное значение может быть принят *любой* результат отдельного измерения, попавший в доверительный интервал, определенный с заданной доверительной вероятностью α . Однако, подчеркнем еще раз: речь идет о границах погрешности единичного опыта x_i , проведенного в данном эксперименте. Но n опытов проводилось для того, чтобы определить среднее значение $\bar{x}$.

Каково же отличие $\bar{x}$ от истинного значения искомой величины?

В теории случайных погрешностей доказывается, что

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

т.е. *среднеквадратичное отклонение среднего арифметического* $\sigma_{\bar{x}}$ в $\sqrt{n}$ раз меньше среднего квадратичного отклонения единичного измерения σ . Последнее выражение имеет фундаментальное значение в теории и практике измерений. Оно подтверждает принципиальную возможность уменьшения случайных погрешностей при увеличении числа опытов.

Гауссово распределение выполняется при очень большом числе измерений (теоретически при $n \rightarrow \infty$). При малом числе измерений ($n < 30$) полуширина доверительного интервала определяется по формуле:

$$\Delta x_{\text{с.п.ч.}} = t(\alpha, n) \cdot \sigma_{\bar{x}},$$

где $t(\alpha, n)$ – *коэффициент Стьюдента*, зависящий от надежности α и числа измерений n , а $\sigma_{\bar{x}}$ – *средняя квадратичная погрешность результата* n измерений, называемая также погрешностью среднего арифметического и определяемая из выражения:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (6)$$

Коэффициент Стьюдента $t(\alpha, n)$ определяется по специальным таблицам при известном числе измерений n . В таблице 2 приведены коэффициенты $t(\alpha, n)$ при некоторых значениях n и α .

При всех измерениях в лабораторном практикуме рекомендуется задавать надежность $\alpha = 0,95$ (95%). Более высокая надежность 0,99 или 0,999 требуется только при очень точных и ответственных экспериментах.

Таблица 2.

Число измерений n	Надежность α			
	0,90	0,95	0,99	0,999
2	6,3	12,7	63,7	636,6
3	2,9	4,3	9,9	31,6
4	2,4	3,2	5,8	12,9
5	2,1	2,8	4,6	8,6
6	2,0	2,6	4,0	6,9

7	1,9	2,4	3,7	6,0
8	1,9	2,4	3,5	5,4
9	1,9	2,3	3,4	5,0
10	1,8	2,3	3,3	4,8
∞	1,6	1,96	2,6	3,3

Таким образом, для вычисления измеряемой величины в случае конечного числа измерений имеем выражение:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x_{случ} = \bar{x} \pm t(\alpha, n) \sigma_{\bar{x}}. \quad (7)$$

Чтобы учесть и случайную и систематическую погрешность, т.е. рассчитать полную погрешность измерений, обычно используют *правило квадратичного сложения*:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{случ})^2 + (\Delta x_{сист})^2}. \quad (8)$$

Оценка точности косвенных измерений

Большинство физических величин обычно невозможно измерить непосредственно, и их определение включает два различных этапа. Сначала измеряют одну или более величин $x, \dots, z$, которые могут быть непосредственно измерены, и с помощью которых можно вычислить интересующую нас величину. Затем, используя измеренные значения $x, \dots, z$, вычисляют саму искомую величину. Если измерение включает эти два этапа, то и оценка погрешностей тоже включает их. Сначала надо оценить погрешности в величинах, которые измеряются непосредственно, а затем определить, к какой погрешности они приводят в конечном результате. При этом, конечно, необходимо учитывать вид функциональной связи между величинами.

Погрешность функции $q = f(x, \dots, z)$ нескольких переменных $x, \dots, z$, измеренных с погрешностями $\Delta x, \dots, \Delta z$ в случае, если погрешности независимы и случайны, определяется по формуле:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial q}{\partial z} \Delta z\right)^2}. \quad (9)$$

Вычисления погрешности с помощью формулы (9) обычно оказываются достаточно громоздкими. Поэтому лучше производить поэтапное вычисление, используя некоторые правила, два из которых являются наиболее употребляемыми:

1. *Абсолютная погрешность суммы и разности* равна квадратичной сумме абсолютных погрешностей

$$q = x + \dots + z - u - \dots - w, \quad (10)$$

$$\Delta q = \sqrt{(\Delta x)^2 + \dots + (\Delta z)^2 + (\Delta u)^2 + \dots + (\Delta w)^2}.$$

2. *Относительная погрешность комбинации произведения и частного* равна квадратичной сумме относительных погрешностей

$$q = \frac{x \cdot \dots \cdot z}{u \cdot \dots \cdot w},$$

$$\delta_q = \frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 + \left(\frac{\Delta u}{u}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2}. \quad (11)$$

Правила вычисления погрешностей для некоторых других функций приведены в Приложении 1.

Рассмотрим последовательность действий при вычислении погрешности косвенного измерения на примере формулы

$$v = \frac{m + M}{m} S \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Сначала найдем абсолютную и относительную погрешность суммы $w = m + M$:

$$\Delta w = \sqrt{(\Delta m)^2 + (\Delta M)^2}; \quad \frac{\Delta w}{w} = \frac{\sqrt{(\Delta m)^2 + (\Delta M)^2}}{m + M}.$$

Затем найдем относительную и абсолютную погрешности величины v :

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}\right)^2}, \quad \Delta v = \varepsilon_v \cdot v.$$

Анализ полученной окончательной формулы позволяет установить:

а) погрешности каких именно величин вносят наибольший вклад в общую погрешность. Точному измерению этих величин необходимо уделить наибольшее внимание.

б) погрешности каких величин практически не влияют на окончательный результат и их можно даже отбросить.

Будем в дальнейшем не принимать в расчет погрешности постоянных (g , e , π , ...) и табличных величин, измеренных с большой точностью. Например, погрешность приближенного числа $\pi \approx 3,14$ составляет всего 0,05 %.

Основные определения теории приближенных вычислений

При записи численного результата наилучшую оценку и ошибку измерения необходимо записывать с нужным количеством цифр. В правильной записи числа должны быть только значащие (верные и сомнительные) цифры.

Цифра называется верной, если ошибка не превышает единицы разряда этой цифры.

Цифра называется сомнительной, если ее разряд совпадает с разрядом погрешности.

Все остальные цифры числа называются неверными и должны быть отброшены округлением.

Верные и сомнительные цифры называются значащими.

При округлении необходимо пользоваться следующими правилами:

1) если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя из оставляемых не изменяется;

2) если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то к последней из оставляемых прибавляется единица.

Значащими цифрами приближенного числа являются все верные цифры и одна сомнительная, кроме нулей, стоящих впереди числа. Например, у числа 63,458 пять значащих цифр, а у числа 0,006 – одна. Нули, стоящие позади значащих цифр, могут быть значащими и незначащими. Если эти нули получались в результате округления больших чисел, то они незначащие. Например, скорость света в вакууме, по данным опытов, равна 299 792,5 км/с. Это число обычно округляется до 300 000 км/с. В последнем случае у числа лишь одна значащая цифра. Если же нули означают, что последние разряды пустые, но верные (один сомнительный), то их необходимо считать значащими. Например, у числа 2080 четыре значащие цифры. Незначащие цифры нужны для того, чтобы задать порядок числа.

Для удобства проведения математических действий над приближенными числами последние представляют в так называемой нормальной форме: значащие цифры распределяют так, чтобы первая стояла в разряде единиц остальные – в десятичных разрядах после запятой, и к числу приписывается множитель вида 10^n , где n – целое число.

Например, число 0,0348 в нормальной форме имеет вид $3,48 \times 10^{-2}$, число $30100 = 3,01 \times 10^4$. Удобство такой записи состоит в том, что в числе остаются только значащие цифры, а незначащие "уходят" в степень десяти.

Рассмотрим, как округляют погрешности. Погрешности, в отличие от других приближенных чисел, округляются всегда в сторону увеличения и, как правило, до одной значащей цифры. Если погрешности выражаются числами $\pm 1,837$; $\pm 0,065$; $\pm 0,00845$, то следует писать соответственно, ± 2 ; $\pm 0,07$; $\pm 0,009$. Исключением является случай, когда первая значащая цифра ошибки 1, а вторая меньше 5. Тогда в записи оставляют 2 значащие цифры. Например, если погрешность $\pm 0,014$, то необходимо оставить обе цифры.

Правила действий над приближенными числами

Проведение математических операций над приближенными числами дает результаты, являющиеся также приближенными числами. Чтобы определить значащие цифры результата, необходимо найти его абсолютную погрешность. Такой прием весьма неудобен тогда, когда результат является промежуточным. Поэтому пользуется правилами для приближенного подсчета значащих цифр.

1. При сложении (вычитании) приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не содержал значащих цифр в тех (младших) разрядах, где они отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например, складывая числа $4,461 + 2,38 + 1,17273 + 1,0262 = 9,04093$, следует округлить сумму до сотых долей, т.е. принять ее равной 9,04, так как второе слагаемое округлено до сотых.

2. При умножении (делении) округляют сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр, результат умножения (деления) записывается с таким же числом значащих цифр. Например, вместо вычисления выражения $3,723 \cdot 2,45 \cdot 5,1846$ следует вычислить выражение $3,72 \cdot 2,45 \cdot 5,18 = 46,176 \rightarrow 46,18$.

3. При возведении в степень следует у результата оставлять столько значащих цифр, сколько их содержит основание степени: $1,32^2 = 1,74$.

4. При извлечении корня любой степени в результате следует оставлять столько значащих цифр, сколько их в подкоренном выражении:

$$\sqrt{1,7 \cdot 10^{-8}} = 1,3 \cdot 10^{-4}.$$

5. При логарифмировании результат должен содержать столько значащих цифр, сколько их содержит само логарифмируемое число. Верно и обратное: найденное по логарифму число должно иметь столько же значащих цифр, сколько их имеет результат вычисления логарифма. Например, $\lg 5555 = 3,745$.

При выполнении лабораторных работ точность результат определяется точностью измерительных приборов, тщательностью проведения измерений и не может быть повышена в дальнейшем, путем искусственного набирания знаков при арифметических действиях.

Графическое представление результатов опыта

Часто результаты измерений физических величин, полученных в процессе выполнения лабораторной работы или при других исследованиях, целесообразно представлять в виде графиков. График является удобным и наглядным способом представления опытных данных: позволяет легко определить скорости изменения величин, обнаружить наличие максимумов, точек перегиба, установить функциональную зависимость между исследуемыми величинами и т.д.

Как правило, результаты опыта при изучении какой-либо зависимости приводят в виде таблицы, где каждому значению одного параметра соответствует определенное значение другого параметра.

Построение графика состоит из следующих основных моментов:

1) *выбор типа бумаги.* График строят на миллиметровой бумаге и лишь в исключительных случаях по согласованию с преподавателем – на обычных листах «в клетку»;

2) *выбор координатных осей.* Принято по оси абсцисс (оси X) откладывать ту величину, значения которой задает сам экспериментатор, а по оси ординат (оси Y) – ту величину, которую он при этом определяет. Короче говоря, по оси абсцисс откладываются значения аргумента, а по оси ординат – значения зависимой переменной;

3) *выбор масштабов по осям координат.* Неудачный выбор масштабов по осям координат может сделать график непригодным, поэтому при выборе масштабов следует руководствоваться следующими правилами.

а) Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом.

б) Масштаб должен быть простым, т.е. шкала должна легко читаться. Это достигается, если одна клетка масштабной сетки соответствует удобному числу – 1; 2; 5; 10; ... (но не 3; 7; 11; 13; ...) единиц изображенной на графике величины.

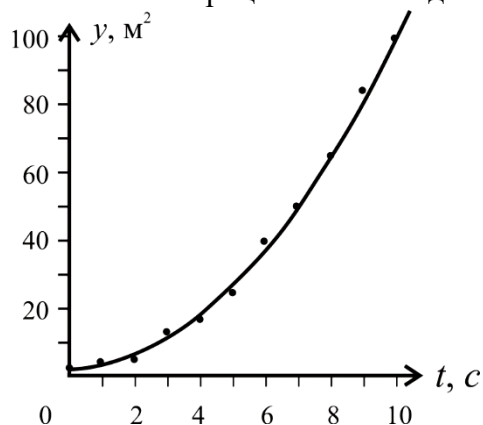
в) График получается более наглядным, если основная часть кривой имеет наклон, не слишком отличающийся от 45° . Масштаб наносится на осях графика в виде равностоящих «круглых» чисел, например: 6; 8; 10; ... или 4,74; 4,76; 4,78. Не следует расставлять эти числа слишком густо – достаточно нанести их через 2 или через 5 см;

Нужно отметить, что не обязательно, чтобы точка пересечения оси абсцисс и оси ординат имела координаты (0,0). Масштаб нужно нанести так, чтобы площадь графика использовалась рационально. Для этого необходимо начинать отсчет с наименьших значений переменных или несколько меньших их величин.

3) *написание обозначений на осях.* На оси обязательно указывается обозначение и, через запятую, единицы измерения соответствующей величины. Для удобства на каждой координатной оси целесообразно указывать не символическое, а полное название переменной и единиц ее измерения. Например: давление, Н/м²;

4) *нанесение данных на график.* Полученные экспериментальные результаты наносят на график в виде жирных точек, крестиков, кружочков. Различные группы данных на одном и том же графике должны быть помечены разными знаками;

5) *проведение кривой через нанесение точки.* Через полученные точки проводится гладкая линия так, чтобы точки оказались слева и справа от нее, причем отклонения (в перпендикулярном направлении от линии) в сумме слева и справа должны быть примерно одинаковы. *Нельзя соединять полученные точки между собой в виде ломаной линии.* Физические процессы в подавляющем своем большинстве происходят "гладко"



исключения составляют флуктуации, шумы в радиотехнической аппаратуре и т.п. Кроме того, следует помнить, что точка на графике не является истинным значением измеряемой величины (см. рис. 4);

6) *составление заголовка графика.* Каждый график должен иметь название, отражающее его содержание, а иногда и необходимые пояснения.

Рис. 4. Зависимость величины расстояния от времени

В физических исследованиях очень часто для сравнения эксперимента с теорией пользуются методом линеаризации теоретической зависимости. Например, исследуется зависимость перемещения S равноускоренного движения от времени движения. Теоретическая зависимость имеет вид

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (12)$$

где a – ускорение грузов.

Если по экспериментальным точкам построить график зависимости S от t , представляющий собой восходящую кривую, то по виду графика нельзя утверждать, что это парабола и именно та парабола второго порядка, которая соответствует проверяемой закономерности, т.к. похожие графики могут иметь другие закономерности. Единственным графиком, по внешнему виду которого можно однозначно судить о характере исследуемой зависимости, является прямая линия. Для того, чтобы воспользоваться этим свойством в проверяемой закономерности необходимо выявить в ней такие новые переменные, зависимость между которыми была бы линейной. В нашем случае такими переменными являются S и t^2 . Следовательно, для проверки справедливости этого соотношения имеет смысл строить график экспериментальной зависимости S от t^2 .

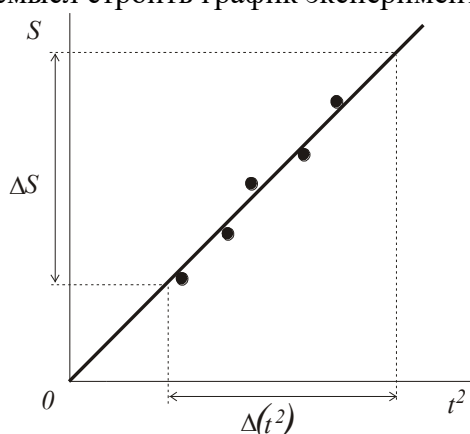


Рис. 5.

Используя график линеаризованной зависимости, можно определить некоторые параметры изучаемого явления из следующих соображений. Уравнение прямой можно записать в виде

$$y = kx + b. \quad (13)$$

Угловым коэффициент k :

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad (14)$$

где Δx – произвольный отрезок на оси OX – приращение аргумента, Δy – соответствующее приращение функции. Величина b может быть определена как величина отрезка, отсекаемого графиком на оси OY .

В нашем случае знание коэффициента k позволяет определить ускорение движения: $a = 2k$.

При нахождении величин k и b из графика к погрешностям измерения добавляется погрешность построения графика. Существует точный метод нахождения величин k и b – метод наименьших квадратов (МНК). Этот метод позволяет провести прямую так, что сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от графика минимальна. Формулы для определения величин k и b имеют вид:

$$k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \quad b = \bar{y} - k\bar{x}. \quad (15)$$

Зная k и b и задавшись какими-либо значениями x_1 и x_2 , можно по формуле (13) вычислить y_1 и y_2 . Затем через две точки с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) проводится искомая линия.

Теория позволяет также найти погрешности коэффициентов k и b . Сначала вычисляют величины:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2}. \quad (16)$$

Затем вычисляют коэффициент линейной корреляции:

$$r = k \frac{\sigma_x}{\sigma_y}. \quad (17)$$

Это число принимает значения между -1 и $+1$. Если r близко к ± 1 , то точки лежат вблизи некоторой прямой линии; если r близко к 0 , то точки не коррелированы и либо незначительно, либо совсем не группируются около прямой линии.

Вычисление абсолютных погрешностей коэффициентов k и b выполняется по формулам:

$$\Delta k = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}, \quad \Delta b = \Delta k \cdot \bar{x}. \quad (18)$$

Основные требования, предъявляемые к студенту при выполнении эксперимента и обработке результатов измерений

Любой эксперимент – даже учебная лабораторная работа – должен вестись сознательно на основе ясного понимания поставленной задачи. При подготовке к работе нужно четко усвоить: какие физические явления будут исследоваться; какие величины следует измерить; на какой теоретической основе базируется метод измерения данной величины; каков принцип действия данной установки в целом и каждого из применяемых приборов в отдельности. Только после этого можно приступить к измерениям (и монтажу схемы установки, если это необходимо).

Измерения

Измерения должны проводиться тщательно и с соблюдением правил техники безопасности. Эта часть работы является наиболее ответственной и ее надо проводить очень аккуратно и тщательно, согласно указаниями, которые даны в данном практикуме по каждой работе для измерения и наблюдения данной физической величины. *Излишняя поспешность при проведении измерений может обернуться значительными затратами времени на поиск ошибок, допущенных в ходе эксперимента, или может привести к необходимости повторного проведения измерений.*

Запись результатов измерений

Все записи, касающиеся выполнения эксперимента, ведутся в специальной рабочей тетради. Не ведите запись результатов измерений карандашом, это избавит вас от соблазна впоследствии «скорректировать» результаты. У многих студентов очень плохая привычка записывать результаты сначала на клочке бумаги, затем переписывать в рабочую тетрадь, а оригинал уничтожать. Это приводит к излишней потере времени и к ошибкам, которые могут возникнуть при переписывании. Все результаты прямых измерений следует записывать немедленно и без какой-либо предварительной обработки.

Не проводите никаких – даже самых простых – арифметических расчетов в уме, прежде чем записать результат измерения. Это правило связано с необходимостью уменьшить вероятность появления ошибок при записи. При записи измерений хорошо проверьте то, что вы записали, взглянув еще раз на приборы.

Все промежуточные вычисления лучше вычислять в отдельном месте рабочей тетради. Однако, все вычисления необходимо сохранять, с тем, чтобы можно было найти возможную ошибку, полученную при обработке результатов измерений.

Оформление работ

Для оформления отчетов по физическому практикуму необходимо иметь специальный журнал экспериментальной работы (тетрадь).

Заполнение отчета проводят по следующей схеме:

1. Записывают название, номер работы и ее цель.
2. Дают краткое описание теории метода и приборов с описанием схем приборов и установок (берут из данной работы физического практикума) и подготавливают таблицу для записи измерений.
3. В таблицу записи измерений вписывают результаты измерений (берут из опытов).
4. Обрабатывают результаты измерений: вычисляют измеряемую величину по формулам и дают оценку погрешности измерений.
5. Анализируют полученный результат. Выявляют основные источники погрешностей.

В заключение *студенты должны сформулировать выводы* по лабораторной работе. Причем вывод не должен быть типа: сделано то-то и то-то. Если целью работы является определение какой-либо физической величины (например, ускорения свободного падения, скорости звука в воздухе и т.д.), то нужно указать, как согласуется полученное вами значение со справочными данными.

Если не согласуется по каким-либо причинам, то указать эти причины. Если целью работы является проверка какой-нибудь теоретической закономерности, то следует указать, подтверждают ли ваши данные теоретические расчеты, а если нет, то почему.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Перед тем как войти в лабораторию подготовьтесь к занятию: изучите цель и методику проведения работы, подготовьте форму отчета.
2. В холодное время года не допускается приходить в лабораторию в верхней одежде.
3. В лаборатории недопустимо находиться в одежде, которая допускает возможность зацепления приборов, материалов, замыкание электрических цепей. Украшения, такие как кольца, длинные цепи и т.п. должны быть сняты.
4. Длинные волосы должны быть собраны и закреплены во избежание их попадания в детали установок.
5. Сумки и рюкзаки необходимо оставить в специально предназначенном месте.
6. Категорически не допускается наличие продуктов питания и напитков в лаборатории.
7. Проверить отсутствие внешних видимых повреждений электроустановки и изоляции проводов, наличие и исправность контрольно-измерительного и монтажного инструмента, сигнальных приборов, переключателей и т.п.
8. Убедиться в целостности крышек электророзеток и выключателей, исправности электровилки и изоляции электрокабеля.
9. Убедиться в наличии и целостности заземляющего проводника корпуса электроустановки и электровилки.
10. Точно выполнять все указания преподавателя и лаборанта при проведении лабораторной работы, без разрешения не выполнять самостоятельно никаких работ.
11. При работе со спиртовкой беречь одежду и волосы от воспламенения, не зажигать одну спиртовку от другой, не извлекать из горящей спиртовки горелку с фитилем, не задувать пламя спиртовки ртом, а гасить его, накрывая специальным колпачком.
12. При нагревании жидкости в пробирке или колбе использовать специальные держатели (штативы), отверстие пробирки или горлышко колбы не направлять на себя и на своих товарищей.
13. Во избежание ожогов жидкость и другие физические тела нагревать не выше 60-70°C, не брать их незащищенными руками.
14. Соблюдать осторожность при обращении с приборами из стекла и лабораторной посудой, не бросать, не ронять и не ударять их.

15. При использовании лазера недопустимо направлять его в глаза. Опасным является и отраженный луч.
16. При выполнении работ с маятниками и движущимися грузами недопустимо находиться в области их движения.
17. Следить за исправностью всех креплений в приборах и приспособлениях, не прикасаться и не наклоняться близко к вращающимся и движущимся частям машин и механизмов.
18. При сборке электрической схемы использовать провода с наконечниками, без видимых повреждений изоляций, избегать пересечений проводов, источник тока подключать в последнюю очередь.
19. Собранную электрическую схему включать под напряжение только после проверки ее преподавателем или лаборантом. Включение и выключение электроустановки производить только сухими руками и с использованием индивидуальных средств защиты.
20. Не прикасаться к находящимся под напряжением элементам электрической цепи, к корпусам стационарного электрооборудования, к зажимам конденсаторов, не производить переключений в цепях до отключения источника тока.
21. Не допускать предельных нагрузок измерительных приборов.
22. Не оставлять без надзора не выключенные электрические устройства и приборы.
23. Срочно прекратить работу в случае обнаружения: искрения соединений или щеток эл. машины, нарушения изоляции проводов или кабеля, поломки или разъединения заземляющего провода.
24. При возникновении какой либо неисправности, в работе электрических приборов, работу незамедлительно прекратить, обесточить электроустановку, сообщить преподавателю, работу продолжить после устранения неисправности.
25. В случае поражения человека электрическим током, в первую очередь освободить пострадавшего от воздействия тока, путем отключения установки от электрической сети, отброса провода при помощи сухой палки, перекусывания проводов, оттягивания пострадавшего за одежду. Далее определить степень поражения для оказания первой медицинской помощи.
26. В случае возгорания электроустановки, немедленно ее обесточить и приступить к тушению первичными средствами (песок, пенным или углекислотным огнетушителем).
27. При получении травмы сообщить об этом преподавателю, которому немедленно оказать первую помощь пострадавшему и сообщить администрации учреждения, при необходимости отправить пострадавшего в ближайшее лечебное учреждение.
28. По окончании работы отключить источник тока. Разрядить конденсаторы с помощью изолированного проводника и разобрать электрическую схему.
29. Категорически запрещается производить отключение влажными и мокрыми руками путем дергания за питающий шнур или кабель.
30. Разборку установки для нагревания жидкости производить после ее остывания.
31. Привести в порядок рабочее место, сдать преподавателю (лаборанту) приборы, оборудование, материалы и тщательно вымыть руки с мылом.

Лабораторная работа 1

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ВОЗДУШНОЙ ДОРОЖКЕ

Цель работы: экспериментальная проверка основных уравнений и законов поступательного движения тела на специально сконструированной для этого лабораторной установке – воздушной дорожке.

Оборудование и материалы: воздушная дорожка с ползуном и набором аксессуаров, секундомер с 4 измерительными датчиками, набор грузов известной массы, набор перегрузков, весы.

Теория

Любое физическое явление или процесс в окружающем нас материальном мире представляет собой закономерный ряд изменений, происходящих во времени и пространстве. Механическое движение, то есть изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел, – это простейший вид физического процесса. Механическое движение тел изучается в разделе физики, который называется механикой. Основная задача механики – определить положение тела в любой момент времени.

Одна из основных частей механики, которая называется **кинематикой**, рассматривает движение тел без выяснения причин этого движения. Кинематика отвечает на вопрос: как движется тело?

При поступательном движении тела все точки тела движутся одинаково, и, вместо того чтобы рассматривать движение каждой точки тела, можно рассматривать движение только одной его точки.

Основные характеристики движения материальной точки: траектория движения, перемещение точки, пройденный ею путь, координаты, скорость и ускорение.

Линию, по которой движется материальная точка в пространстве, называют траекторией.

Перемещением материальной точки за некоторый промежуток времени называется вектор перемещения $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, направленный от положения точки в начальный момент времени (точка A) к ее положению в конечный момент (точка B) (рис. 1).

Скорость материальной точки представляет собой вектор, характеризующий направление и быстроту перемещения материальной точки относительно тела отсчета. Вектор ускорения характеризует быстроту и направление изменения скорости материальной точки относительно тела отсчета.

Равномерным прямолинейным движением называется такое прямолинейное движение, при котором материальная точка (тело) движется по прямой и в любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Вектор скорости равномерного прямолинейного движения материальной точки направлен вдоль ее траектории в сторону движения. Вектор скорости при равномерном прямолинейном движении равен вектору перемещения за любой промежуток времени, поделенному на этот промежуток времени:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Движение, при котором за равные промежутки времени тело совершает неравные перемещения называют неравномерным или переменным. Средней скоростью $\langle \vec{v} \rangle$

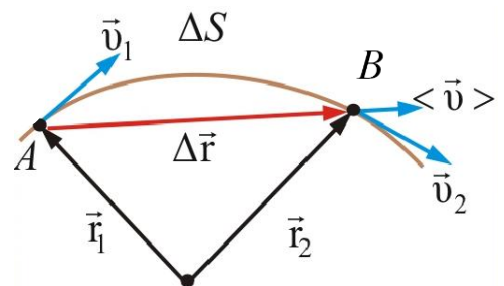


Рис. 1

называется величина, равная отношению перемещения тела $\Delta \vec{r}$ за некоторый промежуток времени Δt к этому промежутку:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Модуль средней скорости определяется как отношение пути ΔS , пройденного телом за некоторый промежуток времени, к этому промежутку:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости $\langle \vec{v} \rangle$ совпадает с направлением $\Delta \vec{r}$ (рис. 1).

При неограниченном уменьшении Δt , $\langle \vec{v} \rangle$ стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью. Итак, мгновенная скорость $\vec{v}$ есть предел, к которому стремится средняя скорость $\langle \vec{v} \rangle$, когда промежуток времени движения стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Из курса математики известно, что предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда последний стремится к нулю представляет собой первую производную этой функции по данному аргументу. Поэтому:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Мгновенная скорость $\vec{v}$ есть векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. Так как секущая в пределе совпадает с касательной, то вектор скорости $\vec{v}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения (рис. 1).

При неравномерном движении тела его скорость непрерывно изменяется. Как быстро изменяется скорость тела, показывает величина, которая называется ускорением. Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t + \Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к интервалу времени Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Мгновенным ускорением $\vec{a}$ в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Таким образом, ускорение есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

Согласно второму закону Ньютона, описывающего движение материальной точки массой m под действием силы $\vec{F}$ имеет следующий вид:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

где $\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ – ускорение тела.

В случае когда сила постоянна, решение уравнения (1) имеет вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (2)$$

где $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ – радиус-вектор и скорость тела в момент времени $t=0$.

В настоящей работе исследуется движение тела массой M (ползуна), движущегося по горизонтальной поверхности под действием силы натяжения нити, перекинутой через блок, к концу которой привязан груз массой m (см. рис.2).

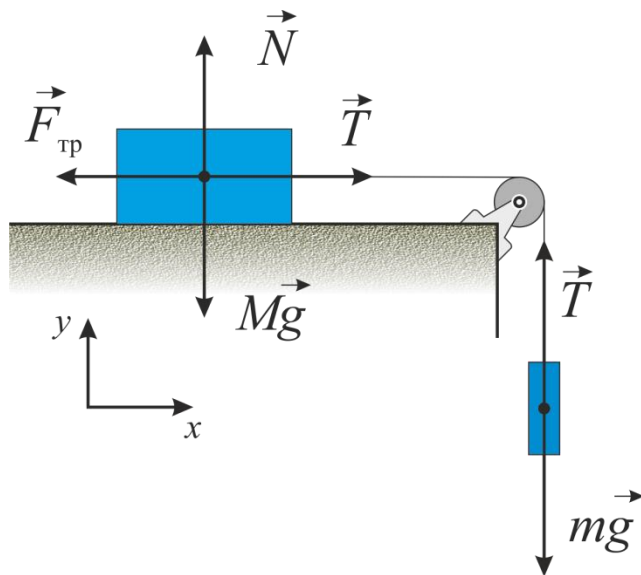


Рис. 2

При движении системы тел (груза и ползуна) связанных нитью, на груз действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ его ускорение направленно вертикально вниз по оси y . На ползун действует сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$. При движении ползуна на воздушной подушке сила трения скольжения сводится к минимуму, и ей можно пренебречь, по сравнению с другими силами.

Если нить считать нерастяжимой, то модули ускорений ползуна и груза будут равны. Так как масса блока, нити и сила трения в блоке малы по сравнению с массами ползуна и груза, модули сил

натяжения нити будут одинаковы.

Выберем систему координат, как показано на рис.2. тогда второй закон Ньютона для груза в проекции на ось y имеет вид:

$$T - mg = -ma \quad (3)$$

а для ползуна в проекции на ось x

$$T = Ma \quad (4)$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a = \frac{m}{m+M}g \quad (5)$$

Стартовая система установлена таким образом, что спусковое устройство спускает ползун, не сообщая ему начальной скорости. В этом случае система уравнений будет иметь вид:

$$v = at \quad (6)$$

$$S = \frac{at^2}{2} \quad (7)$$

где $S = x - x_0$, x_0 – координата в точке пуска.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка представлена на рис.3. она состоит из трека 1, в котором есть отверстия для создания воздушной подушки. Воздух в трек поступает через воздухопровод 2. Ползун 3 соединен с грузом 4 нитью перекинутой через блок 5. Для запуска ползуна служит стартовая система 6, а для его остановки - передвинутый в упор 7. Время движения ползуна измеряется электронным секундомером 8, к которому присоединены фотодатчики 9-12.

Масса ползуна может регулироваться при помощи гирь, которые надеваются на прикрепленные к нему с обеих сторон стержни. Оба стержня следует нагружать одинаково. Силу натяжения нити, действующую на ползун, можно изменять, вешая дополнительные гири на держатель.

Для взведения стартовой системы следует нажать на её стержень со стороны ползуна до упора. Излишних усилий прилагать не нужно. Запуск ползуна осуществляется нажатием на кнопку расположенную на гибком тросике стартовой системы.

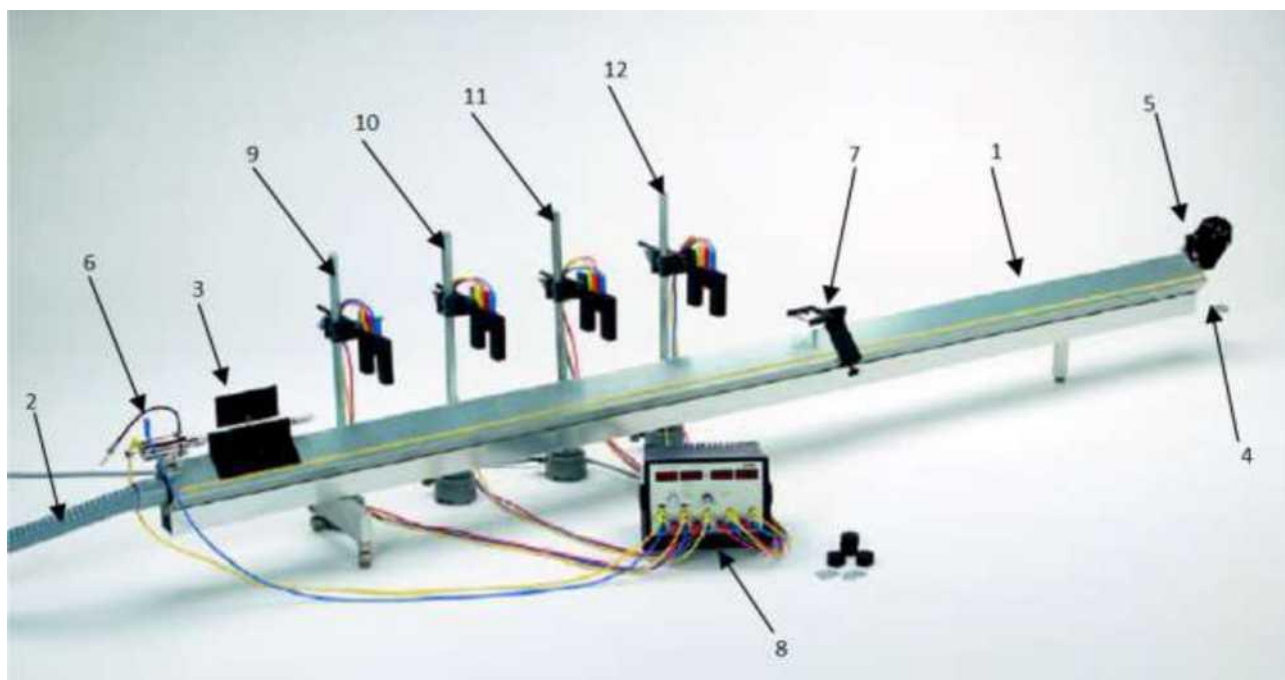


Рис.3. Экспериментальная установка для изучения равноускоренного движения

Проведение эксперимента

Задание. Исследование зависимости пройденного пути и скорости ползуна от времени.

1. Расположить весы горизонтально поверхности, снять защитную крышку, включить их с помощью кнопки on/off.
2. В отсутствии груза весы должны показывать ноль. Аккуратно положить ползун без добавочных грузов на весы, и зафиксировать его массу M_0 . Таким же образом измерить массу держателя грузов m_0 .
3. Поставьте ползун на трек в точке запуска, зафиксировав его в начальном положении нажатием на стержень стартовой системы. Определите по шкале, нанесенной на трек, координату переднего края экрана ползуна в точке пуска x_0 , а также координаты фотодатчиков $x_1 \dots x_n$.
4. Расположите четыре световых барьера таким образом, чтобы они разделяли измеряемое расстояние на отрезки примерно равной длины. Например: $S_1 = x_1 - x_0 = 20$ см, $S_2 = x_2 - x_0 = 40$ см, $S_3 = x_3 - x_0 = 60$ см, $S_4 = x_4 - x_0 = 80$ см. Последний барьер расположите так, чтобы ползун с экраном проходил под ним перед тем, как ускоряющаяся гиря коснется пола. Расположите переставной упор с вилкой и гнездом на треке таким образом, чтобы ползун легко ударялся о резиновую ленту перед тем, как ускоряющаяся гиря коснется пола. Проведите все последующие измерения, не изменяя положения световых барьеров.
5. Включить секундомер. Нажав кнопку «Mode» один раз, перевести его в режим измерения времени (• $\frac{1}{100}$), при этом загорится лампочка у пиктограммы этого режима. Нажать два раза кнопку «Reset».
6. Перекинуть нить через блок. Нажав кнопку на тросике стартовой системы, освободить ползун. Медленно передвигая ползун вдоль трека, убедиться, что он может беспрепятственно достигнуть фотодатчиков, а держатель груза не достаёт до пола. Убедиться также в том, что световые датчики фиксируют моменты прохождения мимо них переднего края экрана.
7. Включить воздухоудувку нажатием кнопки на её задней панели. Медленно повернуть ручку мощности наддува до положения 2. Подождать несколько секунд, после чего

медленно повернуть ручку до положения 4. **Не устанавливать на воздуходувке значения больше 4!**

8. С помощью гирь установить массу груза $m=10$ г и массу ползуна $M = 210$ г. Перед запуском закрепить ползун в стартовом положении, сбросить показания секундомера, нажав кнопку «Reset». Убедившись, что ползун и груз покоятся, нажать кнопку на тросике стартовой системы и запустить ползун. После прекращения движения снять показания секундомера t_1, t_2, t_3, t_4 . Повторить измерения четыре раза. Результаты измерений занести в таблицу отчета.

9. Постройте график зависимости пройденного пути от времени t .

10. Рассчитайте средние скорости на каждом отрезке по формуле $\langle v \rangle_i = \frac{s_i}{\langle t \rangle_i}$.

Результаты занесите в таблицу отчета.

Для равноускоренного движения эти скорости равны соответствующим мгновенным скоростям $v(t)$ на этих участках в моменты времени

$$t = \frac{t_i}{2} \quad (9)$$

Построить график зависимости мгновенной скорости v от времени t . Убедиться, что это зависимость линейная.

11. По наклону этого графика определить ускорение системы $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, и сравнить его с теоретическим значением, рассчитанным по формуле (5).

Контрольные вопросы.

1. Что называется радиус-вектором, скоростью, ускорением материальной точки?
2. Приведите примеры движения тела под действием постоянной силы. Какова в общем случае форма его траектории и почему?
3. Как зависит координата от времени при движении с постоянным ускорением?
4. Как зависит скорость от времени при движении с постоянным ускорением?
5. Как будет зависеть ускорение линейно зависеть от массы груза при фиксированной массе ползуна?
6. Почему средняя скорость при равноускоренном движении на участке пути ΔS равна мгновенной скорости в момент времени $t = \frac{\Delta t}{2}$, где Δt - время движения на этом участке пути?

Лабораторная работа 2

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ВОЗДУШНОЙ ДОРОЖКЕ

Цель работы: экспериментальная проверка основных уравнений и законов поступательного движения тела на специально сконструированной для этого лабораторной установке – воздушной дорожке.

Оборудование и материалы: воздушная дорожка с ползуном и набором аксессуаров, секундомер с 4 измерительными датчиками, набор грузов известной массы, набор перегрузков, весы

Теория

Любое физическое явление или процесс в окружающем нас материальном мире представляет собой закономерный ряд изменений, происходящих во времени и пространстве. Механическое движение, то есть изменение положения данного тела (или его частей) относительно других тел, – это простейший вид физического процесса.

Механическое движение тел изучается в разделе физики, который называется механикой. Основная задача механики – определить положение тела в любой момент времени.

Часть механики, в которой изучаются причины, вызвавшие движение, называется динамикой. Динамика отвечает на вопрос: почему тело движется именно так, а не иначе? В основу динамики взяты три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело движется равномерно и прямолинейно, если на него не действуют другие тела, или действия других тел компенсируются; эти системы отсчета называются инерциальными. Не все системы отсчета являются инерциальными.

Если система отсчета является инерциальной, то любая другая система отсчета, движущаяся относительно нее равномерно и прямолинейно, также инерциальна. Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с ускорением, являются неинерциальными.

Принцип относительности Галилея: во всех инерциальных системах отсчета при одинаковых начальных условиях все механические явления протекают одинаково.

Инерция – это явление сохранения скорости тела. Поэтому первый закон Ньютона называют законом инерции.

Инертность – это свойство тела, заключающееся в его способности сохранять скорость. Более инертными являются тела, которые медленнее изменяют свою скорость. Мерой инертности является масса.

Масса тела – физическая величина, количественно характеризующая инертность тела.

Сила – это количественная мера взаимодействия тел. Сила является причиной изменения скорости тела. В механике Ньютона силы могут иметь различную физическую природу: сила трения, сила тяжести, упругая сила и т.д. Сила является векторной величиной. Векторная сумма всех сил, действующих на тело, называется равнодействующей силой.

Согласно второму закону Ньютона, описывающего движение материальной точки массой m под действием силы $\vec{F}$ имеет следующий вид:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

где $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ – ускорение тела.

Если равнодействующая сила равна нулю, то тело будет оставаться в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения. Таким образом, формально второй закон Ньютона включает как частный случай первый закон Ньютона, однако первый закон Ньютона имеет более глубокое физическое содержание – он постулирует существование инерциальных систем отсчета.

Согласно третьему закону Ньютона, тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Силы, возникающие при взаимодействии тел, всегда имеют одинаковую природу. Они приложены к разным телам и поэтому не могут уравновешивать друг друга. Складывать по правилам векторного сложения можно только силы, приложенные к одному телу.

В случае когда сила постоянна, решение уравнения (1) имеет вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (2)$$

где $\vec{r}_0$ и $\vec{v}_0$ – радиус-вектор и скорость тела в момент времени $t=0$.

В настоящей работе исследуется движение тела массой M (ползуна), движущегося по горизонтальной поверхности под действием силы натяжения нити, перекинутой через блок, к концу которой привязан груз массой m (см. рис.1).

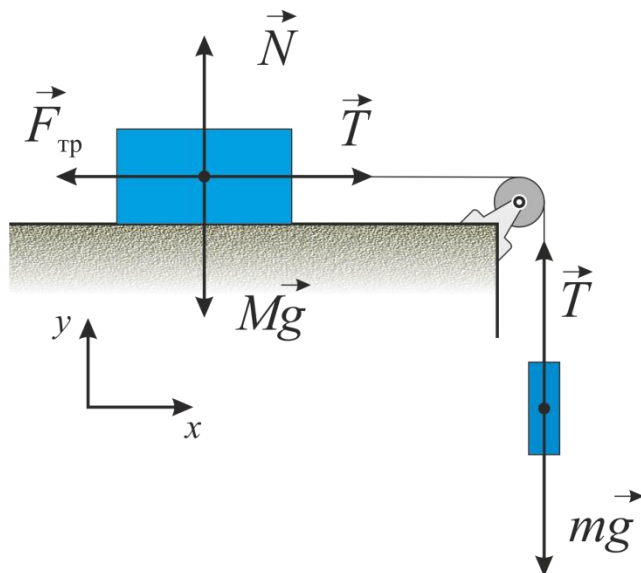


Рис. 1

При движении системы тел (груза и ползуна) связанных нитью, на груз действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$ его ускорение направленно вертикально вниз по оси y . На ползун действует сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила трения скольжения $\vec{F}_{тр}$. При движении ползуна на воздушной подушке сила трения скольжения сводится к минимуму, и ей можно пренебречь, по сравнению с другими силами.

Если нить считать нерастяжимой, то модули ускорений ползуна и груза будут равны. Так как масса блока, нити и сила трения в блоке малы по сравнению с массами ползуна и груза, модули сил

натяжения нити будут одинаковы.

Выберем систему координат, как показано на рис.1. тогда второй закон Ньютона для груза в проекции на ось y имеет вид:

$$T - mg = -ma \quad (3)$$

а для ползуна в проекции на ось x

$$T = Ma \quad (4)$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a = \frac{m}{m+M} g \quad (5)$$

Стартовая система установлена таким образом, что спусковое устройство спускает ползун, не сообщая ему начальной скорости. В этом случае система уравнений будет иметь вид:

$$v = at \quad (6)$$

$$S = \frac{at^2}{2} \quad (7)$$

где $S = x - x_0$, x_0 – координата в точке пуска.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка представлена на рис. 2. она состоит из трека 1, в котором есть отверстия для создания воздушной подушки. Воздух в трек поступает через воздухопровод 2. Ползун 3 соединен с грузом 4 нитью перекинутой через блок 5. Для запуска ползуна служит стартовая система 6, а для его остановки - передвинутый в упор 7. Время движения ползуна измеряется электронным секундомером 8, к которому присоединены фотодатчики 9-12.

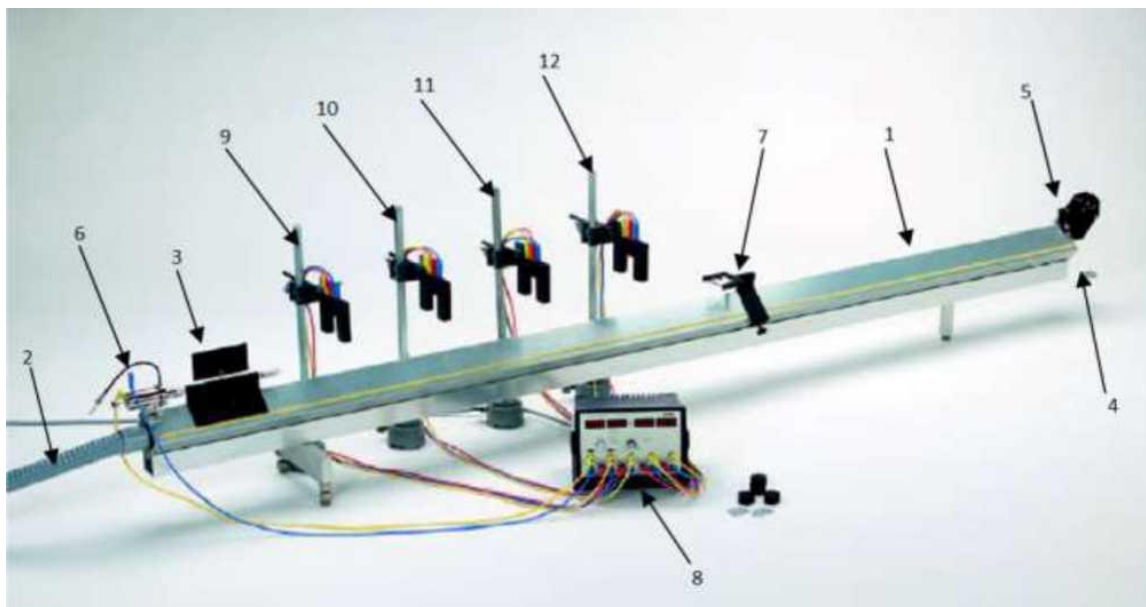


Рис.2. Экспериментальная установка для изучения равноускоренного движения

Масса ползуна может регулироваться при помощи гирь, которые надеваются на прикрепленные к нему с обеих сторон стержни. Оба стержня следует нагружать одинаково. Силу натяжения нити, действующую на ползун, можно изменять, вешая дополнительные гири на держатель.

Для взведения стартовой системы следует нажать на её стержень со стороны ползуна до упора. Излишних усилий прилагать не нужно. Запуск ползуна осуществляется нажатием на кнопку расположенную на гибком тросике стартовой системы.

Проведение эксперимента

Задание 1. Исследование зависимости ускорения ползуна от массы груза m при постоянной суммарной массе $M + m$.

1. Расположить весы горизонтально поверхности, снять защитную крышку, включить их с помощью кнопки on/off.
В отсутствие груза весы должны показывать ноль. Аккуратно положить ползун без добавочных грузов на весы, и зафиксировать его массу M_0 . Таким же образом измерить массу держателя грузов m_0 .
2. Поставьте ползун на трек в точке запуска, зафиксировав его в начальном положении нажатием на стержень стартовой системы. Определите по шкале, нанесенной на трек, координату переднего края экрана ползуна в точке пуска x_0 , а также координаты фотодатчиков $x_1 \dots x_n$.
3. Расположите четыре световых барьера таким образом, чтобы они разделяли измеряемое расстояние на отрезки примерно равной длины. Например: $S_1 = x_1 - x_0 = 20$ см, $S_2 = x_2 - x_0 = 40$ см, $S_3 = x_3 - x_0 = 60$ см, $S_4 = x_4 - x_0 = 80$ см. Последний барьер расположите так, чтобы ползун с экраном проходил под ним перед тем, как ускоряющаяся гиря коснется пола. Расположите переставной упор с вилкой и гнездом на треке таким образом, чтобы ползун легко ударялся о резиновую ленту перед тем, как ускоряющаяся гиря коснется пола. Проведите все последующие измерения, не изменяя положения световых барьеров.
4. Включить секундомер. Нажав кнопку «Mode» один раз, перевести его в режим измерения времени (● , при этом загорится лампочка у пиктограммы этого режима. Нажать два раза кнопку «Reset».
5. Перекинуть нить через блок. Нажав кнопку на тросике стартовой системы, освободить ползун. Медленно передвигая ползун вдоль трека, убедиться, что он может

беспрепятственно достигнуть фотодатчиков, а держатель груза не достаёт до пола. Убедиться также в том, что световые датчики фиксируют моменты прохождения мимо них переднего края экрана.

6. Включить воздухоудувку нажатием кнопки на её задней панели. Медленно повернуть ручку мощности наддува до положения 2. Подождать несколько секунд, после чего медленно повернуть ручку до положения 4. **Не устанавливать на воздухоудувке значения больше 4!**

7. С помощью гирь установить массу груза $m = 8$ г и массу ползуна с дополнительными гирями $M = 320$ г. Перед запуском закрепить ползун в стартовом положении, сбросить показания секундомера, нажав кнопку «Reset». Убедившись, что ползун и груз покоятся, нажать кнопку на тросике стартовой системы и запустить ползун. После прекращения движения снять показания секундомера t_1, t_2, t_3, t_4 . Повторить измерения четыре раза. Результаты измерений занести в таблицу 1.

8. Повторить измерения для масс груза в диапазоне от 8 г до 16 г с шагом в 2 г. При этом нужно переносить гири ползуна на подставку груза, так чтобы суммарная масса $M+m=328$ г оставалась неизменной. Результаты занести в таблицу 1.

9. Рассчитать ускорение на каждом отрезке пути по формуле (см.(7)):

$$a_i = \frac{2S_i}{t_i^2} \quad (10)$$

и определить среднее значение ускорения для каждой массы m .

10. Построить график зависимости ускорения от массы груза m . Убедиться, что эта зависимость является линейной.

Задание 2. Исследование зависимости ускорения от суммарной массы ползуна и груза при постоянной массе груза.

1. Установить массу груза $m=10$ г и суммарную массу ползуна и груза $M + m = 220$ г.
2. Прodelать измерения времен t_1, t_2, t_3, t_4 . Результаты измерений занести в таблицу 2.
3. Повторить измерения для масс $M + m$ в диапазоне от 220 г до 340 г с шагом 30 г. Результаты занести в таблицу 2.

4. Определить ускорение на каждом участке пути по формуле (10), и определить среднее ускорение для каждой массы $M + m$.

5. Построить график зависимости ускорения от обратной массы $\frac{1}{M+m}$. Убедиться, что зависимость является линейной (см.(5)).

6. По наклону прямой графика зависимости a от $\frac{1}{M+m}$ определить ускорение свободного падения (см.(5))

$$g = \frac{1}{m} \frac{\Delta a}{\Delta \left(\frac{1}{M+m} \right)}$$

Сравнить полученное значение с табличным. Сделать выводы.

Контрольные вопросы.

1. Какая система отсчета называется инерциальной? неинерциальной?
2. Сформулируйте первый закон Ньютона.
3. Что собой представляют свойства симметрии пространства и времени?
4. Что называется силой? массой? Как они вводятся в физику?
5. Сформулируйте второй закон Ньютона.
6. Сформулируйте третий закон Ньютона.
7. Как ставится основная задача динамики материальной точки?
8. Опишите экспериментальную установку и методику проведения эксперимента.

9. При каком условии силы натяжения нити по разные стороны блока можно считать одинаковыми?
10. При каком условии можно пренебречь моментом инерции блока машины, не допуская большой ошибки в расчете ускорения тел системы?

Лабораторная работа 3 ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы – экспериментальная проверка основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела вокруг закрепленной оси.

Идея эксперимента

В эксперименте исследуется вращательное движение закрепленной на оси системы тел, у которой может меняться момент инерции (маятник Обербека). Различные моменты внешних сил создаются грузами, подвешенными на нити, намотанной на шкив.

Теоретическая часть

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела с моментом инерции J вокруг неподвижной оси z имеет вид

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \quad (9.1)$$

где $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ – угловое ускорение, M – полный момент внешних сил. Поскольку величина ε

является функцией двух переменных, то изучение закона динамики вращательного движения твердого тела выполняется путем раздельного исследования двух зависимостей:

- 1) зависимости углового ускорения от момента силы при постоянном значении момента инерции ($J = \text{const}$);
- 2) зависимости углового ускорения от момента инерции при постоянном значении момента силы ($M = \text{const}$).

Полный момент внешних сил равен

$$M = M_n - M_{тр}, \quad (9.2)$$

где M_n – вращающий момент (в данной работе – момент силы натяжения нити), $M_{тр}$ – момент силы трения. С учетом этого основное уравнение динамики вращательного движения принимает вид линейной зависимости момента силы натяжения M_n от ε :

$$M_n = J\varepsilon + M_{тр}. \quad (9.3)$$

Для экспериментального доказательства справедливости этого соотношения в работе используется маятник Обербека (рис. 23). Он состоит из четырех стержней A и двух шкивов с различными радиусами R_1 и R_2 , укрепленных на одной горизонтальной оси. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре цилиндрических груза (по одному на каждом стержне) одинаковой массы m_1 . При помощи груза массы m , прикрепленного к концу нити, намотанной на тот или иной шкив, маятник может приводиться во вращение. Определяя продолжительность t движения и перемещение h груза, можно определить ускорение его поступательного движения

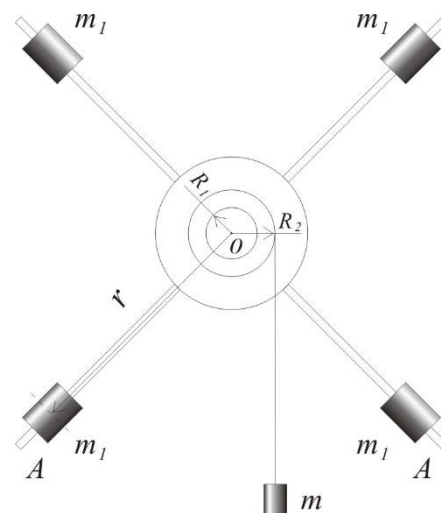


Рис. 23. Маятник Обербека

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (9.4)$$

Это ускорение равно линейному ускорению точек шкива и связано с угловым ускорением крестовины соотношением

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (9.5)$$

Момент силы натяжения T нити равен

$$M_H = TR. \quad (9.6)$$

Силу T можно определить из второго закона Ньютона для поступательного движения, который в проекциях на ось OY дает

$$ma = mg - T, \quad (9.7)$$

где m – масса груза.

Таким образом, момент сил натяжения нити равен

$$M_H = mR(g - a). \quad (9.8)$$

Согласно (9.3) M_H линейная функция ε . На рис. 24 эти зависимости для различных значений моментов инерции системы изображены в виде графиков, угловые коэффициенты которых равны J . Эти графики отсекают от оси M_H отрезки, равные моменту силы трения $M_{тр}$. Так как $M_{тр}$ одинаков во всех опытах, то все графики должны пересекаться в одной точке. Функция (9.3) верна для любых двух моментов сил, поэтому

$$\begin{cases} M_{1H} = \varepsilon_1 J + M_{тр} \\ M_{2H} = \varepsilon_2 J + M_{тр} \end{cases} \quad (9.9)$$

Откуда

$$J = \frac{M_{2H} - M_{1H}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (9.10)$$

Таким образом, величина J может быть, с одной стороны, измерена, а с другой стороны, рассчитана, исходя из масс и геометрических размеров деталей установки Обербека. Момент инерции J маятника вычисляется из условия аддитивности момента инерции и равен сумме моментов инерции шкивов, крестовины и цилиндрических грузов, вращающихся вокруг оси, не проходящей через их середины. Графики позволяют также определить момент силы трения $M_{тр}$, действующей в системе.

Экспериментальная установка

Ось маятника Обербека закреплена в подшипниках, так что вся система может вращаться вокруг горизонтальной оси. Передвигая грузы по спицам, можно легко изменять момент инерции системы. На шкив виток к витку наматывается нить, к которой привязана платформа известной массы. На платформу накладываются грузы из набора. Высота падения грузов измеряется с помощью линейки, укрепленной параллельно нити. Маятник Обербека может быть снабжен электромагнитной муфтой – пускателем и электронным секундомером. Перед каждым опытом маятник следует тщательно отрегулировать. Особое внимание необходимо обратить на симметричность расположения грузов на крестовине. При этом маятник оказывается в состоянии безразличного равновесия.

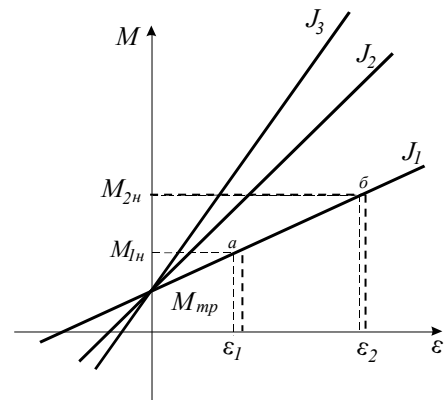


Рис. 24. Зависимость момента силы натяжения нити от углового ускорения.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Оценка момента силы трения, действующей в системе.

1. Устанавливают грузы m_1 на крестовине в среднее положение, размещая их на равном расстоянии от оси таким образом, чтобы маятник находился в положении безразличного равновесия.
2. Накладывая небольшие грузы на платформу, определяют приблизительно минимальную массу m_0 , при которой маятник начнет вращаться. Оценивают момент силы трения из соотношения

$$M_{тр} = m_0 g R, \quad (9.11)$$

где R – радиус шкива, на который намотана нить.

3. Дальнейшие измерения желательно проводить с грузами массой $m \geq 10m_0$.

Задание 2. Проверка основного уравнения динамики вращательного движения.

Измерения

1. Укрепляют грузы m_1 на минимальном расстоянии от оси вращения. Балансируют маятник. Измеряют расстояние r от оси маятника до центров грузов.
2. Наматывают нить на один из шкивов. По масштабной линейке выбирают начальное положение платформы, производя отсчет, например, по ее нижнему краю. Тогда конечное положение груза будет находиться на уровне поднятой приемной платформы. Высота падения груза h равна разности этих отсчетов и может быть оставлена во всех опытах одинаковой.
3. Кладут на платформу первый груз. Расположив груз на уровне верхнего отсчета, фиксируют это положение, зажимая нить электромагнитной муфтой. Подготавливают к измерению электронный секундомер.
4. Отпускают нить, предоставив грузу возможность падать. Это достигается отключением муфты. При этом автоматически включается секундомер. Удар о приемную платформу останавливает падение груза и останавливает секундомер.
5. Измерение времени падения при одном и том же грузе выполняется не менее трех раз.
6. Проводят измерения времени падения груза m при других значениях момента M_n . Для этого либо добавляют на платформу дополнительные перегрузки, либо перебрасывают нить на другой шкив. При одном и том же значении момента инерции маятника необходимо провести измерения не менее чем с пятью значениями момента M_n .
7. Увеличивают момент инерции маятника. Для этого достаточно симметрично переместить грузы m_1 на несколько сантиметров. Шаг такого перемещения должен быть выбран таким образом, чтобы получить 5-6 значений момента инерции маятника. Проводят измерения времени падения груза m (п.2 – п.7). Все данные заносят в таблицу 1 отчета.

Обработка результатов. Исследование зависимости углового ускорения от момента силы при постоянном значении момента инерции.

1. Пользуясь формулами (9.4), (9.5), (9.8), определяют для каждого опыта по средним значениям времени $\bar{t}$ значения линейного ускорения a , углового ускорения ε и момента силы натяжения нити M_n .

2. Строят графики зависимостей момента силы M_n , как функции, от углового ускорения ε , как аргумента, для различных моментов инерции маятника J . Т.к. $M_n = f(\varepsilon)$ – линейная функция, то ее графики будут прямыми линиями. Если экспериментальные точки не ложатся на прямую, графики надо проводить так, чтобы «разброс» точек был приблизительно одинаков по обе стороны прямой. При этом они не обязательно пройдут через одну точку на вертикальной оси. Малый «разброс» точек свидетельствует о хорошей линейности функции $M_n = f(\varepsilon)$ и том, что угловое ускорение действительно прямо пропорционально полному моменту сил, приложенных к вращающемуся телу.

Обработка результатов. Исследование зависимости углового ускорения от момента инерции при постоянном значении момента силы.

1. Для исследования используют ранее построенный график. Рассчитывают моменты инерции маятника по формуле (9.10). Для этого нужно выбирать точки прямо с графиков, например, $A(M_{1n}, \varepsilon_1)$ и $B(M_{2n}, \varepsilon_2)$.

2. На графике проводят горизонтальную прямую через произвольную точку на оси M_n , пересекающую графики $M_n = f(\varepsilon)$. Точки пересечения позволяют определить те значения угловых ускорений маятника, которые соответствуют разным значениям моментов инерции, но при постоянном значении момента силы $M = M_n - M_{тр}$. Записывают полученные значения ε и соответствующие им значения J в таблицу 2 отчета.

3. Угловое ускорение обратно пропорционально моменту инерции, т.е. график зависимости $\varepsilon = f(J)$ представляет собой гиперболу и не идентифицируется. Но график зависимости $\varepsilon = f(J^{-1})$ должен представлять собой прямую линию, проходящую через начало координат. Поэтому следует вычислить величины J^{-1} и построить соответствующий график. Угловым коэффициентом наклона этого графика равен полному моменту приложенных сил.

Обработка результатов. Определение момента силы трения, действующей в системе.

1. В идеальном случае все графики $M = f(\varepsilon)$ должны пересекаться в одной точке, лежащей на оси M . Координата этой точки дает значение момента силы трения. Для реальных же графиков, скорее всего, будет иметь место некоторый разброс в положении этой точки.

2. Определить по графику все значения момента силы трения и найти его среднее значение. Сравнить полученный результат с ранее измеренным в задании 1.

Задание 3. Сравнение измеренных и вычисленных значений моментов инерции маятника.

1. Выписывают в таблицу 4 отчета измеренные значения моментов инерции маятника.

2. Используя формулы для расчета моментов инерции геометрически правильных тел и теорему Гюйгенса – Штейнера, вычисляют моменты инерции шкивов, крестовины и грузов, вращающихся вокруг оси, не проходящей через их середину. Данные для расчета берут из «паспорта» прибора. Общий момент инерции маятника находится суммированием моментов инерции деталей маятника.

3. Сравнивают вычисленные и измеренные значения моментов инерции. Находят относительные отклонения вычисленных и измеренных моментов инерции:

$$\frac{J_B - J_{И}}{J_B} \times 100\%.$$

Контрольные вопросы

1. Что называют моментом инерции материальной точки, твердого тела? Что называют моментом силы?
2. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
3. Запишите кинематическое уравнение движения груза на нити.
4. Как связаны угловые и линейные кинематические величины?
5. Какая сила приводит во вращение маятник Обербека?
6. Запишите динамическое уравнение движения груза на нити.
7. Как рассчитать момент инерции маятника Обербека, используя данные эксперимента.
8. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
9. Как рассчитать момент инерции маятника Обербека исходя из его геометрических размеров и формы?

Лабораторная работа 4

Изучение закона сохранения импульса

Цель: экспериментально проверить справедливость закона сохранения импульса тел при прямом упругом соударении

Оборудование: 1. Два металлических шарика разной массы.
2. Рама для подвеса шариков.
3. Измерительная линейка.

Теория

1. Замкнутые системы. Закон сохранения импульса

Тела, образующие механическую систему, могут взаимодействовать как между собой, так и с телами, не принадлежащими данной системе. В соответствии с этим силы, действующие на тела системы, можно разделить на внутренние и внешние. Внутренними называют силы, с которыми на данное тело воздействуют остальные тела системы, внешними – силы, обусловленные воздействием, не принадлежащих системе. Если внешние силы отсутствуют, то система называется замкнутой.

Для замкнутых систем существуют такие функции координат и скоростей, образующих систему частиц, которые сохраняют при движении постоянные значения.

Для замкнутых систем оказываются неизменными три физические величины: энергия, импульс и момент импульса. В соответствии с этим имеют место три закона сохранения – закон сохранения импульса, закон сохранения энергии, закон сохранения момента импульса. Эти законы тесно связаны с основными свойствами пространства и времени.

В основе сохранения импульса лежит однородность пространства, т. е. одинаковость свойств пространства во всех точках. Одинаковость следует понимать в том смысле, что параллельный перенос замкнутой системы из одного места в другое без изменения взаимного расположения и скоростей частиц не изменяет механические свойства системы.

Импульсом системы $\mathbf{P}$ называется векторная сумма импульсов тел, образующих систему.

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots + \vec{P}_n = \sum \vec{P}_i \quad (1)$$

Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка C , положение которой в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}_C$:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i}{m} \quad (2)$$

m – масса системы, $\vec{r}_i$ – радиус-вектор, определяющий положение i -того тела в пространстве.

Координаты центра масс равны проекциям на оси:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{m} \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{m} \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{m}$$

В процессе движения материальных точек (тел) их радиус-векторы будут изменяться, а следовательно и радиус центра масс будет изменяться. Поэтому, можно ввести понятие скорости центра масс:

$$\vec{v}_C = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}$$

Если учесть, что $m_i \vec{v}_i = P_i$ – импульс i -того тела, то $\vec{v}_C = \frac{\sum P_i}{m} = \frac{\vec{P}}{m}$.

Таким образом, $\vec{P} = m\vec{v}_C$ – **импульс системы материальных точек равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.**

Импульс всегда направлен как и скорость.

$$[p] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Импульс системы могут изменить только внешние силы, причем изменение импульса системы пропорционально сумме внешних сил и совпадает с ней по направлению. Внутренние силы, изменяя импульсы отдельных тел системы, не изменяют суммарный импульс системы.

Для замкнутых систем справедлив закон сохранения импульса если сумма внешних сил остается постоянной.

$$\vec{p}_c = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + m_3 \vec{V}_3 = \text{const}$$

Если $F = 0$, то $\vec{p} = \text{const}$.

$$m d\vec{V}_c = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) dt$$

Т. е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему. Последнее выражение представляет собой **закон движения центра масс.**

Все реальные системы, конечно, не являются замкнутыми, а сумма внешних сил довольно редко может оказаться равной нулю. Тем не менее, в очень многих случаях закон сохранения импульса можно применять.

Если сумма внешних сил не равна нулю, но равна 0 сумма проекций сил на какое-то направление, то проекция импульса системы на это направление сохраняется.

Закон сохранения импульса можно сформулировать и так: **если на тела системы действуют только силы взаимодействия между ними («внутренние силы»), то**

полный импульс системы тел не изменяется со временем, т.е. сохраняется. Этот закон применим к системе, состоящей из любого числа тел.

Закон сохранения импульса выполняется при распаде тела на части и при абсолютно неупругом ударе, когда соударяющиеся тела соединяются в одно. Если распад или удар происходят в течение малого промежутка времени, то закон сохранения импульса приближенно выполняется для этих процессов даже при наличии внешних сил, действующих на тела системы со стороны тел, не входящих в нее, т.к. за малое время внешние силы не успевают значительно изменить импульс системы.

Под ударом в механике понимается кратковременное взаимодействие двух или более тел, возникающее в результате их соприкосновения (соударение шаров, удар молота о наковальню и др.). Самым простым является прямой (центральный) удар, то есть такой удар, при котором скорости соударяющихся тел до удара направлены по линии, соединяющей центры тел. При соударении взаимодействие длится такой короткий промежуток времени (иногда измеряемый тысячными долями секунды) и возникают столь большие внутренние силы взаимодействия, что внешними силами можно пренебречь и систему соударяющихся тел можно считать замкнутой и применять к ней закон сохранения импульса.

В зависимости от упругих свойств тел соударения могут протекать весьма различно. Принято выделять два крайних случая: абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Абсолютно упругим называется удар, при котором после взаимодействия тела полностью восстанавливают свою форму. Таких ударов в природе не существует, так как всегда часть энергии затрачивается на необратимую деформацию тел. Однако для некоторых тел, например стальных закаленных шаров, потерями механической энергии при столкновении можно пренебречь и считать удар абсолютно упругим. В случае центрального абсолютно упругого удара двух тел с массами m_1 , m_2 и скоростями v_1 , v_2 до удара и v'_1 , v'_2 после удара можно записать закон сохранения импульса тел:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

Абсолютно неупругим называется удар, при котором после соприкосновения тел они не восстанавливают полностью свою форму, соединяются вместе и движутся как единое целое с одной скоростью. При этом ударе часть их механической энергии переходит в работу деформации тел (внутреннюю энергию). Столкновение двух шаров из пластилина, когда после столкновения шары слипаются и движутся вместе, является примером абсолютно неупругого удара. В случае центрального абсолютно неупругого удара двух тел с массами m_1 , m_2 движущихся со скоростями v_1 , v_2 до удара и v' после удара можно записать законы сохранения импульса тел:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}'$$

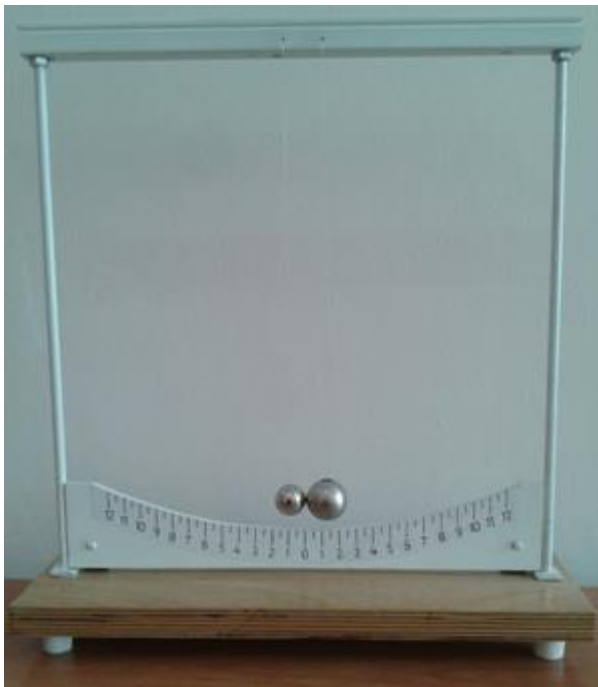
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'$$

Закон сохранения импульса служит основой для объяснения обширного круга явлений природы, применяется в различных науках:

1. Закон строго выполняется в явлениях отдачи при выстреле, явлении реактивного движения, взрывных явлениях и явлениях столкновения тел.
2. Закон сохранения импульса применяют: при расчетах скоростей тел при взрывах и соударениях; при расчетах реактивных аппаратов; в военной промышленности при проектировании оружия; в технике - при забивании свай, ковке металлов и т.д

Описание работы

Установка состоит из двух стальных шаров, на длинных подвесах и измерительной линейки под шарами. Центры масс соприкасающихся шаров лежат на одном уровне от точки подвеса. Отведя один из шаров (например, большей массы) в сторону и отпустив его, можно произвести прямой (центральный) удар шаров.



Если до столкновения один из шаров покоился $v_2=0$, то выражение закона сохранения импульса упростится. При прямом ударе оба шара после столкновения движутся по одной прямой, поэтому от векторной формы записи закона сохранения импульса можно перейти к алгебраической и учитывая, что после столкновения оба шара движутся в одном направлении, получим:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

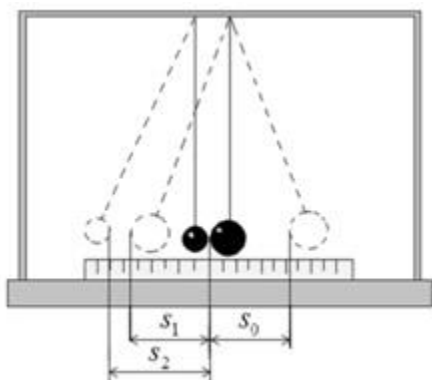


рис. 2

Для определения скорости первого шара v_1 до удара и скоростей шаров v'_1 и v'_2 после удара воспользуемся законом сохранения механической энергии. Потенциальная энергия шара в положении максимального отклонения равняется его кинетической энергии при ударе

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \text{ отсюда } v = \sqrt{2gh}.$$

Высоту подъёма шара можно определить по его максимальному отклонению s от положения равновесия (рис.3,а).

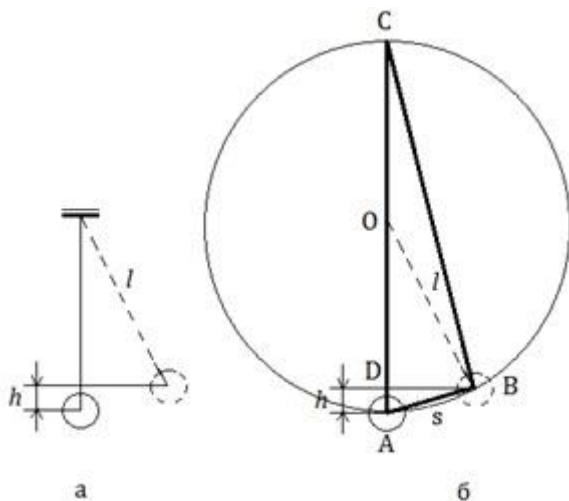


рис. 3

Треугольник ABC прямоугольный (опирается на диаметр). Катет AB является средней пропорциональной величиной между гипотенузой $AC=2l$ и своей проекцией на гипотенузу

AD (рис.3,б): $AB^2=AC \cdot AD$ то есть $s^2 = 2lh$, откуда $h = \frac{s^2}{2l}$. Следовательно, величины

$$v_1 = s_0 \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad v'_1 = s_1 \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad v'_2 = s_2 \sqrt{\frac{g}{l}},$$

скоростей можно выразить так:

где S_0, S_1 - максимальные отклонения первого шара до и после удара; S_2 - максимальное отклонение второго шара после удара.

Запишем уравнение закона сохранения через выражения скоростей:

$$m_1 s_0 \sqrt{\frac{g}{l}} = m_1 s_1 \sqrt{\frac{g}{l}} + m_2 s_2 \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \text{или} \quad m_1 \cdot S_0 = m_1 \cdot S_1 + m_2 \cdot S_2.$$

Таким образом, проверка закона сохранения импульса в данной работе сводится к проверке справедливости последнего уравнения.

При малых углах отклонения шара от положения равновесия S_0, S_1 и S_2 можно заменить соответствующими величинами, отсчитанными по горизонтальной шкале.

Выполнение работы.

1. Перенесите рисунок 2 в отчет по работе.
2. Подготовьте в тетради таблицу для записи результатов измерений и вычислений:

№	m_1 , г	m_2 , г	S_0 , мм	S_1 , мм	S_2 , мм	$m_1 \cdot S_0$, $\frac{\Gamma \cdot \text{мм}}{\text{с}}$	$m_1 \cdot S_1$, $\frac{\Gamma \cdot \text{мм}}{\text{с}}$	$m_2 \cdot S_2$, $\frac{\Gamma \cdot \text{мм}}{\text{с}}$	$m_1 \cdot S_1 + m_2 \cdot S_2$, $\frac{\Gamma \cdot \text{мм}}{\text{с}}$
1									
2									
3									

3. Определите массы шаров m_1 и m_2 . Запишите их результат в таблицу.
4. Отрегулируйте подвеску шаров так, чтобы их центры и точка касания находились на одной горизонтальной линии.
5. Отклоните шар большей массы на 3 см от положения расовесия (S_0) и затем отпустите его. Заметьте **максимальное отклонение шара большей массы после удара (S_1)**. Повторите опыт 5 раз и найдите среднее значение отклонения $S_{1\text{ср}}$. Запишите его в таблицу (S_1).
6. Повторите опыт, но теперь заметьте после удара **максимальное отклонение шара с меньшей массой (S_2)**. Повторите опыт 5 раз, и найдите среднее значение отклонения $S_{2\text{ср}}$. Запишите его в таблицу (S_2).
7. Повторите опыт, отклоняя шар большей массы на 4 см и 5 см. Результаты измерений запишите в таблицу.
8. Используя значения S_0 , S_1 и S_2 , вычислите импульс шара до удара $m_1 \cdot S_0$ и сумму импульсов шаров после удара $m_1 \cdot S_1 + m_2 \cdot S_2$ и внесите в таблицу их результаты.
9. Сравните импульс шара до удара с суммой импульсов шаров после удара. Запишите вывод по полученным результатам работы.
10. Ответьте на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что называется импульсом материальной точки? По какой формуле он находится? В каких единицах он измеряется?
2. Импульс – величина векторная или скалярная?
3. Запишите формулу и формулировку закона сохранения импульса.
4. При каких условиях выполняется закон сохранения импульса?
5. Какое соударение называется абсолютно упругим?
6. Для каких видов соударений выполняется закон сохранения импульса?

Лабораторная работа 5

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: Изучение основных закономерностей колебательного движения математического маятника.

Идея эксперимента

Колебательным движением механической системы называется периодическое движение системы в окрестности положения равновесия.

Время T , за которое совершается одно полное колебание, называется периодом колебаний. Величина ν , обратная периоду, называется частотой колебаний $\nu = 1/T$, а величина $\omega = 2\pi\nu$ – циклической частотой.

В настоящей лабораторной работе изучаются колебания математического маятника.

В эксперименте исследуется колебательное движение груза, подвешенного на длинной нити. Соотношение его элементов таково, что этот физический маятник с достаточной степенью точности может считаться моделью математического маятника.

Теория

Маятник – тело, совершающее колебательное движение под действием квазиупругой силы. Если подвес нерастяжим, размеры груза пренебрежимо малы по сравнению с длиной подвеса и масса нити пренебрежимо мала по сравнению с массой груза, то груз можно рассматривать как материальную точку, находящуюся на неизменном расстоянии l от точки подвеса O . Такой маятник называется *математическим*.

На маятник действуют силы: натяжения нити $\vec{T}$ и тяжести $m\vec{g}$, которые в положении равновесия компенсируют друг друга $\vec{R} = \vec{T} + m\vec{g} = 0$. Для возбуждения колебаний маятник выводят из положения равновесия (рис.1). Теперь $\vec{R} \neq 0$ и маятник обладает избыточной потенциальной энергией mgh по отношению к положению равновесия. Эта энергия обуславливает колебание, происходящее по окружности и описываемое основным уравнением динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \quad (1)$$

где $\vec{M}$ – результирующий вращающий момент, $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение, $I = ml^2$ – момент инерции шарика относительно оси OO' , проходящей через точку подвеса O , перпендикулярно плоскости колебаний (плоскости чертежа). Результирующий момент силы натяжения нити и силы тяжести равен

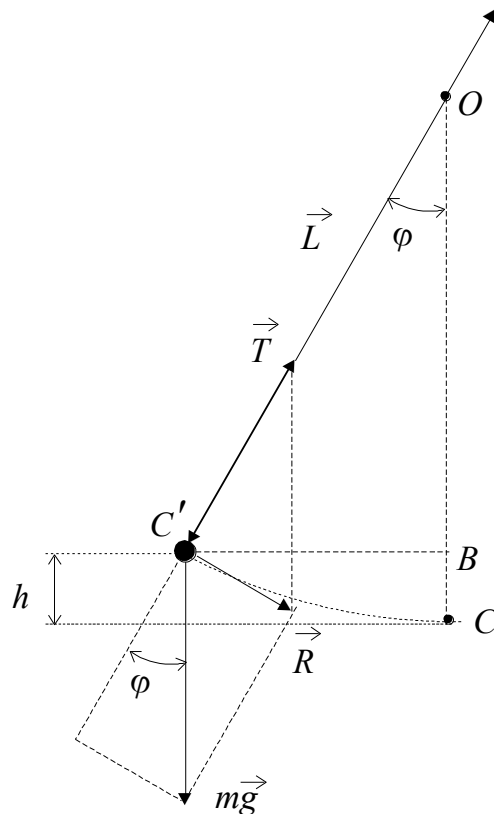


Рис. 1. Математический маятник

$$\vec{M} = \vec{M}_T + \vec{M}_g \quad (2)$$

Тогда

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_T + \vec{M}_g \quad (3)$$

Угол $\vec{\varphi}$ – вектор, направленный от читателя вглубь, так как отсчет угла ведется по часовой стрелке. Векторы $\vec{\varepsilon}, \vec{M}_T, \vec{M}_g$ направлены по оси вращения.

Спроецируем выражение (3) на ось OO' . Примем за положительное направление оси направление вектора $\vec{\varphi}$. Тогда

$$I\varepsilon = mgl \cdot \sin(\vec{L}, \vec{g}) + \tau l \cdot \sin(\vec{T}, \vec{l}), \quad (4)$$

где $\vec{L}$ – радиус-вектор точки, модуль которого равен длине подвеса $|\vec{L}| = l$.

Очевидно, что угол $(\vec{L}, \vec{g}) = -\varphi$, а угол $(\vec{T}, \vec{L}) = 0$. Тогда

$$I\varepsilon = -mg \cdot \sin \varphi \quad (5)$$

Или, так как $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \sin \varphi = 0 \quad (6)$$

Для достаточно малых углов $\sin \varphi \approx \varphi$, тогда

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (7)$$

где $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$.

Решение уравнения (7) представляет собой гармоническую функцию, соответствующую гармоническому колебанию

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0), \quad (8)$$

где φ_0 – амплитуда, ω_0 – частота так называемых собственных колебаний, α_0 – начальная фаза.

Период колебаний связан с циклической частотой соотношением $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, тогда период математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (9)$$

Из равенства (9) следует, что малые колебания математического маятника не зависят от амплитуды. Такие колебания называются изохронными.

Равенство (9) получено для колебаний маятника с малой амплитудой, когда можно пользоваться приближенной формулой $\sin \varphi \approx \varphi$. При больших амплитудах эта формула не применима и период колебаний будет зависеть от угла отклонения.

Экспериментальная установка

Используемый маятник – шарик на тонкой прочной (нерастяжимой) нити, закреплённой на штативе. Полная длина маятника l – расстояние от точки подвеса до центра тяжести шарика (рис.2). Время колебаний измеряют с помощью секундомера.



Рис. 2. Схема установки.

Проведение эксперимента

Задание 1. Проверка независимости периода колебаний математического маятника от его массы.

1. Для проверки необходимо использовать тела разной массы, но имеющие одинаковые размеры и форму, что позволяет считать силу сопротивления воздуха во всех опытах одинаковой. При этом тела не обязательно должны иметь шарообразную форму. Угол отклонения маятника из положения равновесия не должен превышать 5° .

Задание 2. Изучение зависимости периода колебаний математического маятника от его длины и определение ускорения свободного падения.

1. Подвешивают на нити стальной груз. Длину подвеса изменяют в пределах от $0,8$ до $1,8$ м с шагом приблизительно 10 см. Число колебаний в каждом опыте $10-20$. Полученные данные заносят в таблицу 2 отчета. Угол отклонения маятника из положения равновесия не должен превышать 5° .

2. Зависимость $T=f(l)$ нелинейная. Поэтому для удобства экспериментальной проверки эту зависимость следует линеализировать. Для этого можно, например, построить график зависимости квадрата периода колебаний от длины маятника $T^2=f(l)$. Если экспериментальные точки ложатся на прямую с небольшим разбросом, то можно сделать вывод о выполнении формулы (9).

3. Для определения с помощью полученного графика ускорения свободного падения необходимо найти угловой коэффициент прямой, т.е. значение тангенса угла наклона графика к оси l . Вычисляют ускорение свободного падения.

Контрольные вопросы.

1. Какое движение механической системы называется колебательным? Что называется периодом и частотой колебаний?
2. Какая система называется математическим маятником?
3. Какие колебания называются гармоническими? Что такое амплитуда и фаза колебаний.
4. Какие колебания называются изохронными? Являются ли колебания математического маятника изохронными? При каком условии колебания математического маятника можно считать изохронными?

Лабораторная работа 6 **ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА**

Цель работы: изучение основных закономерностей колебательного движения физического маятника.

Идея эксперимента

В эксперименте исследуется физический маятник, представляющий собой прямой стержень, колеблющийся вокруг осей, расположенных на разном расстоянии от центра тяжести стержня.

Теория

Колебания являются одним из наиболее распространенных видов движения. При достаточно малых отклонениях от положения равновесия колебания бывают обычно гармоническими.

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси O , не проходящей через центр масс C тела (рис. 1).

Если маятник выведен из положения равновесия на некоторый угол φ , то составляющая $\vec{F}_n$ силы тяжести $m\vec{g}$ уравнивается силой реакции оси O , а составляющая $\vec{F}_\tau$ стремится вернуть маятник в положение равновесия. Все силы приложены к центру масс тела. При этом

$$F_\tau = -mg \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

Знак минус означает, что угловое смещение φ и возвращающая сила $\vec{F}_\tau$ имеют противоположные направления. При достаточно малых углах отклонения маятника из положения равновесия $\sin \varphi \approx \varphi$, поэтому $F_\tau \approx -mg\varphi$. Поскольку маятник в процессе колебаний совершает вращательное движение относительно оси O , то оно может быть описано основным законом динамики вращательного движения

$$M = J\varepsilon, \quad (2)$$

где M – момент силы F_τ относительно оси O , J – момент инерции маятника относительно оси O , $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение маятника.

Момент силы в данном случае равен

$$M = F_\tau \cdot l = -mg\varphi \cdot l, \quad (3)$$

где l – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника.

С учетом (2) уравнение (1) можно записать в виде

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mgl\varphi = 0 \quad (4)$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (5)$$

где $\omega_0^2 = mgl / J$

Решением дифференциального уравнения (5) является функция

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (6)$$

позволяющая определить положение маятника в любой момент времени t . Из выражения (6) следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания (колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по законам синуса или косинуса) с амплитудой колебаний φ_0 , циклической частотой $\omega_0 = \sqrt{mgl / J}$, начальной фазой α и периодом

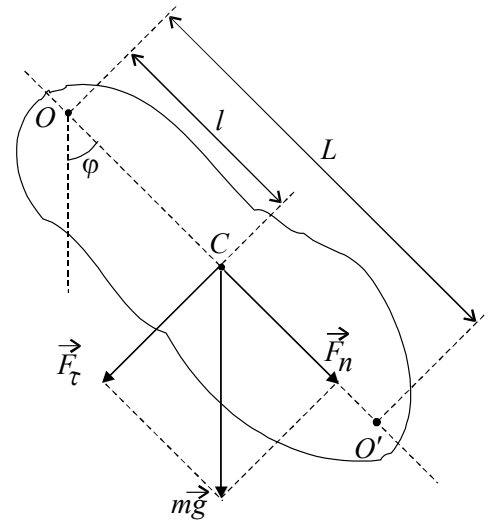


Рис. 1. Физический маятник

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (7)$$

где $L = J/(mg)$ – приведенная длина физического маятника, т.е. длина такого математического маятника, период которого совпадает с периодом физического маятника.

Формула (7) позволяет определить момент инерции твердого тела относительно любой оси, если измерен период колебаний этого тела относительно этой оси.

Если физический маятник имеет правильную геометрическую форму и его масса равномерно распределена по всему объему, в формулу (7) можно подставить соответствующее выражение для момента инерции (Приложение 1). Например, для физического маятника, имеющего вид однородного стержня, колеблющегося вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню, формула (7) приобретает вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2 + d^2 / 12}{l \cdot g}}, \quad (8)$$

где d – длина стержня, l – расстояние от оси качаний до центра тяжести стержня.

Экспериментальная установка

Применяемый в данной работе физический маятник состоит из однородного металлического стержня с отверстиями, с помощью которых маятник одевается на горизонтальную ось. Период колебаний маятника измеряется с помощью секундомера.

Проведение эксперимента

Изучение зависимости периода колебаний физического маятника от расстояния между осью качаний и центром тяжести маятника.

Измерения

Измерьте периоды колебаний T физического маятника при различных расстояниях l между центром тяжести и осью качаний. Шаг изменения расстояния l выберите с таким расчетом, чтобы получить 8-10 экспериментальных точек. Число колебаний в каждом опыте 15-20. Угол отклонения маятника от положения равновесия около 4° . Полученные данные занесите в таблицу 1 отчета.

Обработка результатов

1. Постройте график зависимости $T^2 l = f(l^2)$.
2. Если экспериментальные точки ложатся на прямую с небольшим разбросом, то можно сделать вывод о правильности формулы периода колебаний физического маятника.
3. Используя соотношения $\frac{4\pi^2}{g} = k$ и $\frac{4\pi^2}{g} \cdot \frac{d^2}{12} = b$, где k – тангенс угла наклона прямой к оси l^2 , b – отрезок, отсекаемый прямой по оси $T^2 l$, вычислите ускорение свободного падения g и длину стержня d .

4. Сравните полученное значение g с табличным значением, а величину d с длиной стержня. Сделайте вывод о точности проделанных измерений.

Приложение 1

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение физического маятника.
2. Что называют моментом инерции материальной точки, твердого тела?
3. Дайте определение момента силы.
4. Как направлены векторы момента силы, углового ускорения.
5. С помощью основного уравнения динамики вращательного движения получите уравнение колебаний физического маятника.
6. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
7. Получите формулу для расчета периода колебаний физического маятника – однородного стержня
8. В чем сущность метода наименьших квадратов?

Лабораторная работа 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ (C_p/C_v) ВОЗДУХА МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ (КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА).

Цель работы: углубить представления о тепловых свойствах газов и их зависимости от характера тепловых процессов. Освоить один из методов определения отношения теплоемкостей.

Теория

Теплоемкостью тела называется то количество теплоты, которое необходимо сообщить этому телу, чтобы изменить его температуру на 1 градус:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\Delta Q_{\text{тела}}}{\Delta T},$$

где $\Delta Q_{\text{тела}}$ – количество теплоты, сообщаемое телу при изменении его температуры на ΔT градусов. Единицей измерения теплоёмкости тела является Дж/К.

Однако, этим понятием пользоваться неудобно, т.к. оно характеризует способность только данного тела, а не вещества из которого оно изготовлено. Поэтому гораздо чаще используют понятие теплоемкости, отнесенное не к произвольному телу, а к единице массы вещества, из которого оно изготовлено. Такая теплоемкость называется *удельной теплоемкостью* c и представляет собой количество теплоты, которое необходимо сообщить единице массы вещества, чтобы изменить ее температуру на 1 градус.

$$c = \frac{C_{\text{тела}}}{m} = \frac{\Delta Q_{\text{тела}}}{m\Delta T},$$

где m – масса тела. Единицей измерения удельной теплоёмкости является $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

Еще чаще в физике предпочитают пользоваться понятием молярной теплоемкости. Под *молярной теплоемкостью* C понимают такое количество теплоты ΔQ_M , которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы изменить его температуру на 1 градус:

$$C = \frac{\Delta Q_M}{\Delta T}, \quad (1)$$

где ΔQ_M – количество теплоты, сообщаемое одному молю вещества при изменении его температуры на ΔT градусов. Единицей измерения молярной теплоёмкости является $\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

Между удельной и молярной теплоёмкостями существует простая связь:

$$C = Mc, \quad (2)$$

где M – молярная масса данного вещества.

Так дело обстоит только с твердыми и жидкими телами. Газы же могут нагреваться либо при постоянном объеме, либо при постоянном давлении. От этих условий нагревания газа очень сильно зависит их молярная теплоемкость, которую в дальнейшем для краткости будем называть просто теплоемкостью. Согласно первому началу термодинамики, все количество теплоты ΔQ , подводимое к газу, идет на изменение его внутренней энергии ΔU и на совершение газом работы $A = p\Delta V$. Запишем этот закон для одного моля идеального газа:

$$\Delta Q_M = \Delta U_M + p_M\Delta V, \quad (3)$$

где ΔV – изменение объема газа вследствие его теплового расширения. Если количество теплоты ΔQ_M сообщают одному молю газа с целью повысить его температуру на 1 градус ($\Delta T = 1 \text{ K}$), то (1) примет вид:

$$C = \Delta Q_M \text{ или } C = \Delta U_M + p_M\Delta V. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь каждое из условий нагревания газа в отдельности.

Нагревание газа при постоянном объеме ($V = \text{const}$, $p_M \neq \text{const}$). В этом случае газ не расширяется ($\Delta V = 0$), а следовательно работа против внешних сил им не совершается. Тогда, согласно (3), все подводимое к газу тепло ΔQ_M идет только на изменение внутренней энергии ΔU_M газа:

$$\Delta Q_M = \Delta U_M.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (4), получаем:

$$C_V = \Delta Q_M = \Delta U_M, \quad (5)$$

где C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме, ΔU_M – изменение внутренней энергии идеального газа при его нагревании на $\Delta T = 1 \text{ K}$. Т.к. $\Delta U_M = \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{i}{2} R$, то

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad (6)$$

где i – сумма числа степеней свободы поступательного, вращательного и удвоенного числа степеней свободы колебательного движения молекул газа.

Теплоёмкость газа, нагреваемого при постоянном объёме, часто называют *изохорной теплоёмкостью*.

Нагревание газа при постоянном давлении ($p_M = \text{const}$, $V \neq \text{const}$). В этом случае $\Delta V \neq 0$ и тепло, подводимое к газу, идет не только на изменение его внутренней энергии, но и на совершение $p_M \Delta V$ против внешних сил. Тогда, согласно (4), получаем:

$$C_p = \Delta U_M + p_M \Delta V,$$

где C_p – молярная теплоемкость газа при постоянном давлении. С учетом (5) имеем:

$$C_p = C_V + p_M \Delta V \quad (7)$$

это означает, что газ, расширяющийся при постоянном давлении, обладает большей теплоемкостью, чем газ, расширяющийся при постоянном объеме, на величину, равную работе $p_M \Delta V$, совершаемой газом против внешних сил.

Выражение (7) чаще записывают в несколько ином виде. Для этого выразим величину $p_M \Delta V$ из уравнения Менделеева-Клапейрона, записанного для одного моля газа:

$$p_M \Delta V = R \Delta T \Rightarrow p_M \Delta V = R \text{ (т.к. } \Delta T = 1 \text{ K)}.$$

Подставляя это выражение в формулу (7), получаем:

$$C_p = C_V + R. \quad (8)$$

Сравнивая выражения (7) и (8), можно сделать очень интересный и важный вывод: *работа одного моля газа против внешних сил, расширяющегося при постоянном давлении, всегда равна универсальной газовой постоянной*.

Численное значение теплоемкости при постоянном давлении зависит от числа степеней свободы молекул газа, которое можно записать в виде:

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (9)$$

Теплоёмкость газа, нагреваемого при постоянном давлении, часто называют *изобарной теплоемкостью*.

Весьма важное значение при изучении свойств идеальных газов играет отношение молярных теплоемкостей газа C_p к C_V . Это отношение обозначают буквой γ и называют *показателем адиабаты*:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} > 1. \quad (10)$$

Для одноатомных молекул $i = 3$, для двухатомных с вращательной степенью свободы $i = 5$, для двухатомных с вращательной и колебательной степенями свободы $i = 7$, и т. д. Поэтому для сопоставления теории с опытом достаточно сравнивать экспериментальные и теоретические значения γ . Например, для одноатомного газа, согласно теории, $i = 3$ и $\gamma = 5/3 = 1,67$, для 2-х атомного газа при комнатной температуре $i = 5$ и $\gamma = 7/5 = 1,4$.

Выражение (10) можно получить, разделив (9) на (6). Важность его заключается в том, что показатель адиабаты является величиной, характерной для каждого газа, и входит в уравнение, описывающее адиабатические процессы в газах. Это уравнение называется *уравнением адиабаты* или *уравнением Пуассона*:

$$PV^\gamma = \text{const}. \quad (11.a)$$

Заменяя в (11.a) PV^γ через $PV \cdot V^{\gamma-1}$ и применяя уравнение Менделеева-Клапейрона, получим иную запись уравнения Пуассона:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (11.б)$$

Следует заметить, что уравнение Пуассона, описывающее адиабатические процессы, очень похоже на уравнение Бойля-Мариотта ($PV = \text{const}$), описывающее изотермические процессы. Однако, показатель степени в уравнении Пуассона (11.a) свидетельствует о том, что адиабата всегда располагается круче изотермы (рис.1). Иными словами, тангенс угла наклона касательной к адиабате в γ раз больше тангенса угла наклона касательной к изотерме.

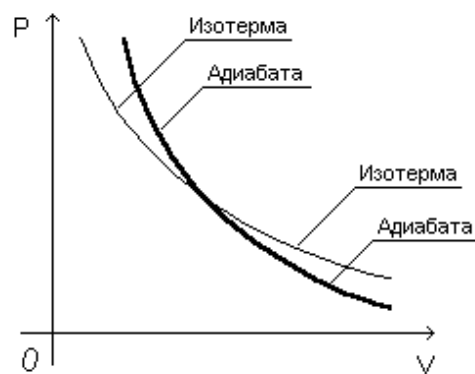


Рис. 1.

Экспериментальная установка

Лабораторная работа выполняется на базе лабораторного комплекса ЛКТ-5 (рисунок 2). Основным элементом комплекса – баллон объемом 3,25 л. Баллон снабжен клапаном КЗ, позволяющим быстро сбрасывать давление газа в баллоне. Педаль клапана выведена на панель прибора. Клапан открывается при нажатии на педаль. В целях безопасности на баллон в рабочем состоянии надет чехол из плотной ткани.

Элементы комплекса соединены шлангами из синтетического материала. Краны К1 и К2 пережимают соответствующие шланги. Полная схема соединений элементов изображена на передней панели прибора. Исследуемый газ подается в баллон через штуцер Ш2, при этом происходит удаление влаги из газа.

Если осушение не требуется, то газ подается через штуцер Ш1. Штуцер Ш3 позволяет соединить баллон с дополнительными устройствами.

Традиционным методом определения величины показателя адиабаты является метод адиабатического расширения или, как его ещё называют, метод Клемана-Дезорма. Экспериментальная установка (рис. 2) этого метода представляет собой достаточно большого объёма сосуд, который при помощи резиновых шлангов и двух клапанов, может соединяться либо с окружающей средой, либо с компрессором. Разность давлений внутри сосуда и снаружи измеряется манометром. Суть метода состоит в следующем. Когда клапан «Сброс» открыт, то воздух массой m_0 , заполняющий сосуд объёмом V_0 , находится под давлением, равным атмосферному p_0 , а температура его равна температуре окружающей среды T_0 . Для определения показателя адиабаты воздуха следует изначально находящийся в сосуде газ массой m_0 последовательно провести через три различных состояния.



Рис. 2.

Первое состояние: закрывают клапан «К3», открывают клапан «К1» и повышают давление воздуха в баллоне до тех пор, пока разность давлений в баллоне и окружающей среде не достигнет ~ 200 мм рт. ст. Далее необходимо выждать некоторое время, пока температура воздуха в баллоне, возросшая из-за быстрого нагнетания, не станет равной температуре T_0 окружающей среды, о чём можно судить по прекращению изменения давления. Вследствие нагнетания в сосуд некоторого количества газа, масса воздуха m_0 , занимавшего изначально весь объём V_0 сосуда, окажется в сжатом состоянии и будет теперь занимать меньший объём $V_1 < V_0$, находясь при этом под давлением $p_1 = p_0 + \Delta p_1$ (где Δp_1 – разность давлений воздуха внутри сосуда и с наружи) при температуре окружающей среды T_0 .

Второе состояние: открывают клапан «К3» и позволяют газу, находящемуся в баллоне под повышенным давлением, как можно быстрее расширяться до давления, равного атмосферному, после чего клапан «К3» тут же закрывают. На этом этапе эксперимента происходит следующее. При расширении воздуха его температура понижается. Поскольку процесс расширения газа протекает очень быстро, то температура внутри баллона не успевает выровняться с температурой воздуха в комнате. Поэтому такой процесс можно считать протекающим практически без теплообмена с окружающей средой, т.е. адиабатическим.

Поэтому к моменту расширения газа до атмосферного давления p_0 его температура T_2 оказывается несколько ниже комнатной температуры T_0 ($T_2 < T_0$), объём воздуха массой m_0 несколько возрастет до величины $V_2 < V_0$.

Третье состояние. По истечении некоторого промежутка времени газ в баллоне вследствие теплообмена с окружающей средой нагреется до комнатной температуры T_0 , в результате чего его давление возрастет до некоторой величины $p_2 = p_0 + \Delta p_2$ (где Δp_2 – разность давлений воздуха внутри сосуда и с наружи). Объём воздуха массой m_0 останется прежним.

Ниже в таблице сведены воедино параметры газа в каждом из трех описанных состояний.

Параметр системы	Первое состояние	Второе состояние	Третье состояние
Давление	$p_1 = p_0 + \Delta p_1$	p_0	$p_2 = p_0 + \Delta p_2$
Температура	T_0	$T_2 < T_0$	T_0
Объем	$V_1 < V_0$	$V_1 < V_2 < V_0$	$V_3 = V_2$

Адиабатический процесс перехода газа из *первого* состояния во *второе* может быть описан уравнением Пуассона:

$$\frac{p_0^{\gamma-1}}{T_0^{\gamma}} = \frac{p_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}}. \quad (12)$$

Поскольку переход газа из *второго* состояния в *третье* происходит изохорически (см. таблицу), то этот процесс может быть описан законом Шарля:

$$\frac{p_0}{T_2} = \frac{p_2}{T_0}. \quad (13)$$

Решая совместно уравнения (12) и (13), получаем:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma} = \frac{p_1}{p_0}. \quad (14)$$

Логарифмируя выражение (14), получаем формулу для расчета показателя адиабаты:

$$\gamma = \frac{\lg p_1 - \lg p_0}{\lg p_1 - \lg p_2}. \quad (15)$$

раскладывая выражение (15) в ряд Тейлора и ограничиваясь его первыми двумя членами, а так же учитывая, что $p_1 = p_0 + \Delta p_1$ и $p_2 = p_0 + \Delta p_2$, получаем:

$$\gamma = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}. \quad (16)$$

Измерения и обработка результатов

1. Закрывать штуцер ШЗ заглушкой.
2. Закрывать кран К2.
3. Подключить грушу-помпу к штуцеру Ш1.
4. Открыть кран К3 и убедиться, что давление в баллоне равно атмосферному (стрелка манометра должна стоять на отметке «0»).
5. Накачать в баллон воздух до избыточного давления Δp_1 , после чего закрыть кран К1. Подождать 1-2 минуты, пока установится температура воздуха, и давление перестанет изменяться. Если необходимо, аккуратно довести давление до заданного значения, слегка приоткрывая кран К2 или накачивая воздух грушей. Полученное значение записать в таблицу 1 отчета.
6. На короткое время с открытым краном К3 баллона (опустить вниз педаль до упора) и снова закрыть его (отпустить педаль) сразу после прекращения шипения выходящего из сосуда воздуха. На этом этапе эксперимента следует помнить, что точность измерений во многом зависит именно от времени истечения воздуха при открытом клапане. Этот процесс должен длиться ровно столько времени, сколько необходимо для выравнивания давления воздуха внутри сосуда с давлением атмосферным при соблюдении условия адиабатичности процесса. Этому состоянию будет соответствовать прекращение шипения выходящего

через кран КЗ воздуха. Подождать 1-2 минуты до установления температуры и давления в баллоне. Записать установившееся избыточное давление Δp_2 в таблицу 1 отчета.

7. Повторить опыт ещё 19 раз, нагнетая каждый раз в баллон воздух до разного избыточного давления Δp_1 .

8. Определить показатель адиабаты по формуле (16).

9. Сравнить полученный результат с теоретическим.

10. Сделать вывод.

Контрольные вопросы

1. Теплоёмкость тела, удельная и молярная теплоёмкости.

2. Теплоёмкость газа при изохорическом нагревании.

3. Теплоёмкость газа при изобарическом нагревании.

4. Какой процесс называется адиабатическим? Приведите примеры адиабатных процессов.

5. Запишите уравнение Пуассона.

6. Почему при адиабатном расширении температура газа падает, а при сжатии возрастает?

7. В чем суть способа определения показателя адиабаты методом адиабатического расширения (Клемана-Дезорма)?

Лабораторная работа 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАВЛЕНИЯ И КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ТЕЛ. ИЗМЕРЕНИЕ ЭНТРОПИИ.

Цель работы: экспериментальное изучение фазового перехода первого рода.

Оборудование: лабораторный комплекс ЛКТ-8 (модуль 01 ПЕЧЬ-ТЕРМОСТАТ), кабель СШ7 – СШ7 (500 мм), тигель алюминиевый (объем 48 мл, масса 60 г), сплав Розе, глицерин, секундомер.

Теоретическая подготовка к работе.

Кристаллами называются твердые тела, формирующиеся в виде многогранников. Отличительным признаком кристаллических тел является их *анизотропность*, т.е. различие физических свойств в разных направлениях внутри него. Это означает, что кристаллические тела в разных направлениях могут обладать различными акустическими свойствами, различным коэффициентом преломления света, разной величиной коэффициента теплового расширения и т.д.

Другими, не менее важным и интересным, свойством кристаллов является их способность *самоограничиваться*, т.е. принимать многогранную форму в результате свободного роста в подходящей для этого среде. Это означает, что выточенный, например, из каменной соли шарик, будучи помещенным в расплав или раствор такой же соли, со временем покроется гранями. Шарик же вырезанный из воска и помещенный в соответствующую среду, так и останется шариком (воск – не кристаллическое вещество).

Кристаллы условно делят на *монокристаллы* и *поликристаллы*. *Монокристаллами* называются одиночные кристаллы с очень хорошо просматривающейся кристаллической структурой. Такие кристаллы встречаются довольно редко и только в природе. К их числу следует относить, прежде всего, кристаллы кварца (горного хрусталя SiO_2) и каменной соли. Те же кристаллы встречаются, которые состоят из большого числа маленьких кристалликов или, как говорят, обладают поликристаллической структурой, называются *поликристаллами*. К их числу относится большинство окружающих нас тел и, прежде всего, металлы.

Как анизотропность, так и способность кристаллов к самоогранке объясняются почти совершенной симметрией их строения. Рентгеновский анализ строения кристаллов убеждает в том, что только кристаллы обладают столь совершенным порядком в расположении составляющих их частиц (атомов, молекул или ионов). Все частицы кристаллической решетки находятся в непрерывном колебательном движении вблизи некоторых положений равновесия, расположенных в вершинах правильных геометрических фигур (куба, тетраэдра, гексаэдра и т.д.). Такие места положений равновесия колеблющихся частиц называют *узлами* кристаллической решетки. Пространственное расположение частиц, образующих правильные геометрические формы, называется *элементарной ячейкой* кристалла. Весь кусок кристаллического тела состоит из великого множества элементарных ячеек, непрерывно переходящих одна в другую и образующих таким образом *кристаллическую решетку*.

По форме, размерам и величине углов наклона элементарных ячеек, кристаллы делят на семь сингоний:

1. правильная или кубическая система $a = b = c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
2. гексагональная система $a = b \neq c; \alpha = \beta = 90^\circ; \gamma = 120^\circ$
3. тетрагональная система $a = b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
4. тригональная система $a = b = c; \alpha = \beta = \gamma < 120^\circ \neq 90^\circ$
5. ромбическая система $a \neq b \neq c; \alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
6. моноклинная система $a \neq b \neq c; \alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$
7. триклинная система $a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma$

На рис. 1 показаны 7 сингоний и 4 типа решеток (элементарных ячеек Браве).

По роду частиц, образующих кристаллическую решетку различают следующие четыре типа решеток:

- Атомные решетки, образованные нейтральными атомами. Такая связь носит название *гомеополярной* (например, алмаз).
- Молекулярные решетки, образованные нейтральными молекулами (H_2O , CO_2).

Сингония Тип решётки	Три- клинная	Куби- ческая	Тетраго- нальная	Ромби- ческая	Триго- нальная (ромбозд- рическая)	Гексаго- нальная	Моно- клинная
Примитивный							
Базоцентри- рованный							
Объёмноцен- трированный							
Гранецентри- рованный							

Рис. 1. Элементарные ячейки Браве.

- Ионные решетки, образованные ионами разного знака. Такая связь носит название *гетерополярной* (всевозможные соли). Так, например, кристаллическая решетка поваренной соли (**NaCl**) образована положительными ионами **Na⁺** и отрицательными ионами **Cl⁻**. Их электростатическое притяжение и обеспечивает довольно большую прочность кристалла.
- Металлические решетки, образованные положительными ионами металла, в пространстве между которыми хаотично и беспорядочно «летают» свободные электроны проводимости. Силы электростатического отталкивания, действующие между одноименными ионами в узлах решетки, не могут привести к разрушению кристалла благодаря действию сил электростатического притяжения свободных электронов, которые, в свою очередь, не могут покинуть кристалл благодаря силам электростатического притяжения со стороны положительных ионов, расположенных в узлах кристаллической решетки. По причине особого характера сил, удерживающих металлические решетки в стационарном состоянии, такие решетки принято выделять в особую группу.

Энергия кристаллической решетки.

Колеблющиеся в узлах кристаллической решетки атомы обладают, естественно, определенной энергией, складывающейся из энергии движения и потенциальной энергии E_p взаимодействия друг с другом:

$$E_p = -\frac{c'}{R^{k_1}} + \frac{c''}{R^{k_2}}, \quad (1)$$

где отрицательный член $-\frac{C'}{R^{k_1}}$ этого равенства соответствует силам притяжения, а положительный $\frac{C''}{R^{k_2}}$ – силам отталкивания.

Графически зависимость этих величин от расстояния между центрами масс частиц представлена рис.2а.

Рассмотрим поведение двух частиц одной элементарной ячейки.

Расстояние R_0 на рис. 2а соответствует расстоянию между двумя смежными узлами кристаллической решетки. Тепловое движение приводит к периодическому отклонению каждой частицы от этого положения равновесия, в котором воздействие на данную частицу со стороны всех остальных частиц решетки скомпенсировано. При расстояниях между центрами масс частиц $R < R_0$ начинают проявляться силы отталкивания, возвращающие обе частицы на расстояние R_0 друг от друга, предотвращая, таким образом, проникновение одной частицы во внутрь другой. В случае же удаления частиц друг от друга ($R > R_0$) проявляются силы притяжения между данной частицей и ее «соседкой», так же стремящиеся вернуть частицы на расстояние R_0 друг от друга и не позволяющие частицам «разлететься» на слишком большое расстояние, что неминуемо привело бы к разрушению кристаллической решетки.

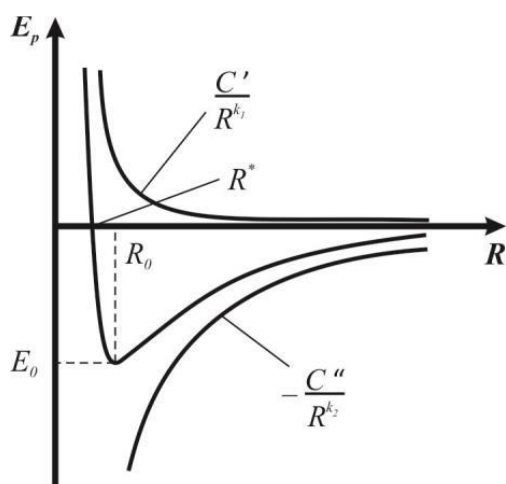


Рис. 2 а

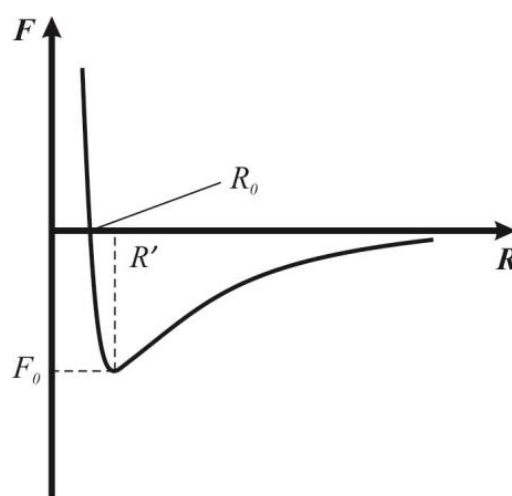


Рис. 2 б

Как следует из хода результирующей кривой, силы отталкивания между частицами кристалла проявляют себя только на малых расстояниях между частицами и по мере их сближения возрастают гораздо быстрее, чем возрастают силы притяжения при удалении частиц друг от друга. Это возможно только если показатели степени в выше приведенном уравнении удовлетворяют условию $k_2 > k_1$ (так для гетерополярных решеток $k_1 = 1$ и $k_2 = 9$).

На рис. 2б показан график зависимости результирующей силы взаимодействия частиц, очень похожий на график только что рассмотренной зависимости. Сопоставляя эти кривые, можно заметить, что расстоянию $R \approx R_0$ соответствуют минимум потенциальной энергии и равенство нулю равнодействующей силы взаимодействия частиц. Это – положение равновесия ($F = 0$), к которому стремится любая система и в котором потенциальная энергия системы минимальна.

Плавление и кристаллизация

Плавлением кристаллического тела называется процесс превращения его из твердого состояния в жидкое. *Кристаллизацией* называется процесс, обратный процессу плавления.

Расплавить кусок кристаллического тела можно, постепенно нагревая его. График этого процесса, изображенный на рис.3, имеет три участка. На участке *ab* температуре кристаллического тела плавно возрастает, что соответствует обычному нагреву твердого тела. По достижении определенной температуры $T_{пл}$, называемой *температурой плавления*, рост температуры прекращается (изотермический участок *bc*) до тех пор, пока все вещество не превратится в жидкость. Вещество в этом состоянии нельзя назвать ни жидкостью, ни твердым телом: в сосуде находятся одновременно обе фазы – твердая и жидкая. Этот участок кривой соответствует процессу плавления. Рост температуры возобновится (участок *cd*) сразу после того, как будет расплавлен последний кристаллик вещества. Этот участок кривой соответствует обычному нагреву жидкости.

Как объяснить наблюдаемый факт? Почему на участке *bc*, несмотря на непрерывающийся приток тепла извне, температура системы остается постоянной? Дело в том, что частицы кристаллической решетки обладают только энергией колебательного движения, в то время как частицы жидкости обладают еще и энергией поступательного движения. Иными словами, частицы жидкости обладают большей энергией, чем частицы

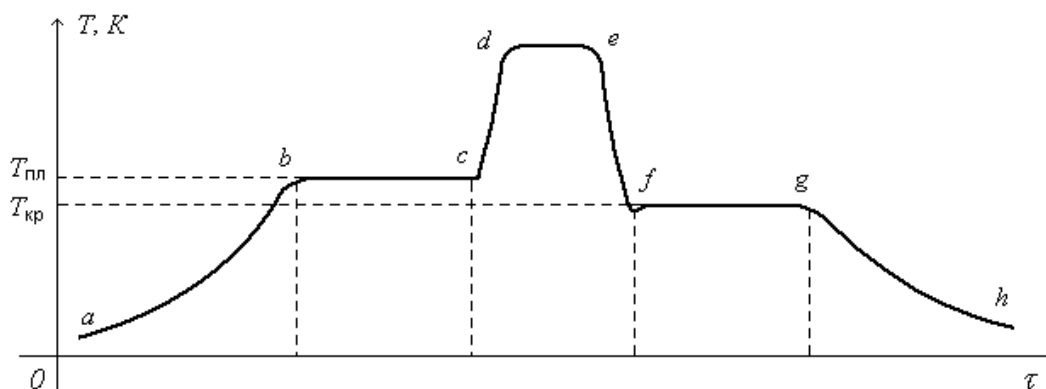


Рис. 3. Кривые плавкости кристаллического тела.

кристаллической решетки. Следовательно, для того, чтобы полностью расплавить кусок кристаллического тела, необходимо его частицам сообщить некоторое количество энергии Q_1 , равное энергии поступательного движения частиц жидкости. Сделать это можно, нагревая это кристаллическое тело. Поэтому в период плавления частицы еще не расплавленного кристалла преобразуют получаемую ими извне тепловую энергию в *энергию поступательного движения*. В результате чего температура всей системы остается постоянной. После же того, как все вещество будет расплавлено, поступающее в систему тепло будет затрачиваться на увеличение кинетической энергии частиц расплавленного вещества, т.е. на увеличение скорости их поступательного движения – температура вновь начнет возрастать (участок *cd*).

Кривая кристаллизации так же имеет изотермический участок *fg*, соответствующий процессу кристаллизации. Для того, чтобы жидкость перевести в кристаллическое состояние, необходимо, чтобы её частицы потеряли определенную долю своей энергии, равную энергии их поступательного движения, «оставив при себе» только энергию колебательного движения. Именно эта доля, равная энергии поступательного движения частиц жидкости, и выделяется в виде теплоты в период кристаллизации, компенсируя отток тепла из системы и поддерживая температуру всей системы постоянной. После полной кристаллизации вещества дальнейший отток из системы тепла приведет к дальнейшему понижению температуры уже кристаллического тела. Проявляется это в

уменьшении амплитуды колебательного движения частиц в узлах кристаллической решетки.

Ядра кристаллизации, образование переохлажденной и перегретой жидкостей.

Теоретически температуры плавления и кристаллизации жидкостей должны совпадать по своей величине. Однако, так происходит далеко не всегда. Обычно температура кристаллизации несколько (а иногда и значительно) ниже температуры плавления. Объясняется это следующим образом. Процесс кристаллизации жидкости всегда начинается на некоторых неоднородностях в объеме жидкости, которые называются *центрами* или *ядрами кристаллизации*. Ядрами кристаллизации могут служить различные неоднородные включения (обычно пыль). При наличии большого числа таких ядер (загрязненное вещество) процесс кристаллизации протекает очень легко и температура кристаллизации действительно совпадает с температурой плавления. В совершенно чистом веществе, свободном от инородных включений, ядрами кристаллизации начинают служить молекулы уплотнения, представляющие собой случайные увеличения концентрации молекул жидкости (плотности жидкости) по всему объему жидкости. Однако, такие случайные (флуктуационные) образования неспособны существовать слишком долго. При температуре жидкости выше или равной температуре плавления, эти молекулярные уплотнения настолько быстро распадаются, что кристаллические зародыши не успевают появиться на них и кристаллизация не происходит. Это обстоятельство в значительной мере затрудняет процесс кристаллизации жидкости, но не блокирует его вовсе. При дальнейшем понижении температуры жидкости время жизни молекулярных уплотнений возрастает и становится вполне достаточным для образования на них мельчайших кристалликов вещества, дальнейший рост которых приводит к полной кристаллизации всей жидкости. Происходит это при температуре, ниже температуры плавления. Такие жидкости называют *переохлажденными*. Значительно ускорить процесс кристаллизации можно некоторым встряхиванием сосуда с переохлажденной жидкостью (при этом возрастает число молекулярных уплотнений) или введением в жидкость кристаллика такого же вещества. Таким образом температура кристаллизации одного и того же вещества не является величиной постоянной и зависит от степени загрязненности исследуемого вещества.

Возможен и несколько иной механизм переохлаждения жидкостей. В том случае, если температуру понижать очень быстро, то ее частицы не будут успевать терять необходимую долю своей энергии, приходящейся на их поступательное движение, и следовательно, не смогут образовать кристаллической решетки. Тем не менее, дальнейшее и быстрое понижение температуры приводит к увеличению вязкости такой жидкости, что затрудняет поступательное движение ее частиц. Вещество затвердевает, не образуя при этом кристаллической решетки. Такие вещества называют так же *переохлажденными жидкостями* или *стеклообразными* веществами. Очень часто их относят к разряду аморфных тел, несмотря на то, что механизм образования последних, вообще говоря, несколько отличен от механизма образования стеклообразных веществ. Практика причисления последних к аморфным телам объясняется тем, что переохлажденная жидкость достаточно долгое время после ее образования проявляет свойства аморфных тел, но процесс образования кристаллов в ней, в отличие от поистине аморфных тел, все-таки происходит (хотя и очень медленно) и с течением времени стеклообразное тело все же превращается в кристаллическое.

Возможен и вариант образования перегретой жидкости. Механизм такого процесса аналогичен механизму образования стеклообразных веществ.

Аморфные тела.

К аморфным телам относятся тела, которые при затвердевании не образуют кристаллической решетки. Основным свойством аморфных тел является их изотропность,

т.е. постоянство физических свойств во всех направлениях внутри тела. Аморфные тела, даже в твёрдом состоянии, обладают текучестью, хотя и очень незначительной. Это позволяет рассматривать их как нечто среднее между кристаллическими телами и жидкостями повышенной вязкости.

Кривые плавления и отвердевания аморфных тел, показанные на рисунке 4, лишены изотермических участков. Вместо них имеются лишь точки перегиба, соответствующие состоянию размягчения аморфного тела. Для аморфных тел невозможно указать значение температуры, при которой в сосуде одновременно будут присутствовать обе фазы – твёрдая и жидкая. Температура, соответствующая точке перегиба, называется *температурой размягчения*.



Рис. 4. Кривые плавкости аморфного тела.

Энтропия. Процессы кристаллизации и охлаждения олова

Поскольку процесс остывания кристаллического тела сопровождается уменьшением его внутренней энергии, а процесс кристаллизации – ещё и упорядочиванием структуры, то можно говорить об изменении энтропии вещества в сторону её уменьшения.

Энтропией S называется функция состояния системы, дифференциал которой равен

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (2)$$

где dQ – бесконечно малое количество теплоты, сообщённое системе во время элементарного и обратимого процесса, T – абсолютная температура системы. *Изменение энтропии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2 равно приведённому количеству теплоты, переданному системе в этом процессе:*

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Экспериментальная установка

Лабораторная работа выполняется на базе лабораторного комплекса ЛКТ-8 (рис. 5). Все элементы комплекса размещены в двух этажах каркаса 1. Нижний этаж – служебный. В нем размещена измерительная система ИСТ-4К (поз.2) и приборный блок (поз.3). Верхний этаж – рабочая зона. В нем размещены функциональные модули.

На правой боковине каркаса установлена клемма заземления.

В работе используется Модуль 01 ПЕЧЬ-ТЕРМОСТАТ (рис. 6), состоящий из плиты 3, установленной на основании прибора 6 на ножках 5, и окруженной теплоизолирующим кожухом 1. В плиту встроены два тепловыделяющих элемента (ТВЭЛ) 4 и датчик температуры 2. Плита может охлаждаться вентилятором 7. Сопротивление ТВЭЛ печи равно 10 Ом, максимальное напряжение питания – 20 В, максимальная мощность – 40 Вт.

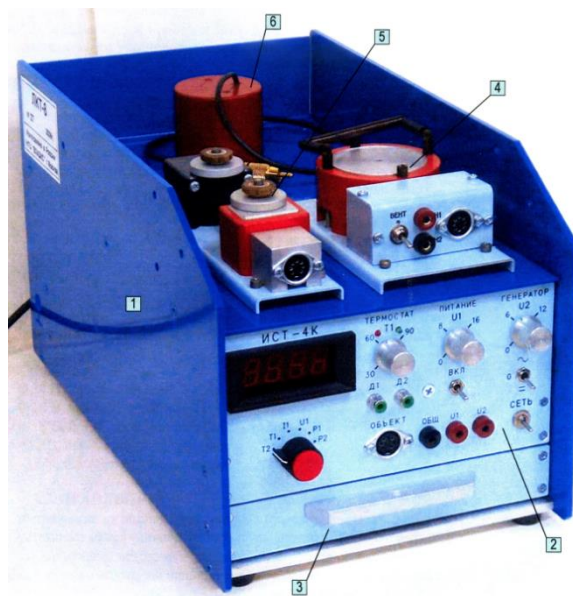


Рис. 5

Изучаемый (нагреваемый) объект устанавливается на плите и прижимается к ней стержнем 9 с помощью двух пружин 10. Пружины прицеплены к двум штырям 11 и при необходимости могут быть сняты. На объект надевается теплоизолирующий кожух (поз.8). Через разъем 12 модуль подключается к разъему ОБЪЕКТ ИСТ-4. Тумблер «ВЕНТ» включает вентилятор. Гнезда «Н1» и «Н2» включены параллельно нагревателю и используются для измерения напряжения на нагревателе при необходимости точного определения выделяемой в нагревателе мощности (вольтметр измерительной системы ИСТ-4 не учитывает падение напряжения на проводах кабеля, что приводит к небольшой погрешности в определении мощности).

В лабораторной работе определяется температура кристаллизации и теплота плавления сплава Розе (50% Bi, 28% Pb и 22% Sn по массе); определяется приращение энтропии при остывании.

В лабораторной работе определяется температура кристаллизации и теплота плавления сплава Розе (50% Bi, 28% Pb и 22% Sn по массе); определяется приращение энтропии при остывании.

На основании закона сохранения энергии понятно, что в течение всего периода кристаллизации $d\tau_K$ окружающая среда получает некоторое количество тепла dQ_C , равное количеству тепла, dQ_K , которое вещество отдаёт окружающей среде за тот же отрезок времени $d\tau_K$:

$$dQ_C = -dQ_K. \quad (3)$$

Величина dQ_K представляет собой количество теплоты, передаваемое веществом окружающей среде за время кристаллизации путём теплопроводности:

$$dQ_K = \lambda_K m_{СП}, \quad (4)$$

где λ_K – количество теплоты, передаваемое окружающей среде единицей массы олова за время кристаллизации путём теплопроводности, $m_{СП}$ – масса вещества (сплав Розе).

Величина dQ_C представляет собой количество тепла, полученное средой за время кристаллизации $d\tau_K$ путём излучения поверхностью ампулы электромагнитных волн инфракрасной части спектра (тепловое излучение). Эта величина может быть, определена формулой:

$$dQ_C = \alpha S (T_K - T_C) d\tau_K,$$

(5)

где S – площадь поверхности ампулы, T_K – температура кристаллизации, T_C – температура окружающей среды, α – коэффициент теплоотдачи,

представляющий собой количество тепла, излучаемого единицей поверхности ампулы в течение одной секунды при разности температур ампулы и окружающей среды, равной одному градусу. Подставляя выражения (4) и (5) в (3), получаем:

$$\alpha S (T_K - T_C) d\tau_K + \lambda_K m_{СП} = 0. \quad (6)$$

Аналогично опишем процесс остывания уже кристаллизовавшегося вещества:

$$dQ'_C = -dQ_T, \quad (7)$$

где dQ'_C и dQ_T – количества тепла, полученные окружающей средой и отданные в окружающую среду веществом в процессе остывания твёрдого вещества.

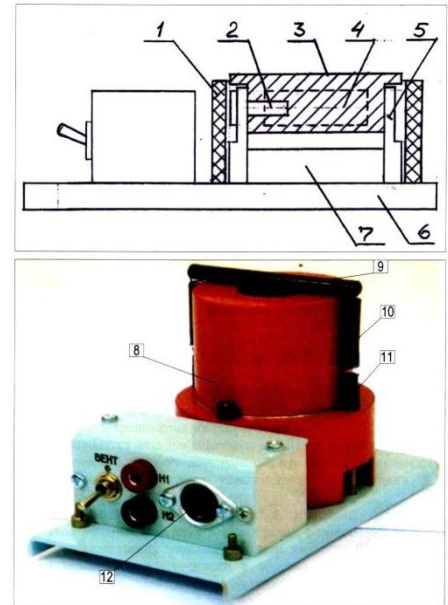


Рис. 6.

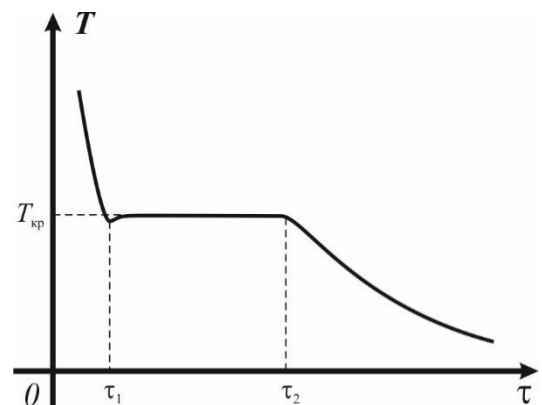


Рис. 7.

Величина dQ_T представляет собой сумму количеств тепла, передаваемых окружающей среде веществом и ампулой при изменении температуры последних на величину dT :

$$dQ_m = (c_{\text{сп}}m_{\text{сп}} + c_{\text{ам}}m_{\text{ам}})dT, \quad (8)$$

где $c_{\text{сп}}$ и $c_{\text{ам}}$ – удельные теплоёмкости вещества (сплава Розе) и ампулы соответственно, а $m_{\text{сп}}$ и $m_{\text{ам}}$ – их массы.

Величина dQ'_C представляет собой количество тепла, полученное средой за время остывания вещества $d\tau$ в результате излучения поверхностью ампулы тепловой энергии. Эта величина может быть, определена формулой:

$$dQ_C = \alpha S(T - T_C)d\tau, \quad (9)$$

где T – температура олова по истечении времени $d\tau$, а остальные величины – те же, что и в уравнении (5).

Подставляя выражения (8) и (9) в (7), получаем:

$$\alpha S(T - T_C)d\tau + (c_{\text{сп}}m_{\text{сп}} + c_{\text{ам}}m_{\text{ам}})dT = 0. \quad (10)$$

Из (6) и (10) следует:

$$\begin{cases} \alpha S(T_K - T_C)d\tau_K + \lambda_K m_{\text{сп}} = 0 \\ \alpha S(T - T_C)d\tau + (c_{\text{сп}}m_{\text{сп}} + c_{\text{ам}}m_{\text{ам}})dT = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha S = \frac{-\lambda_K m_{\text{сп}}}{(T_K - T_C)d\tau_K} \\ \frac{\lambda_K m_{\text{сп}}(T - T_C)d\tau}{(T_K - T_C)d\tau_K} = (c_{\text{сп}}m_{\text{сп}} + c_{\text{ам}}m_{\text{ам}})dT \end{cases}$$

$$\lambda_K = (c_{\text{сп}}m_{\text{сп}} + c_{\text{ам}}m_{\text{ам}}) \frac{d\tau_K}{m_{\text{сп}}} \frac{T_K - T_C}{T - T_C} \frac{dT}{d\tau}, \quad (11)$$

Тогда, согласно (3), изменение энтропии вещества определится равенством:

$$S_2 - S_1 = \frac{\lambda_K m_{\text{сп}}}{T_K}. \quad (12)$$

Измерения и обработка результатов

1. По ртутному термометру определить температуру T_C окружающей среды и записать в таблицу 1 отчета.
2. Определить массу исследуемого образца путем взвешивания на лабораторных весах тигля с образцом и пустого тигля и записать в таблицу 1 отчета.
3. Установить тигель на плите термостата, зафиксировав его на печи с помощью огнеупорного кожуха и пружинного фиксатора. Для теплового контакта нанесите предварительно на плиту 2-3 капли глицерина.
4. Соединить кабелем контакт «ТЕРМОСТАТ» с контактом печи-термостата (семиштырьковый кабель СШ7 – СШ7).
5. Установить регулятор напряжения ТВЭЛ печи («НАГРЕВ») на 20 В. Мощность нагрева печи при этом будет 40 Вт.
6. Произвести нагрев с постоянной мощностью до 120°C (регулятор «Т1» должен быть установлен на максимальную температуру).

7. После того, как температура полностью расплавившегося образца превысит 120°C , выключите печь.
8. Через каждые 10 с заносить в таблицу 2 отчета значения температуры.
9. Получив около 100 значений, заполнить таблицу 2 окончательно.
10. Построить график зависимости $T = f(\tau)$.
11. По графику определить температуру кристаллизации T_k вещества.
12. Определить удельную теплоту кристаллизации вещества по формуле (11). Для этого на участке полученной кривой, соответствующем этапу охлаждения кристаллизовавшегося вещества проведите касательную и определите величину $dT/d\tau$.
13. Вычислить изменение энтропии во время остывания кристаллизовавшегося образца по формуле (12).
14. Сравнить полученные результаты с табличными данными, оценить погрешности измерений, сделать вывод.

Контрольные вопросы:

1. Кристаллические и аморфные тела. Их отличительные черты.
2. Назовите типы кристаллических решеток.
3. Проведите классификацию кристаллических решеток по роду частиц, их образующих.
4. Дайте определение основным параметрам кристаллической решетки (узлы, период, элементарная ячейка).
5. Энергия кристаллической решетки.
6. Поясните механизмы плавления и кристаллизации.
7. Как происходит образование переохлажденной жидкости?
8. Дайте понятие энтропии и сформулируйте третий закон термодинамики.

Лабораторная работа 9 **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА**

Цель работы: изучить влияние магнитного поля на движение заряженных частиц, определить величину удельного заряда электрона e/m_e .

Теоретическая часть

Сила Лоренца

Проводник, по которому течет ток, отличается от проводника без тока лишь тем, что в нем происходит упорядоченное движение носителей заряда. Отсюда напрашивается вывод, что сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, обусловлена действием сил на отдельные движущиеся заряды, а уже от этих зарядов действие передается проводнику, по которому они перемещаются. Этот вывод подтверждается целым рядом опытных фактов и, в частности, тем, что пучок свободно летящих заряженных частиц, например электронный пучок, отклоняется магнитным полем.

На элемент тока dI действует в магнитном поле сила

$$d\vec{f} = i[d\vec{l} \times \vec{B}]. \quad (1)$$

Заменив $i d\vec{l}$ через $\vec{S} j d\vec{l}$, выражению закона Ампера можно придать вид

$$d\vec{f} = S d\vec{l} [\vec{j} \times \vec{B}],$$

где dV – объем проводника, к которому приложена сила $d\vec{f}$. Разделив $d\vec{f}$ на dV , получим

«плотность силы», т.е. силу, действующую на единицу объема проводника:

$$\vec{f}_{ед.об.} = [\vec{j} \vec{B}]. \quad (2)$$

Подставив в эту формулу выражение $j = e'nv$, найдем, что $\vec{f}_{ед.об.} = ne'[\vec{v} \vec{B}]$.

Эта сила равна сумме сил, приложенных к носителям, заключенным в единице объема. Таких носителей n , следовательно, на один носитель действует сила, равная $\vec{f}_{ед.об.}/n = e'[\vec{v} \vec{B}]$. Таким образом, можно утверждать, что на заряд e' , движущийся со скоростью v в магнитном поле $\vec{B}$, действует сила

$$\vec{f} = e'[\vec{v} \vec{B}]. \quad (3)$$

Силу (3) называют *силой Лоренца* или *лоренцевой силой*.

Часто лоренцевой силой называют сумму электрической и магнитной сил, действующих на заряд

$$\vec{f} = e'\vec{E} + e'[\vec{v} \vec{B}].$$

Модуль лоренцевой силы равен

$$f = e'vB \sin \alpha, \quad (4)$$

где α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Следовательно, заряд, движущийся вдоль линий магнитного поля, не испытывает действия силы.

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Если заряд e' положителен, направление силы совпадает с направлением вектора $[\vec{v} \vec{B}]$. В случае отрицательного e' направления векторов $\vec{f}$ и $[\vec{v} \vec{B}]$ противоположны (рис. 1).

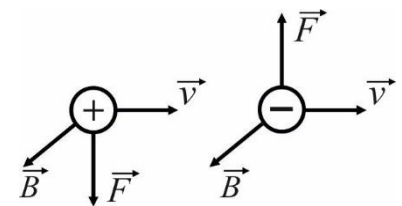


Рис. 1.

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно к скорости заряженной частицы, она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженную частицу постоянным магнитным полем, изменить ее энергию нельзя.

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

Представим себе заряд e' , влетающий в однородное магнитное поле со скоростью $\vec{v}$, перпендикулярной к $\vec{B}$. Под действием силы Лоренца заряд приобретает постоянное по величине нормальное ускорение

$$a_n = \frac{f}{m} = \frac{e'}{m} vB \quad (5)$$

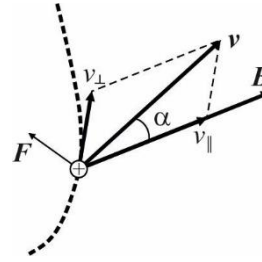
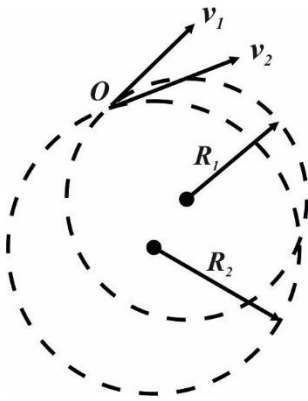
(угол между $\vec{v}$ и $\vec{B}$ прямой).

Если скорость изменяется только по направлению, движение с постоянным по величине нормальным ускорением представляет собой равномерное движение по окружности, радиус которой определяется условием $a_n = v^2/R$. Подставляя сюда значение (5) для a_n и решая получившееся уравнение относительно R , получаем

$$R = \frac{m}{e'} \frac{v}{B}. \quad (6)$$

Итак, в случае, когда вектор $\vec{v}$ перпендикулярен к $\vec{B}$, заряженная частица движется по окружности, радиус которой зависит от скорости частицы, магнитной индукции поля и отношения заряда частицы e' к ее массе m . Отношение e'/m называется *удельным зарядом*.

Найдем время T , которое затрачивает частица на один оборот. Для этого разделим длину окружности $2\pi R$ на скорость частицы v . В результате получим



$$T = 2\pi \frac{m}{e' B} \cdot \quad (7)$$

Период обращения частицы по окружности оказывается не зависящим от ее скорости, он определяется только удельным зарядом частицы и магнитной индукцией поля. На рис. 2 показаны траектории движения в однородном магнитном поле двух частиц с одинаковым удельным зарядом, но различными скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Если частицы выходят одновременно из точки O , то, совершив за одинаковое время полный оборот, они снова встретятся в точке O .

Выясним характер движения заряженной частицы в случае, когда ее скорость образует с направлением однородного магнитного поля угол α , отличный от $\pi/2$. Разложим вектор $\vec{v}$ на две составляющие: $\vec{v}_\perp$ – перпендикулярную к $\vec{B}$ и $\vec{v}_\parallel$ – параллельную $\vec{B}$ (рис. 3). Легко видеть, что

$$v_\perp = v \sin \alpha, \quad v_\parallel = v \cos \alpha.$$

Сила Лоренца равна $f = e' v B \sin \alpha = e' v_\perp B$ и лежит в плоскости, перпендикулярной к $\vec{B}$. Создаваемое этой силой ускорение является для $\vec{v}_\perp$ нормальным. Составляющая силы Лоренца в направлении $\vec{B}$ равна нулю; поэтому повлиять на величину $\vec{v}_\parallel$ эта сила не может. Таким образом, движение частицы можно представить как наложение двух движений: 1) перемещения вдоль направления $\vec{B}$ с постоянной скоростью $v_\parallel = v \cos \alpha$ и 2) равномерного вращения в плоскости, перпендикулярной к вектору $\vec{B}$. Радиус окружности, по которой происходит вращение, определяется формулой (6) с заменой v на $v_\perp = v \sin \alpha$. Траектория движения представляет собой спираль, ось которой совпадает с направлением $\vec{B}$ (рис. 4).

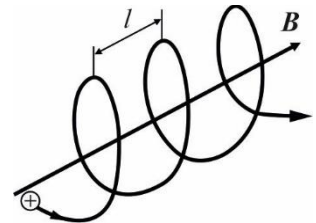


Рис. 4.

Шаг спирали l можно найти, умножив $v_\parallel$ на определяемый формулой (7) период обращения T :

$$l = v_\parallel T = 2\pi \frac{m}{e'} \frac{1}{B} v \cos \alpha. \quad (8)$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы. Если заряд положителен, спираль закручивается против часовой стрелки. Спираль, по которой движется отрицательно заряженная частица, закручивается по часовой стрелке (предполагается, что мы смотрим на спираль вдоль направления $\vec{B}$; частица при этом летит

от нас, если $\alpha < \pi/2$, и на нас, если $\alpha > \pi/2$).

Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями

Рассмотрим узкий пучок одинаковых заряженных частиц (например, электронов), попадающий в точке O на перпендикулярный к нему экран (рис. 5). Определим смещение следа пучка, вызываемое перпендикулярным к пучку однородным электрическим полем, действующим на пути длиной l_1 . Пусть первоначально скорость частиц равна $\vec{v}_0$.

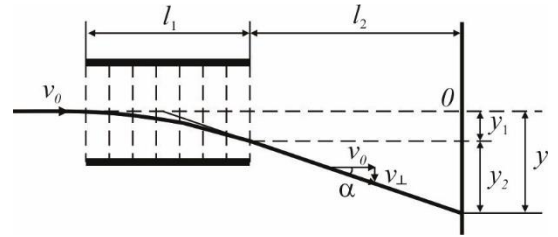


Рис. 5.

Войдя в область поля, каждая частица будет двигаться с постоянным по величине и направлению, перпендикулярным к $\vec{v}_0$ ускорением $\vec{a}_\perp = \frac{e'}{m} \vec{E}$. Движение под действием поля продолжается время $t = l_1 / v_0$. За это время частицы сместятся на расстояние

$$y_1 = \frac{1}{2} a_\perp t^2 = \frac{1}{2} \frac{e'}{m} E \frac{l_1^2}{v_0^2} \quad (9)$$

и приобретут перпендикулярную к $\vec{v}_0$ составляющую скорости

$$v_\perp = a_\perp t = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0}.$$

В дальнейшем частицы летят прямолинейно в направлении, которое образует с вектором $\vec{v}_0$ угол α , определяемый условием

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_\perp}{v_0} = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2}. \quad (10)$$

В результате в дополнение к смещению (9) пучок приобретет смещение

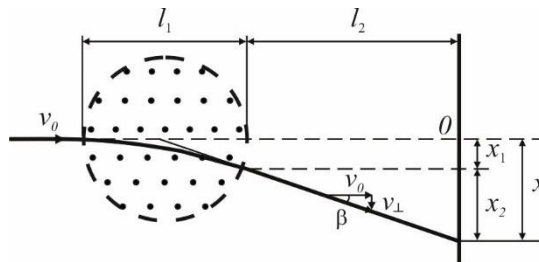
$$y_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{e'}{m} E \frac{l_1 l_2}{v_0^2}$$

где l_2 – расстояние от границы поля до экрана.

Таким образом, смещение следа пучка относительно точки O равно

$$y = y_1 + y_2 = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (11)$$

Последнее выражение можно с учетом (10) записать в виде $y = \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right)$, откуда вытекает, что частицы, покинув поле, летят так, как если бы они вылетели из центра конденсатора, создающего поле, под углом α , который определяется формулой (10).



Теперь предположим, что на имеющем протяженность l_1 пути частиц включается перпендикулярное к их скорости $\vec{v}_0$ однородное магнитное поле (рис. 6; поле перпендикулярно к плоскости рисунка, область поля обведена пунктирной окружностью). Под действием поля каждая частица получит постоянное по величине ускорение

$a_{\perp} = \frac{e'}{m} \nu_0 B$. Ограничиваясь случаем, когда отклонение пучка полем невелико, можно считать, что ускорение $a_{\perp}$ также постоянно по направлению и перпендикулярно к $\vec{\nu}_0$. Тогда для расчета смещения можно использовать полученные нами формулы, заменив в них ускорение $a_{\perp} = \frac{e'}{m} E$ значением $a_{\perp} = \frac{e'}{m} \nu_0 B$. В результате для смещения, которое мы теперь обозначим буквой x , получим

$$x = \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{\nu_0} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (12)$$

Угол, на который отклонится пучок магнитным полем, определится выражением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{e'}{m} H \frac{l_1}{\nu_0}. \quad (13)$$

С учетом (13) формулу (12) можно записать следующим образом: $x = \operatorname{tg} \beta \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right)$.

Следовательно, при малых отклонениях частицы, покинув магнитное поле, летят так, как если бы они вылетели из центра поля под углом β , величина которого определяется выражением (13).

Отметим, что как отклонение (11) электрическим полем, так и отклонение (12) магнитным полем пропорционально удельному заряду частиц и напряженности (или индукции) соответствующего поля. Оба отклонения зависят также от ν_0 . Частицы с одинаковыми e'/m и ν_0 получают в каждом из полей одинаковое отклонение и, следовательно, попадают в одну и ту же точку экрана.

Отклонение пучка электронов электрическим или магнитным полем используется в электронно-лучевых трубках. Внутри трубки с электрическим отклонением (рис. 7) кроме так называемого электронного прожектора, создающего узкий пучок быстрых электронов (электронный луч), помещаются две пары взаимно перпендикулярных пластин.

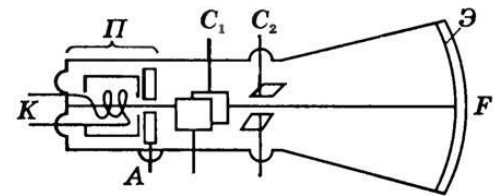


Рис. 7.

Подавая напряжение на любую пару пластин, можно вызвать пропорциональное ему смещение электронного луча в направлении, перпендикулярном к данным пластинам. Экран трубки покрывают флуоресцирующим составом. Поэтому в месте попадания на экран электронного луча возникает ярко светящееся пятно.

Электронно-лучевые трубки применяются в осциллографах – приборах, позволяющих наблюдать и фотографировать быстропротекающие процессы. На одну пару отклоняющих пластин подают напряжение, изменяющееся линейно со временем, на другую пару – исследуемое напряжение. Вследствие ничтожной инерционности электронного пучка его отклонение будет без запаздывания следовать за изменениями напряжений на отклоняющих пластинах, причем луч вычертит на экране осциллографа график зависимости исследуемого напряжения от времени. Многие неэлектрические величины могут быть с помощью соответствующих устройств (датчиков) преобразованы в электрические напряжения (или токи). Поэтому с помощью осциллографов исследуют самые различные по природе процессы.

Определение заряда и массы электрона

Измерение удельного заряда электрона, т.е., отношения e/m , было впервые осуществлено Томсоном в 1897 г. с помощью разрядной трубки, изображенной на рис. 8. Выходящий из отверстия в аноде A электронный пучок проходил между пластинами плоского конденсатора и попадал на флуоресцирующий экран, создавая на нем светящееся пятно. Подавая напряжение на пластины конденсатора, можно было воздействовать на пучок однородным электрическим полем. Трубка помещалась между полюсами электромагнита, с помощью которого можно было создавать на том же участке пути электронов перпендикулярное к электрическому однородное магнитное поле (область этого поля обведена на рис. 8 пунктирным кружком). При выключенных полях пучок попадал на экран в точке O . Каждое из полей в отдельности вызывало смещение пучка в вертикальном направлении. Величины смещений определяются выражениями (11) и (12).

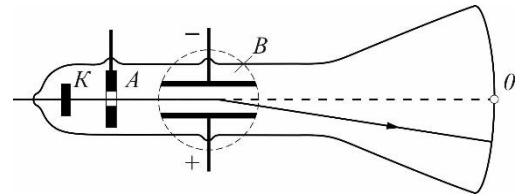


Рис. 8.

Включив магнитное поле и измерив вызванное им смещение следа пучка

$$x = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{v_0} \left(\frac{1}{2} l_1 + l_2 \right)$$

Томсон включал также электрическое поле и подбирал его величину и направление так, чтобы пучок снова попадал в точку O . В этом случае электрическое и магнитное поля действовали на электроны пучка одновременно с одинаковыми по величине, но противоположно направленными силами, т.е. выполнялось условие

$$eE = ev_0 B.$$

Решая совместно последние два уравнения, Томсон вычислял e/m и v_0 .

$$\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}.$$

Последняя величина дает отношение заряда электрона к его массе покоя m_0 . Как вытекает из теории относительности, масса любого тела зависит от его скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В этой формуле m – масса тела, движущегося со скоростью v , c – скорость света в вакууме, а m_0 – масса тела в том случае, когда оно покоится, называемая *массой покоя*.

В опытах Томсона скорость электронов составляла примерно $0,1c$, что приводило к отклонению m от m_0 на $0,5\%$. В последующих опытах скорость электронов достигала очень больших значений. Во всех случаях было обнаружено уменьшение измеряемых значений e/m с ростом v , происходившее в точном соответствии с последней формулой.

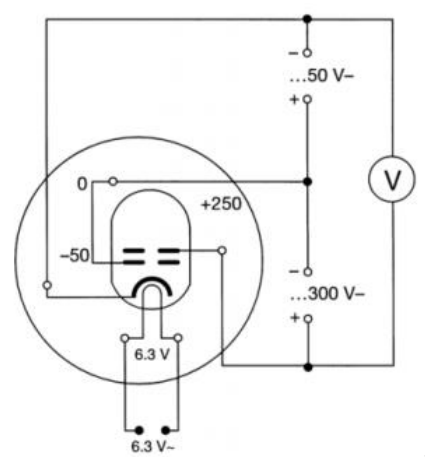
Заряд электрона был определен с большой точностью Милликеном в 1909 г.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка приведена на рисунке 15.



Рис. 15.



Принципиальная электрическая схема установки приведена на рисунке 16. В качестве источника магнитного поля используются катушки Гельмгольца, подключенные последовательно друг другу (рис. 17). **Максимально допустимая сила тока в не должна превышать 5 А.** Если полярность подключенных катушек правильная, то в затемненном помещении будет хорошо видна светящаяся кривая траектории электронов. Изменяя величину магнитного поля (силу тока в катушках) и скорость электронов (ускоряющее и фокусирующее напряжение), можно устанавливать радиус орбиты так, чтобы светящийся след совпадал с перемычками мерной сетки в электронно-лучевой трубке. В этом случае наблюдается половина окружности, радиус которой может быть равен 2, 3, 4 или 5 см.

Если траектория имеет форму спирали, то это может быть устранено путем поворота электронно-лучевой трубки вокруг продольной оси.

В лабораторной работе электроны ускоряются электрическим полем и влетают в магнитное поле, направленное под прямым углом к направлению движения. Удельный заряд электрона определяется по значениям ускоряющего напряжения, индукции магнитного поля и радиуса орбиты электрона.

Если электрон с массой m_e и зарядом e ускоряется разностью потенциалов U , то он приобретает кинетическую энергию

$$eU = \frac{m_e v^2}{2}, \quad (20)$$

где v – скорость электрона.

В магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ сила Лоренца, действующая на движущийся со скоростью $\vec{v}$ электрон,

$$\vec{F} = e[\vec{v}\vec{B}].$$

Если магнитное поле однородно, что справедливо для катушек Гельмгольца, электрон движется вдоль силовых линий магнитного поля по спиральной траектории, которая превращается в окружность радиуса r , если $\vec{v}$ перпендикулярно $\vec{B}$.

Так как возникающая при этом центробежная сила $m_e \frac{v^2}{r}$ равна силе Лоренца, получаем

$$v = \frac{e}{m_e} Br.$$

С учетом уравнения (20), получаем

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2U}{(Br)^2}. \quad (21)$$

Индукция магнитного поля, создаваемого круговым током, текущим через 2 катушки, вдоль направления z , совпадающего с осью катушек, определяется выражением

$$B = \mu_0 I R^2 \left(\left(R^2 + \left(z - \frac{a}{2} \right)^2 \right)^{3/2} + \left(R^2 + \left(z + \frac{a}{2} \right)^2 \right)^{3/2} \right),$$

где R – радиус катушек, a – расстояние между ними, μ_0 – магнитная постоянная.

Для катушек Гельмгольца ($a = R$) с числом витков N в центре катушек

$$B = \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \mu_0 N \frac{I}{R}. \quad (22)$$

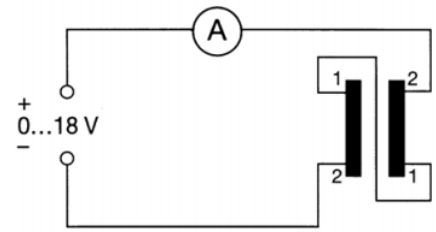


Рис. 17.

В лабораторной работе используются катушки Гельмгольца радиусом $R = 0,2$ м с числом витков $N = 154$.

Оборудование и материалы: электронно-лучевая трубка, катушки Гельмгольца ($R = 0,2$ м, $N = 154$), источник питания (0-600 В), источник питания универсальный, мультиметр (2 шт.), соединительные провода.

Задания

Задание 1. Определение удельного заряда электрона

1. Соберите установку согласно электрической схеме, приведенной на рисунке 15.
2. Подайте от источника питания (0-600 В) ускоряющее напряжение 100 В.
3. С помощью изменения фокусирующего напряжения добейтесь, чтобы пучок электронов был наиболее отчетливо виден.
4. Плавно увеличивая силу тока, создаваемого с помощью универсального источника питания, в катушках получите траекторию электронов в виде полуокружности заданного радиуса (2, 3, 4 и 5 см). В этом случае траектория пересекает перемычки мерной сетки в электронно-лучевой трубке и в месте пересечения виден яркий след.
5. Соответствующие значения силы тока запишите в таблицу 1 отчета.
6. Изменяя ускоряющее напряжение с шагом 20 В до достижения величины $U = 340$ В, повторите действия пп. 3-5.
7. Используя формулу (22), определите величину индукции магнитного поля для соответствующих значений силы тока. Полученные величины запишите в таблицу (1) отчета.
8. Определите величину удельного заряда электрона по формуле (21).
9. Определите среднее значение полученных величин удельного заряда.
10. Рассчитайте погрешность полученных значений удельного заряда электрона.
11. Сравните полученное значение с табличным.

Контрольные задания

1. Сила Лоренца.
2. Движение заряженной частицы в магнитном поле.
3. Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями.
4. Определение массы и заряда электрона.
5. Определение удельного заряда положительных ионов. Масс-спектрографы.
6. Циклотрон.
7. Методика определения удельного заряда электрона в лабораторной работе.

Лабораторная работа 10

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Цель работы – изучить зависимость электрического сопротивления различных металлов, полупроводников и приборов на их основе, от температуры.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Электрическое сопротивление металлов и полупроводников связано с рассеянием электронов проводимости на тепловых колебаниях кристаллической решетки

Носителями электричества в металлах являются свободные электроны. Согласно классической теории электропроводности металлов свободные электроны ведут себя подобно молекулам идеального газа, совершают беспорядочное тепловое движение. При включении внешнего электрического поля на хаотическое тепловое движение электронов накладывается их упорядоченное движение в направлении, противоположном направлению поля. Между двумя последовательными соударениями с ионами кристаллической решётки электроны движутся под действием поля с ускорением и приобретают определённую энергию. Эта энергия передаётся полностью или частично положительным ионам при неупругих соударениях и превращается в тепло. Поэтому при прохождении тока металлы нагреваются. Таким образом, электрическое сопротивление металлов обусловлено неупругими соударениями свободных электронов с положительными ионами узлов кристаллической решётки металла.

С увеличением температуры проводника тепловое движение ионов становится более интенсивным, возрастает амплитуда колебаний их относительно положения равновесия, поэтому сопротивление проводника увеличивается. Температурная зависимость сопротивления характеризуется температурным коэффициентом сопротивления, который численно равен относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на один градус:

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} \quad (1)$$

В общем случае α является функцией температуры и зависит от материала проводника. Для многих металлов при температуре от 0 до 100°C зависимость сопротивления от температуры в первом приближении может быть представлена в виде

$$R_t = R_0 (1 + \alpha \cdot t) \quad (2)$$

где R_0 - сопротивление при 0° C, t - температура проводника в градусах Цельсия. Когда

измерены сопротивления при двух различных температурах t_1 и t_2 , температурный коэффициент сопротивления можно определить по формуле

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_2 t_1 - R_1 t_2} \quad (3)$$

В классической теории металлов считалось само собой разумеющимся, что электроны проводимости могут обладать любыми значениями энергии. Согласно квантовой теории энергия электронов в любом кристаллическом теле (в частности, в металле) так же, как и энергия электронов в атоме, квантуется. Это означает, что она может принимать лишь дискретные значения, называемые уровнями энергии. Дозволенные уровни энергии в кристалле группируются в зоны.

Чтобы понять происхождение зон, рассмотрим воображаемый процесс объединения атомов в кристалл.

Пусть первоначально имеется N изолированных атомов какого-либо вещества. Каждый электрон любого атома обладает одним из разрешенных значений энергий, то есть занимает один из дозволенных энергетических уровней. В основном, невозбужденном состоянии атома суммарная энергия электронов имеет минимально возможное значение. Поэтому, казалось бы, все электроны должны находиться на самом низком уровне. Однако электроны подчиняются *принципу запрета Паули*, который гласит, что в любой квантовой системе на каждом энергетическом уровне может находиться не более двух электронов, причем собственные моменты (спины) электронов, занимающих одновременно один и тот же уровень, должны иметь противоположные направления. Следовательно, на самом низком уровне может разместиться только два электрона, остальные заполняют попарно более высокие уровни.

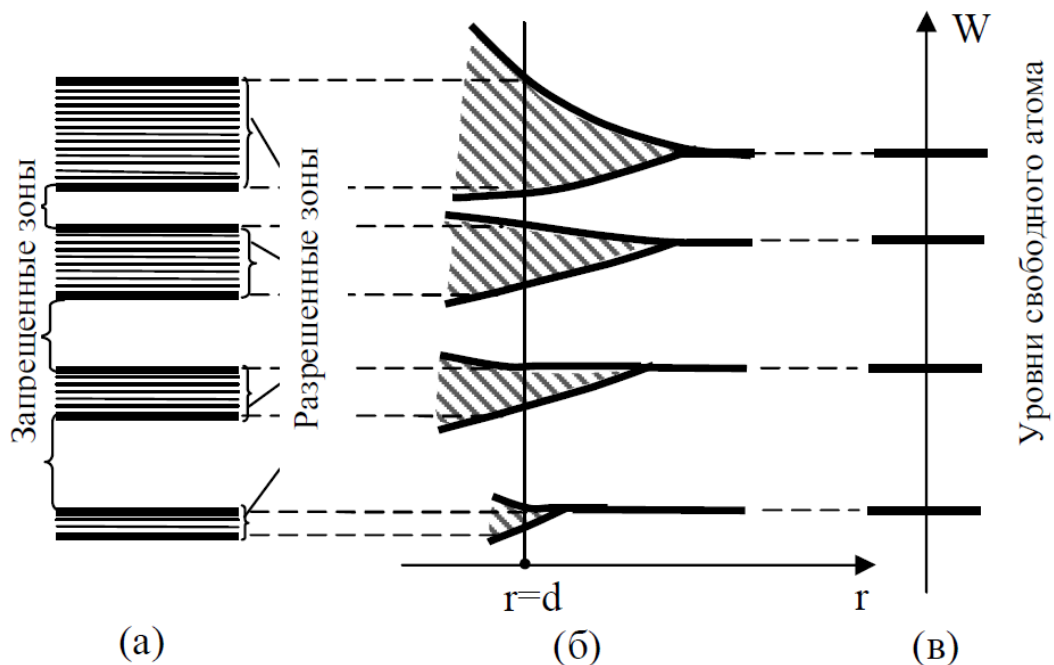


Рис. 1. Образование энергетических зон в кристаллах.

Пока атомы изолированы друг от друга, они имеют полностью совпадающие схемы энергетических уровней. Заполнение уровней электронами осуществляется в каждом атоме независимо от заполнения аналогичных уровней в других атомах. По мере сближения атомов, между ними возникает все усиливающееся взаимодействие, которое приводит к изменению положения уровней. Вместо одного одинакового для всех N атомов уровня возникают N очень близких, но не совпадающих уровней. Таким образом, каждый уровень изолированного атома расщепляется в кристалле на N густо

расположенных уровней, образующих полосу или зону.

Величина расщепления для разных уровней не одинакова. Уровни, заполненные в атоме более близкими к ядру (внутренними) электронами, возмущаются меньше, чем уровни, заполненные внешними электронами. Заметно расщепляются лишь уровни, занимаемые валентными электронами. Такому же расщеплению подвергаются и более высокие уровни, не занятые электронами в основном состоянии атома. При достаточно малых расстояниях между атомами может произойти перекрывание зон, соответствующих двум соседним уровням атома. Число уровней в такой сливающейся зоне равно сумме количеств уровней, на которые расщепляются оба уровня атома. Взаимодействующие атомы представляют собой единую квантовую систему, в пределах которой действует принцип запрета Паули. Следовательно, $2N$ электронов, которые заполняли какой-то уровень в изолированных атомах, разместятся в кристалле попарно (с противоположными спинами) на N уровнях соответствующей полосы.

Нижние, образованные слабо расщепленными уровнями зоны заполняются электронами, каждый из которых не утрачивает в кристалле прочной связи со своим атомом. Дозволенные значения энергии валентных электронов в кристалле объединяются в зоны, разделенные промежутками, в которых разрешенных значений энергий нет. Эти промежутки называются *запрещенными зонами*. Ширина разрешенных и запрещенных зон не зависит от размеров кристалла. Таким образом, чем больше атомов содержит кристалл, тем теснее располагаются уровни в зоне. Ширина разрешенных зон имеет величину порядка нескольких электрон-вольт. Следовательно, если кристалл содержит 10^{23} атомов, то расстояние между уровнями в зоне составляет $\sim 10^{-23}$ эВ. При абсолютном нуле энергия кристалла должна быть минимальной. Поэтому валентные электроны заполняют попарно нижние уровни разрешенной зоны, возникшей из того уровня, на котором находятся валентные электроны в основном состоянии атома (*валентная зона*). Более высокие разрешенные зоны будут от электронов свободны.

В зависимости от степени заполнения валентной зоны электронами и ширины запретной зоны возможны три случая, изображенные на рисунке 2. В случае а) электроны заполняют валентную зону не полностью, поэтому достаточно сообщить электронам, находящимся на верхних уровнях, совсем небольшую энергию ($\sim 10^{-23} \div 10^{-22}$ эВ) для того, чтобы перевести их на более высокие уровни. Энергия теплового движения составляет при 1К величину порядка 10^{-4} эВ. Следовательно, при температурах отличных от 0 К часть электронов переводится на более высокие уровни. Дополнительная энергия, вызванная действием на электрон электрического поля, также оказывается достаточной для перевода на более высокие уровни. Поэтому электроны могут ускоряться электрическим полем и приобретать дополнительную скорость в направлении, противоположном направлению поля. Таким образом, кристалл с подобной схемой энергетических уровней будет представлять собой металл. Частичное заполнение валентной зоны (в случае металла ее также называют *зоной проводимости*) может произойти, если на последнем занятом уровне в атоме находится только один электрон; или имеет место перекрывание зон. В первом случае N электронов проводимости заполняют попарно только половину уровней валентной зоны. Во втором случае число уровней в зоне проводимости будет больше N , так, что даже если количество электронов проводимости равно $2N$, они не смогут занять все уровни зоны.

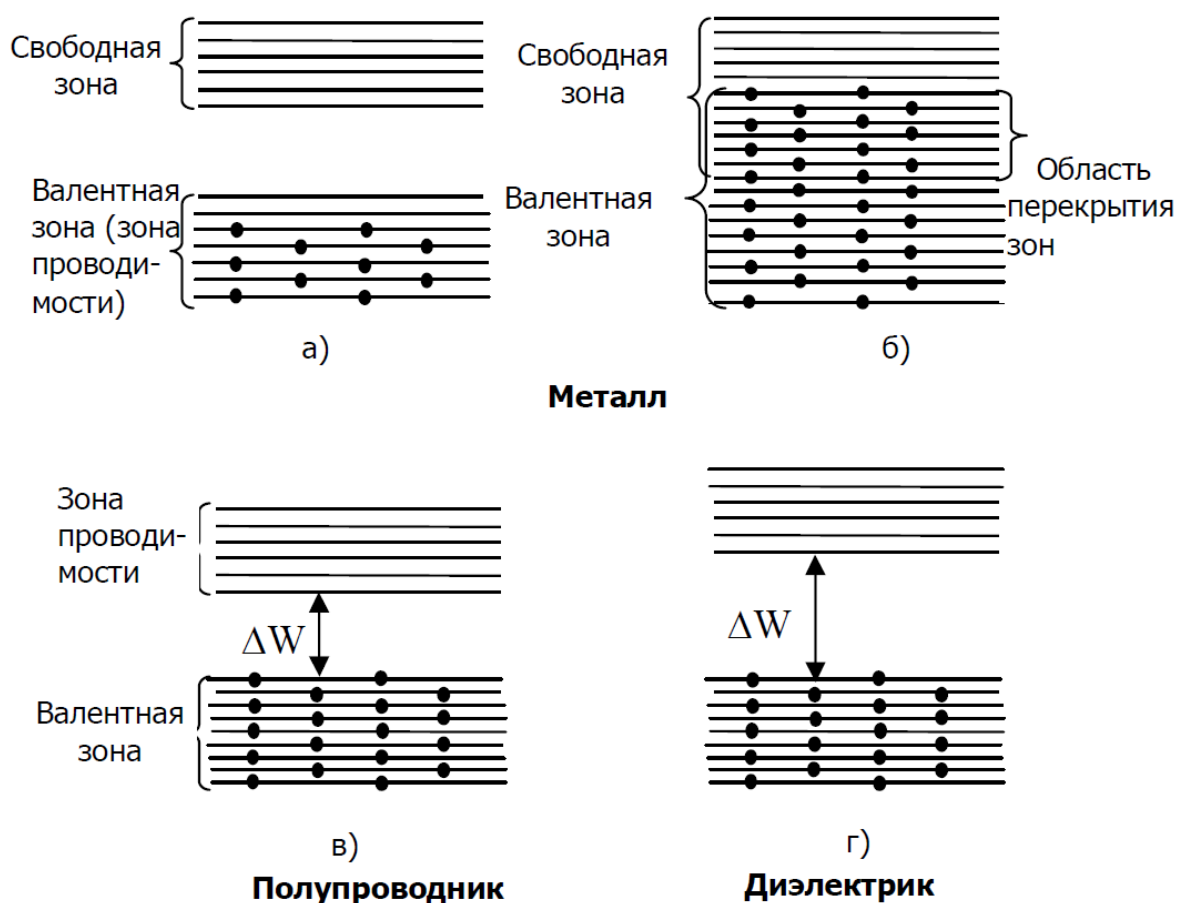


Рис. 2. Энергетические зоны в металлах (а, б), полупроводниках (в) и изоляторах (г).

В случаях б) и в) уровни валентной зоны полностью заняты электронами – зона заполнена. Для того чтобы увеличить энергию электрона, необходимо сообщить ему количество энергии, не меньшее, чем ширина запрещенной зоны ΔW . Электрическое поле сообщить электрону такую энергию не в состоянии. При этих условиях электрические свойства кристалла определяются шириной запрещенной зоны ΔW . Если ΔW невелико (порядка нескольких десятых эВ) энергия теплового движения оказывается достаточной для того, чтобы перевести часть электронов в верхнюю свободную зону. Эти электроны будут находиться в условиях, аналогичных тем, в которых находятся валентные электроны в металле. Свободная зона окажется зоной проводимости. Одновременно станет возможным переход электронов валентной зоны на ее освободившиеся верхние уровни. Такое вещество называется *электронным полупроводником*.

Если ширина запрещенной зоны ΔW велика (порядка нескольких эВ), тепловое движение не сможет забросить в свободную зону заметное число электронов. В этом случае кристалл оказывается *изолятором*.

Таким образом, квантовая теория объясняет с единой точки зрения существование хороших проводников (металлов), полупроводников и изоляторов.

Итак, полупроводниками являются кристаллические вещества, у которых валентная зона полностью заполнена электронами, а ширина запрещенной зоны невелика (не более 1 эВ). Полупроводники обязаны своим названием тому обстоятельству, что по величине электропроводности они занимают промежуточное положение между металлами и диэлектриками. Однако, характерным для них является не величина проводимости, а то, что их проводимость растёт с повышением температуры (у металлов она уменьшается).

Электрическое поле не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости. Поэтому полупроводники ведут себя при абсолютном нуле как диэлектрики. При температурах, отличных от 0 К, часть электронов из валентной зоны

переходит в зону проводимости, в результате чего в полупроводнике возникают свободные носители зарядов. С повышением температуры число таких носителей растёт и, следовательно, увеличивается электропроводность полупроводника, а значит, уменьшается сопротивление. Зависимость сопротивления полупроводников от абсолютной температуры в определённых температурных интервалах описывается формулой

$$R = Ae^{\frac{\Delta E}{kT}}, \quad (4)$$

где A - константа, k - постоянная Больцмана, ΔE - энергия активации. Под энергией активации понимается энергия, которую нужно затратить, чтобы перевести электрон из валентной зоны в зону проводимости. Логарифмирование уравнения (4) даёт

$$\ln R = \frac{\Delta E}{k} \cdot \frac{1}{T} + \ln A \quad (5)$$

График зависимости $\ln(R)=f(1/T)$ представляет собой прямую, угловой коэффициент которой равен $\Delta E/k$. Построив график зависимости (5), этот угловой коэффициент можно определить по формуле

$$\frac{\Delta E}{k} = \frac{\ln R_2 - \ln R_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} \quad (6)$$

для любых двух точек, лежащих на прямой, а затем найти энергию активации ΔE .

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Оборудование и материалы: измеритель GDM-8135 или мультиметр, сопротивление и термистор, проточный термостат, штатив, соединительные провода.



Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из погружного термостата, платы, содержащей исследуемые материалы, 3 измерительных приборов GDM-8135, соединительной колодки, универсального мультиметра, источника питания и соединительных проводов.

Исследуемые проводник и полупроводник помещаются в ванну с термостатом, заполненную непроводящей жидкостью. Температура измеряется встроенным термометром. Сопротивления проводника и полупроводника измеряются одновременно с помощью измерителя GDM-8135. Для проведения измерения достаточно подключить проводник (полупроводник) к зажимам и установить нужный режим измерения.

Измерение сопротивлений с помощью универсального цифрового измерительного прибора (на примере GDM-8135)

Подключите изучаемое устройство с помощью измерительных проводов к универсальному измерителю. Один из проводов «Общий» подключите к входу «COM», второй к входу обозначенному «V-Ω» (V – измерение напряжения, Ω – измерение сопротивления). Род тока (постоянный/переменный (AC/DC)) в данном случае не влияет на ход измерений. Выберите род измеряемой величины «kΩ» и установите наименьший предел измерения «200Ω» (максимальное значение измеряемой величины 200 Ом). Подключите прибор к сети электропитания и нажмите кнопку включения прибора.

Выбор предела измерения в том случае если в процессе проведения измерения на индикаторе прибора появляется символ «1.» в максимальном разряде, а все остальные разряды не светятся, этот факт указывает на то, что измеряемая величина превосходит предел измерения и необходимо перейти на более высокий предел. Для этого нажмите на кнопку, соответствующую более высокому значению предела измеряемой величины. В том случае, если вы достигли максимального предела, а показания не изменились проверьте надежность подключения и разрыв в измерительных проводах. Если электрическая исправна, то возможны два варианта: прибор выше из строя, либо данный прибор не подходит для измерения такой величины сопротивления. В том случае, если на всех разрядах прибора светятся нули предел измерения слишком велик и вам необходимо переключиться на более низкий. Внимание! При смене пределов измерения следите за положение десятичного разделителя.

ХОД РАБОТЫ

1. Соберите экспериментальную установку как показано.
2. Погрузите иммерсионный зонд в герметичный пластиковый пакет, убедитесь, чтобы зонд не намок, затем опустите в этот пакет температурный датчик.
3. Заполните ванну водой, так чтобы зонд был полностью погружен в жидкость.
4. На термостате выставьте регулятор температуры на 20°C и включите термостат.
5. Последовательно подключайте мультиметры к клеммам образцов и измерьте их сопротивление (при переходе от одного образца к другому необходим будет переключать предел измерения).

6. Изменяя температуру с шагом 10°C , повторите измерения до температуры $80-90^{\circ}\text{C}$. Результаты измерения занесите в таблицу.

7. Постройте графики зависимости сопротивления от температуры для различных образцов. Для медной и никелевой проволоки определите величину температурного коэффициента сопротивления по формуле (3).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Механизм проводимости металлов. Причина электрического сопротивления.
2. Температурная зависимость сопротивления проводников, термический коэффициент сопротивления, его физический смысл, единицы измерения.
3. Классическая электронная теория металлов и границы ее применимости.
4. Электропроводность металлов и полупроводников.
5. Понятие об энергетических зонах (зона проводимости, запрещенная валентная зона, энергия активации).
6. Температурная зависимость сопротивления металлов и полупроводников.

Лабораторная работа 11 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ КАТУШЕК. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА БИО-САВАРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕСЛАМЕТРА

Цель работы: Исследование магнитного поля вдоль оси рамки и катушек с различными параметрами (проверка закона Био-Савара).

Компетенции, формируемые при выполнении работы: ОПК-5

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Магнитное поле – это вид материи, связанный с движущимися зарядами и обнаруживающий себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Основной характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции $\vec{B}$. Единицей измерения индукции является тесла (Тл).

Индукция магнитного поля $\vec{B}$ численно равна силе, действующей со стороны поля на единицу длины проводника, по которому течет электрический ток единичной силы и который расположен перпендикулярно направлению магнитного поля.

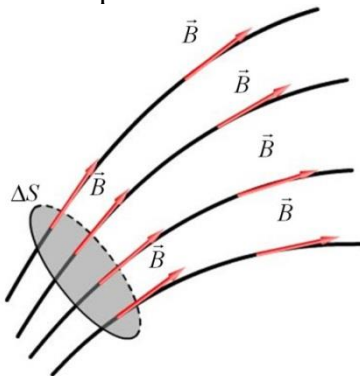


Рис. 1. Линии магнитной индукции.

Для наглядного графического изображения вводится понятие линий магнитной индукции (или силовых линий магнитного поля). Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции.

Чтобы изобразить не только направление, но и величину индукции поля, силовые линии проводятся с определенной густотой, а именно чтобы число силовых линий, проходящих через единичную площадку перпендикулярно этой площадке, было пропорционально индукции магнитного поля. Магнитное поле в отличие от электростатического является вихревым, т. е. линии магнитной индукции всегда замкнуты. Они не могут обрываться, т.е. кончаться или начинаться. Линии магнитной индукции «охватывают» проводники с током. На рис. 2 показаны линии индукции прямолинейного проводника с током. Направление вектора $\vec{B}$ определяется по правилу правой руки. Если большой палец правой руки расположить по направлению тока, то направление обхвата проводника четырьмя пальцами покажет направление линий магнитной индукции (рис. 2).

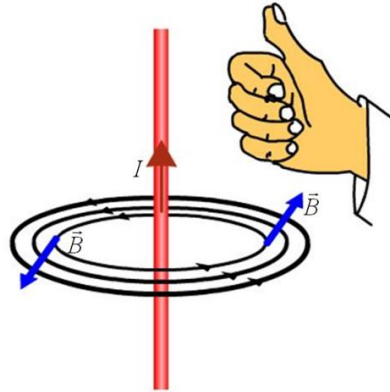


Рис. 2. Определение направления линий магнитной индукции

Магнитное поле постоянных токов различной конфигурации изучалось экспериментально французскими учеными Ж. Био и Ф. Саваром (1820 г.). Позже П. Лаплас, проанализировав их экспериментальные данные, сделал вывод, что магнитное поле любого тока может быть найдено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Элемент тока длины $d\vec{l}$ создает поле с магнитной индукцией (рис. 3):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

или в скалярной форме:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha ,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Выражение (1) носит название закона Био–Савара–Лапласа.

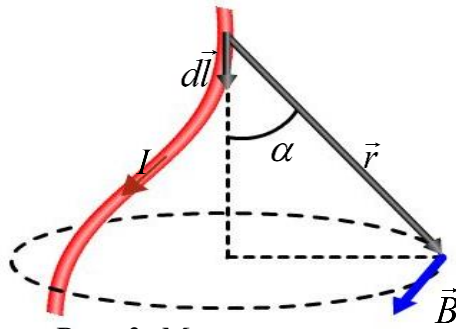


Рис. 3. Магнитное поле проводника с током

Определим индукцию магнитного поля, создаваемого круговым витком радиуса R с током I в произвольной точке оси этого витка (рис. 5). Все векторы $d\vec{B}$ для равных по длине элементов dl витка численно равны между собой:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin(\hat{dl}, \vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}, \quad (2)$$

Разобьем вектор $d\vec{B}$ на составляющие

$$dB_{\perp} = dB \cos \alpha \text{ и } dB_{\parallel} = dB \sin \alpha,$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{r},$$

тогда, учитывая формулу (2), получим,

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdl}{r^3}. \quad (3)$$

Из соображений симметрии видно, что результирующий вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси витка, поскольку элементы $dB_{\perp}$ векторов $d\vec{B}$, созданных одинаковыми, но диаметрально противоположными элементами dl кругового витка, взаимно уничтожат друг друга и основной вклад внесет составляющая $dB_{\parallel}$. Проинтегрировав dB по всей длине контура с током и учитывая выражение (3), получим

$$B = \int_l dB = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{r^3} = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{r^3}$$

Из рис. 5 видно, что $r = \sqrt{R^2 + x^2}$, тогда выражение для магнитной индукции контура тока примет вид

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (4)$$

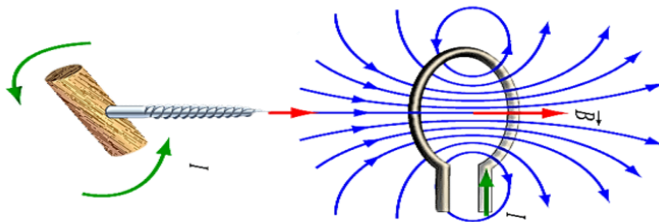


Рис. 4. Магнитное поле витка с током.

Если число витков в контуре равно N , тогда выражение (4) принимает вид

$$B = N \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (5)$$

Рассмотрим цилиндрическую катушку, состоящую из большого числа намотанных вплотную друг к другу витков, по которым идет ток. Такая катушка называется соленоидом. Соленоид можно рассматривать как систему последовательно соединенных круговых витков с током одинакового радиуса, имеющих общую ось.

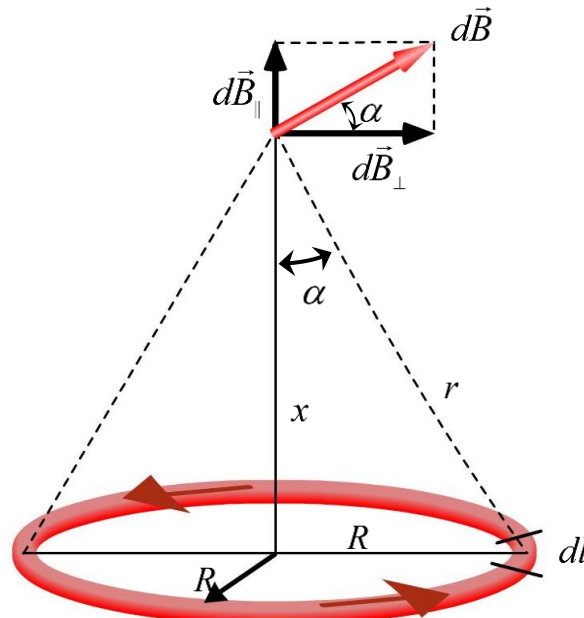


Рис. 5. Определение величины поля на оси витка

На рис. 6 показано сечение соленоида длиной L с током I . Кружки с точками представляют собой сечения витков радиуса R , в которых ток направлен из-за чертежа к нам, кружки с крестами – сечения витков, в которых ток направлен за чертеж.

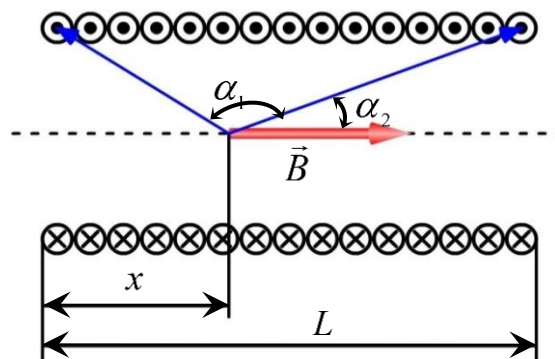


Рис. 6. Определение магнитного поля внутри соленоида

Расчеты показывают, что магнитная индукция B в произвольной точке оси соленоида численно равна

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (6)$$

Здесь n – число витков, приходящихся на единицу длины соленооида. Из рис. 5 видно, что

$$\cos\alpha_1 = -\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}, \quad \cos\alpha_2 = \frac{L-x}{\sqrt{R^2 + (L-x)^2}}. \quad (7)$$

Если длина соленооида во много раз больше радиуса его витков ($L \gg R$), то соленоид можно считать бесконечно длинным. Для точек оси такого соленооида, расположенных достаточно от его концов, $\alpha_1 = \pi$ и $\alpha_2 = 0$. Следовательно, по формуле (6) магнитная индукция внутри бесконечно длинного соленооида на его оси численно равна

$$B = \mu_0 n I. \quad (8)$$

Направление вектора магнитной индукции внутри соленооида определяется по правилу правой руки.

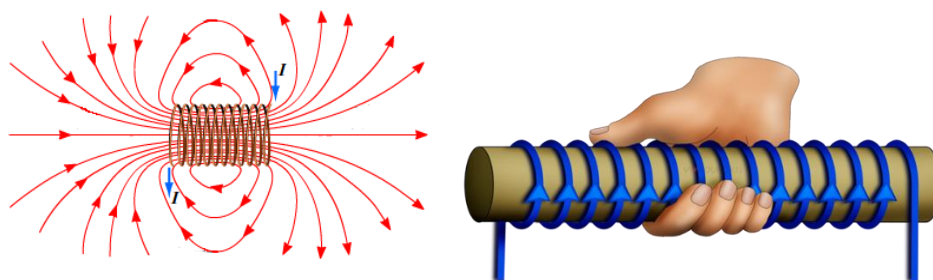


Рис. 6. Магнитное поле соленооида и определение направления магнитной индукции по правилу правой руки.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Оборудование и материалы: набор индукционных катушек с параметрами: 300 витков, $d = 40$ мм; 300 витков, $d = 32$ мм; 300 витков, $d = 25$ мм; 200 витков, $d = 40$ мм; 100 витков, $d = 40$ мм; 150 витков, $d = 25$ мм; 75 витков, $d = 25$ мм), датчик Холла, аксиальный, тесламетр, источник питания универсальный, держатель колец, линейка (1 м), мультиметр, две цилиндрические опоры, штатив прямоугольный ($l = 250$ мм), прямоугольный зажим, две струбцины, лабораторная подъемная платформа, соединительные провода.

Магнитная индукция на оси катушки 1 измеряется при помощи датчика Холла 2, который подключается к тесламетру 3. Для установки подаваемого напряжения на катушку используется «Источник постоянного тока» 4. Исследуемая катушка 1 подключается к универсальному источнику питания 4 согласно рис. Положение датчика Холла 2 вдоль оси соленооида 1 регистрируется с помощью линейки 6. Для точного прохождения датчика Холла 2 через середину соленооида подбирают высоту с помощью штатива 7.

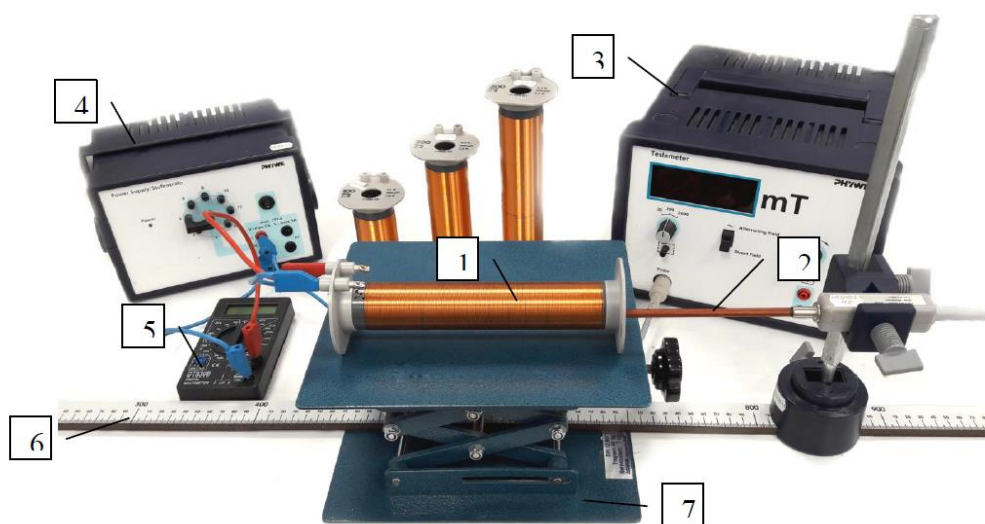


Рис. 7. Экспериментальная установка для исследования магнитного поля соленоидов.

ХОД РАБОТЫ

Задание 1. Исследование величины магнитного поля в центре кольцеобразных проводников от числа их витков.

1. Соберите экспериментальную установку, как показано на рисунке 7 соединив последовательно источник питания «Constanter Netzgerat/ Universal» 3, мультиметр 4, кольцеобразный проводник с 1 витком.
2. Разместите щуп тесламетра 1 с датчиком Холла 2, подключенный к тесламетру, строго в центре кольцевого проводника 5, установленного на штативе с распределителем 6. Перед включением тесламетра, убедитесь, что переключатель пределов измерений установлен в положении 20 мТл, и прибор включен на измерение постоянных магнитных полей (тумблер переключения режима измерений, расположен в центральной части лицевой панели прибора, находится в положении «Direct Field»).
3. Включив тесламетр, дайте ему прогреться в течение 5 минут, после чего произведите установку прибора на «0» с помощью рукоятки слева (грубо) и рукоятки справа (точно) на лицевой панели прибора. В дальнейшем, перед каждой серией измерений проверяйте, по-прежнему ли прибор установлен на 0.
4. **ВНИМАНИЕ!!!!** Мультиметр включите в режим амперметра: одну клемму подключите к входу COM (общая), вторую к выходу 20 А, установите вращающейся ручкой предел измерения 20 А. Включите и убедитесь, что он настроен на измерение постоянного тока (добейтесь кнопкой DC/AC, чтобы на дисплее светились буквы DC).
5. Перед включением источника питания убедитесь, что рукоятки регулирования напряжения («V») и силы тока («A») выведены на крайнее левое положение. Включите источник питания и установите силу тока в цепи равную 5 А. Снимите показания индукции магнитного поля кольцеобразного проводника в центре витка. Верните рукоятки регулировки напряжения и силы тока в крайнее левое положение, отключите источник питания.
6. Поменяйте кольцеобразный проводник на проводник с двумя витками и повторите измерения.
7. Поменяйте кольцеобразный проводник на проводник с тремя витками и повторите измерения.
8. Полученные результаты занесите в таблицу 1 отчета.
9. Постройте график зависимости $B(n)$ и по тангенсу угла наклона прямой рассчитайте магнитную постоянную по формуле:

$$\mu_0 = \frac{2r}{I} \frac{\Delta B}{\Delta n}.$$

Задание 2. Исследование зависимости индукции магнитного поля в центре кольцеобразных проводников от радиуса кольца

1. По аналогии с заданием 1 проведите измерения в кольцеобразных проводниках разного радиуса с одинаковым количеством витков.
2. Заполните таблицу 2 отчета. Постройте график зависимости $B\left(\frac{1}{r}\right)$. Убедитесь, что он имеет линейный вид. По тангенсу угла наклона прямой рассчитайте магнитную постоянную по формуле:

$$\mu_0 = \frac{2r}{I} \frac{\Delta B}{\Delta\left(\frac{1}{r}\right)}$$

3. Сравните результаты с расчетом в предыдущем задании и справочной величиной магнитной постоянной.

Задание 3. Исследование зависимости величины магнитной индукции вдоль оси катушки с током

1. Получите катушку с известными параметрами: длина катушки; радиус; количество витков.
2. Закрепите с помощью трубки на краю лабораторного стола демонстрационную шкалу 10, установите на ней лабораторную подъемную платформу 8 с выбранной катушкой, по оси которой расположен щуп тесламетра, закрепленный на штативе с цилиндрической опорой.
3. Подайте от источника 3 на катушку ток равный 1 А.
4. Передвигая опору с щупом с шагом в 0,5 см, определяйте величину магнитной индукции вдоль оси катушки.
5. Заполните таблицу 3 отчета. Постройте экспериментальный и теоретический (с использованием формулы) графики зависимости $B(x)$.

$$B(x) = \frac{\mu_0 I n}{2l} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} - \frac{b}{\sqrt{R^2 + b^2}} \right),$$

где $a = x + l/2$, $b = x - l/2$, R – радиус катушки, l – длина, n – количество витков. Начало координат возьмите в центре катушки.

6. Сравните полученные зависимости, сделайте вывод о соответствии теории с проведенным экспериментом.

Контрольные вопросы

1. Взаимодействие токов.
2. Магнитное поле.
3. Магнитный момент контура.
4. Вектор магнитной индукции.
5. Закон Био-Савара.
6. Поле движущегося заряда.
7. Поле прямого и кругового тока.

8. Циркуляция вектора $\vec{B}$. Теорема о циркуляции.
9. Поле соленоида и тороида.

Лабораторная работа 12

ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Цель работы: определение индукции магнитного поля Земли с помощью стрелочного магнетометра.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Земля образовалась 4,5 млрд лет назад вместе с магнитным полем, происхождение которого точно не известно. Предполагается, что основным его источником являются вихревые токи в жидком ядре планеты. Высота магнитного поля простирается до 100 000 км над уровнем моря. Первые исследования магнитного поля Земли принадлежат придворному врачу английской королевы Елизаветы и датируются 1600 годом. Он впервые научно доказал, что Земля - магнитный диполь. Кроме магнитного поля вокруг Земли существуют и другие поля: а) гравитационное; б) электрическое; в) тепловое. В 1635 году Геллибрандом было обнаружено, что магнитное поле Земли медленно изменяется. В 1702 г Эдмундом Галлеем были созданы первые мировые магнитные карты. Строгую теорию геомагнетизма и методы магнитных измерений разработали в 30-е годы XIX века Карл Гаусс и Вильгельм Вебер. В 1835 году Гауссом была создана первая в мире магнитная обсерватория в Геттингене по изучению магнитного поля Земли. Магнетизм Земли в течение нескольких тысячелетий используется для определения сторон света с помощью магнитных стрелок. С незапамятных времен человечество использует компасы для определения сторон света, ориентирования на местности и составления карт. Компасом пользовались древние путешественники и мореплаватели, первый изобретатель этого прибора неизвестен.

На рисунке 1 представлены схематично силовые магнитного поля Земли.

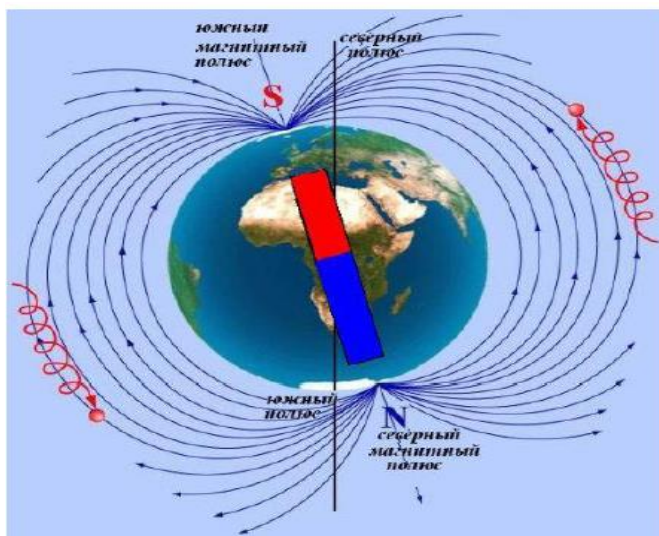


Рис. 1 Силовые линии магнитного поля Земли

Магнитное поле захватывает и отклоняет частицы солнечного ветра, защищая от них живые организмы. Эти частицы образуют радиационный пояс Земли (рис. 2) Часть околоземного пространства, в которой они находятся, называют магнитосферой. По рисунку 1 видно, что ось земного магнита наклонена по отношению к оси вращения Земли на 12° . Магнитные полюса Земли не совпадают с географическими полюсами, северный магнитный полюс находится в южном полушарии, а южный магнитный полюс – в северном

полушарии Земли. В настоящее время координаты магнитных полюсов следующие: северный — 77° с.ш. и 102° з.д.; южный — 65° ю.ш. и 139° в.д.). Эти значения непостоянны, так как со временем магнитные полюса Земли и её ось меняют своё положение. Магнитный полюс был открыт исследователем Джеймсом К. Россом в 1831 г. в сотнях километров от его нынешнего местонахождения.

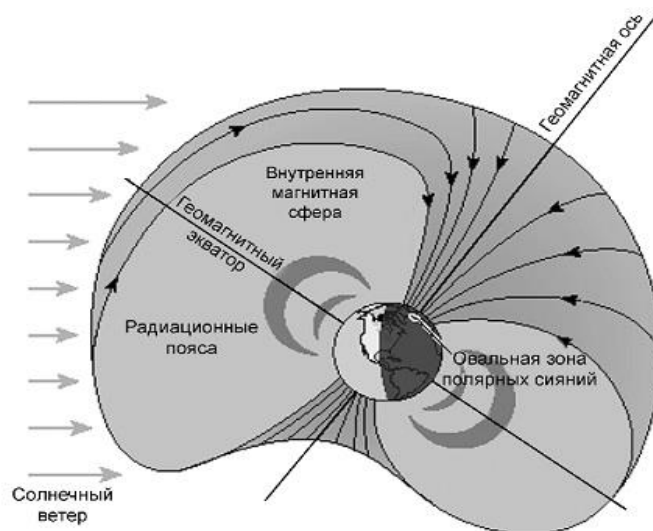


Рис. 2. Строение магнитного поля Земли

В среднем за один год он перемещается на 15 км. В последние годы скорость перемещения магнитных полюсов резко возросла. Например, Северный магнитный полюс сейчас перемещается со скоростью около 40 км в год. Таким образом, магнитные полюса планеты смещены относительно географических полюсов более чем на 2000 км каждый и это расстояние с годами возрастает по неизвестным науке причинам (в 1600 году оно составляло всего 1300 км).

Смена магнитных полюсов Земли называется инверсией магнитного поля. На протяжении геологической истории нашей планеты земное магнитное поле изменяло свою полярность более 100 раз.

Силовые линии магнитного поля Земли называются магнитными *меридианами*. Угол между магнитным и географическим меридианом называется *магнитным склонением*. Магнитное склонение измеряется при помощи *деклинаторов*. Каждое место на Земле имеет свой угол склонения. Например, в районе Москвы угол склонения равен 7° к востоку, а в Якутске — около 17° к западу.

В результате неоднородности земного магнитного поля его вектор индукции на экваторе

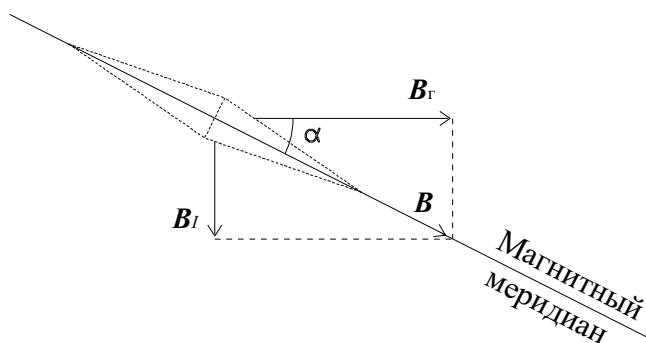


Рис.3 Магнитное склонение

направлен строго горизонтально, на магнитных полюсах - вертикально, а на всех остальных широтах - под некоторым углом к горизонту. Угол, образованный магнитной стрелкой и горизонтальной плоскостью, называют *магнитным наклонением*. На магнитных полюсах наклонение равно 90° . Магнитное наклонение измеряется посредством *инклинаторов*.

Существование магнитного наклона приводит к тому, что северный полюс магнитной стрелки, подвешенной в северном полушарии, располагается несколько ниже южного полюса, а в южном полушарии - наоборот (на глаз этого незаметно). Такое поведение стрелки можно описать векторной суммой горизонтальной и вертикальной составляющих вектора индукции магнитного поля Земли (рис. 3).

Точные измерения показали, что в настоящее время горизонтальная составляющая вектора магнитной индукции B_H на поверхности планеты принимает значения от 0 до 41 мкТл, а полный вектор индукции B_0 изменяется в пределах от +62 до -73 мкТл. В настоящее время магнитное поле планеты убывает примерно на 1% каждые 10 лет.

Магнитное поле Земли неоднородно, в районе магнитных аномалий, например, Курской, величина магнитной индукции в 4 раза выше нормы и составляет около 200 мкТл. Магнитное поле Земли может изменяться в течение суток из-за электрических токов в атмосфере, вызванных солнечными излучениями. Из-за солнечных выбросов возникают солнечные ветры, под действием которых искажается магнитное поле Земли, образуется магнитный многокилометровый «шлейф» в направлении от Солнца. Это приводит к сильным возмущениям магнитного поля на Земле – магнитным бурям, которые являются причиной нарушения работы телеграфа, телефона и радио. Чаще всего магнитные бури наблюдаются на широте 66-67° одновременно с полярными сияниями. Магнитное поле Земли играет исключительную роль в жизнедеятельности биологических организмов, а также влияет на стабильность работы электронных устройств. В связи с этим необходим постоянный мониторинг этого поля. Для обеспечения этого процесса в составе Российской академии наук (РАН) имеется Институт Земного магнетизма (ИЗМИРАН), в распоряжении которого имеется огромное количество искусственных спутников Земли, с расположенными на них измерительными станциями, а также сеть наземных измерительных станций расположенных по всей поверхности земного шара. Аналогичные ведомства имеются и в США.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Оборудование и материалы: универсальный источник питания, кольца Гельмгольца, реостат (100 Ом, 1,8 А), тесламетр цифровой, датчик Холла аксиальный, стрелочный магнетометр, соединительные провода

Экспериментальная установка изображена на рисунке 4.



Рис.4. Экспериментальная установка по определению индукции магнитного поля Земли

Магнитное поле Земли можно разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие (рис. 3)

$$B_B = B_r \cdot \operatorname{tg}(\theta),$$

Где θ — наклонение.

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_B^2}.$$



Рис.5 Магнетометр стрелочный

Таким образом, для характеристики магнитного поля Земли достаточно знать три величины: склонение, наклонение и горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли.

Для того, чтобы определить B_r , необходимо использовать систему, создающую магнитное поле, вектор индукции которого направлен горизонтально. В данной лабораторной работе таким пробным полем является магнитное поле, создаваемое катушками Гельмгольца. Пусть φ - угол между направлением пробного поля и горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли, а угол между направлением результирующего горизонтального и земного магнитного поля - α (рис.5).

Используя теорему синусов, имеем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)} = \frac{B_{\text{пр}}}{B_r}.$$

Измерив углы φ и α для различных значений пробного магнитного поля, можно построить линейную зависимость

$$B_{\text{пр}} = B_r \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)}.$$

Угловой коэффициент прямой совпадает с B_r .

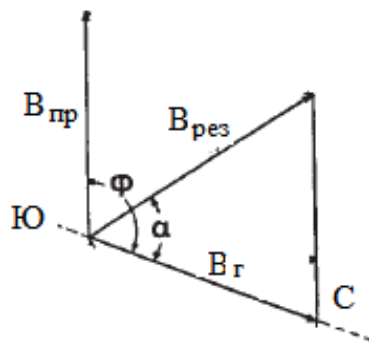


Рис. 6

ХОД РАБОТЫ

Задание 1. Определение калибровочного коэффициента катушек Гельмгольца

1. Соберите экспериментальную установку по рис. 4. без магнетометра.
2. Разместите датчик Холла, подключенный к тесламетру, в центре катушек Гельмгольца.
3. Включите тесламетр и откалибруйте его ($B=0$).
4. Включите источник и, увеличивая с помощью резистора ток через катушки Гельмгольца (от 0,5 до 2,5 А), определите значения индукции магнитного поля $B_{пр}$ при различных значениях силы тока. Полученные данные внесите в таблицу 1.
5. Постройте график зависимости $B_{пр}(I)$.
6. Рассчитайте калибровочный коэффициент как угловой коэффициент прямой.

Задание 2. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

1. Установите магнетометр в центре катушек Гельмгольца и определите угол φ_3 соответствующий равновесному положению стрелки магнетометра (определяет направление север-юг). Повторите опыт многократно и найдите среднее значение. Занесите данные в таблицу 2. Для удобства можно расположить магнетометр в плоскости земного меридиана, тогда $\varphi_3 = 0$.
2. Подайте на катушки Гельмгольца максимальный ток (4 А). Стрелка магнетометра отклонится и покажет направление индукции магнитного поля катушек Гельмгольца. Определите угол φ_k . Повторите опыт многократно и найдите среднее значение угла. Данные занесите в таблицу 2.
3. Определите угол $\varphi = \varphi_k - \varphi_3$ между направлением север-юг и направлением вектора индукции магнитного поля катушек Гельмгольца. Проведите измерения угла отклонения стрелки магнетометра $\varphi_{рез}$ при различных величинах силы тока (от 0 до 0,2 А), подаваемого на катушки Гельмгольца. Определите $\alpha = \varphi_{рез} - \langle \varphi_k \rangle$. Данные занесите в таблицу 3. Постройте график зависимости $K \cdot I \left(\frac{\sin \alpha}{\sin(\varphi - \alpha)} \right)$. Определите угловой коэффициент, который равен горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли B_r .

Задание 3. Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

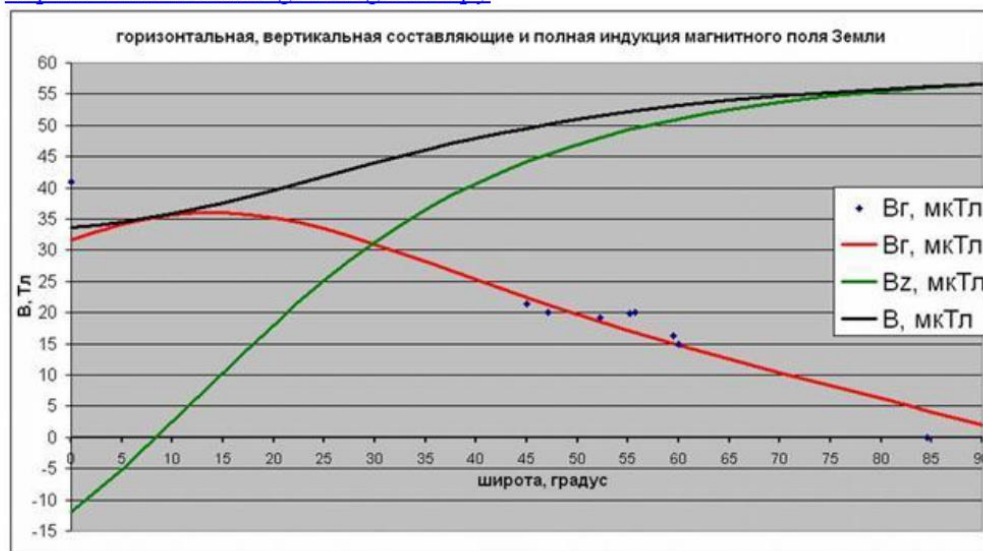
1. Поверните магнетометр, установленный в центре катушек Гельмгольца, так, чтобы угол ориентации стрелки был равен 0° . Затем поверните шкалу магнетометра по часовой стрелке в вертикальное положение и измерьте угол θ_1 относительно горизонтального положения. Повторите опыт многократно и определите среднее значение $\langle \theta_1 \rangle$.
2. Повторите опыт 1, поворачивая шкалу магнетометра против часовой стрелки и получите значение $\langle \theta_2 \rangle$
3. Определите магнитное наклонение $\langle \theta \rangle$ как среднее арифметическое $\langle \theta_1 \rangle$ и $\langle \theta_2 \rangle$.
4. Определите значение вертикальной составляющей магнитного поля Земли по формуле $B_v = B_r \cdot \operatorname{tg}(\theta)$.
5. Определите значение индукции магнитного поля Земли по формул $B = \sqrt{B_r^2 + B_v^2}$.
6. Оцените погрешность полученной величины.
7. Сравните полученный результат с данными международной модели магнитного поля Земли.

Контрольные вопросы

1. Магнитное поле и его характеристики.
2. Магнитное поле Земли.
3. Магнитное наклонение и магнитное склонение.
4. Методика определения магнитного поля Земли.

**Международная модель главного магнитного поля Земли
на декабрь 2012 года для 37°37'00" в. д.
высота над уровнем моря-170-204 м**

<http://serv.izmiran.ru/cgi-bin/igrf-11a.py>



**Лабораторная работа 13
ЭФФЕКТ ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

Цель работы – экспериментальное исследование эффекта Холла в полупроводнике, определение постоянной Холла, концентрации и подвижности носителей заряда, а также ширины запрещенной зоны в германиевом полупроводнике.

Теоретическая часть

Эффектом Холла называют явление возникновения поперечной разности потенциалов (называемой также *холловским напряжением*) при помещении проводника с постоянным током в магнитное поле. Эффект был открыт Эдвином Холлом в 1879 году в тонких пластинках золота.

Рассмотрим образец, имеющий форму прямоугольной пластинки длиной l , шириной b и толщиной d (рис. 1).

Если вдоль длины образца (направление оси y) пропустить электрический ток I ,

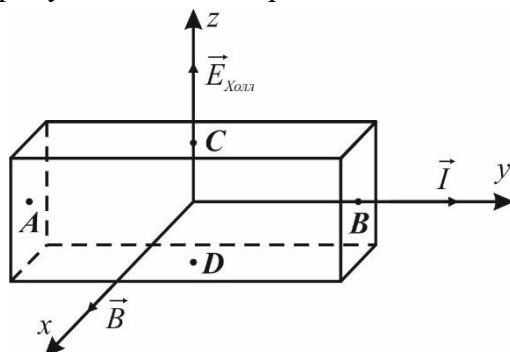


Рис. 2.

перпендикулярно плоскости пластинки (направление оси x) приложить магнитное поле B , то в направлении, перпендикулярном I и B (направление оси z), возникнет электрическое

поле, называемое полем Холла, с напряженностью $E_{\text{Холла}}$ (рис. 2). Экспериментальное исследование эффекта Холла является эффективным методом изучения движения электрических зарядов, обуславливающих электрический ток в проводниках как с металлической, так и с полупроводниковой проводимостью. Эффект Холла несет информацию о таких важнейших характеристиках проводников, как концентрация носителей тока и знак носителей тока. В полупроводниках он позволяет установить принадлежность полупроводника к n-типу (с электронной проводимостью) или p-типу (с дырочной проводимостью), благодаря чему является одним из важнейших методов исследования полупроводников. На практике, как правило, поле Холла характеризуют разностью потенциалов, которую измеряют между симметричными точками С и D на боковых поверхностях образца. Эта разность потенциалов называется холловской разностью потенциалов или ЭДС Холла $\varepsilon_{\text{Холла}}$.

В магнитном поле на движущиеся электрические заряды действует сила Лоренца, величина и направление которой определяется векторным произведением

$$\vec{F} = e[\vec{v} \cdot \vec{B}], \quad (1)$$

где B индукция магнитного поля, $\vec{v}$ – скорость движения зарядов, e – заряд носителей тока с учетом знака. Направление силы Лоренца F определяется с помощью правила левой руки

Пусть электрический ток I направлен вдоль оси y , как показано на рис. 2, при этом точки C и D , расположенные на боковых поверхностях образца симметрично по отношению к току, будут находиться на одной эквипотенциальной поверхности. Под действием силы Лоренца траектория движущихся зарядов изменяются, заряды отклоняются к одной из боковых поверхностей образца, в зависимости от знака зарядов, скорости v и направления магнитного поля B .

Если заряды положительны, сила Лоренца отклоняет их к нижней поверхности образца и на ней создается избыток положительных зарядов, при этом на противоположной стороне образца появится избыток отрицательных зарядов. Эти заряды и создают электрическое поле Холла $E_{\text{Холла}}$, которое, в свою очередь, действует на движущийся заряд e с силой

$$F' = e \cdot E_{\text{Холла}}. \quad (2)$$

Сила F' направлена вдоль поля $E_{\text{Холла}}$, т.е. противоположно действию силы Лоренца F .

Заряды на боковых поверхностях образца будут накапливаться до тех пор, пока электрическая сила не уравнивает действие силы Лоренца, т.е.

$$F' = F. \quad (3)$$

$$F = evB. \quad (4)$$

Следовательно,

$$eE_{\text{Холла}} = evB, \quad (5)$$

откуда

$$E_{\text{Холла}} = vB. \quad (6)$$

Выведем выражение для ЭДС Холла $\varepsilon_{\text{Холла}}$, возникающей между точками C и D , находящимися на расстоянии b (рис. 1):

$$\varepsilon_{\text{Холла}} = U_{\text{Холла}} = E_{\text{Холла}} \cdot b = v \cdot b \cdot B. \quad (7)$$

Выразим скорость движения зарядов через силу тока I . Пусть концентрация носителей заряда равна n . Тогда сила тока, протекающего через единицу поверхности образца, т.е. плотность тока:

$$j = evn, \quad (8)$$

а сила тока

$$I = jbd = evnbd. \quad (9)$$

Отсюда получаем

$$v = \frac{I}{enbd} \quad (10)$$

Учитывая это соотношение, получаем

$$\varepsilon_{\text{Холла}} = \frac{IB}{ed} . \quad (11)$$

Таким образом, ЭДС Холла пропорциональна силе тока I и обратно пропорциональна толщине образца d .

Экспериментальное определение ЭДС Холла проводят на образце с заданной толщиной d при фиксированном токе через образец I . При этом полученное значение ЭДС Холла, как принято, рассчитывают на единицу толщины образца и единицу силы тока, т.е. рассчитывают величину

$$\varepsilon^*_{\text{Холла}} = \frac{\varepsilon_{\text{Холла}} \cdot d}{I}, \quad (12)$$

которую называют *удельной или приведенной ЭДС Холла*. Как видно из формул (11) и (12), приведенная ЭДС Холла пропорциональна индукции магнитного поля B :

$$\varepsilon^*_{\text{Холла}} = RB, \quad (13)$$

где коэффициент пропорциональности

$$R = \frac{1}{en} \quad (14)$$

является характеристикой изучаемого вещества и называется *коэффициентом Холла* или *постоянной Холла*.

Рассмотренный эффект Холла, причиной которого является действие на движущиеся в магнитном поле заряды силы Лоренца, называется классическим эффектом Холла. Как следует из формулы (12), для классического эффекта Холла характерна линейная зависимость. В природе существуют вещества, для которых эта зависимость нелинейна. Это свидетельствует о существовании другой причины эффекта Холла, которая может быть объяснена только с позиций квантовой теории твердого тела.

В полупроводниках эффект Холла имеет в основном классическую природу, и, следовательно, для его описания справедливо выражение (13).

Выражение (14) для классической постоянной Холла получено в предположении, что все заряды имеют одинаковую скорость движения v , которая к тому же не изменяется при движении зарядов в веществе. В реальном веществе заряды испытывают столкновения и потому рассеиваются на примесях, на колебаниях кристаллической решетки. С учетом этого, для чистых полупроводников с собственной проводимостью, когда рассеяние происходит главным образом на колебаниях решетки, для постоянной Холла верно выражение

$$R = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{en}. \quad (15)$$

Эту формулу можно использовать для экспериментального определения типа носителей тока.

Через образец толщины d пропускают электрический ток и при разных значениях индукции магнитного поля B измеряют ЭДС Холла. По формуле (12) вычисляют удельную ЭДС Холла $\varepsilon^*_{\text{Холла}}$ и строят график ее зависимости от B , который должен быть линейным. По крутизне наклона прямой $\varepsilon^*_{\text{Холла}}(B)$ определяют постоянную Холла R . Используя формулу (15) и полагая, что абсолютное значение заряда носителей тока равно заряду электрона $e=1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, вычисляют *концентрацию носителей тока*:

$$n = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{eR} \approx 7.4 \cdot 10^{18} \cdot \frac{1}{R}. \quad (16)$$

Подвижностью носителей тока μ называется дрейфовая скорость носителей тока, которую они приобретают в электрическом поле с напряженностью 1 В/м. Если носители тока движутся в поле с напряженностью E , то их дрейфовая скорость:

$$v = \mu E. \quad (17)$$

Если концентрация носителей тока n , заряд e , то плотность электрического тока через образец (см. (8)):

$$j = evn = en\mu E. \quad (18)$$

По закону Ома

$$j = \sigma E, \quad (19)$$

где σ - удельная электропроводность вещества, которая согласно (18) и (19) выражается через подвижность формулой

$$\sigma = en\mu \quad (20)$$

Удельное электрическое сопротивление

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{en\mu}, \quad (21)$$

откуда

$$\mu = \frac{1}{\rho en}. \quad (22)$$

С учетом выражения (15) для постоянной Холла R формула для подвижности носителей тока приобретает вид:

$$\mu = \frac{8}{3\pi} \frac{R}{\rho} \approx 0.85 \cdot \frac{R}{\rho}. \quad (23)$$

Для определения удельного электрического сопротивления изучаемого полупроводника измеряют электрическое сопротивление между контактами, расположенными на длинной поверхности образца на расстоянии Δl друг от друга. С этой целью пропускают электрический ток I вдоль образца и измеряют падение напряжения $U_{\Delta l}$ между указанными контактами. Тогда удельное сопротивление вычисляется по формуле

$$\rho = \frac{U_{\Delta l}}{I} \frac{bd}{\Delta l}, \quad (24)$$

где bd – поперечное сечение образца (рис. 1).

На основе эффекта Холла работают датчики Холла — приборы, измеряющие напряжённость магнитного поля. Датчики Холла применяются в системах электронного зажигания двигателей внутреннего сгорания, в приводах дисководов, в двигателях вентиляторов компьютерной техники.

На основе эффекта Холла работают некоторые виды ионных реактивных двигателей. Датчики Холла широко используются в смартфонах, в работе электронного компаса, в электроизмерительных приборах (токовые клещи, токовые пробники) для бесконтактного измерения силы тока.

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка приведена на рисунке 3, ее блок-схема – на рисунке 5. Плата с германиевым полупроводником n -типа (рисунок 4) закрепляется в модуле 3, который устанавливается между полюсами электромагнита, питание которого осуществляется от источника питания RHYWE Power supply. Для измерения поля $\mathbf{B}$ на образце с помощью тесламетра датчик Холла устанавливается в специальное гнездо на плате.



Рис. 3.

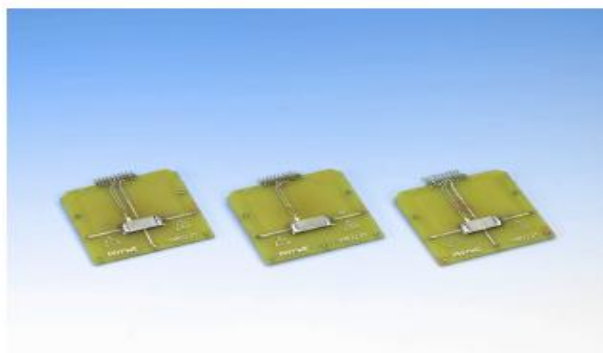


Рис. 4.

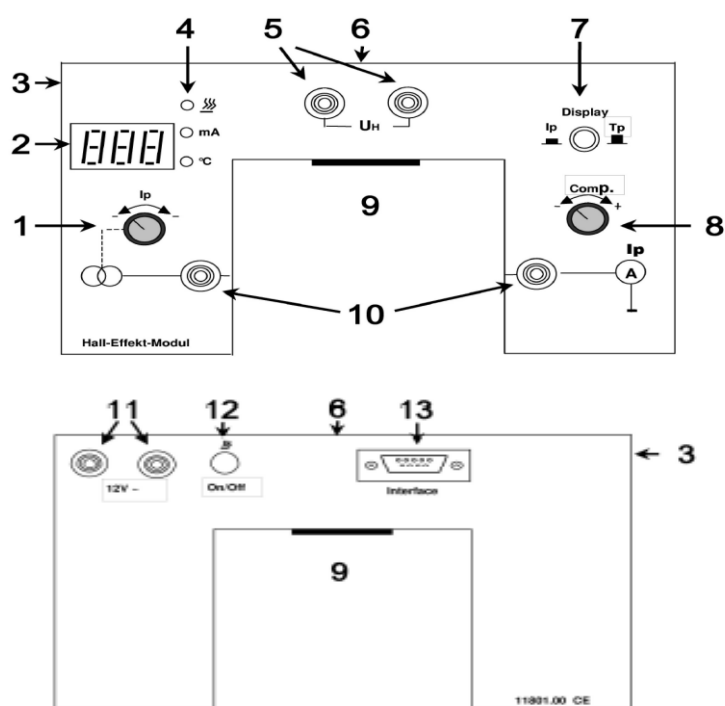


Рис. 5.

Непосредственно на нагреватель модуля (контакты 11 находятся на обратной стороне) подается переменное напряжение 12В от источника питания (для получения температурных зависимостей). На обратной стороне модуля находится также кнопка ВКЛ./ВЫКЛ.12 для нагревателя.

На передней панели модуля (рисунок 5) имеется цифровое табло 2, регистрирующее значения силы тока через образец или температуры образца в зависимости от выбранного режима. Режим выбирается с помощью кнопки 7 Display в правом верхнем углу (ток через образец при нажатой кнопке, а температура образца при отжатой кнопке). Ниже находится ручка регулятора 8, позволяющая при нулевом В выставить «ноль» U_H . Для определения напряжения на образце (выходы 10) и напряжения Холла (выходы 5, 6) используется мультиметр. Для регулировки силы тока используется ручка 1.

Оборудование и материалы: модуль для изучения эффекта Холла 11801.00, несущая панель 11802.01 с германиевым полупроводником n-типа, катушка на 600 витков 06514.01 2, железный U-образный пластинчатый сердечник 06501.00 1, полюсные наконечники 30х30х48 мм, 2 06489.00 1, датчик Холла тангенциальный с защитным колпачком 13610.02, источник питания 0-12 В/6 В, 12 В ~ 13505.93 1, треножник -PASS-02002.55 1, штатив -PASS-, прямоугольный, $l=250$ мм 02025.55 1, прямоугольный зажим -PASS- 02040.55 1, соединительные шнуры, тесламетр 13610.93 1 и цифровой мультиметр 07134.00 1.

Задания

Соберите установку по рисунку 3. Плату с образцом аккуратно вставьте в центр зазора электромагнита так, чтобы избежать изгиба пластины и не повредить образец. Также аккуратно в соответствующий паз (рис.3) поместите датчик Холла. Включите источник питания, установите регулятор напряжения «V» в нулевое положение, а регулятор тока «A» поверните по часовой стрелке до упора (режим стабилизации тока).

Задание 1. Исследование зависимости напряжения Холла от силы тока.

1. Изменяя напряжение и силу тока на источнике питания, установите значение для индукции магнитного поля 250 мТл.
2. Мультиметр подключите к выходам для измерения напряжения Холла (U_x) на передней панели модуля.
3. С помощью кнопки Display установите дисплей в режим снятия значения тока.
4. Определите зависимость напряжения Холла от силы тока в диапазоне от –30 мА до 30 мА с шагом 5 мА. Данные занесите в таблицу 1.
5. Постройте график зависимости $U_x(I)$. Определите по графику коэффициент пропорциональности k .

Задание 2. Исследование зависимости напряжения образца от величины магнитной индукции.

1. Установите значение для силы тока в 30 мА.
2. Подключите мультиметр к выходам для измерения напряжения образца на передней панели модуля.
3. Определите зависимость напряжения образца от магнитной индукции B в диапазоне от 0-300 мТл.

4. Постройте график зависимости $(R_m - R_0)/R_0 = f(B)$, где R_m – сопротивление образца в магнитном поле, R_0 – сопротивление образца в отсутствие магнитного поля (сопротивление определяется по закону Ома).

Изменение значения сопротивления в образце под действием магнитного поля связано с уменьшением длины пробега носителей заряда.

Задание 3. Исследование зависимости напряжения образца от температуры.

1. Установите значение силы тока 30 мА.
2. Переключите дисплей в режим измерения температуры.
3. Отключите магнитное поле ($B=0$). Ток в ходе эксперимента остается постоянным, а напряжение изменяется в соответствии с изменением температуры.
4. Включите нагреватель, нажав кнопку «on/off» на задней панели модуля. После нагрева катушки до 140° С нагреватель автоматически отключится.
5. Определите изменение напряжения в зависимости от изменения температуры в диапазоне от 140° С до комнатной температуры при остывании системы.
6. Постройте график зависимости $\frac{1}{U} = f\left(\frac{1}{T}\right)$.
7. В области собственной удельной электропроводности

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

где σ – проводимость, E_g – ширина запрещенной зоны, k – постоянная Больцмана, T – температура. Так как ток остается постоянным, удельную электропроводность можно заменить U^{-1} , т.е. обратным напряжением, приложенным к образцу.

8. Постройте график зависимости прологарифмированного значения обратного напряжения от T^{-1} $\ln U^{-1} = \ln U_0^{-1} + \frac{E_g}{2k} \cdot T^{-1}$
9. Рассчитайте из графика ширину запрещенной зоны $E_g = 2kb$, где $b = \operatorname{tg} \alpha$. Линейный характер зависимости свидетельствует о том, что ширина запрещенной зоны образца не зависит от внешних полей и является характеристикой образца.

Задание 4. Исследование зависимости напряжения Холла от магнитной индукции.

1. Установите значение силы тока в 30 мА.
2. Подключите мультиметр к выходам для измерения напряжения Холла (U_x) на передней панели модуля. Начальное значение магнитной индукции должно составлять – 300 мТл, увеличивайте магнитную индукцию с шагом в 20 мТл.
3. В нулевой точке измените полярность, в результате чего магнитная индукция будет иметь знак «+».
4. Постройте график зависимости $U_x(B)$, определите наклон $b = \operatorname{tg} \alpha$.
5. Определите постоянную Холла $R_x = b \frac{d}{l}$, где d – толщина образца ($d=10^{-3}$ м).
6. Рассчитайте проводимость $\sigma_0 = \frac{l}{RS}$, где l – длина образца ($l=0.02$ м), S – площадь поперечного сечения, R – сопротивление при комнатной температуре ($R=37.3$ Ом).
7. Определите подвижность Холла по формуле

$$\mu_x = R_x \cdot \sigma_0$$

8. Рассчитайте концентрацию электронов образца по формуле:

$$n = \frac{1}{eR_x}.$$

Задание 5. Исследование зависимости напряжения Холла от температуры.

1. Установите значение силы тока в 30 мА и магнитной индукции в 300 мТл. Определите зависимость напряжения Холла от температуры.
2. Установите дисплей в режим измерения температуры. Начните измерение, нажав кнопку «on/off» («вкл/выкл») на задней панели модуля.
3. Постройте график зависимости напряжения Холла от температуры.
4. Рассчитайте погрешности всех полученных величин.

Контрольные задания

1. В чем заключается эффект Холла?
2. Что такое классический эффект Холла?
3. Записать выражение для силы Лоренца, действующей на носители заряда (в векторном виде). Определить направление силы Лоренца для двух разных направлений тока I и индукции магнитного поля B .
4. Вывести основное выражение для ЭДС Холла. Написать выражение для постоянной Холла и рассказать, как ее экспериментально определяют.
5. Как вычисляется концентрация носителей тока?
6. Определить понятие «подвижность носителей тока». Как связана подвижность носителей тока с электропроводностью вещества? Как определяется подвижность носителей тока?
7. Почему в лабораторной работе для исследования взят не металлический образец, а полупроводниковый?
8. Какие типы проводимости имеют место в полупроводниках?

Лабораторная работа 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ СОБИРАЮЩЕЙ ЛИНЗЫ

Цель работы – изучение законов геометрической оптики на примере преломления света на сферической поверхности; освоение навыков построения изображений в линзах; измерение фокусного расстояния собирающей линзы.

Теоретическая часть

Законы отражения и преломления света

Отношение скорости распространения света в вакууме к скорости распространения света в данной среде называют абсолютным показателем преломления данной среды:

$$n_1 = \frac{c_0}{c_1}.$$

Чем меньше скорость света в данной среде по сравнению со скоростью света в вакууме (чем больше n_1), тем оптически более плотной считается среда по сравнению с вакуумом.

Если луч света идет из среды с абсолютным показателем преломления n_1 в среду с абсолютным показателем преломления n_2 , то показатель преломления второй среды относительно первой (относительный показатель преломления) равен:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}. \quad (1)$$

Закон преломления: лучи падающий и преломленный лежат в одной плоскости с перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным из точки падения и

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (2)$$

где α – угол падения; β – угол преломления луча.

Если луч идет из среды оптически менее плотной в оптически более плотную, то $n_1 < n_2$ и $\beta < \alpha$ (преломленный луч отклоняется от своего начального направления, приближаясь к перпендикулярному, восстановленному из точки падения луча).

Если луч идет из оптически более плотной среды в менее плотную среду, то $n_1 > n_2$ и $\beta > \alpha$ (преломленный луч отклоняется от своего начального направления к границе раздела сред).

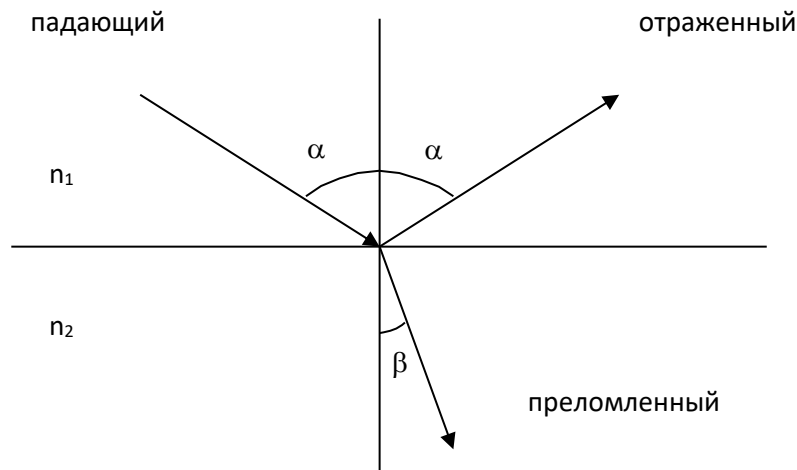


Рис. 1. Отражение и преломление света на плоской границе раздела двух сред.

Преломление на сферической поверхности

Если две среды с показателями преломления n_1 и n_2 разделены сферической поверхностью, то узкий пучок лучей, выходящий из светящейся точки A_0 , расположенной в первой среде, преломившись на границе раздела сред, даст ее действительное или мнимое изображение A_1 .

Пусть $n_2 > n_1$ и точка A_0 находится в первой среде на расстоянии d от преломляющей поверхности радиусом R , изображение A_1 получается на расстоянии f от этой поверхности во второй среде (рис. 2).

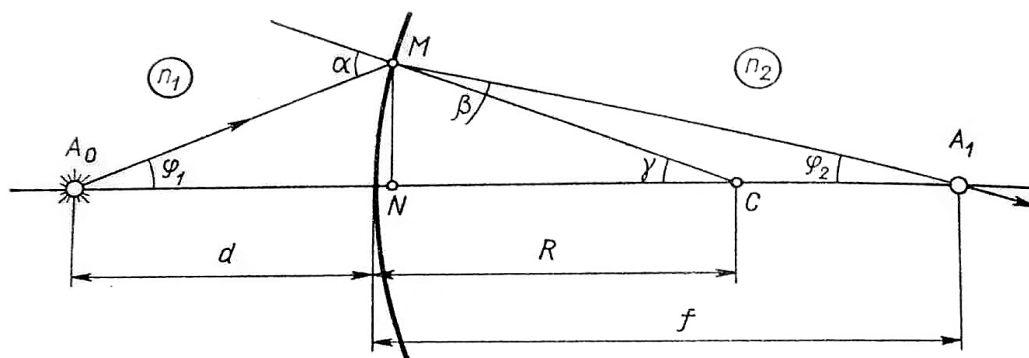


Рис. 2. Преломление света на сферической поверхности.

В случае параксиальных пучков углы ϕ_1 , α , β , γ и ϕ_2 малы, поэтому должно быть

$$MN = d\phi_1 = f\phi_2 = R\gamma, \quad (3)$$

$$\alpha n_1 = \beta n_2. \quad (4)$$

Из треугольника A_0MC $\angle M = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - (\gamma + \phi_1)$, т.е.

$$\alpha = \varphi_1 + \gamma. \quad (5)$$

Из треугольника A_0MA_1 $\angle M = 180^\circ - \alpha + \beta = 180^\circ - (\varphi_1 - \varphi_2)$, т.е.

$$\alpha - \beta = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (6)$$

Исключая из уравнений углы, получим связь между d, f и R :

$$\frac{n_1}{d} - \frac{n_2}{f} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (7)$$

Расстояния d и f от преломляющей поверхности до действительных точек в этой формуле нужно брать со знаком «плюс», до мнимых – со знаком «минус». Радиус берется со знаком «плюс», если лучи, идущие от предмета, падают на выпуклую поверхность; со знаком «минус» – если лучи падают на вогнутую поверхность.

Формула (26.7) является одной из основных формул геометрической оптики. Применяя ее последовательно для каждой преломляющей поверхности, можно найти положение изображения точки в любой оптической системе. Из этой формулы, в частности, вытекает:

а) если предмет находится в бесконечности ($d = \infty$), то точка A_1 является задним фокусом сферической преломляющей поверхности. Согласно (26.7) фокусное расстояние преломляющей поверхности равно:

$$F = f = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R; \quad (8)$$

б) при $R = \infty$ (преломление происходит на плоской поверхности)

$$n_2 d = n_1 f. \quad (9)$$

Линзы

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют тонкой.

Тонкие линзы – двояковыпуклые (радиусы сферических поверхностей $+R_1$ и $+R_2$), плоско-выпуклые ($R_1 = \infty$ и $+R_2$) и выпукло-вогнутые ($+R_1$ и $-R_2$ при $|R_1| < |R_2|$) – обладают следующими свойствами:

1. Лучи, падающие параллельным пучком на линзу, после преломления идут сходящимся пучком и пересекаются в одной точке, называемой фокусом. (Такие линзы, поэтому, называются собирающими.) Геометрическое место фокусов представляет собой плоскость, параллельную плоскости основания шаровых сегментов, ограничивающих линзу – плоскости линзы. Расстояние между фокальной плоскостью и плоскостью линзы называют фокусным расстоянием F ; величину, обратную этому расстоянию, – оптической

силой линзы $D = \frac{1}{F}$.

Фокус, расположенный со стороны лучей, падающих на линзу, называют передним, фокус, находящийся в пространстве преломленных лучей, называют задним. Точку линзы, через которую лучи проходят не преломляясь, называют оптическим центром. Прямые, проходящие через оптический центр, называют оптическими осями. Оптическую ось, проходящую через вершины сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называют главной оптической осью. Остальные оси, как и лежащие на них фокусы, называют побочными.

2. Лучи, падающие на линзу параллельно какой-нибудь оптической оси, после преломления проходят через фокус, лежащий на этой оси.

3. Для тонкой собирающей линзы имеет место формула $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ ($d > 0$ и $f > 0$ – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей,

сходящихся за линзой) и изображений; $d < 0$ и $f < 0$ – для мнимых источников и изображений).

4. При построении изображения светящейся точки (предмета) из всего потока лучей, падающих на линзу, выбирают два из следующих четырех характерных лучей:

- луч, проходящий через оптический центр линзы. Этот луч проходит через линзу, не преломляясь;
- луч, идущий параллельно какой-либо оптической оси. После преломления этот луч должен пройти через фокус, лежащий на этой оптической оси (если светящаяся точка лежит на главной оптической оси, для построения изображения нужно провести побочную оптическую ось) (см. рис. 3);
- луч, проходящий через передний фокус линзы. В силу обратимости хода лучей такой луч после преломления должен идти параллельно главной оптической оси;
- луч, проходящий через передний двойной фокус линзы. После преломления этот луч проходит через задний двойной фокус.

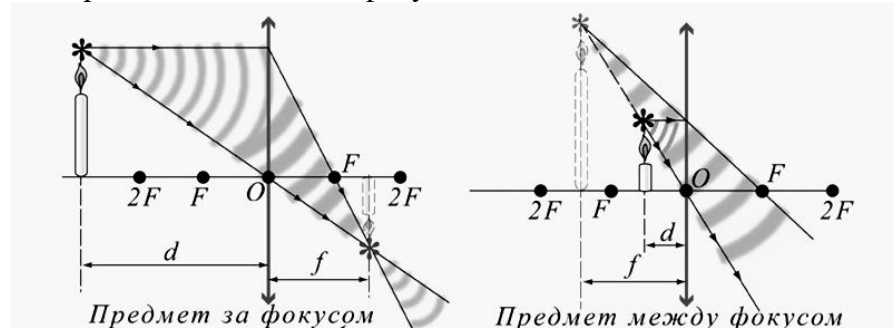


Рис. 3. Построение изображений в собирающей линзе.

Ход этих четырех лучей проследить наиболее просто. Все остальные лучи, падающие на линзу из светящейся точки (предмета), проходят через линзу так, что попадают в ту же точку (изображение), где пересекаются лучи, с помощью которых сделано построение. Чаще всего при построении используют первые два луча.

5. Линейное увеличение предмета, даваемое собирающей линзой, определяется по формуле:

$$\Gamma = \frac{H}{H_0} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d - F}.$$

Площадь S изображения оказывается при этом увеличенной в число раз, равное

$$\Gamma_s = \frac{S}{S_0} = \frac{f^2}{d^2} = \Gamma^2, \quad (10)$$

где S_0 – площадь предмета.

Тонкие двояковогнутые (с радиусом сферических поверхностей $-R_1$ и $-R_2$), плоско-вогнутые ($R_1 = \infty$ и $-R_2$) и вогнуто-выпуклые линзы ($-R_1$ и $+R_2$ при $|R_1| < |R_2|$) обладают следующими основными свойствами:

1. Если лучи падают на линзу параллельным пучком, после преломления они расходятся так, что их продолжения пересекаются в одной точке, называемой фокусом. Геометрическое место фокусов представляет собой плоскость, параллельную плоскости линзы. Все фокусы у рассеивающей линзы мнимые, оптические оси расположены так же, как у собирающих линз.

2. Если лучи падают на рассеивающую линзу параллельно какой-либо оптической оси, то после преломления они идут так, что своим продолжением попадают в фокус лежащий на этой оси.

3. Для тонкой рассеивающей линзы имеет место формулы:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad \Gamma = \frac{H}{H_0} = \frac{f}{d} = \frac{F}{d+F}.$$

4. При построении изображения точки в рассеивающей линзе пользуются лучом, идущим параллельно какой-либо оптической оси (после преломления он своим продолжением проходит через фокус, лежащий на этой оси), и лучом, проходящим через центр (он идет не преломляясь) (см. рис. 4). Все остальные лучи, падающие на линзу из точки-предмета, проходят через линзу так, что их продолжение попадает в ту же точку (изображение), где пересекаются продолжения характерных лучей.

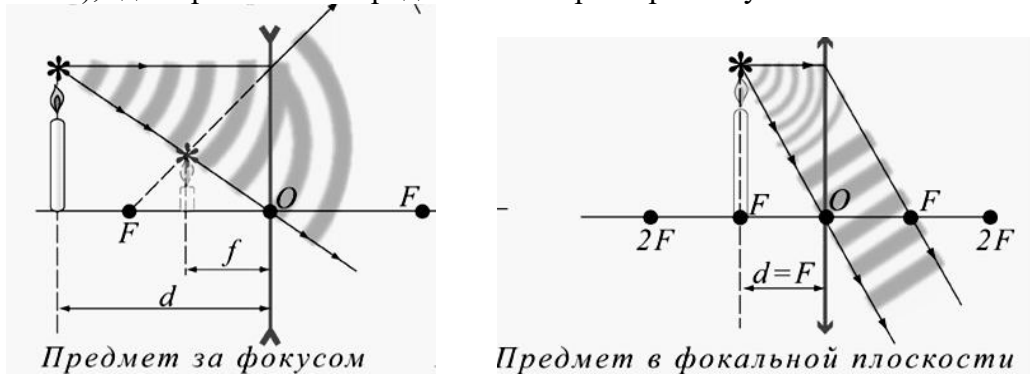


Рис. 4. Построение изображений в рассеивающей линзе.

5. Если F – фокусное расстояние линзы, $n_{\text{л}}$ – показатель преломления материала, из которого изготовлена линза, $n_{\text{ср}}$ – показатель преломления среды, в которой находится линза, R_1 и R_2 – радиусы кривизны одной и другой поверхности линзы, то

$$\frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (11)$$

Радиус кривизны выпуклой поверхности берут со знаком «плюс», вогнутой – со знаком «минус», для плоской – $R = \infty$.

Формулы $\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ для собирающей и рассеивающей линзы справедливы лишь при условии, что по обе стороны линзы находится одна и та же среда. Если по обе стороны линзы находятся среды с разными показателями преломления, то положение изображения определяют с помощью формулы (7), применяя ее последовательно для каждой сферической поверхности.

Методика проведения эксперимента

1. Получите с помощью собирающей линзы четкое изображение предмета на экране.
2. Не меняя положения предмета и экрана, перемещением линзы найдите для нее второе положение, при котором на экране вновь получается резкое изображение.
3. Измерьте расстояние от предмета до линзы (d) и от линзы до экрана (f) в каждом из двух опытов.
4. Повторите измерения.

5. Из формулы тонкой линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ следует, что $F = \frac{df}{d+f}$. Используя полученные значения для d и f , рассчитайте фокусное расстояние собирающей линзы F .
6. Найдите $F_{\text{ср}} = \frac{F_1 + \dots + F_4}{4}$.
7. Результаты занесите в таблицу.

№ п/п	d , м	f , м	F , м	$F_{\text{ср}}$, м
1				
2				
3				
4				

Лабораторная работа 15 ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИН ВОЛН СПЕКТРА ВИДИМОГО СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Цель работы – изучение явлений интерференции и дифракции света с помощью дифракционной решетки; измерение длин волн спектра видимого света с помощью дифракционной решетки.

Теоретическая часть

Интерференция монохроматического света.

Интерференция света – это частный случай явления интерференции волн, заключающийся в пространственном перераспределении энергии светового излучения при суперпозиции (наложении) электромагнитных волн. Необходимым условием интерференции любых волн является их когерентность – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Строго когерентными могут быть лишь монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны с постоянными во времени частотой, амплитудой и начальной фазой. Эти характеристики для монохроматических волн остаются постоянными неограниченно долго. Свет, излучаемый любым реальным источником, не обладает данными свойствами. Однако монохроматическая идеализация оказывается необходимой для решения многих задач, в частности для определения положения максимумов и минимумов интерференционной картины.

Предположим, что в некоторую точку пространства приходят две монохроматические световые волны, напряженности электрического поля которых равны E_1 и E_2 (векторы напряженностей магнитного поля волн равны H_1 и H_2 ; E и H колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях). Предполагая, что E_1 и E_2 в точке наблюдения совершают колебания вдоль одной прямой, можно отвлечься от векторного характера колебаний. Тогда

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1), \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где E_{01} и E_{02} , φ_1 и φ_2 – амплитуды и начальные фазы колебаний.

Амплитуда результирующего колебания в рассматриваемой точке

$$E^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где последнее слагаемое, учитывающее взаимодействие пучков, называется интерференционным членом. Поскольку волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1)$$

(при распространении света в однородной среде интенсивности волн пропорциональны квадратам их амплитуд: $I \sim E^2$)

Если колебания синфазны (фазы φ_1 и φ_2 одинаковы или отличаются на четное число π), то интенсивность максимальна:

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2;$$

если колебания противофазны (фазы φ_1 и φ_2 отличаются на нечетное число π), то интенсивность минимальна:

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2.$$

Таким образом, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн наблюдается *интерференция света* – происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Следует, однако, отметить, что две монохроматические световые волны, распространяясь в одном направлении, не интерферируют между собой, если они линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для некогерентных волн разность фаз колебаний хаотически изменяется, поэтому среднее во времени значение $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ равно нулю и интенсивность (28.1) результирующей волны всюду одинакова: при $I_1 = I_2$ интенсивность $I = 2I_1$ (для когерентных волн при указанном условии в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах $I = 0$). Действительно, при наложении света от двух ламп интерференция не наблюдается. Следовательно, независимые источники света некогерентны, а их излучение немонохроматично. Причины этого заключены в самом механизме излучения света атомами (молекулами, ионами) источника света. Возбужденный атом излучает в течение очень короткого промежутка времени высвечивания $\tau = 10^{-8}$ с, после чего он, растратив избыточную энергию на излучение, возвращается в нормальное (невозбужденное) состояние. Через некоторый промежуток времени атом может вновь возбудиться, получив энергию извне и начать излучать. Такое прерывистое излучение света атомами в виде отдельных кратковременных импульсов – цугов волн – характерно для любого источника света независимо от вида конкретных процессов, происходящих в нем и вызывающих возбуждение атомов. При спонтанном излучении атомы излучают независимо друг от друга со случайными начальными фазами, беспорядочно изменяющимися от одного акта излучения к другому. Поэтому спонтанно излучающие атомы представляют собой некогерентные источники света.

Невозможность осуществления независимых когерентных источников света заставляет прибегнуть к искусственному приему. Этот прием состоит в том, что заставляют интерферировать части одной и той же волны, идущие от единственного источника и достигающие точки наблюдения по разным путям, благодаря чему между ними возникает некоторая разность хода. Когерентность обеспечивается тем, что обе интерферирующие волны одновременно испускаются одним источником.

Пусть в какой-то точке (в ней фаза колебаний равна ωt) произошло разделение волны на две когерентные волны, а до точки M , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 , а вторая – в среде с показателем преломления n_2 путь s_2 . Тогда в точке M первая волна возбудит колебание $E_{01} \cos \omega(t - s_1/v_1)$, вторая – $E_{02} \cos \omega(t - s_2/v_2)$, где $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$ – соответственно фазовая скорость первой и второй волн. Разность фаз колебаний, возбуждаемых в точке наблюдения,

$$\Psi = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta.$$

Произведение геометрической длины пути s световой волны в данной среде на показатель преломления n этой среды называют оптической длиной пути, а $\Delta = L_2 - L_1$ – оптической разностью хода.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

то $\Delta = \pm 2m\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, находятся в одинаковой фазе. Следовательно, условие (28.2) является условием интерференционного максимума.

Если

$$\Delta = \pm (2m + 1)\lambda/2 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

то $\Delta = \pm (2m + 1)\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами находятся в противофазе. Следовательно, (28.3) является условием интерференционного минимума.

Расчет интерференционной картины от двух источников.

Этот расчет для рассмотренных выше методов наблюдения интерференции света можно провести, используя две узкие параллельные щели S_1 и S_2 , расположенные очень близко друг к другу на расстоянии d (рис. 1). Они являются когерентными источниками – реальными или мнимыми изображениями источника в какой-то оптической системе. Рассмотрим результат интерференции в некоторой точке A экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l ($l > d$). Начало отсчета выбрано в точке O , симметричной относительно щелей.

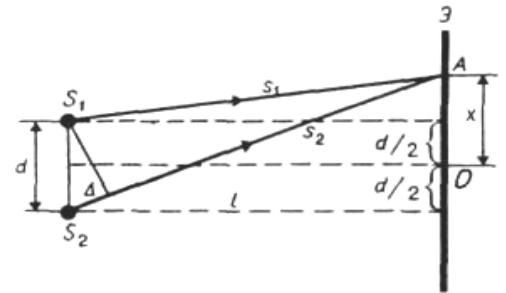


Рис. 1

Интенсивность в любой точке экрана, лежащей на расстоянии x от O , определяется оптической разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$. Из рис. 1. следует, что

$$s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2; \quad s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда

$$s_2^2 - s_1^2 = 2xd,$$

или

$$\Delta = s_2 - s_1 = 2xd / (s_2 + s_1).$$

Из условия $l \gg d$ следует, что $s_1 + s_2 \approx 2l$, поэтому

$$\Delta = xd / l. \quad (4)$$

Подставив (28.4) в (28.2) и (28.3), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться при

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (5)$$

а минимумы – при

$$x_{\max} = \pm (m + 1/2) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (6)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое шириной интерференционной полосы, равно

$$\Delta x = l\lambda_0 / d, \quad (7)$$

где Δx не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для данных l , d и λ_0 . Согласно формуле (28.7), Δx обратно пропорционально d ; следовательно, при большом расстоянии между источниками, например при $d \approx l$, отдельные полосы становятся неразличимыми. Для видимого света $\lambda_0 \approx 10^{-7}$ м, поэтому четкая

интерференционная картина, доступная для наблюдения, имеет место при $l \gg d$ (это условие и принимается в расчете).

Из выражений (28.5) и (28.6) следует, что интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу. Главный максимум, соответствующий $m = 0$, проходит через точку O . Вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) порядков и т. д.

Описанная картина, однако, справедлива лишь при освещении монохроматическим светом. Если использовать белый свет, то интерференционные максимумы для каждой длины волны, согласно формуле (28.7), смещены друг относительно друга и имеют вид радужных полос. Только для $m = 0$ максимумы всех длин волн совпадают и в середине экрана будет наблюдаться белая полоса, по обе стороны которой симметрично расположатся спектрально окрашенные полосы максимумов первого, второго и т.д. порядков (ближе к полосе находятся зоны фиолетового цвета, дальше – зоны красного цвета).

Дифракция света. Метод зон Френеля

Дифракция света – это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел и т.д. и обусловленных волновой природой света, и заключающихся в огибании светом препятствий. Под дифракцией света обычно понимают отклонения от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой.

Объяснение дифракции возможно с помощью принципа Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит источником вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени. Волновой фронт – это геометрическое место точек, до которых доходят колебания к некоторому моменту времени.

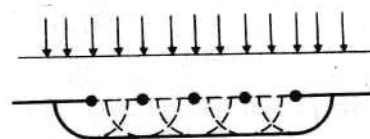


Рис. 2.

Геометрическое место точек, для которых колебания имеют одинаковые фазы, называют волновой поверхностью. Волновой фронт также является волновой поверхностью.

Пусть для примера параллельный фронт волны (рассматриваем плоские волны) падает на отверстие в непрозрачном экране (рис. 2). Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных волн (в однородной изотропной среде они сферические). Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т.е. волны огибают края отверстия, иными словами, наблюдается явление дифракции.

Принцип Гюйгенса позволяет решать задачу лишь о направлении распространения волнового фронта, т.е. является принципом геометрическим. С его помощью можно, например, вывести законы отражения и преломления света на границе раздела двух сред. Однако принцип Гюйгенса не затрагивал по существу вопрос об амплитуде, а, следовательно, и об интенсивности распространяющихся за преградой световых волн. Кроме того, оставалось неясным, почему при распространении волны не возникает обратная волна.

Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей интерференции вторичных волн. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, световая волна, возбуждаемая источником S , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве такой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, а поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, для определения в некоторой

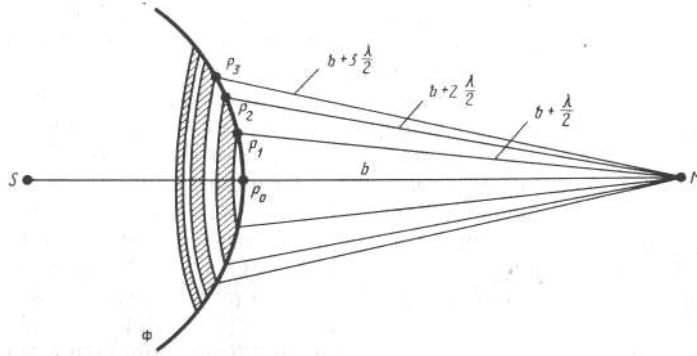


Рис. 3.

точке пространства результирующей интенсивности надо учесть интерференцию всех этих вторичных волн.

Пусть S – точечный источник монохроматического света (рис. 3), распространяющегося в однородной среде, а M – произвольная точка наблюдения, в которой определяется результирующая амплитуда световой волны, приходящей в эту точку. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля,

действие источника S заменяют действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности, в качестве которой выбрана волновая поверхность Φ .

Для определения результирующей амплитуды Френель предложил разбить волновую поверхность на кольцевые зоны, названные впоследствии зонами Френеля. Размеры кольцевых зон таковы, что разность хода лучей, идущих от соответственных точек каждой соседней зоны до точки наблюдения M , равна $\lambda/2$, т.е. $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2$. Для этого необходимо из точки M построить сферы радиусами $b + \lambda/2$, $b + 2\lambda/2$, $b + 3\lambda/2$, ...

Колебания, возбуждаемые в точке M двумя соседними зонами, противоположны по фазе, так как разность хода соответствующих лучей от этих зон до точки наблюдения M равна $\lambda/2$, а поэтому при наложении эти колебания будут ослаблять друг друга. Следовательно, амплитуда результирующего колебания, возбужденного в точке M всей совокупностью зон,

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (8)$$

где $A_1, A_2, \dots$ - амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ... зонами.

Действие отдельных зон на точку M тем меньше, чем больше угол φ_m между нормалью n к поверхности зоны и направлением на M . Таким образом, действие зон постепенно убывает от центральной зоны к периферическим. Кроме того, с ростом m уменьшается интенсивность излучения в направлении точки M (увеличивается расстояние от зоны до точки наблюдения). Следовательно, $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$.

Так как общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере огромно, а их площади очень малы, то в качестве допустимого возможно приближение: $A_m = (A_{m-1} + A_{m+1})/2$. С учетом этого приближения из выражения (28.8) следует, что амплитуда результирующих колебаний в точке M $A \approx A_1/2$. Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля. Поэтому, если на пути монохроматического света от точечного источника S поместить экран, закрывающий все зоны, кроме первой, то амплитуда в точке M увеличится по сравнению с полностью открытым волновым фронтом в два раза, а интенсивность – в четыре.

Дифракцию разделяют на два типа – в зависимости от расстояний от источника и точки наблюдения (экрана) до препятствия, расположенного на пути распространения света. Первый тип дифракции относится к случаю, когда на препятствие падает

сферическая или плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном от него расстоянии. Дифракционные явления этого типа впервые изучены Френелем и называются дифракцией Френеля (или дифракцией в сходящихся лучах). Этот тип дифракции будет подробно рассмотрен нами на практическом занятии.

Второй тип дифракции относится к случаю, когда на препятствие падает плоская волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной за препятствием. Дифракционные явления этого типа изучены Фраунгофером и называются дифракцией Фраунгофера (или дифракцией в параллельных лучах).

Дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка

Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачный экран (рис. 4) с узкой щелью шириной a и длиной $l \gg a$ (т.е. щель бесконечно длинная). Дифракционная картина наблюдается на экране Э, находящемся в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего через щель света. Плоскость щели и экран параллельны друг другу.

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, каждая точка щели является источником вторичных волн, колеблющихся в одинаковой фазе, поскольку плоскость щели совпадает с фронтом падающей плоской волны.

Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в произвольном направлении φ (φ – угол дифракции), собираются линзой в точке B . Открытую часть волновой поверхности MN в плоскости щели разбивают на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M и проведенных так, чтобы разность хода от их соответственных точек была равна $\lambda/2$. При этом на ширине щели уместается $a \sin \varphi / (\lambda/2)$ зон.

Если число зон Френеля четное, т.е

$$a \sin \varphi = \pm 2m(\lambda/2) \quad (m=1, 2, 3, \dots),$$

то в точке B наблюдается дифракционный минимум, если же число зон Френеля нечетное, т.е

$$a \sin \varphi = \pm (2m+1)\lambda/2 \quad (m=1, 2, 3, \dots),$$

то наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля. В направлении $\varphi = 0$ наблюдается центральный дифракционный максимум, поскольку колебания, вызываемые в точке B_0 всеми участками щели, происходят в одной фазе.

На рис. 5 приведен дифракционный спектр – зависимость распределения интенсивности на экране от угла дифракции. Основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. С увеличением угла дифракции интенсивность побочных максимумов резко уменьшается.

При освещении немонахроматическим светом боковые полосы радужно окрашены. С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется, при этом его яркость уменьшается. С увеличением ширины щели ($a > \lambda$) дифракционные полосы становятся уже и ярче, а число полос больше. При $a \gg \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света.

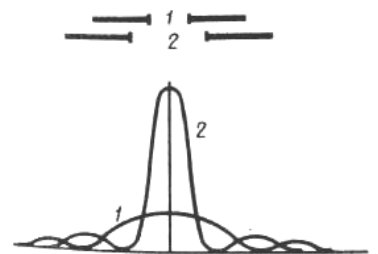


Рис. 5.

В случае дифракции Фраунгофера на одной щели распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Поэтому перемещение щели параллельно себе не изменит дифракционной картины. Следовательно, дифракционные картины, создаваемые каждой из двух щелей в отдельности, будут одинаковыми. результирующая картина определится как результат взаимной интерференции волн, идущих от обеих щелей.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на непрозрачный экран (рис. 6) с двумя одинаковыми щелями шириной a , отстоящими друг от друга на расстоянии b ($a + b = d$). очевидно, что минимумы будут на тех же местах, как и в случае одной щели, так как те направления, в которых ни одна из щелей не посылает света, не получают его и при двух щелях. Следовательно, прежние (главные) минимумы интенсивности наблюдаются в направлениях, определяемых условием

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m=1, 2, 3, \dots).$$

Вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они могут гасить друг друга, т.е. могут возникнуть дополнительные минимумы. Это будут, очевидно, направления, которым соответствует разность хода лучей $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$, посылаемых от соответственных точек обеих щелей (например, точек M и C). Такие направления (рис. 6) определяются условием

$$CF = MC \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi = \lambda / 2, 3\lambda / 2, \dots \quad (9)$$

Таким образом, с учетом (9) условие дополнительных минимумов

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, 3, \dots).$$

В направлениях

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

действие одной щели усиливает действие другой, поэтому эти направления задают главные максимумы.

Таким образом, для двух щелей дифракционная картина определяется условиями

главные минимумы $a \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$

дополнительные минимумы $d \sin \varphi = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$

главные максимумы $d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$

т.е. между двумя главными максимумами располагается дополнительный минимум, а максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели.

Аналогично можно показать, что между каждыми двумя главными максимумами при трех щелях располагаются два дополнительных минимума, при четырех щелях – три и т.п. В случае N щелей число дополнительных минимумов, наблюдаемых между соседними главными максимумами, составит $N - 1$.

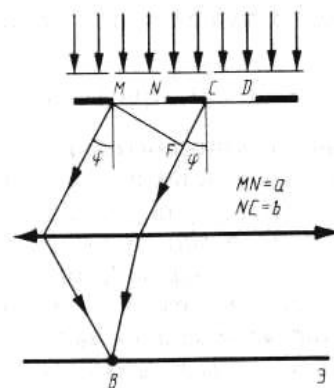


Рис. 6.

Методика проведения эксперимента

Порядок выполнения работы

1. Включите источник в сеть. Установите экран со щелью перед источником света (на экран нанесены миллиметровые деления для отсчета расстояний).
2. Поместите дифракционную решетку в фиксатор.
3. Наблюдая сквозь дифракционную решетку, получите спектр видимого света.

4. Измерьте расстояние a от центра щели (центральный максимум (нулевой порядок, $m = 0$)) до красного края спектра первого порядка ($m = 1$). Вычислить длину волны $\lambda_{\text{ед}}$ можно с помощью формулы (28.10), при этом $\sin \varphi \approx \tan \varphi$ (т.к. φ очень мал). Для $m = 1$ получаем $\lambda_{\text{ед}} = d \tan \varphi$, где d – постоянная дифракционной решетки. $\tan \varphi = \frac{a}{b}$, где b – расстояние от решетки до экрана.
5. Аналогично вычислите длину волны синего света.
6. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу.

Цвет	a , м	b , м	a/b	λ
красный				
синий				

Лабораторная работа 16 **ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ**

Цель работы: расширить представления о внешнем фотоэффекте, экспериментально определить постоянную Планка.

Оборудование и материалы: лабораторная установка «Изучение фотоэффекта и определение постоянной Планка», светофильтры.

Теоретическая часть

Явление вырывания электронов из вещества под действием электромагнитного излучения получило название фотоэлектрического эффекта или **фотоэффекта**.

Различают внешний и внутренний фотоэффект.

При **внешнем фотоэффекте** электроны освобождаются светом из поверхностного слоя вещества и переходят в другую среду.

При **внутреннем фотоэффекте** оптически возбуждаемые электроны остаются внутри освещаемого тела, не нарушая электрическую нейтральность последнего. При этом изменяется электропроводность (фотопроводимость), возникает электродвижущая сила, изменяется диэлектрическая проницаемость (фотодиэлектрический эффект).

Явление фотоэффекта было открыто в 1887 году Генрихом Герцем. Он обнаружил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если отрицательно заряженный шарик осветить ультрафиолетовыми лучами. При освещении такими же лучами положительно заряженного тела потери заряда не наблюдается. Более того, если тело не было заряжено, то при освещении оно заряжается положительно до потенциала в несколько вольт. Однако, занятый исследованием электромагнитных волн, Герц не обратил внимание на это явление серьезного внимания.

Первые систематические исследования явления фотоэффекта принадлежат Столетову, проведенные в 1888-1890 гг. Схема установки, с помощью которой Столетов проводил исследования представлена на рисунке 1.

Конденсатор, образованный проволочной сеткой и сплошной пластиной, был включен последовательно с гальванометром G в цепь батареи. Свет, проходя через сетку, падал на сплошную пластинку. В результате в цепи возникал ток, регистрировавшийся гальванометром. В результате

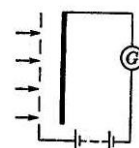


Рис. 1

экспериментальных исследований Столетов установил следующие **закономерности фотоэффекта**:

- 1) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи;
- 2) сила тока возрастает с увеличением освещенности пластины;
- 3) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак.

В 1898 году Ленард и Томсон, измерив удельный заряд, испускаемых под действием света частиц, установили, что эти частицы являются электронами. В 1905 г. теоретически фотоэффект объяснил А. Эйнштейн.

Впоследствии установка для исследования фотоэффекта, предложенная Столетовым, была усовершенствована и ее принципиальная схема представлена на рис.2.

Вольтамперная характеристика фотоэлемента

Построим вольтамперную характеристику фотоэлемента. Фотоэлемент представляет собой небольшой баллон, в котором создан вакуум и в центре которого находится положительный электрод (анод) (рис. 2). На часть внутренней поверхности баллона нанесен тонкий слой металла, представляющий отрицательный электрод (катод).

Допустим, что фотоэлемент включен в цепь, изображенную на рис. 2. Передвигая движок потенциометра и снимая показания приборов, можно построить вольтамперную характеристику фотоэлемента. При $U = 0$ через элемент проходит небольшой ток (рис. 3). Под действием света из катода вырываются электроны, и он заряжается положительно. Вырванные электроны вблизи катода создают отрицательно заряженное облако, из которого большая часть электронов попадает обратно на катод (катод при $U = 0$ притягивает электроны), а часть электронов из облака попадает на анод. Они и создают небольшой ток. Для прекращения фототока необходимо приложить обратное по знаку напряжение U_3 , которое называют задерживающим напряжением.

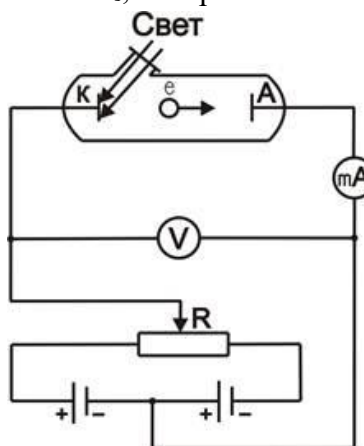


Рис. 2

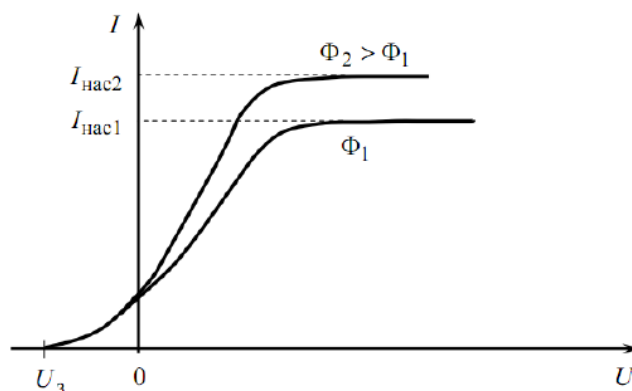


Рис. 3

Если увеличивать напряжение, то по мере роста все большее число электронов за секунду попадает на анод. Облако из электронов вблизи катода редет, а ток через фотоэлемент растет. При достаточно сильном поле облако из электронов вблизи катода полностью исчезнет. Все электроны, вышедшие из катода, будут попадать на анод – наступит насыщение: дальнейшее усиление поля в баллоне фотоэлемента не приведет к увеличению тока. Ток насыщения $I_{\text{нас}}$ определяется тем количеством электронов, которые вырываются в секунду из металла.

Фототок насыщения зависит от падающего на фотоэлемент светового потока Φ . Он будет тем больше, чем больше число фотонов в секунду падает на катод. Очевидно, что зависимость $I_{\text{нас}}(\Phi)$ должна быть линейной. По этой причине вакуумные фотоэлементы могут служить точными фотометрами, позволяющими измерять световые потоки. Следует отметить, что при достаточно больших световых потоках ток насыщения перестаёт увеличиваться пропорционально световому потоку – наступает насыщение фотоэлемента по световому потоку.

Если световой поток, падающий на фотоэлемент, создаётся точечным источником, то его величина обратно пропорциональна квадрату расстояния R от источника до фотоэлемента:

$$\Phi \sim \frac{1}{R^2}$$

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещённостях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие три закона внешнего фотоэффекта.

Законы внешнего фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещённости катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν , а именно линейно возрастает с увеличением частоты.

III. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия, с которой электрон вырывается из металла, должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, «красной границы» фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта.

А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им ***квантовой теории фотоэффекта***. Согласно Эйнштейну, свет частотой ν не только испускается и поглощается, но и распространяется в пространстве отдельными порциями или квантами, энергия которых $\varepsilon = h\nu$, h – постоянная Планка ($h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж с).

Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью c распространения света в вакууме. Эти кванты электромагнитного излучения получили название **фотонов**.

В соответствии с гипотезой предложенной Эйнштейном, энергия, полученная электроном, доставляется ему в виде кванта $h\nu$, который усваивается им целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода $A_{\text{вых}}$, затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Остаток энергии переходит в кинетическую энергию вылетевшего из металла фотоэлектрона.

Фотоны, падая на поверхность металла, проникают на очень малую глубину в металл и поглощаются отдельными его электронами проводимости. При этом их энергия практически моментально возрастает до значения, достаточного, чтобы преодолеть потенциальный барьер вблизи поверхности металла, и они вылетают наружу.

Закон сохранения энергии позволяет написать простое соотношение, связывающее скорость фотоэлектронов с частотой поглощаемого света.

Энергия фотона после поглощения его, с одной стороны, расходуется на преодоление потенциального барьера (эта часть энергии называется работой выхода электрона из металла), а с другой стороны, частично сохраняется у электрона вне металла в виде кинетической энергии. Таким образом, баланс энергий выглядит следующим образом:

$$h\nu = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} + A_{\text{вых}} \quad (1)$$

где $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона, m и v_{max} – его масса и скорость соответственно, ν – частота излучения.

Соотношение (1) называется уравнением Эйнштейна для фотоэффекта. Оно в частности показывает, что энергия фотоэлектронов, действительно, никак не зависит от интенсивности света, а линейно зависит от частоты света. При достаточно низкой частоте света фотоэффект не наблюдается: энергии фотона не хватает на преодоление потенциального барьера. Та критическая частота, при которой прекращается фотоэффект, называется красной границей фотоэффекта. У различных металлов красная граница фотоэффекта различна. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности:

$$h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{вых}} \quad (2)$$

Значение работы выхода для некоторых металлов приведены в таблице 1.

Таблица 1

Материал	калий	литий	платина	рубидий	серебро	цезий	цинк
$A_{\text{вых}}$, эВ	2.2	2.3	6.3	2.1	4.7	2.0	4.0

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта).

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как

ни $A_{\text{вых}}$, ни ν от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла $A_{\text{вых}} = \text{const}$), то при некоторой достаточно малой частоте $\nu = \nu_{\text{кр}}$ кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта).

Фотонная теория излучения. Развивая гипотезу М.Планка о квантах, А.Эйнштейн в 1905 г. предположил, что квантовые свойства излучения (света) проявляются не только при испускании и поглощении его веществом, но и при распространении излучения в пространстве. Возрождая корпускулярную теорию света, предложенную Ньютоном еще в начале 18 столетия, Эйнштейн выдвинул гипотезу, согласно которой излучение можно представить состоящим из большого числа частиц, каждая из которых, обладая квантом энергии, движется в пространстве со скоростью света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Рассмотрим свойства таких частиц.

Частица излучения, которую называли фотоном, представляет собой ультрарелятивистскую незаряженную частицу. Свойства фотона могут быть описаны только с использованием основных соотношений специальной теории относительности. В частности, из этой теории следует, что фотон является уникальной элементарной частицей, имеющей нулевую массу покоя. Это означает, что фотон всегда движется со скоростью c и не может находиться в состоянии покоя. Если при неупругом столкновении с другой элементарной частицей фотон «останавливается», то он исчезает, передавая всю свою энергию этой частице.

Энергия фотона

$$\varepsilon_{\phi} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega, \quad (3)$$

где λ – длина волны, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка с чертой ($\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с), $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

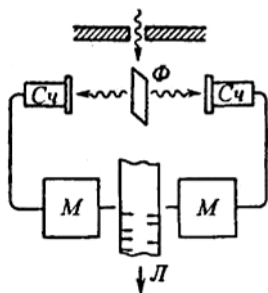
Как и любая материальная частица, фотон имеет массу m_{ϕ} , которая связана с его энергией релятивистской формулой: $m_{\phi}c^2 = \varepsilon_{\phi}$. С учетом (3) находим:

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}$$

Движущийся со скоростью c фотон обладает импульсом, величина которого связана с его энергией релятивистским соотношением $p_{\phi}c = \varepsilon_{\phi}$, учитывающим, что масса покоя фотона равна нулю. Отсюда

$$p_{\phi} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Непосредственное подтверждение гипотезы Эйнштейна дал опыт Боте.



Тонкая металлическая фольга Φ помещалась между двумя газоразрядными счетчиками $Сч$. Фольга освещалась слабым пучком рентгеновских лучей. Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов, испускаемых фольгой, было невелико. При попадании в него рентгеновских лучей счетчик срабатывал и приводил в действие особый механизм $М$, делавший отметку на движущейся ленте $Л$. Если бы излучаемая энергия

распространялась равномерно во все стороны, как это следует из волновых представлений, оба счетчика должны были бы срабатывать одновременно и отметки на ленте приходились бы одна против другой. В действительности же наблюдалось совершенно беспорядочное расположение отметок. Это можно объяснить лишь тем, что в отдельных актах испускания возникают световые частицы, летящие то в одном, то в другом направлении.

Таким образом, экспериментально было доказано существование особых световых частиц – фотонов.

Определение постоянной Планка

С помощью уравнения Эйнштейна (1) для фотоэффекта, можно экспериментально получить значение постоянной Планка. Для этого необходимо измерить величину запирающего напряжения при различных частотах падающего на фотоэлемент света. В этом случае работа внешнего поля над электронами равна кинетической энергии электрона при вылете из катода:

$$eU_3 = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (4)$$

где $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона.

С учётом формулы (4) уравнение (1) можно переписать в виде:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU_3, \quad (5)$$

или окончательно:

$$U_3 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A_{\text{вых}}}{e}. \quad (6)$$

Из последнего уравнения видно, что если строить по точкам график экспериментальной зависимости $U_3(\nu)$, то должна получиться прямая. Тангенс угла наклона этой прямой численно равен $\frac{h}{e}$.

Описание установки и проведение эксперимента.

Лабораторная установка (рис. 4) состоит из металлического корпуса 1, на котором установлен объектив 2 фотоэлемента и осветитель 3. Лампа осветителя установлена на подвижной каретке, которая может перемещаться вдоль установки. За счёт этого можно изменять расстояние от источника света до линзы фотоприёмника. Это расстояние измеряется по линейке 4. Для фиксации осветителя в определённой позиции служит зажимный винт 6. Имеется комплект из 5 светофильтров, которые устанавливаются на фотоприёмник. Перед фотоприёмником установлена стойка 5 для крепления

вращающихся поляризаторов, которые служат для ослабления светового потока, падающего на фотоэлемент.

Внутри металлического корпуса 1 расположен вакуумный фотоэлемент, блоки питания установки, а также встроенный датчик тока и напряжения, который служит для измерения фототока и катод-анодного напряжения фотоэлемента.

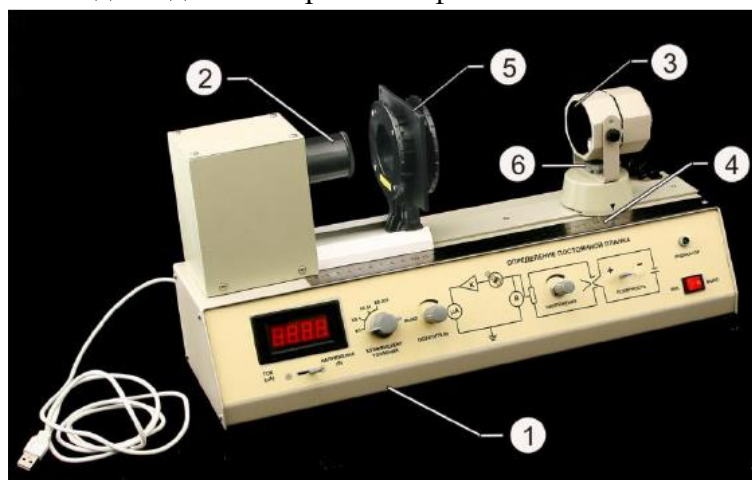


Рис. 4

1. Включите питание установки, дайте ей прогреться в течение 5 минут, передвиньте источник света на отметку 25 см.
2. Установите максимальную интенсивность света (не меняйте в течение эксперимента). Полярность напряжения переключите на «-». Режим отображения цифрового дисплея переключите в положение «Ток». Переключатель «Коэффициент усиления» установите в положение «х0.001».
3. Установите красный светофильтр, значение длины волны (указана на оправе) занесите в таблицу. Изменяя напряжение, добейтесь падения фототока до нуля. ВНИМАНИЕ! Запирающее напряжение – минимальное значение напряжения, при котором фотоэффект еще возможен. Если добились нулевого значения тока, то дальнейшее увеличение напряжения приведет к искажению результатов!
4. Зафиксируйте значение запирающего напряжения U_z , данные занесите в отчет.
5. Повторите измерения для остальных светофильтров.
6. Рассчитайте частоту падающего света $\nu = \frac{c}{\lambda}$.
7. Постройте зависимость $U_z(\nu)$.
8. По углу наклона прямой, описываемой уравнением (6), определите значение постоянной Планка.

Контрольные вопросы.

1. Что такое фотоны?
2. Напишите формулу энергии фотона.
3. Дайте формулировку явления внешнего фотоэффекта.
4. Сформулируйте законы фотоэффекта.
5. Что такое работа выхода? Чья это характеристика?
6. Напишите формулу Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
7. Дайте определение красной границы фотоэффекта.
8. Что такое запирающее напряжение для данного фотокатода.
9. Проанализируйте вольт-амперную характеристику фотоэлемента.

Лабораторная работа 17

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Цель работы – изучение закономерностей теплового излучения на примере излучения абсолютно твердого тела; установление зависимости мощности излучения нагретого тела от его температуры.

Теоретическая часть

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. *Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением.* Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т.е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т.е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит *спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела – мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:*

$$R_{\nu,T} = dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{эц}} / d\nu$$

где $dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{эц}}$ – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$.

Единица спектральной плотности энергетической светимости ($R_{\nu,T}$) – джоуль на метр в квадрате ($\text{Дж}/\text{м}^2$).

Записанную формулу можно представить в виде функции длины волны:

$$dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{эсэ}} = R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda$$

Так как $c = \lambda\nu$, то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак минус указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu, T} = R_{\lambda, T} \lambda^2 / c. \quad (30.1)$$

С помощью формулы (30.1) можно перейти от $R_{\nu, T}$ к $R_{\lambda, T}$, и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность) (ее называют просто энергетической светимостью тела), просуммировав по всем частотам:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu. \quad (30.2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется *спектральной поглощательной способностью*

$$A_{\nu, T} = dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}} / dW_{\nu, \nu+d\nu}$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu+d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность – величина безразмерная. Величины $R_{\nu, T}$ и $A_{\nu, T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $\nu + d\nu$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется *черным*. Следовательно, спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A_{\nu, T} = 1$). Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием O , внутренняя поверхность которой зачернена (см. рис.). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего 0,1 диаметра полости, падающее излучение всех частот полностью поглощается. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.



Наряду с понятием черного тела используют понятие *серого тела* – тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Таким образом, для серого тела $A_{\nu, T} = A_T = \text{const} < 1$.

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

Закон Кирхгофа

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь

между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглощательной способностью тел. *Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (закон Кирхгофа):*

$$R_{\nu,T} / A_{\nu,T} = r_{\nu,T}. \quad (3)$$

Для черного тела $A_{\nu,T} \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа (30.3) вытекает, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть не что иное, как спектральная плотность энергетической светимости черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела при той же температуре и частоте.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, из (30.3) вытекает, что если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$, то оно их в этом интервале частот при температуре T и не излучает, так как при $A_{\nu,T} = 0$, $R_{\nu,T} = 0$.

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела (30.2) можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} \cdot r_{\nu,T} d\nu, \\ R_T = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e, \quad (4)$$

где

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu$$

– энергетическая светимость черного тела (зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

Законы Стефана-Больцмана и смещения Вина

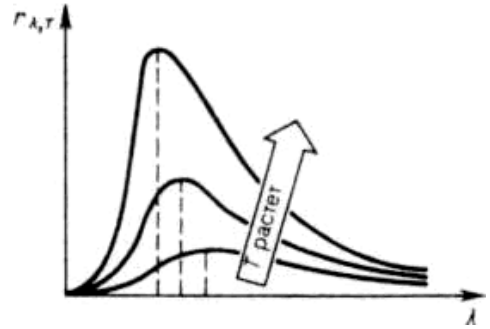
Из закона Кирхгофа (30.3) следует, что спектральная плотность энергетической светимости черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийский физик И. Стефан (1835-1893), анализируя экспериментальные данные (1879), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884), решили эту задачу лишь частично, установив зависимость энергетической светимости R_e от температуры. Согласно **закону Стефана-Больцмана**,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (5)$$

т.е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; σ – постоянная Стефана-Больцмана: ее экспериментальное значение равно $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Закон Стефана-Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции $r_{\lambda,T}$ от длины волны λ ($r_{\lambda,T} = r_{\nu,T}c/\lambda^2$) при различных температурах (см. рис.) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана-Больцмана, четвертой степени температуры.



Немецкий физик В. Вин (1864-1928), опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны $\lambda_{\max}$ соответствующей максимуму функции $r_{\lambda,T}$ от температуры T . Согласно **закону смещения Вина**,

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (6)$$

т.е. длина волны $\lambda_{\max}$, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре, b – постоянная Вина; ее экспериментальное значение равно $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. Выражение (30.6) потому называют законом смещения Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

Формулы Рэлея-Джинса и Планка

Из рассмотрения законов Стефана-Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа $r_{\nu,T}$ не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости $r_{\nu,T}$ принадлежит английским ученым Д. Релею и Д. Джинсу (1877-1946), которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

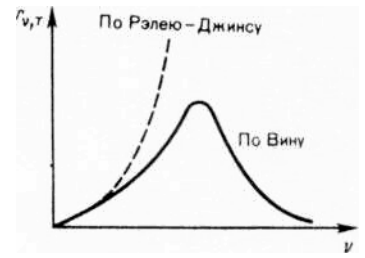
Формула Релея-Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2 \langle \varepsilon \rangle}{c^2} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2}, \quad (7)$$

где $\langle \varepsilon \rangle = kT$ – средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν . Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы, поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle \varepsilon \rangle = kT$.

Как показал опыт, выражение (30.7) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэля-Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина (см. рис.). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана-Больцмана (30.5) из формулы Рэля-Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (30.7) энергетическая светимость черного тела (30.4)

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = 2\pi kT \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$



в то время как по закону Стефана-Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания:

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda. \quad (8)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии ε_0 :

$$\varepsilon = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

В данном случае среднюю энергию $\langle \varepsilon \rangle$ осциллятора нельзя принимать равной kT . В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана, средняя энергия осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2 h\nu}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}, \quad (9)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур. Теоретический вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

В области малых частот, т.е. при $h\nu \ll kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT), формула Планка (30.9) совпадает с формулой Рэля-Джинса (30.7).

Из формулы Планка можно получить закон Стефана-Больцмана.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные h , k , c можно вычислить постоянные Стефана-Больцмана σ и Вина b . С другой стороны, зная экспериментальные значения σ и b , можно вычислить значения h , k (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка). Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

Методика проведения эксперимента

Идея эксперимента

В данной работе предлагается исследовать зависимость мощности излучения нити лампы накаливания от температуры и проверить, подчиняется ли излучение нагретой металлической нити закону Стефана-Больцмана.

Т.к. почти вся электрическая энергия, подводимая к нити лампы, преобразуется в энергию электромагнитного излучения, то мощность W излучения можно принять равной потребляемой электрической мощности P :

$$W = P = UI. \quad (10)$$

Следовательно, для определения мощности излучения нити лампы необходимо измерить напряжение U на лампе и потребляемую силу тока I .

При изменении напряжения на лампе изменяется и сила тока. Увеличение силы тока приводит к повышению температуры нити лампы и, следовательно, к увеличению мощности излучения. Температуру нити лампы, соответствующую каждому значению силы тока, можно определить, воспользовавшись известной зависимостью сопротивления R_t проводника от температуры t :

$$R_t = R_0(1 + \alpha t), \quad (11)$$

где R_0 – сопротивление нити лампы при температуре 0°C ; R_t – сопротивление нити лампы при температуре $t^\circ\text{C}$; α – температурный коэффициент электрического сопротивления проводника.

Нить лампы сделана из вольфрама. Температурный коэффициент электрического сопротивления вольфрама в интервале значений температуры от 0 до 30°C равен $5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. При температуре же видимого свечения нити температурный коэффициент электрического сопротивления вольфрама равен приблизительно $5,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Из формулы зависимости электрического сопротивления от температуры можно выразить температуру нити:

$$t = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right). \quad (12)$$

Легко найти и абсолютную температуру T :

$$T = t + 273 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right) + 273 = \frac{1}{5,8 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right) + 273. \quad (13)$$

Величину R_t определяют из закона Ома:

$$R_t = \frac{U}{I}, \quad (14)$$

А величину R_0 можно вычислить, зная значение R_{t1} при комнатной температуре t_1 :

$$R_0 = \frac{R_{t1}}{1 + \alpha t_1} = \frac{R_{t1}}{1 + 5 \cdot 10^{-3} t_1}. \quad (15)$$

Порядок выполнения работы

1. Измерите электрическое сопротивление R нити накала лампы при комнатной температуре t с помощью измерительного моста или цифрового мультиметра. Вычислите электрическое сопротивление R нити лампы при температуре 0°C .

2. Подключите лампу к источнику тока. Включите последовательно с ней амперметр и параллельно вольтметр (рис. 4). Изменяя напряжение U на лампе от 16 до 36 В, измерьте через каждые 4 В значения силы тока I .

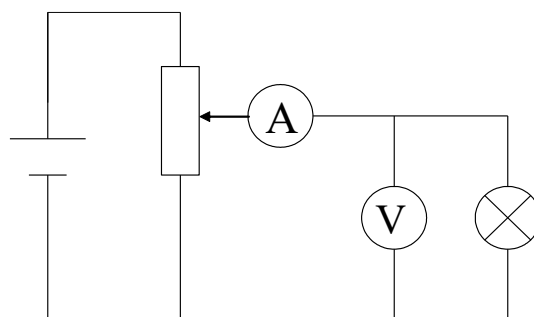


Рис. 4.

3. Вычислите мощность W излучения лампы по формуле (30.10).

4. Вычислите электрическое сопротивление R_t нити лампы при различных значениях силы тока по формуле (30.14).

5. Вычислите значения абсолютной температуры T нити накаливания (формула (30.13)) и четвертую степень температуры T^4 .

6. Вычислите отношение W/T^4 для каждой пары значений T и W . Результаты измерений и вычислений занесите в отчетную таблицу.

R_{t1} , Ом	t_1 , °C	R_0 , Ω	U , В	I , А	R_t , Ω	T , К	T^4 , К ⁴	W , Вт
			16					
			20					

			24					
			28					
			32					
			36					

7. Постройте график зависимости $W = f(T^4)$. Сделайте вывод.

Лабораторная работа 18 **ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ВОДОРОДА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА.**

Цель работы: изучение видимой части спектра излучения атомарного водорода, экспериментальное определение постоянной Ридберга и ее сравнение с вычисленной теоретически.

Оборудование и материалы: водородная газоразрядная трубка, источник питания трубки, спектроскоп.

Теоретическое введение.

Важную роль в раскрытии законов микромира сыграло экспериментальное изучение спектров атома водорода. Бальмер, а затем Ридберг и Ритц установили, что спектр излучения отдельных атомов водорода (разреженных газов) состоит из узких линий; в нем световая энергия концентрируется в узких областях частот.

Опытами Резерфорда по рассеянию α – частиц было установлено, что атом любого химического элемента представляет собой систему зарядов, в центре которой расположено тяжелое положительное ядро с зарядом Ze (Z – атомный номер элемента), имеющее размеры 10^{-12} см, а вокруг ядра расположены Z электронов, расположенных по всему объему, занимаемому атомом.

Ядерная модель атома в сочетании с классической механикой и электродинамикой не в состоянии объяснить ни устойчивость атома, ни характер атомного спектра. Выход был предложен Нильсом Бором, который сформулировал законы движения электрона в атоме в виде постулатов.

1. Электрон в атоме может вращаться только по строго определенным (стационарным) орбитам, радиус которого определяется из условия

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

где $m_e v r$ – момент импульса электрона, h – постоянная Планка, m_e и v соответственно масса и скорость электрона, $n=1,2,3,\dots$ – квантовые числа, определяющие принадлежности электрона к той или иной орбите радиуса r .

2. Вращаясь по стационарным орбитам, электрон не излучает энергии.

3. Излучение происходит лишь при переходе электрона из стационарного состояния с большим значением энергии E_2 в другое стационарное состояние с меньшим значением энергии E_1 . При этом излучается квант света, частота (ν) которого определяется из условия:

$$h\nu = E_2 - E_1, \quad (2)$$

где $h\nu$ – энергия излучения кванта.

Излучение происходит при переходе электрона с внешних орбит на внутренние. Если возбужденный электрон переходит с внутренних орбит на внешние, то происходит поглощение энергии.

Вычислим радиус стационарных орбит и полную энергию электрона в водородоподобном атоме (атом с порядковым номером Z , из которого удалены все электроны, кроме одного). Уравнение движение электрона имеет вид:

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (3)$$

Исключив v из уравнений (1) и (3), получим выражение для радиусов допустимых (разрешенных) орбит:

$$r_n = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m Z e^2} \quad (4)$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро неподвижно) и энергии взаимодействия электрона с ядром:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$$

Из выражения (3) следует, что:

$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$, следовательно $E = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ подставив из выражения (4) значение радиуса получим, разрешенные значения энергий:

$$E = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1,2,3,\dots) \quad (5)$$

Для атома водорода $Z=1$. Из формулы (5) следует, что квантовое число n определяет энергию электрона в атоме, так как остальные величины остаются постоянными.

Состояния с различными значениями энергии называются уровнями. Для перевода атома в возбужденное состояние (с $n>1$) ему необходимо сообщить энергию. Возврат атома в состояние с меньшим значением энергии сопровождается излучением кванта энергии

$$h\nu = E_n - E_m = \frac{m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (6)$$

Разделив обе части уравнения (6) на hc , получим:

$$\tilde{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2 c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (7)$$

Длины волн спектра водорода могут быть описаны очень точно следующей формулой:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8)$$

Постоянная R называется постоянной Ридберга, $\tilde{\nu}$ – спектроскопическое волновое число, m – число, определяющее серию (для наблюдаемой в работе серии Бальмера $m=2$), $n=m+1; m+2, \dots$ – числа, определяющие отдельные линии в каждой серии.

Из дискретности частот излучения (на основе гипотезы Планка о пропорциональности энергии излучения частоте света) естественно следует вывод о дискретности энергетических состояний атома. Спектральные закономерности и другие свойства атома водорода нашли полное объяснение в квантовой механике. Полученные с помощью уравнения Шредингера значения энергии, т.е. уровни энергии атома водорода, равны

$$E = -\frac{m_e e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (9)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$ – главное квантовое число. Заметим, что выражение (9) совпадает с формулой (5), полученной Бором для энергии атома водорода. Однако, если Бору пришлось вводить

дополнительные гипотезы (постулаты), то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

Сравнивая (9) с (8), получим для R следующее выражение:

$$R = \frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2 c} \quad (10)$$

Серию линий, отвечающую $m=1$ и $n=2,3,4,\dots$, называют серией Лаймана. Все линии этой серии расположены в ультрафиолетовой области спектра.

Большинство линий серии Бальмера ($m=2$) расположено в видимой области спектра. Линии остальных серий ($m=3,4,\dots$) лежат в инфракрасной области. На рис.1 изображены уровни энергии атома водорода и показаны (вертикальными линиями) возможные электронные переходы между состояниями.

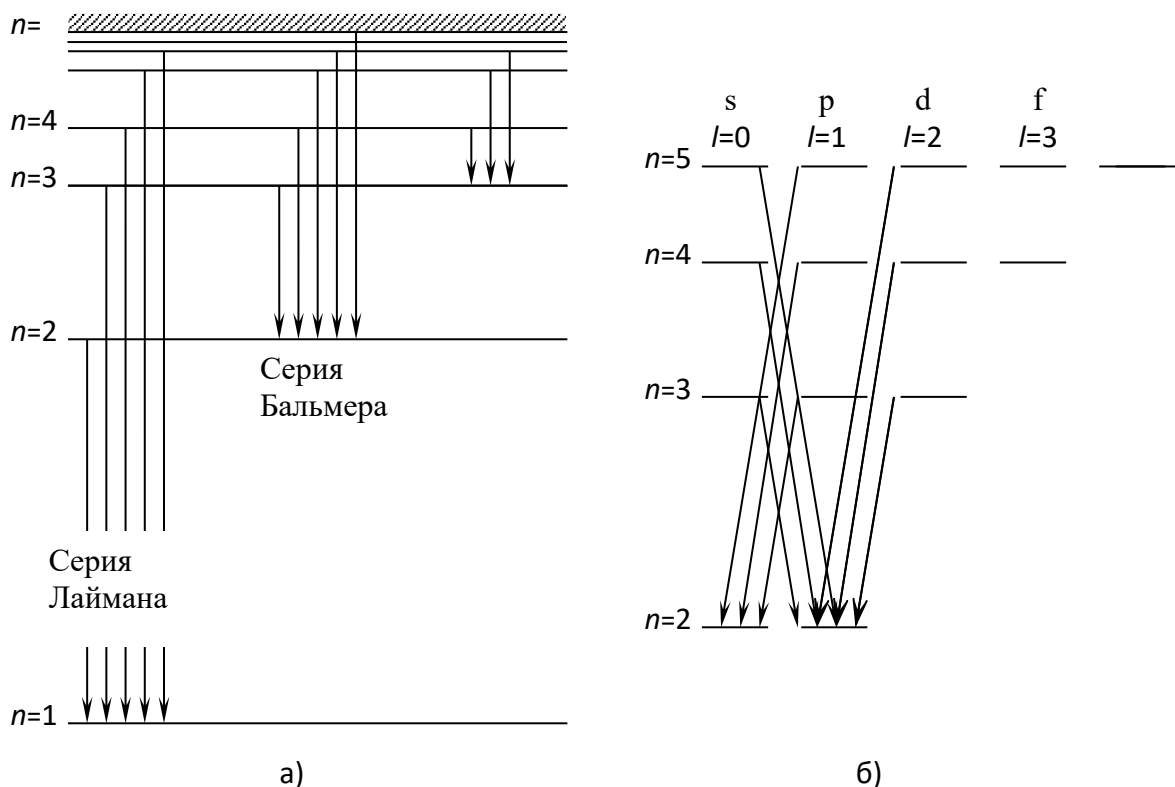


Рис.1

На рис.1б показана схема формирования серии Бальмера с учетом закона сохранения момента импульса ($\Delta l = \pm 1$). По вертикальной оси отложены значения энергии, а по горизонтали указаны состояния с различными значениями момента импульса, определяемого квантовым числом l .

Экспериментальная установка.

В настоящей работе изучается серия Бальмера, линии которой лежат в видимой области. Для измерения длин волн спектральных линий в работе используется спектроскоп (рис. 2), ход лучей в котором приведен на рис. 3.

Газоразрядную водородную трубку, являющуюся источником излучения, устанавливают перед входной щелью спектроскопа. Для наблюдения спектра служит средняя суженная

часть трубки, так как интенсивность свечения в этой части наибольшая. Необходимое для разряда напряжение подается на трубку от источника высокого напряжения. Регистрацию спектров излучения производят визуально с помощью зрительной трубы.



Рис. 2

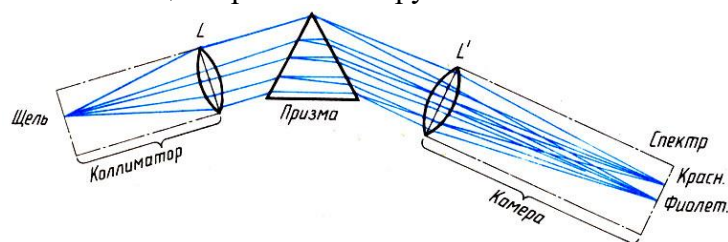


Рис. 3

Проведение эксперимента.

1. Измерьте длины волн водородных линий. Найдите в спектре крайнюю левую линию (в красной области спектра). Для отсчета положения спектральной линии ее центр совмещают с острием указателя. Отсчет производится по делениям барабана. Для уменьшения ошибки ширину щели делают по возможности малой (0,02-0,03 мм). Для наблюдения слабых линий в фиолетовой области щель следует несколько увеличить (до 0,05-0,06 мм). Результаты измерений занесите в таблицу. Измерение линий спектра повторите не менее трех раз. Следует отметить, что в спектре разряда наряду с линиями атомарного спектра наблюдается спектр молекулярного водорода. Молекулярный спектр состоит из сравнительно слабых полос (уширенных линий) в красно-желтой, зеленой и в голубой областях спектра.
2. Зная волновые числа линии и квантовые числа соответствующих электронных переходов, построить график зависимости $\tilde{\nu} = f(n^{-2})$. Из уравнения (8) видно, что график представляет собой прямую линию, тангенс угла наклона которой равен R , а на оси ординат прямая отсекает отрезок, равный $R/4$ (рис.4).
3. Подсчитайте R по формуле (10) и сравните с результатом, полученным опытным путем. Определите погрешности измерений.

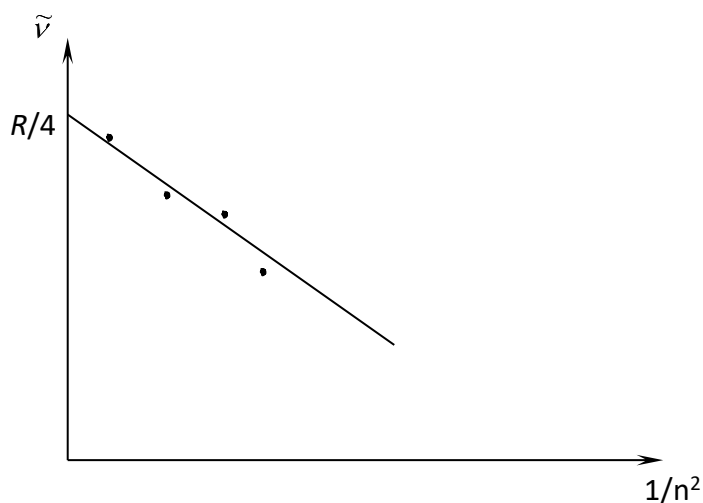


Рис.4

Контрольные вопросы.

1. Что такое спектр электромагнитного излучения (ЭМИ)?
2. Что такое линейчатый спектр ЭМИ? Что является источником этого спектра?

3. Что такое полосатый спектр ЭМИ и что является его источником?
4. При каких условиях излучается сплошной спектр ЭМИ?
5. Опишите планетарную модель атома.
6. Сформулируйте основные положения теории Бора.
7. При каких условиях электроны в атоме излучают или поглощают ЭМИ?
8. Как связаны друг с другом характеристики фотона и электрона, который излучает данный фотон?
9. Какое уравнение используется для анализа квантовой модели атома?
10. Что является решением этого уравнения?
11. Как описывается электрон и его движение в квантовой модели атома?
12. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
13. Дайте определение орбитали электрона в атоме.

Лабораторная работа № 19

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА.

Цель работы: экспериментально подтвердить утверждение о том, что заряд электрона можно определить, используя явление электролиза.

Оборудование и материалы: источник питания, кювета с двумя медными электродами, амперметр, весы, провода, секундомер, медный купорос, дистиллированная вода.

Теоретическая подготовка к работе.

Сущность электролиза заключается в выделении из электролита, при протекании через электролитическую ванну постоянного тока, частиц вещества и осаждении их на погруженных в ванну электродах (электроэкстракция) или в переносе веществ с одного электрода через электролит на другой (электролитическое рафинирование). В обоих случаях цель процессов – получение возможно более чистых незагрязненных примесями веществ.

В отличие от электронной электропроводности металлов в электролитах (растворах солей, кислот и оснований в воде и в некоторых других растворителях, а также в расплавленных соединениях) наблюдается ионная электропроводность.

Электролиты являются проводниками второго рода. В этих растворах и расплавах имеет место электролитическая диссоциация – распад на положительно и отрицательно заряженные ионы.

Если в сосуд с электролитом – электролизер поместить электроды, присоединенные к электрическому источнику энергии, то в нем начнет протекать ионный ток, причем положительно заряженные ионы – катионы будут двигаться к катоду (это в основном металлы и водород), а отрицательно заряженные ионы – анионы (хлор, кислород) – к аноду.

У анода анионы отдают свой заряд и превращаются в нейтральные частицы, оседающие на электроде. У катода катионы отбирают электроны у электрода и также нейтрализуются, оседая на нем, причем выделяющиеся на электродах газы в виде пузырьков поднимаются вверх.

Электрический ток во внешней цепи представляет собой движение электронов от анода к катоду (рис. 1). При этом раствор обедняется, и для поддержания непрерывности процесса электролиза приходится его обогащать. Так осуществляют извлечение тех или иных веществ из электролита (электроэкстракцию).

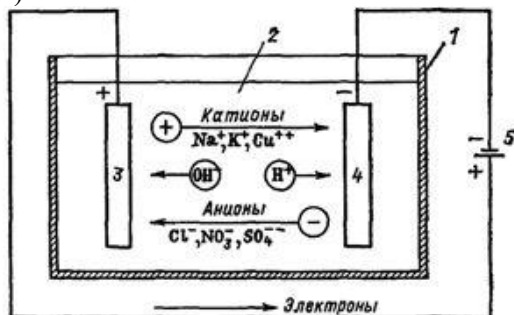


Рис. 1. Процессы, протекающие при электролизе. Схема электролизной ванны: 1 - ванна, 2 - электролит, 3 - анод, 4 - катод, 5 - источник питания.

Если же анод может растворяться в электролите по мере обеднения последнего, то частицы его, растворяясь в электролите, приобретают положительный заряд и направляются к катоду, на котором осаждаются, тем самым осуществляется перенос материала с анода на катод. Так как при этом процесс ведут так, чтобы содержащиеся в металле анода примеси не переносились на катод, такой процесс называется электролитическим рафинированием.

Если электрод поместить в раствор с ионами того же вещества, из которого он изготовлен, то при некотором потенциале между электродом и раствором не происходит ни растворения электрода, ни осаждения на нем вещества из раствора.

Такой потенциал называется нормальным потенциалом вещества. Если на электрод подать более отрицательный потенциал, то на нем начнется выделение вещества (катодный процесс), если же более положительный, то начнется его растворение (анодный процесс).

Если в электролите имеются ионы разных металлов, то первыми на катоде выделяются ионы, имеющие меньший отрицательный нормальный потенциал (медь, серебро, свинец, никель), щелочноземельные металлы выделить труднее всего. Кроме того, в водных растворах всегда имеются ионы водорода, которые будут выделяться ранее, чем все металлы, имеющие отрицательный нормальный потенциал, поэтому при электролизе последних значительная или даже большая часть энергии затрачивается на выделение водорода.

Путем специальных мер можно воспрепятствовать в известных пределах выделению водорода, однако металлы с нормальным потенциалом меньше 1 В (например, магний, алюминий, щелочноземельные металлы) получить электролизом из водного раствора не удастся. Их получают разложением расплавленных солей этих металлов.

Течение катодных и анодных реакций при электролизе определяется следующими двумя законами Фарадея.

1. Масса вещества m , выделившегося при электролизе на катоде или перешедшего с анода в электролит, пропорциональна количеству прошедшего через электролит электричества $q=It$ (I – сила тока, t – время): $m = kq$, здесь k – электрохимический эквивалент вещества, г/Кл. Электрохимический эквивалент численно равен массе вещества, выделившегося при прохождении через электролит единичного электрического заряда, и зависит от химической природы вещества.

2. Электрохимические эквиваленты различных веществ относятся, как их химические эквиваленты. Химическим эквивалентом иона называется отношение молярной массы (M) иона к его валентности n . Поэтому электрохимический эквивалент:

$$k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n}$$

$F = 96485,3383$ Кл/моль – постоянная Фарадея.

Электрохимический эквивалент вещества представляет собой массу вещества в граммах, выделяемую единицей проходящего через электролитическую ванну количества электричества – кулоном (ампер-секундой).

На основании двух этих законов можно сформулировать объединенный закон Фарадея:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} It \quad (1)$$

Для меди $M = 63,54$ г/моль, $n = 2$, $k = 63,54/96480 \cdot 2 = 0,000329$ г/Кл, для никеля $k = 0,000304$ г/Кл, для цинка $k = 0,00034$ г/Кл.

В действительности масса выделившегося вещества всегда меньше указанной, что объясняется рядом побочных процессов, проходящих в ванне (например, выделением водорода на катоде), утечками тока и короткими замыканиями между электродами.

Отношение массы фактически выделившегося вещества к массе его, которая должна была бы выделиться по закону Фарадея, носит название выхода вещества по току η .

Следовательно, для реального процесса $m = \eta \cdot \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} It$. Естественно, всегда $\eta < 1$.

Применение электролиза

Электролиз широко применяют в технике для различных целей. Электролитическим путём покрывают поверхность одного металла тонким слоем другого (никелирование, хромирование, омеднение и т.п.). Это прочное покрытие защищает поверхность от коррозии.

Если обеспечить хорошее отслаивание электролитического покрытия от поверхности, от которую осаждается металл (этого достигают, например, нанося на поверхность графит), то можно получить копию с рельефной поверхности.

В полиграфической промышленности такие копии (стереотипы) получают с матриц (оттиск набора на пластичном материале), для чего осаждают на матрицах толстый слой железа или другого материала. Это позволяет воспроизвести набор в нужном количестве экземпляров. Если раньше тираж книги ограничивался числом оттисков, которые можно получить с одного набора (при печатании набор стирается), то сейчас использование стереотипов позволяет значительно увеличить тираж. Правда, в настоящее время с помощью электролиза получают стереотипы только для книг высококачественной печати.

Процесс получения отслаиваемых покрытий – гальванопластика был разработан русским учёным Б.С. Якоби (1801–1874), который в 1836 г. применил этот способ для изготовления полых фигур для Исаакиевского собора в Ленинграде.

При помощи электролиза осуществляют очистку металлов от примесей. Так, полученную из руды неочищенную медь отливают в форме толстых листов, которые затем помещают в ванну в качестве анодов. При электролизе медь анода растворяется, примеси, содержащие ценные и редкие металлы выпадают на дно, а на катоде оседает чистая медь.

При помощи электролиза получают алюминий из расплавов бокситов. Именно этот способ получения алюминия сделал его дешёвым и наряду с железом самым распространённым в технике и быту металлом.

Методика и ход проведения эксперимента.

Поскольку число Фарадея можно представить как

$$F = N_A \cdot e, \quad (2)$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона. Из объединённого закона Фарадея для электролиза (1) и равенства (2) следует, что заряд электрона может быть определен соотношением:

$$e = \frac{M}{mnN_A} It, \quad (3)$$

где m – масса вещества, выделившегося на катоде, M – его молярная масса, n – валентность этого вещества, N_A – число Авогадро, I – сила тока при электролизе, t – время протекания тока.

Электрическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 2. В качестве электролита используют водный раствор медного купороса. В кювету устанавливают два медных электрода на расстоянии 3-4 см один от другого.

1. Измерьте массу электрода m_1 , который в последствии будет подключен к отрицательному полюсу источника электропитания.
2. Соберите электрическую цепь по рис. 2, соблюдая полярность («+» к «+», «-» к «-»). Электроды подключают к цепи, вставляя их отогнутые лепестки в прорези штекеров соединительных проводов.
3. Приготовьте насыщенный раствор медного купороса.
4. Подключите источник питания к электросети и заполните кювету раствором медного купороса, значение тока должно быть порядка 0,3 А.
5. Включите источник и одновременно с этим начните отсчет времени. Запишите первое показание амперметра.
6. На протяжении 20 минут с интервалом в одну минуту измеряйте и записывайте величину силы тока в цепи.
7. **Отключите источник электропитания!**
8. Аккуратно (чтобы не осыпалась медь) достаньте и просушите катод, просушите его не менее 15-20 минут, измерьте массу катода m_2 .
9. Вычислите массу осевшей на катоде меди: $m = m_2 - m_1$.
10. Определите по формуле (3) величину заряда электрона.

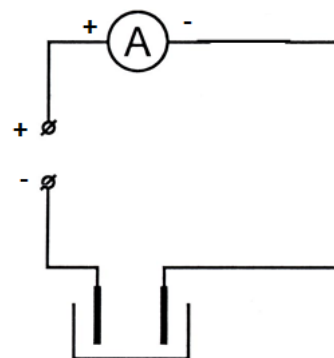


Рис. 2

Контрольные вопросы:

1. Что такое электролиз?
2. Что такое электролитическая диссоциация?
3. Какие заряженные частицы являются носителями тока в электролите и во внешней цепи?
4. Какова причина направленного движения ионов в электролите?
5. Сформулируйте основные законы электролиза.
6. Каково применение электролиза?

Лабораторная работа № 20

ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Запустите программу «Эл-магн.Кванты». Выберите «Электричество и магнетизм» и «Цепи постоянного тока». Нажмите сверху внутреннего окна кнопку с изображением страницы. Прочитайте краткие теоретические сведения. Необходимое запишите в свой конспект.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

- * Знакомство с компьютерным моделированием цепей постоянного тока.
- * Экспериментальное подтверждение законов Ома и Кирхгофа.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ (СИЛЫ) ТОКА

ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ: величина (сила) тока, текущего по однородному (в смысле отсутствия сторонних сил) металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U

$$I = \frac{1}{R} U$$

на проводнике, где R - сопротивление проводника.

РЕЗИСТОРом называется устройство, обладающее заданным постоянным сопротивлением.

НАПРЯЖЕНИЕ НА РЕЗИСТОРЕ $U_R = IR$.

ЗАКОН ОМА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_{12}}{R}$$

, где φ_1 и φ_2 - потенциалы концов участка E_{12} - э.д.с., действующая на данном участке цепи.

$$I = \frac{E}{R}$$

ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЗАМКНУТОЙ ЦЕПИ, где E - суммарная э.д.с., действующая в цепи, R - суммарное сопротивление всей цепи.

РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПЬЮ называется электрическая цепь, имеющая узлы.

УЗЛОМ называется точка, в которой сходится более чем два проводника. Ток, текущий к узлу, принято считать положительным, а ток, текущих от узла, считается отрицательным.

ПЕРВОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum I_k = 0.$$

ВТОРОЕ ПРАВИЛО КИРХГОФА: в каждом из замкнутых контуров, которые можно мысленно выделить в данной разветвленной цепи, алгебраическая сумма падений напряжения равна алгебраической сумме э.д.с.

$$\sum I_k R_k = \sum E_k$$

При анализе разветвленной цепи следует обозначать с одним индексом ток, протекающий по всем последовательно соединенным элементам от одного узла до другого. Направление каждого тока выбирается произвольно.

При составлении уравнений второго правила Кирхгофа токам и э.д.с. нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным (как вам удобно) направлением обхода:

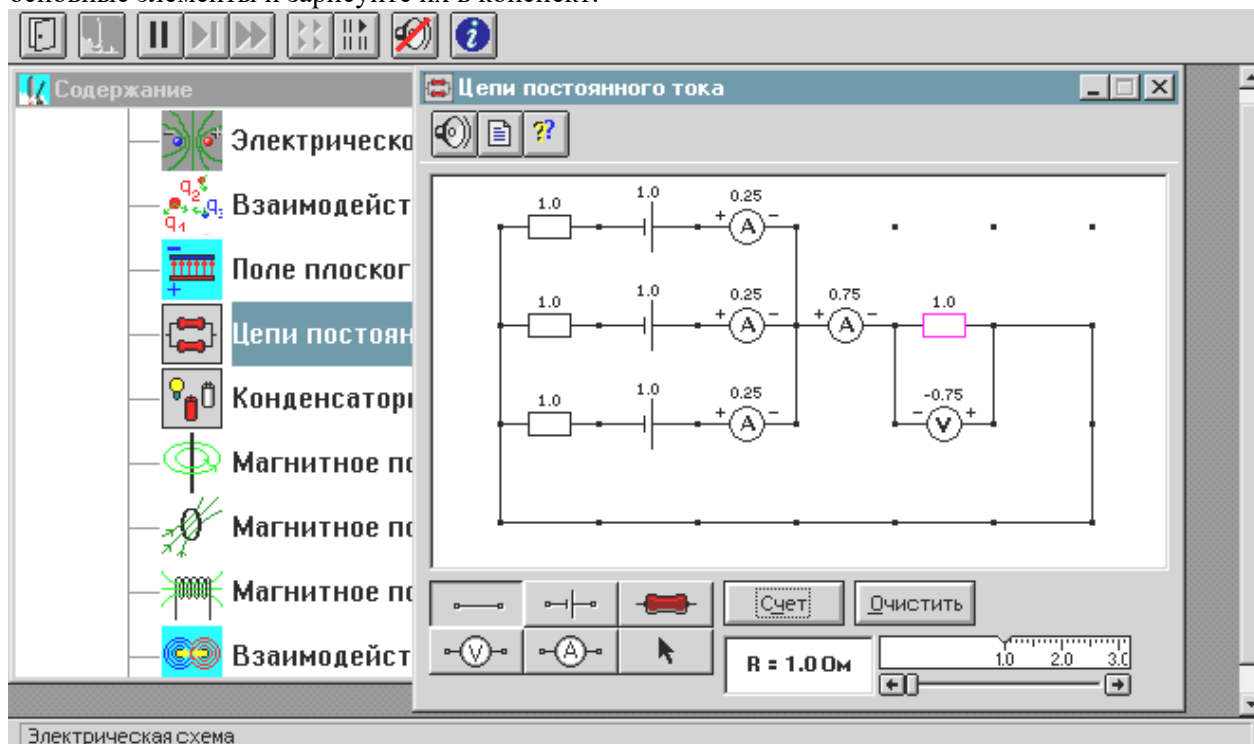
- ток принято считать положительным, если он совпадает с направлением обхода, и отрицательным, если он направлен против этого направления;
- э.д.с. считается положительной, если ее действие (создаваемый ею ток) совпадает с направлением обхода.

Количество уравнений первого правила Кирхгофа должно быть на одно меньше количества узлов в данной цепи. Количество независимых уравнений второго правила Кирхгофа должно быть таким, чтобы общее количество уравнений оказалось равным количеству различных токов. Каждый новый контур при этом должен содержать хотя бы один участок цепи, не вошедший в уже рассмотренные контуры.

МЕТОДИКА и ПОРЯДОК ИЗМЕРЕНИЙ

В данной лабораторной работе исследуется модель простейшей разветвленной электрической цепи, состоящей из трех источников э.д.с., подключенных параллельно к одному резистору (нагрузке).

Закройте окно теории. Внимательно рассмотрите рисунок, найдите все регуляторы и другие основные элементы и зарисуйте их в конспект.



Нарисуйте в конспекте эквивалентную схему цепи, расположив источники один под другим и учитывая наличие внутреннего сопротивления у каждого источника. Укажите знаки э.д.с., направления токов в каждом участке и направления обхода каждого замкнутого контура. Составьте систему уравнений для нахождения токов в каждом участке.

Получите у преподавателя допуск для выполнения измерений.

ИЗМЕРЕНИЯ:

Соберите на экране заданную эквивалентную цепь. Для этого сначала щелкните левой кнопкой мыши над кнопкой э.д.с. в нижней части экрана. Переместите маркер мыши на рабочую часть экрана, где расположены точки. Ориентируйтесь на рисунок схемы в описании к данной ЛР. Щелкните левой кнопкой мыши в рабочей части экрана, где будет расположен первый источник э.д.с. Переместите маркер мыши вниз на одну клетку и снова щелкните левой кнопкой под тем местом, где расположился первый источник. Там появится второй источник э.д.с. Аналогично разместите и третий источник.

Разместите далее последовательно с каждым источником резистор, изображающий его внутреннее сопротивление (нажав предварительно кнопку R в нижней части экрана) и амперметр (кнопка A там

же). Затем расположите резистор нагрузки и последовательно соединенный с ним амперметр. Под нагрузкой расположите вольтметр, измеряющий напряжение на нагрузке. Подключите соединительные провода. Для этого нажмите кнопку провода внизу экрана, после чего переместите маркер мыши в рабочую зону схемы. Щелкните левой кнопкой мыши в точке, где проходит провод.

Установите значения параметров для каждого элемента. Для этого щелкните левой кнопкой мыши на кнопке со стрелкой. Затем щелкните на данном элементе. Подведите маркер мыши к движку появившегося регулятора, нажмите на левую кнопку мыши и, удерживая ее в нажатом состоянии, меняйте величину параметра и установите числовое значение, равное взятому из таблицы 1 для вашей бригады.

Установите сопротивления резистора нагрузки $R = 1 \text{ Ом}$. Измерьте значения всех токов и напряжения на нагрузке (щелкнув мышью по кнопке «Счет») и запишите их в таблицу 2. Меняя сопротивление R , повторите измерения параметров и заполните таблицу 2.

Таблица 1. Значения э.д.с. и внутреннего сопротивления источников (не перерисовывать)

Бригада	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, E_2, E_3 \text{ [В]}$	3,7,-2	4,-3,-8	3,6,-4	6,-2,-8	-6,5,8	5,8,-4	-4,6,-7	8,-4,6
$R_1, R_2, R_3 \text{ [Ом]}$	2,1,1	1,3,1	2,1,2	1,1,2	2,1,1	1,2,1	1,1,2	1,3,1

Таблица 2. Результаты измерений

$R \text{ [Ом]}$	$I_1 \text{ [А]}$	$I_2 \text{ [А]}$	$I_3 \text{ [А]}$	$I \text{ [А]}$	$U \text{ [В]}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Таблица 3. Результаты расчета

$I_1 \text{ [А]}$	$I_2 \text{ [А]}$	$I_3 \text{ [А]}$	$I \text{ [А]}$

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА:

Запишите для вашей цепи решение системы уравнений для всех токов в общем виде.

Рассчитайте значения всех токов для каждого сопротивления нагрузки и запишите в таблицу 3.

Постройте график экспериментальной зависимости падения напряжения на нагрузке U от тока I через нее.

Сформулируйте выводы по графику.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое электрический ток?
2. Дайте определение величины (силы) тока.
3. Дайте определение разности потенциалов (напряжения).
4. Напишите формулу, связывающую приращение потенциалов и напряжение.
5. Что такое резистор?
6. Напишите формулу для сопротивления последовательно соединенных резисторов.
7. Напишите формулу для сопротивления параллельно соединенных резисторов.
8. Напишите закон Ома для участка цепи. Сравните его с законом Ома в дифференциальной (локальной) форме.
9. Какой участок цепи называется неоднородным?
10. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
11. Какими характеристиками описывается источник ЭДС?
12. Сформулируйте первый закон Кирхгофа. Какое свойство заряда он отражает?
13. Запишите формулу для первого закона Кирхгофа.
14. Сформулируйте второй закон Кирхгофа.
15. Запишите формулу для второго закона Кирхгофа.
16. Что такое узел электрической цепи?
17. Что такое полная электрическая цепь?