

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине

«Механика»

для студентов направления

20.03.01 Техносферная безопасность

Ставрополь

2026

Лабораторные работы по дисциплине «механика» проводят в процессе изучения данной дисциплины студентами направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» заочной формы обучения. Количество лабораторных работ и время, отведенное на их выполнение, предусмотрено соответствующей рабочей программой.

Лабораторные работы проводят в специально оборудованных аудиториях. К выполнению работ студенты допускаются при наличии конспекта лекций, чертежных принадлежностей и инженерного калькулятора. По окончании экспериментов студенты выполняют все необходимые расчеты и оформляют отчет к лабораторной работе в соответствии с требованиями, изложенными в данных методических указаниях.

Защита лабораторных работ проводится при наличии правильно оформленного отчета в устной форме или в форме тестирования.

Составитель: к.т.н., доц. В.Г. Терещенко

Рецензент: д.т.н., проф. В.Г. Копченков

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД СЛОЖЕНИЯ СИЛ ПЛОСКОЙ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ	4
Лабораторная работа 2. АНАЛИТИЧЕСКИЙ И ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ СЛОЖЕНИЯ СИЛ ПЛОСКОЙ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ	20

Лабораторная работа 1.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД СЛОЖЕНИЯ СИЛ ПЛОСКОЙ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Цель работы: получение навыков графического сложения векторов и определения неизвестных слагаемых.

Теоретическая часть

Для выполнения задания необходимо знать аксиомы статики.

1. Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю ($F_1=F_2$) и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны (рис. 1).

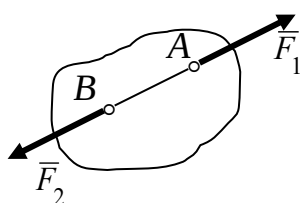


Рисунок 1 – Равновесие абсолютно твёрдого тела под действием двух сил

В конструкциях часто используют лёгкий (представляемый невесомым) стержень, который прикрепляют с помощью двух шарниров, расположенных по концам. На такой стержень действуют только две силы. При равновесии эти силы, согласно первой аксиоме, направлены вдоль прямой, соединяющей центры шарниров. По закону равенства действия и противодействия стержень действует на детали конструкции силами, направленными вдоль той же прямой.

Закон параллелограмма сил: *две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах.*

Вектор $\vec{R}$, равный диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 2), называется *геометрической суммой векторов F_1 и F_2* :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1)$$

Следовательно, закон параллелограмма сил соответствует правилу сложения векторов, известному из геометрии и векторной алгебры, и его можно еще сформулировать так: **две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, равную геометрической (векторной) сумме этих сил и приложенную в той же точке.**

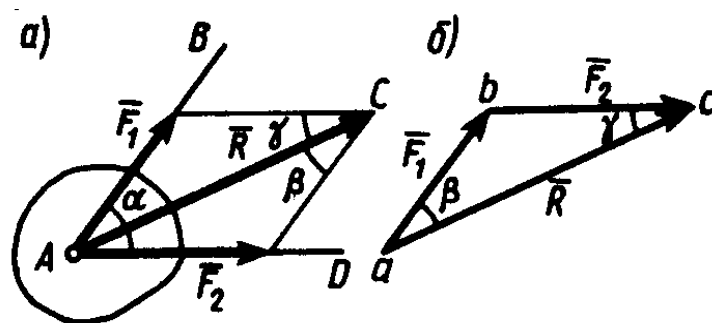


Рисунок 2 – Сложение двух сил: *a* – по правилу параллелограмма; *б* – построением силового треугольника

Систему сил, приложенных к одному твёрдому телу, называют *сходящейся*, если линии действия всех сил пересекаются в одной точке. Перенеся все силы к точке пересечения их линий действия, можно рассматривать такую систему как силы, приложенные к одной точке, или как *пучок сил*. Система сходящихся сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ эквивалентна одной равнодействующей силе $\vec{R}$, которую можно определить построением силового многоугольника

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad \text{или в упрощённой записи} \quad \vec{R} = \sum \vec{F}_k. \quad (2)$$

Слагаемые являются векторами, и сложение производится геометрически в любой последовательности. Сила $\vec{R}$ приложена в точке пересечения линий действия всех слагаемых сил. Но она может быть перенесена вдоль своей линии действия.

Для нахождения графическим способом суммы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 3, а) откладываем от произвольной точки *O* (рис. 3, б) вектор $\vec{Oa}$, изображающий в выбранном масштабе силу $\vec{F}_1$, от точки *a* – вектор $\vec{ab}$, изображающий силу $\vec{F}_2$, от точки *b* – вектор $\vec{bc}$, изображающий силу $\vec{F}_3$, и т.д.; от конца *m* предпослед-

него вектора откладываем вектор $\overline{mn}$, изображающий силу $\vec{F}_n$. Соединяя начало первого вектора с концом последнего, получаем вектор $\overline{On} = \vec{R}$, изображающий геометрическую сумму или главный вектор слагаемых сил:

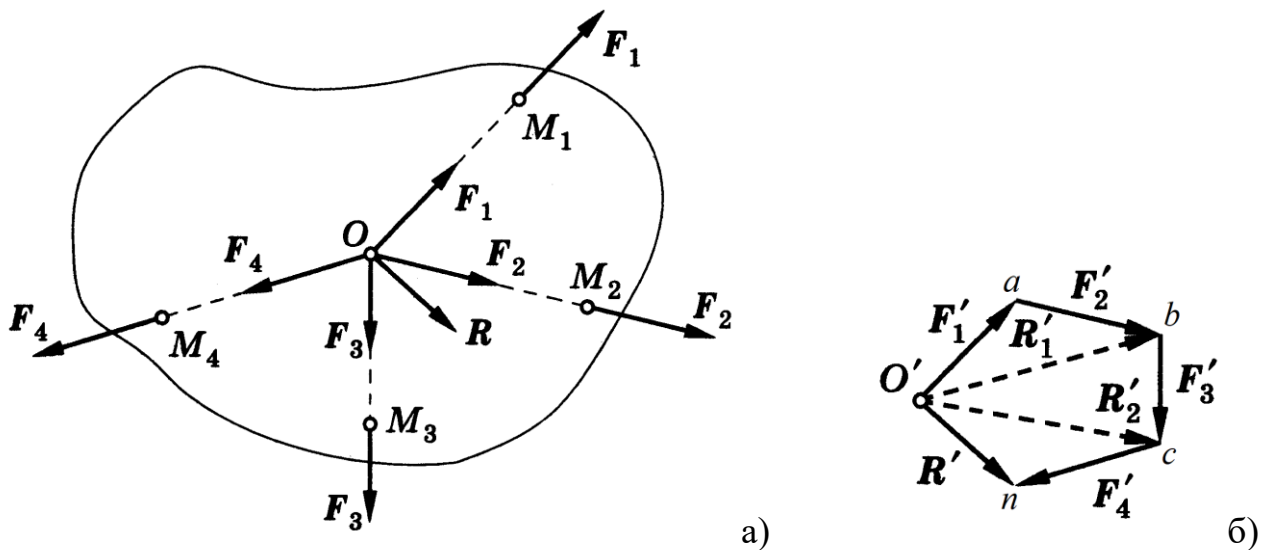


Рисунок 3 – Система сходящихся сил и её геометрическая сумма (главный вектор) $\vec{R}$, являющийся равнодействующей

Для равновесия системы сходящихся сил, приложенных к твёрдому телу, необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая была равна нулю.

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^{k=n} \vec{F}_k = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0. \quad (3)$$

В геометрической форме необходимое и достаточное условие равновесия системы сходящихся сил выражается в том, чтобы силовой многоугольник, построенный из этих сил, был замкнутым (рис. 4). В замкнутом многоугольнике сил все силы направлены по контуру многоугольника в одну сторону по обходу многоугольника.

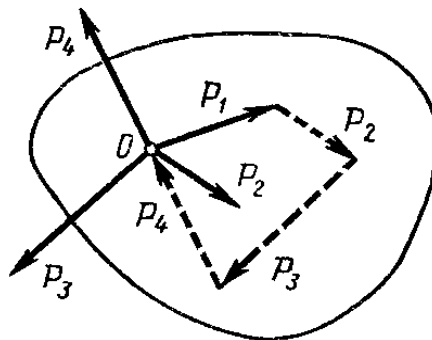


Рисунок 4 – Уравновешенная система сходящихся сил

Из условий равновесия системы сходящихся сил в пространственной задаче можно определить три неизвестных, а в плоской задаче – две неизвестных. В качестве неизвестных в плоской системе сходящихся сил могут выступать:

- а) модуль и направление одной силы;
- б) модуль одной из сил и направление второй;
- в) направления двух сил данной системы;
- г) модули двух сил.

Направление силы на плоскости выражается величиной угла между вектором силы и заданным направлением (другой силы). Точки приложения сил можно переносить вдоль их линий действия, не изменяя условие равновесия, поэтому положение точки приложения силы на линии действия не определяется. Точкой приложения всех сил системы сходящихся сил можно считать точку пересечения их линий действия.

Можно выделить три метода нахождения неизвестных составляющих векторных величин (три метода решения задач): графический, графоаналитический, аналитический.

Графический метод предполагает изображение многоугольника сил в выбранном масштабе. Неизвестные величины модулей и направлений получают измерением на чертеже. Метод непригоден для пространственной системы сил и имеет невысокую точность, определяемую точностью построений и измерений. Но графический метод – самый наглядный метод.

Задача 1 и её решение

Фонарь весом 90 Н подвешен на кронштейне ВАС (рисунок 5). Определить реакции горизонтального стержня АВ и наклонной тяги АС, если угол ВАС равен $\alpha=30^\circ$, крепления в точках А, В и С шарнирные.

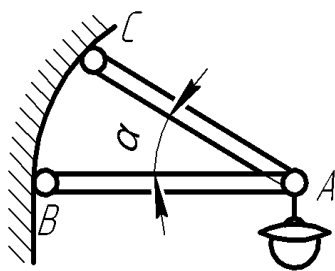


Рисунок 5 – Схема кранштейна

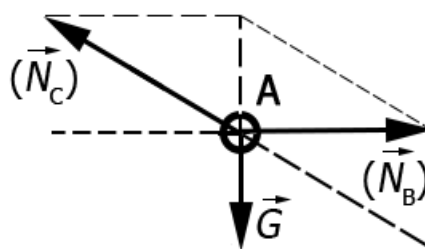


Рисунок 6 – Силы, действующие на шарнир А. В скобках – те силы, модули которых не известны.

Анализ условий задачи 1.

Линия действия силы $\vec{G}$ – веса фонаря проходит через точку A , в которой фонарь подвешен. Но точка A неподвижна благодаря действию приложенных к ней сил реакции со стороны стержней $\vec{N}_B$ и $\vec{N}_C$. От шарнира к шарниру через стержень любой формы передаётся только сила, линия действия которой проходит через центры шарниров. Следовательно, линия действия $\vec{N}_B$ – это прямая AB , линия действия $\vec{N}_C$ – это прямая AC . Точка A находится в равновесии под действием трёх сходящихся сил, расположенных в одной плоскости (рис. 6). Сила $\vec{G}$ известна полностью, у двух других сил известны линии действия, но неизвестны модули. Две неизвестных величины можно определить из одного векторного уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил.

Решение задачи 1 графическим методом

Так как шарнир A под действием трёх сил находится в равновесии, силовой треугольник, составленный из них, должен быть замкнутым. Выбираем произвольную точку D (рисунок 7) и откладываем от неё отрезок DE , изображающий силу $\vec{G}$. Если выбрать длину отрезка DE , например, 22,5 мм, то масштаб изображения сил

$$\mu_{\text{сил}} = \frac{G}{DE} = \frac{90 \text{ Н}}{22,5 \text{ мм}} = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

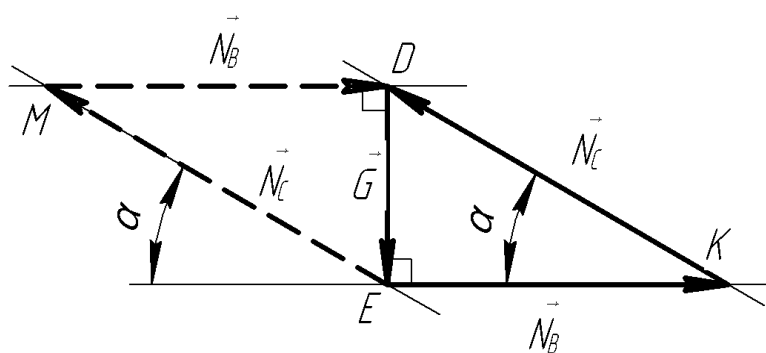


Рисунок 7 – Два варианта построения треугольника сил

Поскольку сила реакции стержня АВ перпендикулярна к $\vec{G}$, то через точку Е (или D) проводим вспомогательную прямую, перпендикулярную к DE. Поскольку сила реакции стержня АС проходит под углом $\alpha=30^\circ$ к АВ, отложенным по часовой стрелке, то через точку D (или E) проводим вспомогательную прямую под углом $\alpha=30^\circ$ к проведенной ранее вспомогательной прямой. Находим точку пересечения вспомогательных прямых К (или М). Полученный треугольник DEК (или DEM) изображает замкнутый многоугольник сил, действующих на точку А. Направления сил на полученных отрезках обозначаем стрелками так, чтобы начало следующего вектора совпало с концом предыдущего. Треугольник DEК соответствует порядку слагаемых $\vec{G} + \vec{N}_B + \vec{N}_C = 0$ (а треугольник DEM соответствует порядку слагаемых $\vec{G} + \vec{N}_C + \vec{N}_B = 0$). Измеряем на плане сил отрезки $EK=MD=39$ мм, $KD=EM=45$ мм. Следовательно,

$$N_B = \mu_{\text{сил}} \cdot |EK| = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}} \cdot 39 \text{ мм} = 156 \text{ Н},$$

$$N_C = \mu_{\text{сил}} \cdot |KD| = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}} \cdot 45 \text{ мм} = 180 \text{ Н}.$$

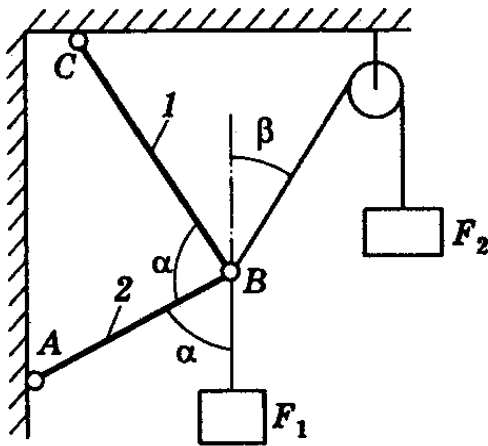
В рассмотренной задаче была задана одна сила – вес фонаря $\vec{G}$. Если будут заданы несколько сил, можно их сложить как векторы и получить одну силу – равнодействующую заданных сил.

Задача 2 и её решение

Задача 2. Два стержня соединены шарниром **В** между собой, а шарнирами **А** и **С** соединены с основанием (рисунок 8). К собранному таким образом кронштейну в точке **В** привязаны два каната, натянутые заданными силами F_1 и F_2 . Стержни и

канаты располагаются в одной плоскости, к которой перпендикулярны оси шарниров и ось блока, направляющего канат.

Определить продольные силы в стержнях BC (1) и BA (2). Собственный вес стержней и канатов, а также трение не учитывать.



Дано:

Значения углов: $\alpha=80^\circ$, $\beta=60^\circ$;

силы натяжения канатов:

$F_1=100$ кН, $F_2=75$ кН.

Рисунок 8 – Исходная схема к задаче 2

Решение задачи 2. Уточнение схемы конструкции.

Так как силы действуют только вдоль стержней и канатов, а вес стержней и канатов не учитывается, то не имеют значения длины стержней и канатов. Их можно изображать любой длины. Важны только направления, задаваемые углами.

Углы наклона стержней и канатов α и β различаются по вариантам задания (таблица 2), поэтому общую схему нужно уточнить, вычертить её в соответствии с заданными углами. На нашей схеме базой отсчёта всех углов служит вертикаль – направление первого каната и силы F_1 . От неё откладываем по часовой стрелке угол $\alpha=80^\circ$ и получаем направление стержня BA и линию действия силы N_A , с которой стержень 2 действует на шарнир B (рисунок 9).

От направления силы F_1 откладываем по часовой стрелке угол $2\alpha=160^\circ$ и получаем направление стержня BC и линию действия силы N_C , с которой стержень 1 действует на шарнир B .

От направления, противоположного силе F_1 , откладываем по часовой стрелке угол $\beta=60^\circ$ и получаем направление второго каната и силы F_2 (рисунок 9).

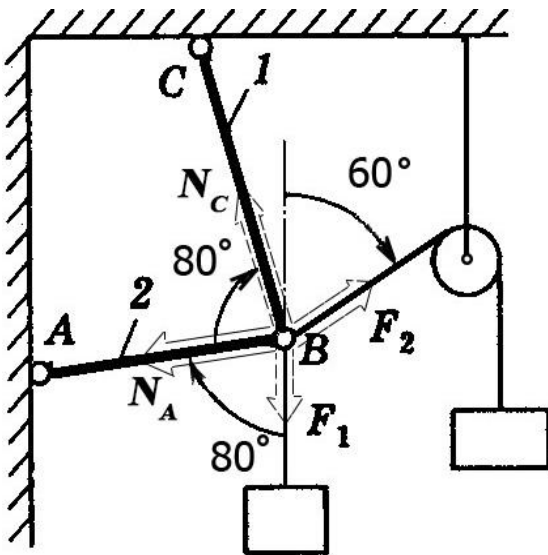


Рисунок 9 – Уточнённая по заданным углам схема конструкции

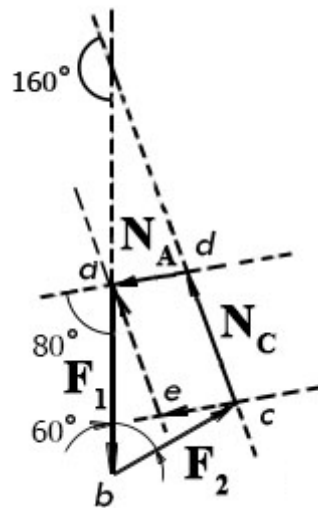


Рисунок 10 – План сил, действующих на шарнир B.

Решение графическим методом

Далее рассмотрим равновесие точки B под действием двух заданных сил F_1 , F_2 и двух сил реакции стержней N_A , N_C . **Построим план сил**, то есть цепочку сил (рисунок 10), приложенных к точке B кронштейна. Начинаем с известных сил F_1 и F_2 . Строим сумму $F_1 + F_2$ (или $F_2 + F_1$). От произвольной точки a проводим вектор ab произвольной длины, например 50 мм, изображающий силу F_1 . (Рисунок 10 и рисунок 11 (а)). Находим масштаб изображения силы

$$\mu_{\text{сил}} = \frac{F_1}{ab} = \frac{100 \text{ кН}}{50 \text{ мм}} = 2 \frac{\text{кН}}{\text{мм}}.$$

К силе F_1 прибавляем известную силу F_2 . Для этого из точки b конца первого слагаемого проводим луч в направлении силы F_2 (рисунок 10 и рисунок 11 (б)) под углом $\beta = 60^\circ$ по часовой стрелке к направлению, обратному вектору ab . На луче откладываем длину вектора bc , изображающего силу F_2 в том же масштабе

$$bc = \frac{F_2}{\mu_{\text{сил}}} = \frac{75}{2} \frac{\text{кН}}{\text{кН/мм}} = 37,5 \text{ мм}.$$

Сумму известных сил $F_1 + F_2$ (или $F_2 + F_1$) можно изобразить вектором ac , но не будем перегружать чертёж. Достаиваем замкнутый четырёхугольник неизвестными по модулю силами. Через точки a и c проводим вспомогательные прямые, параллельные силам N_A и N_C под углом $\alpha = 80^\circ$ и $2\alpha = 160^\circ$ соответственно к вектору ab

по часовой стрелке. (Штриховые линии на рисунке 10 и на рисунке 11 (в)). Находим точку пересечения линий действия d (или e). Получили замкнутый многоугольник векторов $abcd$ (или $abce$), который изображает многоугольник сил в масштабе 2 кН/мм (рис. 10 и рис. 11 (г)). Измеряем линейкой отрезок cd (или ea), получаем $|cd|=|ea|=37$ мм и находим модуль силы N_C :

$$N_C = \mu_{сил} cd = 2 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} 37 \text{ мм} = 74 \text{ кН}.$$

Измеряем линейкой отрезок da (или ce), получаем $|da|=|ce|=20$ мм и находим модуль силы N_A :

$$N_A = \mu_{сил} da = 2 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} 20 \text{ мм} = 40 \text{ кН}.$$

Стрелки векторов, изображающих неизвестные силы, на плане сил расставляем так, чтобы начало следующего вектора совпадало с концом предыдущего.

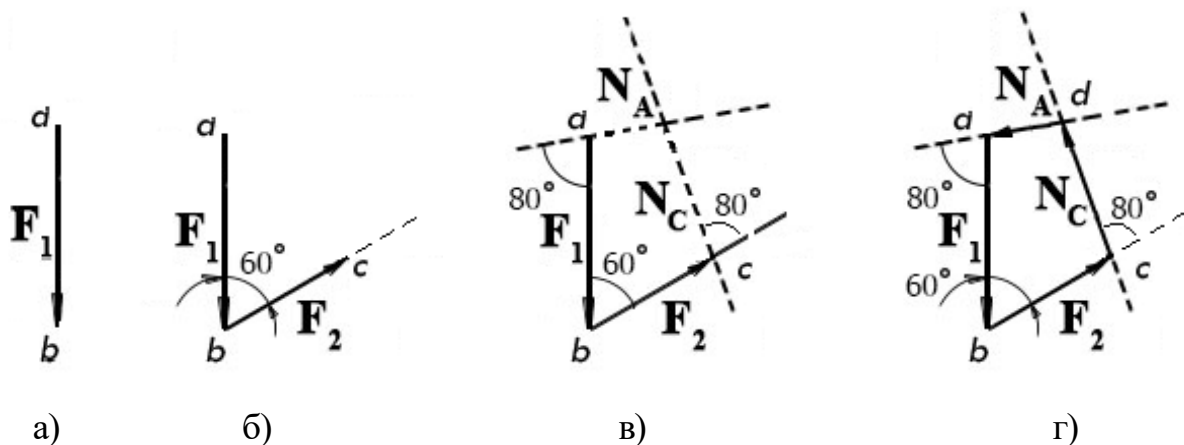


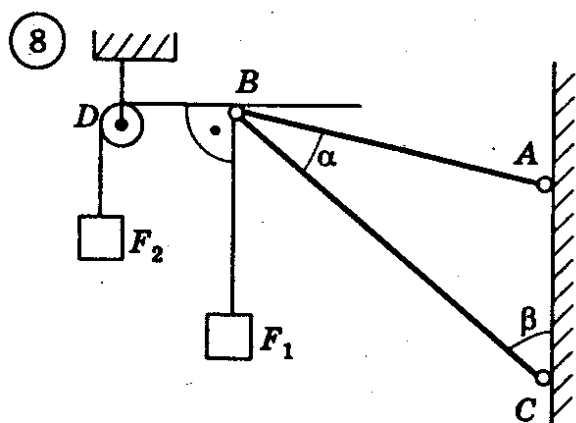
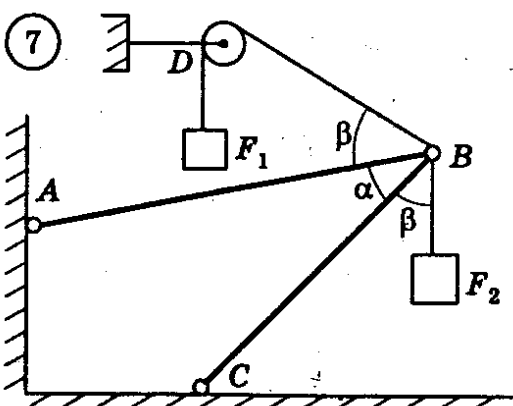
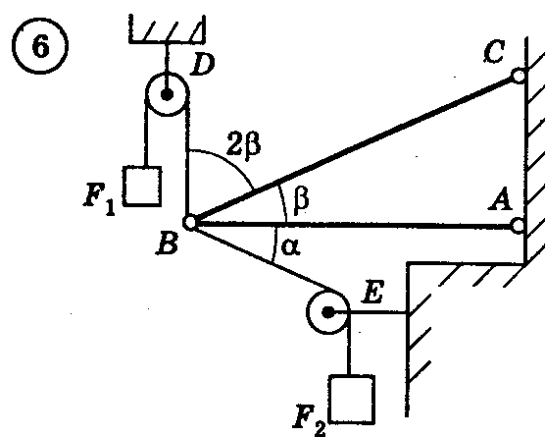
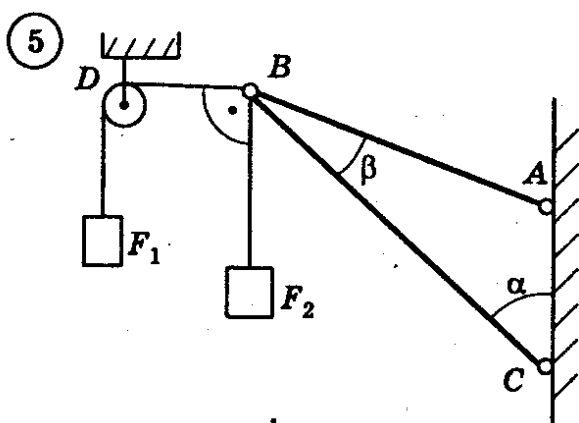
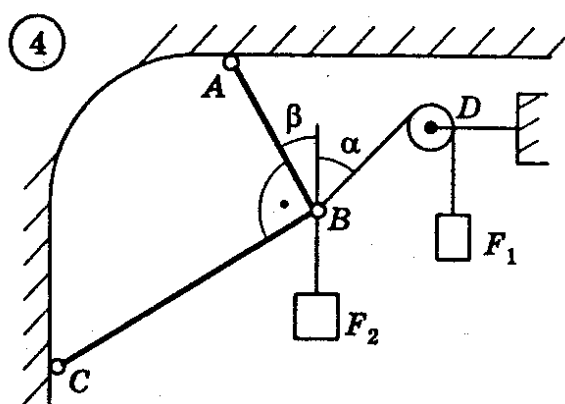
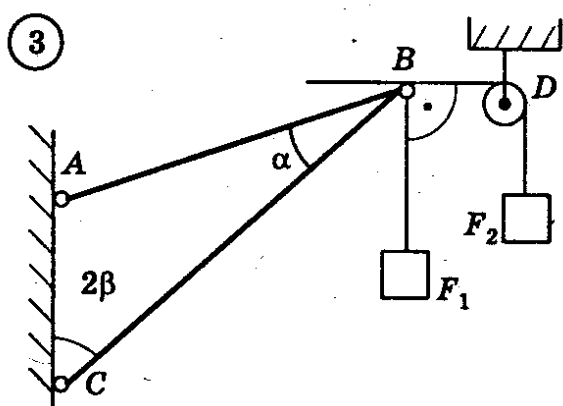
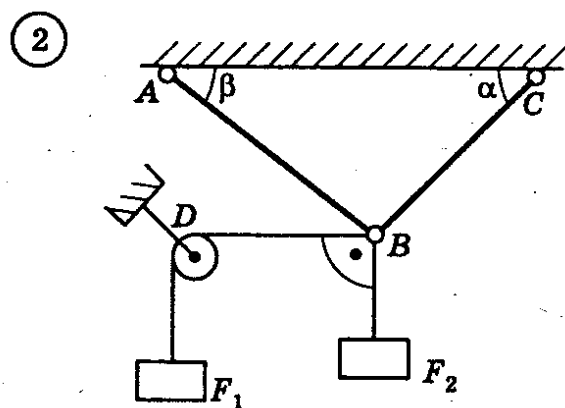
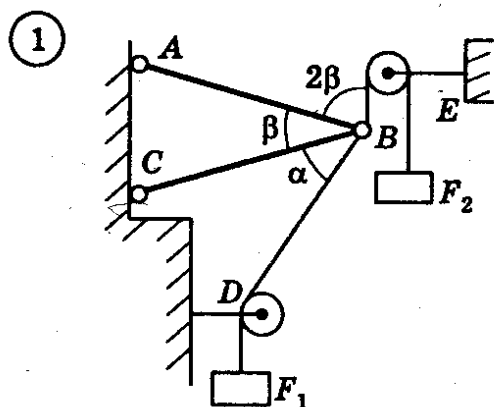
Рисунок 11 – Последовательность выполнения графических построений

Задание

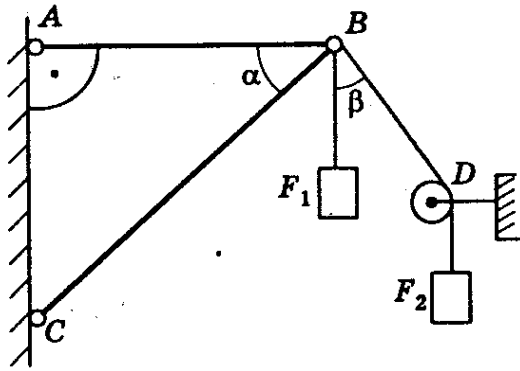
Для шарнирно-стержневой конструкции ABC , нагруженной в шарнире B , определить продольные силы в стержнях 1 и 2 графическим методом.

Схемы конструкций приведены в таблице 1. Как правило, номер схемы выбирается по номеру студента в списке группы. Числовые данные приведены в таблице 2. Номер варианта числовых данных, общий для всех студентов группы, назначает преподаватель.

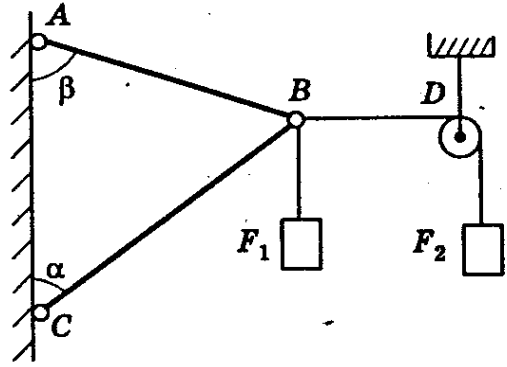
Таблица 1 – Схемы к заданию



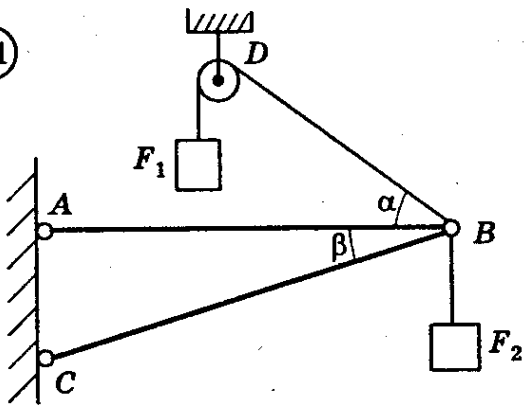
⑨



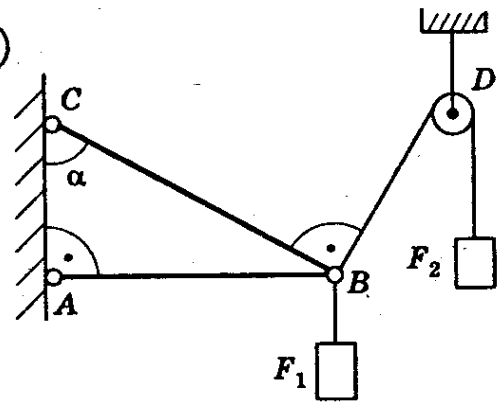
⑩



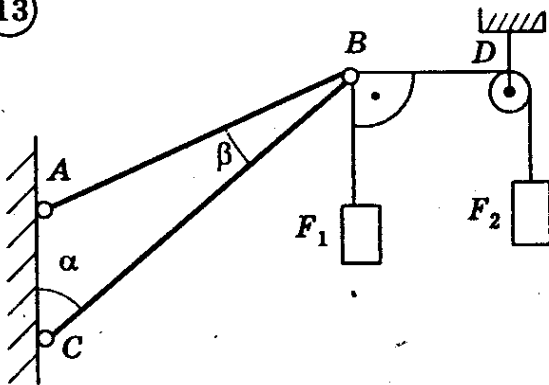
⑪



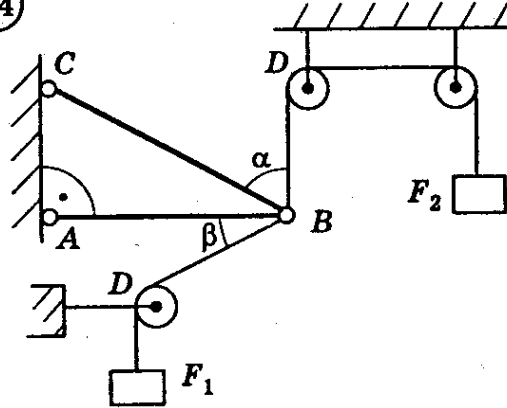
⑫



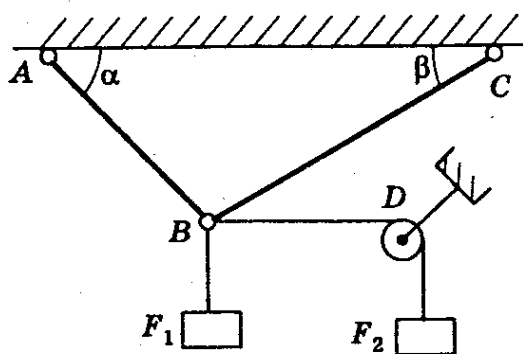
⑬



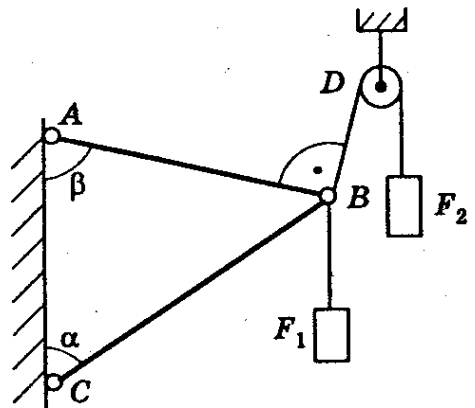
⑭

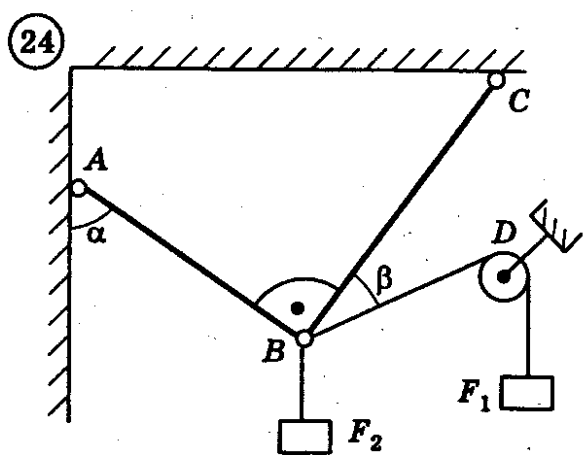
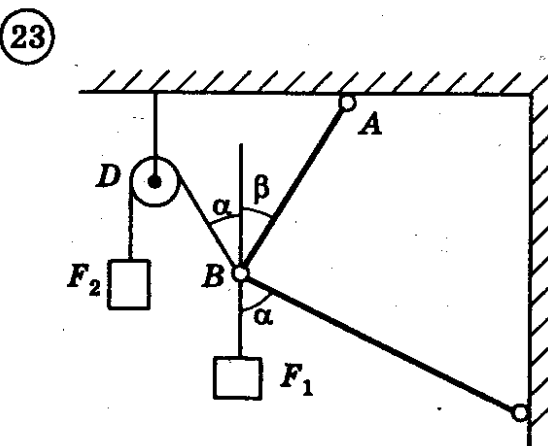
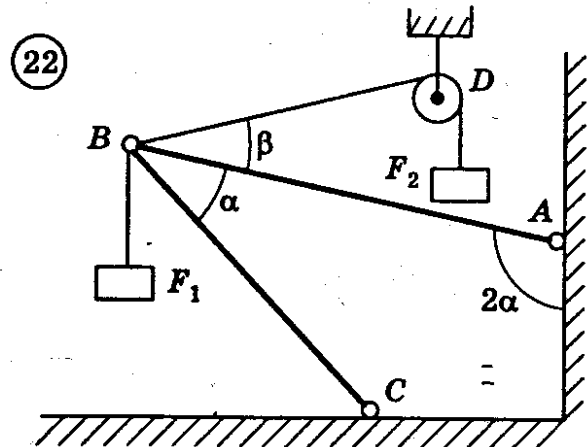
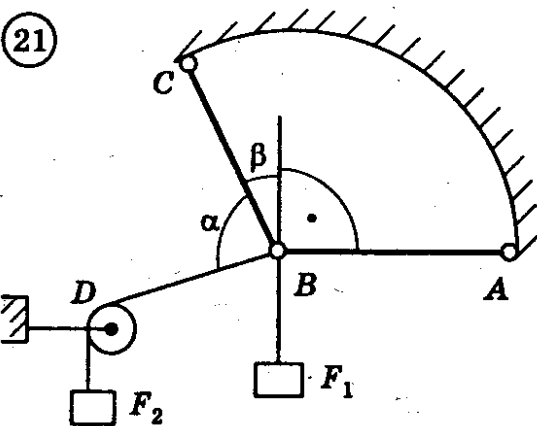
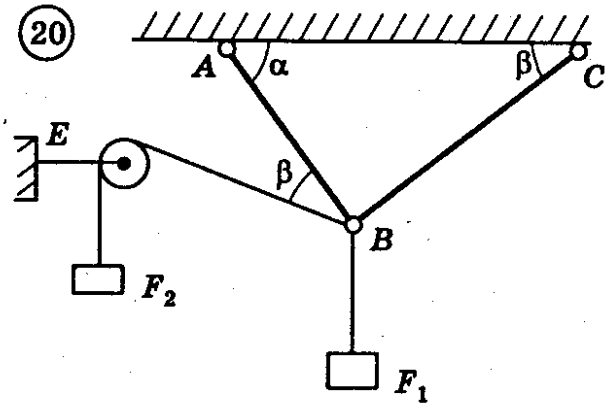
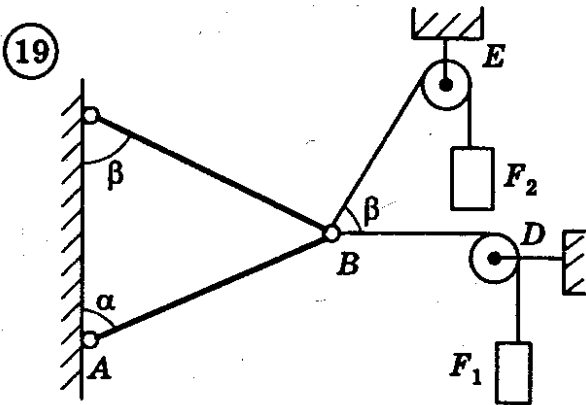
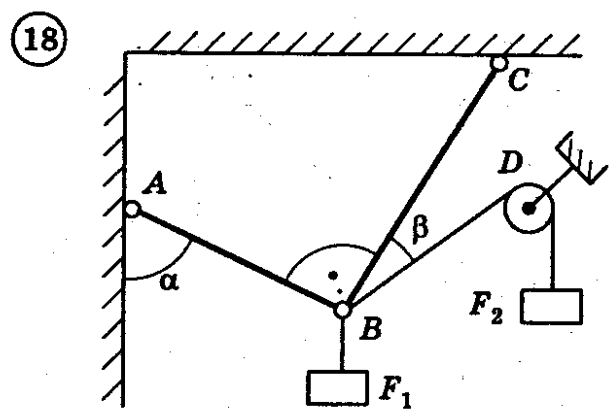
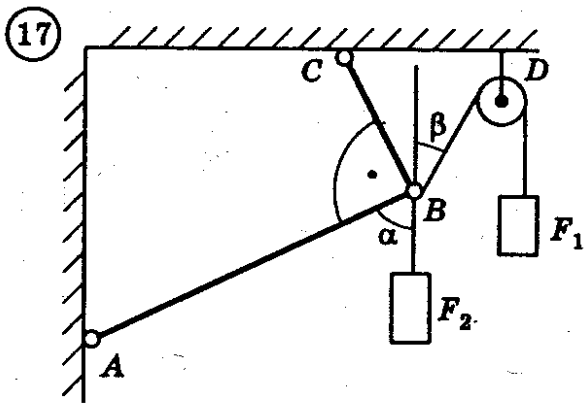


⑮

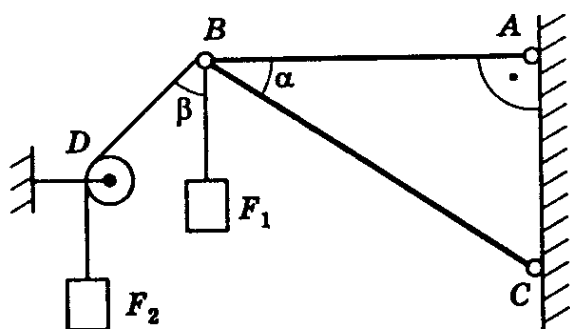


⑯

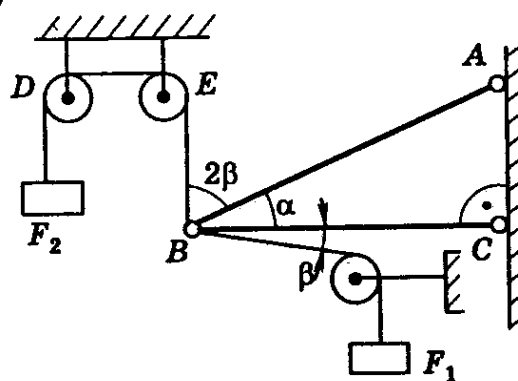




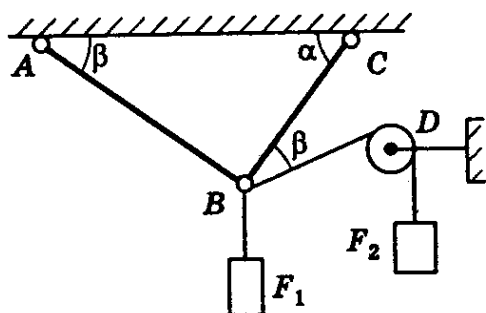
(25)



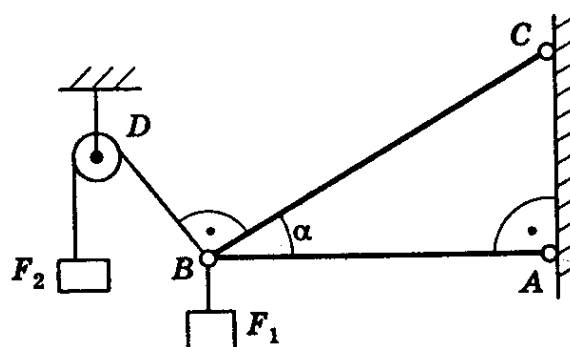
(26)



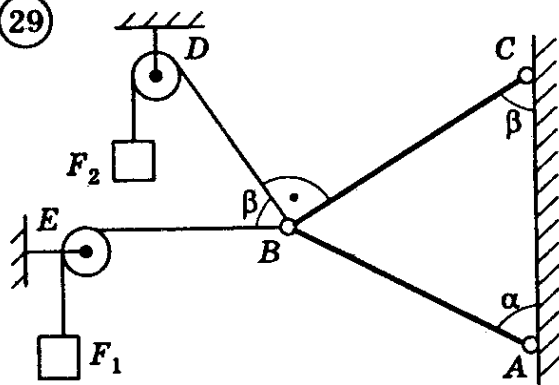
(27)



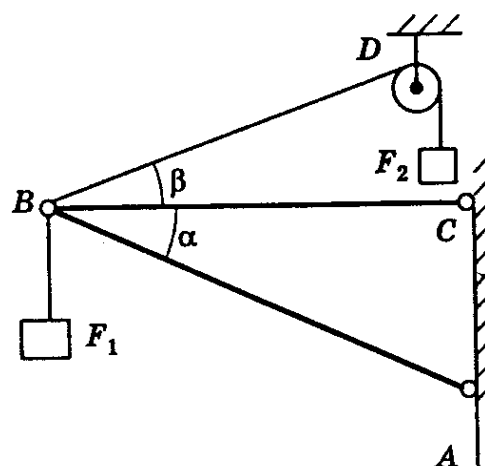
(28)



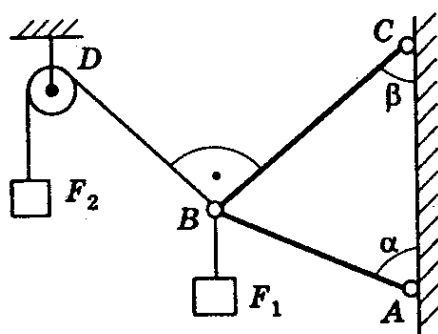
(29)



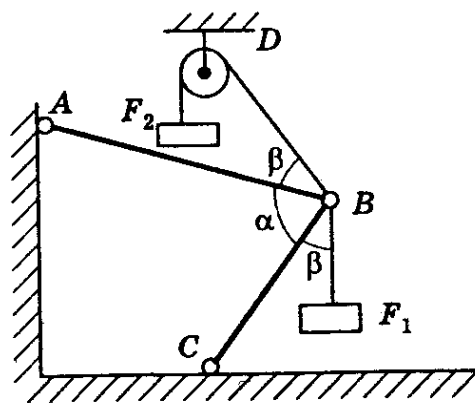
(30)



(31)



(32)



Каждой принципиальной схеме конструкции из таблицы 1 соответствует 15 возможных вариантов числовых значений в таблице 2. Студент должен перечертить схему, соответствующую его номеру в списке группы, выдерживая значения углов α и β наклона стержней и канатов, которые заданы всей студенческой группе по таблице 2.

Таблица 2 – Числовые данные для определения сил в стержнях (и проверки стержней на прочность – в одном из следующих занятий)

Номер варианта	Угол наклона, град		Модуль силы, кН		Площадь поперечного сечения стержня, см ²	
	α	β	F_1	F_2	A_1	A_2
1	50	40	100	90	10	16
2	40	30	140	100	12	14
3	50	20	120	100	14	12
4	60	10	100	90	16	10
5	70	10	90	80	18	8
6	80	20	80	120	8	10
7	80	30	100	70	10	12
8	70	40	120	80	12	14
9	60	50	110	90	14	16
10	50	30	140	100	16	18
11	30	40	100	140	18	20
12	40	20	90	130	20	18
13	30	50	120	80	18	16
14	50	60	70	100	16	14
15	30	60	100	130	10	14

Вопросы для проверки знаний

1. Условия равновесия абсолютно твёрдого тела под действием двух сил (первая аксиома статики).
2. Закон параллелограмма сил.
3. Сложение двух сил построением силового треугольника.
4. Линия действия силы.
5. Дайте определение системы сходящихся сил.
6. Каким образом можно перенести точку приложения силы, чтобы не изменить воздействие силы на абсолютно твёрдое тело?
7. Как определить равнодействующую $\vec{R}$ сходящейся системы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$?
8. В какой последовательности может производиться сложение векторов сил для определения равнодействующей?
9. Где приложена равнодействующая сила системы сходящихся сил?
10. Как можно перенести равнодействующую силу, чтобы не изменить её воздействия на абсолютно твёрдое тело?
11. Последовательность нахождения графическим способом суммы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$.
12. Условие равновесия системы сходящихся сил.
13. Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.
14. Три метода нахождения неизвестных составляющих векторных величин (три метода решения задач) для плоской системы сходящихся сил.
15. Какими параметрами можно описать силу, как векторную величину?
16. Какие неизвестные величины, характеризующие силу, можно определять из условия равновесия сходящейся системы сил?
17. Что изображают при решении задачи на равновесие сходящейся системы сил графическим методом?
18. Преимущество и недостаток графического метода решения задачи на равновесие сходящейся системы сил.

Дополнительные вопросы по данной задаче

19. Сжимаются или растягиваются стержни АВ, АС в первой задаче?
20. Бывает ли одинаковый масштаб изображения сил и чертежа конструкции?
21. Как определить направление силы в шарнирно закреплённом стержне графическим методом?
22. Как должны быть направлены стержни кронштейна, чтобы в них возникали одинаковые по модулю силы?
23. Как изменить наклон стержней, чтобы уменьшить силы в них?

Задание повышенной сложности:

Определить, при каких значениях углов α и β силы в стержнях не превысят 140 кН в каждом. Значения сил натяжения канатов F_1 и F_2 оставить прежними (таблица 2).

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА ПО ДАННОЙ ТЕМЕ

1 Селиванов, Ю.Т. Прикладная механика : учебное пособие / Ю.Т. Селиванов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2017. - 81 с. : ил. - Библиогр.: с. 77 - ISBN 978-5-8265-1807-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=499187> (13.04.2019).

2 Прикладная механика : учебное пособие / Х.С. Гумерова, В.М. Котляр, Н.П. Петухов, С.Г. Сидорин ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 142 с. : табл., граф., ил. - Библиогр.: с. 126. - ISBN 978-5-7882-1571-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428011> (10.09.2018).

3 Цыви́льский В. Л. Теоретическая механика. Учеб. для втузов / В. Л. Цыви́льский. – М. : Абрис, 2012. – 368 с.: ил. ISBN 978-5-4372-0079-7
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=117515>

АНАЛИТИЧЕСКИЙ И ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ СЛОЖЕНИЯ СИЛ ПЛОСКОЙ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ

Цель работы: получение навыков вычисления проекций сил, выбора направлений осей, составления уравнений равновесия.

Задача: определение неизвестных сил из условия равновесия сходящейся плоской системы сил аналитическим методом.

Теоретическая часть

Графоаналитический метод использует изображения как иллюстрации. Модули и направления находят, последовательно решая треугольники, которые получаются при сложении и вычитании двух векторов. Если $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, то по теореме косинусов модуль суммы равен

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

а углы треугольника и модули сил связаны теоремой синусов

$$\frac{R}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_2}{\sin \gamma}, \quad (2)$$

где α – угол между направлениями сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, β – угол между направлениями $\vec{F}_2$ и $\vec{R}$, γ – угол между направлениями $\vec{F}_1$ и $\vec{R}$. Этот метод удобен для задач о равновесии трёх сил.

Аналитический метод (метод проекций) заключается в проецировании векторного уравнения равновесия на оси координат и решении системы полученных уравнений.

Проекция силы (как и любого другого вектора) **на ось** есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, - проекция положительна, если тупой, - отрицательна, а если сила перпендикулярна оси, - её проекция на ось равна нулю. Так, для сил, изображённых на рис. 1.17

$$F_x = F \cos \alpha = ab, \quad Q_x = Q \cos \alpha_1 = -Q \cos \varphi = -de, \quad P_x = 0. \quad (1.6)$$

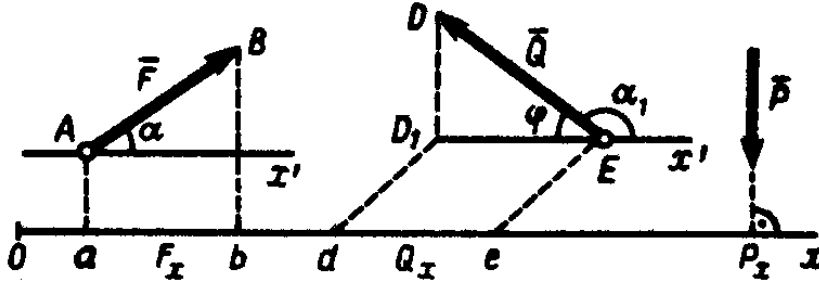


Рисунок 1.17 – Проекции силы на ось

Проекцию силы на ось будем обозначать той же буквой, которой обозначена сила, но с нижним индексом, указывающим наименование оси проекций (например, $\overline{F}_x$ и $\overline{F}_{1x}$, или прописной буквой X и X_1).

Проекция вектора суммы на какую-нибудь ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось.

$$R_x = \sum F_{kx}; \quad R_y = \sum F_{ky}; \quad R_z = \sum F_{kz}. \quad (3)$$

Вектор равен нулю, когда его модуль равен нулю

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0. \quad (4)$$

Для этого одновременно должны выполняться 3 условия

$$R_x = \sum F_{kx} = 0; \quad R_y = \sum F_{ky} = 0; \quad R_z = \sum F_{kz} = 0, \quad (5)$$

которые выражают необходимое и достаточное условие равновесия системы сходящихся сил в *аналитической форме*: для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую из трёх координатных осей были равны нулю.

Если все действующие на тело сходящиеся силы лежат в одной плоскости, то они образуют плоскую систему сходящихся сил, и остаются два условия равновесия

$$R_x = \sum F_{kx} = 0; \quad R_y = \sum F_{ky} = 0. \quad (6)$$

Знак минус у найденной проекции свидетельствует о её направлении в сторону, противоположную первоначально выбранной. Аналитический метод является универсальным.

ЗАДАЧА 1 И ЕЁ РЕШЕНИЕ

Фонарь весом 90 Н подвешен на кронштейне ВАС (рисунок 1). Определить реакции горизонтального стержня АВ и наклонной тяги АС, если угол ВАС равен $\alpha=30^\circ$, крепления в точках А, В и С шарнирные.

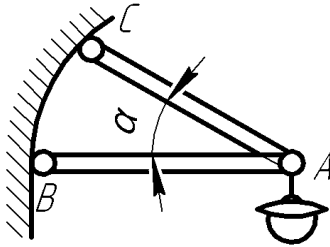


Рисунок 1

Решение графоаналитическим методом.

Изображаем силовой треугольник как в графическом методе, но только для наглядности, без определения масштаба. Т.к. стержень АВ расположен горизонтально, то он и сила $\vec{N}_B$ перпендикулярны направлению силы тяжести фонаря $\vec{G}$. Силовой треугольник является прямоугольным. Тогда

$$N_B = \frac{G}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{90}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 155,9 \text{ Н},$$

$$N_C = \frac{G}{\sin \alpha} = \frac{90}{\sin 30^\circ} = 180 \text{ Н}.$$

Решение аналитическим методом.

Выбираем направление осей координат: ось Ох – по горизонтали, ось Оу – по вертикали (рисунок 2). Составляем уравнения проекций сил на оси координат (6).

$$\sum F_{kx} = 0; \quad N_B - N_C \cos \alpha = 0.$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad N_C \sin \alpha - G = 0.$$

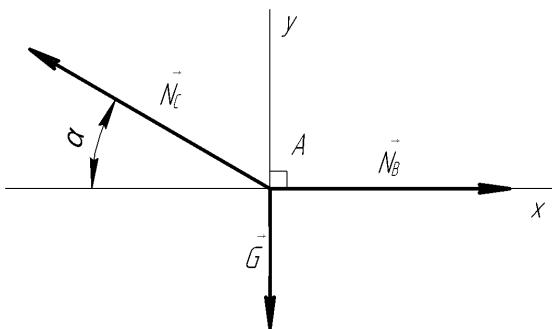


Рисунок 2

Из второго уравнения

$$N_C = \frac{G}{\sin \alpha} = \frac{90}{\sin 30^\circ} = 180 \text{ Н.}$$

Из первого уравнения $N_B = N_C \cos \alpha = 180 \cos 30^\circ = 155,9 \text{ Н.}$

Получение положительного значения силы подтверждает правильность выбора направления вектора силы на её линии действия. (Получение отрицательного значения свидетельствует о противоположном направлении вектора.). Ответы сравниваем с теми, что получены графическим методом решения в предыдущей работе.

В рассмотренной задаче была задана одна сила – вес фонаря $\vec{G}$. Если будут заданы несколько сил, можно сложить их проекции на соответствующие оси и получить проекции равнодействующей заданных сил. Далее решаем аналогично рассмотренной задаче.

Задача 2 и её решение

Задача 2. Шарнирно-стержневая конструкция ABC нагружена в шарнире B заданными силами натяжения канатов F_1 и F_2 (рисунок 3). Определить продольные силы: N_C – в стержне BC (1) и N_A – в стержне BA (2).

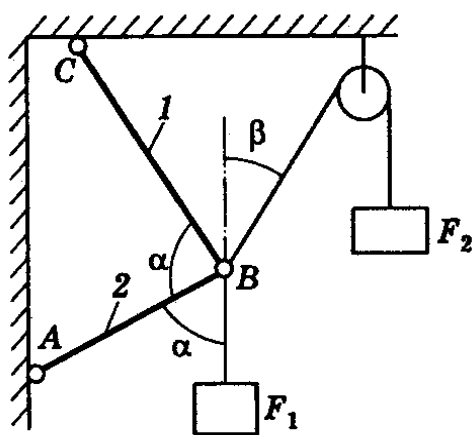


Рисунок 3 – Исходная схема к задаче 2, вычерченная при произвольных значениях углов α и β

Решение задачи 2 аналитическим методом

Заданы значения углов: $\alpha=80^\circ$, $\beta=60^\circ$,

и силы натяжения канатов: $F_1=100 \text{ кН}$, $F_2=75 \text{ кН}$.

Вычерчиваем схему в соответствии с заданными углами (рисунок 4).

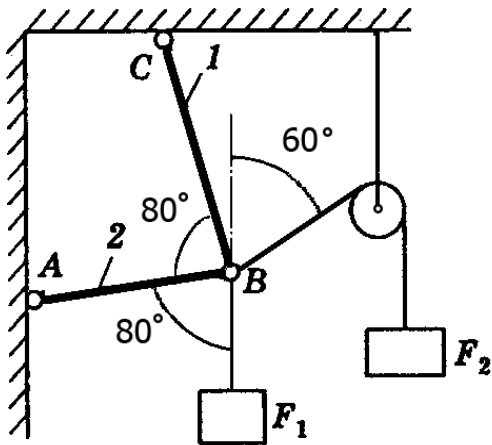


Рисунок 4 – Уточнённая по заданным углам схема конструкции

Вырезаем узел B и изображаем его отдельно с действующими на него силами. Длины векторов сил – произвольные (рисунки 5, 6, 7). Точка B находится в равновесии под действием четырёх сходящихся сил, расположенных в одной плоскости. Канаты тянут точку B в указанных на схеме направлениях с заданными силами F_1 и F_2 . Линия действия силы N_C реакции стержня BC проходит через шарниры B и C . Линия действия силы N_A реакции стержня BA проходят через шарниры B и A . Векторы N_A и N_C можно предварительно направить от точки B , или к ней. Если решение уравнения даст положительное числовое значение силы – значит направление выбрано верно, если отрицательное – значит реакция направлена в противоположную сторону.

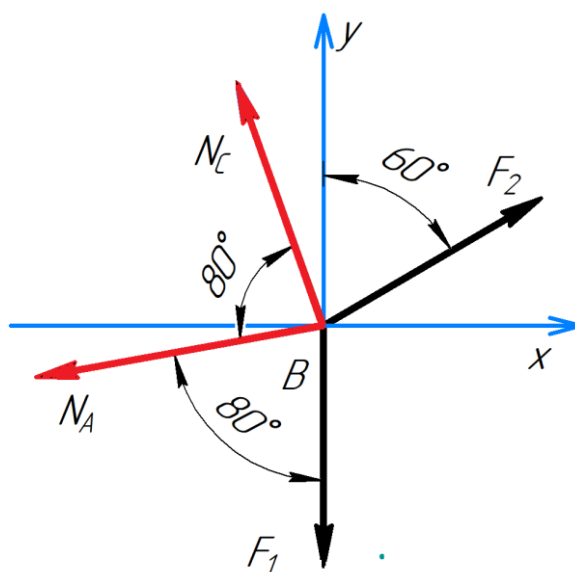


Рисунок 5 – Проецирование сил на оси x и y

Размещаем в точке B начало координат. Для нахождения двух неизвестных величин в плоской системе сил нам понадобятся две оси. Можно привычно направить ось x слева направо и ось y снизу вверх (рис. 5). Потом спроецировать все силы на каждую ось и приравнять эти суммы к нулю (формулы 6). Но в этом случае на каждую ось проецируются две неизвестных N_A и N_C . Придётся решать систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} -N_A \cos 10^\circ - N_C \cos 70^\circ + F_2 \cos 30^\circ + F_1 \cos 90^\circ &= 0 \\ -N_A \cos 80^\circ + N_C \cos 20^\circ + F_2 \cos 60^\circ - F_1 \cos 0^\circ &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Разделить неизвестные в уравнениях равновесия можно не только методами математики, но и методом механики. Воспользуемся тем, что $\cos 90^\circ = 0$. Проведём ось U перпендикулярно к неизвестной силе N_A , (рис. 6) чтобы исключить эту силу из суммы проекций на ось U .

Проведём ось V перпендикулярно к неизвестной силе N_C (рис. 7), чтобы исключить эту силу из суммы проекций на ось V . В таком случае каждое из двух уравнений будет содержать только одну неизвестную величину.

По схеме конструкции вычисляем углы между силами и осями. Обозначаем эти углы на рисунках 6 и 7. Составляем два уравнения равновесия.

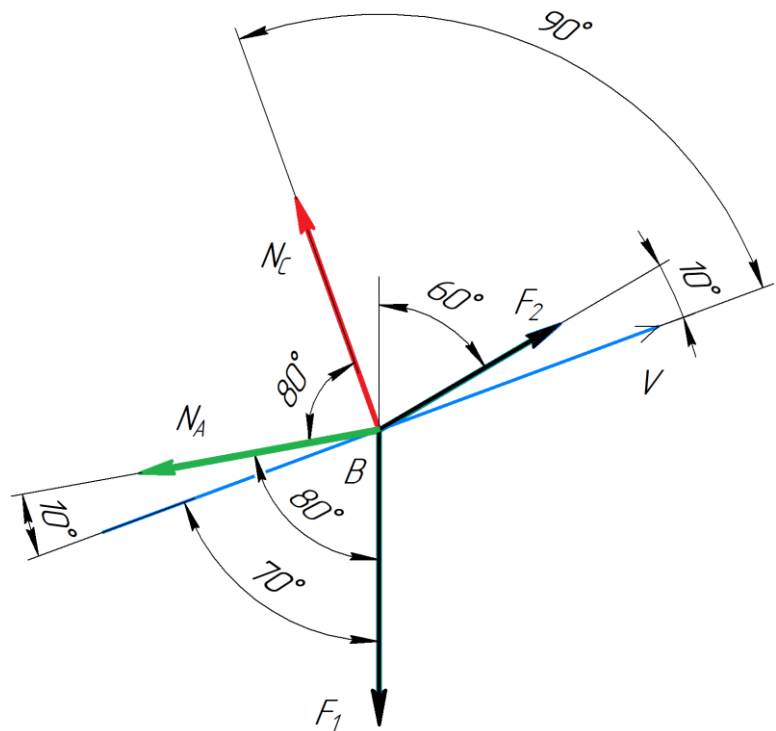
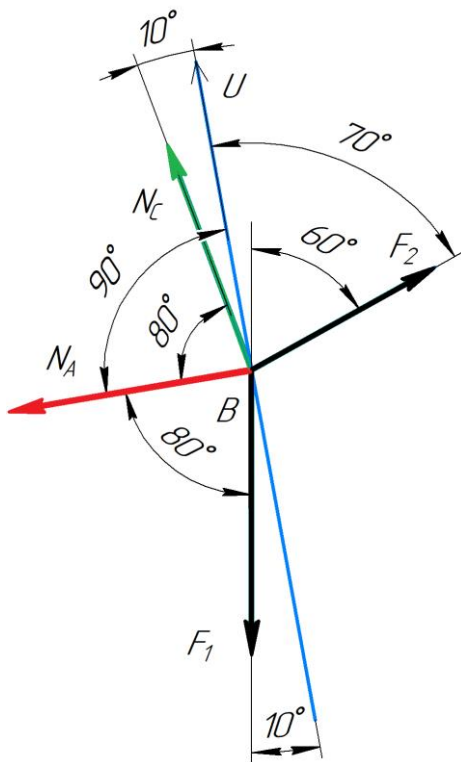


Рис. 6 – Проецирование сил на ось U

Рис. 7 – Проецирование сил на ось V

$$\sum F_{iU} = 0; \quad N_C \cos 10^\circ + F_2 \cos 70^\circ - F_1 \cos 10^\circ = 0;$$

$$\sum F_{iV} = 0; \quad -N_A \cos 10^\circ + F_2 \cos 10^\circ - F_1 \cos 70^\circ = 0;$$

Из которых находим

$$N_C = \frac{-F_2 \cos 70^\circ + F_1 \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{-75 \cdot 0,342}{0,9848} + 100 = 73,95 \text{ кН};$$

$$N_A = \frac{F_2 \cos 10^\circ - F_1 \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ} = 75 - 100 \frac{0,342}{0,9848} = 40,27 \text{ кН}.$$

Получены положительные числовые значения сил, следовательно, они направлены от точки В, как и предполагалось.

Сравним этот результат с тем, который был получен графическим методом в предыдущей работе. Направления сил совпадают, числовые значения приблизительно совпадают.

Задание

Шарнирно-стержневая конструкция ABC нагружена в шарнире B заданными силами натяжения канатов F_1 и F_2 . Определить продольные силы: N_C – в стержне BC и N_A – в стержне BA .

Варианты заданий следует взять из методических указаний к работе «Графический метод сложения сил плоской сходящейся системы». Схемы конструкций приведены в таблице 1. Как правило, номер схемы выбирается по номеру студента в списке группы. Числовые данные приведены в таблице 2. Номер варианта числовых данных, общий для всех студентов группы, назначает преподаватель.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

1. Как определяется числовое значение проекции силы на ось.
2. Знак проекции силы на ось, если угол между направлением оси и вектором силы – острый.

3. Знак проекции силы на ось, если угол между направлением оси и вектором силы – тупой.
4. Числовое значение проекции силы на ось, когда угол между осью и вектором силы – прямой.
5. Связь между проекцией вектора суммы на какую-нибудь ось и проекциями слагаемых векторов на ту же ось.
6. Аналитический метод определения неизвестных сил из условия равновесия сходящейся плоской системы сил.
7. Условия равновесия пространственной системы сходящихся сил в аналитической форме.
8. Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.
9. Графоаналитический метод определения неизвестных сил из условия равновесия сходящейся плоской системы сил.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА ПО ДАННОЙ ТЕМЕ

1. Соколовская, В.П. Механика. Практикум по решению задач: учеб. пособие / В.П. Соколовская. – Мн.: Новое знание, 2006. – 316 с.
- 2 Селиванов, Ю.Т. Прикладная механика : учебное пособие / Ю.Т. Селиванов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2017. - 81 с. : ил. - Библиогр.: с. 77 - ISBN 978-5-8265-1807-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=499187> (13.04.2019).
- 3 Прикладная механика : учебное пособие / Х.С. Гумерова, В.М. Котляр, Н.П. Петухов, С.Г. Сидорин ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный

исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 142 с. : табл., граф., ил. - Библиогр.: с. 126. - ISBN 978-5-7882-1571-6 ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428011> (10.09.2018).

4 Цивильский В. Л. Теоретическая механика. Учеб. для втузов / В. Л.

Цивильский. – М. : Абрис, 2012. – 368 с.: ил. ISBN 978-5-4372-0079-7

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=117515>

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические рекомендации для студентов по организации
самостоятельной работы по дисциплине**
«механика»
для бакалавров направления 20.03.01 «Техносферная безопасность»

Ставрополь

2026

Данные методические указания к самостоятельной работе по дисциплине «механика» предназначены для бакалавров направления 20.03.01 «Техносферная безопасность».

В методических указаниях определена цель самостоятельной работы и приведены рекомендации по изучению теоретического материала, необходимого студентам для выполнения поставленных перед ними задач, по подготовке к лабораторным работам и собеседованию. Приведен список необходимой литературы.

Составитель: к.т.н., доцент. В. Г. Терещенко.

Рецензент: д.т.н., проф. В.Г. Копченков.

Содержание

	Стр.
1. Цель и задачи самостоятельной работы по освоению дисциплины	33
2. Подготовка к лабораторным работам	34
3. Самостоятельное изучение теоретических вопросов	35
4. Вопросы для собеседования по самостоятельной работе	35
5. Критерии оценивания компетенций	37
6. Рекомендуемая литература и сайты	38

1. Цель и задачи самостоятельной работы по освоению дисциплины.

На самостоятельную работу отводится 76,5 астрономических часов, что намного больше времени всех аудиторных занятий (4,5 астрономических часа). Поэтому самостоятельная работа – очень важная, неотъемлемая часть обучения. Целью самостоятельной работы по дисциплине «механика» в комплексе с аудиторными занятиями является формирование компетенций (ИД-1_{УК-2}, ИД-4_{ОПК-1}) будущего бакалавра по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность». Содержание компетенций представлено в таблице 1.

Таблица 1. – Компетенции, формируемые при изучении дисциплины «механика»

№ п/п	Содержание компетенции	Шифр
1	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2
2	Способен учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий при решении типовых задач в области профессиональной деятельности, связанной с защитой окружающей среды и обеспечением безопасности человека	ОПК-1

Задачами освоения дисциплины являются: овладение наиболее актуальными для данного направления основными положениями механики, изучение условий равновесия твёрдого тела, основных положений кинематики точки.

2. Подготовка к лабораторным занятиям

На лабораторных занятиях по механике студенты выполняют эксперименты, изучают образцы, выполняют расчёты, графические построения, эскизы образцов и деталей. Все задания предполагают выполнение графических изображений и вычислений.

Поэтому на каждом лабораторном занятии студент должен иметь тетрадь, ручку, карандаш, ластик, два треугольника (с углами 30, 60, и 90 градусов, и с углами 45, 45 и 90 градусов) или треугольник и линейку, циркуль, транспортир, инженерный калькулятор.

Перед лабораторным занятием (накануне) студент должен внимательно прочесть записи последних текущих лекций по механике. С теоретическим материалом по данному практическому занятию можно также предварительно ознакомиться (в сжатом виде) по методическим указаниям к лабораторным занятиям по дисциплине «механика» для бакалавров направления 20.03.01 «Техносферная безопасность».

Свою готовность к выполнению лабораторной работы студент проверяет самостоятельно, мысленно отвечая на вопросы для защиты работы.

Тем студентам, кому трудно даются решение задач и понимание различных разделов дисциплины «механика», рекомендуется вернуться к ранее пройденному и вновь прочитать соответствующие места в своём школьном учебнике физики, геометрии или алгебры.

Выполненную полностью и оформленную работу студент должен предоставить для проверки преподавателем. Для защиты проделанной работы студент должен уметь объяснить смысл и логику своих записей, выполнить небольшое задание, аналогичное части проделанной работы, ответить на вопросы к занятию.

3. Самостоятельное изучение теоретических вопросов

№ п/п	Виды самостоятельной работы	Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
		Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет- ресурсы
1	Подготовка к лабораторной работе	1	1 2 3	1 2	1
2	Подготовка к лекции	1	1 2 3	1	1 2 3
3	Самостоятельное изучение литературы	1	1 2 3	1	1 2 3

Правильная организация самостоятельной работы, её последовательность и систематичность позволяет успешно получать знания, развивать умения и навыки, что обеспечит высокий уровень успеваемости в период обучения и повышение профессионального уровня.

4. Вопросы для собеседования по самостоятельной работе

Раздел 1. Аксиомы статики

1. Условия равновесия абсолютно твёрдого тела под действием двух сил (первая аксиома статики).
2. Закон параллелограмма сил.
3. Сложение двух сил построением силового треугольника.
4. Линия действия силы.
5. Каким образом можно перенести точку приложения силы, чтобы не изменить воздействие силы на абсолютно твёрдое тело?
6. Как определить равнодействующую $\vec{R}$ сходящейся системы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$?
7. В какой последовательности может производиться сложение векторов сил для определения равнодействующей?
8. Где приложена равнодействующая сила системы сходящихся сил и как её можно переносить?
9. Какими параметрами можно описать силу, как векторную величину?
10. Единица измерения силы в системе единиц СИ.

Раздел 2. Система сходящихся сил

1. Дайте определение системы сходящихся сил.
2. Равнодействующая системы сходящихся сил.
3. Условие равновесия системы сходящихся сил.
4. Зависит ли сумма векторов сходящихся сил от последовательности сложения?

5. Три метода нахождения неизвестных составляющих векторных величин (три метода решения задач) для плоской системы сходящихся сил.
6. Какие неизвестные величины, характеризующие силу, можно определять из условия равновесия сходящейся системы сил?
7. Что изображают при решении задачи на равновесие сходящейся системы сил графическим методом?
8. Преимущество и недостаток графического метода решения задачи на равновесие сходящейся системы сил.
9. Как определяется числовое значение проекции силы на ось.
10. Знак проекции силы на ось, если угол между направлением оси и вектором силы – острый.
11. Знак проекции силы на ось, если угол между направлением оси и вектором силы – тупой.
12. Числовое значение проекции силы на ось, когда угол между осью и вектором силы – прямой.
13. Связь между проекцией вектора суммы на какую-нибудь ось и проекциями слагаемых векторов на ту же ось.
14. Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.
15. Аналитический метод определения неизвестных сил из условия равновесия сходящейся плоской системы сил.
16. Графоаналитический метод определения неизвестных сил из условия равновесия сходящейся плоской системы сил.

Раздел 3. Произвольная система сил

1. Что называют плечом силы при определении момента силы относительно точки?
2. Момент силы относительно точки на плоскости.
3. Условия равенства момента силы нулю.
4. Момент пары сил.
5. Выбор знака для момента силы.
6. Выбор знака для момента пары сил.
7. Условия эквивалентности пар сил, лежащих в одной плоскости.
8. Условие эквивалентности пар сил в пространстве.
9. От чего зависит знак момента силы относительно точки на плоскости?
10. Единица измерения момента силы в системе СИ.
11. Единица измерения момента пары сил в системе СИ.

Раздел 4. Условия равновесия твёрдого тела

1. Условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
2. Условие равновесия системы сходящихся сил.
3. Геометрическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.
4. Как изменится (или не изменится) момент силы относительно точки при переносе точки приложения силы вдоль ее линии действия?

5. Условия равновесия пространственной системы сходящихся сил в аналитической форме.
6. Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме.
7. Условия равновесия пространственной системы параллельных сил.
8. Условия равновесия плоской системы параллельных сил.

Раздел 5. Связи и реакции связей

1. Свободное твёрдое тело.
2. Понятие геометрической связи твёрдого тела.
3. Понятие сосредоточенной силы.
4. Понятие силы, распределённой по линии.
5. Примеры возможных единиц измерения для силы, распределённой по линии.
6. Принцип освобождаемости от связей.
7. Направление реакции связи в виде нити.
8. Направление реакции связи невесомого стержня на двух шарнирах.
9. Реакции связи в виде жёсткой заделки.

Раздел 6. Кинематика точки

1. Что изучает кинематика?
2. Понятие движения с точки зрения механики.
3. Способы задания движения точки.
4. Векторный способ задания движения точки.
5. Координатный способ задания движения точки.
6. Естественный (траекторный) способ задания движения точки.
7. Вектор скорости точки.
8. Вектор ускорения точки.
9. Определение скорости точки при координатном способе задания движения.
10. Определение ускорения точки при координатном способе задания движения.

5. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если продемонстрированы: уверенное владение информацией в полном объеме, навыки и умения реализуются для нестандартных условий обработки.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если продемонстрированы: владение информацией в полном объеме; уверенное владение умениями и навыками реализуются для типовых ситуаций уверенно.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если продемонстрированы: владение информацией в не полном объеме; владение умениями и навыками реализуются не в полном объеме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если теоретические знания имеются, но они разрознены и бессистемны; умения и навыки реализуются для типовых ситуаций с ошибками.

6. Рекомендуемая литература и сайты

6.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

6.1.1. Перечень основной литературы

- 1 Рябцев, В. А. Основы механики : учебное пособие / В. А. Рябцев, А. А. Воропаев, Д. В. Хван. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 295 с. — ISBN 978-5-4497-1051-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108306.html> (дата обращения: 16.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

6.1.2. Перечень дополнительной литературы

1. Игнатьева, Т. В. Теоретическая механика. Статика : учебное пособие / Т. В. Игнатьева, Д. А. Игнатьев. — Саратов : Вузовское образование, 2018. — 101 с. — ISBN 978-5-4487-0131-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/72539.html> (дата обращения: 19.04.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/72539>

2. Прикладная механика : учебное пособие / Х.С. Гумерова, В.М. Котляр, Н.П. Петухов, С.Г. Сидорин ; Министерство образования и науки России ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 142 с. : табл., граф., ил. - <http://biblioclub.ru/> . - Библиогр.: с. 126. - ISBN 978-5-7882-1571-6

3. Шинкин, В.Н. Теоретическая механика Электронный ресурс : учебное пособие / В.Н. Шинкин. - Теоретическая механика, 2019-09-01. - Москва : Издательский Дом МИСиС, 2011. - 206 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-87623-391-2

6.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

- 1 Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы по дисциплине «механика» для студентов направления 20.03.01 Техносферная безопасность. / Составитель: В.Г. Терещенко. Рукопись. (электронная версия)
- 2 Методические указания к выполнению лабораторных работ по

механике для бакалавров направления 20.03.01 Техносферная безопасность. Составитель Терещенко В.Г., рукопись. (электронная версия)

6.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. «Прикладная механика» - электронный учебный курс для студентов очной и заочной форм обучения. – Режим доступа:
<http://www.prikladmeh.ru/>
2. «Прикладная механика» - контрольные задания. Учебное пособие для заочников. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Изложены теоретические вопросы, приведены контрольные задания с примерами решения задач. – Режим доступа:
<http://www.kstu.ru/servlet/contentblob?id=76413>
3. <http://mexcaf.narod.ru/index.html> Кафедра теоретической и прикладной механики МГТУ

6.4 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При чтении лекций используется компьютерная техника, демонстрации презентационных мультимедийных материалов. Для подготовки докладов на конференции студенты создают презентации.

Информационные справочные системы:

Информационно-справочные и информационно-правовые системы, используемые при изучении дисциплины:

1. <http://catalog.ncstu.ru/catalog> – Официальный сайт библиотеки ФГАОУ ВПО СКФУ.
2. <http://www.iprbookshop.ru/home.html> Электронно-библиотечная система
3. www.biblioclub.ru – Университетская библиотека онлайн
4. <https://e.lanbook.com/> – Электронно-библиотечная система

Программное обеспечение

1. Лицензионное программное обеспечение: MicrosoftOfficeStandard 2013