

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по выполнению практических работ
по дисциплине Математика**

для студентов направления подготовки 21.03.01 Нефтегазовое дело
направленность (профиль) «Эксплуатация и обслуживание объектов
транспорта и хранения нефти, газа и продуктов переработки»

Ставрополь, 2026

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
1 семестр	4
Практическое занятие №1	4
Практическое занятие №2	4
Практическое занятие № 3	5
Практическое занятие №4	6
Практическое занятие № 5	7
Практическое занятие № 6	7
Практическое занятие № 7	8
Практическое занятие № 8	9
Практическое занятие № 9	10
2 семестр	11
Практическое занятие № 1	11
Практическое занятие № 2	11
Практическое занятие № 3	12
Практическое занятие № 4	13
Практическое занятие № 5	13
Практическое занятие № 6	15
Практическое занятие № 7	16
Практическое занятие № 8	18
3 семестр	20
Практическое занятие № 1	20
Практическое занятие № 2	21
Практическое занятие № 3	22
Практическое занятие № 4	24
Практическое занятие № 5	25
Практическое занятие № 6	27
Практическое занятие № 7	29
Практическое занятие № 8	31
Практическое занятие № 9	33

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения данной дисциплины является освоение студентами основ математического аппарата, необходимого для приобретения ими соответствующих компетенций (ОПК-1) в формировании способности решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания.

Достижение этой цели предполагает

- формирование математической культуры студентов: умения логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения практических задач;
- освоение основ современного математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач, связанных с применением методов математического анализа в дисциплинах естественнонаучного содержания;
- применение основных понятий, идей и методов математического анализа для решения базовых задач;
- умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию

В результате изучения дисциплины «Математика» студент должен **Знать:**

основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа: функция, предел, непрерывность функции, производная функции, первообразная функция и неопределенный интеграл, определенный интеграл, двойной, тройной и криволинейные интегралы, численное интегрирование, возможные сферы их приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Уметь:

решать задачи математического анализа: исследовать функции, опираясь на аппарат дифференциального исчисления, и строить их графики, вычислять пределы функций, находить производные и дифференциалы функций, применять их в приближенных вычислениях; вычислять неопределенные, определенные, кратные и криволинейные интегралы, применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания;

Владеть:

аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

1 семестр

Практическое занятие №1

Тема занятия «Матрицы и определители»

Цель: изучить основные операции над матрицами и их свойства, научиться вычислять определители квадратных матриц 2-го и 3-го порядков.

Знать: основные понятия линейной алгебры

Уметь: вычислять определители, выполнять действия над матрицами, применять решение этих задач при решении задач математического анализа и задач предметной области.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

-способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе тематика – линейная алгебра.

Вопросы к занятию

1. Понятие матрицы, квадратная матрица, главная и побочная диагональ, диагональная матрица, нулевая матрица, единичная матрица, равные матрицы.
2. Операции над матрицами: умножение матрицы на число, сумма матриц, произведение матриц, транспонирование матриц.
3. Понятие определителя, определитель 1-го порядка, определитель 2-го, правило треугольников для вычисления определителя 3-го порядка.

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1,2 на стр. 5,6 и 1,2 на стр. 9-10 из [1].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 1-7 на стр. 6 и 1,2 на стр. 11.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Вычислить $D=5A-BC$ при $A = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{vmatrix}$.

Практическое занятие №2

Тема занятия «Обратная матрица»

Цель: изучить основные методы нахождения обратных матриц и научиться решать матричные уравнения.

Знать: понятие обратной матрицы

Уметь: находить обратную матрицу, решать матричные уравнения

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

-способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – линейная алгебра.

Вопросы к занятию

1. Понятие обратной матрицы, условие существования и единственности обратной матрицы.

изучить основные методы нахождения обратных матриц и научиться решать матричные уравнения.

3. Вычисление обратной матрицы с помощью присоединенной.

4. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1 на стр. 14 из [1].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 3 на стр. 16.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Найти матрицу, обратную к матрице $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$ двумя способами.

Практическое занятие № 3

Тема занятия «Решение систем линейных уравнений»

Цель: изучить основные методы решения систем n линейных уравнений с n неизвестными: метод обратной матрицы и правило Крамера.

Знать: формулы Крамера, матричный метод решения систем линейных уравнений.

Уметь: решать системы линейных уравнений по формулам Крамера, матричным методом.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – линейная алгебра.

Вопросы к занятию

1. Линейное уравнение, понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными, решение системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы линейных уравнений.
2. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений, частное и общее решение, равносильные системы линейных уравнений, элементарные преобразования систем линейных уравнений, тривиальные уравнения, противоречивые).
3. Понятие системы n линейных уравнений с n неизвестными, матричный способ решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
4. Правило Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными).

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1,2 на стр. 36 из [1].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 1 на стр. 38.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Решить систему линейных уравнений матричным способом и по

$$\text{формулам Крамера} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1. \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Практическое занятие №4

Тема занятия «Метод Гаусса»

Цель: рассмотреть критерии совместности произвольных систем линейных уравнений и изучить основной метод решения систем – метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса).

Знать: критерий совместности систем линейных уравнений, метод Гаусса.

Уметь: решать системы линейных уравнений методом Гаусса.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и инженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – линейная алгебра.

Вопросы к занятию

1. Понятие систем m линейных уравнений с n неизвестными.
2. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Алгоритм метода Гаусса.

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1 на стр. 42 из [1].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 4 на стр. 46.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. Найти общее и одно частное решение, выполнить проверку

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 - 2x_5 = 6. \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

Практическое занятие № 5

Контрольная работа по теме «Системы линейных уравнений»

Цель: оценить уровень знаний обучающихся по изученным темам.

Знать: основные понятия линейной алгебры

Уметь: вычислять определители, выполнять действия над матрицами, решать системы линейных уравнений, применять решение этих задач при решении задач математического анализа и задач предметной области.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – линейная алгебра.

Варианты самостоятельной работы

1. Решить систему линейных уравнений матричным способом и по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1. \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. Найти общее и одно частное решение, выполнить проверку

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 - x_5 = 2 \\ 15x_1 + 30x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 6x_5 = -13. \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 - x_5 = 9 \end{cases}$$

Практическое занятие № 6

Тема занятия «Уравнения прямой на плоскости»

Цель: изучить основные виды уравнений прямой на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности прямых, научиться находить угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.

Знать: различные уравнения прямой на плоскости

Уметь: строить прямые на плоскости, определять параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости, находить угол между прямыми
Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Вопросы к занятию

1. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2. Уравнение прямой заданной точкой и угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой заданной двумя точками.
4. Общее уравнение прямой.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Взаимное расположение двух прямых на плоскости

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1-5 на стр. 6-8, 6-8 на стр. 29 и 9 на стр. 30 из [2].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 86-90 на стр. 30, 97-101 на стр. 30.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 91-96 на стр. 30, 102-105 на стр. 31.

Практическое занятие № 7

Тема занятия «Уравнения прямой в пространстве»

Цель: изучить основные виды уравнений прямой на плоскости, признаки параллельности и перпендикулярности прямых, научиться находить угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.

Знать: различные уравнения прямой на плоскости

Уметь: строить прямые на плоскости, определять параллельность и перпендикулярность прямых на плоскости, находить угол между прямыми

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Вопросы к занятию

1. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

2. Уравнение прямой заданной точкой и угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой заданной двумя точками.
4. Общее уравнение прямой.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Взаимное расположение двух прямых на плоскости

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 1-5 на стр. 6-8, 6-8 на стр. 29 и 9 на стр. 30 из [2].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 86-90 на стр. 30, 97-101 на стр. 30.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 91-96 на стр. 30, 102-105 на стр. 31.

Практическое занятие № 8

Тема занятия «Линии второго порядка»

Цель: научиться составлять уравнения и строить на графике окружность, эллипс.

Знать: уравнения кривых второго порядка

Уметь: строить кривые второго порядка

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Вопросы к занятию

1. Окружность, эллипс (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; эксцентриситет эллипса).

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 126-132 на стр. 33, 139-144 на стр. 34, 150-155 на стр. 35.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 133-137 на стр. 33, 145-149 на стр. 34, 156-160 на стр. 35.

Практическое занятие № 9

Тема занятия «Линии второго порядка»

Цель: научиться составлять уравнения и строить на графике гиперболу и параболу.

Знать: уравнения кривых второго порядка

Уметь: строить кривые второго порядка

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Вопросы к занятию

1. Гипербола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; сопряженная гипербола; эксцентриситет гиперболы).
2. Парабола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график).

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 126-132 на стр. 33, 139-144 на стр. 34, 150-155 на стр. 35.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 133-137 на стр. 33, 145-149 на стр. 34, 156-160 на стр. 35.

Основная литература:

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: [для студентов высших проф. учебных заведений] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. - 7-е изд. - Москва : АСТ : Мир и Образование, 2016. - 816 с. : ил., табл. - Прил.: с. 809-815. - ISBN 978-5-17-099894-4. - ISBN 978-5-94666-805-7

2. Письменный, Д. Т.; Конспект лекций по высшей математике : в 2-х ч. / Д.Т. Письменный, Ч. 2. - 13-е изд. - М. : АЙРИС-пресс, 2019. - 256 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6044-7

Дополнительная литература:

1. Ильин, В. А.; Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-9221-0481-4

2. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. - М. : Владос, 2004. - 400 с. : ил. - (Учебник для вузов). - Гриф: Рек. МО. - Библиогр.: с. 398. - ISBN 5-691-01223-1

2 семестр

Практическое занятие № 1

Тема занятия «Раскрытие неопределенностей $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$ »

Цель: научиться находить предел функции в точке и на бесконечности.

Знать: определения предела функций в точке и на бесконечности

Уметь: находить пределы функций в точке и на бесконечности.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы к занятию

1. Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне, геометрический смысл предела функции в точке.

2. Определения правостороннего и левостороннего пределов, определение предела функции в бесконечности и его геометрический смысл.

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 11.19-11.20 на стр. 144, 11.23-11.25 на стр. 145, 11.32-11.34 на стр. 146, 11.39-11.41 на стр. 146.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 11.21-11.22, 11.26-11.27, на стр. 145, 11.35-11.38 на стр. 146.

Практическое занятие № 2

Тема занятия «Раскрытие неопределенностей $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ »

Цель: научиться находить предел функции в точке и на бесконечности.

Знать: определения предела функций в точке и на бесконечности

Уметь: находить пределы функций в точке и на бесконечности.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы к занятию

1. Правила раскрытия неопределенностей $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ .

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 11.19-11.20 на стр. 144, 11.23-11.25 на стр. 145, 11.32-11.34 на стр. 146, 11.39-11.41 на стр. 146.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 11.21-11.22, 11.26-11.27, на стр. 145, 11.35-11.38 на стр. 146.

Практическое занятие № 3

Тема занятия «Схема вычисления производной. Производные основных элементарных функций»

Цель: научиться находить производные по схеме и с помощью правил дифференцирования и таблицы производных.

Знать: понятия непрерывности функций

Уметь: определять непрерывность функций.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы к занятию

1. Задача о касательной, задача о производительности труда.
2. Приращение функции и приращение аргумента, определение производной функции, геометрический смысл производной, связь между непрерывностью и дифференцируемостью, кусочно-гладкие функции.
3. Схема вычисления производной.
4. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций.
5. Таблица основных производных.

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 12.1 на стр. 149, 12.13 на стр. 150, 12.70 на стр. 153 из [1].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 12.2-12.6 на стр.150,12.14-12.32 на стр.151, 12.71-12.72 на стр. 153.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 12.7-12.12 на стр.150,12.33-12.38 на стр.151, 12.73-12.75 на стр. 153.

Практическое занятие № 4

Тема занятия «Производная сложной и обратной функций. Понятие производных высших порядков»

Цель: научиться находить производные сложной, обратной функций, производные высших порядков, вычислять пределы, пользуясь правилом Лопиталя.

Знать: понятия непрерывности функций

Уметь: определять непрерывность функций.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы к занятию

1. Производная сложной и обратной функций.
2. Производные высших порядков.
3. Правила Лопиталя.

Примеры решения типовых задач

Для примера рассмотреть задачи 12.76 на стр. 154, 12.168-12.171 на стр. 165-166 из [3].

Задания, решаемые в аудитории

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 12.77-12.79,12.82-12.84 на стр.154, 12.172-12.185 на стр. 167.

Задания для самостоятельной работы дома

Предлагается решить из [1] следующие задачи: 12.80-12.81,12.85-12.86 на стр.154, 12.182-12.197 на стр. 167.

Практическое занятие № 5

Тема занятия: «Частные производные функций нескольких переменных»

Цели: выработка практических умений нахождения частных производных функций нескольких переменных

Знать: понятия непрерывности функций

Уметь: определять непрерывность функций.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Частные приращения функции $z=f(x;y)$ по независимым переменным.
2. Полное приращение функции $z=f(x;y)$.
3. Частная производная функции $z=f(x;y)$.
4. Определение дифференциала.
5. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 15. п. 15.3. – 15.4 [1], Гл. 12. §1-§4 [2].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 15. п. 15.2. задачи № 15.27. 15.28 [2].

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Найти частные и полное приращения данной функции в данной точке и при данных приращениях аргументов:
 1. $z = x^2 y$; $M_0(1;2)$; $\Delta x=0,1$; $\Delta y=-0,2$.
 2. $z = \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 - (x - y)^2}$; $M_0(2;2)$; $\Delta x = -0,2$; $\Delta y=0,1$.
2. Найти частные производные данных функций:
 1. $z = 2x^2 - xy^2 + 3x^2 y - 2y^3 + 3x - 4y + 1$.
 2. $z = e^{x^2+y^2}$.
 3. $z = \frac{x^2}{y} + \frac{y}{x^2}$.
 4. $z = \sin(x + \sqrt{y})$.
 5. $z = \ln \sqrt{x + y^2}$.
 6. $z = x^{\sqrt{y}}$.
 7. $z = xye^{xy}$.
 8. $z = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
 9. $z = \ln(x + \ln y)$.
 10. $z = x^3 + 3x^2 y - y^3$.
 11. $z = \sqrt{x + 3y}$.
 12. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.
 13. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.
 14. $z = (1 - x)^{y^2}$.
 15. $z = (1 + xy)^y$.

$$16. z = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y. \quad 17. z = x^y + \operatorname{arctg} \frac{x}{y}. \quad 18. z = x^3 \sin y + y^4$$

3. Найти значения частных производных первого порядка в указанных точках:

$$1. z = \frac{x+y}{x-y}; \quad A(2;1). \quad 2. z = \frac{1-xy}{1+xy}; \quad B(0;1). \quad 3. z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}; \quad C(1;1).$$

$$4. z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}; \quad D(\sqrt{2};1).$$

Практическое занятие № 6

Тема занятия: «Частные производные и полные дифференциалы.»

Цели: выработка практических умений нахождения частных производных и дифференциалов высших порядков функций нескольких переменных.

Знать: понятия частных производных

Уметь: находить частные производные и дифференциалы высших порядков функций нескольких переменных.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Определение частных производных.
2. Дифференциал первого порядка

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 12. §6 [1].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал.

Задача 1. Найти все частные производные первого порядка для функции $z = x^3 - x^2 y - y^3$.

Решение. 1) $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 - 2xy; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -x^2 - 3y^2.$

Задача 2. Для функции $z = e^{xy^3}$ найти $\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}, \frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y}, \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2}.$

Решение. 1) Дифференцируем по x :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y^3 e^{xy^3}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y^6 e^{xy^3}; \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = y^9 e^{xy^3}; \quad \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = y^{12} e^{xy^3}.$$

2) Находим другие смешанные производные:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (y^9 e^{xy^3}) = 9y^8 e^{xy^3} + 3y^{11} x e^{xy^3}.$$

$$3) \text{ Далее, } \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} \right).$$

Найдем сначала

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (y^6 e^{xy^3}) = 6y^5 e^{xy^3} + 3y^8 x e^{xy^3} = 3y^5 x e^{xy^3} (2 + y^3 x).$$

Окончательно,

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} (3y^5 x e^{xy^3} (2 + y^3 x)) = 3y^4 x e^{xy^3} (10 + 14y^3 x + 3x^2 y^6).$$

Задача 3. Найти $d^2 z$, если $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.

Решение. 1) Находим первый дифференциал:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = -\frac{y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy.$$

2) Далее отдельно считаем вторые частные производные:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{y}{x^2 + y^2} \right) = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{y}{x^2 + y^2} \right) = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right) = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2};$$

и, наконец, составляем второй дифференциал

$$d^2 z = \frac{2[xy dx^2 + (y^2 - x^2) dx dy - xy dy^2]}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Цели: выработка практических умений нахождения первообразных функций; формирование практических навыков нахождения неопределенных интегралов различными методами.

Знать: Основные методы интегрирования

Уметь: находить первообразные функций.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Определение первообразной функции.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Свойства неопределенного интеграла.
4. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, интегрирование методом подстановки (замены переменной), интегрирование по частям.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 10. п. 10.1. – 10.4 [1], Гл. 7. §1-§4 [2].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 10. п. 10.1.- 10.3. задачи № 10.1.10.19, 10.20, 10.73. – 10.74. [2].

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Найти интегралы:

1.1. Метод непосредственного интегрирования

- 1) $\int \left(x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$; 2) $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} dx$; 3) $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$; 4) $\int \left(\frac{1}{4x} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx$
- 5) $\int \frac{(\sqrt{x} - 1)^3}{x} dx$; 6) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$; 7) $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1}$; 8) $\int \frac{x-2}{x^3} dx$;
- 9) $\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2} dx$; 10) $\int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$; 11) $\int \cos 3x dx$;

$$12) \int \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}} \right) dx; \quad 13) \int \sqrt[3]{5-6x} dx; \quad 14) \int \frac{2x-5}{x^2-5x+7} dx; \quad 15)$$

$$\int \frac{x dx}{x^2+1}$$

1.2. Интегрирование методом подстановки (замены переменной)

$$1) \int \frac{dx}{x(1+\ln x)}; \quad 2) \int \sin^2 x \cos x dx; \quad 3) \int e^{\cos x} \sin x dx; \quad 4)$$

$$\int e^{-x^2} x dx;$$

$$5) \int \sqrt{x^2+1} x dx; \quad 6) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}; \quad 7) \int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}; \quad 8) \int e^{x^3} x^2 dx;$$

$$9) \int \sqrt[3]{x^3-8} x^2 dx; \quad 10) \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx.$$

1.3. Интегрирование по частям

$$1) \int x e^{2x} dx; \quad 2) \int \ln x dx; \quad 3) \int \arctg x dx; \quad 4) \int \frac{x dx}{\sin^2 x}; \quad 5) \int x^2 \cos x dx;$$

$$6) \int x^3 e^{-x} dx; \quad 7) \int e^x \sin x dx; \quad 8) \int x \ln(x-1) dx; \quad 9) \int x \arctg x dx; \quad 10)$$

$$\int \arcsin x dx; \quad 11) \int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$$

Практическое занятие № 8

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций

Цели: выработка практических умений интегрирования рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.

Знать: правила интегрирования

Уметь: интегрировать рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Метод неопределенных коэффициентов.
2. Основной подход к интегрированию иррациональных функций.
3. Интегрирование тригонометрических функций с помощью различных подстановок.
4. Интегрирование тригонометрических функций с использованием формул тригонометрии.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 10. п. 10.5. – 10.7 [1], Гл. 7. §5-§6 [2].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 10. п. 10.4. Задачи № 10.105, 10.106. п. 10.5. Задачи № 10.131.-10.132. п. 10.10.143. – 10.145. [2].

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Найти интегралы рациональных функций:

- 1) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$; 2) $\int \frac{x^3}{x-2} dx$; 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$; 4) $\int \frac{x-4}{(x-2)(x-3)} dx$;
 5) $\int \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^3 - x} dx$; 6) $\int \frac{(x+2)dx}{x - 2x^2}$; 7) $\int \frac{dx}{x^3 + 4x}$; 8) $\int \frac{2x+7}{x^2 + x - 2} dx$; 9)
 $\int \frac{5x+2}{x^2 + 2x + 10} dx$; 10) $\int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^2} dx$; 11) $\int \frac{2x+7}{x^2 + x - 2} dx$

2. Найти интегралы иррациональных функций:

- 1) $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; 2) $\int \sqrt[3]{2x+7} dx$; 3) $\int \frac{\sqrt[3]{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{3x+4}} dx$; 4) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$;
 5) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x}} dx$; 6) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$; 7) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx$; 8) $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})} dx$;
 9) $\int \frac{dx}{x\sqrt{5x^2 - 2x + 1}}$.

3. Найти интегралы тригонометрических функций:

3.1. Используя универсальную тригонометрическую подстановку

$$t = tg \frac{x}{2} \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

- 1) $\int \frac{dx}{\sin x}$; 2) $\int \frac{dx}{5 + 3 \cos x}$.

3.2. Интегралы вида $\int \sin^m x \cos^n x dx$

$$1) \int \sin^2 x \cos^3 x dx; 2) \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x}; 3) \int \sin^2 3x dx; 4) \int \sin^2 x \cos^2 x dx$$

3.3 Интегралы вида

$$\int \sin mx \cos nxdx \quad \int \cos mx \cos nxdx \quad \int \sin mx \sin nxdx$$

$$1) \int \sin 3x \cdot \sin 5x dx; 2) \int \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx.$$

$$3) \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}; 4) \int \sin^4 x \cos^5 x dx; 5) \int \sin^2 x \cos^4 x dx; 6) \int \sin 2x \cos 5x dx$$

4. Найти интегралы:

$$\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x}; \int (1 - \sin 2x)^2 dx; \int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x}; \int \sin 3x \sin x dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}} \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 3x - 2x^2}}$$

Основная литература:

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: [для студентов высших проф. учебных заведений] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. - 7-е изд. - Москва : АСТ : Мир и Образование, 2016. - 816 с. : ил., табл. - Прил.: с. 809-815. - ISBN 978-5-17-099894-4. - ISBN 978-5-94666-805-7
2. Письменный, Д. Т.; Конспект лекций по высшей математике : в 2-х ч. / Д.Т. Письменный, Ч. 2. - 13-е изд. - М. : АЙРИС-пресс, 2019. - 256 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6044-7

Дополнительная литература:

1. Ильин, В. А.; Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-9221-0481-4
2. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. - М. : Владос, 2004. - 400 с. : ил. - (Учебник для вузов). - Гриф: Рек. МО. - Библиогр.: с. 398. - ISBN 5-691-01223-1

3 семестр

Практическое занятие № 1

Определенный интеграл. Основная формула интегрального исчисления. Методы вычисления определенного интеграла

Цель: выработка практических умений интегрирования определенного интеграла.

Знать: понятия определенного интеграла

Уметь: вычислять определенный интеграл.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Понятие определенного и интеграла.
2. Свойства определенного интеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбница.
4. Основные методы интегрирования определенного интеграла.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 11. п. 11.1. – 11.5 [1], Гл. 8. §§1, 4, 7, 8, 9[2].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 11. п. 11.1. Задачи № 11.1. [2].

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\begin{aligned} & 1) \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{1+x} dx; \quad 2) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin^2 x}; \quad 3) \int_1^3 x^3 dx; \quad 4) \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx; \quad 5) \int_0^3 e^{\frac{x}{3}} dx; \\ & 6) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 4x dx; \quad 7) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 8) \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}-1}; \quad 9) \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx; \quad 10) \\ & \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}; \\ & 11) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx; \quad 12) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{x dx}{\sin^2 x}; \quad 13) \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx \end{aligned}$$

Практическое занятие № 2

Несобственные интегралы

Цели: выработка практических умений вычисления несобственных интегралов.

Знать: понятия несобственных интегралов.

Уметь: вычислять несобственные интегралы.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Форма занятия: практическое занятие

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
2. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
3. Геометрический смысл несобственного интеграла.
4. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Повторить материал: Гл. 11. п. 11.7. [1]. Гл. 8. §11 [2].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 11. п. 11.3. задачи № 11.73. - 11.74 [2].

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Вычислить несобственный интеграл и установить его расходимость

$$\begin{aligned} &1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}; \quad 2) \int_{-\infty}^0 e^{-mx} dx; \quad 3) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x dx}{x^2 + 1}; \quad 4) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}; \quad 5) \int_0^{\infty} x \sin x dx; \\ &6) \int_1^{\infty} \frac{x^3 + 1}{x^4} dx; \quad 7) \int \frac{x dx}{2x^2 - 1}; \quad 8) \int_{-1}^1 \frac{x + 1}{\sqrt[5]{x^3}} dx; \quad 9) \int_0^1 x \ln x dx. \end{aligned}$$

Практическое занятие № 3

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Цель: уметь решать простейшие типы обыкновенных дифференциальных уравнений: с разделяющимися переменными, однородные.

Знать: понятия простейшие типы обыкновенных дифференциальных уравнений

Уметь: уметь решать простейшие типы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и инженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Способ решения.
2. Однородные дифференциальные уравнения I порядка. Способ решения.
3. Какие уравнения назовем обыкновенными дифференциальными уравнениями?
4. Что такое порядок, степень уравнения?
5. Что называется решением дифференциального уравнения? Как проверить, что функция является решением уравнения?
6. Какими бывают решения дифференциального уравнения? Геометрический смысл этих решений.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Подготовить материал: Гл. 12. п. 12.1 - 12.5 [1].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 8, п. 8.1. Задачи № 1-15 [3], 12.29 - 12.44 [1].

Перед каждым практическим занятием студент изучает план практического занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на практическое занятие материалу. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. проработать конспект лекций;
2. проанализировать литературу, рекомендованную по изучаемому разделу;
3. изучить решения типовых задач по учебному пособию «Практикум по высшей математике для экономистов»;
4. решить заданные домашние задания;
5. при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

Домашние задания необходимо выполнять к каждому практическому занятию. Решения типовых задач приведены в учебном пособии «Практикум по высшей математике для экономистов».

Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на практическое занятие или на индивидуальные консультации.

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Проверить, что следующие функции являются решениями дифференциальных уравнений.

$$a) xy' - y = 0 \quad y = cx, \quad b) y'' - \frac{2}{x}y' + \frac{2y}{x^2} = 0 \quad y = c_1x + c_2x^2,$$

$$в) c) y \ln y dx + x \ln x dy = 0 \quad \ln x \ln y = c$$

2. Решить следующие дифференциальные уравнения

$$a) (x+1)^3 dy - (y-2)^2 dx = 0, \quad b) (xy+y)dx + (xy+x)dy = 0.$$

3. Найти частный интеграл уравнения $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$, удовлетворяющий начальному условию $y(0) = 1$

$$4. \quad ydx + ctgx dy = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$$

$$5. \quad (x+2)dy + (y-1)dx = 0 \quad y|_{x=1} = 2$$

$$6. \quad (x^2 + y^2 dx) - 2xy dy = 0$$

Практическое занятие № 4

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Цель: уметь находить решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка методами подстановки и вариации произвольной постоянной.

Знать: понятия линейных дифференциальных уравнений первого порядка

Уметь: уметь находить решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

Владеть: вычислительными навыками

Знания и умения, приобретаемые студентом в результате освоения темы (семинара), формируемые компетенции или их части:

- способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания. (ОПК-1)

Актуальность занятия: овладение новыми знаниями в разделе математика – математический анализ.

Вопросы, выносимые на обсуждение:

1. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка методом вариации произвольного постоянного.

2. Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка методом подстановки.

Методические рекомендации

При подготовке к занятию необходимо воспользоваться рекомендованной литературой. Подготовить материал: Гл. 12. п. 12.6 [1].

Рассмотреть типовые задачи с решениями, позволяющие достаточно полно охватить учебный материал: Гл. 8, п. 8.1. Задачи № 1-15 [2], 12.45 - 12.48 [1].

Перед каждым практическим занятием студент изучает план практического занятия с перечнем тем и вопросов, списком литературы и домашним заданием по вынесенному на практическое занятие материалу. Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. проработать конспект лекций;
2. проанализировать литературу, рекомендованную по изучаемому разделу;
3. изучить решения типовых задач по учебному пособию «Практикум по высшей математике для экономистов»;
4. решить заданные домашние задания;
5. при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

Домашние задания необходимо выполнять к каждому практическому занятию. Решения типовых задач приведены в учебном пособии «Практикум по высшей математике для экономистов».

Сложные вопросы можно вынести на обсуждение на практическое занятие или на индивидуальные консультации.

Задания для развития и контроля владения компетенциями

1. Методом вариации произвольного постоянного решить уравнение $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$
2. Решить методом подстановки $y' + 2y = y^2 e^x$
3. Решить дифференциальное уравнение $(x - y)ydx - x^2 dy = 0$
4. $xyy' = y^2 + x$
5. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x$

Практическое занятие № 5

Числовые ряды. Признаки сходимости знакоположительных рядов

Цель занятия: Формирование умений исследовать знакоположительные ряды на сходимость.

Теоретические задания

для развития и контроля владения компетенциями

1. Дайте определения числового ряда, общего члена ряда. Как определяется сумма числового ряда?
2. Какой ряд называется сходящимся, а какой расходящимся? Приведите примеры сходящихся и расходящихся числовых рядов.
3. Введите понятие остатка числового ряда.
4. Сформулируйте основные свойства рядов.

5. Сформулируйте и докажите необходимое условие сходимости числового ряда.
6. Приведите пример какого-нибудь числового ряда, для которого выполнено необходимое условие сходимости, но ряд расходится.
7. Какие достаточные условия сходимости числовых рядов Вы знаете?
8. Сформулируйте признаки сравнения знакоположительных рядов.
9. Когда для исследования числовых рядов может быть применен признак Даламбера? Сформулируйте этот признак.

Практические задания

для развития и контроля владения компетенциями

Задания, решаемые в аудитории

1. Найдите пятый член ряда $a_n = \frac{1}{2^n(n+1)}$.
2. Найдите первые четыре члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2}$.
3. Определите разность между 4-м и 2-м членами ряда, общий член которого имеет вид $a_n = \frac{1}{n!}$.
4. Определите вид общего члена ряда

$$1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$
5. Проверьте, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда
 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+3}{n^2+1}$.
6. Исследуйте ряд на сходимость с помощью первого признака сравнения
 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$.
7. Исследуйте ряд на сходимость с помощью второго признака сравнения
 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+1}{5^n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$.
8. Исследуйте с помощью признака Даламбера исследовать, сходятся или расходятся ряды
 а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n!}{(2n)!}$.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Найдите шестой член ряда $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{20} + \dots$.
2. Укажите пятый член ряда $a_n = n^2 \sin \frac{\pi}{2^n}$.
3. Вычислите сумму первых пяти членов гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
4. Запишите общий член ряда
 - а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 2\operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{16} + \dots$; б) $10 + \frac{100}{2} + \frac{1000}{6} + \dots$.
5. Проверьте, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
6. Исследуйте ряд на сходимость с помощью первого признака сравнения
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n + 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^{n+1}}$.
7. Исследуйте ряд на сходимость с помощью второго признака сравнения
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{7^n - 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$.
8. Исследовать с помощью признака Даламбера исследовать, сходятся или расходятся ряды
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}(n^3 + 1)}{(n+1)!}$.

Практическое занятие № 6

Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница

Цель занятия: формирование умений и навыков исследовать знакопередающиеся и знакопередающиеся ряды.

Теоретические задания

для развития и контроля владения компетенциями

1. Когда согласно с радикальным признаком Коши сходимости числовой ряд сходится, а когда расходится?
2. Сформулируйте интегральный признак Коши сходимости знакопередающихся рядов.

3. Какой из рассмотренных признаков сходимости знакоположительных рядов является самым мощным?
4. Дайте определение суммы числового ряда.
5. Какой способ вычисления суммы числового ряда Вы можете предложить.
6. Дайте определение знакпеременного ряда.
7. Определите знакочередующийся ряд.
8. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
9. Введите определения абсолютно сходящихся и условно сходящихся рядов. Приведите примеры.

Практические задания

для развития и контроля владения компетенциями

Задания, решаемые в аудитории

1. Запишите шестой член ряда, общий член которого имеет вид

$$a_n = (-1)^{n+1} \frac{1}{n}.$$

2. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$ по радикальному признаку Коши.

3. С помощью интегрального признака исследуйте, сходятся или расходятся ряды

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}.$$

4. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость следующие ряды:

$$\text{а) } 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}} + \dots;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sqrt[3]{n}}{n+2}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}.$$

Задания для самостоятельной работы дома

1. Исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1} \right)^{n^2}$ по радикальному признаку Коши.

2. С помощью интегрального признака исследуйте, сходятся или расходятся ряды

$$\text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} (\alpha > 0); \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}; \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}.$$

3. Найдите сумму ряда $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 11n + 28}$.
4. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость следующие ряды:
- а) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \dots$;
- б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n + 2}$.

Практическое занятие № 7

Тема занятия «Двойные интегралы, переход к повторным интегралам»

Цель занятия: Обобщение понятия определенного интеграла и введение понятия двойного интеграла.

Теоретические задания

для развития и контроля владения компетенциями

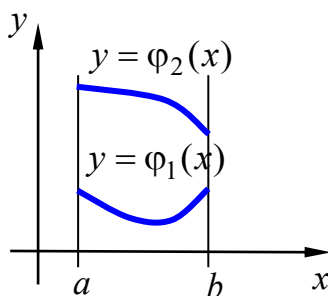
1. Приведите задачу, приводящую к понятию двойного интеграла.
2. Сформулируйте определение двойного интеграла.
3. Назовите основные свойства двойного интеграла.
4. Расскажите, как определить пределы интегрирования при вычислении двойного интеграла для случая прямоугольной области.
5. Расскажите, как определить пределы интегрирования при вычислении двойного интеграла для случая криволинейной области.

Практические задания

для развития и контроля владения компетенциями

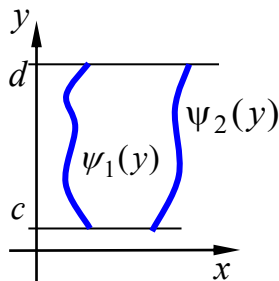
Задания, решаемые в аудитории

1. Пусть область интегрирования D функции двух переменных $f(x, y)$ определяется согласно следующему рисунку



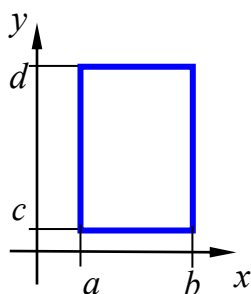
Перейдите к повторным интегралам при вычислении интеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$.

2. Пусть область интегрирования D функции двух переменных $f(x, y)$ определяется согласно рисунку



Перейдите к повторным интегралам при вычислении интеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$.

3. Пусть область интегрирования D функции двух переменных $f(x, y)$ определяется согласно рисунку



Перейдите к повторным интегралам при вычислении интеграла $\iint_D f(x, y) dx dy$.

4. Для данных интегралов изобразите область интегрирования и измените порядок интегрирования

а) $\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy$; б) $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy$; в) $\int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy$; г)

$\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

5. Измените порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx$.

1. Для данных интегралов изобразите область интегрирования и измените порядок интегрирования

а) $\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy$; б) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy$; в) $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$; г)

$\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy.$

2. Измените порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx.$

Практическое занятие № 8

Двойной интеграл: замена переменных, переход к полярной системе координат, приложения

Цель занятия: Формирование умений вычислять двойные интегралы и использовать их для вычисления геометрических и физических величин.

Теоретические задания

для развития и контроля владения компетенциями

1. Сформулируйте определение двойного интеграла.
2. Назовите основные свойства двойного интеграла.
3. Запишите формулу замены переменных в двойном интеграле.
4. Запишите формулу перехода к полярной системе координат при вычислении двойного интеграла. Когда целесообразно выполнять эту замену?
5. Приведите примеры применения двойных интегралов при вычислении различных величин.

Практические задания

для развития и контроля владения компетенциями

Задания, решаемые в аудитории

1. Вычислите:

а) $\iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy; D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x};$

б) $\iint_D y^2 e^{-xy/4} dx dy; D: x=0, y=2, y=x.$

2. Из пособия [2], часть 2 решите номера 30, 33, 35 (задачи на замену переменной в двойном интеграле, номера 44, 47, 58, 71, 82 (задачи на приложения двойного интеграла).

Задания для самостоятельной работы дома

1. Вычислите

а) $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy; D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3;$

б) $\iint_D y \cos xy dx dy; D: y=\frac{\pi}{2}, y=\pi, x=1, x=2.$

2. Из пособия [2], часть 2 решите номера 31, 32, 34 (задачи на замену переменной в двойном интеграле, номера 45, 48, 57, 72, 83 (задачи на приложения двойного интеграла)).

Практическое занятие № 9

Тройной интеграл, вычисление путем перехода к повторным интегралам

Цель занятия: Обобщение понятия определенного интеграла и введение понятия тройного интеграла.

Теоретические задания

для развития и контроля владения компетенциями

1. Приведите задачу, приводящую к понятию тройного интеграла.
2. Дайте определение тройного интеграла.
3. Расскажите, как определить пределы интегрирования при вычислении тройного интеграла.
4. Запишите формулу замены переменных в тройном интеграле.

Практические задания

для развития и контроля владения компетенциями

Задания, решаемые в аудитории

1 Вычислите

$$\iiint_V 15(y^2 + z^2) dx dy dz; V : z = x + y, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0, \text{ изобразив область интегрирования.}$$

2. Из пособия [2], часть 2 решите номера 101, 103, 105.

Здесь и далее ссылка на источник

[2] Высшая математика в упражнениях и задачах : [учеб. пособие] : В 2 ч. / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко, Ч. 2. - 7-е изд., испр. - М. : Мир и Образование, 2015. - 308 с.

Задания для самостоятельной работы дома

1. Для данных интегралов изобразите область интегрирования и вычислите их

а) $\iiint_V (3x + 4y) dx dy dz; V : y = x, y = 0, x = 1;$

б) $\iiint_V 8y^2 z e^{2xyz} dx dy dz; V : \begin{cases} x = -1, y = 2, z = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$

Основная литература:

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: [для студентов высших проф. учебных заведений] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. - 7-е изд. - Москва : АСТ : Мир и Образование, 2016. - 816 с. : ил., табл. - Прил.: с. 809-815. - ISBN 978-5-17-099894-4. - ISBN 978-5-94666-805-7

2. Письменный, Д. Т; Конспект лекций по высшей математике : в 2-х ч. / Д.Т. Письменный, Ч. 2. - 13-е изд. - М. : АЙРИС-пресс, 2019. - 256 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6044-7

Дополнительная литература:

1. Ильин, В. А; Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-9221-0481-4
2. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. - М. : Владос, 2004. - 400 с. : ил. - (Учебник для вузов). - Гриф: Рек. МО. - Библиогр.: с. 398. - ISBN 5-691-01223-1

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВА-
ТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Методические рекомендации
для студентов по организации самостоятельной работы
по дисциплине «Математика»
для студентов направления подготовки 21.03.01 Нефтегазовое дело
направленность (профиль) «Эксплуатация и обслуживание объектов
транспорта и хранения нефти, газа и продуктов переработки»

Ставрополь 2026

Методические указания разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины «Математика» и содержат задания к самостоятельной работе, порядок их выполнения и методические рекомендации к ним. Предназначены для студентов направления подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело» (направленность (профиль): «Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти »)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Общая характеристика самостоятельной работы
2. План – график выполнения самостоятельной работы
3. Контрольные точки и виды отчетности по ним
4. Задания для самостоятельного решения

Список рекомендуемой литературы

ВВЕДЕНИЕ

Данный курс способствует воспитанию у студентов достаточно высокой математической культуры, привитию навыков современных видов математического мышления, использования математических методов и основ математического моделирования в междисциплинарных связях и практической деятельности. Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студента, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа студентов (СРС) - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

- а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;

б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д.

Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Органи-

зация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

2. ПЛАН – ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Виды и содержание самостоятельной работы студента и формы контроля

Необходимые рекомендации по проведению практических занятий отражены в Методических указаниях для практических работ по дисциплине «Математика» для студентов направления 21.03.01 Нефтегазовое дело- [Электронный ресурс], 2025 г.

3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Самостоятельная работа № 1

Тема: «Элементы векторной, линейной алгебры и аналитической геометрии»

1 – 10. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти:

1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

2) площадь грани $A_1A_2A_3$;

3) объем пирамиды;

4) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

5) уравнения и длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, а также координаты точки пересечения высоты с плоскостью $A_1A_2A_3$.

Сделать чертеж.

1. $A_1 (4; 2; 5), A_2 (0; 7; 2), A_3 (0; 2; 7), A_4 (1; 5; 0)$.

2. $A_1 (4; 4; 10), A_2 (4; 10; 2), A_3 (2; 8; 4), A_4 (9; 6; 4)$.

3. $A_1 (4; 6; 5), A_2 (6; 9; 4), A_3 (2; 10; 10), A_4 (7; 5; 9)$.

4. $A_1 (3; 5; 4)$, $A_2 (8; 7; 4)$, $A_3 (5; 10; 4)$, $A_4 (4; 7; 8)$.
5. $A_1 (10; 6; 6)$, $A_2 (-2; 8; 2)$, $A_3 (6; 8; 9)$, $A_4 (7; 10; 3)$
6. $A_1 (1; 8; 2)$, $A_2 (5; 2; 6)$, $A_3 (5; 7; 4)$, $A_4 (4; 10; 9)$.
7. $A_1 (6; 6; 5)$, $A_2 (4; 9; 5)$, $A_3 (4; 6; 11)$, $A_4 (6; 9; 3)$.
8. $A_1 (7; 2; 2)$, $A_2 (5; 7; 7)$, $A_3 (5; 3; 1)$, $A_4 (2; 3; 7)$.
9. $A_1 (8; 6; 4)$, $A_2 (10; 5; 5)$, $A_3 (5; 6; 8)$, $A_4 (8; 10; 7)$.
10. $A_1 (7; 7; 3)$, $A_2 (6; 5; 8)$, $A_3 (3; 5; 8)$, $A_4 (8; 4; 1)$.

11. Прямые $2x+y-1=0$ и $4x-y-11=0$ являются сторонами треугольника, а точка $P(1; 2)$ – точкой пересечения третьей стороны с высотой, опущенной на нее. Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.

12. Прямая $5x-3y+4=0$ является одной из сторон треугольника, а прямые $4x-3y+2=0$ и $7x+2y-13=0$ его высотами. Составить уравнения двух других сторон треугольника. Сделать чертеж.

13. Точки $A (3; -1)$ и $B (4; 0)$ являются вершинами треугольника, а точка $D (2; 1)$ - точкой пересечения его медиан. Составить уравнение высоты, опущенной из третьей стороны. Сделать чертеж.

14. Прямые $3x-4y+17=0$ и $4x-y-12=0$ являются сторонами параллелограмма, а точка $P (2; 7)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма. Сделать чертеж.

15. Прямые $x-2y+10=0$ и $7x+y-5=0$ являются сторонами треугольника, а точка $D (1; 3)$ – точкой пересечения его медиан. Составить уравнение третьей стороны. Сделать чертеж.

16. Прямые $5x-3y+14=0$ и $5x-3y-20=0$ являются сторонами ромба, а прямая $x-4y-4=0$ – его диагональю. Составить уравнения двух других сторон ромба. Сделать чертеж.

17. На прямой $4x+3y-6=0$ найти точку, равноудаленную от точек $A (1; 2)$ и $B (-1; -4)$. Сделать чертеж.

18. Найти координаты точки, симметричной точке $A (5; 2)$ относительно прямой $x+3y-1=0$. Сделать чертеж.

19. Прямые $x-3y+3=0$ и $3x+5y+9=0$ являются сторонами параллелограмма, а точка $P(34; -1)$ – точкой пересечения его диагоналей. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма. Сделать чертеж.

20. Точки $A(4; 5)$ и $C(2; -1)$ являются двумя противоположными вершинами ромба, а прямая $x-y+1=0$ – одной из его сторон. Составить уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.

21–30. Даны векторы $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c}(c_1, c_2, c_3)$, $\vec{d}(d_1, d_2, d_3)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис, а также найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

21. $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(7;-3;5)$, $\vec{d}(6;10;17)$.

22. $\vec{a}(4;7;8)$, $\vec{b}(9;1;3)$, $\vec{c}(2;-4;1)$, $\vec{d}(1;-13;-13)$.

23. $\vec{a}(8;2;3)$, $\vec{b}(4;6;10)$, $\vec{c}(3;-2;1)$, $\vec{d}(7;4;11)$.

24. $\vec{a}(10;3;1)$, $\vec{b}(1;4;2)$, $\vec{c}(3;9;2)$, $\vec{d}(19;30;7)$.

25. $\vec{a}(2;4;1)$, $\vec{b}(1;3;6)$, $\vec{c}(5;3;1)$, $\vec{d}(24;20;6)$.

26. $\vec{a}(1;7;3)$, $\vec{b}(3;4;2)$, $\vec{c}(4;8;5)$, $\vec{d}(7;32;14)$.

27. $\vec{a}(1;-2;3)$, $\vec{b}(4;7;2)$, $\vec{c}(6;4;2)$, $\vec{d}(14;18;6)$.

28. $\vec{a}(1;4;3)$, $\vec{b}(6;8;5)$, $\vec{c}(3;1;4)$, $\vec{d}(21;18;33)$.

29. $\vec{a}(2;7;3)$, $\vec{b}(3;1;8)$, $\vec{c}(2;-7;4)$, $\vec{d}(16;14;27)$.

30. $\vec{a}(7;2;1)$, $\vec{b}(4;3;5)$, $\vec{c}(3;4;-2)$, $\vec{d}(2;-5;-13)$.

31–40. Дана матрица A . Найти матрицу A^{-1} обратную данной. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$.

31. $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ 32. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$33. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$34. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$35. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$36. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$37. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$38. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$39. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$40. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

41 – 50. Применяя метод исключения неизвестных (метод Гаусса), решить систему линейных уравнений.

$$41. \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

$$42. \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

$$43. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4, \\ x_2 - 2x_3 + x_4 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -3, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

$$44. \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_3 + 3x_4 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

$$45. \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$46. \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_1 - x_3 + 3x_4 = 4, \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
47. \begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1, \\ x_2 - 2x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 1. \end{cases} & 48. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -3. \end{cases} \\
49. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -3. \end{cases} & 50. \begin{cases} x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 4. \end{cases}
\end{array}$$

Самостоятельная работа №2

Тема; «Введение в математический анализ.

Производная и ее приложения»

1 – 10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\begin{array}{ll}
1. \quad a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; & б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}; \\
\quad в) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5}; & г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x}; \\
2. \quad a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}; & б) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}; \\
\quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + x} - \sqrt{9 - x}}{x^2 + 6x}; & г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin 5x}{6x}; \\
3. \quad a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 + 4x + 1}; & б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{2x^2 + x - 1}; \\
\quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8 + x} - 3}; & г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x}; \\
4. \quad a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}; & б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6};
\end{array}$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3+x}}{x-x^2}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \operatorname{tg} x}{\sin^2 x};$$

$$5. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 4}{3 + x - 4x^2}; б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7+x} - \sqrt{7-x}}{5x}; з) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$$

$$6. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 7x + 1}{3x^2 + x + 3}; б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 + 5x + 2};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{3x^2 + x}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$$

$$7. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 - x + 1}; б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x^2 - 4x}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x};$$

$$8. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^2 + 4x + 2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 3}{\sqrt{8+x} - 3}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x};$$

$$9. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^2}{x^2 + x + 3}; б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{5x^2 - 4x - 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x^2 - 16}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{10x^2};$$

$$10. \quad а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1}; б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{10+x} - \sqrt{10-x}}; з) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{ctg}^2 3x;$$

11 – 20. Задана функция $y=f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции в некоторой точке найти ее

пределы слева и справа, классифицировать характер разрыва. Построить схематично график функции.

$$11. \quad f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$12. \quad f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$13. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 1, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$14. \quad f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x < 1, \\ x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$15. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$16. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi. \end{cases}$$

$$17. \quad f(x) = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$$18. \quad f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$19. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$20. \quad f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4. \end{cases}$$

21 – 30. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций.

$$21. \quad \text{б)} \quad y = \ln \operatorname{ctg} \frac{x}{3};$$

$$\text{в)} \quad x = 2t^2 + t, \quad y = \ln t.$$

$$22 \text{ а)} \quad y = \frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}; \quad \text{б)} \quad y = \exp(\operatorname{ctg} 2x);$$

$$\text{в)} \quad x = \frac{1-t}{1+t^2}; \quad y = \frac{2+t^2}{t^2}.$$

$$23. \quad \text{а)} \quad y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}; \quad \text{б)} \quad y = \operatorname{arccctg}[\exp(5x)];$$

$$\text{в)} \quad x = \sin 23t, \quad y = \cos 23t.$$

$$24. \quad \text{а)} \quad y = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right); \quad \text{б)} \quad y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x};$$

$$\text{в)} \quad x = t^4 + 2t, \quad y = t^2 + 5t.$$

$$25. \quad \text{а)} \quad y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}; \quad \text{б)} \quad y = (x-1) \exp(x^2);$$

$$\text{в)} \quad x = t - \ln \sin t, \quad y = t + \ln \cos t.$$

$$26. \quad \text{а)} \quad y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x; \quad \text{б)} \quad y = \exp(\cos 3x).$$

$$\text{в)} \quad x = \operatorname{tg} t, \quad y = \frac{1}{\sin^2 t}.$$

$$27. \quad \text{а)} \quad y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2 - 2x}; \quad \text{б)} \quad y = 3x \exp(-x^2);$$

$$\text{в)} \quad x = t^2 - t^3, \quad y = 2t^3.$$

$$28. \quad a) y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x; \quad б) y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x};$$

$$в) x = \cos^3 t, \quad y = \sin^3 t.$$

$$29. \quad a) y = \arccos \frac{x-1}{x+1}; \quad б) y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x+2};$$

$$в) x = 3 \sin t, \quad y = 3 \cos^2 t.$$

$$30. \quad a) \quad y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + \ln \sin x; \quad б) \quad y = x \exp\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$в) \quad x = 2t - t^2, \quad y = 2t^3.$$

31 – 40. Найти дифференциал функций.

$$31. \quad a) y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right); \quad б) y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x};$$

$$32. \quad a) \quad y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} + \arccos \frac{1}{x^2}; \quad б) \quad y = (x-1) \exp(x^2);$$

$$33. a) \quad y = \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} + \ln \sin x; \quad б) \quad y = x \exp\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$34. \quad a) y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x; \quad б) y = \exp(\cos 3x);$$

$$35. \quad a) \quad y = \frac{x}{2} \sqrt{25 - x^2} + \frac{25}{2} \arccos \frac{x}{5}; \quad б) \quad y = \exp(\operatorname{ctg} 2x);$$

$$36. a) y = \arccos \frac{x-1}{x+1}; \quad б) y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt{x+2};$$

$$37. \quad a) y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-2}) + \sqrt{x^2 - 2x}; \quad б) y = 3x \exp(-x^2);$$

$$38. \quad a) y = \ln \cos 2x - \ln \sin 2x; \quad б) y = 2^{\operatorname{ctg}^2 3x};$$

$$39. \quad a) y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x + \ln \sin x; \quad б) y = \exp(\cos 3x).$$

$$40. \quad a) y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}; \quad б) \quad y = \operatorname{arccctg}[\exp(5x)]$$

41 – 51. Методами дифференциального исчисления: а) исследовать функцию $y = f(x)$ и по результатам исследования построить ее график; б) найти наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[a; b]$.

41. а) $y = \frac{4x}{4 + x^2}$, б) $[-3; 3]$.

42. а) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, б) $[-1; 1]$.

43. а) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$, б) $[-2; 2]$.

44. а) $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$, б) $[-2; 2]$.

45. а) $y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}$, б) $[1; 4]$.

46. а) $y = (x - 1)e^{3x+1}$, б) $[0; 1]$.

47. а) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, б) $[1; 9]$.

48. а) $y = e^{\frac{1}{2-x}}$, б) $[-1; 1]$.

49. а) $y = xe^{-x^2}$, б) $[-2; 2]$.

50. а) $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 9}$, б) $[-2; 2]$.

Самостоятельная работа №3

Тема: «Неопределенный и определенный интегралы.

Дифференциальные уравнения. Функции нескольких переменных»

1 – 10. Найти неопределенные интегралы. В случаях а), б) результат проверить дифференцированием.

1.

$$a) \int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx; \quad \bar{o}) \int x \operatorname{arctg} x dx;$$

$$\bar{o}) \int \frac{dx}{x^3 + 27}; \quad \varepsilon) \int \frac{\sqrt[3]{x+1}}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx;$$

2.

$$a) \int \frac{x^2 dx}{(x^3 + 4)^6}; \quad \bar{o}) \int e^x \ln(1 + e^x) dx;$$

$$\bar{o}) \int \frac{x dx}{x^3 + 8}; \quad \varepsilon) \int \frac{dx}{\sin x \cos x};$$

3.

$$a) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}}; \quad \bar{o}) \int x 2^x dx;$$

$$\bar{o}) \int \frac{(5x + 6) dx}{x^3 + x^2 + x + 1}; \quad \varepsilon) \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2}};$$

4.

$$a) \int \frac{dx}{\sin^2 x (2 \operatorname{ctg} x + 1)}; \quad \bar{o}) \int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$$

$$\bar{o}) \int \frac{dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2}; \quad \varepsilon) \int \frac{x + \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt{x+1}} dx;$$

5.

$$a) \int \frac{\sin 2x dx}{5 - \cos 2x}; \quad \bar{o}) \int x^2 e^{5x} dx;$$

$$\bar{o}) \int \frac{(x-1) dx}{x^3 - 2x^2 + x}; \quad \varepsilon) \int \frac{\sin x dx}{1 + \sin x};$$

6.

$$a) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^3 x}}; \quad \bar{o}) \int x \arccos \frac{1}{x} dx;$$

$$6) \int \frac{(2x+1)dx}{x^3+3x^2-4x}; \quad 2) \int \frac{(\sqrt[4]{x}-1)dx}{(\sqrt{x}-2)\sqrt[4]{x^3}};$$

7.

$$a) \int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad 6) \int x \ln(x^2+1) dx;$$

$$6) \int \frac{x dx}{x^4+5x^2+6}; \quad 2) \int \frac{\sqrt[6]{x+5}}{1+\sqrt[3]{x+5}} dx;$$

8.

$$a) \int \frac{\arctg x}{x^2+1} dx; \quad 6) \int x \cos 2x dx$$

$$6) \int \frac{x dx}{x^4-81}; \quad 2) \int \frac{dx}{\cos x + 3 \sin x};$$

9.

$$a) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{8+3 \sin x}}; \quad 6) \int x \ln^2 x dx;$$

$$6) \int \frac{x^2+x-1}{x^4+3x^2-4} dx; \quad 2) \int \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt[6]{x}-1)}{\sqrt[3]{x}+1} dx;$$

10.

$$a) \int \frac{\sqrt{3+\ln x}}{x} dx; \quad 6) \int x^2 \sin 3x dx;$$

$$6) \int \frac{(x^3+x)dx}{x^4+5x^2+6}; \quad 2) \int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 1};$$

11-20. Вычислить определенные интегралы.

$$11. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx;$$

$$12. \int_0^1 x \arctg x dx.$$

$$13. \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx.$$

$$14. \int_0^1 \frac{5x+1}{x^2+2x+1} dx.$$

$$15. \int_0^{\pi} \sin 2x \cos^2 x dx.$$

$$16. \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx.$$

$$17. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$18. \int_0^1 x \ln(1+x) dx.$$

$$19. \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x + 1}.$$

$$20. \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

21 - 31. Найти решения дифференциальных уравнений первого порядка, удовлетворяющие указанным начальным условиям. Сделать проверку.

$$21 \text{ а) } 2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0, y(1) = 0,$$

$$\text{б) } x \cdot y' - y = x \cdot e^{\frac{y}{x}}.$$

$$\text{в) } y'' - 3y' - 4y = e^{-x}, y(0) = 0, y'(0) = -1.$$

$$22. \text{ а) } xy' + xe^{y/x} - y = 0, y(1) = 1.$$

$$\text{б) } y' \cdot \operatorname{ctgx} - y = \cos x \cdot \operatorname{ctgx}.$$

$$\text{в) } y'' - 6y' + 9y = x+1, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

$$23. \text{ а) } 20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx, y(1) = 1.$$

$$\text{б) } y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$\text{в) } y'' + 9y' = x-2, y(0) = -2, y'(0) = 1.$$

$$24. \text{ а) } xy' = y \ln(y/x), y(1) = e.$$

$$\text{б) } x \cdot y' + y = \sin 2x.$$

$$\text{в) } y'' - 2y' + 10y = \sin 3x, y(0) = 1, y'(0) = 1$$

$$25. \text{ а) } 3(x^2 y + y) dy + \sqrt{9+y^2} dx = 0, y(0) = 0.$$

$$\text{б) } x^2 \cdot y' - x^2 + xy - y^2 = 0, y(1) = 0.$$

$$\text{в) } y'' + y' - 6y = 2e^{-3x}, y(0) = 0, y'(0) = 2.$$

$$26. \text{ а) } xy' + \text{б) } y = x + 1, y(1) = 0.$$

$$\text{б) } x \cdot y' = y \cdot (\ln y - \ln x), y(1) = e.$$

$$\text{в) } y'' + 4y = x^2, y(0) = -1, y'(0) = 0.$$

$$27. \text{ а) } y' \cos x = (y+1) \sin x, y(0) = 0.$$

$$б) y' - \frac{2}{x} \cdot y = \frac{e^{-x^2}}{x}.$$

$$в) y'' - 3y' = \cos 2x, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

$$28. а) xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad y(1) = 0.$$

$$б) x \cdot y' + y = \ln x.$$

$$в) y'' - 4y' + 4y = 2\sin 3x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$$

$$29. а) y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$$

$$б) x^2 \cdot y' = x^2 + xy + y^2.$$

$$в) y'' + 4y' + 5y = 4e^x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0.$$

$$30. а) y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 0.$$

$$б) y' - \frac{3}{x} \cdot y = x.$$

$$в) y'' + 4y' = \cos x, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = -1.$$

31 – 40. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = f(x; y)$ в ограниченной замкнутой области D . Область D изобразить на чертеже.

$$31. z = x^2 - y^2 + 3xy + 7; \quad D: -2 \leq x \leq 2, \quad -2 \leq y \leq 2.$$

$$32. z = x^2 + 2y^2 - 1; \quad D: x \geq -2, \quad y \geq -2, \quad x + y \leq 4.$$

$$33. z = 3 - x^2 - xy - y^2; \quad D: x \leq 1, \quad y \geq -1, \quad x + 1 \geq y.$$

$$34. z = x^2 + y^2 + x - y; \quad D: x \geq 1, \quad y \geq -1, \quad x + y \leq 2.$$

$$35. z = x^2 + 2xy + 2y^2; \quad D: -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 3.$$

$$36. z = 3x^2 - 3xy + y^2 + 1; \quad D: x \geq -1, \quad y \geq -1, \quad x + y \leq 1.$$

$$37. z = 5 + 2xy - x^2; \quad D: -1 \leq y \leq 4 - x^2.$$

$$38. z = x^2 - 2xy - y^2 + x; \quad D: x \leq 0, \quad y \leq 1, \quad x + y + 2 \geq 0.$$

$$39. z = x^2 - xy - 2; \quad D: 4x^2 - 4 \leq y \leq 1.$$

$$40. z = x^2 + xy + 3y^2; \quad D: -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

41 – 50. Даны: функция трех переменных $u = f(x, y, z)$, точка $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и вектор $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$. Найти: 1) $\text{grad } u$ в точке M_0 ; 2) производную в точке M_0 по направлению вектора $\vec{a}$.

41. $u = \sqrt{x^2 - 2y + 4z}$; $M_0(1; -2; 1)$; $\vec{a}(-1; 2; 2)$.
42. $u = \ln|3x^2 - 2y + z|$; $M_0(1; 1; 0)$; $\vec{a}(0; 4; 3)$.
43. $u = \frac{x}{\sqrt{x + y + z}}$; $M_0(1; 1; 2)$; $\vec{a}(-3; 0; 4)$.
44. $u = \sqrt{2x - y + z^2}$; $M_0(1; 2; 2)$; $\vec{a}(3; 0; -4)$.
45. $u = \frac{z}{\sqrt{x + y}}$; $M_0(2; 2; 1)$; $\vec{a}(1; -2; 2)$.
46. $u = \ln|10 - x^2 - y^2 - z^2|$; $M_0(2; 2; 1)$; $\vec{a}(-4; 0; 3)$.
47. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; $M_0(3; 4; 0)$; $\vec{a}(2; -1; 2)$.
48. $u = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$; $M_0(-1; 2; 1)$; $\vec{a}(0; 6; 8)$.
49. $u = \sqrt{3x + 4y + z^2}$; $M_0(3; 4; 0)$; $\vec{a}(2; 2; -1)$.
50. $u = \ln|12 - x^2 - y^2 + z|$; $M_0(1; 1; -5)$; $\vec{a}(3; 0; -4)$.

Основная литература

1. Высшая математика в упражнениях и задачах: [для студентов высших проф. учебных заведений] / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. - 7-е изд. - Москва : АСТ : Мир и Образование, 2016. - 816 с. : ил., табл. - Прил.: с. 809-815. - ISBN 978-5-17-099894-4. - ISBN 978-5-94666-805-7
2. Письменный, Д. Т.; Конспект лекций по высшей математике : в 2-х ч. / Д.Т. Письменный, Ч. 2. - 13-е изд. - М. : АЙРИС-пресс, 2019. - 256 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-6044-7

Дополнительная литература

1. Ильин, В. А.; Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2010. - 278 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). - <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-9221-0481-4
2. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин, В. Л. Матросов. - М. : Владос, 2004. - 400 с. : ил. - (Учебник для вузов). - Гриф: Рек. МО. - Библиогр.: с. 398. - ISBN 5-691-01223-1