

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению практических занятий по дисциплине «АЛГЕБРА»
для студентов специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
специализация «Информационно-аналитическая
и техническая экспертиза компьютерных систем»

Ставрополь
2026

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью изучения дисциплины «Алгебра» является формирование общепрофессиональных компетенций студента специальности 10.05.01 – Компьютерная безопасность.

Задачами освоения дисциплины «Алгебра» является получение базовых знаний по алгебре и ее основным алгоритмам. При освоении дисциплины вырабатывается умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, знать основные алгоритмы решения алгебраических задач, применять полученные знания для решения алгебраических задач и задач, связанных с приложениями алгебраических методов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

ЗНАТЬ	– основные понятия и результаты по алгебре; – основные алгебраические алгоритмы; – логические связи между понятиями
УМЕТЬ	– оперировать с подстановками, многочленами, матрицами; – решать системы линейных уравнений над полями; – приводить матрицы и квадратичные формы к каноническому виду; – определять взаимное расположение плоскостей в аффинном пространстве; – находить расстояние от точки до плоскости в евклидовом (точечном) пространстве; – классифицировать квадрики; – классифицировать движения; – использовать основные свойства групп, колец и полей.
ВЛАДЕТЬ	– методами линейной алгебры, теории многочленов, аппаратом теории групп.

Раздел 1. Системы линейных уравнений.

Практическое занятие №1.

Матрицы и их элементарные преобразования.

Обратить внимание на :

- Понятие матрицы.
- Прямоугольные и квадратные матрицы.
- Элементарные преобразования матриц.
- Эквивалентные матрицы.
- Ступенчатые матрицы.
- Приведение матрицы к ступенчатому виду.

Решить на занятии :

Привести матрицы [2] 7.1(а, в, д, ж) к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.

Домашнее задание :

Привести матрицы [2] 7.1(б, г, е, к) к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований.

Практическое занятие №2.

Системы линейных уравнений . Метод Гаусса.

Обратить внимание на :

- Основные понятия теории решения систем линейных уравнений.
- Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
- Равносильные системы линейных уравнений.
- Метод Гаусса.

Решить на занятии :

[2] 8.1(а, в, д, ж) .

Домашнее задание :

[2] 8.1(б, г, е, з).

Практическое занятие №3.

Арифметические n-мерные векторы.

Обратить внимание на :

- Арифметические n-мерные векторы .
- Действия над арифметическими n-мерными векторами.
- Линейная зависимость системы арифметических n –мерных векторов.
- Базис и ранг системы арифметических n –мерных векторов.

Решить на занятии :

[2] 6.1, 6.2(а), 6.7(а), 6.10(а), 6.11, 6.12(а, в).

Домашнее задание:

[2] 6.2(б), 6.7(б), 6.10(б), 6.12(б,г,д).

Практическое занятие №4.

Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Обратить внимание на :

- Ранг матрицы по строкам.
- Ранг матрицы по столбцам.
- Ранг матрицы.
- Ранг ступенчатой матрицы.
- Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Решить на занятии :

[1] 608, 610 (с помощью элементарных преобразований), 612, 619, 621.

Домашнее задание :

[1] 609, 611 (с помощью элементарных преобразований), 613, 620, 622.

Практическое занятие №5.

Критерий совместности системы линейных уравнений.

Обратить внимание на :

- Теорему Кронекера-Капелли.
- Критерий определённости системы линейных уравнений.
- Применение критерия совместности системы линейных уравнений при решении систем линейных уравнений с параметрами.

Решить на занятии : [2] 8.2(а, е, з).

Домашнее задание : [2] 8.2(б, в, ж).

Практическое занятие №6.

Однородные системы линейных уравнений . Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

Обратить внимание на :

- Ненулевые решения однородной системы линейных уравнений.
- Свойства решений однородной системы линейных уравнений.
- Базис множества решений однородной системы линейных уравнений.
- Нахождение фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
- Выражение общего решения системы однородных линейных уравнений через фундаментальную систему решений.

Решить на занятии :

Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений и выразить общее решение системы однородных линейных уравнений через фундаментальную систему решений [1] 735, 736, 737, 738.

Домашнее задание :

[2] 8.4(а, б, в).

Практическое занятие №7.

Неоднородные системы линейных уравнений.

Обратить внимание на :

- Ассоциированные системы линейных уравнений.

- Свойства решений неоднородной системы линейных уравнений.
- Нахождение общего решения неоднородной системы линейных уравнений с помощью фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы.

Решить на занятии :

Найти общее решение неоднородной системы линейных уравнений с помощью фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы [1] 689, 690, 691, 695, 696.

Домашнее задание :

Найти общее решение неоднородной системы линейных уравнений с помощью фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы [2] 8.1(а, г, д,з)

Раздел 2. Определители n-го порядка.

Практическое занятие №8.

Перестановки и подстановки.

Обратить внимание на :

- Перестановки конечного множества.
- Чётность перестановки.
- Теорема о транспозиции.
- Подстановки.
- Чётность подстановки.
- Умножение подстановок.
- Свойства умножения подстановок.

Решить на занятии :

[1] 123, 125, 127, 129, 136, 170, 172, 178.

Домашнее задание :

[1] 124, 126, 128, 130, 137, 169, 171, 173.

Практическое занятие №9.

Определение определителя квадратной матрицы n-го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.

Обратить внимание на :

- Определение определителя квадратной матрицы n-го порядка.
- Вычисление определителей 2-го порядка.
- Вычисление определителей 3-го порядка.

Решить на занятии :

[1] 188, 189, 190, 197, 198, 199, 200, 1, 5, 6, 14, 43, 44, 45, 56.

Домашнее задание :

[2] 10.1, 10.2, 10.3, 10.4(в,г), 9.1(а, б, в, г), 9.2(а, б, в, г).

Практическое занятие №10.

Свойства определителя квадратной матрицы n-го порядка.

Обратить внимание на :

- Преобразования определителя квадратной матрицы n-го порядка, не изменяющие его .
- Равноправность строк и столбцов определителя.

- Преобразования определителя квадратной матрицы n -го порядка, обращающие его в 0.
- Самый общий случай равенства нулю определителя.
- Преобразования определителя квадратной матрицы n -го порядка, подвергаящие его легко отслеживаемым изменениям.

Решить на занятии :

[2] 11.2(а), 11.3(а, г), 11.5, 11.7; вычислить определители 13.1(а, в, д), используя свойства и определение.

Домашнее задание :

[2] 11.2(б), 11.3(б, в), 11.4, 11.6; вычислить определители 13.1(б, г, е), используя свойства и определение.

Практическое занятие №11.

Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителя n -го порядка.

Обратить внимание на :

- Миноры.
- Алгебраическое дополнение элемента определителя.
- Теорему о произведении $a_{ij}A_{ij}$.
- Разложение определителя по элементам строки или столбца.
- Вычисление определителя n -го порядка.

Решить на занятии : [2] 12.1, 13.1(а, г, м, о, р, з).

Домашнее задание : [2] 12.2, 13.1(б, в, н, п, с, ж).

Практическое занятие №12.

Теорема Крамера о системах n линейных уравнений с n неизвестными.

Обратить внимание на :

- Теорему Крамера о системах n линейных уравнений с n неизвестными.
- Условия, при которых применяется теорема Крамера.

Решить на занятии :

[1] 562, 560, 554, 556, 558.

Домашнее задание:

[1] 555, 557, 559, 561, 563.

Практическое занятие №13.

Вычисление ранга матрицы методом окаймления минорами.

Обратить внимание на :

- Теорему о ранге матрицы.
- Вычисление ранга матрицы методом окаймления минорами.

Решить на занятии :

[1] 608, 610, 612; вычислить ранг матрицы методом окаймления минорами 619, 621.

Домашнее задание:

[1] 609, 611, 613; вычислить ранг матрицы методом окаймления минорами 620, 622.

Практическое занятие №14.

Исследование и решение систем линейных уравнений общего вида с помощью определителей..

Обратить внимание на :

– Нахождение общего решения системы линейных уравнений общего вида с помощью определителей.

Решить на занятии :

[1] 689, 690, 691, 695, 696.

Домашнее задание:

[2] 8.1(а, г, д, з)

Раздел 3. Матрицы.

Практическое занятие №15.

Сложение матриц и умножение матриц на число. Умножение матриц.

Обратить внимание на :

- Сложение однотипных матриц.
- Умножение матриц на число.
- Умножение матриц.
- Основные свойства операций над матрицами.
- Теорема о ранге произведения двух матриц.
- Определитель произведения квадратных матриц.

Решить на занятии :

[2] 17.1(в, д, ж), 17.2(б), 18.1(б), 17.3(а, г), 17.5(б).

Домашнее задание:

[2] 17.1(г, е, з), 17.2(а), 18.1(а), 17.3(б, в), 17.5(а).

Практическое занятие №16.

Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Обратить внимание на :

- Обратная матрица.
- Единственность обратной матрицы.
- Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Решить на занятии :

Найти с помощью элементарных преобразований обратную к матрице

[1] 836, 837, 840, 842, 844.

Домашнее задание:

[2] 18.9(б, в, з, к, л).

Практическое занятие №17.

Формула для вычисления обратной матрицы. Матричные уравнения .

Обратить внимание на :

- Формула для вычисления обратной матрицы.
- Условия существования обратной матрицы.
- Невырожденные матрицы.
- Матричные уравнения.

Решить на занятии :

Найти с помощью присоединенной матрицы обратную к матрице
[1] 836, 842, 844; [2] 18.3(а, г, е, л).

Домашнее задание:

[2] 18.8(з, и, к), 18.3(б, в, д, ж, к).

Практическое занятие №18.

Решение систем линейных уравнений в матричной форме.

Обратить внимание на :

- Запись систем линейных уравнений в матричной форме.
- Решение систем линейных уравнений в матричной форме.
- Условия, при которых можно решить систему линейных уравнений в матричной форме.

Решить на занятии :

Решить системы линейных уравнений [1] 562, 560, 554, 556, 558 в матричной форме.

Домашнее задание:

1. Решить системы линейных уравнений [1] 555, 557, 559, 561, 563 в матричной форме.
2. Подготовка к контрольной работе №1.

Практическое занятие №19.

Контрольная работа №1.

Целью занятия является проверка умений и навыков по разделам «Системы линейных уравнений», « Определители n-го порядка » и «Матрицы».

Примерное содержание контрольной работы № 1.

1. Найти общее решение неоднородной системы линейных уравнений с использованием фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы.
2. Вычислить по определению определитель 4-го порядка (с достаточным количеством нулей).
3. Найти по правилу Крамера указанное неизвестное из системы 4-х уравнений 4-мя неизвестными.
4. Исследовать систему двух уравнений с двумя неизвестными с параметром.
5. Решить матричным способом систему 3-х уравнений с 3-мя неизвестными.
6. Решить матричное уравнение вида $AX=B$ или $XA = B$, где A – вырожденная матрица порядка 2.

Раздел 4. Основы теории групп, колец и полей.

Практическое занятие №20.

Бинарные алгебраические операции и их основные свойства.

Обратить внимание на :

- Определение алгебраической операции.
- Примеры алгебраических операций.
- Понятие алгебры как множества с операциями.
- Примеры алгебр.
- Определение бинарной алгебраической операции.
- Основные свойства бинарных алгебраических операций.

Решить на занятии :

1. Определены ли на множествах $N, Z, Q, 2Z, 2Z+1, R, R^+$ следующие операции:

$$a)(a, b) \rightarrow ab,$$

$$б)(a, b) \rightarrow \frac{a}{b},$$

$$в)(a, b) \rightarrow \frac{a+b}{2},$$

$$г)(a, b) \rightarrow \min\{a, b\}?$$

2. Какие из операций из упражнения 1 обладают свойством коммутативности ?

3. Какие из операций из упражнения 1 обладают свойством ассоциативности ?

4. Для операций из упражнения 1, определённых на множестве R , выяснить, существует ли нейтральный элемент. Если существует, то указать все симметризуемые элементы.

Домашнее задание:

1. Определены ли на множествах $N, Z, Q, 2Z, 2Z+1, R, R^+$ следующие операции:

$$a)(a, b) \rightarrow a + b,$$

$$б)(a, b) \rightarrow a - b,$$

$$в)(a, b) \rightarrow \sqrt{ab},$$

$$г)(a, b) \rightarrow ab - ba,$$

$$д)(a, b) \rightarrow \max\{a, b\}?$$

2. Какие из операций из упражнения 1 обладают свойством коммутативности ?

3. Какие из операций из упражнения 1 обладают свойством ассоциативности ?

4. Для операций из упражнения 1, определённых на множестве R , выяснить, существует ли нейтральный элемент. Если существует, то указать все симметризуемые элементы.

Практическое занятие №21.

Группы.

Обратить внимание на :

- Определение группы.
- Примеры групп.
- Аддитивные группы.
- Мультипликативные группы.
- Основные свойства групп.
- Определение подгруппы.

Решить на занятии : [2] 55.5 (а – е), 55.6 (р, с), 55.10.

Домашнее задание: [2] 55.1 (г, д, е), 55.6 (а – з).

Практическое занятие №22.

Кольца и поля.

Обратить внимание на :

- Определение кольца.
- Примеры колец.
- Основные свойства колец.
- Делители нуля.
- Мультипликативная группа кольца с единицей.
- Понятие поля.
- Примеры полей.
- Основные свойства полей.

Решить на занятии :

[2] 63.1(з, и, к), 63.2(г, д).

Какие из колец в задачах [2] 63.1(з, и, к), 63.2(г, д) являются полями ?

[2] 66.2(б).

Домашнее задание:

[2] 63.1(а – г), 63.2(а, в) .

Какие из колец в задачах [2] 63.1(а – г), 63.2(а, в) являются полями ?

[2] 66.2(а).

Раздел 5 . Поле комплексных чисел.

Практическое занятие №23.

Алгебраическая форма комплексного числа.

Обратить внимание на :

- Представление комплексных чисел в алгебраической форме.
- Сложение и умножение комплексных чисел в алгебраической форме.
- Сопряжённые комплексные числа.
- Деление комплексных чисел в алгебраической форме.
- Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.

Решить на занятии :

[2] 20.4(б), 20.1(а, е, л), 20.2, 20.4(а, д), 20.11(в, д), 20.8(б).

Домашнее задание:

[2] 20.4(а), 20.1(б, ж, к), 20.4(б, г), 20.11(б, г, е), 20.8(а).

Практическое занятие №24.

Геометрическое представление комплексных чисел и действий над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа.

Обратить внимание на :

- Геометрическое представление комплексных чисел.
- Геометрическое представление действий над комплексными числами.
- Определение модуля комплексного числа.
- Определение аргумента комплексного числа.
- Тригонометрическая форма комплексного числа.

Решить на занятии :

[2] 24.1, 24.2(б), 24.3, 24.6(б, в, г, ж), 21.3(а), 21.1(в, г, е, ж, з, и, х)

Домашнее задание:

[2] 24.2(а), 24.6(а, д, е,), 21.3(б), 21.1(а, б, д, к, м, н, т)

Практическое занятие №25.

Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.

Обратить внимание на :

- Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.
- Деление комплексных чисел в тригонометрической форме
- Формулу Муавра.

Решить на занятии :

[2] 21.2(а, е, з), 21.9(в, г), 21.11(в, г), 21.10, 23.2(в, г).

Домашнее задание:

[2] 21.2(б, в, ж), 21.9(а, б), 21.11(а, б), 23.2(а, б).

Практическое занятие №26.

Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни n -ой степени из единицы.

Обратить внимание на :

- Извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
- Геометрическое представление корней n -ой степени из комплексного числа.
- Извлечение корня n -ой степени из единицы.
- Первообразные корни n -ой степени из единицы.
- Мультипликативная группа корней n -ой степени из единицы.

Решить на занятии :

[2] 22.3, 22.6, 22.7(а, в, н, с), 22.9(а), 22.7(г, д, е), 22.11.

Найти все первообразные корни n -ой степени из единицы, если

а) $n=2$, б) $n=3$, в) $n=4$, г) $n=6$.

Домашнее задание:

1. [2] 22.1, 22.7(ж, з, и, м, т),), 22.9(б), 22.12(а, б, в).
2. Подготовка к собеседованию по разделам «Основы теории групп, колец и полей» и «Поле комплексных чисел».
3. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу «Поле комплексных чисел».

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

1. Вычислить в алгебраической форме.
2. Извлечь квадратный корень из комплексного числа в алгебраической форме.
3. Построить множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие указанным условиям.
4. Вычислить в тригонометрической форме.
5. Решить уравнение $Ax^n=B$ над полем комплексных чисел.

Практическое занятие №27.

Итоговое занятие по разделам «Основы теории групп, колец и полей» и «Поле комплексных чисел».

Целью занятия является проверка знаний, умений и навыков по разделам «Основы теории групп, колец и полей» и «Поле комплексных чисел». Со студентами проводится собеседование по теоретическому материалу и выполненному индивидуальному домашнему заданию.

Раздел 6. Кольцо многочленов от одной переменной.

Практическое занятие №1.

Многочлены от одной переменной над кольцом и областью целостности. Кольцо многочленов над полем. Делимость многочленов. Свойства отношения делимости.

Обратить внимание на :

- Кольцо многочленов от одной переменной над кольцом.
- Область целостности многочленов от одной переменной над областью целостности.
- Кольцо многочленов над полем.
- Деление с остатком.
- Делимость многочленов.

- Свойства отношения делимости.
- Деление многочлена на $x - c$.
- Схема Горнера.

Решить на занятии :

[4] 546(a), 547, 548, 549(a,c), 550(a,b), 551(a,e), 552, 554(a,b), 553(a).

Домашнее задание:

[2] 25.1(б), 26.1(а,б,з,и), 26.2(в).

Практическое занятие №2.

Наибольший общий делитель многочленов и алгоритм Евклида. Линейное представление наибольшего общего делителя двух многочленов.

Обратить внимание на :

- Наибольший общий делитель многочленов.
- Алгоритм Евклида.
- Линейное представление наибольшего делителя двух многочленов.
- Взаимно простые многочлены.
- Свойства взаимно простых многочленов.

Решить на занятии :

[2] 25.2(а, в), [4] 578(b, c, d).

Домашнее задание:

[2] 25.2(б,г), 25.3(а,б,).

Практическое занятие №3.

Корни многочленов.

Обратить внимание на :

- Понятие корня многочлена.
- Теорему Безу.
- Следствия из теоремы Безу.
- Понятие кратного корня многочлена

Решить на занятии :

[2] 26.3(а,в), 26.4, 26.6, , 26.7(а,в).

Домашнее задание:

[2] 26.3(б,г), 26.5, 26.7(б).

Практическое занятие №4.

Разложение многочленов на неприводимые над полем P множители. Отделение неприводимых кратных множителей многочлена.

Обратить внимание на :

- Приводимые и неприводимые многочлены над полем P .
- Свойства неприводимых многочленов.
- Разложение многочленов на неприводимые над полем P множители.
- Каноническое разложение многочлена.
- Формальная производная многочлена, ее свойства.
- Теорема о неприводимом кратном множителе многочлена.
- Понижение кратности корня при дифференцировании.

Решить на занятии:

[2] 25.8(а, в, д).

Домашнее задание:

[2] 25.8(б,г,е).

Раздел 7. Многочлены над полями $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$ и $\mathbb{Q}$.

Практическое занятие №5.

Многочлены над полями комплексных и действительных чисел.

Обратить внимание на :

- Основную теорему алгебры комплексных чисел.
- Разложение многочленов на неприводимые множители над полем комплексных чисел.
- Формулы Виета.
- Сопряженность комплексных корней многочленов с действительными коэффициентами.
- Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.

Решить на занятии :

[2] 27.1(в), 27.2(а), 27.3(а), 27.4(а), 31.2(а), 31.3(а), 31.5, 31.7.

Домашнее задание:

[2] 27.1(а,б), 27.2(б), 27.3(б), 27.4(б), 31.2(б), 31.3(б), 31.6.

Практическое занятие №6.

Решение уравнений 3-й и 4-й степени.

Обратить внимание на :

- Общий вид кубического уравнения.
- Неполное кубическое уравнение.
- Формулу Кардано.
- Дискриминант неполного кубического уравнения.
- Кубические уравнения с действительными коэффициентами.
- Общий вид уравнения 4-й степени.
- Решение уравнения 4-й степени методом Феррари.

Решить на занятии : [4] 167(а, b, c), 173(а, c, e).

Домашнее задание: [4] 167(d, e, f), 173(b, d, f).

Практическое занятие №7.

Многочлены над полем рациональных чисел.

Обратить внимание на :

- Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами.
- Приводимость многочленов над полем рациональных чисел.

Решить на занятии :

[2] 28.2 (а, в, д), 28.3, 28.9(а,б).

Домашнее задание:

[2] 28.2 (б, г, е,ж, з), 28.9(в).

Практическое занятие №8.

Интерполяционный многочлен.

Обратить внимание на :

- Понятие интерполяционного многочлена.
- Интерполяционный многочлен Лагранжа.
- Метод Ньютона для построения интерполяционного многочлена.

Решить на занятии :

[4] 631(a, c), 632(a,b).

Домашнее задание:

1. [2] 30.1 (a,b) (пользуясь способом Ньютона и пользуясь формулой Лагранжа).

2. Подготовка к контрольной работе №2.

Практическое занятие №9.

Контрольная работа №2.

Целью занятия является проверка умений и навыков по разделам «Кольцо многочленов от одной переменной », и «Многочлены над полями C, R и Q ».

Примерное содержание контрольной работы № 2

1. Найти $(f(x), g(x))$ и его линейное представление.

2. Определить кратность корня многочлена.

3. Отделить кратные множители многочлена.

4. Решить уравнение 3-й степени или 4-й степени.

5. Найти рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.

6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа или интерполяционный многочлен методом Ньютона.

Раздел 8 . Конечномерные пространства.

Практическое занятие № 1.

Определение линейных пространств над полем.

Обратить внимание на :

- Определение линейного пространства над полем R.
- Примеры линейных пространств.
- Арифметическое пространство.

Решить на занятии :

[3] 994(1, 3, 5, 7, 9, 11).

Домашнее задание:

[3] 994(2, 4, 6, 8, 10, 12).

Практическое занятие №2.

Линейно зависимые и независимые системы векторов.

Обратить внимание на :

- Понятие линейно зависимых систем векторов.
- Понятие линейно независимых систем векторов .
- Базис системы векторов.
- Ранг системы векторов

Решить на занятии :

[3] 999(1, 3), 1005(1, 4), 1012(1), 1013(1,3), 1014(1).

Домашнее задание:

[3] 999(2, 4), 1005(2, 5), 1012(2), 1013(2), 1014(2).

Практическое занятие № 3.

Конечномерные пространства.

Обратить внимание на :

- Базис линейного пространства.

- Размерность линейного пространства.
- Конечномерные пространства.
- Основные свойства конечномерных пространств.
- Координаты вектора.
- Преобразование координат вектора при изменении базиса.
- Изоморфизм пространств одинаковой размерности над одним полем.

Решить на занятии :

[3] 1015(1), 1016(1), 1018, 1019, 1028.

Домашнее задание:

[3] 1015(2), 1016(2), 1021(2), 1020, 1027.

Практическое занятие №4.

Подпространства.

Обратить внимание на :

- Определение и примеры подпространств.
- Критерий того, что подмножество пространства является подпространством.
- Подпространство, порожденное конечной системой векторов пространства.
- Размерность и базис подпространства конечномерного пространства.
- Пространство решений системы линейных однородных уравнений.
- Базис и размерность пространства решений системы линейных однородных уравнений

Решить на занятии :

[3] 1033(1,3,8), 1034, 1047(1,3), 1048(1,8), 1049(1,6).

Домашнее задание:

[3] 1033(2, 4,5,7), 1035(1,2), 1047(2,4), 1048(2,7), 1049(2,7).

Практическое занятие № 5.

Сумма, пересечение и прямая сумма подпространств.

Обратить внимание на :

- Сумма подпространств.
- Пересечение подпространств.
- Прямая сумма подпространств
- Соотношение между размерностями суммы и пересечения конечномерных подпространств.

Решить на занятии :

[3] 1054(1,11,10,12).

Домашнее задание:

1. [3] 1054(2,3,8,9).

2. Подготовка к собеседованию по разделу «Конечномерные пространства».

3. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу «Конечномерные пространства».

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

В пространстве R^5 подпространство L_1 является множеством решений заданной системы линейных однородных уравнений, а подпространство L_2 задано системой образующих. Найти размерности и базисы подпространств L_1 , L_2 , $L_1 \cup L_2$, $L_1 \cap L_2$.

Практическое занятие №6.

Итоговое занятие по разделу «Конечномерные пространства».

Целью занятия является проверка знаний, умений и навыков по разделу «Конечномерные пространства». Со студентами проводится собеседование по теоретическому материалу и выполненному индивидуально домашнему заданию.

Раздел 9 . Линейные, билинейные и квадратичные формы.

Практическое занятие № 7.

Линейные и билинейные формы.

Обратить внимание на :

- Определение линейной формы.
- Общий вид линейных форм в n -мерном пространстве.
- Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса.
- Определение билинейной формы.
- Общий вид билинейной формы в n -мерном пространстве.
- Преобразование коэффициентов билинейной формы при изменении базиса.
- Квадратичная форма.
- Соответствие между билинейными и квадратичными формами.

Решить на занятии :

[3] 1055(1,3), 1079, [2] 37.1(б, г), 37.2(для 37.1(б)), 37.6(а), 37.8(б)

Домашнее задание:

[3] 1055(2,4), 1080, [2] 37.1(а, в), 37.2(для 37.1(а, в)), 37.6(б), 37.8(а)

Практическое занятие №8.

Квадратичные формы. Привидение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

Обратить внимание на :

- Квадратичная форма.
- Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
- Привидение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

Решить на занятии :

[1] 1175, 1178, 1180, 1182, 1186.

Домашнее задание:

[1] 1176, 1177, 1181, 1183, 1185.

Практическое занятие № 9.

Привидение квадратичной формы к каноническому виду методом Якоби. Положительно определенные квадратичные формы.

Обратить внимание на :

- Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Якоби.
- Закон инерции квадратичных форм.
- Положительно определенные квадратичные формы.
- Критерий Сильвестра.

Решить на занятии :

Привести квадратичные формы [1] 1175, 1178, 1179 к каноническому виду методом Якоби.

[1] 1201, 1213, 1215, [2] 38.14(а,б).

Домашнее задание:

1. Привести квадратичные формы [1] 1176, 1177 к каноническому виду методом Якоби. [1] 1202, 1212, 1214, 1216.

2. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу «Линейные, билинейные и квадратичные формы».

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

Задана квадратичная форма.

1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа и указать невырожденное линейное преобразование, приводящее к этому виду.

2. Найти ранг, индексы инерции и сигнатуру заданной квадратичной формы.

3. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби.

4. Проверить закон инерции квадратичной формы.

5. Найти ранг заданной квадратичной формы с помощью её матрицы.

Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства.**Практическое занятие №10.****Евклидово пространство.****Обратить внимание на :**

- Скалярное произведение в действительном пространстве.
- Матрицу Грама.
- Евклидово пространство.
- Примеры евклидовых пространств.
- Изоморфизм евклидовых пространств.
- Длину вектора.
- Нормированные векторы.
- Угол между векторами евклидова пространства.

Решить на занятии :

[3] 1269, 1272(3), 1273, 1315(1,3), 1333(1).

Домашнее задание:

[3] 1272(1,2), 1274(1), 1315(2), 1334.

Практическое занятие № 11.**Унитарное пространство.****Обратить внимание на :**

- Скалярное произведение в комплексном пространстве.
- Унитарное пространство.
- Примеры унитарных пространств.
- Изоморфизм унитарных пространств.
- Длину вектора в унитарном пространстве.
- Понятие ортогональных векторов.
- Ортогональные системы векторов в унитарном пространстве.

Решить на занятии :

[3] 1274(2), 1271(1), 1290, 1294.

Домашнее задание:

[3] 1271(2), [2] 43.7(а, г, д, е).

Практическое занятие №12.**Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации.**

Обратить внимание на :

- Понятие ортогональных векторов.
- Ортогональные системы векторов.
- Линейная независимость ортогональной системы векторов.
- Ортогональные и ортонормированные базисы.
- Процесс ортогонализации.

Решить на занятии :

[3] 1293, 1295(1,2), 1296(1), 1297.

Домашнее задание:

[2] 43.15(а,б, в,г, д).

Практическое занятие №13.

Ортогональное дополнение к подпространству.

Обратить внимание на :

- Ортогональное дополнение к подпространству.
- Прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
- Ортогональную проекцию вектора на подпространство.

Решить на занятии :

[2] 43.16(в), 43.18(а,в), 43.19(г,д).

Домашнее задание:

1. [2] 43.16(а,б), 43.18(б), 43.19(а,б,в).

2. Подготовка к собеседованию по разделам «Линейные, билинейные и квадратичные формы » и «Евклидовы и унитарные пространства».

3. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу «Евклидовы и унитарные пространства ».

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

В пространстве R^5 подпространство L является множеством решений заданной системы линейных однородных уравнений.

- а) Найти ортогональный базис подпространства L .
- б) Найти базис ортогонального дополнения $L^\perp$ подпространства L .
- в) Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую указанного вектора на подпространство L .

Практическое занятие № 14.

Итоговое занятие по разделам «Линейные, билинейные и квадратичные формы » и «Евклидовы и унитарные пространства».

Целью занятия является проверка знаний, умений и навыков по разделам «Линейные, билинейные и квадратичные формы » и «Евклидовы и унитарные пространства ». Со студентами проводится собеседование по теоретическому материалу и выполненным индивидуальным домашним заданиям по этим разделам.

Раздел 11. Линейные операторы.

Практическое занятие №15.

Линейные отображения векторных пространств и их матричное задание.

Обратить внимание на :

- Определение линейного отображения векторного пространства.
- Примеры линейных отображений векторных пространств.

– Матричное задание линейного отображения векторного пространства.

Решить на занятии :

1. Какие из следующих отображений $R^3 \rightarrow R^2$

а) $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_3 + 1)$,

б) $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_3^2)$,

в) $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_3)$ являются линейными ?

2. Найти матрицу линейного отображения $R^3 \rightarrow R^2$ $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_3)$ в базисах $a_1 = (1, -2, 1), a_2 = (3, -1, 2), a_3 = (2, 1, 2)$ и $e_1 = (1, 1), e_2 = (1, 2)$.

3. [2] 8.3(а, б, д)

Домашнее задание:

1. Какие из следующих отображений $R^2 \rightarrow R^3$

а) $\varphi(x_1, x_2) = (x_1, x_2^3, x_1 + x_2)$,

б) $\varphi(x_1, x_2) = (x_1 - 3x_2, x_1, 4x_2)$,

в) $\varphi(x_1, x_2) = (x_1, x_2, x_2 - 3)$

являются линейными ?

2. Найти матрицу линейного отображения $R^2 \rightarrow R^3$ $\varphi(x_1, x_2) = (x_1 - 3x_2, x_1, 4x_2)$

в базисах $e_1 = (1, 1), e_2 = (1, 2)$ и $a_1 = (1, -2, 1), a_2 = (3, -1, 2), a_3 = (2, 1, 2)$.

3. [2] 8.3(в, г, е)

Практическое занятие № 16.

Образ и ядро линейного отображения.

Обратить внимание на :

- Образ линейного отображения.
- Ядро линейного отображения.
- Размерность образа линейного отображения.
- Размерность ядра линейного отображения.
- Критерий инъективности линейного отображения.

Решить на занятии :

Найти образ, ранг, ядро и дефект линейного отображения, заданного матрицей [2] 8.5(а, в, д)

Домашнее задание:

Найти образ, ранг, ядро и дефект линейного отображения, заданного матрицей [2] 8.5(б, г, е)

Практическое занятие № 17.

Линейные операторы векторных пространств. Матрица линейного оператора.

Обратить внимание на :

- Определение линейного оператора векторного пространства.
- Примеры линейных операторов векторных пространств.
- Определение матрицы линейного оператора.

Решить на занятии :

[2] 39.1(а, е, и, л), 39.15(а, е), [3] 1113.

Домашнее задание:

[2] 39.1(б, ж, к), 39.15(б, ж, м), 39.16.

Практическое занятие № 18

Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.

Обратить внимание на :

- Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
- Определитель, след и ранг линейного оператора.
- Обратимость линейного оператора.
- Невырожденность линейного оператора.
- Действия над линейными операторами.

Решить на занятии :

[3] 1110, 1112, 1114, [2] 39.6(а,б), [1]1457.

Домашнее задание:

[2] 39.19(а, б), 39.20, 39.21, [1]1458.

Практическое занятие № 19.

Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Обратить внимание на :

- Собственные векторы линейного оператора.
- Собственные значения линейного оператора.
- Характеристический многочлен.

Решить на занятии :

[3] 1164(1,2, 3, 4).

Домашнее задание:

[2] 40.15(а, б, в, г).

Практическое занятие № 20.

Спектр линейного оператора и критерий диагонализуемости его матрицы.

Обратить внимание на :

- Спектр линейного оператора.
- Критерий диагонализуемости матрицы линейного оператора.

Решить на занятии :

[3] 1177(1, 2, 3), 1178.

Домашнее задание:

[2] 40.16(а, б, в, г).

Практическое занятие № 21.

Корневые подпространства.

Обратить внимание на :

- Инвариантные подпространства.
- Существование инвариантных подпространств.
- Определение корневого подпространства.
- Примеры корневых подпространств.
- Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.

Решить на занятии :

[2] 40.35(а, г).

Домашнее задание:

[2] 40.35(б, в).

Практическое занятие № 22.

Жорданова нормальная форма комплексной матрицы.

Обратить внимание на :

- Определение клетки Жордана.
- Определение матрицы Жордана.
- Существование жордановой нормальной формы комплексной матрицы.
- Единственность жордановой нормальной формы комплексной матрицы.
- Нахождение жордановой нормальной формы комплексной матрицы.

Решить на занятии :

[2] 41.1(а, в, е), 41.10(а).

Домашнее задание:

[2] 41.1(б, г, д), 41.10(б).

Практическое занятие № 23.

Симметрические и эрмитовы линейные операторы.

Обратить внимание на :

- Сопряженный линейный оператор.
- Самосопряженные (симметрические и эрмитовы) линейные операторы.
- Спектр самосопряженного линейного оператора.
- Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного линейного оператора.

Решить на занятии :

[2] 45.4(а, в, ж), 45.7(а, в).

Домашнее задание:

[2] 45.4(б, г, д, е), 45.7(б).

Практическое занятие № 24.

Унитарные и ортогональные линейные операторы.

Обратить внимание на :

- Изометрии (унитарные и ортогональные линейные операторы).
- Собственные значения изометрий.
- Канонический вид матрицы унитарного оператора.
- Канонический вид матрицы ортогонального оператора.

Решить на занятии :

[2] 46.6(а, в), 46.7(б, в).

Домашнее задание:

[2] 46.6(б, г), 46.7(г, д).

Практическое занятие № 25.

Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.

Обратить внимание на :

- Связь между линейными операторами и квадратичными формами в евклидовом пространстве.
- Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.

Решить на занятии :

[2] 45.19(а, г, и).

Домашнее задание:

[2] 45.19(б,в,к).

Практическое занятие № 26.

Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду.

Обратить внимание на :

- Задачу приведения пары квадратичных форм к каноническому виду.
- Условия, при которых возможно приведение пары квадратичных форм к каноническому виду.
- Алгоритм приведения пары квадратичных форм к каноническому виду.

Решить на занятии :

[3] 1669 (1, 3, 5, 7).

Домашнее задание:

1. [3] 1669 (2, 4, 6, 8).
2. Подготовка к контрольной работе №3.

Практическое занятие № 27.

Контрольная работа №3.

Целью занятия является проверка умений и навыков по разделу «Линейные операторы».

Примерное содержание контрольной работы № 3.

1. Линейное преобразование действительного трехмерного пространства задано матрицей в некотором базисе
 - а). Вычислить матрицу линейного преобразования в другом базисе.
 - б). Найти собственные значения и собственные векторы. Выяснить, приводится ли матрица преобразования к диагональному виду в некотором базисе.
 - в). Представить пространство в виде прямой суммы корневых подпространств.
 - г). Найти жорданову форму матрицы.
2. Найти канонический базис матрицы ортогонального оператора.
3. Привести квадратичную форму к главным осям.

Раздел 12. Аффинные и евклидовы (точечные) пространства.

Практическое занятие № 1.

Аффинные пространства.

Обратить внимание на:

- Определение аффинного n -мерного пространства.
- Определение аффинной системы координат в аффинном n -мерном пространстве.
- Координаты точки в разных системах координат аффинного пространства.

Решить на занятии :

1. В аффинном пространстве A_4^* в некоторой системе координат Oe_i заданы точки $A_1(-1,2,-1,0)$, $A_2(0,-2,1,1)$, $A_3(-1,3,1,-1)$, $A_4(-1,-1,2,0)$, $A_5(0,0,-1,2)$. Доказать, что эта система точек линейно независима.
2. Доказать, что точки пространства A_4^* $A(0,-3,0,2)$, $B(1,1,-1,2)$, $C(-2,-11,2,10)$ лежат на одной прямой.
3. В пространстве A_5^* заданы точки $M_1(-2,3,4,0,1)$ и $M_2(4,5,-1,1,0)$. Вычислить координаты точек, которые делят отрезок M_1M_2 в отношении а) $\lambda = 1$, б) $\lambda = -2$.
4. В аффинном пространстве A_4^* в некоторой системе координат Oe_i задана точка

$O^*(-1,2,4,-3)$ и векторы $e_1^*(-1,2,-1,1)$, $e_2^*(2,3,0,2)$, $e_3^*(1,-1,0,0)$, $e_4^*(2,1,1,1)$. Написать формулы преобразования координат точек при переходе к системе координат $O^*e_i^*$.

5. Формулы, связывающие x_i и x_i^* в пространстве A_4^* , имеют вид:

$$\begin{cases} x_1 = x_1^* + x_2^* - 1 \\ x_2 = x_3^* - x_4^* \\ x_3 = x_4^* + 1 \\ x_4 = x_2^* + x_3^* - x_4^* + 2 \end{cases}.$$

а) Доказать, что эти соотношения являются формулами преобразования координат точек.

б) Найти старые координаты точки А, если $(-1,2,0,5)$ – её новые координаты.

в) Найти новые координаты точки В, если $(1,2,3,1)$ – её старые координаты.

г) Имеются ли точки, у которых новые и старые координаты одинаковы?

Домашнее задание:

1. Доказать, что точки $A(2,1,-3,4)$, $B(0,1,-2,7)$, $C(3,-2,-1,0)$, $D(2,-5,2,9)$ линейно зависимы.

2. Пусть Oe_i система координат пространства A_4^* , а точки E_1, E_2, E_3, E_4 определяются из соотношений: $OE_i = e_i (i = 1, 2, 3, 4)$. В данной системе координат определите координаты

а) точек O, E_1, E_2, E_3, E_4 ;

б) середины отрезка E_2E_3 ;

в) точек, которые делят отрезок E_2E_3 в отношениях: $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = \frac{3}{2}$.

3. Записать формулы преобразования координат точек и векторов, если даны координаты новых базисных векторов $e_1^*(1,0,0,0,-1)$, $e_2^*(0,-3,2,0,0)$, $e_3^*(0,0,4,5,1)$, $e_4^*(0,0,0,-5,1)$, $e_5^*(0,0,0,0,1)$ и нового начала $O^*(-1,2,3,4,0)$ в старой системе координат.

4. Даны соотношения

$$\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 + 4y_3 + y_4 - 1 \\ x_2 = y_1 + 2y_2 + y_3 + 3y_4 + 2 \\ x_3 = y_1 + y_2 + 2y_3 + 2y_4 \\ x_4 = y_1 + 2y_2 + y_3 + 1 \end{cases}.$$

а) Доказать, что эти соотношения могут быть формулами преобразования координат точек в пространстве A_4^* .

б) Определить координаты базисных векторов и нового начала в старой системе координат, если принять, что x_i – координаты точки в старой системе координат, а y_i – в новой.

в) Найти новые координаты точки, если её старые координаты $(0,-1,1,7)$.

Практическое занятие № 2.

Аффинные подпространства.

Обратить внимание на:

- Определение аффинного подпространства (или плоскости).
- Векторное уравнение плоскости.
- Параметрические уравнения плоскости.
- Общие уравнения плоскости.

Решить на занятии :

1. В пространстве A_5^* задана плоскость $\Pi_2 : \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 + 1 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + 1 = 0 \end{cases}$, точки $M_1(1,2,-3,0,1)$, $M_2(1,-2,2,3,-2)$, $M_3(1,0,1,2,1)$ и векторы $p_1(3,1,2,-3,-4)$, $p_2(1,1,3,2,-2)$. Выяснить какие из данных точек и векторов принадлежат плоскости.

2. Найти несколько точек и векторов, принадлежащих плоскости, заданной в пространстве A_5^* уравнением $2x_1 - x_2 + x_3 - x_5 + 1 = 0$.

3. Составить параметрические и общие уравнения прямой, проходящей в A_4^* через точки $M_1(1,2,0,-1)$ и $M_2(3,1,0,0)$.

4. Написать общие уравнения плоскости наименьшей размерности, содержащей точки $M_1(0,1,0,-1)$, $M_2(2,2,1,-2)$, $M_3(0,3,4,-7)$ и векторы $p_1(1,-1,0,1)$, $p_2(0,1,2,-3)$, $p_3(-2,-1,-1,1)$.

5. Написать уравнение 2-мерной плоскости Π_2 пространства A_4^* , проходящей через точку $M_0(-1,2,5,-2)$ и имеющей направляющее подпространство

$$L_2 : \begin{cases} 2p_1 - p_2 + 7p_3 - p_4 = 0 \\ p_1 + p_2 - 4p_3 - p_4 = 0 \end{cases}.$$

6. Плоскость задана в A_5^* уравнениями $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 - 2 = 0 \\ x_2 + x_3 - x_5 + 1 = 0 \end{cases}$. Найти её векторное и параметрические уравнения.

Домашнее задание:

1. Найти несколько точек и векторов, принадлежащих плоскости, заданной в пространстве A_5^* уравнениями $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$.

2. Составить параметрические и общие уравнения плоскости, натянутой на точку $M_0(0,-1,-2,3)$ и векторы $p_1(1,2,1,-3)$, $p_2(-2,1,0,0)$ в пространстве A_4^* .

3. Написать общие уравнения плоскости наименьшей размерности, содержащей точки $M_1(0,0,0,0)$, $M_2(-3,-1,3,2)$, $M_3(0,1,3,1)$ и векторы $p_1(3,3,0,1)$, $p_2(1,1,1,0)$.

4. Написать общие уравнения плоскости наименьшей размерности, содержащей точки $M_1(-2,5,5,1)$, $M_2(0,1,1,2)$, $M_3(-1,0,0,1)$.

5. В пространстве A_4^* составить параметрические и общие уравнения плоскости наименьшей размерности, содержащей плоскости

$$\Pi_2 : \begin{cases} x_1 = 1 + 3t_1 \\ x_2 = 1 + t_1 + 2t_2 \\ x_3 = -3 - 3t_1 + 6t_2 \\ x_4 = -2 - 2t_1 + t_2 \end{cases} \text{ и } \Pi_2^* : \begin{cases} x_1 = 1 + t_1 + 3t_2 \\ x_2 = 2 + t_1 + 3t_2 \\ x_3 = t_1 + t_2 \\ x_4 = -1 \end{cases}.$$

Практическое занятие № 3.

Взаимное расположение плоскостей.

Обратить внимание на:

- Возможные случаи взаимного расположения плоскостей.
- Определения подпространства параллельности плоскостей, индекса параллельности, степени параллельности.

Решить на занятии :

[3] 1097(1,2,3,4)

Домашнее задание:

[2] 49.16(а,б,в)

Практическое занятие № 4.

Аффинные отображения и преобразования.

Обратить внимание на:

- Аффинные отображения.
- Определение аффинного преобразования.
- Запись в координатах аффинного преобразования.
- Общие свойства аффинных преобразований.
- Геометрический смысл определителя аффинного преобразования.
- Разложение аффинного преобразования в произведение параллельного переноса и преобразования, оставляющего на месте точку.

Решить на занятии :

[2] 49.31 (а, в), 49.33 (а), 49.34 (а).

Домашнее задание:

[2] 49.31 (б, г), 49.33 (б), 49.34 (б).

Практическое занятие № 5-6

Евклидовы (точечные) пространства. Плоскости в евклидовом пространстве.

Обратить внимание на:

- Определение евклидова n -мерного (точечного) пространства.
- Понятие прямоугольной системы координат.
- Расстояние между точками евклидова пространства.
- Понятие перпендикуляра к плоскости.
- Понятие ортогональности плоскостей.

Решить на занятии :

1. Показать, что треугольник ABC , заданный в E_4^* координатами своих вершин $A(3,1,-1,5)$, $B(1,0,-1,3)$, $C(1,-2,1,4)$ в прямоугольной системе координат, является равнобедренным и прямоугольным.

2. [3] 1366, 1372, 1374, 1375(2), 1376(2),

3. [2] 51.6 (а), 51.7(б, в), 51.12(а), 51.14(б,г).

Домашнее задание:

1. В прямоугольной системе координат пространства E_4^* даны точки $A(-1,2,3,1)$ и $B(3,2,-2,5)$. Доказать, что треугольник OAB – прямоугольный.

2. [3] 1367, 1371, 1375(1), 1376(1,3)

3. [2] 51.6 (б), 51.7(а, г), 51.12(б), 51.14(а,в).

Практическое занятие № 7.

Движения евклидова пространства.

Обратить внимание на:

- Определение движения евклидова пространства.
- Запись в координатах движения евклидова пространства.
- Общие свойства движений евклидова пространства.
- Классификация движений 3-х-мерного пространства.

Решить на занятии :

[2] 51.23 (б, г), 51.24 (б, г)

Домашнее задание:

1. [2] 51.23(а, в), 51.24 (а, в)

2. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу « Аффинные и евклидовы (точечные) пространства ».

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

1. В 4-х мерном аффинном пространстве исследовать взаимное расположение двух плоскостей.

2. В 4-х мерном евклидовом пространстве вычислить координаты ортогональной проекции точки на гиперплоскость.

Раздел 13. Квадрики.

Практическое занятие № 8.

Квадрики в аффинном пространстве. Цилиндрические и конические квадрики.

Обратить внимание на:

- Общее понятие квадрики.
- Центр квадрики.
- Невырожденные и центральные квадрики
- Определение и критерий цилиндрической квадрики.
- Определение конической квадрики и её критерий.

Решить на занятии :

1. Найти центры квадрик, заданных в аффинной системе координат Oe_i пространства A_3^* :

а) $2x_1^2 + 12x_2^2 + 4x_3^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 12x_2x_3 - 10x_1 + 14x_3 + 7 = 0$,

б) $2x_1^2 + 10x_2^2 - 2x_3^2 + 12x_1x_2 + 8x_2x_3 + 12x_1 + 4x_2 - 8x_3 - 1 = 0$.

2. Доказать, что квадрики, заданные в аффинной системе координат Oe_i пространства A_n^* , являются цилиндрическими. Определить размерность образующих.

а) A_3^* : $x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 + x_2 = 0$,

б) A_5^* : $x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_1 + x_2 - 15 = 0$.

3. Доказать, что квадрика $x_1^2 + x_2^2 + x_4^2 + 2x_1x_4 - 2x_1 - 6x_2 - 2x_4 + 10 = 0$, заданная в аффинной системе координат Oe_i пространства A_4^* , является конической. Определить плоскость вершин.

Домашнее задание:

1. Найти центры квадрик, заданных в аффинной системе координат Oe_i пространства A_3^* : а) $3x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3 - 4x_1 - 8x_3 - 8 = 0$,

б) $9x_1^2 + 5x_2^2 + 9x_3^2 - 12x_1x_2 - 6x_2x_3 + 12x_2 - 36x_3 = 0$.

2. Доказать, что квадрика $x_2^2 - x_3^2 - 15 = 0$, заданная в аффинной системе координат Oe_i пространства A_4^* , является цилиндрической. Определить размерность образующих.

3. Доказать, что квадрики, заданные в аффинной системе координат Oe_i пространства A_n^* , являются коническими. Определить плоскость вершин.

а) A_3^* : $x_1^2 + 5x_2^2 - 3x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 1 = 0$,

$$б) A_5^*: x_1^2 - 2x_2^2 - 3x_4^2 + x_5^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_5 - 2x_2x_5 - 6x_2x_4 = 0.$$

Практическое занятие № 9-10.

Приведение уравнения квадрики к нормальному виду в аффинном n-мерном пространстве. Аффинная классификация квадрик.

Обратить внимание на:

- Алгоритм приведения уравнения квадрики к нормальному виду в аффинном n-мерном пространстве.
- Нецилиндрические квадрики с единственным центром.
- Цилиндрические квадрики, имеющие центры.
- Нецилиндрические квадрики, не имеющие центров.
- Цилиндрические квадрики, не имеющие центров.

Решить на занятии : [2] 52.18 (а), 52.19 (а, г), 52.21 (а, в, д, и).

Домашнее задание: [2] 52.18 (б), 52.19 (б, в), 52.21 (б, г, е, з, к),

Практическое занятие №11.

Квадрики в евклидовом n-мерном пространстве. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

Обратить внимание на:

- Квадратичные функции на евклидовом пространстве.
- Квадрики в евклидовом пространстве.
- Приведение уравнения квадрики к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

Решить на занятии : [3] 718(1, 3, 5).

Домашнее задание: [3] 718(2,4,6).

Практическое занятие № 12.

Приведение уравнения квадрики к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.

Обратить внимание на:

- Приведение уравнения квадрики к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.
- Метрическая классификация квадрик в евклидовом 3-х-мерном пространстве.

Решить на занятии : [2] 52.22 (а, д, к, у), 52.23.

Домашнее задание:

1. [2] 52.22 (н, с, ф)
2. Подготовка к собеседованию по разделам « Аффинные и евклидовы (точечные) пространства» и «Квадрики»
3. Выполнение индивидуального домашнего задания по разделу «Квадрики» .

Примерное содержание индивидуального домашнего задания.

1. Привести уравнение квадрики к нормальному виду в аффинном пространстве. Найти формулы преобразования систем координат и соответствующий базис.
2. Привести уравнение квадрики к каноническому виду в евклидовом пространстве. Найти формулы преобразования систем координат и соответствующий базис.

Практическое занятие № 13.

Итоговое занятие по разделам «Аффинные и евклидовы (точечные) пространства» и «Квадрики».

Целью занятия является проверка знаний, умений и навыков по разделам «Аффинные и евклидовы (точечные) пространства» и «Квадрики». Со студентами проводится собеседование по теоретическому материалу и выполненным индивидуальным домашним заданиям по этим разделам.

Раздел 14. Теория групп.

Практическое занятие № 14.

Эквивалентные определения групп. Подгруппы.

Обратить внимание на:

- Эквивалентные определения групп.
- Примеры групп.
- Понятие и примеры подгрупп.
- Критерий того, чтобы подмножество группы было подгруппой, случай конечной группы.
- Пересечение подгрупп.
- Произведение (сумма) подгрупп.
- Подгруппу, порожденную подмножеством.
- Понятие циклической группы

Решить на занятии :

[2] 55.1(ж, з), 55.5(к, л), 55.6(в, д, т), 55.10.

Домашнее задание:

[2] 55.1(и, к), 55.5(а – ж), 55.6(а, б, е, ж).

Практическое занятие № 15.

Порядок элемента группы и экспонента группы.

Обратить внимание на:

- Порядок элемента группы.
- Порядок подстановки.
- Экспоненту группы.

Решить на занятии : [2] 56.3(а, в, д), 56.6(а, в), 56.7, 56.9, 56.11.

Домашнее задание: [2] 56.3(б, г, е), 56.6(б, г), 56.8, 56.10, 56.12.

Практическое занятие № 16.

Разложение группы в смежные классы.

Обратить внимание на:

- Разложение группы в смежные классы.
- Теорема Лагранжа.

Решить на занятии : [2] 56.36(б, д, ж, л).

Домашнее задание: [2] 56.36(оставшиеся).

Практическое занятие № 17.

Разложение группы в классы сопряженных элементов.

Обратить внимание на:

- Разложение группы в классы сопряженных элементов.

- Нормализатор подмножества и центр группы.
- Критерий сопряженности подстановок.

Решить на занятии : [2] 57.30(а), 57.31, 57.32(а), 57.33, 57.35(б).

Домашнее задание: [2] 57.30(б), 57.32(б), 57.35(а, в).

Практическое занятие № 18.

Гомоморфизмы групп. Нормальные делители и фактор группы.

Обратить внимание на:

- Понятие гомоморфизма.
- Ядро гомоморфизма
- Эпиморфизмы и изоморфизмы.
- Конгруэнции на группе и нормальные делители.
- Свойства нормальных делителей.
- Фактор группы.
- Теорема об эпиморфизме.

Решить на занятии : [2] 58.3, 58.4(б), 58.5, 58.29(а, в), 58.38.

Домашнее задание: [2] 58.4(а, в), 58.29(б, г), 58.34.

Практическое занятие №19.

Циклические группы и их подгруппы. Разложение конечной циклической группы в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

Обратить внимание на:

- Описание циклических групп и их подгрупп.
- Сумма и пересечение подгрупп циклической группы.
- Разложение конечной циклической группы в прямую сумму примарных циклических подгрупп.

Решить на занятии : [2] 56.13, 56.14(а, б), 56.15(а, в, д), 56.15(б, г, д).

Домашнее задание: [2] 56.14(в, г), 56.15(б, г, е, ж), 56.15(а, в).

Практическое занятие № 20.

Конечные абелевы группы.

Обратить внимание на:

- Теорема о строении конечной абелевой группы.
- Тип конечной абелевой группы.
- Критерии цикличности абелевой группы.

Решить на занятии : [2] 60.39(г, д, ж), 60.40, 60.42(а, в), 60.43(а, в), 60.45(а).

Домашнее задание: [2] 60.39(оставшиеся), 60.42(б, г), 60.43(б, г), 60.45(б).

Раздел 15. Теория колец и полей.

Практическое занятие № 21.

Кольца и подкольца. Отношение делимости в кольцах и областях целостности.

Обратить внимание на:

- Определение кольца и примеры колец.
- Понятие и примеры подколец.

- Отношение делимости в кольцах.
- Свойства отношения делимости в областях целостности.
- Простые и составные элементы области целостности.

Решить на занятии :

- Выяснить, какие из множеств являются кольцами и какие полями
 - множество комплексных чисел вида $a + bi$, где $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$;
 - числа вида $a + b\sqrt{3}$ с рациональными a и b ;
 - матрицы порядка n с целыми элементами относительно сложения и умножения матриц;
 - множество классов вычетов по модулю b .
- Выяснить, какие из множеств являются подкольцами указанных колец
 - множество комплексных чисел вида $a + bi$ с чётными a и b в кольце $\mathbb{Z}[i]$;
 - пересечение подколец кольца K ;
 - множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, где a и b целые, в кольце матриц второго порядка;
 - необратимые элементы кольца $\mathbb{Z}_{12}$ в этом кольце. 1. Докажите, что элементы $2, -2, 2i, -2i$ приводимы в кольце $\mathbb{Z}[i]$;
 - Докажите, что элементы $3, -3, 3i, -3i$ неприводимы в кольце $\mathbb{Z}[i]$.
 - Какие из элементов приводимы в кольце $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$:
 $6x^2 + 2, 4x^2 - 1, 6$?
 - Найдите все нетривиальные делители 6 в кольце $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$.

Домашнее задание:

- Выяснить, какие из множеств являются кольцами и какие полями
 - чётные числа;
 - числа вида $a + b\sqrt{2}$ с целыми a и b ;
 - многочлены от одной переменной с целыми коэффициентами относительно сложения и умножения многочленов;
 - множество классов вычетов по модулю 5 .
- Выяснить, какие из множеств являются подкольцами указанных колец
 - множество комплексных чисел вида $a + bi$, где $a = b$ в кольце $\mathbb{Z}[i]$;
 - множество натуральных чисел в кольце целых чисел;
 - множество многочленов с чётными свободными членами;
 - множество чисел вида $m + n\sqrt{3}$, где m и n – чётные в кольце $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.
- Докажите, что элементы $13, -13, 13i, -13i$ приводимы в кольце $\mathbb{Z}[i]$.
- Какие из элементов приводимы в кольце $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$:
 $6x^2 - 2, x^3 - 2, 1$?

Практическое занятие № 22.

Идеалы. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца.

Обратить внимание на:

- Главные идеалы.
- Идеалы кольца.
- Делимость идеалов.
- Кольца главных идеалов.
- Разложение элементов на простые множители в кольцах главных идеалов.

– Евклидовы кольца.

Решить на занятии :

1. Являются ли идеалами:

а) Z в кольце $Z[i]$;

б) $\{a + ai \mid a \in Z\}$ в кольце $Z[i]$?

2. Докажите, что в кольце $Z[i\sqrt{5}]$ не существует наибольшего общего делителя чисел 6 и $2 + 2i\sqrt{5}$.

3. Выполните деление с остатком в кольце $Z[i]$:

а) $-11 + 13i$ на $3 - i$,

б) $3 + 5i$ на $7 + i$.

4. Принадлежит ли многочлен $3x^5 - 4x^4 + x^2 - 7x + 1$ идеалу $(x^2 - 2)$ кольца $Q[x]$?

5. Покажите, что в кольце $Z[i\sqrt{3}]$ число 4 разлагается в произведение неприводимых сомножителей двумя существенно различными способами.

Домашнее задание:

1. Являются ли идеалами:

а) Z в кольце $Z[x]$;

б) множество многочленов с чётными старшими коэффициентами в кольце $Z[x]$?

2. Докажите, что в кольце $Z[i\sqrt{5}]$ числа 2 и $1 + i\sqrt{5}$ взаимно просты.

3. Выполните деление с остатком в кольце $Z[i]$:

а) 32 на $2 + 3i$,

б) $15 + 4i$ на $1 - 2i$.

4. Принадлежит ли многочлен $4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ идеалу $(x^2 - 2)$ кольца $Q[x]$?

5. Покажите, что в кольце $Z[i\sqrt{5}]$ число 6 разлагается в произведение неприводимых сомножителей двумя существенно различными способами.

Практическое занятие № 23.

Гомоморфизмы колец. Фактор кольца.

Обратить внимание на:

– Гомоморфизмы колец.

– Ядро гомоморфизма.

– Сравнение и классы вычетов по идеалу.

– Фактор кольцо.

– Теорема об эпиморфизме

Решить на занятии :

Рассмотреть фактор кольцо по идеалу $(1+i)$ кольца $Z[i]$.

[2] 64.41(б), 64.42(а), 64.43, 64.55(а, б), 64.56.

Домашнее задание: [2] 64.41(а, в), 64.42(б), 64.44, 64.55(в), 64.62.

Практическое занятие № 24.

Поля, подполя и расширения полей.

Обратить внимание на:

– Определение и примеры полей.

– Подполя.

– Расширения полей.

Решить на занятии :

[2]66.2, 66.18(а, в), 66.19(а, б), 66.21, 66.24(а, в),

Домашнее задание:

[2]66.1, 66.18(в, г), 66.20, 66.24(в, г).

Практическое занятие № 25.

Простые и конечные расширения поля.

Обратить внимание на:

- Описание и изоморфизм простых расширений поля.
- Изоморфизм минимальных полей разложения многочлена.
- Вид элементов конечного расширения поля.

Решить на занятии :

1. Доказать, что каждое из чисел а) $\sqrt[3]{5}$, б) $2 + \sqrt[3]{5}$, в) $-1 + 2i$, г) $-1 + i\sqrt[3]{5}$ является алгебраическим, и найти его степень над $\mathbb{Q}$.

2. Доказать, что число $\alpha = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt[3]{5})}$ алгебраическое и что его степень не превосходит 12.

3. Указать какой-либо базис поля $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$, как векторного пространства над $\mathbb{Q}$. Написать закон умножения чисел из $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ в этом базисе.

4. В поле $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ найти выражение для числа $\frac{1}{1 + 3\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}$ в виде $b_0 + b_1\sqrt[3]{2} + b_2\sqrt[3]{4}$, где $b_0, b_1, b_2 \in \mathbb{Q}$.

5. Освободиться от α в знаменателе дроби $\frac{\alpha^2 - 3\alpha - 1}{\alpha^2 + 3\alpha + 1}$, если α - корень уравнения $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$.

Домашнее задание:

1. Доказать, что число α является алгебраическим, и найти минимальный многочлен числа α : а) $\alpha - 1$, б) $\alpha = i$, в) $\alpha = -1 + i\sqrt{3}$, г) $\alpha = 1 - 2\sqrt[3]{4}$

2. Доказать, что число α является алгебраическим, и найти многочлен (не обязательно минимальной степени), корнем которого является α :

а) $\alpha = \sqrt[5]{2} - \sqrt{2}$, б) $\alpha = \sqrt[5]{2} - \frac{1}{2}i$.

3. Указать какой-либо базис поля $\mathbb{Q}(2i)$ относительно $\mathbb{Q}$ и записать закон умножения чисел из $\mathbb{Q}(2i)$ в этом базисе.

4. Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{7}{1 - \sqrt[4]{2} + \sqrt{2}}$.

5. Освободиться от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби $\frac{\alpha}{\alpha^3 + 5}$, где $\alpha^3 - 2\alpha + 2 = 0$.

Практическое занятие № 26.

Конечные поля. Подполя конечного поля.

Обратить внимание на:

- Основные свойства конечных полей.
- Теоремы существования и единственности конечного поля.
- Условие, при котором $F_p[x]/(f)$ является полем.
- Описание подполей конечного поля.

Решить на занятии :

1. Показать, что кольцо $F_2[x]/(f)$, где $f(x) = x^4 + x^3 + x + 1$ не является полем. Найти число его элементов, все его обратимые элементы и обратные к ним.

2. Найти неприводимый многочлен над полем F_3 и с его помощью построить поле P из 9 элементов. Составить таблицы Кэли для операций сложения и умножения в P .

3. Найти неприводимый многочлен над полем F_2 и с его помощью построить поле P из 8 элементов. Составить таблицы Кэли для операций сложения и умножения в P .

Домашнее задание:

1. Доказать неприводимость над F_2 многочлена $f(x) = x^4 + x + 1$. Является ли кольцо $F_2[x]/(f)$ полем?

2. Составить таблицы Кэли для операций сложения и умножения в $F_2[x]/(f)$.

3. Найти все порождающие элементы в мультипликативной группе кольца $F_2[x]/(f)$.

4. Подготовка к контрольной работе №4.

Практическое занятие № 27.

Контрольная работа №4.

Целью занятия является проверка умений и навыков по разделам «Теория групп » и «Теория колец и полей ».

Примерное содержание контрольной работы № 4.

1. Является ли подмножество H подгруппой группы G ?

2. Найти разложение циклической группы порядка n по подгруппе, порожденной указанным элементом группы.

1. Найти порядок элемента фактор группы.

2. Найти все подгруппы мультипликативной группы кольца классов вычетов по указанному составному модулю.

3. В кольце K задано подмножество M .

а). Доказать, что M идеал в K .

б). Является ли M главным идеалом?

в). Найти смежные классы K по идеалу M .

г). В фактор кольце K/M найти делители нуля.

д). Является ли K/M полем?

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для обучающихся по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «Алгебра»
для студентов специальности **10.05.01 «Компьютерная безопасность»**
специализации «Информационно-аналитическая
и техническая экспертиза компьютерных систем»

Ставрополь
2025

Самостоятельная работа как важнейшая форма учебного процесса

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов в ВУЗе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения. Государственным стандартом предусматривается, как правило, 50% часов из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу студентов (далее СРС). В связи с этим, обучение в ВУЗе включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРС должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи профессионального образования – «подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности».

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание творческой активности и инициативы.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие студентов в практических занятиях, выполнение контрольных заданий и тестов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа студентов играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов – законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем "Консультант-плюс", "Гарант", глобальной сети "Интернет";
- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
- подготовку докладов и рефератов, написание курсовых и выпускных квалификационных работ;
- участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.

Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.

Цели и основные задачи СРС

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента – подготовкой специалиста и бакалавра с высшим образованием. При

организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Виды самостоятельной работы

В образовательном процессе высшего образовательного учреждения выделяется два вида самостоятельной работы – аудиторная, под руководством преподавателя, и внеаудиторная. Тесная взаимосвязь этих видов работ предусматривает дифференциацию и эффективность результатов ее выполнения и зависит от организации, содержания, логики учебного процесса (межпредметных связей, перспективных знаний и др.):

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основными видами самостоятельной работы студентов без участия преподавателей являются:

- формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);
- написание рефератов;
- подготовка к семинарам и лабораторным работам, их оформление;
- составление аннотированного списка статей из соответствующих журналов по отраслям знаний (педагогических, психологических, методических и др.);
- подготовка рецензий на статью, пособие;
- выполнение микроисследований;
- подготовка практических разработок;
- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.;
- компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости на базе электронных обучающих и аттестующих тестов.

(В зависимости от особенностей факультета перечисленные виды работ могут быть расширены, заменены на специфические).

Основными видами самостоятельной работы студентов с участием преподавателей являются:

- текущие консультации;
- коллоквиум как форма контроля освоения теоретического содержания дисциплин: (в часы консультаций, предусмотренных учебным планом);
- прием и разбор домашних заданий (в часы практических занятий);
- прием и защита лабораторных работ (во время проведения л/р);
- выполнение курсовых работ (проектов) в рамках дисциплин (руководство, консультирование и защита курсовых работ (в часы, предусмотренные учебным планом);
- выполнение учебно-исследовательской работы (руководство, консультирование и защита УИРС);
- прохождение и оформление результатов практик (руководство и оценка уровня сформированности профессиональных умений и навыков);
- выполнение выпускной квалификационной работы (руководство, консультирование и защита выпускных квалификационных работ) и др.

Организация СРС

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных качеств студентов и условий учебной деятельности.

Процесс организации самостоятельной работы студентов включает в себя следующие этапы:

- подготовительный (определение целей, составление программы, подготовка методического обеспечения, подготовка оборудования);
- основной (реализация программы, использование приемов поиска информации, усвоения, переработки, применения, передачи знаний, фиксирование результатов, самоорганизация процесса работы);
- заключительный (оценка значимости и анализ результатов, их систематизация, оценка эффективности программы и приемов работы, выводы о направлениях оптимизации труда).

Организацию самостоятельной работы студентов обеспечивают: факультет, кафедра, учебный и методический отделы, преподаватель, библиотека, ТСО, ИВТ, издательство и др.

Деятельность студентов по формированию и развитию навыков учебной самостоятельной работы.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления, саморефлексии и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Выполняя самостоятельную работу под контролем преподавателя студент должен:

- освоить минимум содержания, выносимый на самостоятельную работу студентов и предложенный преподавателем в соответствии с ФГОС ВО по данной дисциплине.
- планировать самостоятельную работу в соответствии с графиком самостоятельной работы, предложенным преподавателем.
- самостоятельную работу студент должен осуществлять в организационных формах, предусмотренных учебным планом и рабочей программой преподавателя.

– выполнять самостоятельную работу и отчитываться по ее результатам в соответствии с графиком представления результатов, видами и сроками отчетности по самостоятельной работе студентов.

студент может:

сверх предложенного преподавателем (при обосновании и согласовании с ним) и минимума обязательного содержания, определяемого ФГОС ВО по данной дисциплине:

- самостоятельно определять уровень (глубину) проработки содержания материала;
- предлагать дополнительные темы и вопросы для самостоятельной проработки;
- в рамках общего графика выполнения самостоятельной работы предлагать обоснованный индивидуальный график выполнения и отчетности по результатам самостоятельной работы;
- предлагать свои варианты организационных форм самостоятельной работы;
- использовать для самостоятельной работы методические пособия, учебные пособия, разработки сверх предложенного преподавателем перечня;
- использовать не только контроль, но и самоконтроль результатов самостоятельной работы в соответствии с методами самоконтроля, предложенными преподавателем или выбранными самостоятельно.

Самостоятельная работа студентов должна оказывать важное влияние на формирование личности будущего специалиста, она планируется студентом самостоятельно. Каждый студент самостоятельно определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет внеаудиторную работу по личному индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, времени и других условий.

Общие рекомендации по организации самостоятельной работы

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

- а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;
- б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение – это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков – важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность – способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда – умение получить справку и пользоваться информацией;

- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является *утреннее время (с 8 до 14 часов)*, причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем *послеобеденное* – (с 16 до 19 часов) и *вечернее* (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 – 15 мин, через 3 – 4 часа работы отдых должен быть продолжительным – около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать *учению 9-10 часов в день* (из них 6 часов в вузе и 3 – 4 часа дома). Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: *учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.*

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них – это аудиторная работа в вузе по

расписанию занятий, другая – внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 – 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе – это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут – работа, 5-10 минут – перерыв; после 3 часов работы перерыв – 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Самостоятельная работа студента – необходимое звено становления исследователя и специалиста

Прогресс науки и техники, информационных технологий приводит к значительному увеличению научной информации, что предъявляет более высокие требования не только к моральным, нравственным свойствам человека, но и в особенности, постоянно возрастающие требования в области образования – обновление, модернизация общих и профессиональных знаний, умений специалиста.

Всякое образование должно выступать как динамический процесс, присущий человеку и продолжающийся всю его жизнь. Овладение научной мыслью и языком науки является необходимой составляющей в самоорганизации будущего специалиста исследователя. Под этим понимается не столько накопление знаний, сколько овладение научно обоснованными способами их приобретения. В этом, вообще говоря, состоит основная задача вуза.

Специфика вузовского учебного процесса, в организации которого самостоятельной работе студента отводятся все больше места, состоит в том, что он является как будто бы последним и самым адекватным звеном для реализации этой задачи. Ибо во время учебы в вузе происходит выработка стиля, навыков учебной (познавательной) деятельности, рациональный характер которых будет способствовать постоянному обновлению знаний высококвалифицированного выпускника вуза.

Однако до этого пути существуют определенные трудности, в частности, переход студента от синтетического процесса обучения в средней школе, к аналитическому в высшей. Это связано как с новым содержанием обучения (расширение общего образования и углубление профессиональной подготовки), так и с новыми, неизвестными до сих пор формами: обучения (лекции, семинары, лабораторные занятия и т.д.). Студент получает не только знания, предусмотренные программой и учебными пособиями, но он также должен познакомиться со способами приобретения знаний так, чтобы суметь оценить, что мы знаем, откуда мы это знаем и как этого знания мы достигли. Ко всему этому приходят через собственную самостоятельную работу.

Это и потому, что самостоятельно приобретенные знания являются более оперативными, они становятся личной собственностью, а также мотивом поведения, развивают интеллектуальные черты, внимание, наблюдательность, критичность, умение оценивать. Роль преподавателя в основном заключается в руководстве накопления знаний (по отношению к первокурсникам), а в последующие годы учебы, на старших курсах, в совместном установлении проблем и заботе о самостоятельных поисках студента, а также контролирования за их деятельностью. Отметим, что нельзя ограничиваться только приобретением знаний, предусмотренных программой изучаемой дисциплины, надо постоянно углублять полученные знания, сосредотачивая их на какой-нибудь узкой определенной области, соответствующей интересам студента. Углубленное изучение всех предметов, предусмотренных программой, на практике является возможным, и хорошая организация работы позволяет экономить время, что создает условия для глубокого, систематического, заинтересованного изучения самостоятельно выбранной студентом темы.

Конечно, все советы, примеры, рекомендации в этой области, даваемые преподавателем, или определенными публикациями, или другими источниками, не гарантируют никакого успеха без проявления собственной активности в этом деле, т.е. они не дают готовых рецептов, а должны способствовать анализу собственной работы, ее целей, организации в соответствии с индивидуальными особенностями. Учитывая личные возможности, существующие условия жизни и работы, навыки, на основе этих рекомендаций, возможно, выработать индивидуально обоснованную совокупность методов, способов, найти свой стиль или усовершенствовать его, чтобы изучив определенный материал, иметь время оценить его значимость, пригодность и

возможности его применения, чтобы, в конечном счете, обеспечить успешность своей учебы с будущей профессиональной деятельности

Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы

С первых же сентябрьских дней на студента обрушивается громадный объем информации, которую необходимо усвоить. Нужный материал содержится не только в лекциях (запомнить его – это только малая часть задачи), но и в учебниках, книгах, статьях. Порой возникает необходимость привлекать информационные ресурсы Интернет.

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой – это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. *Первичное* – это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача *вторичного* чтения полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).

- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру.).

- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

- •Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

- Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

- Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

- «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

- Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные

сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют **четыре основные установки в чтении научного текста**:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких **видов чтения**:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
2. просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи, с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет

всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Практические занятия

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и

самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала – умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Подготовка к экзаменам и зачетам

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия – это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике – утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

– Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

– Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

– Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими рискованно. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

– Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

– Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

Вопросы для собеседований

Базовый уровень

Раздел 1. Системы линейных уравнений.

1. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатая матрица.
2. Системы линейных уравнений (основные понятия).
3. Метод последовательного исключения неизвестных.
4. Арифметические n -мерные векторы, действия над ними.
5. Линейная зависимость, базис и ранг системы арифметических n -мерных векторов.
6. Ранг матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы.
7. Критерии совместимости системы линейных уравнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.
10. Свойства решений системы линейных неоднородных уравнений.

Раздел 2. Определители n -го порядка.

1. Перестановки. Теорема о транспозиции.
2. Подстановки. Четность подстановки.
3. Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка.
4. Свойства определителей квадратной матрицы n -го порядка.
5. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. Теорема о произведении $a_{ij} A_{ij}$.
6. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Вычисление определителя n -го порядка.
7. Правило Крамера.

Раздел 3. Матрицы.

1. Матрицы однотипные, равные, квадратные. Нулевая матрица. Сложение матриц и его свойства.
2. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Свойства этих операций.
3. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
3. Формула для вычисления обратной матрицы. Условия существования обратной матрицы.

Раздел 4. Основы теории групп, колец и полей.

1. Алгебраическая операция (определение, примеры).
2. Основные свойства бинарных алгебраических операций.
3. Понятие алгебры как множества с алгебраическими операциями. Примеры алгебр.
4. Понятие группы (определение, примеры). Подгруппа. Основные свойства групп.
5. Понятие кольца (определение, примеры). Основные свойства колец.
6. Понятие поля. Поле рациональных и поле действительных чисел.

Раздел 5. Поле комплексных чисел.

1. Алгебраическая форма комплексного числа и действия над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Геометрическое представление комплексных чисел и действий над ними.
3. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
4. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
5. Извлечение корней n -степени из комплексного числа.

Раздел 6. Кольцо многочленов от одной переменной.

1. Кольцо многочленов над полем. Деление многочленов с остатком.
2. Делимость многочленов. Свойства делимости. Наибольший общий делитель многочленов.
3. Нахождение наибольшего общего делителя многочленов с помощью алгоритма Евклида.
4. Взаимно простые многочлены и их свойства.
5. Деление многочлена на x -с. Схема Горнера.
6. Понятие корня многочлена. Теорема Безу и следствия из нее.
7. Разложение многочленов на неприводимые над полем P множители. Каноническое разложение многочлена.
8. Формальная производная многочлена, ее свойства.
9. Теорема о неприводимом кратном множителе многочлена.
10. Кратные корни многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании.

Раздел 7. Многочлены над полями C, R и Q .

1. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
2. Разложение многочленов на неприводимые множители над полем комплексных чисел.
3. Формулы Виета.
4. Сопряженность комплексных корней многочленов с действительными коэффициентами.
5. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.
6. Решение уравнений 3-й степени.

7. Решение уравнений 4-й степени.
8. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами.
9. Интерполяционный многочлен, формула Лагранжа.
10. Интерполяционный многочлен и метод Ньютона для его построения.
11. Разложение рациональной дроби на простейших над полем комплексных чисел.
12. Разложение рациональной дроби на простейших над полем действительных чисел.

Раздел 8. Конечномерные пространства.

1. Определение и примеры линейных пространств.
2. Арифметическое пространство.
3. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис и ранг системы векторов.
4. Базис и размерность линейного пространства.
5. Конечномерные пространства. Их основные свойства. Координаты вектора, преобразование их при изменении базиса.
6. Определение и примеры подпространств. Критерий того, что подмножество пространства является подпространством.
7. Подпространство, порожденное конечной системой векторов пространства. Размерность и базис подпространства конечномерного пространства
8. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Его базис и размерность.
9. Сумма, пересечение и прямая сумма подпространств. Соотношение между размерностями суммы и пересечения конечномерных подпространств.

Раздел 9. Линейные, билинейные и квадратичные формы.

1. Определение линейной формы. Общий вид линейных форм в n -мерном пространстве.
2. Преобразование коэффициентов линейной формы при изменении базиса.
3. Определение билинейной формы. Общий вид билинейной формы в n -мерном пространстве.
4. Преобразование коэффициентов билинейной формы при изменении базиса.
5. Квадратичная форма. Соответствие между билинейными и квадратичными формами.
6. Привидение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
7. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Якоби.
8. Закон инерции квадратичных форм.
9. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
10. Определитель Грамма.
11. Неравенство Коши – Буняковского.

Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства.

1. Скалярное произведение. Матрица Грама. Евклидово пространство.
2. Ортогональная система векторов. Длина вектора. Ортогональные и ортонормированные базисы.
3. Процесс ортогонализации.
4. Ортогональное дополнение к подпространству.
5. Ортогональная проекция вектора на подпространство.

Раздел 11. Линейные операторы.

1. Линейные отображения векторных пространств. Задание линейных отображений матрицами.
2. Ядро и образ линейного отображения. Размерность ядра и образа.
3. Определение и примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора.
4. Действия над линейными операторами. Алгебра линейных операторов.
5. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису. Определитель, след и ранг линейного оператора.
6. Инвариантные подпространства.
7. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
8. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли.
9. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств линейного оператора.
10. Сопряженный оператор и его матрица.
11. Самосопряженные операторы. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора.
12. Изометрические операторы. Канонический вид матрицы унитарного оператора.
13. Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.

Раздел 12. Аффинные и евклидовы (точечные) пространства.

1. Определение аффинного пространства, изоморфизм.
2. Координаты точки в разных системах координат аффинного пространства.
3. Аффинные подпространства.
4. Аффинные отображения и преобразования.
5. Разложение аффинного преобразования в произведение параллельного переноса и преобразования, оставляющего на месте точку.
6. Евклидовы (точечные) пространства. Изоморфизм. Расстояние между точками.
7. Понятие перпендикуляра к плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
8. Определитель Грамма и объем параллелепипеда.
9. Движения евклидова пространства: определение, общие свойства и общая формула.
10. Классификация движений в 3-х-мерном евклидовом пространстве.

Раздел 13. Квадрики.

1. Квадратичные функции на аффинном пространстве.
2. Квадрики в аффинном пространстве. Центр квадрики.
3. Цилиндрические квадрики.
4. Конические квадрики.
5. Классификация квадрик в аффинном пространстве.
6. Метрическая классификация квадрик в 3-х-мерном евклидовом пространстве

Раздел 14. Теория групп.

1. Эквивалентные определения групп. Примеры групп: аддитивная группа целых чисел, мультипликативная группа корней n -й степени из единицы, мультипликативная группа обратимых матриц, аддитивная группа кольца, мультипликативная группа кольца с единицей.
2. Группа подстановок. Теорема Кэли, следствия. Разложение подстановки в произведение циклов и транспозиций. Четные и нечетные подстановки, теорема о декременте.

3. Понятие и примеры подгрупп. Критерий того, чтобы подмножество группы было подгруппой, случай конечной группы. Подгруппа четных подстановок. Пересечение подгрупп. Произведение (сумма) подгрупп. Прямая сумма подгрупп абелевой группы.

4. Подгруппа, порожденная подмножеством. Системы образующих группы подстановок и группы четных подстановок. Понятие циклической группы.

5. Порядок элемента группы. Порядок подстановки. Экспонента группы.

6. Разложение группы в смежные классы. Теорема Лагранжа.

7. Нормальные делители. Свойства нормальных делителей.

8. Описание циклических групп и их подгрупп. Аддитивная группа классов вычетов по произвольному модулю. Мультипликативная группа классов вычетов по простому модулю.

9. Сумма и пересечение подгрупп циклической группы. Разложение конечной циклической группы в прямую сумму примарных циклических подгрупп. Разложение аддитивной группы классов вычетов в прямую сумму примарных групп.

Раздел 15. Теория колец и полей.

1. Определение кольца. Примеры колец: кольцо целых чисел, кольцо целых гауссовых чисел, кольцо квадратных матриц, кольцо многочленов, кольцо классов вычетов. Понятие и примеры колец.

2. Отношение делимости в кольцах. Обратимые элементы. Области целостности. Свойства отношения делимости в областях целостности. Простые и составные элементы области целостности.

3. Главные идеалы. Идеалы кольца. Делимость идеалов.

4. Сравнение и классы вычетов по идеалу.

5. Определение и примеры полей: поле рациональных, действительных и комплексных чисел; поле классов вычетов по простому модулю.

6. Описание и изоморфизм простых расширений поля. Изоморфизм минимальных полей разложения многочлена. Вид элементов конечного расширения поля.

7. Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля.

Повышенный уровень

Раздел 1. Системы линейных уравнений.

1. Использование критериев совместности и определённости систем линейных уравнений при решении систем линейных уравнений с параметрами.

Раздел 2. Определители n-го порядка.

1. Группа подстановок.

2. Нахождение ранга матрицы методом окаймления минорами.

3. Исследование и решение общих систем линейных уравнений с помощью определителей.

Раздел 3. Матрицы.

1. Аддитивная группа однотипных действительных матриц.

2. Кольцо квадратных действительных матриц n-го порядка.

3. Группа квадратных невырожденных матриц n-го порядка.

Раздел 4. Основы теории групп, колец и полей.

1. Обратимые элементы кольца с единицей. Мультипликативная группа кольца.

2. Кольцо классов вычетов. Делители нуля кольца классов вычетов.

3. Поле классов вычетов

Раздел 5. Поле комплексных чисел.

1. Поле комплексных чисел (построение).
2. Группа корней n -степени из единицы.

Раздел 6. Кольцо многочленов от одной переменной.

1. Кольцо многочленов над кольцом и областью целостности.
2. Линейное представление наибольшего общего делителя двух многочленов.
3. Приводимые и неприводимые многочлены над полем P . Свойства неприводимых многочленов.

Раздел 7. Многочлены над полями C, R и Q .

1. Границы действительных корней многочленов.
2. Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.
3. Приводимость многочленов над полем рациональных чисел.
4. Рациональные дроби и действия над ними. Поле рациональных дробей.
5. Разложение рациональной дроби на простейшие.
6. Кольцо правильных рациональных дробей.

Раздел 8. Конечномерные пространства.

1. Изоморфизм пространств одинаковой размерности над одним полем

Раздел 9. Линейные, билинейные и квадратичные формы.

1. Сопряженное пространство. Дуальный базис.
2. Билинейные формы в комплексном n -мерном пространстве.
3. Квадратичные формы в комплексном n -мерном пространстве. Соответствие между билинейными и квадратичными формами в комплексном n -мерном пространстве.
4. Эрмитовы билинейные и квадратичные формы.

Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства.

1. Унитарное пространство.
2. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств.

Раздел 11. Линейные операторы.

1. Циклические подпространства.
2. Существование и единственность жордановой нормальной формы комплексной матрицы.
3. Канонический вид матрицы ортогонального оператора.
4. Пары квадратичных форм.

Раздел 12. Аффинные и евклидовы (точечные) пространства.

1. Группа аффинных преобразований и её подгруппа.
2. Группа движений. Аффинная и Евклидова геометрия с теоретико – групповой точки зрения.

Раздел 13. Квадрики.

1. Приведение квадрики к нормальному виду в пространстве A_n^* .
2. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.

Раздел 14. Теория групп.

1. Разложение группы в классы сопряженных элементов. Нормализатор подмножества и центр группы. Критерий сопряженности подстановок.

2. Конгруэнции на группе.
3. Фактор группы. Теорема об эпиморфизме.
4. Прямое произведение групп.
5. Критерий цикличности абелевой группы. Теорема о строении конечной абелевой группы.

Раздел 15. Теория колец и полей.

1. Кольца главных идеалов. Разложение элементов на простые множители в кольцах главных идеалов.
2. Евклидовы кольца.
3. Гомоморфизмы колец. Ядро гомоморфизма.
4. Фактор кольцо. Теорема об эпиморфизме
5. Поле корня и поле разложения многочлена, свойства. Понятие минимального поля разложения.

Примерное содержание индивидуальных домашних заданий.

Раздел 5. Поле комплексных чисел.

1. Вычислить в алгебраической форме.
2. Извлечь квадратный корень из комплексного числа в алгебраической форме.
3. Построить множество точек, изображающих комплексные числа, удовлетворяющие указанным условиям.
4. Вычислить в тригонометрической форме.
5. Решить уравнение $Ax^n = B$ над полем комплексных чисел.

Раздел 8. Конечномерные пространства.

В пространстве R^5 подпространство L_1 является множеством решений заданной системы линейных однородных уравнений, а подпространство L_2 задано системой образующих. Найти размерности и базисы подпространств $L_1, L_2, L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2$.

Раздел 9. Линейные, билинейные и квадратичные формы.

Задана квадратичная форма.

- 1) Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа и указать невырожденное линейное преобразование, приводящее к этому виду.
- 2) Найти ранг, индексы инерции и сигнатуру заданной квадратичной формы.
- 3) Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби.
- 4) Проверить закон инерции квадратичной формы.
- 5) Найти ранг заданной квадратичной формы с помощью её матрицы

Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства.

В пространстве R^5 подпространство L является множеством решений заданной системы линейных однородных уравнений.

- а) Найти ортогональный базис подпространства L .
- б) Найти базис ортогонального дополнения $L^\perp$ подпространства L .
- в) Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую указанного вектора на подпространство L .

Раздел 12. Аффинные и евклидовы (точечные) пространства.

1. В 4-х мерном аффинном пространстве исследовать взаимное расположение двух плоскостей.
2. В 4-х мерном евклидовом пространстве вычислить координаты ортогональной проекции точки на гиперплоскость.

Раздел 13. Квадрики.

1. Привести уравнение квадрики к нормальному виду в аффинном пространстве. Найти формулы преобразования систем координат и соответствующий базис.
2. Привести уравнение квадрики к каноническому виду в евклидовом пространстве. Найти формулы преобразования систем координат и соответствующий базис.

Примерное содержание контрольных работ.

Примерное содержание контрольной работы № 1.

1. Найти общее решение неоднородной системы линейных уравнений с использованием фундаментальной системы решений соответствующей однородной системы.
2. Вычислить по определению определитель 4-го порядка (с достаточным количеством нулей).
3. Найти по правилу Крамера указанное неизвестное из системы 4-х уравнений 4-мя неизвестными.
4. Исследовать систему двух уравнений с двумя неизвестными с параметром.
5. Решить матричным способом систему 3-х уравнений с 3-мя неизвестными.
6. Решить матричное уравнение вида $AX=B$ или $XA=B$, где A – вырожденная матрица порядка 2.

Контрольная работа №1 направлена на проверку умений и навыков по разделу 1 «Системы линейных уравнений», разделу 2 «Определители n-го порядка» и разделу 3 «Матрицы».

Примерное содержание контрольной работы № 2.

1. Найти $(f(x), g(x))$ и его линейное представление.
2. Определить кратность корня многочлена.
3. Отделить кратные множители многочлена.
4. Решить уравнение 3-й степени или 4-й степени.
5. Найти рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
6. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа или интерполяционный многочлен методом Ньютона.

Контрольная работа №2 направлена на проверку умений и навыков по разделу 6 «Кольцо многочленов от одной переменной» и разделу 7 «Многочлены над полями C , R и Q ».

Примерное содержание контрольной работы № 3.

1. Линейное преобразование действительного трехмерного пространства задано матрицей в некотором базисе
 - а). Вычислить матрицу линейного преобразования в другом базисе.
 - б). Найти собственные значения и собственные векторы. Выяснить, приводится ли матрица преобразования к диагональному виду в некотором базисе.
 - в). Представить пространство в виде прямой суммы корневых подпространств.
 - г). Найти жорданову форму матрицы.
2. Найти канонический базис матрицы ортогонального оператора.
3. Привести квадратичную форму к главным осям.

Контрольная работа №3 направлена на проверку умений и навыков по разделу 11 «Линейные операторы ».

Примерное содержание контрольной работы № 4.

1. Является ли подмножество H подгруппой группы G ?
2. Найти разложение циклической группы порядка n по подгруппе, порожденной указанным элементом группы.
3. Найти порядок элемента фактор группы.
4. Найти все подгруппы мультипликативной группы кольца классов вычетов по указанному составному модулю.
5. В кольце K задано подмножество M .
 - а). Доказать, что M идеал в K .
 - б). Является ли M главным идеалом?
 - в). Найти смежные классы K по идеалу M .
 - г). В фактор кольце K/M найти делители нуля.
 - д). Является ли K/M полем?

Контрольная работа №4 направлена на проверку умений и навыков по разделу 14 «Теория групп » и разделу 15 «Теория колец и полей ».