

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВЕРО – КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Методические указания
к практическим занятиям по дисциплине
Механика (Теоретическая механика)

для студентов
направления подготовки 08.03.01 Строительство

Содержание

Введение.

1. План практических занятий

Тема 1. Основные понятия статики.

Практическое занятие 1. Виды связей и их реакции.

Практическое занятие 2. Равнодействующая. Условия равновесия системы сил.

Тема 2. Эквивалентные преобразования систем сил.

Практическое занятие 3. Равнодействующая. Условия равновесия плоской системы сил.

Практическое занятие 4. Равнодействующая. Условия равновесия пространственной системы сил.

Тема 3. Плоская произвольная система сил.

Практическое занятие 5. Равновесие плоской системы сходящихся сил. Аналитический способ уравнивания конструкции.

Практическое занятие 6. Равновесие пространственной системы сходящихся сил. Аналитический способ уравнивания конструкции.

Практическое занятие 7. Момент силы относительно неподвижной точки на плоскости. Пара сил. Момент пары сил.

Тема 4. Пара сил.

Практическое занятие 8. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей произвольной плоской системы сил.

Практическое занятие 9. Определение реакций опор твёрдого тела. Плоская произвольная система сил.

Тема 5. Ферма. Методы расчёта плоской фермы.

Практическое занятие 10. Расчёт плоской статически определимой фермы. Метод вырезания узлов.

Практическое занятие 11. Расчёт плоской статически определимой фермы. Метод Риттера.

Практическое занятие 12. Определение реакций опор фермы. Расчёт плоской статически определимой фермы.

Тема 6. Сочленённые конструкции.

Практическое занятие 13-15. Система 2-х, 3-х тел. Равновесие плоской произвольной системы сил. Равновесие сочленённой системы тел.

Тема 7. Пространственная произвольная система сил.

Практическое занятие 16-17. Момент силы относительно оси и его свойства. Уравнения равновесия пространственной системы сил.

Практическое занятие 18. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

2. Методические указания по решению задач и выполнению типовых вариантных заданий по теме практического занятия самостоятельно

3. Форма предоставления отчёта по теме практического занятия

4. Примерный календарный план выполнения заданий самостоятельной работы

5. Порядок защиты заданий самостоятельной работы, обязанности студента и преподавателя

Литература

Введение

Цель дисциплины: дать представление о предмете классической механики, включая как физические ее основы, так и дифференциально–геометрические аспекты с использованием традиционных моделей движущихся объектов и среды.

Задачи дисциплины: изучение классической механики, т.е. механики, основанной на законах Ньютона, с формулировками задач с техническим содержанием и приемами решения таких задач средствами математического анализа.

Цели и задачи дисциплины соотнесены с общими целями основной образовательной программы и квалификационными характеристиками бакалавра и ориентированы на формирование и развитие общекультурных и профессиональных компетенций будущего бакалавра.

Теоретическая механика относится к математическому и естественнонаучному циклу базовой части. Ее освоение происходит в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра по направлениям подготовки 08.03.01– «Строительство».

Методические указания составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВО к подготовке выпускника для получения квалификации бакалавра, предназначено для студентов очной и очно–заочной формы обучения направлений подготовки 08.03.01 – «Строительство».

Методические указания содержат краткий теоретический обзор по теме практического занятия, задачи, практические задания, примеры решения заданий и методические рекомендации, задачи на самостоятельную проработку, вопросы в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра.

1. План практических занятий.

Тема 1. Основные понятия статики.

Практическое занятие 1. Виды связей и их реакции.

Цель занятия: свободное и несвободное абсолютно твердое тело, принцип освобожденности от связей, виды связей и их реакции. Реализация учебной цели практического занятия способствует формированию и развитию общекультурных и профессиональных компетенций обучающегося.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор: Тело, некоторым перемещениям которого в пространстве препятствуют какие-нибудь другие, скрепленные или соприкасающиеся с ним тела, называется *несвободным*. Всякое тело, ограничивающее свободу перемещения данного твердого тела, является по отношению к нему *связью*.

В статике абсолютно твердого тела связи, налагаемые на рассматриваемое тело, чаще всего встречаются в виде *неподвижных поверхностей, линий и точек, а также в виде гибких нитей*.

Таким образом, твердое тело является несвободным, если на это тело наложены связи. Например, висящее на гибкой нити тело будет несвободным (рис. 1), так как на него наложена связь в виде нити и оно не может перемещаться вертикально вниз по направлению вытянутой нити, не разорвав ее.

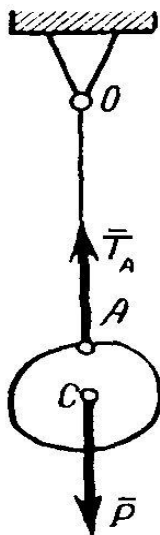


Рисунок 1

Если на твердое тело не наложены никакие связи, то такое тело очевидно является *свободным*.

Сила, характеризующая действие связи на тело, называется *силой реакции связи*. Аксиома VI. *Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если его мысленно освободить от связей, заменив их действие соответствующими силами реакций связей*.

Эта аксиома называется *аксиомой связей*, или *принципом освобожденности от связей*.

Пример решения задачи: Связь осуществляется посредством гибкого тела (нить, канат, и т. п.). Такая связь называется *гибкой*. Если на тело наложена гибкая связь, то сила реакции приложена к телу в точке прикрепления гибкой связи. Сила реакции гибкой связи направлена, вообще говоря, по касательной к связи в точке ее прикрепления к телу. В частности, сила реакции гибкой связи $\vec{T}_A$ (рис. 1) может иметь линию действия – ось этой связи.

Вопросы для обсуждения:

1. Свободное и несвободное абсолютно твердое тело?
2. Что такое связь? Реакция связи (опоры)?
3. Виды связей (опор) и их реакции - реакции опоры - реакции связи) – Свободная опора, Жесткая заделка плоская (пространственная), Неподвижная шарнирная опора плоская (Пространственная), Гибкие связи, Подвижная шарнирная опора плоская, Скользящая заделка плоская вертикальная (горизонтальная), Абсолютно твёрдый невесомый стержень, Втулки, Неподвижная шарнирная опора пространственная (сферический шарнир), Скользящая заделка пространственная – цилиндрический подшипник, Пространственный подпятник – реакция связи?

Практическое занятие 2. Равнодействующая. Условия равновесия системы сил.

Цель занятия: плоская система сходящихся сил, равнодействующая плоской системы сходящихся сил, равновесие плоской системы сходящихся сил, графический и геометрический способы уравнивания конструкции, проекция силы на ось, разложение силы на сходящиеся составляющие.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Система сил, в которой линии действия всех сил лежат в одной плоскости и пересекаются в одной точке, называется *плоской системой сходящихся сил*.

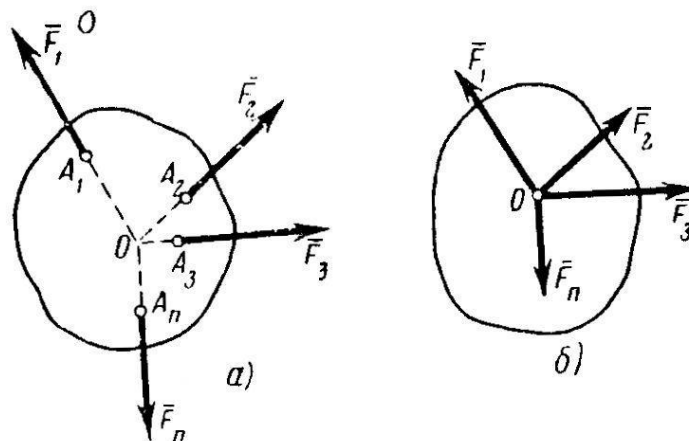


Рисунок 2

Замена сложной системы сил простой системой называется приведением системы сил к простейшей, ей эквивалентной. Если система сил приводится только к одной силе, ей эквивалентной, то эта одна сила называется равнодействующей системы сил, а приведение системы сил называется в этом случае сложением сил. Обратный процесс носит название разложения сил. Плоская система сходящихся сил в общем случае эквивалентна одной силе, являющейся равнодействующей, которая приложена в точке пересечения линий действия всех этих сил и равна их векторной (геометрической) сумме:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0. \quad (1)$$

Геометрическое (или графическое) условие равновесия: для равновесия пространственной, а также плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный на векторах слагаемых сил этой системы, был замкнут.

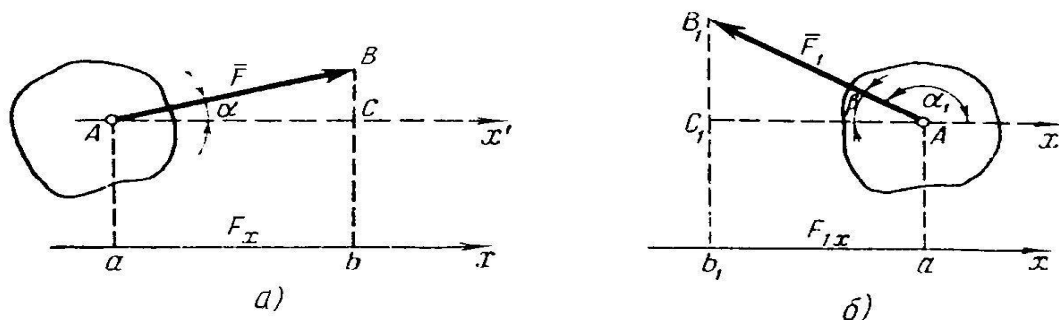


Рисунок 3

$$F_x = X = F \cos \alpha, F_{1x} = X_1 = F_1 \cos \alpha_1, \quad (2)$$

т. е. проекция силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между направлением силы и положительным направлением, оси проекций.

Задача:

Тяжелый шар весом P килограммов подвешен на нити (рисунок 4, а) в точке А и удерживается в отклоненном на угол α от вертикали отложении горизонтальной нитью, привязанной в точке В. Найти натяжение нитей.

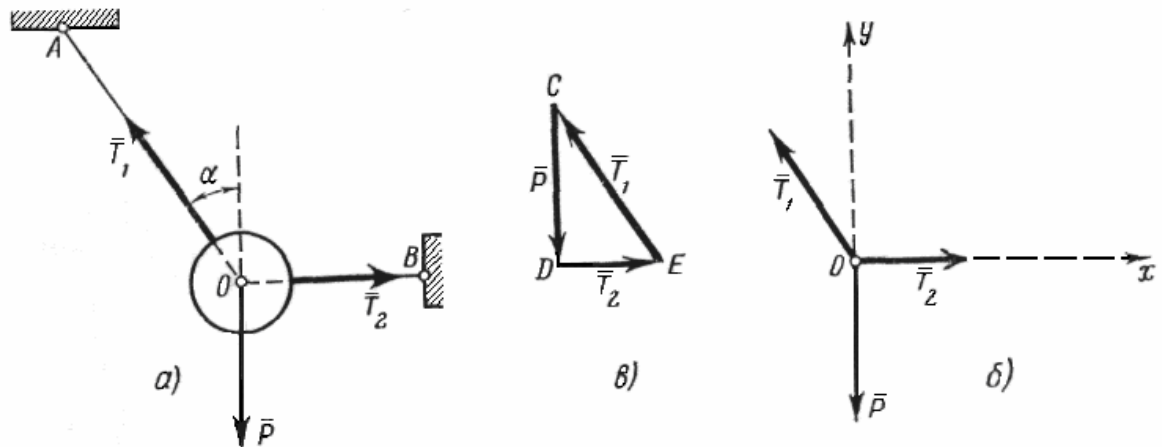


Рисунок 4

Решение: Выбираем тело, равновесие которого будем рассматривать. Таким телом будет шар. Вес $\bar{P}$ шара известен. Будем рассматривать шар как материальную точку O . Эта точка несвободна. Связи, наложенные на нее, осуществляются нитями OA и OB . Отбрасываем связи (перережем мысленно нити) и заменяем их действие на точку O реакциями. Тогда точку O можно будет рассматривать как свободную и находящуюся в равновесии под действием плоской системы из трех сходящихся сил: активной $\bar{P}$ и реакций $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ нитей (рисунок 4, б) которые направлены вдоль нитей. Реакции $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ по модулю равны искомым натяжениям нитей. Следовательно, определение натяжений нитей можно заменить определением их реакций $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$.

Рассмотрим графический и геометрический методы решения данной задачи.

Графический метод решения. Так как три силы $\bar{P}$, $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$ находятся в равновесии, то силовой треугольник, составленный из этих сил, должен замыкаться. Строим этот силовой треугольник: для этого в определенном масштабе строим силу, которая нам известна по модулю и направлению, затем через начало и конец вектора $\bar{P}$ проводим прямые, параллельные направлениям сил $\bar{T}_1$ и $\bar{T}_2$. Стороны DE и EC полученного таким образом замкнутого силового треугольника CDE (рисунок 4, в) дают модули и направления искомых реакций нитей. Чтобы найти их модули, а следовательно, и натяжения нитей, остается измерить в принятом масштабе стороны DE и EC .

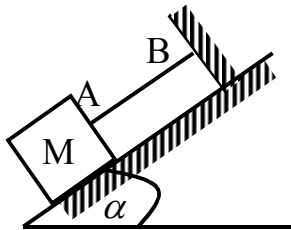
Геометрический метод решения. Искомые стороны DE и EC силового треугольника CDE можно найти не только путем непосредственного измерения, но и вычислением, применяя правила геометрии и тригонометрические формулы. Из способа построения силового треугольника CDE ясно, что $\angle CDE = 90^\circ$, $\angle DCE = \alpha$ и $\angle DEC = 90^\circ - \alpha$ (рисунок 4, а, б). Из силового треугольника CDE видно, что

$$T_1 = \frac{P}{\cos \alpha} H; \quad T_2 = P \operatorname{tg} \alpha H. \quad (3)$$

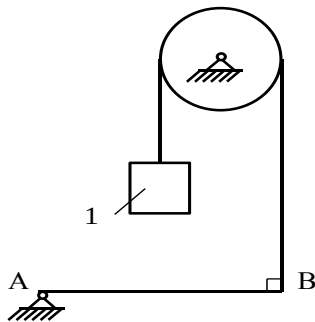
Нужно иметь в виду, что геометрический метод решения задач статики при числе сил больше трех становится неудобным.

Решить самостоятельно:

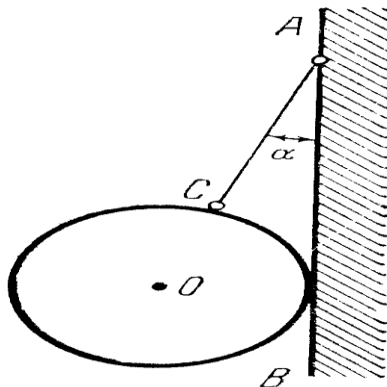
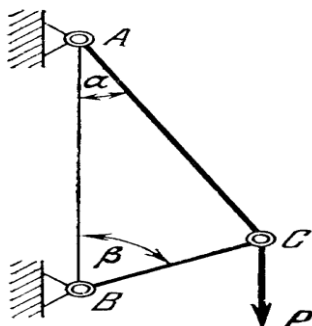
1. На абсолютно гладкой неподвижной плоскости, образующей с горизонтом угол α , покоится тело M , удерживаемое нитью AB , которая расположена параллельно наклонной плоскости. Вес тела M равен $\bar{P}$. Определите натяжение нити $\bar{T}$ и реакцию плоскости $\bar{N}$.



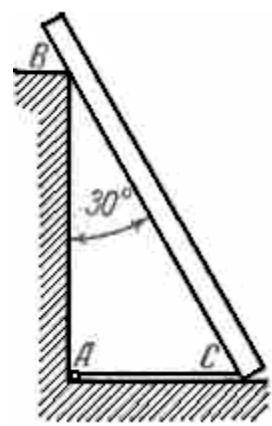
2. Определить реакции опоры A и вес груза 1 , необходимый для того, чтобы однородная балка AB весом 340 Н в положении равновесия была горизонтальна.



3. Стержни AC и BC соединены между собой и с вертикальной стеной посредством шарниров. На шарнирный болт C действует вертикальная сила $P=1000 \text{ Н}$. Определить реакции этих стержней на шарнирный болт C , если углы, составляемые стержнями со стеной, равны: $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.



4. К вертикальной гладкой стене AB подвешен на тросе AC однородный шар O . Трос составляет со стеной угол α , вес шара P . Определить натяжение троса T и давление Q шара на стену.



стену.

5. Однородная балка веса 600 Н и длины 4 м опирается одним концом на гладкий пол, а промежуточной точкой B — на столб высоты 3 м , образуя с вертикалью угол 30° . Балка удерживается в таком положении веревкой AC , протянутой по полу.

В

Пренебрегая трением, определить натяжение веревки T и реакции R_B столба и R_C пола.
Ответ: $T = 150$ Н, $R_B = 173$ Н, $R_C = 513$ Н.

Вопросы для обсуждения:

1. Плоская система сходящихся сил?
2. Равнодействующая плоской системы сходящихся сил?
3. Равновесие плоской системы сходящихся сил?
4. Графический и геометрический способы уравнивания конструкции?
5. Проекция силы на ось – построение, вычисление?
6. Разложение силы на сходящиеся составляющие – правило параллелограмма сил (аксиома)?

Тема 2. Эквивалентные преобразования систем сил.

Практическое занятие 3. Равнодействующая. Условия равновесия плоской системы сил.

Цель занятия: проекции силы на ось, проекция равнодействующей плоской системы сил, условие равновесия плоской системы сил.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Проекция вектора равнодействующей R системы сил на координатную ось равна алгебраической сумме проекций сил, составляющих систему, на ту же ось.

$$\begin{aligned} R_x &= \sum F_{kx}; \\ R_y &= \sum F_{ky}; \\ R_z &= \sum F_{kz}; \end{aligned} \quad (4)$$

Для пространственной системы сил имеют место уравнения 1), 2), 3). Для плоской системы сил имеют место уравнения 1), 2).

Модуль равнодействующей системы сил $|\bar{R}|$ по ее проекциям на координатные оси определяется по формулам:

$$|\bar{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(\sum F_{kx})^2 + (\sum F_{ky})^2} \quad - \text{ для плоской системы сил; } \quad (5)$$

$$|\bar{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} = \sqrt{(\sum F_{kx})^2 + (\sum F_{ky})^2 + (\sum F_{kz})^2} \quad - \text{ для пространственной системы сил. } \quad (6)$$

$$\bar{R} = 0 \quad - \text{ условие равновесия системы сил. } \quad (7)$$

$$|\bar{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(\sum F_{kx})^2 + (\sum F_{ky})^2} = 0 \quad - \text{ для плоской системы сил. } \quad (8)$$

$$|\bar{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} = \sqrt{(\sum F_{kx})^2 + (\sum F_{ky})^2 + (\sum F_{kz})^2} = 0 \quad - \text{ для пространственной системы сил. } \quad (9)$$

Ориентация вектора сила в пространстве (на плоскости) определяется по направляющим косинусам:

$$\begin{aligned} \cos(\bar{F}_x; \bar{F}) &= \frac{F_x}{F}; \\ \cos(\bar{F}_y; \bar{F}) &= \frac{F_y}{F}; \\ \cos(\bar{F}_z; \bar{F}) &= \frac{F_z}{F}. \end{aligned} \quad (10)$$

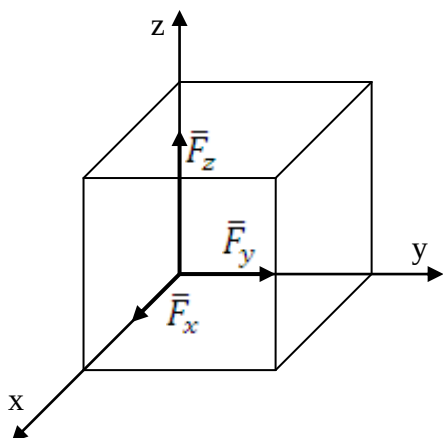
Задача 1.

По заданным проекциям силы $\bar{F}$ на оси координат: $F_x = 20 \text{ H}$; $F_y = 25 \text{ H}$; $F_z = 30 \text{ H}$, определить модуль этой силы.

Рисунок 5

Решение:

$$\bar{F} = \bar{F}_x + \bar{F}_y + \bar{F}_z$$



$$|\vec{F}| = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2} = \sqrt{(20)^2 + (25)^2 + (30)^2} = \\ = \sqrt{400 + 625 + 900} = \sqrt{1925} = 43,9 \text{ Н}$$

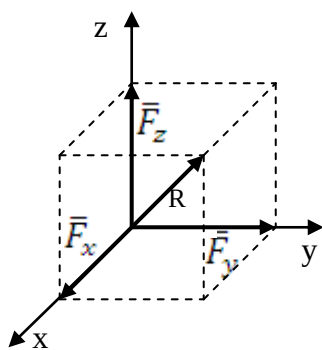
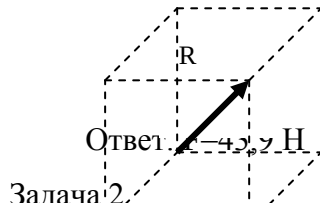
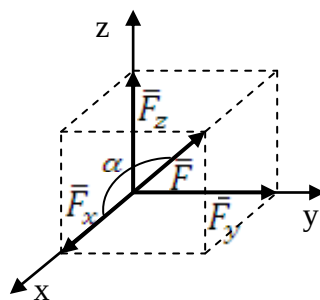


Рисунок 6



Задача 2

Определить косинус угла между вектором силы $\vec{F} = 3\vec{i} + 2,45\vec{j} + 7\vec{k}$ и ось координат OX.



$$\cos(\vec{F}_x; \vec{F}) = \cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{F_x}{\sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}} = \\ = \frac{3}{\sqrt{(3)^2 + (2,45)^2 + (7)^2}} = \frac{3}{\sqrt{9 + 6 + 49}} = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: $\cos(\vec{F}_x; \vec{F}) = 0,375$

Решить самостоятельно:

Задача 1. Определить косинус угла между вектором силы $\vec{F}$ и осью координат Oz, если сила (Н) $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$. (0,707)

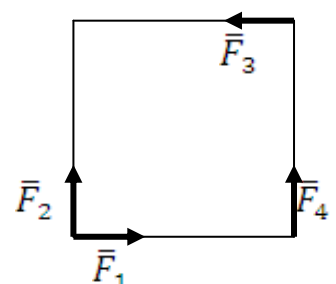
Задача 2. Две силы (Н) $\vec{F}_1 = 5\vec{i} + 7\vec{j} + 9\vec{k}$ и $\vec{F}_2 = 4\vec{i} + 9\vec{j} + 11\vec{k}$ приложены в центре О системы прямоугольных координат Охуз. Определить модуль равнодействующей силы. (27,1)

Задача 3. Силы $F_1 = F_2 = 10 \text{ Н}$ и $\vec{F}_3$ находятся в равновесии. Линии действия сил между собой образуют углы по 120° . Определить модуль силы $\vec{F}_3$. (10)

Задача 4. К квадрату приложена система четырех сил, причем силы $F_1 = F_2 = F_3 = 1 \text{ Н}$. Определить модуль силы F_4 , при которой равнодействующая системы $R=2\text{Н}$ (1,0)

Вопросы для обсуждения:

1. Проекция силы на ось – графически?
2. Модуль проекции вектора силы на ось?
3. Модуль проекции равнодействующей системы сил на оси коор,



4. Вектор равнодействующей системы сил $\bar{R}$ — ?

5. Геометрическое условие равновесия системы сил по определению равнодействующей $\bar{R}$?

6. Аналитические условия равновесия системы сил по определению равнодействующей $\bar{R}$?

7. Аналитическое условие равновесия плоской системы сил по определению равнодействующей $\bar{R}$ — ?

8. Аналитическое условие равновесия пространственной системы сил по определению равнодействующей $\bar{R}$ — ?

Практическое занятие 4. Равнодействующая. Условия равновесия пространственной системы сил.

Цель занятия: Вектор равнодействующей пространственной системы сил, проекция вектора равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил на оси координат, модуль вектора равнодействующей $|\vec{R}|$ пространственной системы сил.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Вектор равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил равен геометрической сумме векторов сил, образующих систему сил.

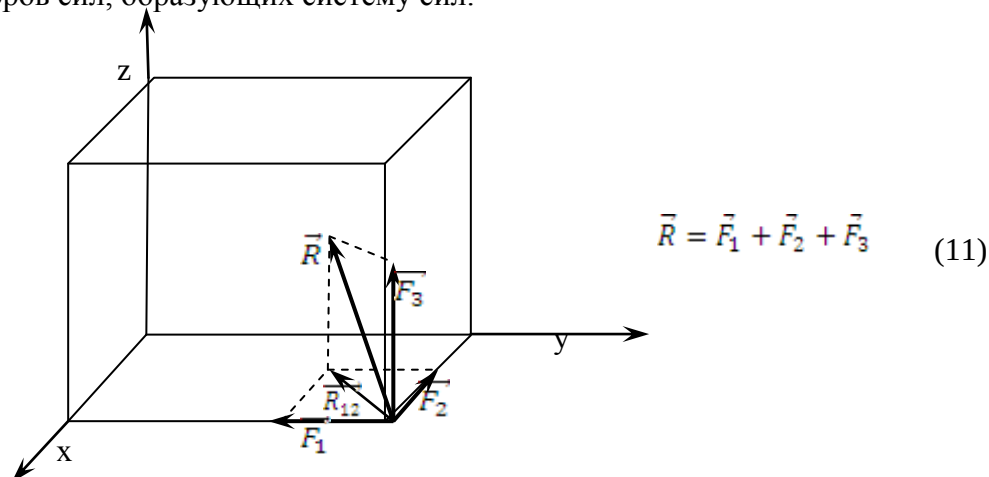


Рисунок 7

Проекция вектора равнодействующей $\vec{R}$ на оси координат равна алгебраической сумме проекций сил, составляющих данную систему, на соответствующие координатные оси:

$$\begin{aligned} R_x &= \sum F_{kx} = F_{1x} + F_{2x} \dots + F_{nx} \\ R_y &= \sum F_{ky} = F_{1y} + F_{2y} \dots + F_{ny} \\ R_z &= \sum F_{kz} = F_{1z} + F_{2z} \dots + F_{nz} \end{aligned} \quad (12)$$

Модуль вектора равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил вычисляется по формуле

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2} \text{ или } |\vec{R}| = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} \quad (13)$$

Ориентация вектора силы в пространстве по отношению к координатным осям определяется по направляющим косинусам:

$$\begin{aligned} \cos(\vec{F}_x; \vec{F}) &= \frac{F_x}{F} \\ \cos(\vec{F}_y; \vec{F}) &= \frac{F_y}{F} \\ \cos(\vec{F}_z; \vec{F}) &= \frac{F_z}{F} \end{aligned} \quad (14)$$

Задача 1:

Определить косинусы углов между вектором силы $\vec{F} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ и осями координат ox , oy и oz ?

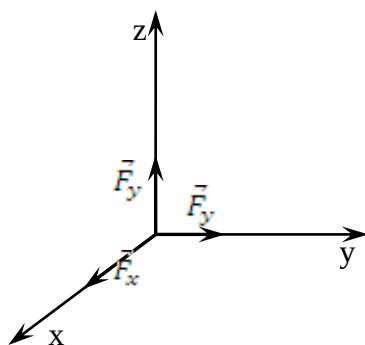


Рис.

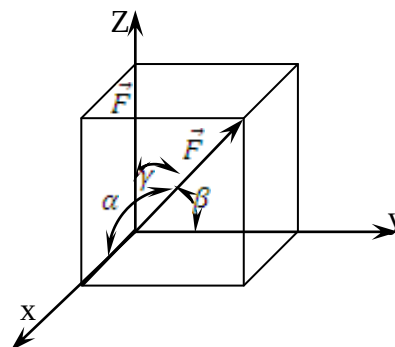


Рис.

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\cos(\vec{F}_y; \vec{F}) = \frac{F_y}{F} = \cos\beta = \frac{F_y}{\sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2}} = \frac{4}{\sqrt{45}} = 0,60$$

$$\cos(\vec{F}_z; \vec{F}) = \frac{F_z}{F} = \cos\gamma = \frac{F_z}{\sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2 + (F_z)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 5^2}} = \frac{5}{\sqrt{45}} = 0,75$$

Ответ: $\cos\alpha = 0,30$; $\cos\beta = 0,60$; $\cos\gamma = 0,75$

Задача 2.

Определить модуль равнодействующей сил $F_1=12\text{Н}$, $F_2=10\text{Н}$, $F_3=9\text{Н}$, приложенных в точке А, как показано на рис. 10.

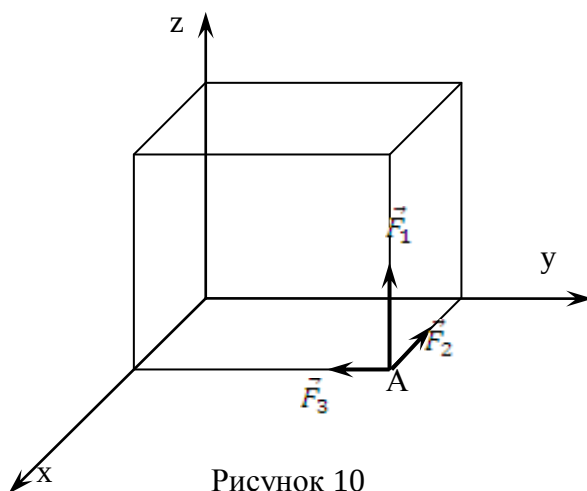


Рисунок 10

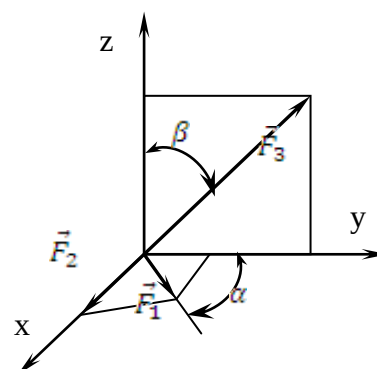


Рисунок 11

Решение:

$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{(12)^2 + (10)^2 + (9)^2} = \sqrt{144 + 100 + 81} = \sqrt{325} = 18,03 \text{ Н}$$

Ответ: $|\vec{R}|=18,03\text{Н}$.

Решить самостоятельно:

Задача 1.

Определить модуль равнодействующей сил $F_1=15\text{Н}$, $F_2=20\text{Н}$, $F_3=25\text{Н}$. Углы, образованные линиями действия сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ с осями координат, заданы: $\alpha=60^\circ$ и $\beta=45^\circ$ Рисунок 11. (50,5)

Задача 2.

Направление равнодействующей трех сил $R=33,8\text{Н}$ задано косинусами направляющих углов: $\cos(\vec{R}; x) = 0,325$; $\cos(\vec{R}; y) = 0$; $\cos(\vec{R}; z) = 0,946$. Проекция сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ на

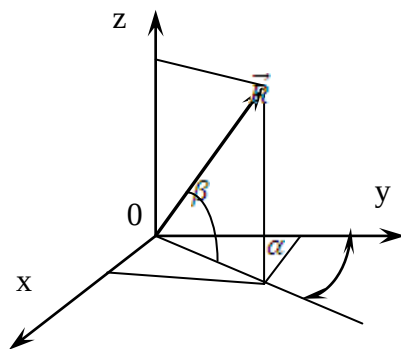
координатные оси соответственно равны: $F_{1x}=7\text{Н}$; $F_{1y}=10\text{Н}$; $F_{1z}=0$; $F_{2x}= - 5\text{Н}$; $F_{2y}=15\text{Н}$; $F_{2z}=13\text{Н}$. Определить модуль силы $\vec{F}_3$. (32,6)

Задача 3.

Определить модуль равнодействующей трех сходящихся сил, если заданы проекции на оси координат: $F_{1x}=7\text{Н}$; $F_{1y}=10\text{Н}$; $F_{1z}=0$; $F_{2x}= -5\text{Н}$; $F_{2y}=15\text{Н}$; $F_{2z}=12\text{Н}$; $F_{3x}=6\text{Н}$; $F_{3y}=0$; $F_{3z}= - 6\text{Н}$. (26,9)

Задача 4.

Модуль равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сходящихся сил равен 150Н . Определить ее проекцию на координатную ось Oy , если даны углы $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$.



Вопросы для обсуждения:

1. Вектор равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил?
2. Проекция вектора равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил на оси координат?
3. Модуль вектора равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил?
4. Направляющие косинусы вектора равнодействующей $\vec{R}$ пространственной системы сил?

Тема 3. Плоская произвольная система сил.

Практическое занятие 5. Равновесие плоской системы сходящихся сил. Аналитический способ уравнивания конструкции.

Цель занятия: плоская система сходящихся сил, равнодействующая плоской системы сходящихся сил, равновесие плоской системы сходящихся сил, аналитический способ уравнивания конструкции.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Система сил, в которой линии действия всех сил лежат в одной плоскости и пересекаются в одной точке, называется *плоской системой сходящихся сил*.

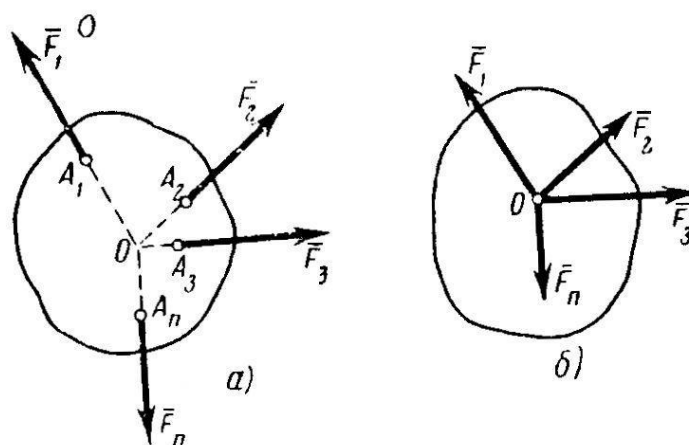


Рисунок 11

Замена
сил простой
называется

сложной системы
системой
приведением

системы сил к простейшей, ей эквивалентной. Если система сил приводится только к одной силе, ей эквивалентной, то эта одна сила называется равнодействующей системы сил, а приведение системы сил называется в этом случае сложением сил. Обратный процесс носит название разложения сил. Плоская система сходящихся сил в общем случае эквивалентна одной силе, являющейся равнодействующей, которая приложена в точке пересечения линий действия всех этих сил и равна их векторной (геометрической) сумме:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0. \quad (15)$$

Проекция равнодействующей плоской системы сходящихся сил на какую-либо ось равна алгебраической сумме: проекций составляющих сил на ту же ось.

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

$$R_x = \sum_{i=1}^n X_i; \quad R_y = \sum_{i=1}^n Y_i. \quad (16)$$

Модуль равнодействующей в этом случае будет определяться по формуле

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}, \quad (17)$$

а ее направление – по формулам:

$$\cos(\hat{\vec{R}}, \vec{i}) = \frac{R_x}{R} = \frac{\sum X}{R}; \quad \cos(\hat{\vec{R}}, \vec{j}) = \frac{R_y}{R} = \frac{\sum Y}{R}. \quad (18)$$

Задача:

Тяжелый шар весом P килограммов подвешен на нити (рисунок 12, а) в точке A и удерживается в отклоненном на угол α от вертикали отложении горизонтальной нитью, привязанной в точке B . Найти натяжение нитей.

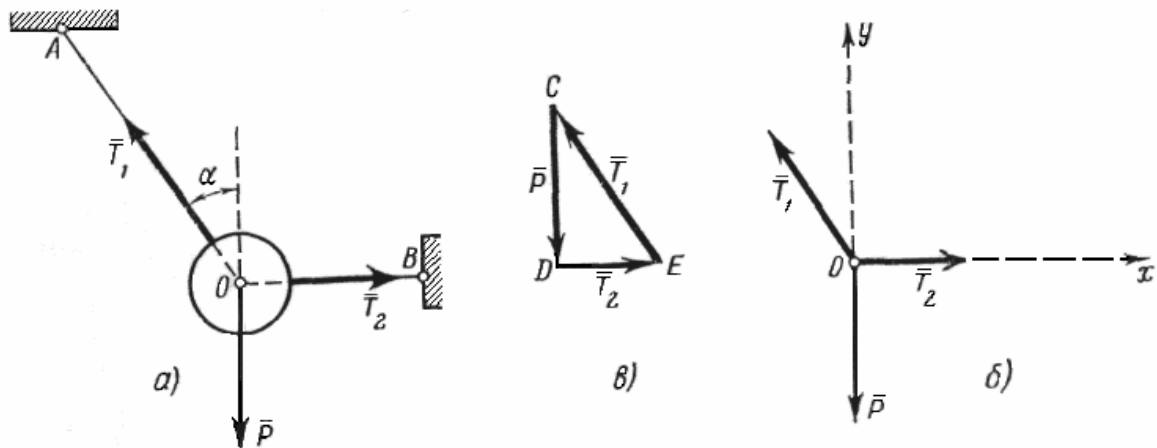


Рисунок 12

Решение: Выбираем тело, равновесие которого будем рассматривать. Таким телом будет шар. Вес $\vec{P}$ шара известен. Будем рассматривать шар как материальную точку O . Эта точка несвободна. Связи, наложенные на нее, осуществляются нитями OA и OB . Отбрасываем связи (перережем мысленно нити) и заменяем их действие на точку O реакциями. Тогда точку O можно будет рассматривать как свободную и находящуюся в равновесии под действием плоской системы из трех сходящихся сил: активной $\vec{P}$ и реакций $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ нитей (рисунок 12, б) которые направлены вдоль нитей. Реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ по модулю равны искомым натяжениям нитей. Следовательно, определение натяжений нитей можно заменить определением их реакций $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$.

Аналитический метод решения:

Для составления уравнений равновесия необходимо выбрать оси координат. Выбирать систему координат так, чтобы проектирование сил в выбранной системе координат было наиболее удобным и выражения проекций были возможно проще. В данной задаче начало координат возьмем в точке O , равновесие которой мы рассматриваем. Направим ось Ox горизонтально вправо, а ось Oy – вертикально вверх (рисунок 12, в). Из сравнения рисунка 12, а и 12, б видно, что $\angle(\vec{T}_1, \vec{j}) = \alpha$ и $\angle(\vec{T}_2, \vec{j}) = 90^\circ$. Составим теперь уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил.

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0. \quad (19)$$

Для этого алгебраически сложим проекции всех сил на каждую координатную ось и приравняем к нулю полученные алгебраические суммы:

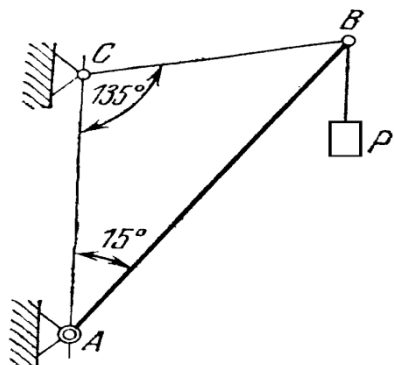
$$\sum X = -T_1 \cos(90^\circ - \alpha) + T_2 = -T_1 \sin \alpha + T_2 = 0;$$

$$\sum Y = T_1 \cos \alpha - P = 0.$$

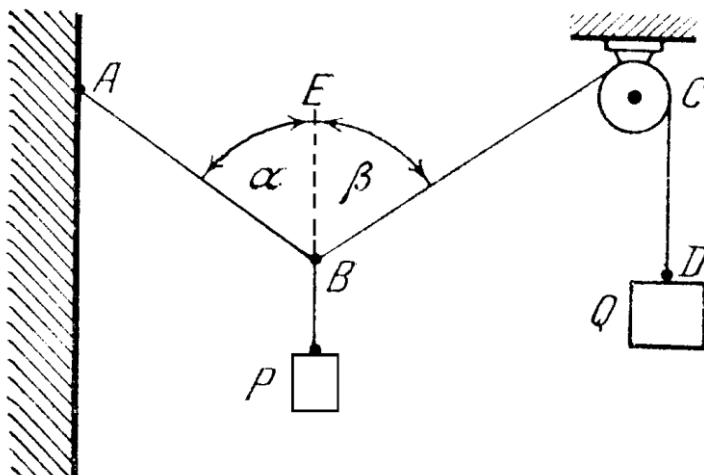
Решая эти уравнения равновесия, находим

$$T_1 = \frac{P}{\cos \alpha} H; T_2 = P \operatorname{tg} \alpha H.$$

Решить самостоятельно:

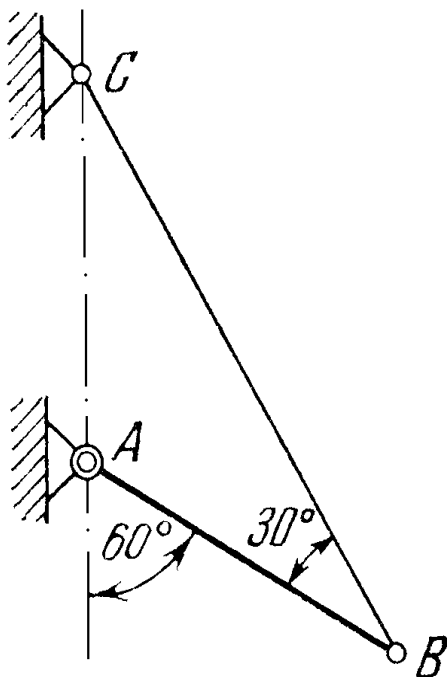


1. Мачтовый кран состоит из стрелы AB , прикрепленной к шарниром A к мачте, и цепи CB , к концу B стрелы подвешен груз $P=2\text{ кН}$; углы $BAC=15^\circ$, $ACB=135^\circ$. Определить натяжение T цепи CB и усилие Q в стрелке AB .



2. К верёвке AB , один конец которой закреплён в точке A , привязан в точке B груз P и верёвка BCD , перекинута через блок; к концу её D привязана гиря Q веса 100 Н . Определить, пренебрегая трением на блоке, натяжение T верёвки AB и величину груза P , если в положении равновесия углы, образуемые верёвками с вертикалью BE , равны: $\alpha=45^\circ$, $\beta=60^\circ$.

3. Однородный стержень AB прикреплен к вертикальной стене посредством шарнира A и удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса BC , образующего с ним угол 30° . Определить величину и направления реакции R шарнира, если известно, что вес стержня равен 20 Н .



Вопросы для обсуждения:

1. Плоская система сходящихся сил?
2. Равнодействующая плоской системы сходящихся сил? Условие равновесия?
3. Равновесие плоской системы сходящихся сил? Аналитические условия равновесия?
4. Аналитический способ уравнивания конструкции?
5. Проекция силы на ось – построение, вычисление?
6. Разложение силы на сходящиеся составляющие – правило параллелограмма сил (аксиома)?

Практическое занятие 6. Равновесие пространственной системы сходящихся сил. Аналитический способ уравнивания конструкции.

Цель занятия: пространственная система сходящихся сил, равнодействующая пространственной системы сходящихся сил, равновесие пространственной системы сходящихся сил, геометрический способ уравнивания конструкции, аналитический способ уравнивания конструкции.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Система сил, линии действия которых не лежат в одной плоскости, но пересекаются в одной точке, называется *пространственной системой сходящихся сил*.

Если в точке A тела приложены три силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ (рисунок 13), линии действия которых не лежат в одной плоскости, то равнодействующая $\vec{R}$ этой пространственной системы сходящихся сил изобразится по модулю и направлению диагональю параллелепипеда, построенного на этих силах, и будет приложена в той же точке A (правило параллелепипеда сил). В самом деле, для трех сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$

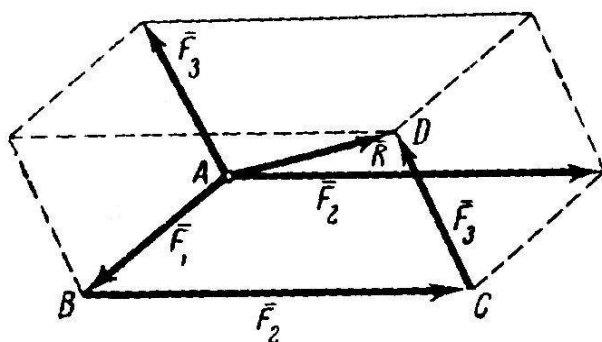


Рисунок 13

диагональ AD соответствующего параллелепипеда есть замыкающая сторона AD построенного многоугольника этих сил $ABCD$. Необходимо иметь в виду, что силовой многоугольник, получающийся при определении равнодействующей пространственной системы сходящихся сил (при любом числе сил), не будет плоским, так как линии действия сил этой системы не лежат в одной плоскости.

Полученное правило определения

равнодействующей системы сходящихся сил справедливо при любом числе сил, входящих в состав данной системы.

Нахождение равнодействующей системы сходящихся сил по правилу силового многоугольника называется *векторным* или *геометрическим сложением сил*. Пространственная система сходящихся сил в общем случае эквивалентна одной силе, являющейся равнодействующей, которая приложена в точке пересечения линий действия всех этих сил и равна их векторной (геометрической) сумме:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad (20)$$

Для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая этой системы сил равнялась нулю ($\vec{R} = 0$).

Модуль равнодействующей пространственной системы сходящихся сил определяется по формуле

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n Z_i\right)^2}. \quad (21)$$

Аналитические условия равновесия пространственной системы сходящихся сил $\sum X_i = 0$; $\sum Y_i = 0$; $\sum Z_i = 0$. (22)

Для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнялись нулю алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из трех выбранных любым образом координатных осей.

Задача: Из трех прикрепленных к вертикальной стене стержней AO , BO и CO стержни AO и BO расположены в горизонтальной плоскости и образуют со стеной угол $\alpha = 60^\circ$, а стержень CO образует со стеной угол $\beta = 30^\circ$ (рисунок 14, а). Стержни прикреплены к стене шарнирами и скреплены шарниром в точке O , к которой прикреплен груз Q весом $P = 300$ кг. Определить усилия, действующие вдоль стержней AO , BO и CO .

Решение. Выбираем тело, равновесие которого будем рассматривать. Таким телом будет узел, или точка O . Эта точка несвободна; связями служат стержни AO , BO и CO . Отбросим эти стержневые связи и заменим их действие на точку O силами реакций $\bar{S}_A$, $\bar{S}_B$ и $\bar{S}_C$ линии действия которых направлены вдоль стержней AO , BO и CO . Кроме этих трех сил, к узлу O приложена еще реакция $\bar{T}$ веревки, на которой подвешен груз Q , равная, очевидно, по модулю весу $\bar{P}$ груза Q . В точке O , таким образом, сходятся четыре силы: $\bar{T}$, $\bar{S}_A$, $\bar{S}_B$ и $\bar{S}_C$.

Выберем оси координат, как показано на рисунке 14, б, совместив плоскость yOz с плоскостью, в которой действуют силы $\bar{T}$ и $\bar{S}_C$. При этом силы $\bar{S}_A$ и $\bar{S}_B$ будут лежать в координатной плоскости xOy .

Составим теперь уравнения равновесия пространственной системы сходящихся сил:

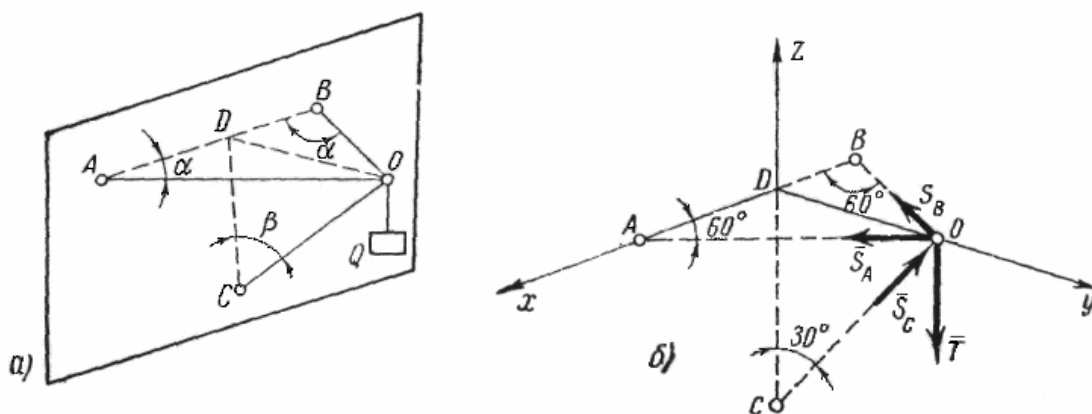
$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0. \quad (23)$$


Рисунок 14

Для этого алгебраически сложим проекции всех сил на каждую координатную ось и приравняем к нулю полученные алгебраические суммы.

$$\sum X = S_B \cos 60^\circ - S_A \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum Y = -(S_A + S_B) \cos 30^\circ + S_C \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum Z = -T + S_C \cos 30^\circ = 0,$$

Откуда

$$S_C = \frac{T}{\cos 30^\circ} = \frac{P}{\cos 30^\circ} = 346 \text{ Н};$$

$$S_A = S_B = \frac{S_C \cos 60^\circ}{2 \cos 30^\circ} = 100 \text{ Н}.$$

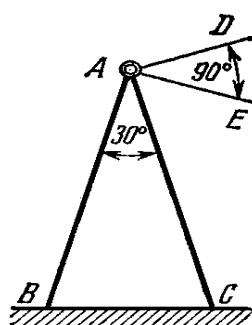
Все три силы: $\overline{S_C}$, $\overline{S_A}$ и $\overline{S_B}$ — получились со знаком «плюс», следовательно, сделанное предположение об их направлении правильно.

Выясним вопрос о том, какие стержни сжаты, какие — растянуты.

Так как стержни AO и BO действуют на точку O силами $\overline{S_A}$ и $\overline{S_B}$, направленными от O к A и от O к B , то точка O действует на стержни AO и BO силами, обратно направленными и растягивающими эти стержни. Стержень CO действует на точку O с силой $\overline{S_C}$, направленной от C к O , следовательно, точка O действует на стержень CO силой, обратно направленной и сжимающей этот стержень. Таким образом, стержни AO и BO будут работать на растяжение, а стержень CO — на сжатие.

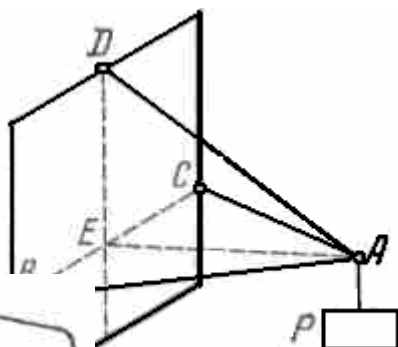
Если бы сразу не было очевидным, какой из стержней сжат и какой растянут, то можно было бы предварительно считать все стержни растянутыми. Отрицательное значение реакций того или иного стержня, полученное в результате решения уравнений равновесия, пока зало бы, что действительное направление этой реакции противоположно принятому.

Решить самостоятельно:

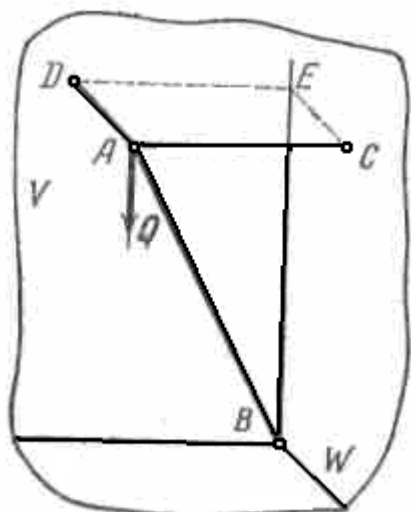


угол $EAD=30^\circ$. Вес ABC горизонтален. и C шарнирные.

1. Угловой столб составлен из двух одинаково наклоненных брусьев AB и AC , скрепленных в вершине посредством шарнира. Угол $BAC = 30^\circ$. Столб поддерживает два горизонтальных провода AD и AE , составляющих между собой прямой угол. Натяжение каждого провода равно 1 кН. Определить усилия в брусьях, предполагая, что плоскость BAC делит пополам угол DAE , пренебрегая весом брусьев.



2. Найти усилия S_1 и S_2 в стержнях AB и AC и усилие T в тросе AD , если дано, что угол $CBA=BCA=60^\circ$, груза P равен 300 Н. Плоскость Крепления стержней в точках A, B



3. Найти усилия в стержне AB и цепях AC и AD , поддерживающих груз Q веса 420 Н, если $AB = 145$ см, $AC = 80$ см, $AD = 60$ см,

плоскость прямоугольника $CADE$ горизонтальна, а плоскости V и W вертикальны. Крепление в точке B шарнирное.

Вопросы для обсуждения:

1. Пространственная система сходящихся сил?
2. Равнодействующая пространственной системы сходящихся сил? Условие равновесия?
3. Геометрические условия равновесия пространственной системы сходящихся сил?
4. Аналитические условия равновесия пространственной системы сходящихся сил?
5. Геометрический способ уравнивания конструкции?
6. Аналитический способ уравнивания конструкции?
7. Разложение силы на сходящиеся составляющие — правило параллелепипеда?

Практическое занятие 7. Момент силы относительно неподвижной точки на плоскости.

Пара сил. Момент пары сил.

Цель занятия: плоская произвольная система сил, пара сил, момент пары сил, условия равновесия плоской произвольной системы сил, аналитический способ уравнивания конструкции.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Понятие момента силы возникло в связи с определением вращательного действия силы, приложенной к телу, имеющему неподвижную точку или неподвижную ось.

Алгебраическим моментом силы относительно некоторой точки O на плоскости называется скалярная величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы на ее плечо относительно этой точки.

$$m_o(\bar{F}) = \pm Fd \quad (24)$$

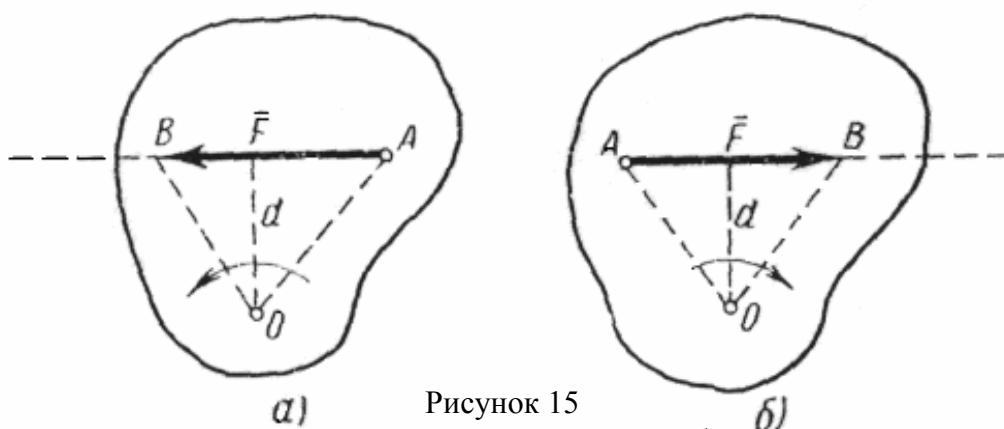


Рисунок 15

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы моментов всех сил относительно каждой из трех любых точек A , B и C , взятых в плоскости действия этой системы сил и не лежащих на одной прямой, были равны нулю:

$$\sum_{i=1}^n m_A(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_B(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_C(\bar{F}_i) = 0. \quad (25)$$

Задача:

Между опорами двухконсольной горизонтальной балки CD (рисунок 16, а) приложена пара $(\bar{P}, \bar{P}')$, к левой консоли – равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q , а в точке D правой консоли – вертикальная нагрузка $Q = 4,6$ Н. Определить реакции опор, если $P = P' = 4$ Н, $q = 4$ Н/м, $a = 2,5$ м.

Решение. Двухконсольная балка CD является тем телом, равновесие которого мы должны рассмотреть. К ней приложена пара сил $(\bar{P}, \bar{P}')$ с моментом $m = Pa$ и две активные силы: в точке D сила $\bar{Q}$ и на середине левой консоли сила $\bar{R} = \bar{q} \cdot CA$, являющаяся равнодействующей равномерно распределенной нагрузки.

Следовательно, все приложенные к балке CD активные силы являются вертикальными, так как пару сил $(\bar{P}, \bar{P}')$, не изменяя ее действия на балку, можно повернуть в плоскости рисунка так, чтобы составляющие пару $(\bar{P}, \bar{P}')$ силы $\bar{P}$ и $\bar{P}' = -\bar{P}$ были вертикальны. Связями, наложенными на балку CD , являются подвижная шарнирная опора B и неподвижная шарнирная опора A . Отбросим эти связи и заменим их действие на балку CD силами реакций. Реакция $\bar{R}_B$ подвижной шарнирной опоры B нормальна к плоскости опоры (рисунок 16, б). Так как все действующие на балку CD активные силы вертикальны, то реакция $\bar{R}_A$ неподвижной шарнирной опоры A также вертикальна. Рассмотрим теперь равновесие двухконсольной балки CD как свободного твердого тела, на которое действует указанная плоская система параллельных сил (рисунок 16, б). Для составления уравнений равновесия этой системы сил в форме

$$\sum m_A(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum m_B(\bar{F}_i) = 0 \quad (26)$$

Последовательно примем за центр моментов точки A и B . При этом уравнения моментов

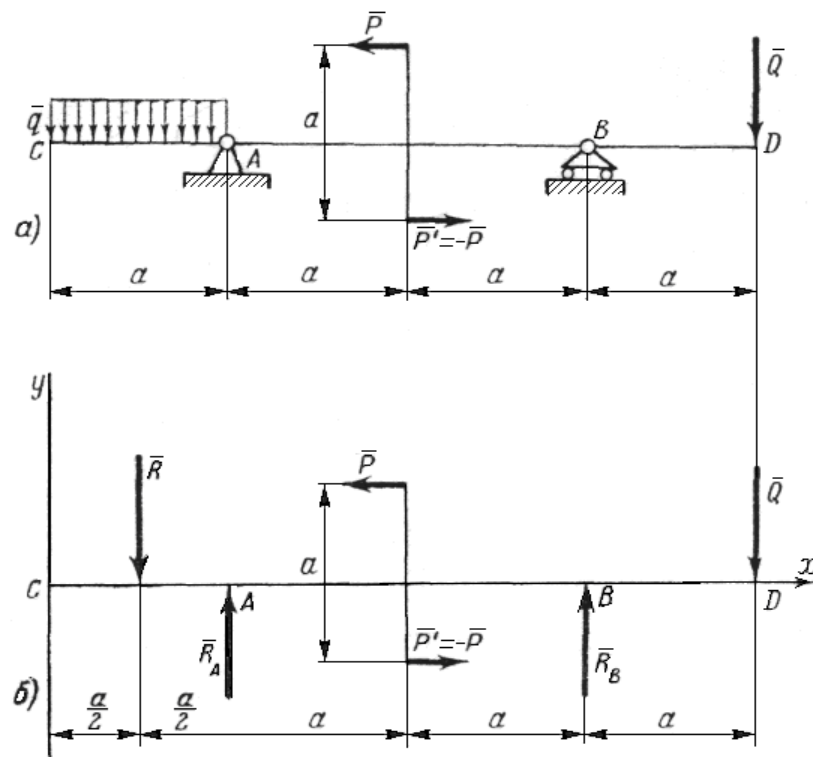


Рисунок 16

будут содержать только одно неизвестное.

Итак, в данном случае будем иметь

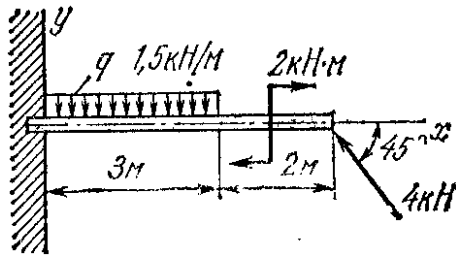
$$\sum m_A(\bar{F}_i) = qa \cdot \frac{a}{2} + m + R_B \cdot 2a - Q \cdot 3a = 0; \quad (27)$$

$$\sum m_B(\bar{F}_i) = qa \left(\frac{a}{2} + 2a \right) - R_A \cdot 2a + m - Qa = 0. \quad (28)$$

Решая порознь уравнения (27) и (28), найдем

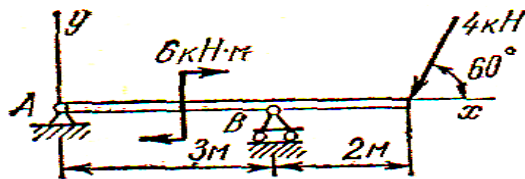
$$R_A = 11,5 \text{ Н}; \quad R_B = 2,5 \text{ Н}.$$

Решить самостоятельно:



рисунке и находящейся под
распределенной нагрузкой,
силы и двух пар сил.

3. На двухконсольную
горизонтальную балку
действует пара сил (P, P) , на
левую консоль — равномерно
распределенная нагрузка интен-
сивности q , а в точке D правой
консоли — вертикальная нагрузка
 Q . Определить реакции опор, если $P = 1$ кН, $Q = 2$ кН, $q = 2$ кН/м, $a =$

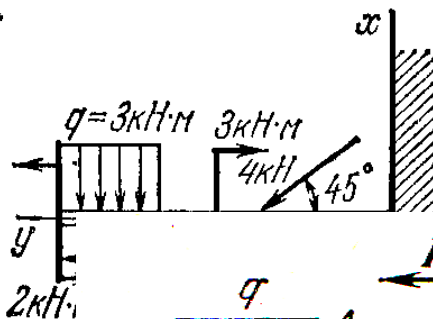


5. Определить реакции заделки консольной
балки, изображенной на рисунке и
находящейся под действием сосредото-
ченной силы и пары сил.

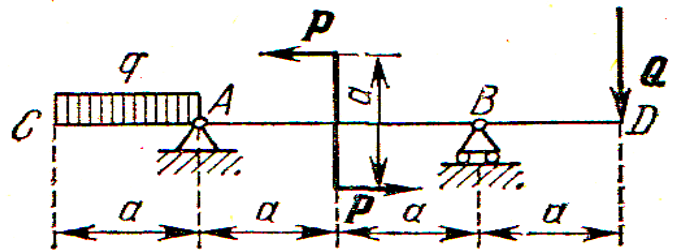
Вопросы для обсуждения:

1. Плоская произвольная система сил?
2. Равномерно – распределённая нагрузка, равнодействующая?
3. Разложение силы на две составляющие по осям?
4. Пара сил. Момент пары сил?
5. Опоры (связи) и силы реакций опор?
6. Алгебраический момент силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства?
7. Аналитические условия равновесия плоской произвольной системы сил?

1. Определить реакции заделки консольной балки, изо-
браженной на рисунке и находящейся под действием
равномерно распределенной нагрузки,
сосредоточенной силы и пары сил.

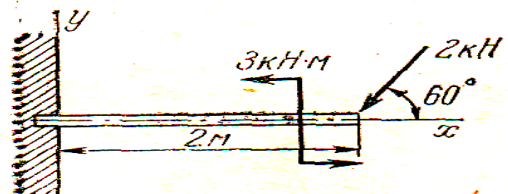


2. Определить реакции
заделки консольной
балки, изображенной на
действием равномерно
одной сосредоточенной



0,8 м.

4. Определить реакции опор A и B балки,
находящейся под действием одной
сосредоточенной силы и пары сил. Нагрузка
и размеры указаны на рисунке.



Тема 4. Пара сил.

Практическое занятие 8. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей произвольной плоской системы сил.

Цель занятия: плоская произвольная система сил, алгебраический момент силы относительно неподвижной точки на плоскости, теорема Вариньона, условия равновесия плоской произвольной системы сил, аналитический способ уравнивания конструкции.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Теорема Вариньона: Момент равнодействующей плоской системы сходящихся сил относительно некоторой точки, лежащей в плоскости сил, равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же точки



Условие равновесия рычага согласно теории Вариньона

$$\sum_{i=1}^n m_o(\bar{F}_i) = 0, \quad (30)$$

Для равновесия рычага необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма моментов всех приложенных к рычагу сил относительно точки его опоры равнялась нулю.

Задача:

На концы прямолинейного рычага АВ длиной l , закрепленного на шарнире О, действуют силы $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$, образующие с рычагом углы α_1 и α_2 . Найти расстояние ОА при равновесии рычага (рисунок 17).

Решение. Так как рычаг АВ находится в равновесии под действием сил $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$, то алгебраическая сумма моментов этих сил относительно опоры О равна нулю, т. е.

$$m_o(\bar{F}_1) + m_o(\bar{F}_2) = 0.$$

$$\text{Но } m_o(\bar{F}_1) = F_1 \cdot OA_1, \quad m_o(\bar{F}_2) = -F_2 \cdot OB_1,$$

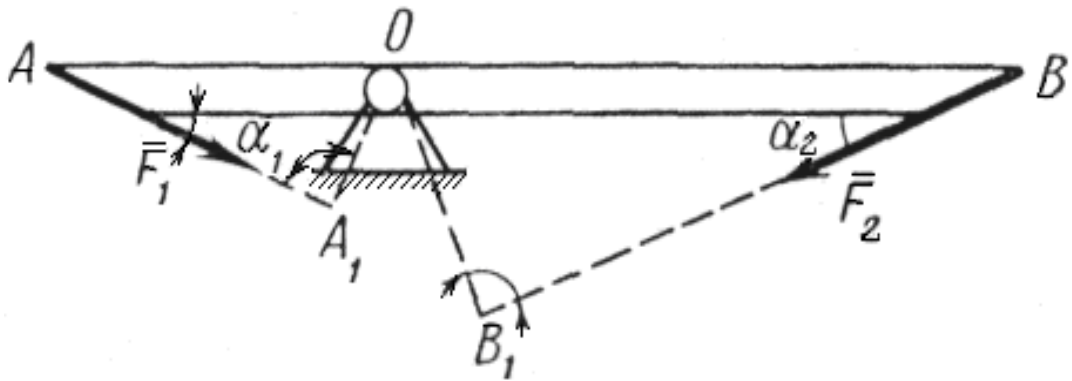


Рисунок 17

где OA_1 – плечо силы $\vec{F}_1$ относительно точки O , а OB_1 – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно той же точки O . Из треугольников OBB_1 и OAA_1 находим $OA_1 = OA \sin \alpha_1$

и

$$OB_1 = OB \sin \alpha_2 = (AB - OA \sin \alpha_2) = (l - OA) \sin \alpha_2.$$

Следовательно,

$$m_o(\vec{F}_1) = F_1 \cdot OA \cdot \sin \alpha_1; \quad m_o(\vec{F}_2) = -F_2(l - OA) \sin \alpha_2.$$

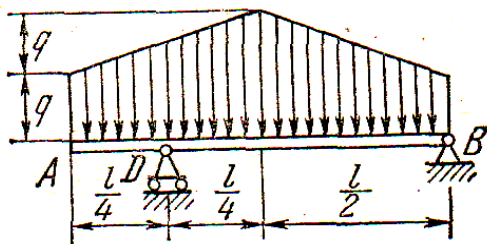
Уравнение равновесия рычага примет вид

$$F_1 \cdot OA \cdot \sin \alpha_1 - F_2(l - OA) \sin \alpha_2 = 0,$$

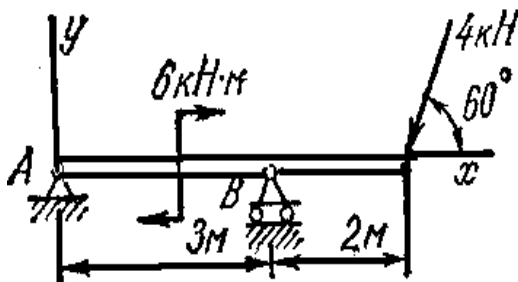
отсюда

$$OA = \frac{F_2 l \sin \alpha_2}{F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2}.$$

Решить самостоятельно:



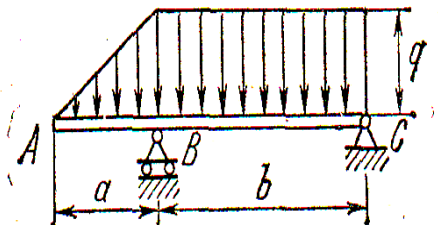
распределенную нагрузку интенсивности q Н/м; на участке AB интенсивность нагрузки уменьшается по линейному закону до нуля. Найти реакции опор B и C , пренебрегая весом балки.

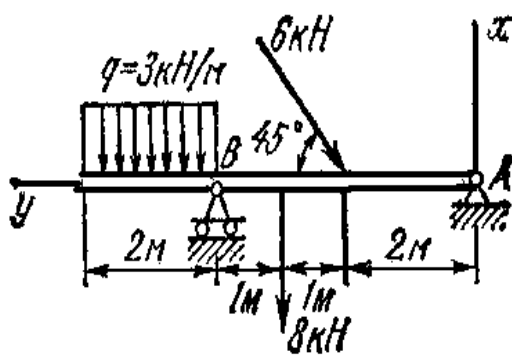


1. Балка AB длины l м несет распределенную нагрузку, показанную на рисунке. Интенсивность нагрузки равна q Н/м на концах A и B балки и $2q$ Н/м в середине балки. Пренебрегая весом балки, найти реакции опор D и B .

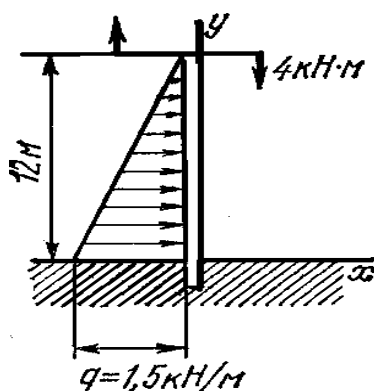
2. Горизонтальная балка AC , опертая в точках B и C , несет между опорами B и C равномерно

3. Определить реакции опор A и B балки, находящейся под действием одной сосредоточенной силы и пары сил. Нагрузка и размеры указаны на рисунке.

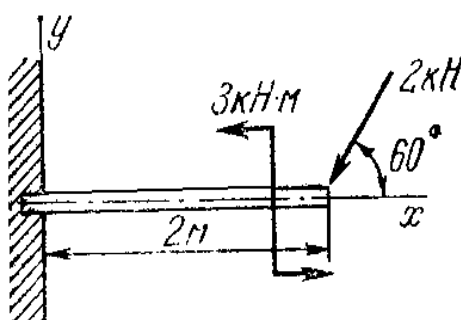




рисунке и находящейся под
сосредоточенной силы и пары



4. Определить реакции опор A и B балки, находящейся под действием двух сосредоточенных сил и равномерно распределенной нагрузки. Интенсивность распределенной нагрузки, величины сил и размеры указаны на рисунке.



5. Определить реакции заделки консольной балки, изображенной на рисунке, находящейся под действием сил.

6. Определить реакции заделки консольной балки, изображенной на рисунке и находящейся под действием пары сил и распределенной нагрузки, изменяющейся по закону треугольника.

Вопросы для обсуждения:

1. Плоская произвольная система сил?
2. Равномерно – распределённая нагрузка, равнодействующая?
3. Разложение силы на две составляющие по осям?
4. Пара сил. Момент пары сил?
5. Опоры (связи) и силы реакций опор?
6. Алгебраический момент силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства?
7. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей произвольной плоской системы сил? Условие равновесия рычага?
8. Главный вектор и главный момент плоской произвольной системы сил – аналитические условия равновесия плоской произвольной системы сил?
9. Аналитические условия равновесия плоской произвольной системы сил?

Практическое занятие 9. Определение реакций опор твердого тела. Плоская произвольная система сил.

Цель занятия: аналитическое исследование – выбор рационального способа закрепления бруса с минимальными реактивными силами (реакциями опор), плоская произвольная система сил, алгебраический момент силы относительно неподвижной точки на плоскости, условия равновесия плоской произвольной системы сил, аналитический способ уравнивания конструкции.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Понятие момента силы возникло в связи с определением вращательного действия силы, приложенной к телу, имеющему неподвижную точку или неподвижную ось. Алгебраическим моментом силы относительно некоторой точки O на плоскости называется скалярная величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы на ее плечо относительно этой точки.

$$m_o(\vec{F}) = \pm Fd \quad (31)$$

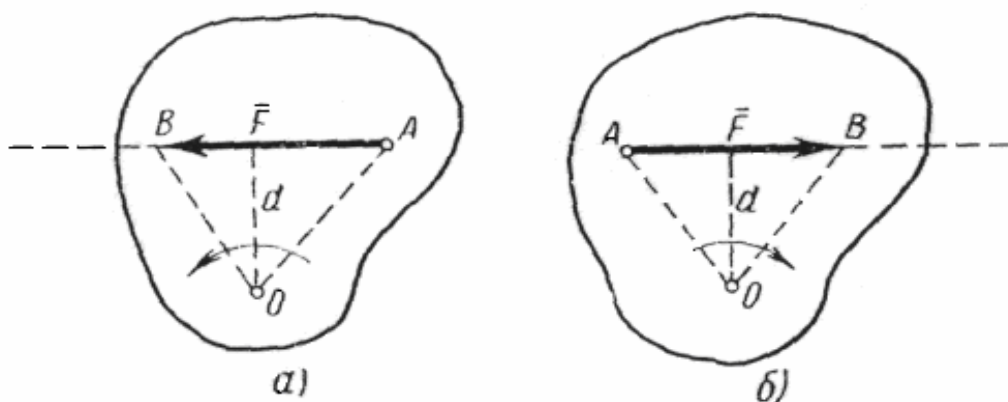


Рисунок 18

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы одновременно и главный вектор, и главный момент этой системы относительно произвольно выбранного центра приведения равнялись нулю.

$$\vec{R}' = 0; M_o = 0, \quad (32)$$

или

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0; \sum_{i=1}^n m_o(\vec{F}_i) = 0, \quad (33)$$

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из двух любым образом выбранных в плоскости действия этой системы сил координатных осей и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки той же плоскости были равны нулю.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \sum_{i=1}^n m_o(\vec{F}_i) = 0. \quad (34)$$

Задача:

Дано: схемы закрепления бруса (рис. 19 – а, б, в); $P = 2 \text{ кН}$; $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 2 \text{ кН / м}$.

Определить реакции опор для того способа закрепления бруса, при котором реакция $\overline{Y}_B$ опоры В имеет наименьшее числовое значение.

Решение:

1. Рассмотрим равновесие бруса. На него действуют: активные силы, заданные по условию задачи – сосредоточенная сила $\overline{P}$ под углом 30° к горизонтальной оси системы отчёта ХУ; пара сил с моментом М; равномерно-распределённая нагрузка интенсивностью q и реактивные силы – реакции опор. На рис. 19а: реакцию неподвижной шарнирной опоры А изображаем двумя её составляющими $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$, реакцию подвижной шарнирной опоры В изображаем $\overline{Y}_B$ (линия действия шарнирной опоры на катках направлена перпендикулярно опорной плоскости). На рис. 19б реакцию шарнирной опоры А (невесомого стержня) (стержень прикреплен к брусу и к неподвижной опоре шарнирами) изображаем вдоль самого стержня произвольного направления $\overline{X}_A$, реакцию неподвижной шарнирной опоры В изображаем двумя её составляющими $\overline{X}_B$ и $\overline{Y}_B$. На рис. 19в реакцию опоры А (невесомого стержня, стержень прикреплён к брусу и к неподвижной опоре шарнирами) изображаем вдоль самого стержня, произвольного направления $\overline{Y}_A$, реакцию неподвижной шарнирной опоры В изображаем двумя составляющими $\overline{X}_B$ и $\overline{Y}_B$.

Сосредоточенную силу $\overline{P}$ по «правилу параллелограмма сил» разлагаем на две составляющие по осям Х и У – $\overline{P}_x$ и $\overline{P}_y$. При графическом построении $\overline{P}_x$ и $\overline{P}_y$ на рис. 19 а, б, в точка приложения силы должна остаться на конструкции.

Численно $\overline{P}_x$ и $\overline{P}_y$ будут равны (используем соотношения прямоугольного треугольника).

$$P_x = P \cdot \cos 30 = 2 \cdot (\sqrt{3} / 2) = \sqrt{3} \text{ кН};$$

$$P_y = P \cdot \sin 30 = 2 \cdot (1 / 2) = 1 \text{ кН}.$$

Равномерно-распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей $\overline{Q}$, численно равной площади прямоугольника (закон изменения распределённой нагрузки) и приложенной в центре тяжести прямоугольника (на пересечении диагоналей).

$$|\overline{Q}| = S_{\square} = 6 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12 \text{ кН}.$$

2.
a)

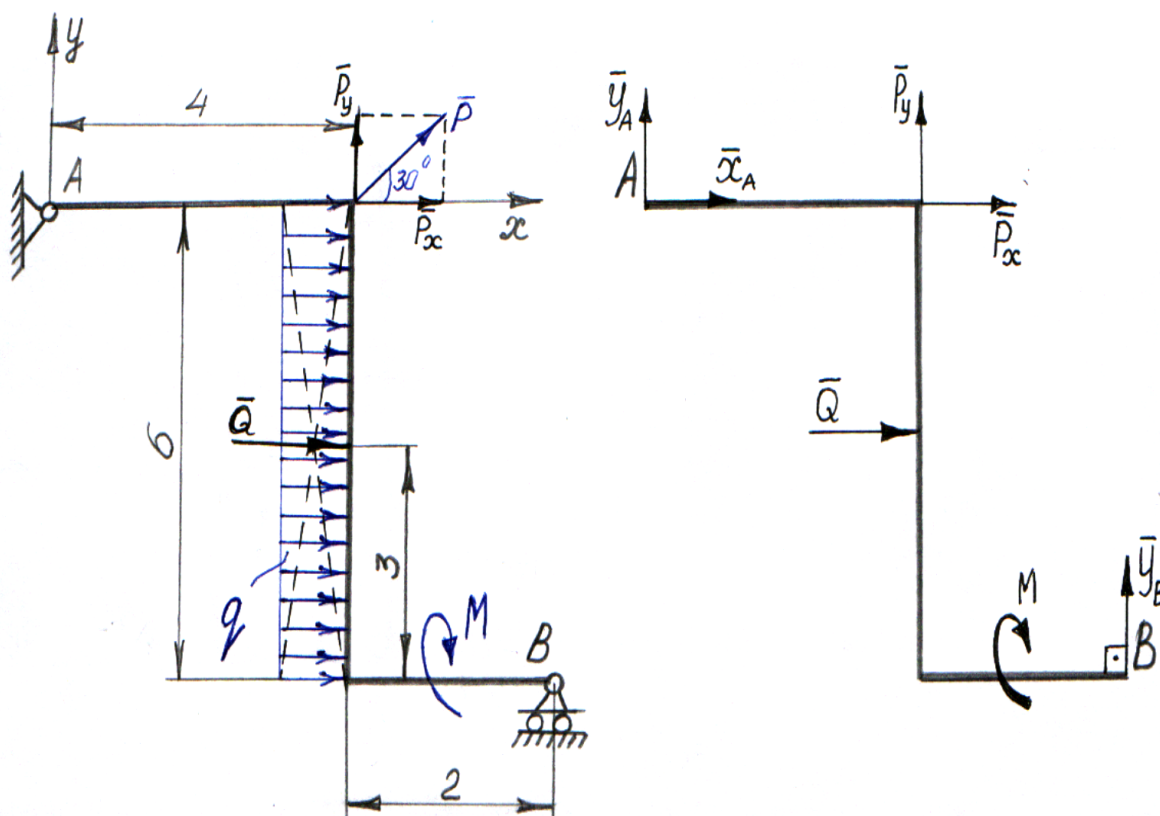


Рисунок 19а

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\Sigma F_{Kx} = 0; 2) \Sigma F_{Ky} = 0; 3) \Sigma M_a (\bar{F}_K) = 0 \text{ или} \quad (35)$$

$$\Sigma M_a (\bar{F}_K) = 0; 2) \Sigma M_b (\bar{F}_K) = 0; 3) \Sigma M_c (\bar{F}_K) = 0. \quad (36)$$

Для определения реакции $\bar{Y}_B$ составим уравнение моментов относительно точки A – точки пересечения двух реакций опор $\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$ (уравнение будет содержать меньше неизвестных):

$$\Sigma M_a (\bar{F}_K) = 0; 4Py + 3Q - M + 6Y_B = 0 \Rightarrow$$

$$Y_B = (M - 3Q - Py) / 6 = (8 - 3 \cdot 12 - 41) / 6 = -5,33 \text{ кН.}$$

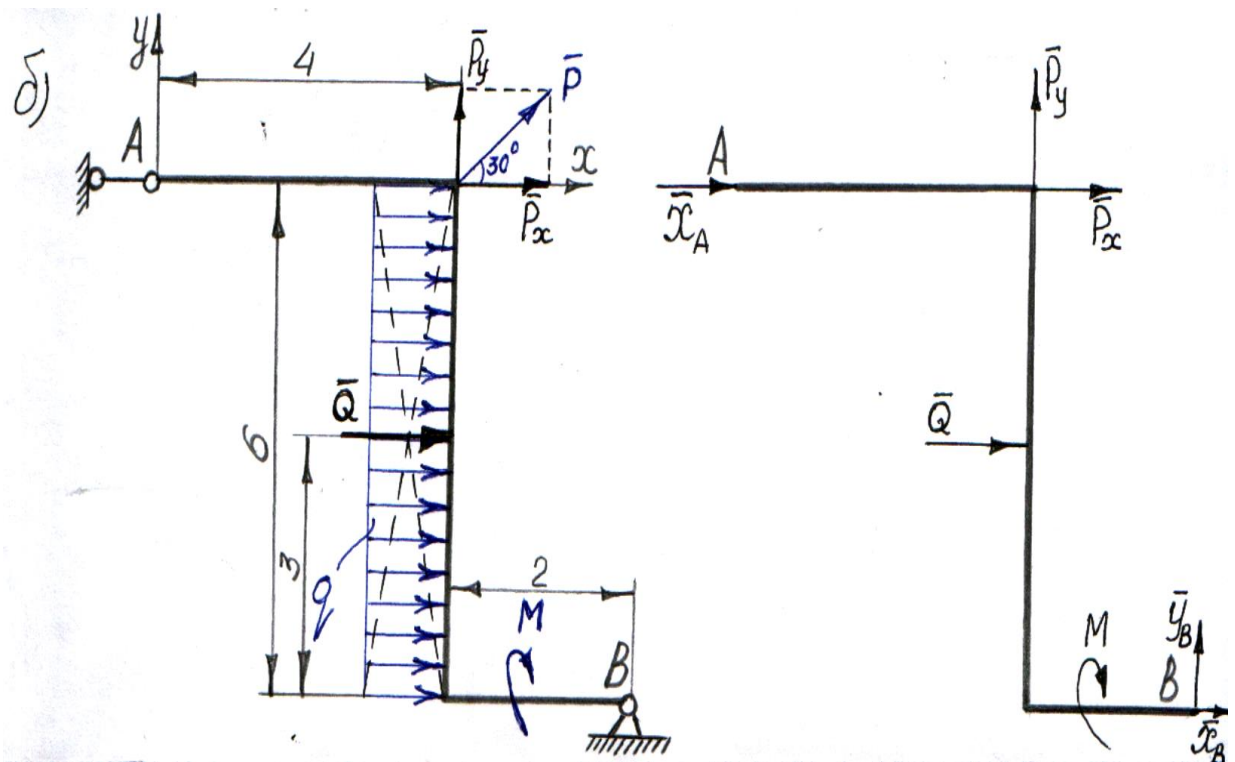


Рисунок 19б

Для определения исследуемой реакции $\bar{Y}_B$ из трёх возможных уравнений равновесия полученной произвольной системы сил рациональным является уравнение:
 $\Sigma F_{ky} = 0$; $P_y + Y_B = 0$; $\Rightarrow Y_B = -P_y = -1 \text{ кН}$.

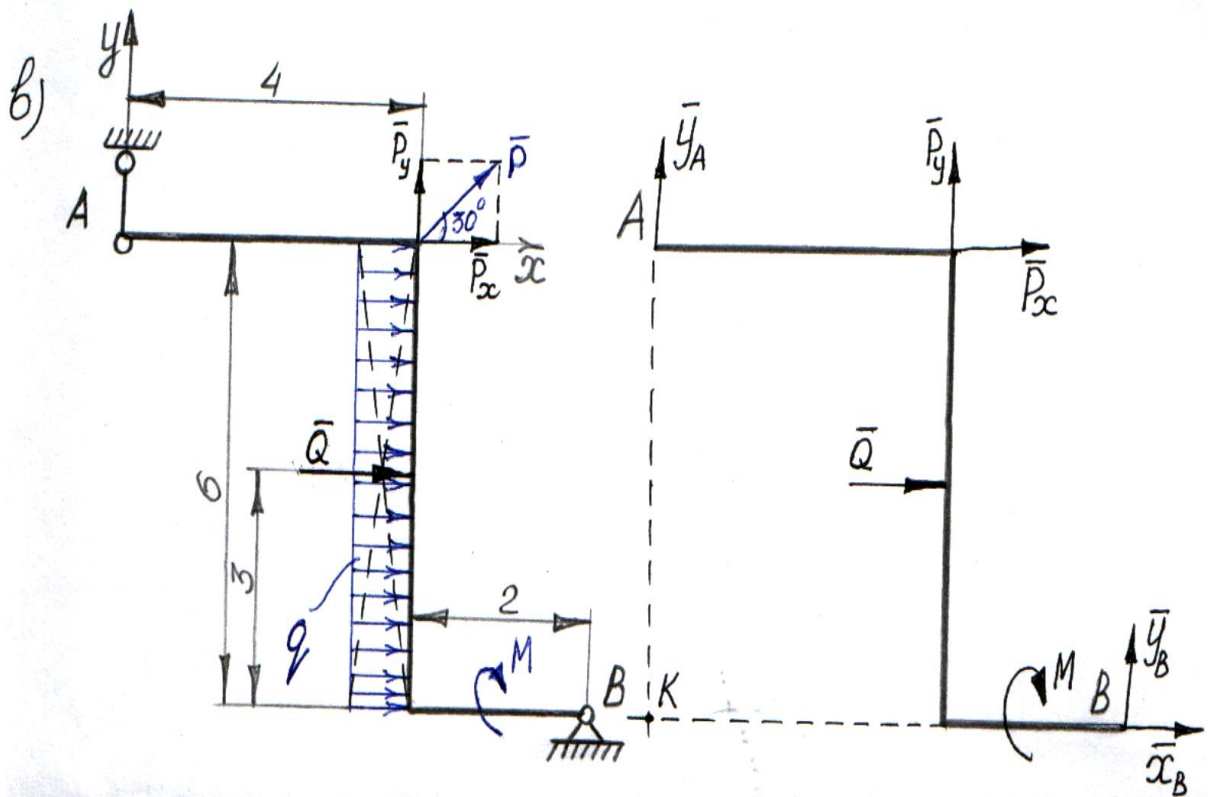


Рисунок 19в

Для определения исследуемой реакции $\overline{Y}_B$ из трёх возможных уравнений равновесия полученной произвольной системы сил рациональным (в уравнении наименьшее число неизвестных) является уравнение: алгебраическая сумма моментов всех сил относительно точки K – точки пересечения линий действия реакций $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$:

$$\Sigma M_K (\overline{F}_K) = 0; 4Py - 6Px - 3Q - M + 6Y_B = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_B = (6Px + 3Q + M - 4Y_B) / 6 = (6 \cdot (\sqrt{3}) + 3 \cdot 12 + 8 - 4 \cdot 1) / 6 = 8,397 \text{ кН.}$$

Знак «-» в значении реакции $\overline{Y}_B$ (рис. 19а и 19б) указывает на то, что истинное направление $\overline{Y}_B$, обеспечивающее равновесие полученных систем сил, соответствует противоположно указанному на рис. 19а, 19б.

Так как $\overline{Y}_B = |-1|$ кН – минимум по рис. 19б, следовательно, для этой схемы находим все остальные реакции опор – $\overline{X}_A$ и $\overline{X}_B$ и делаем проверку:

$$\Sigma M_B (\overline{F}_K) = 0; -M - 3Q - 6Px - 2Py - 6X_A = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_A = (-M - 3Q - 6Px - 2Py) / 6 = (-8 - 3 \cdot 12 - 6 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1) / 6 = -9,397 \text{ кН.}$$

$$\Sigma F_{Kx} = 0; X_A + Px + Q + X_B = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_B = -X_A - Px - Q = -(-9,397) - \sqrt{3} - 12 = -4,33 \text{ кН.}$$

Уравновешенность конструкции бруса (правильность вычисления реакций опор A и B) проверим, выполнив проверку:

$$\Sigma M_n (\overline{F}_K) = 0; -4,5X_A - 4,5Px - 1,5Q - M + Y_B + 1,5X_B = 0;$$

$$-4,5 \cdot (-9,397) - 4,5 \cdot (\sqrt{3}) - 1,5 \cdot 12 - 8 + 2 \cdot (-1) + 1,5 \cdot (-4,33) = 0;$$

$$42,28 - 7,78 - 18 - 8 - 2 - 6,495 = 0$$

$$42,28 - 42,28 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Знак «-» в значениях реакции $\overline{X}_A$ и $\overline{X}_B$ указывает на то, что истинное направление этих реактивных сил, обеспечивающее равновесие полученной системы сил, соответствует противоположно указанному на рис. 19б.

Результаты расчётов сводим в таблицу 1.

Таблица 1.

№ Рис.	Исследуемая реакция $\overline{Y}_B$ (кН)	Реакции опор	
		$\overline{X}_A$ (кН)	$\overline{X}_B$ (кН)
Рис. 19а	- 5,33	—	—
Рис. 19б	- 1	- 9,397	- 4,33
Рис. 19в	8,397	—	—

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое сила? Основные характеристики силы?
2. Что такое сосредоточенная сила?
3. Определение распределённой нагрузки?
4. Что такое равнодействующая? Правило параллелограмма сил?

5. Графическое и аналитическое определение проекции силы на ось?
6. Что такое: а) свободное тело? б) несвободное тело? Принцип освобожденности от связей?
7. Виды связей и их реакции?
8. Определение системы сил? Что называется плоской системой:
а) сходящихся сил? б) параллельных сил? в) произвольной системой сил?
9. Определение алгебраического момента силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства?
10. Определение пары сил? Момент пары сил? Свойства пары сил?
11. Теорема о парах сил? Эквивалентные преобразования с парами сил?
12. Уравнения равновесия плоской системы: а) сходящихся сил?
б) параллельных сил? в) произвольной системы сил?
13. План решения задач статики?

Тема 5. Ферма. Методы расчёта плоской фермы.

Практическое занятие 10. Расчёт плоской статически определимой фермы. Метод вырезания узлов.

Цель занятия: внешнее уравнивание конструкции, определение внутренних усилий в стержнях фермы – метод вырезания узлов.

Организационная форма: решение задач:

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

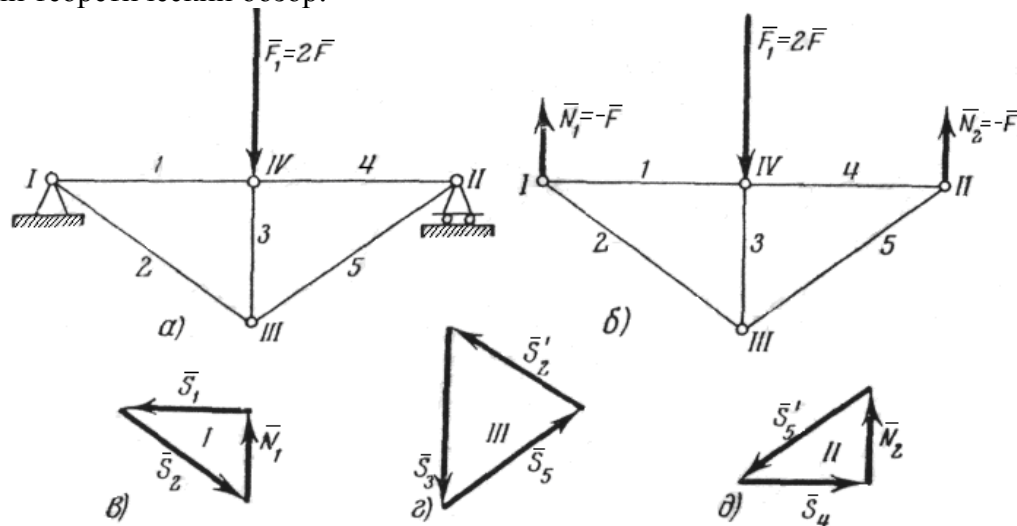


Рисунок 72

В данной ферме (рис. 72) число узлов $n = 4$, а число стержней $k = 5$. Следовательно, соотношение $k = 2n - 3$ выполняется, и ферма является статически определимой.

Ферма принимается на основании принципа отвердевания за абсолютно твердое тело. Внешнее уравнивание конструкции – это уравнивание активных сил и опорных реакций, которые образуют плоскую произвольную систему сил. Аналитический способ уравнивания – три уравнения равновесия плоской произвольной системы сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из двух взаимно перпендикулярных координатных осей и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки той же плоскости были равны нулю.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \sum_{i=1}^n m_o(\bar{F}_i) = 0. \quad (51)$$

Определение внутренних усилий в стержнях фермы по способу вырезания узлов. В число сил, приложенных к вырезанному узлу, входят реакции перерезанных стержней, равные по модулю искомым усилиям в этих стержнях, а также заданные силы и опорные реакции. Первым нужно вырезать тот узел, в котором соединяются только два стержня. Обычно такими бывают узлы на опорах. Затем уже нужно переходить к следующим узлам таким образом, чтобы в очередном узле было не более двух стержней с неизвестными еще реакциями, так как любой вырезанный узел – это плоская система сходящихся сил, для равновесия которой можно составить два уравнения равновесия. Свойства внутренних сил – они равны по модулю, противоположны по направлению и имеют общую линию действия. Проверочным является узел, в котором сходится максимальное количество стержней по геометрическому контуру фермы (рис. 72).

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad (52)$$

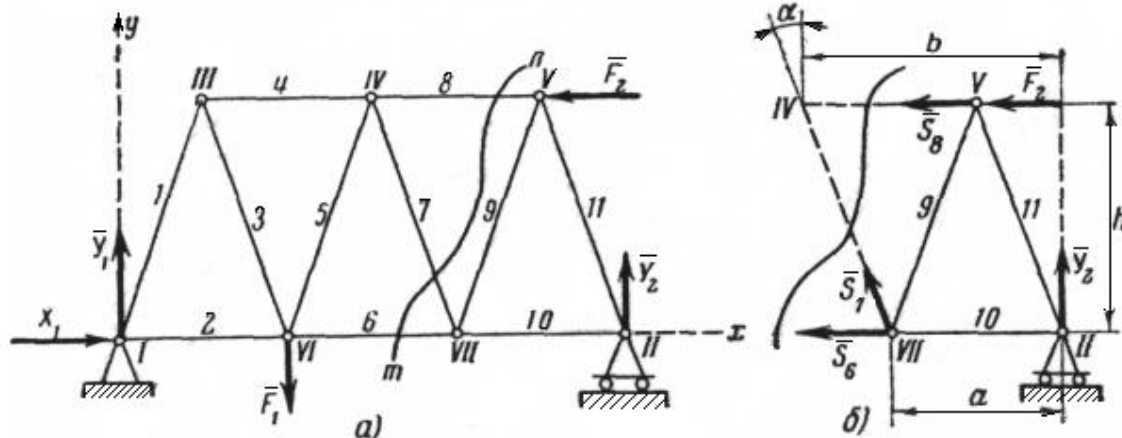


Рисунок 73

Задача:

Расчет фермы, изображенной на рисунке 73, а. К этой ферме приложены две активные силы: вертикальная $\bar{F}_1$ и горизонтальная $\bar{F}_2$. Размеры фермы указаны на рисунке 73, б. Требуется найти усилия в стержнях этой фермы.

Определим сначала опорные реакции. Неподвижная шарнирная опора I имеет две составляющие реакции: горизонтальную $\bar{X}_I$, и вертикальную $\bar{Y}_I$. Подвижная же опора II имеет только вертикальную реакцию $\bar{Y}_{II}$. Для определения этих опорных реакций составим три уравнения равновесия всех действующих на ферму сил (активных сил и опорных реакций) в форме

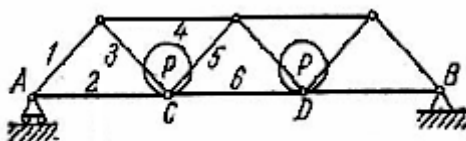
$$\begin{aligned}\sum X_i &= X_I - F_2 = 0; \\ \sum m_i(\bar{F}_i) &= -F_1 \cdot a + Y_2 \cdot 3a + F_2 \cdot h = 0; \\ \sum m_{II}(\bar{F}_i) &= -Y_I \cdot 3a + F_1 \cdot 2a + F_2 \cdot h = 0.\end{aligned}$$

Из этих уравнений находим

$$X_I = F_2; Y_I = \frac{2}{3}F_1 + \frac{h}{3a}F_2; Y_{II} = \frac{1}{3}F_1 - \frac{h}{3a}F_2.$$

Решить самостоятельно:

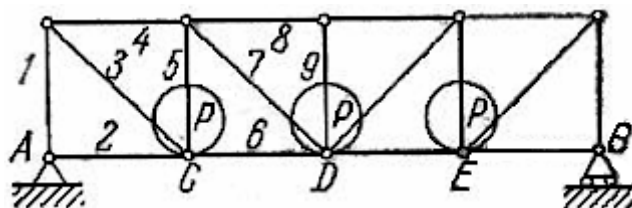
Задача 1.



В мостовой ферме, изображенной на рисунке, на узлы C и D приходится одинаковая вертикальная нагрузка $P = 100$ кН; наклонные стержни составляют углы 45° с горизонтом. Найти усилия в стержнях 1, 2, 3, 4, 5 и 6, вызываемые данной нагрузкой.

Ответ: $S_1 = -141$ кН, $S_2 = 100$ кН, $S_3 = 141$ кН, $S_4 = -200$ кН, $S_5 = 0$, $S_6 = 200$ кН.

Задача 2.



В мостовой ферме, изображенной на рисунке, узлы C, D и E загружены одинаковой вертикальной нагрузкой $P = 100$ кН. Наклонные стержни составляют углы 45° с горизонтом. Найти усилия в стержнях 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, вызываемые данной нагрузкой.

Ответ: $S_1 = -150$ кН, $S_2 = 0$, $S_3 = 212$ кН, $S_4 = -150$ кН, $S_5 = -50$ кН, $S_6 = 150$ кН, $S_7 = 71$ кН, $S_8 = -200$ кН, $S_9 = 0$.

Задача 3. Определить опорные реакции и усилия в стержнях навесной фермы, изображенной вместе с действующими на нее силами на рисунке.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Усилие, кН	-5,4	-3,6	-1,8	+2,06	+2,06	+4,1	-6	+3,5	-3	+2,7	-2

Ответ: $X_A = 5,4$
 $= -5,4$ кН.

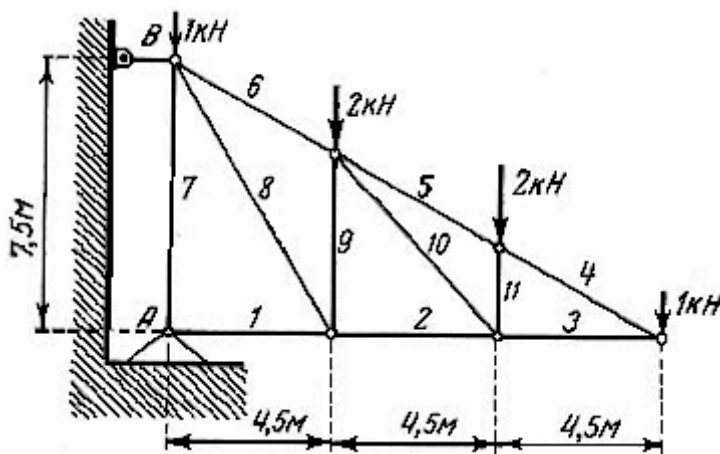
Задача 4.

Определить

реакции и

стержнях

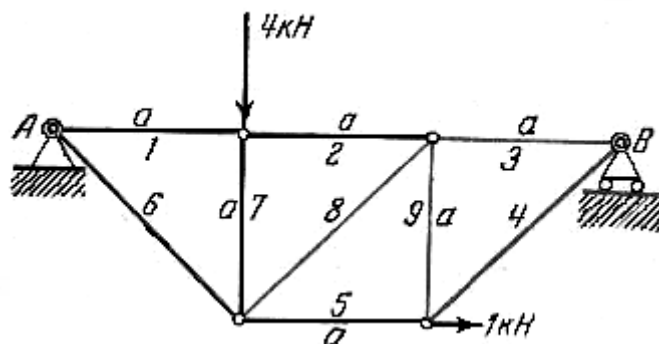
фермы, изображенной на рисунке вместе с нагрузкой.



кН, $Y_A = 6$ кН, $Y_B =$

опорные
 усилия в
 раскосной

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	-2	-2	-1	+1,41	+2	+4,24	-4	+1,41	-1



Ответ: $X_A = -1$
 1 кН.

Задача 5.

опорные реакции

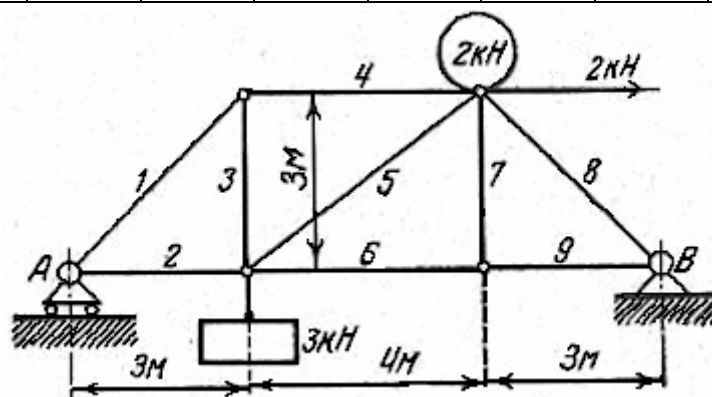
стержнях мостовой фермы, которая вместе с приложенными к ней силами изображена на рисунке.

кН, $Y_A = 3$ кН, $Y_B =$

Определить
 и усилия в

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Усилие, кН	-2,97	+2,1	+2,1	-2,1	+1,5	+0,9	0	-4,1	+0,9

Ответ: $Y_A =$
 $Y_B = 2,9$ кН.



2,1 кН, $X_B = -2$ кН,

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое ферма? Где используются фермы?

2. Алгоритм расчета статически определимой фермы?
3. Методы расчёта внутренних усилий в стержнях фермы: 1) метод вырезания узлов?
4. Какая зависимость существует между числом стержней и числом узлов фермы?
Как определяется статическая определимость фермы?
5. Уравнения равновесия плоской системы: а) сходящихся сил? б) произвольной системы сил?
6. Определение и свойства простейшей уравновешенной системы сил?
7. Определение и свойства внутренних усилий?

Практическое занятие 11. Расчёт плоской статически определимой фермы. Метод Риттера.

Цель занятия: внешнее уравнивание конструкции, определение внутренних усилий в стержнях фермы – метод Риттера.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

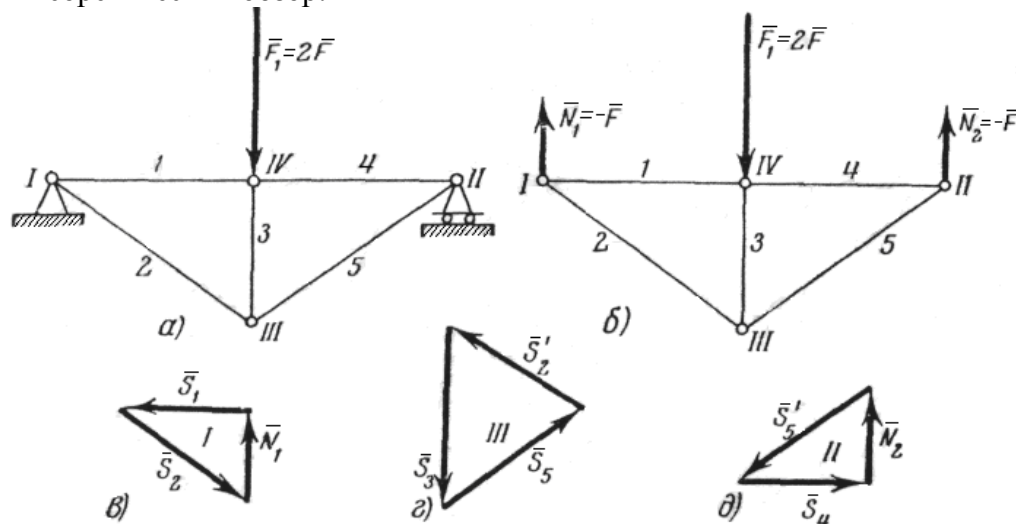


Рисунок 74

В данной ферме (рис. 74) число узлов $n = 4$, а число стержней $k = 5$. Следовательно, соотношение $k = 2n - 3$ выполняется, и ферма является статически определимой.

Ферма принимается на основании принципа отвердевания за абсолютно твердое тело. Внешнее уравнивание конструкции – это уравнивание активных сил и опорных реакций, которые образуют плоскую произвольную систему сил. Аналитический способ уравнивания – три уравнения равновесия плоской произвольной системы сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из двух взаимно перпендикулярных координатных осей и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки той же плоскости были равны нулю.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_o(\bar{F}_i) = 0. \quad (51)$$

Определение внутренних усилий в стержнях фермы по методу Риттера – методу сечений. Сечение должно нарушать целостность не более 3-х стержней, так как каждая отсечённая часть конструкции представляет плоскую произвольную систему сил, для равновесия

которой можно составить три уравнения $\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_o(\bar{F}_i) = 0.$

(52)

Число стержней с неизвестными в них внутренними усилиями не должно превышать число аналитических уравнений, иначе конструкция будет статически неопределимой (рис. 75).

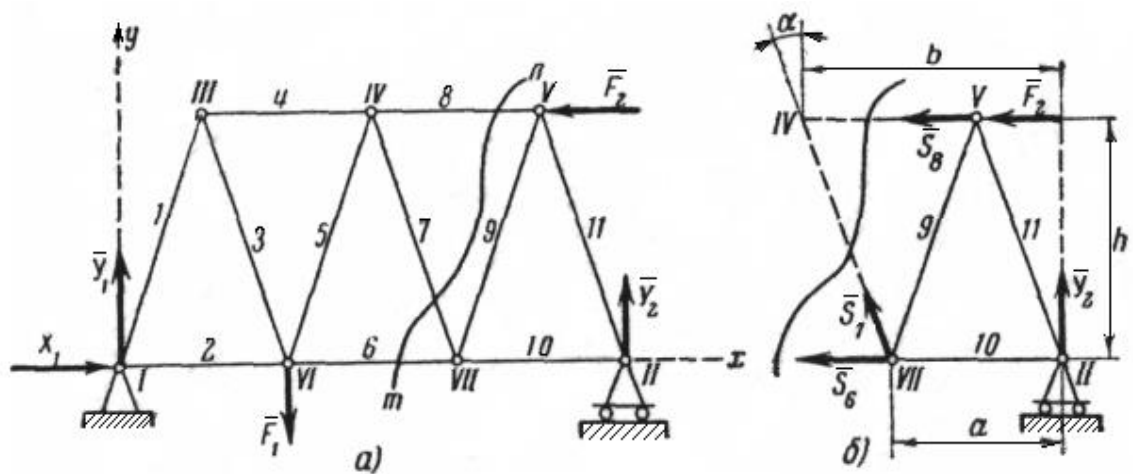


Рисунок 75

Переходим теперь к определению внутренних усилий в стержнях фермы по методу Риттера. Для этого мысленно разрежем ферму на две части, проведя сечение *mn*, например, через стержни 6, 7 и 5. После этого удалим мысленно одну из частей фермы, например левую, и рассмотрим оставшуюся правую часть. Для того чтобы равновесие оставшейся части фермы не нарушилось, необходимо согласно принципу освобождаемости от связей заменить действие существовавших ранее связей их реакциями, т. е. реакциями S_0 , S_7 , и S_8 перерезанных стержней 6, 7 и 8 на узлы V и VII (рисунок 75, б). Реакция каждого стержня фермы может быть направлена только вдоль стержня, от узла, если стержень растянут, и к узлу, если он сжат. Заранее мы не знаем, какие из стержней растягиваются, а какие сжимаются. Поэтому будем считать предварительно все стержни растянутыми, т. е. будем направлять их реакции от узла, как показано на рисунок 75, б. Знак «минус» перед модулем найденной реакции стержня будет показывать, что действительное ее направление обратно принятому, т. е. на то, что стержень сжат.

Таким образом, рассматриваемая часть фермы находится в равновесии под действием произвольной плоской системы из пяти сил: $\bar{F}_2$, $\bar{Y}_2$, $\bar{S}_6$, $\bar{S}_7$ и $\bar{S}_8$. Так как для произвольной плоской системы сил можно составить только три независимых уравнения равновесия, то производить сечение фермы нужно таким образом, чтобы при этом перерезалось *не более трех стержней* с неизвестными реакциями. Для определения искомых реакций стержней удобнее всего составлять уравнения равновесия в форме уравнений моментов, беря последовательно за центры моментов точки, в которых пересекаются два из трех перерезанных стержней. При этом в каждое из этих уравнений равновесия будет входить только одна неизвестная сила реакции перерезанного стержня. Если из трех перерезанных стержней два параллельны и, следовательно, точка пересечения их лежит в бесконечности, то вместо третьего уравнения моментов составляют уравнение проекций сил на ось, перпендикулярную к параллельным стержням.

Пусть по условию задачи требуется определить реакцию перерезанного стержня 8, зная $\bar{F}_2$ и $\bar{Y}_2$ и не определяя неизвестных реакций $\bar{S}_6$ и $\bar{S}_7$ и двух других перерезанных стержней 6 и 7. Для этого нужно составить такое уравнение равновесие произвольной плоской системы сил $\bar{F}_2$, $\bar{Y}_2$, $\bar{S}_6$, $\bar{S}_7$, $\bar{S}_8$, в которое неизвестные $\bar{S}_6$ и $\bar{S}_7$ не входили бы. Мы достигнем этой цели, если составим уравнение моментов относительно точки VII, в которой пересекаются линии действия сил $\bar{S}_6$ и $\bar{S}_7$, а именно:

$$\sum m_{IV}(\bar{F}_i) = S_8 h + F_2 h + Y_2 a = 0.$$

Из этого уравнения равновесия находим

$$S_8 = -\left(F_2 + \frac{a}{h}Y_2\right),$$

где F_2 , a и h – положительные числа. Если при этом и Y_2 будет положительным числом, то знак «минус», стоящий в правой части соотношения (1), указывает на то, что на самом деле реакция S_8 имеет направление, обратное показанному на рисунок 75, б, т. е. стержень 8 сжат.

Если же нам требуется определить усилие в стержне 6, не зная усилий в других стержнях (7 и 8), то нужно составить уравнение моментов относительно точки IV:

$$\sum m_{IV}(\overline{F_i}) = Y_2 b - S_6 h = 0.$$

Из этого уравнения равновесия находим

$$S_6 = \frac{b}{h}Y_2.$$

Если $Y_2 > 0$, то $S_6 > 0$, и, следовательно, стержень 6 будет растянут.

Наконец, если нам при том же сечении фермы потребуется найти $\overline{S_7}$, не зная $\overline{S_6}$ и $\overline{S_8}$, то нельзя использовать уравнение моментов, ибо силы $\overline{S_6}$ и $\overline{S_8}$ параллельны (не пересекаются), и, следовательно, нет той точки, относительно которой их моменты одновременно равнялись бы нулю. Поэтому мы составляем уравнение проекции на ось, перпендикулярную к силам $\overline{S_6}$ и $\overline{S_8}$, а именно:

$$\sum Y_i = S_7 \cos \alpha + Y_2 = 0.$$

Из этого уравнения равновесия находим

$$S_7 = -\frac{Y_2}{\cos \alpha}.$$

Если $Y_2 > 0$, то $S_7 < 0$, и, следовательно, стержень 7 будет сжиматься.

Преимущества метода Риттера перед методом вырезания узлов заключаются в том, что этот способ позволяет определить усилие в любом стержне фермы независимо от усилий в прочих стержнях. А методом вырезания узлов для нахождения усилия в одном определенном стержне требовалось найти усилия во всех стержнях, сходящихся в последующих узлах.

Недостатки метода Риттера заключаются в том, что точки пересечения перерезанных стержней, относительно которых берутся моменты, могут находиться и вне пределов чертежа.

Практическое занятие 12. Определение реакций опор фермы. Расчёт плоской статически определимой фермы.

Цель занятия: внешнее уравнивание конструкции, определение внутренних усилий в стержнях фермы – метод Риттера.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

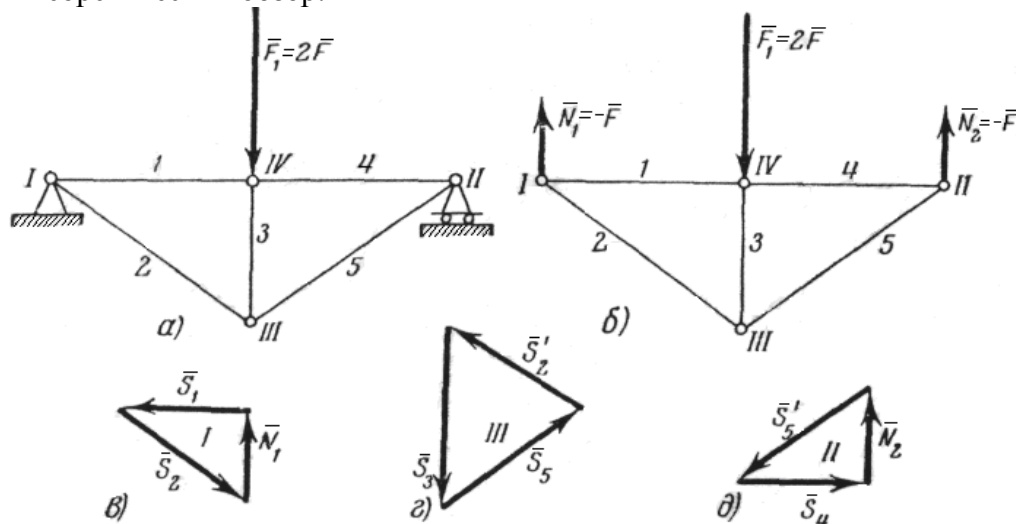


Рисунок 74

В данной ферме (рис. 74) число узлов $n = 4$, а число стержней $k = 5$. Следовательно, соотношение $k = 2n - 3$ выполняется, и ферма является статически определимой.

Ферма принимается на основании принципа отвердевания за абсолютно твердое тело. Внешнее уравнивание конструкции – это уравнивание активных сил и опорных реакций, которые образуют плоскую произвольную систему сил. Аналитический способ уравнивания – три уравнения равновесия плоской произвольной системы сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из двух взаимно перпендикулярных координатных осей и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно любой точки той же плоскости были равны нулю.

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \sum_{i=1}^n m_o(\vec{F}_i) = 0. \quad (51)$$

Задача. Определение реакций опор фермы. Расчёт плоской статически определимой фермы.

На рисунке 76 показана схема фермы.

Определить:

1) является ли ферма статически определимой;

2) реакции опор А и В от заданной нагрузки;

усилия в стержнях фермы:

а) для всех стержней способом вырезания узлов (аналитически);

б) в трех стержнях фермы – способом Риттера

Пример:

Дано: схема фермы (рис. 16). $P_1=10$ кН; $P_2= 20$ кН; $P_3=10$ кН; $a=2$ м.

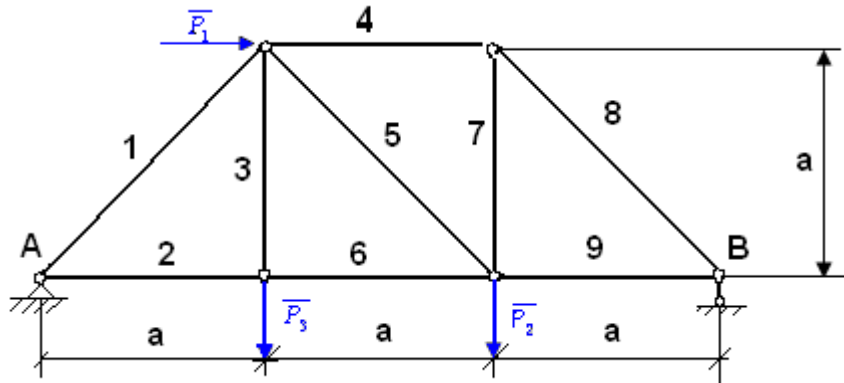


Рисунок 76

Решение:

1. Производим проверку условия геометрической неизменяемости и статической определимости фермы по формуле $S = 2n - 3$, где S – число стержней фермы; n – число узлов фермы. Подставляя $S = 9$ и $n = 6$, получаем, что $9 = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \rightarrow 9 = 9$. Это означает, что форма статически определяемая.

2. Определение реакций опор А и В (т. е. уравновесить ферму внешне) – рис. 77.

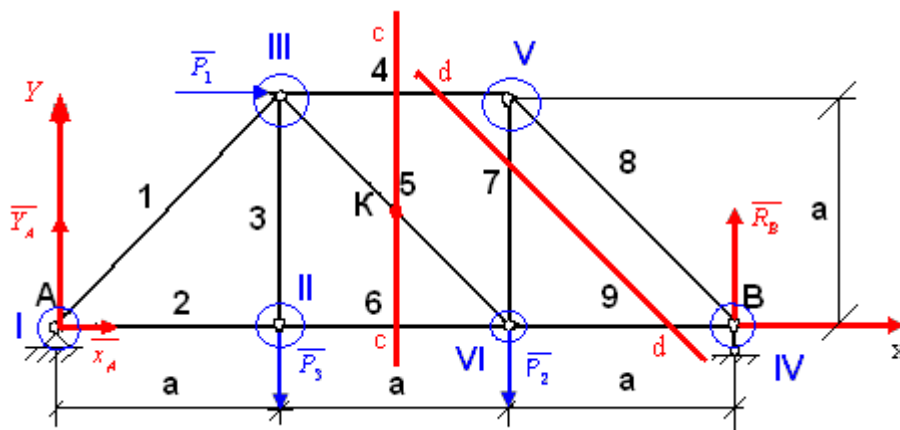


Рисунок 77

Освобождаем ферму от связей, заменяя их действие соответствующими силами реакции: $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ – две составляющие реакции неподвижной шарнирной опоры А; $\overline{R}_B$ – реакция опорного стержня В (направлена вдоль стержня) – рис. 77.

Заданные силы - $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$ (активные) и реакции опор - $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$ (реактивные) образуют плоскую произвольную систему сил, для которой можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; X_A + P_1 = 0 \rightarrow X_A = -P_1 = -10 \text{ кН};$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A - P_3 - P_2 + R_B = 0$$

$$\sum M_A(\overline{F_K}) = 0; -aP_3 - aP_1 - 2aP_2 + 3aR_B = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{aP_3 + aP_1 + 2aP_2}{3a} = \frac{10 + 10 + 2 \cdot 20}{3} = 20 \text{ кН}.$$

Подставляем найденное значение реакции $\overline{R_B}$ в уравнение 2 и определяем реакцию Y_A :

$$Y_A = P_3 + P_2 - R_B = 10 + 20 - 20 = 10 \text{ кН}$$

Проверка: точка К находится на середине вертикального и горизонтального размеров фермы.

$$\begin{aligned} \sum M_A(\overline{F_K}) = 0; & -15aY_A + 0,5aX_A - 0,5aP_1 - 0,5aP_2 + 0,5aP_3 + 1,5aR_B = 0; \Rightarrow \\ & 1,5 \cdot 2 \cdot 10 + 0,5 \cdot 2 \cdot (-10) - 0,5 \cdot 2 \cdot 10 + 0,5 \cdot 2 \cdot 10 - 0,5 \cdot 2 \cdot 20 + 1,5 \cdot 2 \cdot 20 = 0 \Rightarrow -30 - 10 - 10 - \\ & 20 + 10 + 60 = 0; -70 + 70 = 0; \quad 0 \equiv 0. \end{aligned}$$

Знак «-» в значении реакции $\overline{X_A}$ указывает на то, что она направлена противоположно, чем показано на рис. 77, чтобы обеспечить равновесие полученной плоской произвольной системы сил.

Итак, $X_A = -10 \text{ кН}$; $Y_A = 10 \text{ кН}$; $R_B = 20 \text{ кН}$.

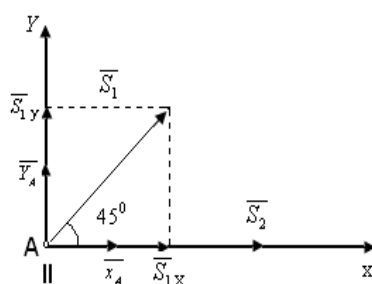
3. Определение внутренних усилий в стержнях фермы.

а) способ вырезания узлов (аналитический).

Введем следующую нумерацию узлов и стержней фермы (узлы обозначены римскими, а стержни – арабскими цифрами) – рис. 77.

Вырезаем сначала узел I, в котором сходятся только 2 стержня с неизвестными усилиями. Усилия в стержне обозначим соответственно через $\overline{S_1}$, $\overline{S_2}$ $\overline{S_9}$. Действия перерезанных стержней 1 и 2 заменим усилиями $\overline{S_1}$ и $\overline{S_2}$, направленные от узла, предполагая, что все стержни растянуты – рис. 77. Силы, действующие на узел I, образуют плоскую систему сходящихся сил, поэтому можно составить уравнения равновесия.

Узел I.



$$\sum F_{kx} = 0; X_A + S_1 \cos 45^\circ + S_2 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A + S_1 \sin 45^\circ = 0 \quad (2)$$

Решая полученную систему уравнений, находим усилия в стержнях 1 и 2:

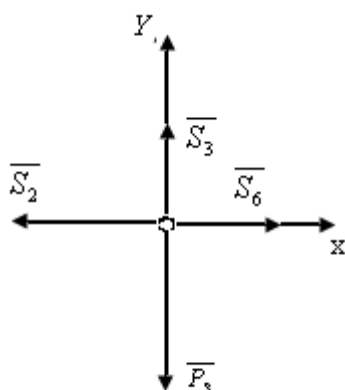
Рисунок 78

$$\text{Из 2): } S_1 = -Y_A / \sin 45^\circ = -10 / \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -14,14 \text{ кН (сжат)}$$

Подставляем найденные значения S_1 в уравнение 1) и вычисляем S_2 :

$$S_2 = -X_A - S_1 \cos 45^\circ = -(-10) - (-14,14) \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 10 + 10 = 20 \text{ кН (растянут)}$$

Положительный знак в значении S_2 показывает, что стержень 2, из выше принятого предположения, действительно **растянут**, а **отрицательный знак** в значении S_1 – что стержень сжат.



Следующим вырезаем узел II, в котором сходятся не более 2-х стержней (3 и 6) с неизвестными усилиями. Усилие S_2 направляем соответственно тому, что это внутреннее усилие в стержне (простейшая уравновешенная система сил).

Узел II:

$$\sum F_{kx} = 0; S_6 - S_2 = 0 \quad (1)$$

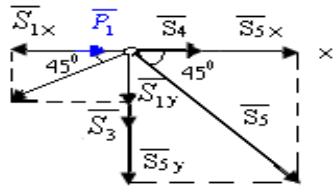
$$\Rightarrow S_6 = S_2 = 20 \text{ кН (растянут)}.$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_3 - P_3 = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow S_3 = P_3 = 10 \text{ кН} \quad (\text{растянут}).$$

Рисунок 79

Аналогично вырезаем все остальные узлы.



Узел III:

$$\sum F_{kx} = 0; -S_1 \cdot \cos 45^\circ + P_1 + S_4 + S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad (1)$$

Рисунок 80

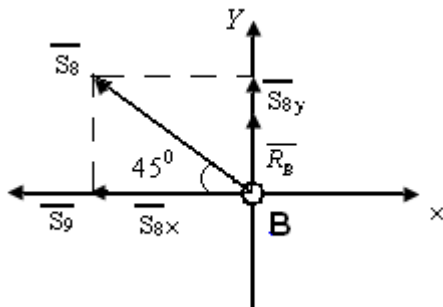
$$\sum F_{ky} = 0; -S_1 \cdot \sin 45^\circ - S_3 - S_5 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (2) \Rightarrow S_5 = \frac{-S_1 \cdot \sin 45^\circ - S_3}{\sin 45^\circ} =$$

$$\frac{-(-14,14) \cdot (\sqrt{2} / 2) - 10}{(\sqrt{2} / 2)} = 0 \Rightarrow (\text{нулевой стержень}).$$

Подставляем S_5 в 1) и находим значение усилия S_4 :

$$S_4 = S_1 \cos 45^\circ - P_1 - S_5 \cos 45^\circ = -14,14 \cdot (\sqrt{2} / 2) - 10 = -10 - 10 = -20 \text{ кН} \quad (\text{сжат}).$$

Узел IV:



$$\sum F_{kx} = 0; -S_9 - S_8 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; R_B + S_8 \sin 45^\circ = 0 \quad (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_8 = -\frac{R_B}{\sin 45^\circ} = -\frac{20}{\sqrt{2} / 2} = -28,28 \text{ кН} \quad (\text{сжат}).$$

Рисунок 81

$$\text{Из 1) : } S_9 = -S_8 \cos 45^\circ = -(-28,28) \cdot (\sqrt{2} / 2) =$$

20 кН (растянут).

Узел V:

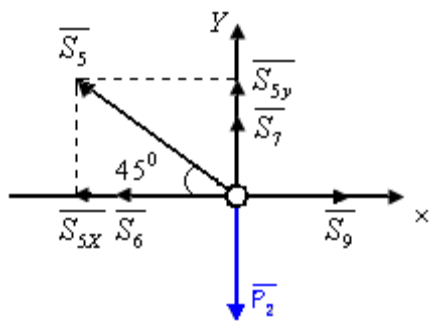
$$\sum F_{kx} = 0; -S_4 + S_8 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$-(-20) - 28,28 \cdot (\sqrt{2} / 2) = 0; 20 - 20 = 0; 0 = 0$$

$$\sum F_{ky} = 0; -S_8 \sin 45^\circ - S_7 = 0$$

$$\Rightarrow S_7 = -S_8 \sin 45^\circ = -(-28,28) \cdot (\sqrt{2} / 2) = 20 \text{ кН} \quad (\text{растянут}).$$

Рисунок 82



Узел VI (проверочный):

$$\sum F_{kx} = 0; -S_5 \cdot \cos 45^\circ - S_6 + S_9 = 0; \quad (1)$$

$$-0 - 20 + 20 = 0; 0 \equiv 0$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_5 \cdot \sin 45^\circ + S_7 - P_2 = 0; \quad (2)$$

$$0 \cdot (\sqrt{2}/2) + 20 - 20 = 0; 0 \equiv 0;$$

Рисунок 83

б) способ Риттера (способ сечений) – определение усилий в стержнях 5, 6, 9.

Мысленно рассекаем ферму на две части так, чтобы число рассеченных стержней, в которых усилия еще не известны, не превышало трех.

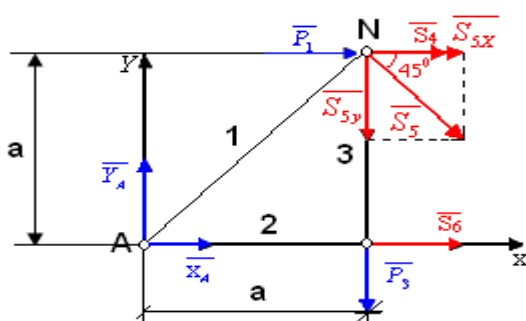
Для стержней 5 и 6 сечение С-С (рис. 77). Рассматриваем равновесие левой от сечения С-С части фермы – рис. 84. Действие рассеченных стержней 4, 5, 6 заменяем их внутренними усилиями S_4 , S_5 , S_6 соответственно, направленными по стержням от узлов, предполагая, что стержни растянуты. Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить 3 уравнения равновесия. Точка Риттера – это моментная точка.

Для стержня 6 точка N – точка Риттера – точка пересечения линий действия усилий S_4 и S_5 .

$$\sum M_N(F_K) = 0; a S_6 + a X_A - a Y_A = 0 \Rightarrow \text{Рисунок 84}$$

$$S_6 =$$

$$\frac{a Y_A - a X_A}{a} = 10 - (-10) = 20 \text{ кН}$$



Для стержня 5 точки Риттера нет.

$$\sum F_{ky} = 0; -S_5 \sin 45^\circ - P_3 + Y_A = 0; \Rightarrow S_5 = \frac{-P_3 + Y_A}{\sin 45^\circ} = \frac{-10 + 10}{(\sqrt{2}/2)} = 0 \quad (\text{нулевой стержень})$$

Для определения внутреннего усилия в стержне 9 мысленно рассекаем ферму сечением d-d (рис. 77) и рассматриваем равновесие правой от сечения части фермы – рис. 85.

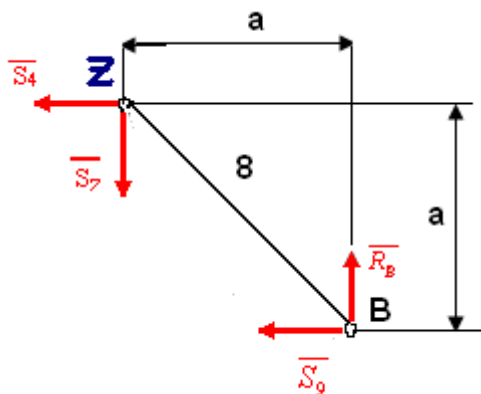
Точка Z – точка Риттера для стержня 9.

Рисунок 85

$$\text{стержня 9.} \quad M_Z(F_K) = 0; -a S_9 + a R_B = 0 \Rightarrow$$

$$S_9 = \frac{a R_B}{a}$$

$$R_B = 20 \text{ кН (растянут).}$$



Численные значения внутренних усилий

S_5 , S_6 , S_9 соответственно стержней 5, 6,

9, определенные по методу вырезания узлов фермы и способом сечений (метод Риттера)

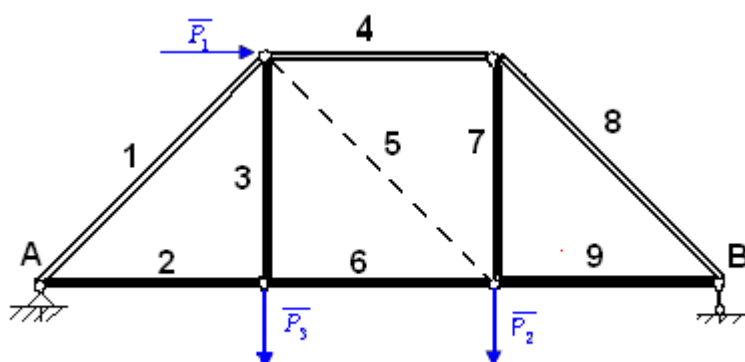
абсолютно равны. Схема

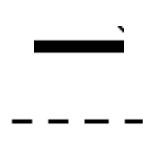
фермы с

фактической

картиной сил

сжатый стержень




, растянутый стержень
— — — — стержень, сила которого равна нулю (нулевой стержень)
Рисунок 86

Результаты расчетов внутренних усилий в стержнях фермы сводим в таблицу 2.

Таблица 2.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Знак силы	–	+	+	–	0	+	+	–	+
Сила, кН	14,14	20	10	20	0	20	20	28,28	20

Тема 6. Сочленённые конструкции.

Практическое занятие 13-15. Система 2-х, 3-х тел. Равновесие плоской произвольной системы сил. Равновесие сочленённой системы тел.

Цель занятия: сочленённая система тел, равновесие сочленённых конструкций, плоская произвольная система сил, внешние и внутренние связи.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

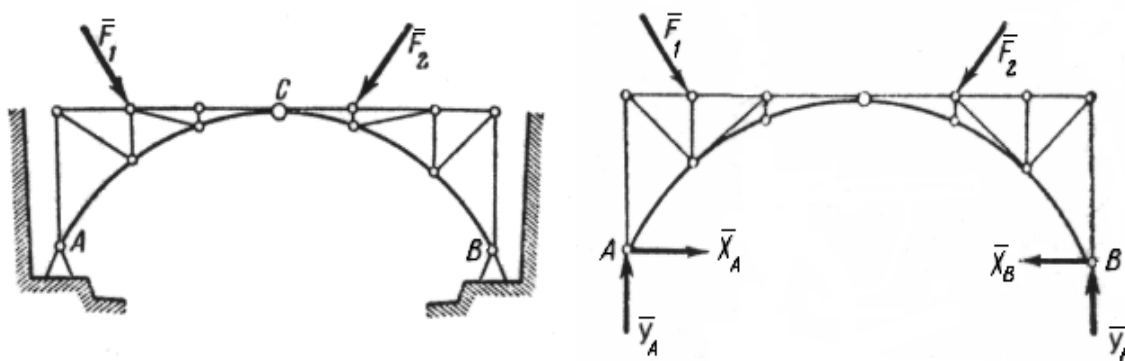
Краткий теоретический обзор:

Системы тел, свободно опирающихся друг на друга или соединенных между собой какими-нибудь связями и находящимися под действием произвольной плоской системы сил или плоской системы параллельных сил. Такую систему тел называют *сочлененной системой*.

После отбрасывания внешних связей (связи, скрепляющие сочлененную систему с не входящими в нее телами (например, с опорами), называются внешними, в отличие от внутренних связей, соединяющих между собой тела данной сочлененной системы) сочлененная система тел не остается жесткой.

На основании принципа отвердевания система сил, действующая сочлененную систему тел, должна при равновесии удовлетворять условиям равновесия абсолютно твердого тела.

Например, трехшарнирная арка (рисунок 34), состоящая из двух тел (полуарок) с тремя шарнирами A , B и C , из которых первые два являются неподвижными опорными шарнирами, а третий соединяет эти два тела (полуарки) между собой.



В месте подвижного соединения – шарнир C – расчленим конструкцию на две составные части. Применяя принцип освобождения от связей, отбросим мысленно шарнирные крепления в точках A и B и заменим их действие силами реакций. Модули и направления этих реакций неизвестны. Поэтому необходимо неизвестную по направлению реакцию в каждой из двух шарнирно неподвижных опор A и B разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ и $\bar{X}_B$, $\bar{Y}_B$ (рисунок 35). Таким образом, для сочлененной системы тел, состоящей из двух полуарок (рисунок 35), можно составить три уравнения равновесия, в то время как число неизвестных сил реакций равно четырем. Однако данная задача является статически определенной. Докажем это утверждение. Для этого рассмотрим равновесие какой-либо полуарки (например, левой, рисунок 36, a). На левую полуарку действует одна активная сила $\bar{F}_1$. Отбрасывая мысленно шарниры A и C вместе с правой полуаркой, заменяем их действие силами реакций. Так как реакция в шарнире C также неизвестна по модулю и направлению, то ее тоже необходимо предварительно разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие $\bar{X}_C$ и $\bar{Y}_C$. Для левой полуарки можно составить три уравнения равновесия, имея при этом только две новые неизвестные $\bar{X}_C$ и $\bar{Y}_C$ (последнее объясняется тем, что реакция в шарнире A должна быть представлена двумя ранее выбранными составляющими $\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$). Таким образом, рассматривая равновесие всей трехшарнирной арки в целом и левой полуарки, имеем шесть

уравнений равновесия и шесть неизвестных. Эта же задача может быть решена и другим способом, если рассмотрим равновесие любой полуарки (рисунок 36, б). В этом случае число уравнений равновесия также равно числу неизвестных, так как согласно аксиоме IV $\bar{X}'_C = -\bar{X}_C$ и $\bar{Y}'_C = -\bar{Y}_C$.

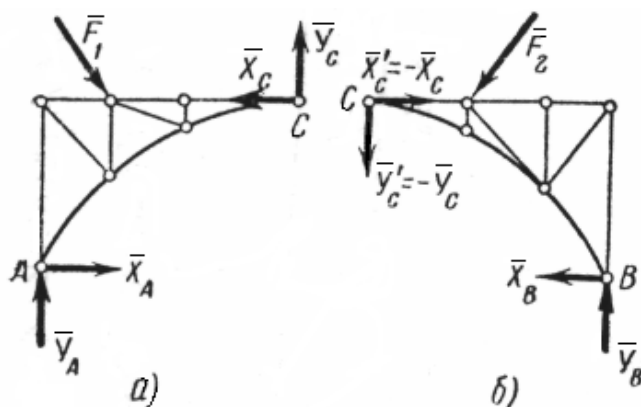


Рисунок 36

Изложенный способ решения задач на равновесие сочлененной системы тел называется *методом расчленения*.

Для сочлененной системы из n тел, на каждое из которых действует произвольная плоская система сил, методом расчленения можно составить $3n$ независимых уравнений равновесия, позволяющих найти $3n$ неизвестных. Однако это вовсе не значит, что при составлении уравнений равновесия для сочлененной системы всегда следует рассматривать равновесие каждого тела в отдельности. Напротив, можно рассматривать и равновесие всей этой системы в целом как одного свободного абсолютно твердого тела или какой-нибудь совокупности тел, входящих в состав сочлененной системы.

Задача: На конструкцию (рис. 37), состоящую из балок AC и CB , действует сосредоточенная сила $\bar{P}_1$, равномерно-распределённая нагрузка интенсивностью $\bar{q}$, пара сил с моментом M .

Дано: $P_1 = 2 \text{ кН}$; $q = 2 \text{ кН/м}$; $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $\alpha = 60^\circ$.

Определить реакции опор A и B и реакции промежуточного шарнира C .

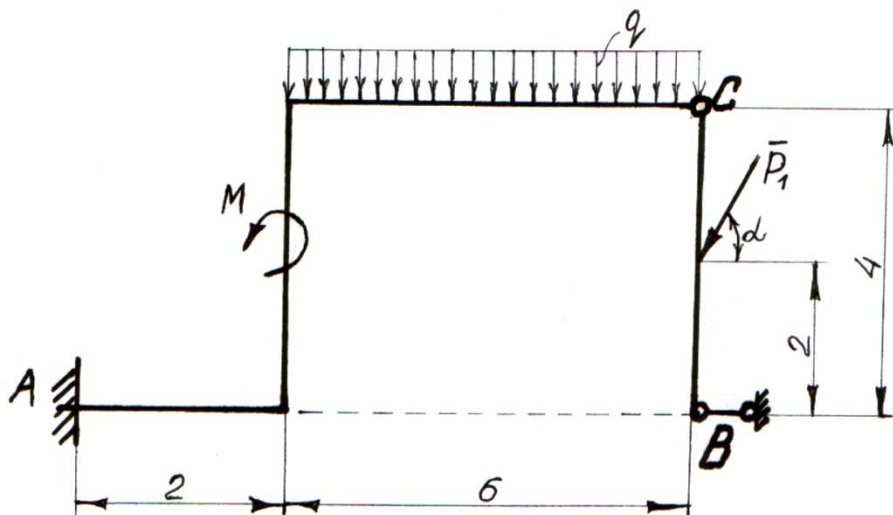


Рисунок 37

Решение: Рассмотрим равновесие всей конструкции (рис. 38). Равномерно-распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей $\bar{Q}$, численно

равной $Q = 6 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12 \text{ [м} \cdot (\text{кН/м})] = \text{кН}$ и приложенной в центре тяжести прямоугольника – на пересечении диагоналей. Вводим систему отчёта XAY .

Сосредоточенную силу $\bar{P}_1$ разлагаем по правилу параллелограмма на две составляющие по осям X и Y – $\bar{P}_{1x}$ и $\bar{P}_{1y}$, численно равные:

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot (1/2) = 1 \text{ кН};$$

$$P_{1y} = P_1 \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot (\sqrt{3}/2) = \sqrt{3} = 1,73 \text{ кН}.$$

Применяя принцип освобождаемости от связей, отбрасываем опору A (жесткая заделка) и опору B (невесомый стержень) и заменяем их реакциями опор (рис. 37). Реакции опоры A – $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, M_A ; реакция опоры B – $\bar{X}_B$ (направлена вдоль стержня). Рассмотрим систему уравнивающих сил, приложенных к конструкции.

Для полученной плоской произвольной системы сил (рис. 38) можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; X_B + X_A - P_{1x} = 0; \quad (37)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A - Q - P_{1y} = 0; \quad (38)$$

$$\text{из (2)} \Rightarrow Y_A = Q + P_{1y} = 12 + \sqrt{3} = 13,73 \text{ кН};$$

$$\sum M_A (\bar{F}_k) = 0; M_A + M - 5Q - 8P_{1y} + 2P_{1x} = 0; \quad (39)$$

$$\text{Из (3)} \Rightarrow M_A = -M + 5Q + 8P_{1y} - 2P_{1x} = -6 + 5 \cdot 12 + 8 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1 = 65,84 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

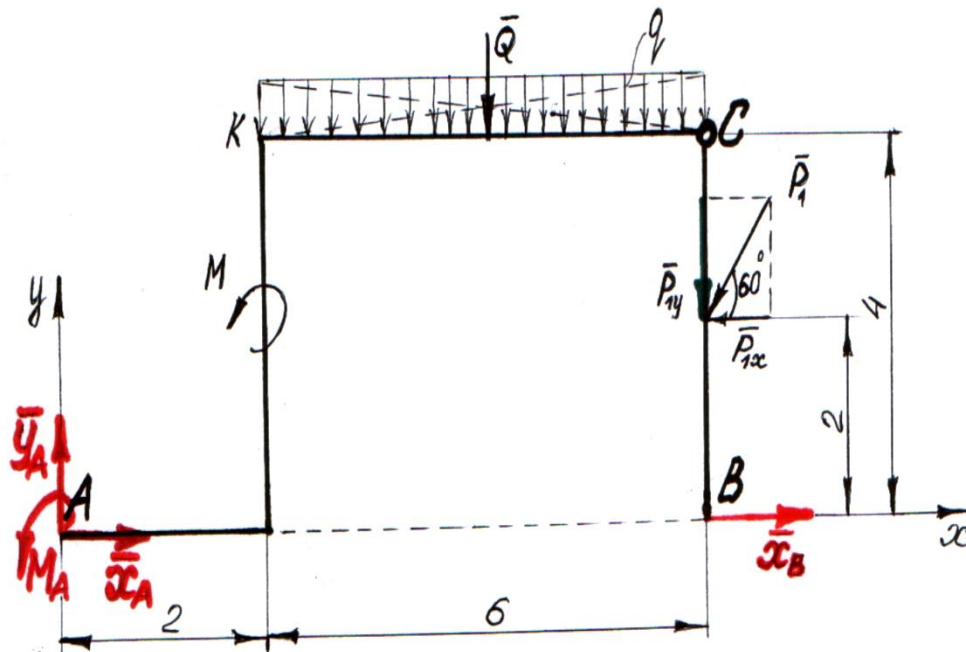


Рисунок 38

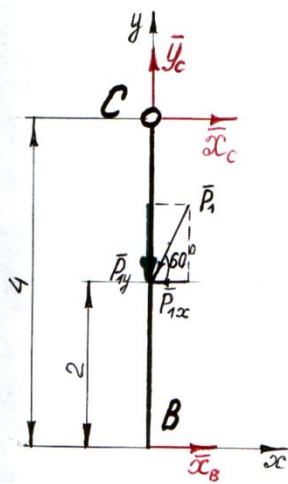
Расчленим конструкцию на две составные части в точке подвижного соединения – шарнир C – и рассматриваем равновесие правой от шарнира C части конструкции (рис. 39). Реакцию шарнира C разлагаем на две составляющие – $\bar{X}_c$, $\bar{Y}_c$. Эти реактивные силы отражают действие отброшенной левой части конструкции на рассматриваемую правую. Для полученной плоской произвольной системы сил (рис. 39) можно составить 3 уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; X_B + X_c - P_{1x} = 0; \quad (40)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_c - P_{1y} = 0; \Rightarrow Y_c = P_{1y} = \sqrt{3} \text{ кН}; \quad (41) \quad \sum M_C (\bar{F}_k) =$$

$$0; -2P_{1x} + 4X_B = 0. \quad (42)$$

$$\text{Из (6)} \Rightarrow X_B = (2P_{1x}) / 4 = P_{1x} / 2 = 1/2 = 0,5 \text{ кН}.$$



Зная X_b , из уравнения (4) находим X_c :

$$X_c = P_{1x} - X_b = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ кН.}$$

Подставляем найденную X_b в уравнение (1) и определяем X_a :

$$X_a = P_{1x} - X_b = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ кН.}$$

Выполним проверку правильности вычисления реакций опор.

$$\sum M_k(\bar{F}_k) = 0; \text{ (рис. 38)}$$

$$-2Y_a + Ma + 4X_a + M - 3Q - 6P_{1y} - 2P_{1x} + 4X_b = 0$$

Рисунок 39

$$05 = 0$$

$$-2 \cdot 13,73 + 65,84 + 4 \cdot 0,5 + 6 - 3 \cdot 12 - 6 \cdot 1,73 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 05 = 0$$

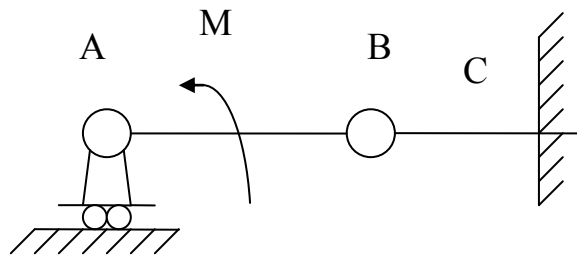
$$-27,46 + 65,84 + 2 + 6 - 36 - 10,38 - 2 + 2 = 0$$

$$-73,84 + 73,84 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Решить самостоятельно:

Задача 1.

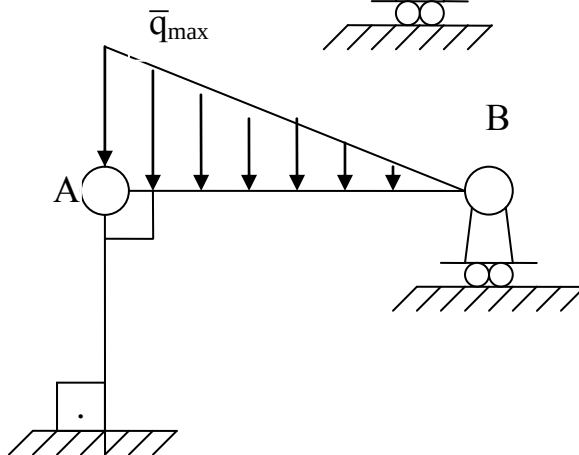
На балку АВ моментом $M = 800$ момент в заделке $= 0,5$ м. (200)



Задача 2.

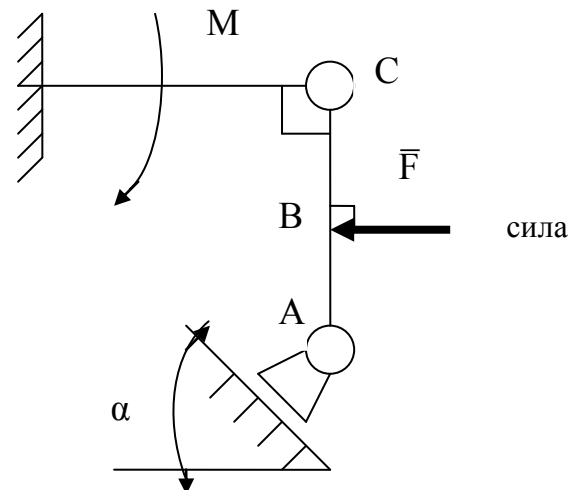
На балку АВ действует линейно распределенная нагрузка

интенсивностью $q_{\max} = 3$ кН/м. Определить реакцию опоры В в кН, если расстояние АВ = 2 м. (1)



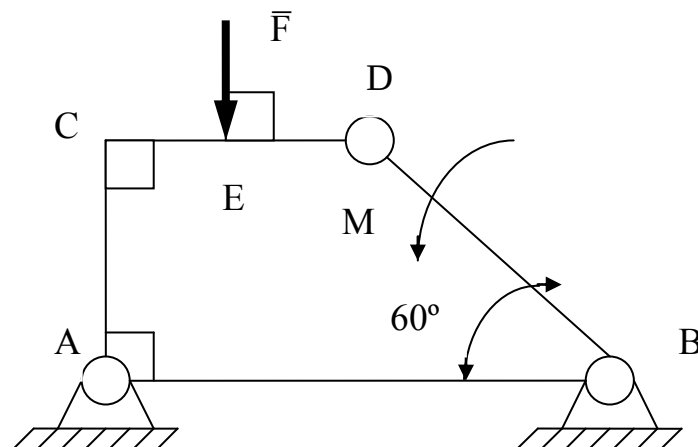
Задача 3.

Определить реакцию опоры А в кН, если $F = 3$ кН, угол $\alpha = 30^\circ$, размеры АВ=ВС. (3)



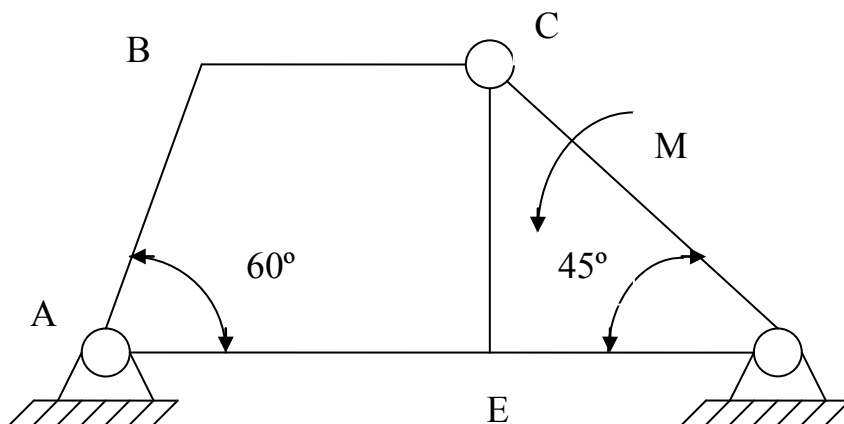
Задача 4.

Определить в кН силу F, при которой вертикальная составляющая реакции в шарнире А равна 0 кН, если размеры АВ =



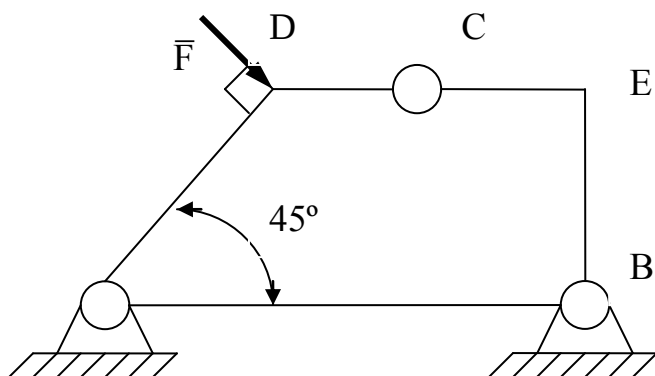
$BD = 1 \text{ м. } CE=DE$, момент пары сил $M=6 \text{ кН} \cdot \text{м.}$ (4)

Задача 5.



Определить в $\text{кН} \cdot \text{м}$ момент M пары сил, при котором вертикальная составляющая реакции опоры $A=10 \text{ кН}$, если размеры $BC=CE=1 \text{ м.}$ (25,8)

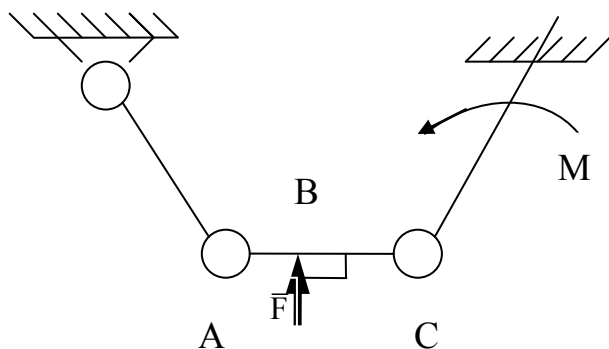
Задача 6.



Определить вертикальную составляющую реакции в шарнире B , если сила $F=850 \text{ Н}$, а размеры $DC = CE = DE$. (401)

Задача 7.

Найти вертикальную составляющую реакции в шарнире C , если сила $F=600 \text{ Н}$, размеры $BC=2AB$. (200)



Вопросы для обсуждения:

1. Что такое сосредоточенная сила?
2. Дать определение распределённой нагрузки?
3. Правило разложения силы по правилу параллелограмма?
4. Вычисление проекции силы, разложенной по правилу параллелограмма?
5. Виды связей и их реакции?
6. Методы расчёта составных конструкций?
7. Уравнения равновесия плоской произвольной системы сил?
8. Внешние силы? Определение внутренних усилий и их свойства?
9. Определение пары сил? Свойства пары сил? Теорема о парах сил?
10. Определение алгебраического момента силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства?

Тема 7. Пространственная произвольная система сил.

Практическое занятие 16-17. Момент силы относительно оси и его свойства.

Уравнения равновесия пространственной системы сил.

Цель занятия: Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех этих сил на каждую из трех любым образом выбранных координатных осей равнялась нулю и чтобы алгебраическая сумма их моментов относительно каждой из этих осей также равнялась нулю.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= 0; \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n Z_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_x(\bar{F}_i) &= 0; \quad \sum_{i=1}^n m_y(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_z(\bar{F}_i) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

Условия (49) называются условиями равновесия произвольной пространственной системы сил в аналитической форме.

Задача.

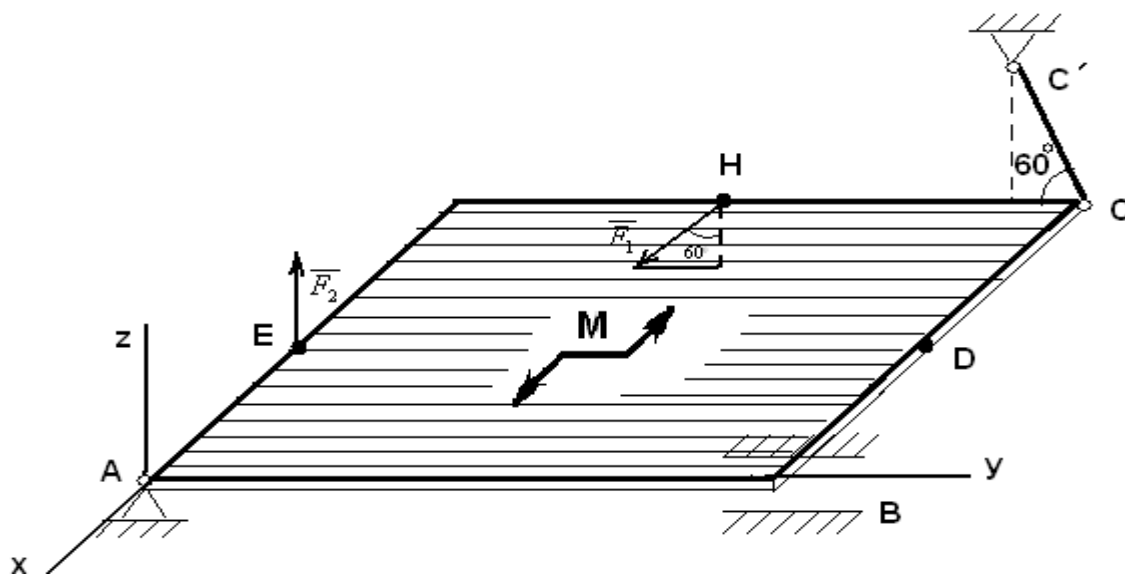


Рисунок 58

Однородная прямоугольная плита весом $\bar{P}$ со сторонами $AB = 3L$, $BC = 2L$ закреплена в точке B цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (рис. 58)

На плиту действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\bar{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения H); сила $\bar{F}_2$ – в плоскости параллельной XZ (точка приложения E). Точки приложения сил (E , H) находятся в серединах сторон плиты.

Дано: $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $F_1 = 2 \text{ кН}$; $F_2 = 4 \text{ кН}$; $L = 1 \text{ м}$; $P = 8 \text{ кН}$; $AB = 3L \text{ м}$; $BC = 2L \text{ м}$.

Определить реакции связей в точках A , B и стержня CC' .

Решение:

1. Рассмотрим равновесие плиты. На неё действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\vec{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения – H) и её составляющие:

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ кН};$$

$$F_{1z} = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ кН}.$$

Сила $\vec{F}_2$ – в плоскости, параллельной XZ (точка приложения E); $\vec{F}_2 \parallel AZ$; вес плиты $\vec{P}$ – на пересечении диагоналей (в центре тяжести прямоугольной плиты), а также реакции связей: реакцию сферического шарнира A разлагаем на три составляющие – $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$;

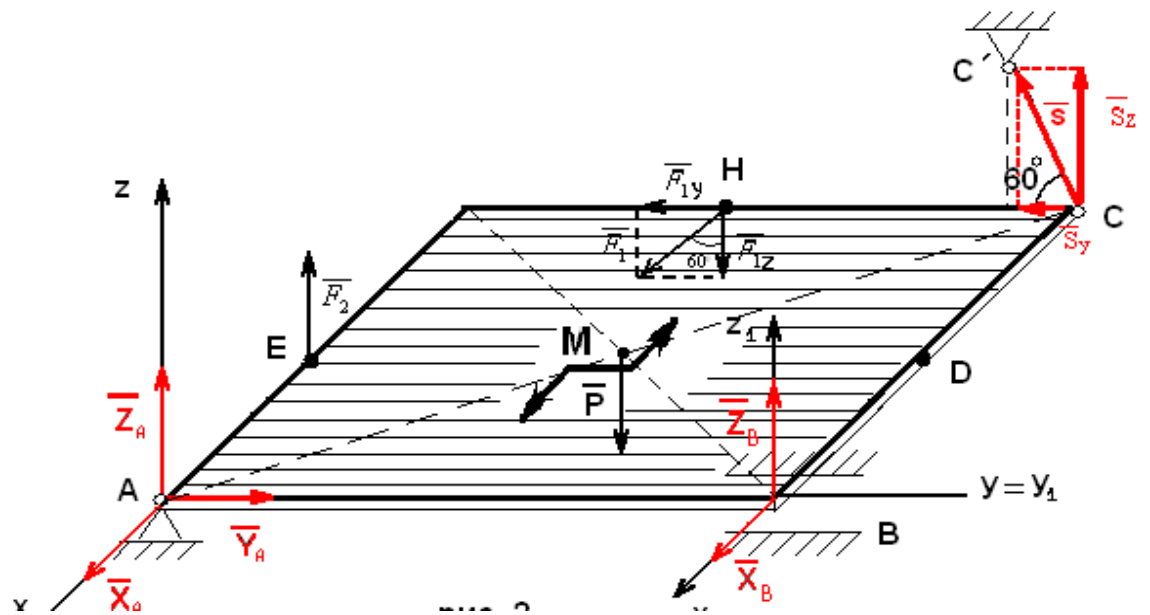


Рисунок 59

реакцию цилиндрического шарнира (подшипника) B – на две составляющие $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$ (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию $\vec{S}$ стержня направляем вдоль стержня CC' , предполагая, что он растянут и разлагаем $\vec{S}$ на две составляющие: $S_z = S \cdot \sin 60^\circ$; $S_y = S \cdot \cos 60^\circ$ (так как стержень CC' в плоскости, параллельной yz) – рис. 49.

2. Вводим систему отсчета $BX_1Y_1Z_1$ (рис.49). Для полученной пространственной произвольной системы сил (рис.49) для определения шести неизвестных реакций опор – $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{S}$ – можно составить шесть уравнений равновесия:

$$1) \sum \vec{F}_{BX1} = 0; X_A + X_B = 0;$$

$$2) \sum \vec{F}_{BY1} = 0; Y_A - F_{1y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$3) \sum \vec{F}_{BZ1} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$4) \sum M_{BX1}(\vec{F}_K) = 0; -3L \cdot Z_A - 3L \cdot F_2 + 1,5L \cdot F_{1z} + 1,5L \cdot P = 0;$$

$$5) \sum M_{BY1}(\vec{F}_K) = 0; -L \cdot P + L \cdot F_2 - 2L \cdot F_{1z} + 2L \cdot S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$6) \sum M_{BZ1}(\vec{F}_K) = 0; 3L \cdot X_A + M + 2L \cdot F_{1y} + 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Из уравнения 4) вычисляем $\vec{Z}_A$:

$$\vec{Z}_A = \frac{-3L \cdot F_2 + 1,5 \cdot L \cdot F_{1z} + 1,5L \cdot P}{3L} = \frac{-3 \cdot 1 \cdot 4 + 1,5 \cdot 1 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 1} = 0,5 \text{ кН}.$$

Из уравнения 5) определяем численное значение реакции $\bar{S}$ стержня CC' :

$$\bar{S} = \frac{L \cdot P - L \cdot F_2 + 2L \cdot F_{1Z}}{2L \cdot \sin 60^\circ} = \frac{1 \cdot 8 - 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{3}/2)} = 3,47 \text{ кН.}$$

Из уравнения 6), подставляя найденное значение $\bar{S}$, определяем величину реакции $\bar{X}_A$:

$$\bar{X}_A = \frac{-M - 2L \cdot F_{1Y} - 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ}{3L} = \frac{-6 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1 \cdot 3,47 \cdot (1/2)}{3 \cdot 1} = -4,31 \text{ кН.}$$

Зная $\bar{S}$ и $\bar{X}_A$, из уравнения 3) определяем величину реакции $\bar{Z}_B$:

$$\bar{Z}_B = -Z_A + P - F_2 + F_{1Z} - S \cdot \sin 60^\circ = -0,5 + 8 - 4 + 1 - 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 1,49 \text{ кН.}$$

Из уравнения 2), зная $\bar{S}$, вычисляем значение реакции $\bar{Y}_A$:

$$\bar{Y}_A = F_{1Y} + S \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3} + 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 3,47 \text{ кН.}$$

Зная $\bar{X}_A$, из уравнения 1) $\bar{X}_B = -\bar{X}_A = -(-4,31) = 4,31 \text{ кН.}$

Проверка:

$$\sum F_{AX} = 0; X_A + X_B = 0;$$

$$4,31 - 4,31 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AY} = 0; Y_A - F_{1Y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$3,47 - \sqrt{3} - 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 0;$$

$$3,47 - 3,47 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AZ} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1Z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$0,5 + 1,49 - 8 + 4 - 1 + 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 1.

Таблица 1.

$\bar{X}_a$, кН	$\bar{Y}_a$, кН	$\bar{Z}_A$, кН	$\bar{Y}_B$, кН	$\bar{Z}_B$, кН	$\bar{S}$, кН
4,31	3,47	0,5	4,53	1,49	3,47

Вопросы для обсуждения:

1. Виды связей и их реакции (пространственные опоры)?
2. Аналитическая форма условий равновесия пространственной системы: а) сходящихся сил; б) параллельных сил; в) произвольной системы сил.
3. Алгебраический момент силы относительно оси. Основные свойства момента?
4. Момент пары сил?

Практическое занятие 18. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Цель занятия: Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Организационная форма: решение задач.

Методические рекомендации к практическому занятию:

Краткий теоретический обзор:

Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех этих сил на каждую из трех любым образом

выбранных координатных осей равнялась нулю и чтобы алгебраическая сумма их моментов относительно каждой из этих осей также равнялась нулю.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i &= 0; \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad \sum_{i=1}^n Z_i = 0; \\ \sum_{i=1}^n m_x(\overline{F}_i) &= 0; \quad \sum_{i=1}^n m_y(\overline{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_z(\overline{F}_i) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Условия (50) называются условиями равновесия произвольной пространственной системы сил в аналитической форме.

Задача.

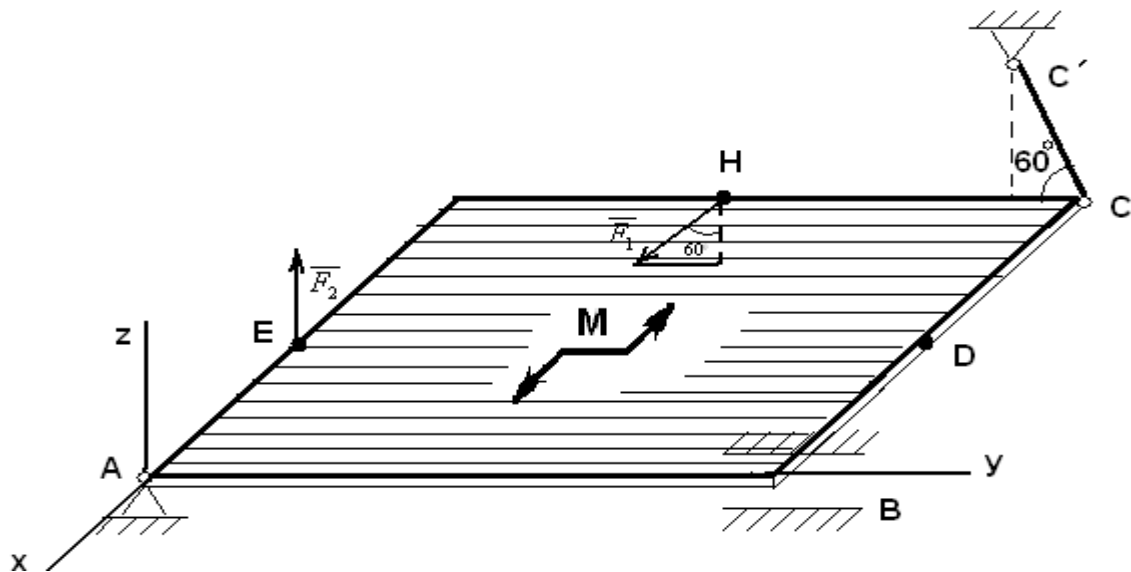


Рисунок 60

Однородная прямоугольная плита весом $\overline{P}$ со сторонами $AB = 3L$, $BC = 2L$ закреплена в точке B цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (рис. 60)

На плиту действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\overline{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения – H); сила $\overline{F}_2$ – в плоскости параллельной XZ (точка приложения E). Точки приложения сил (E , H) находятся в серединах сторон плиты.

Дано: $M = 6$ кН·м; $F_1 = 2$ кН; $F_2 = 4$ кН; $L = 1$ м; $P = 8$ кН; $AB = 3L$ м; $BC = 2L$ м.

Определить реакции связей в точках A , B и стержня CC' .

Решение:

1. Рассмотрим равновесие плиты. На неё действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\overline{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения – H) и её составляющие:

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ кН};$$

$$F_{1z} = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ кН}.$$

Сила $\overline{F}_2$ – в плоскости, параллельной XZ (точка приложения E); $\overline{F}_2 \parallel AZ$; вес плиты $\overline{P}$ – на пересечении диагоналей (в центре тяжести прямоугольной плиты), а также реакции связей: реакцию сферического шарнира A разлагаем на три составляющие – $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Z}_A$;

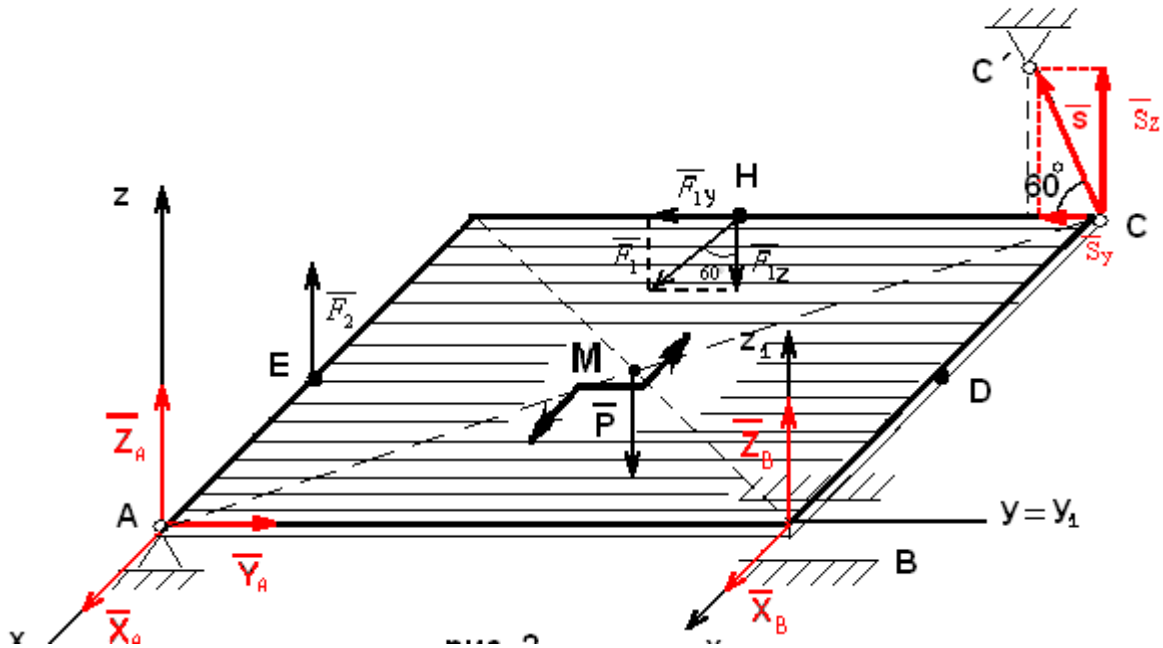


Рисунок 61

реакцию цилиндрического шарнира (подшипника) B – на две составляющие $\bar{X}_B, \bar{Z}_B$ (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию $\bar{S}$ стержня направляем вдоль стержня CC' , предполагая, что он растянут и разлагаем $\bar{S}$ на две составляющие: $S_z = S \cdot \sin 60^\circ$; $S_y = S \cdot \cos 60^\circ$ (так как стержень CC' в плоскости, параллельной yz) – рис. 61.

2. Вводим систему отсчета $BX_1Y_1Z_1$ (рис.61). Для полученной пространственной произвольной системы сил (рис.49) для определения шести неизвестных реакций опор – $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{Z}_A, \bar{X}_B, \bar{Z}_B, \bar{S}$ – можно составить шесть уравнений равновесия:

$$1) \sum \bar{F}_{BX1} = 0; X_A + X_B = 0;$$

$$2) \sum \bar{F}_{BY1} = 0; Y_A - F_{1Y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$3) \sum \bar{F}_{BZ1} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1Z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$4) \sum M_{BX1}(\bar{F}_K) = 0; -3L \cdot Z_A - 3L \cdot F_2 + 1,5L \cdot F_{1Z} + 1,5L \cdot P = 0;$$

$$5) \sum M_{BY1}(\bar{F}_K) = 0; -L \cdot P + L \cdot F_2 - 2L \cdot F_{1Z} + 2L \cdot S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$6) \sum M_{BZ1}(\bar{F}_K) = 0; 3L \cdot X_A + M + 2L \cdot F_{1Y} + 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Из уравнения 4) вычисляем $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = \frac{-3L \cdot F_2 + 1,5L \cdot F_{1Z} + 1,5L \cdot P}{3L} = \frac{-3 \cdot 1 \cdot 4 + 1,5 \cdot 1 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 1} = 0,5 \text{ кН.}$$

Из уравнения 5) определяем численное значение реакции $\bar{S}$ стержня CC' :

$$\bar{S} = \frac{L \cdot P - L \cdot F_2 + 2L \cdot F_{1Z}}{2L \cdot \sin 60^\circ} = \frac{1 \cdot 8 - 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{3}/2)} = 3,47 \text{ кН.}$$

Из уравнения 6), подставляя найденное значение $\bar{S}$, определяем величину реакции $\bar{X}_A$:

$$\bar{X}_A = \frac{-M - 2L \cdot F_{1Y} - 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ}{3L} = \frac{-6 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1 \cdot 3,47 \cdot (1/2)}{3 \cdot 1} = -4,31 \text{ кН.}$$

Зная $\bar{S}$ и $\bar{Z}_A$, из уравнения 3) определяем величину реакции $\bar{Z}_B$:

$$\overline{Z_B} = -Z_A + P - F_2 + F_{1Z} - S \cdot \sin 60^\circ = -0,5 + 8 - 4 + 1 - 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 1,49 \text{ кН.}$$

Из уравнения 2), зная $\overline{S}$, вычисляем значение реакции $\overline{Y_A}$:

$$\overline{Y_A} = F_{1Y} + S \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3} + 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 3,47 \text{ кН.}$$

Зная $\overline{X_A}$, из уравнения 1) $\overline{X_B} = -\overline{X_A} = -(-4,31) = 4,31 \text{ кН.}$

Проверка:

$$\sum F_{AX} = 0; X_A + X_B = 0;$$

$$4,31 - 4,31 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AY} = 0; Y_A - F_{1Y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$3,47 - \sqrt{3} - 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 0;$$

$$3,47 - 3,47 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AZ} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1Z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$0,5 + 1,49 - 8 + 4 - 1 + 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 1.

Таблица 1.

$\overline{X_A}$, кН	$\overline{Y_A}$, кН	$\overline{Z_A}$, кН	$\overline{Y_B}$, кН	$\overline{Z_B}$, кН	$\overline{S}$, кН
-4,31	3,47	0,5	4,53	1,49	3,47

Вопросы для обсуждения:

1. Виды связей и их реакции (пространственные опоры)?
2. Аналитическая форма условий равновесия пространственной системы: а) сходящихся сил; б) параллельных сил; в) произвольной системы сил.
3. Алгебраический момент силы относительно оси. Основные свойства момента?
4. Момент пары сил?

2. Методические указания по решению задач и выполнению типовых вариантных заданий по теме практического занятия самостоятельно:

Методические указания содержат краткий теоретический обзор и методические указания по теме практического занятия, задачи, практические задания, примеры решения задач и типовых вариантных заданий и методические рекомендации, задачи и типовые вариантные задания на самостоятельную проработку, вопросы для обсуждения в контексте формирования и развития общекультурных и профессиональных компетенций бакалавра.

Изучить теоретический материал по теме (вопросы для обсуждения в конце каждого практического занятия).

Изучив материал данной темы, надо сначала обязательно разобраться в решениях соответствующих задач и заданий (примеры приводятся в пособии), обратив особое внимание на методические указания по их решению. Затем решить соответствующую задачу или типовое вариантное задание самостоятельно.

Пример решения задачи или типового вариантного задания, приведённый в пособии, является примером решения и оформления задачи или типового вариантного задания, выполненные студентом самостоятельно. Необходимо записать шифр задания, его название, полностью переписать текст задачи, выписать из соответствующих заданному варианту таблиц все исходные данные и аккуратно, в произвольно выбранном масштабе,

сделать свой чертёж или схему конструкции. Следует помнить, что небрежно выполненный чертёж часто является причиной ошибок.

Целью самостоятельного решения задач и выполнения вариантных типовых заданий по теме практического занятия является овладение знаниями, закрепление и систематизация знаний, формирование умений и развитие навыков студента по разделам дисциплины в контексте общепрофессиональной подготовки, формирования и развития у обучаемого соответствующих компетенций. Выполнение типовых заданий самостоятельной работы содержит проведение некоторых аналитических исследований, отражающих моделирование разных видов и компонентов учебной и будущей профессиональной деятельности, а именно учебно – исследовательскую работу студентов по теоретической механике.

3. ФОРМА ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ ОТЧЁТА ПО ТЕМЕ ПРАКТИЧЕСКОГО ЗАНЯТИЯ

Самостоятельно выполненную задачу по теме практического занятия студент оформляет в тетради для практических занятий по примеру решения, представленному в пособии.

Самостоятельно выполненное типовое вариантное задание по теме практического занятия студент оформляет по примеру решения, представленному в пособии, на одной стороне отдельных листов формата 203 x 298 мм (А4) с исполнением рамки (см. Приложение 1–3). Правильно выполненные и зачтённые задания сброшюровываются в отдельную папку согласно последовательности изучаемых тем.

4. Примерный календарный план выполнения заданий самостоятельной работы

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения
1	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 1–7.	7 неделя
2	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 8-11.	11 неделя
3	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 12-17.	17 неделя

5. Порядок защиты заданий самостоятельной работы, обязанности студента и преподавателя

Задания для самостоятельной работы подлежат защите в индивидуальной беседе с преподавателем (диалоговая форма общения «преподаватель – студент» или «студент – преподаватель») по вопросам теории (вопросы для обсуждения) и практики, приводимым в конце каждого задания, в соответствии с календарным планом выполнения заданий для самостоятельной работы.

Обязанности студента за выполнение заданий для самостоятельной работы:

- студент должен в указанные в календарном плане сроки сдавать на проверку преподавателю выполненные задания или представить фрагменты выполненного задания и получить консультацию – указания преподавателя для завершения работы с конкретным заданием;
- студент должен в указанные в календарном плане сроки защитить задание заданий для самостоятельной работы (порядок защиты описан выше);
- студент, не предоставивший на проверку преподавателю задания заданий для самостоятельной работы или выполнивший менее 60% объёма заданий для самостоятельной работы на 15 – 17 неделе учебного семестра к защите заданий для

самостоятельной работы ведущим преподавателем и решением заседания кафедры не допускается.

Обязанности преподавателя за выполнение заданий для самостоятельной работы:

Преподаватель осуществляет текущий контроль успеваемости студентов, формирования и развития соответствующих компетенций.

Текущий контроль

Оценка знаний студента

№ п/п	Вид деятельности студентов	Сроки выполнения
1	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 1–9.	7 неделя
2	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 10-11.	11 неделя
3	Решение типовых заданий по темам практических занятий № 12-13.	17 неделя
	Итого за текущий семестр:	

Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он знает: понятия теоретической механики, законы механики, теоремы, принципы аналитической механики, методы и способы решения задач и прикладных задач, использует дополнительный материал; умеет: решать задачи и прикладные задачи с использованием способов и методов механики, выполнять сравнительный анализ полученных результатов; владеет: навыками решения задач и прикладных задачах с использованием способов и методов механики, выполняет сравнительный анализ полученных результатов, делает выводы самостоятельно. Необходимые компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если имеются знания основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров, выполняет алгоритм решения задачи, но имеются несущественные практические неточности; студент выполняет методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики, но имеются несущественные практические неточности. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. Необходимые компетенции в основном сформированы на базовом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если: имеются частичные знания некоторых понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач с существенными ошибками логической последовательности дисциплины; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь некоторых параметров и выполняет отдельные пункты алгоритма решения задачи; и он выполняет некоторые методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики с существенными неточностями. Содержание курса освоено частично, большинство предусмотренных программой заданий выполнено. Необходимые компетенции частично сформированы на базовом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительную часть основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме; методов, способов решения задач; умение выстраивать логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров задачи, использования методов и способов механики - с существенными ошибками; владеет незначительная частью методов и способов решения задач с использованием основных законов, теорем механики - с существенными ошибками и без логического завершения. Большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному. Необходимые компетенции частично не сформированы на базовом уровне.

ЛИТЕРАТУРА:

Перечень основной литературы:

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики : учебник для вузов / С. М. Тарг. – 20-е изд., стер. – М. : Высшая школа, 2010. – 416 с. : ил. – Гриф: Рек. МО. – Предм. указ.: с. 409 -411
2. Теоретическая механика. Статика. Кинематика : учеб. пособие / В. М. Голощапов, А. С. Викулов, В. Б. Моисеев и др. – Старый Оскол : ТНТ, 2014. – 444 с.
3. Горбач, Н. И. Теоретическая механика. Динамика Электронный ресурс : Учебное пособие / Н. И. Горбач. – Теоретическая механика. Динамика, 2020 -02 -24. – Минск : Вышэйшая школа, 2012. – 320 с.
4. Кульгина Л.М. Теоретическая механика [Электронный ресурс] : курс лекций / Л.М. Кульгина, А.Р. Закиян, Ю.Л. Смерек. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2015. — 118 с.

Перечень дополнительной литературы:

1. Красюк, А. М. Теоретическая механика. Конспект лекций Электронный ресурс : Учебное пособие / А. М. Красюк. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2009. – 138 с. –
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / [А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др.] ; под ред. А. А. Яблонского. – Изд. 16-е изд., стереотип. – М. : Интеграл -пресс, 2007. – 382 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Механика (Теоретическая механика)
для студентов**

направления подготовки 08.03.01 Строительство

Контрольная работа выполняется в соответствии с рабочим учебным планом и программой дисциплины студентами дневной и очно-заочной формы обучения. Методические указания содержат расчётные задания, примеры их выполнения, вопросы для самопроверки.

Методические указания по выполнению контрольной работы – расчётных заданий самостоятельной работы способствуют формированию и развитию общепрофессиональных компетенций.

1. Раздел 1 «Статика»

1. Тема 3: Плоская произвольная система сил.

Задание С1. Определение реакций опор твёрдого тела. Плоская произвольная система сил.

2. Тема 5. Ферма. Методы расчёта плоской фермы.

Задание С2. Расчёт плоской статически определимой фермы.

3. Тема 7: Пространственная произвольная система сил.

Задание С4. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Каждое задание содержит варианты контрольных схем для выполнения аналитического расчёта, приводятся примеры выполнения и подробного решения задачи несколькими способами. В конце каждого задания указаны контрольные вопросы по теории, необходимой студенту для выполнения расчётного задания. Набор вариантов индивидуальных заданий студент определяет по согласованию с преподавателем (офо) и по индивидуальному шифру – две последние цифры зачётной книжки (студенческого билета) для студентов озфо.

2. Основное содержание контрольной работы – расчётных заданий самостоятельной работы – по разделам, последовательность и порядок их выполнения

Раздел 1. СТАТИКА

Тема 3: Плоская произвольная система сил.

Задание С1. Определение реакций опор твёрдого тела. Плоская произвольная система сил.

На рисунках 1 – 12 показаны три способа (а, б, в) закрепления бруса, ось которого ломаная линия. Задаваемая нагрузка (табл. 1) и размеры бруса (геометрическая конфигурация) во всех случаях одинаковы.

Определить реакцию опор для того способа закрепления бруса, при котором исследуемая реакция, указанная в табл. 1, имеет наименьший модуль.

Таблица 1.

Номер варианта (рис. 1–12)	P , кН	M , кН · м	q , кН / м	Исследуемая реакция
1	2	3	4	5
1	12	8	1,5	M_A
2	4	6	2	Y_A
3	3	2	2,5	X_A
4	2	3	2	Y_B
5	10	2	2	X_B
6	4	6	1	M_A
7	2	2	18	X_A
8	3	4	2	R_B
9	4	8	2	M_A
10	2	4	0,5	X_A
11	4	8	2	Y_A
12	8	3	1	Y_B
13	6	5	2	X_A

14	4	3	1	Y_A
15	3	4	2	M_A
16	2	4	3	X_A
17	4	4	2	X_C
18	8	4	2	X_A
19	2	3	1	Y_C
20	3	8	2	Y_B
21	4	4	2	Y_A
22	6	4	2	Y_A
23	4	3	2	X_A
24	5	4	1	M_A
25	4	3	1,5	Y_A
26	3	4	1	X_A
27	2	3	2	X_B
28	4	3	2	Y_A
29	2	4	2	X_B
30	4	5	1	Y_B
31	10	6	2	Y_A
32	20	5	4	M_A
33	15	8	1	Y_B
34	5	2	1	Y_B
35	10	4	-	X_B
36	6	2	1	M_A
37	2	4	2	X_A
38	20	10	4	R_B
39	10	6	-	Y_A
40	2	4	2	X_A
41	4	10	1	R_B
42	10	5	2	Y_A
43	20	12	2	Y_A
44	15	4	3	Y_A
45	10	5	2	X_A
46	12	6	2	M_A
47	20	4	3	Y_A
48	14	4	2	X_A
49	16	6	1	R_B
50	10	-	4	Y_A
51	20	10	2	M_A
52	6	6	1	Y_A
53	10	4	2	M_A
54	4	3	1	Y_A
55	10	10	2	X_A
56	20	5	2	M_A
57	10	6	1	X_A
58	20	10	2	Y_A
59	25	-	1	M_A
60	20	10	2	R_B

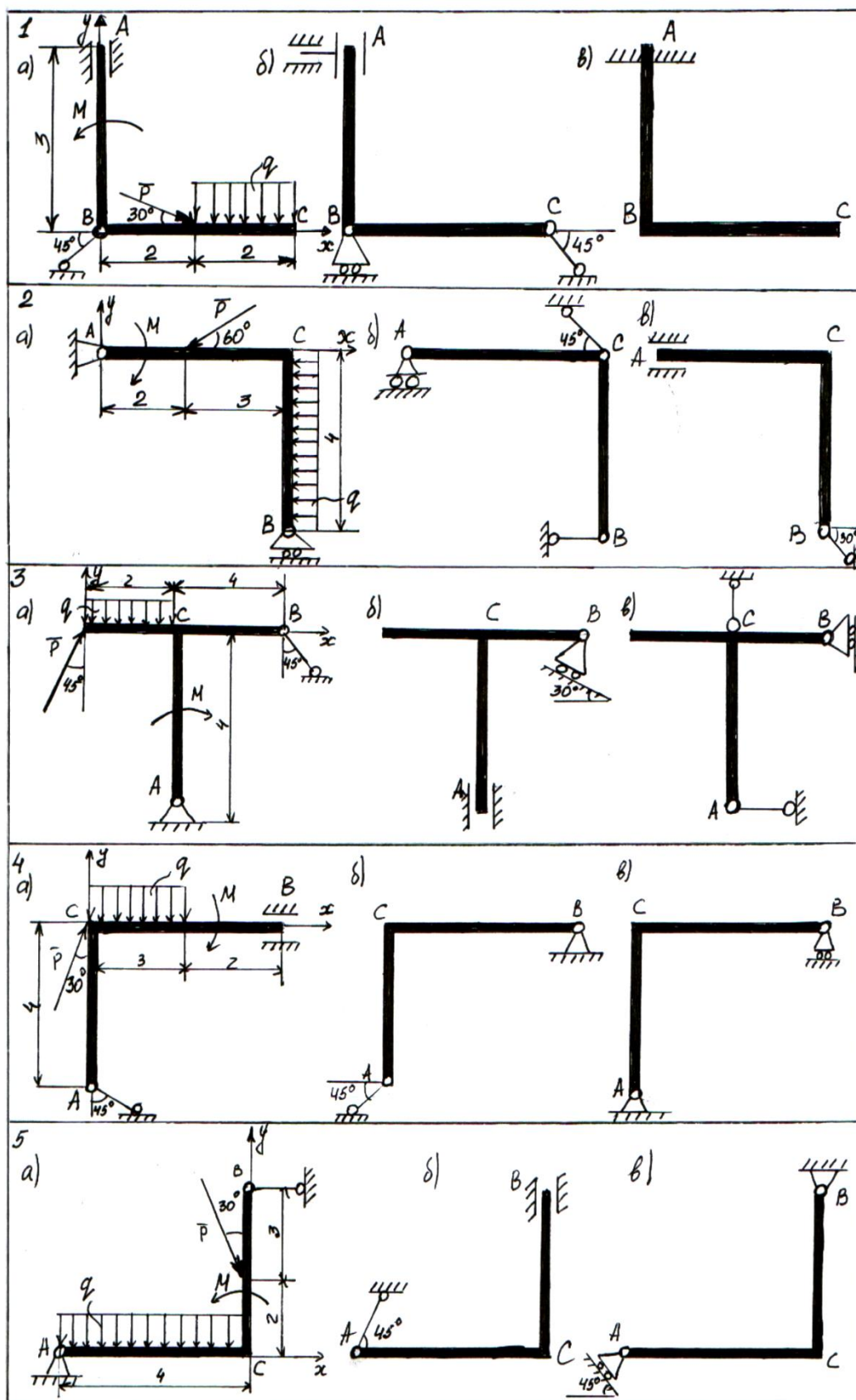


Рисунок 1

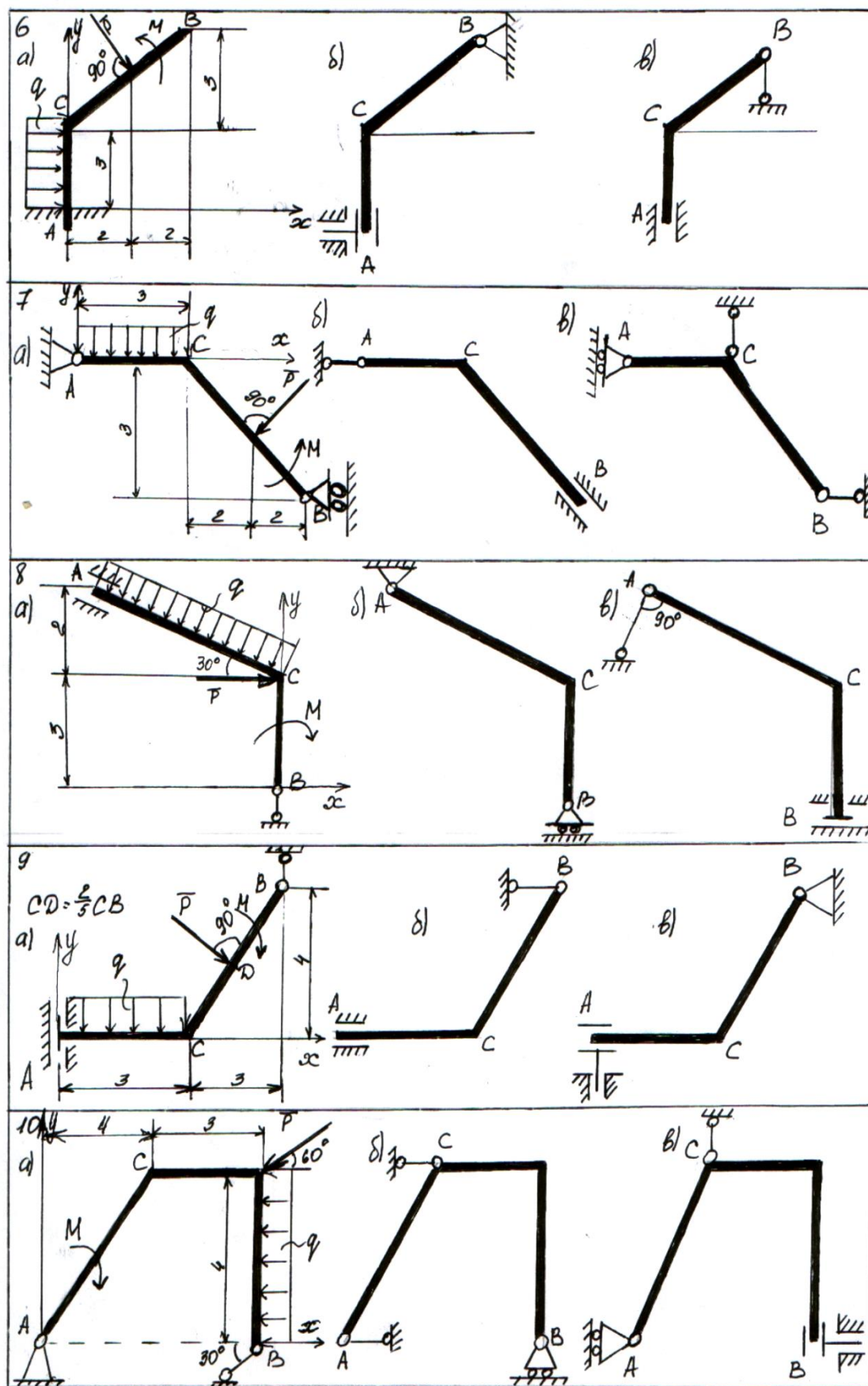


Рисунок 2

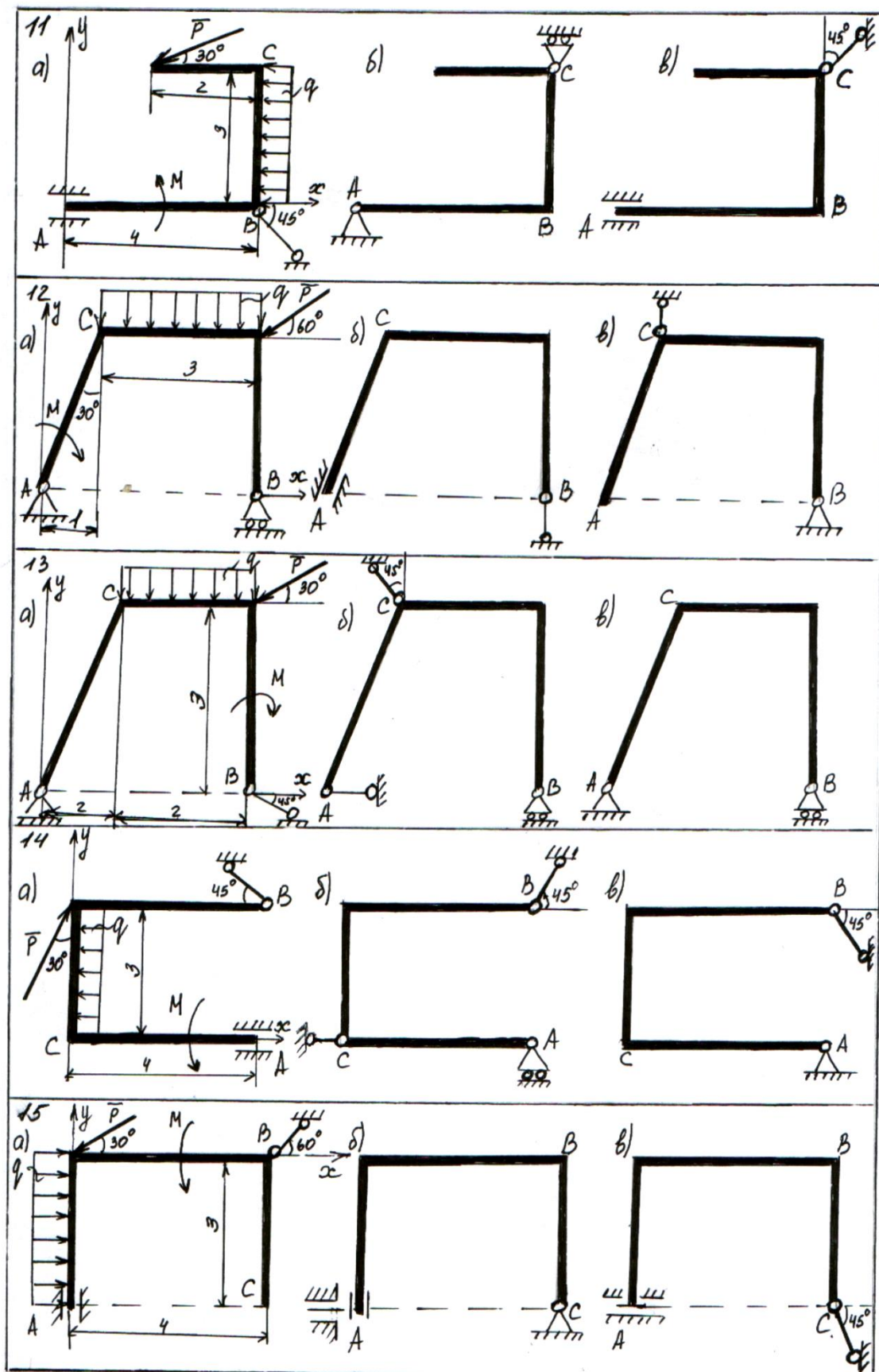


Рисунок 3

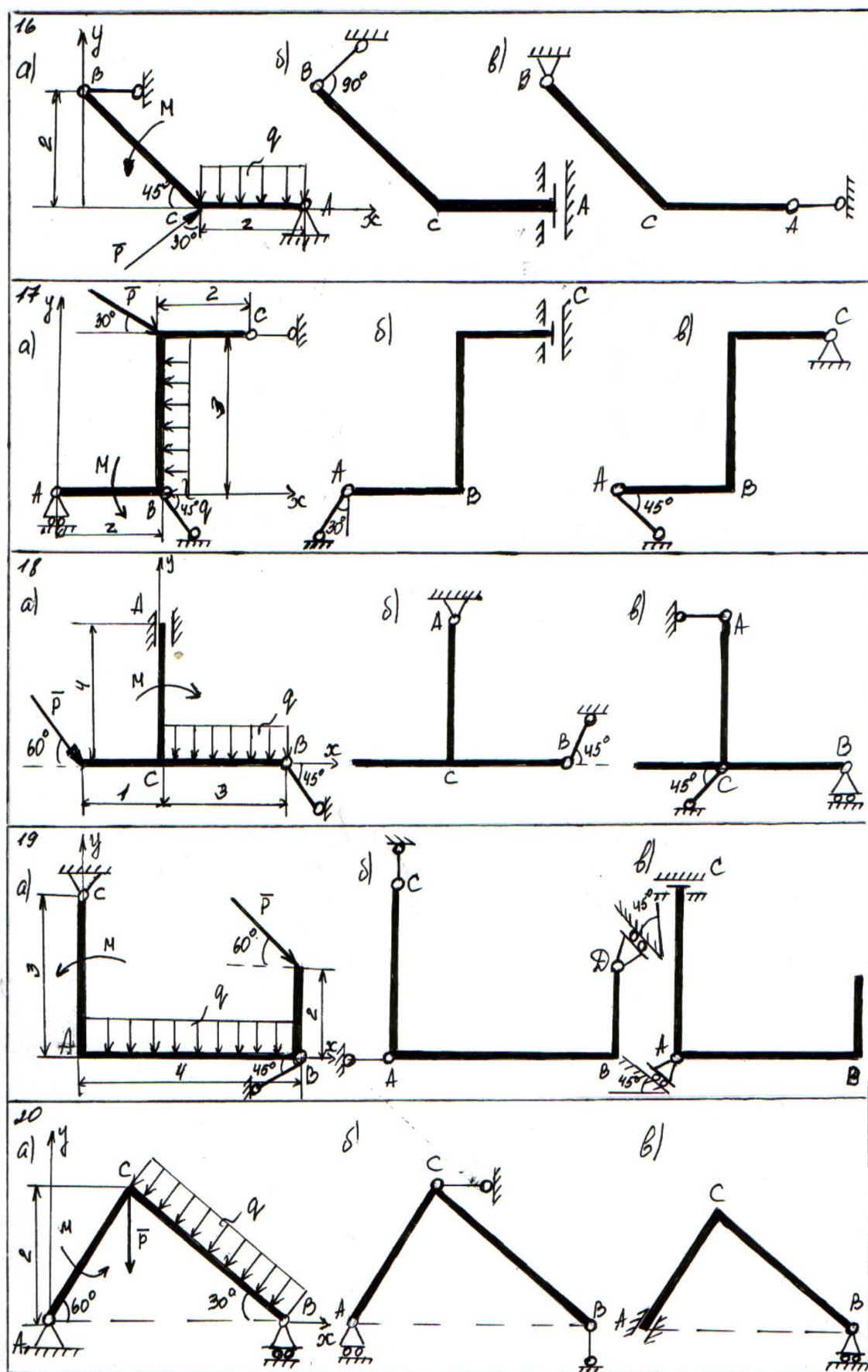


Рисунок 4

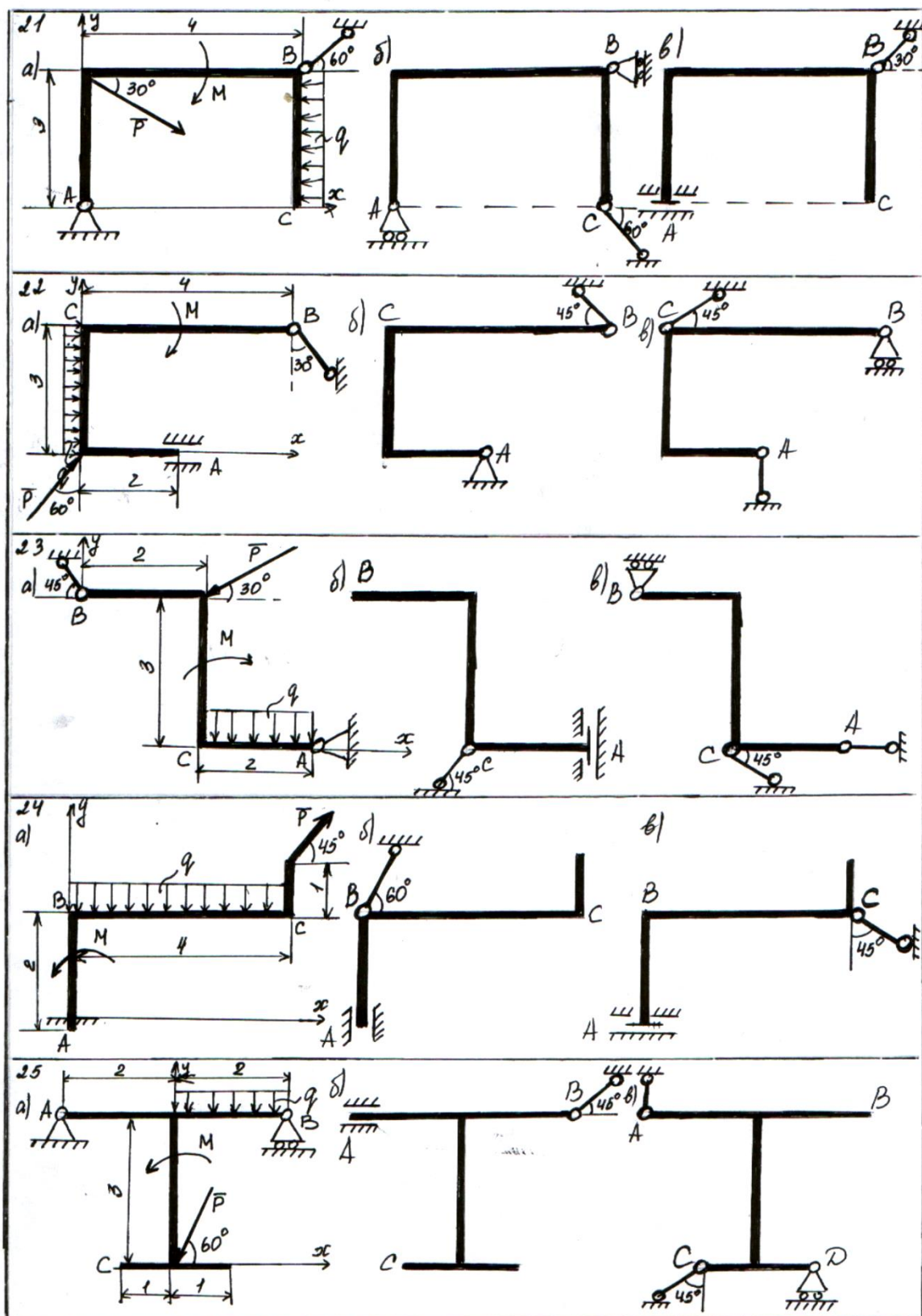


Рисунок 5

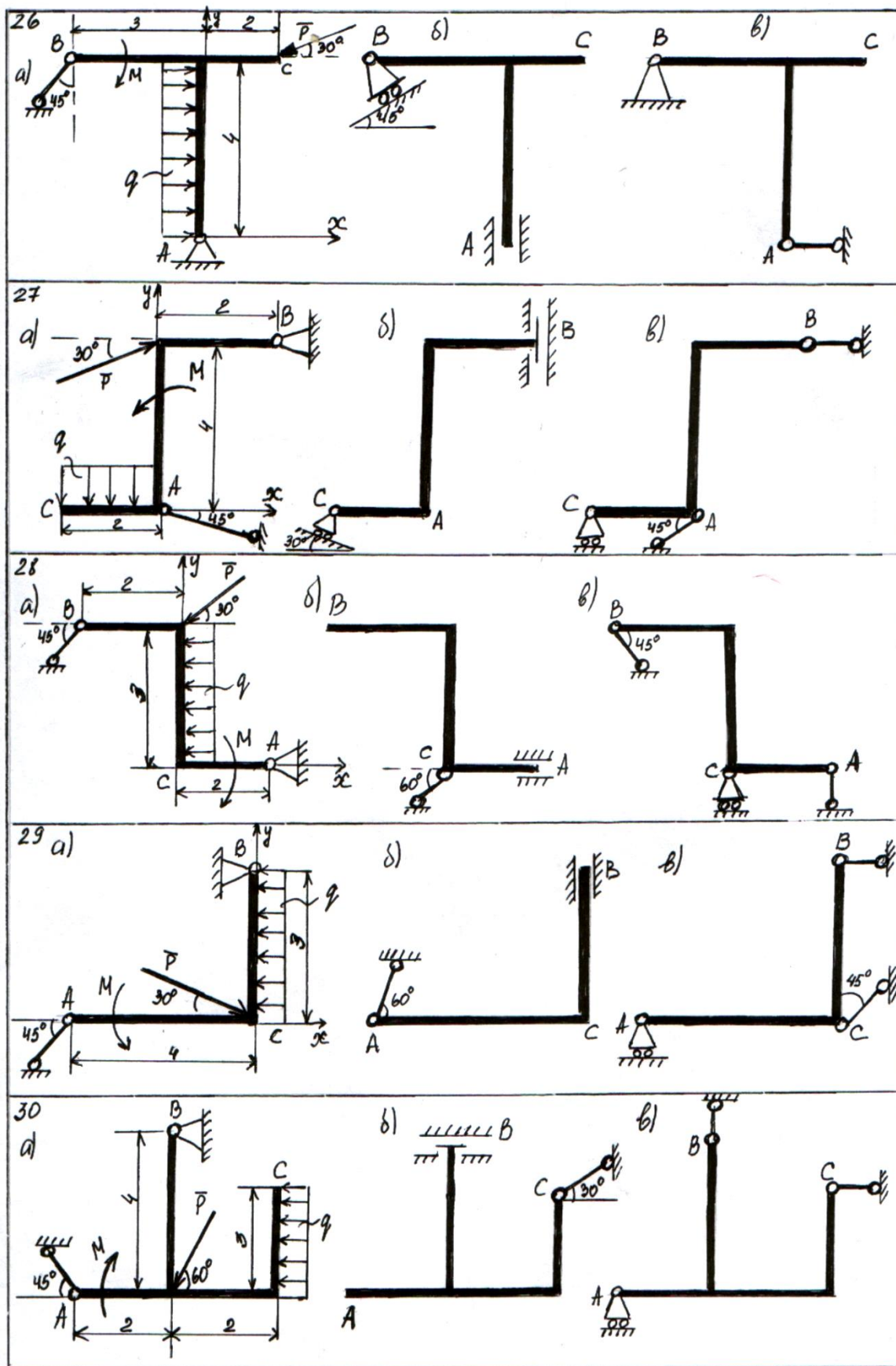


Рисунок 6

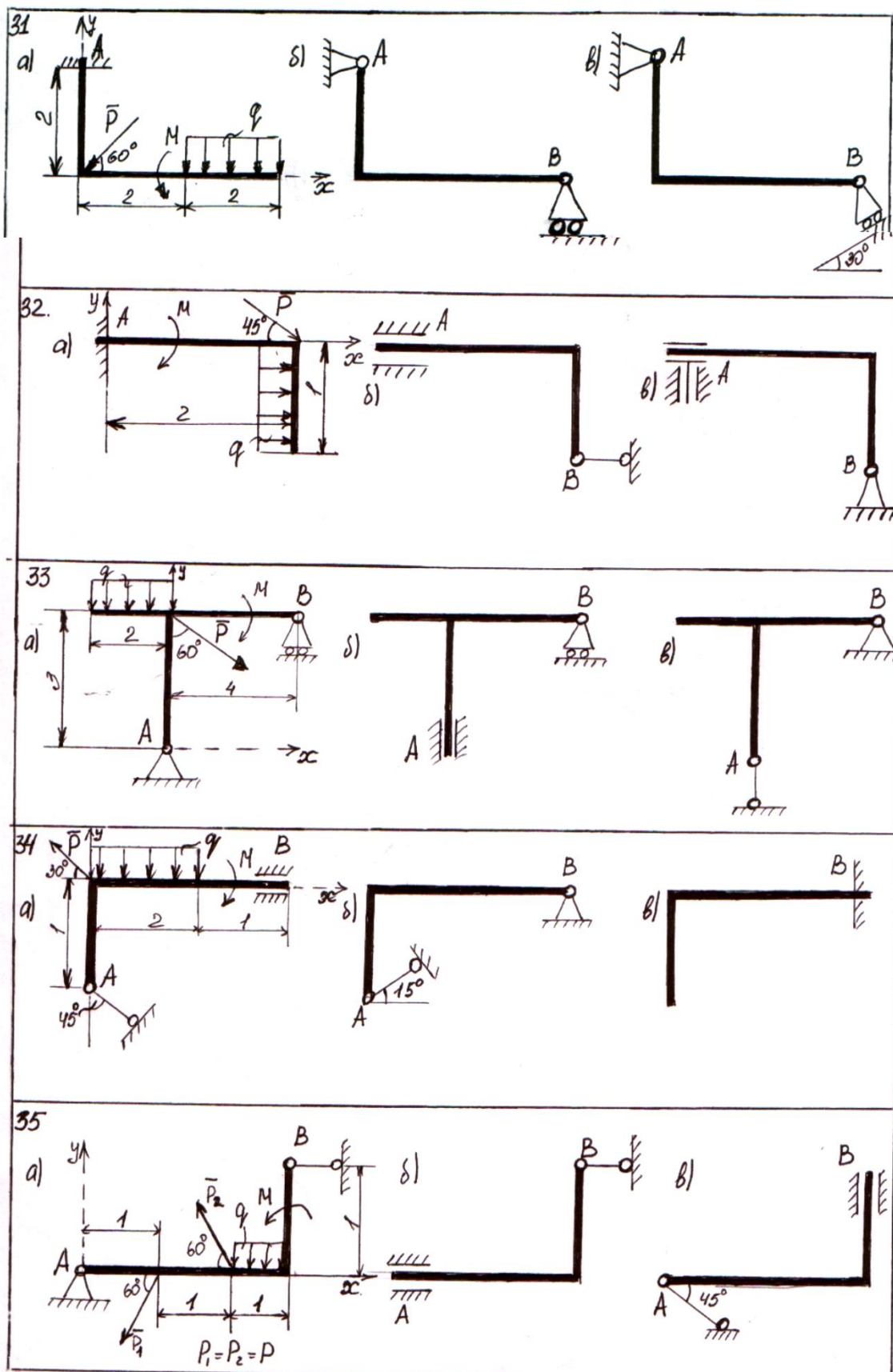


Рисунок 7

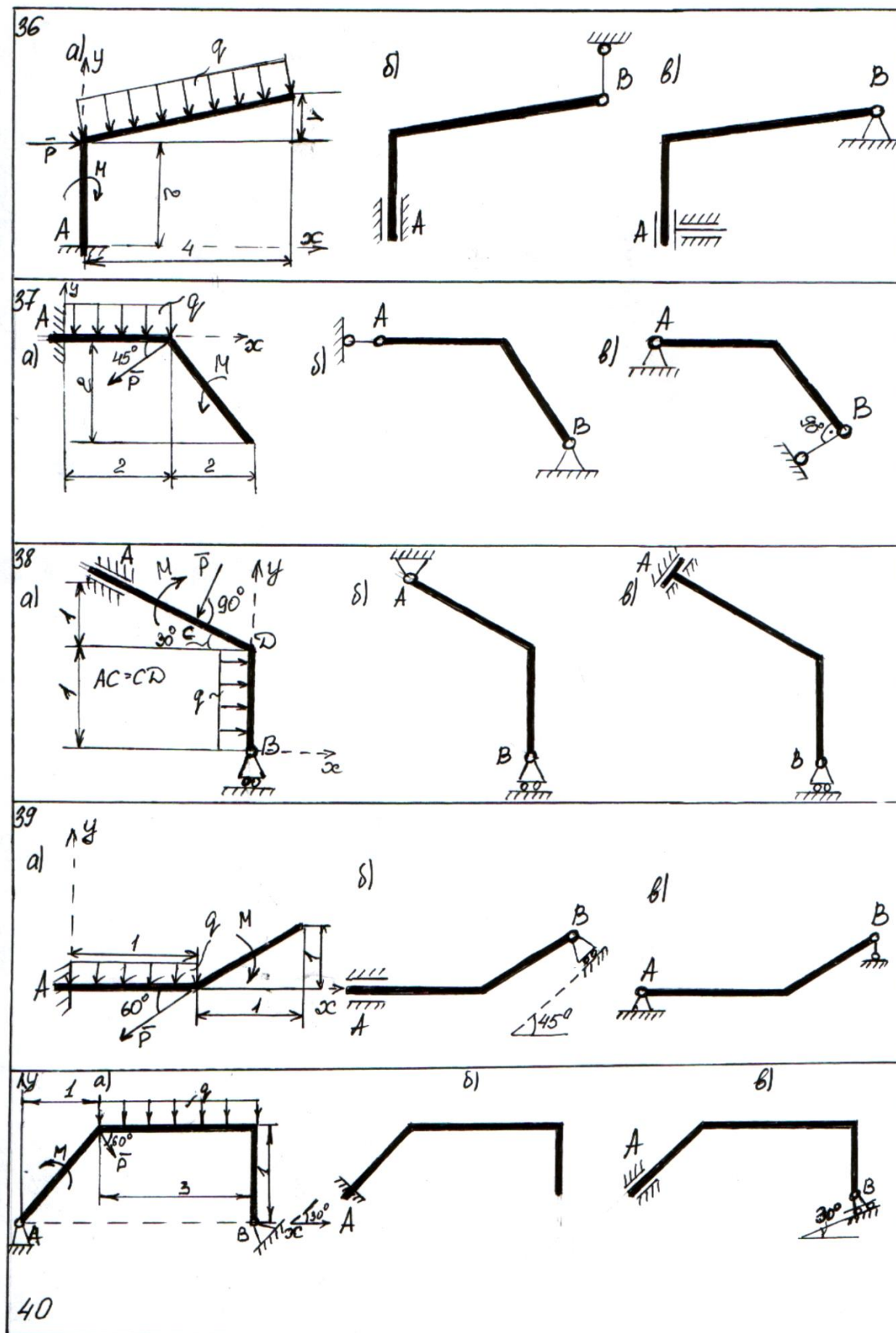


Рисунок 8

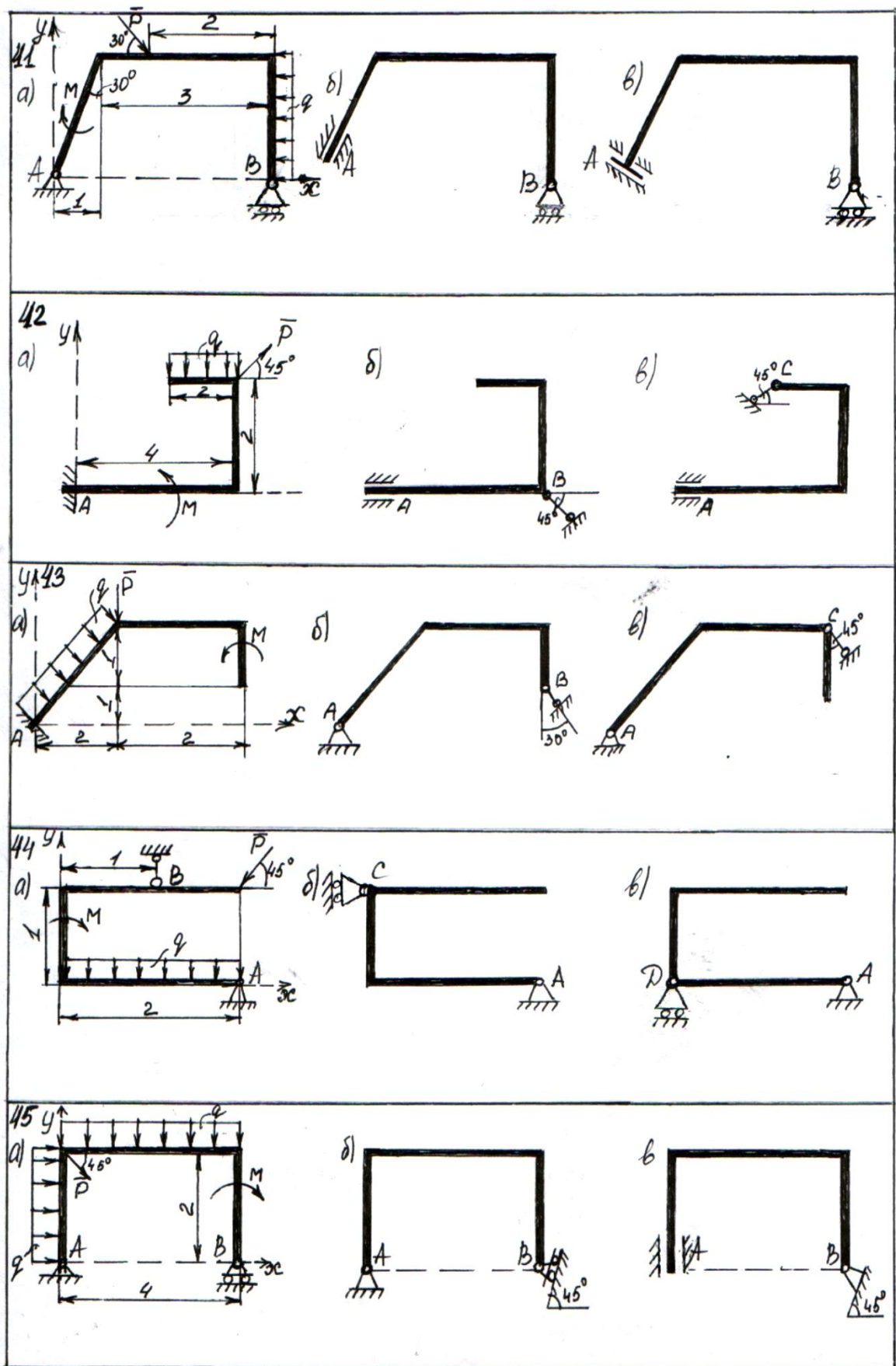


Рисунок 9

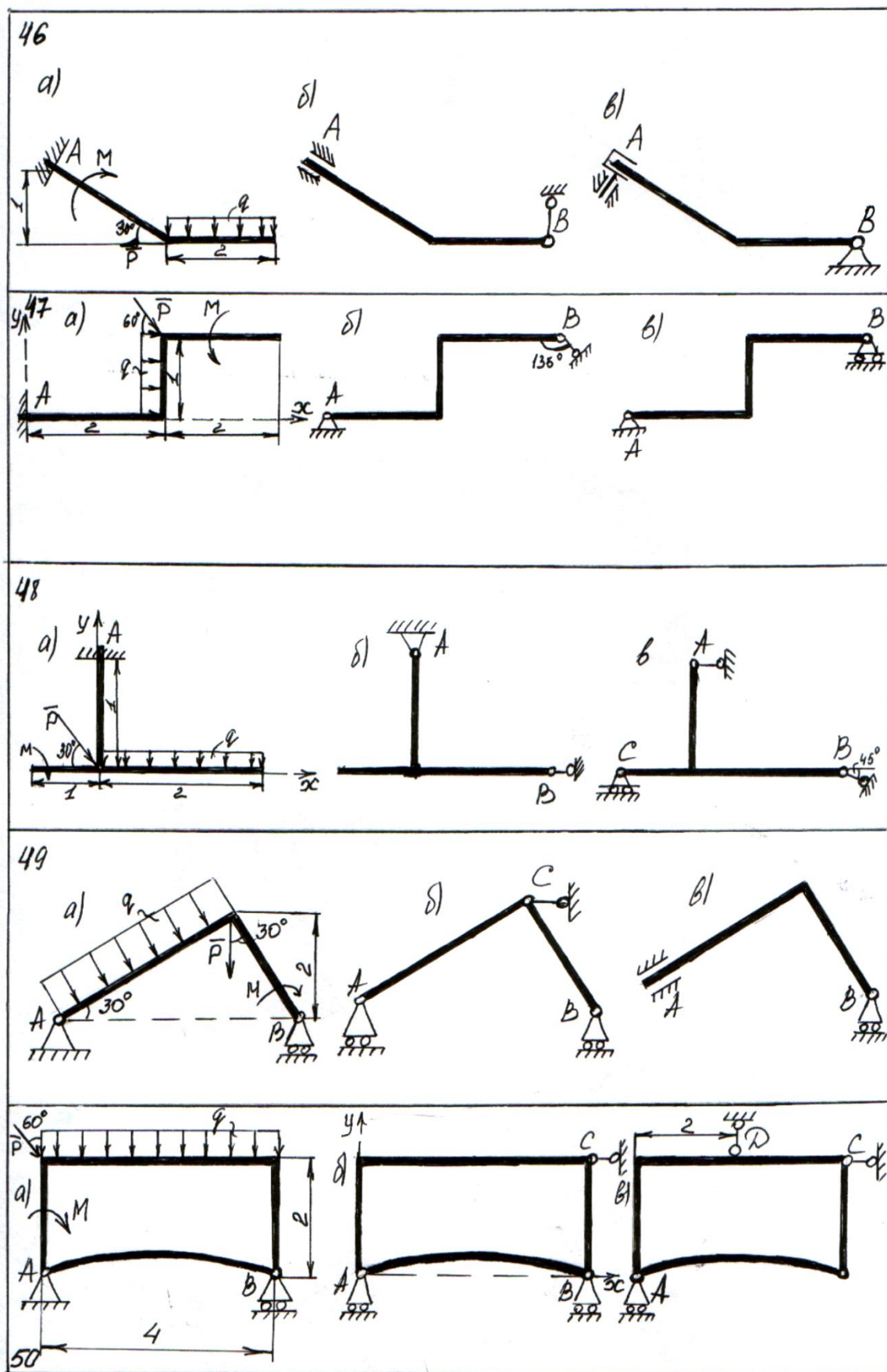


Рисунок 10

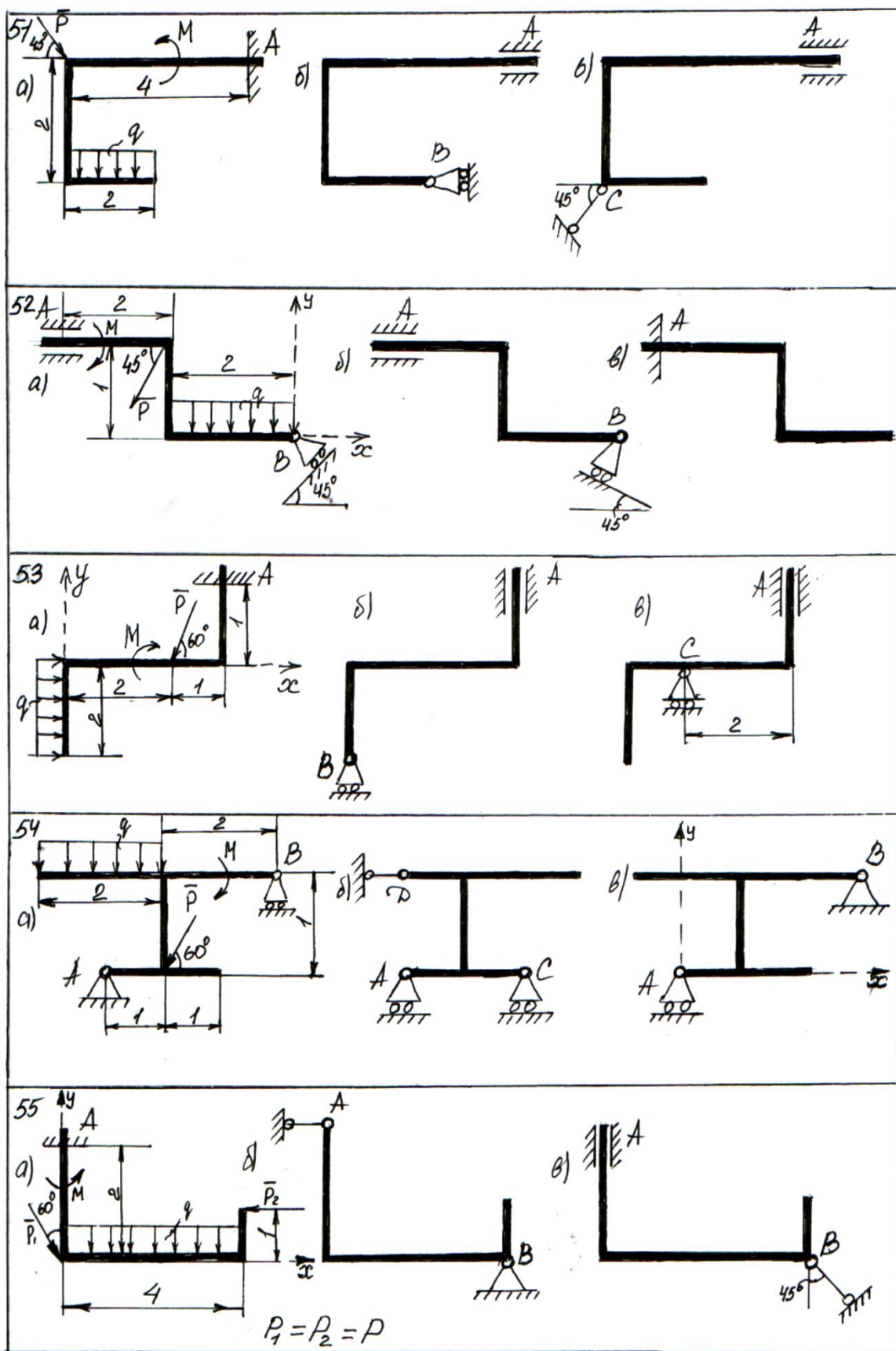


Рисунок 11

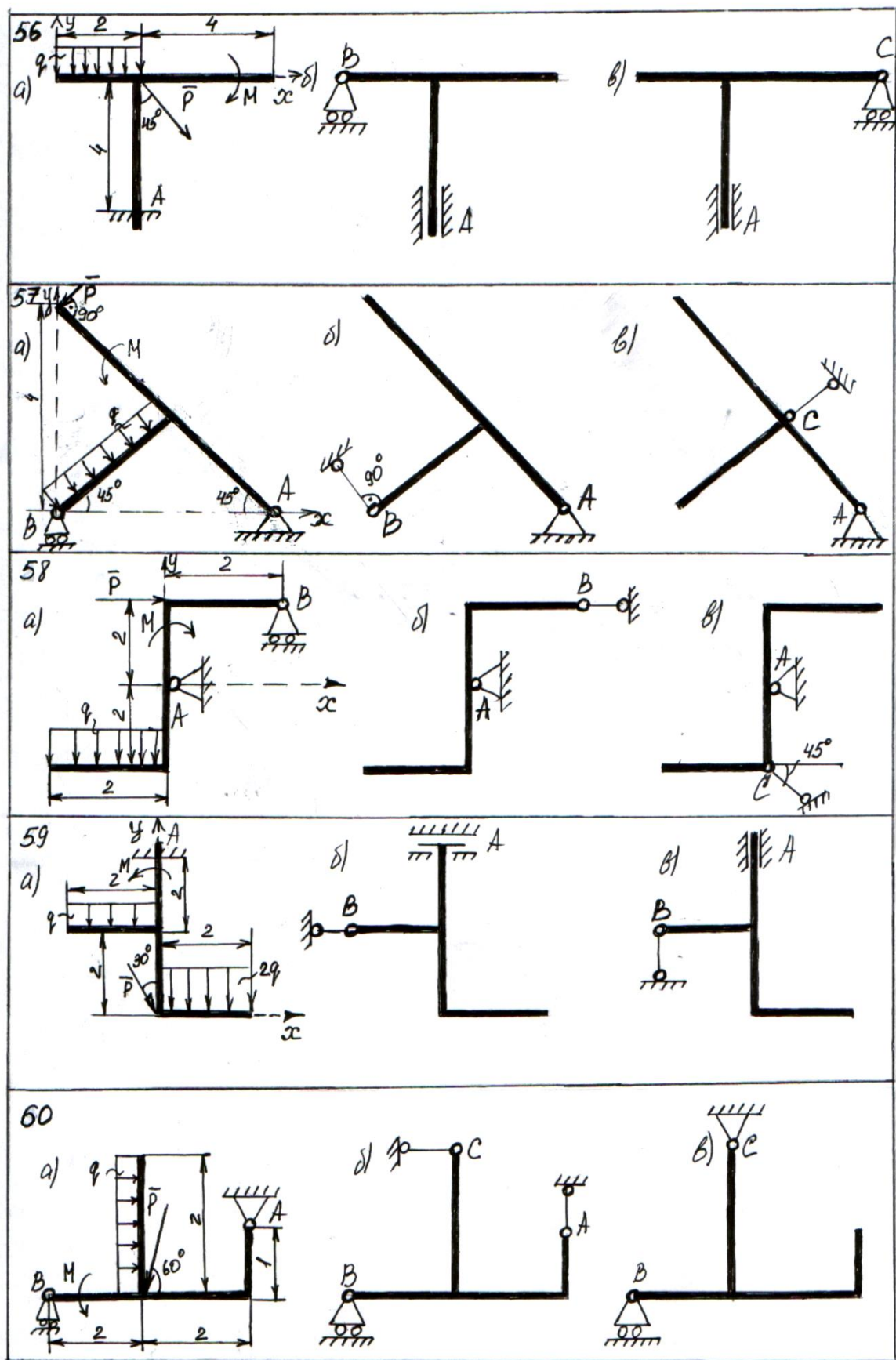


Рисунок 12

	Рис. а			Рис. б			Рис. в		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1					—			—	
2			—			—		—	
3			—						—
4				—					—
5						—	—		
6			—		—				—
7			—			—			
8	—								
9		—	—			—		—	
10					—				
11						—		—	
12				—					—
13		—							—
14									—
15		—				—			

Рисунок 13

	Рис. А			Рис. Б			Рис. В		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
16			—		—				
17			—						
18			—		—				
19		—		—					
20				—					—
21						—			
22			—		—				
23					—				—
24			—					—	
25		—							—
26					—				—
27						—	—		
28			—						—
29	—								—
30			—				—		

Рисунок 14

На рис. 13 – 14 указаны инварианты способов закрепления бруса (для вариантов №1 – 30) в соответствии с указанным номером варианта схемы.

Пример выполнения задания:

Дано: схема закрепления бруса (рис. 15 – а, б, в); $P = 2 \text{ кН}$;
 $M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 2 \text{ кН} / \text{м}$.

Определить реакции опор для того способа закрепления, при котором реакция $\bar{Y}_B$ опоры B имеет наименьшее числовое значение.

Решение:

1. Рассмотрим равновесие бруса. На него действуют: *активные силы*, заданные по условию задачи – сосредоточенная сила $\bar{P}$ под углом 30° к горизонтальной оси системы отчёта XU ; пара сил с моментом M ; равномерно-распределённая нагрузка интенсивностью q и *реактивные силы* – реакции опор. На рис. 15а: реакцию неподвижной шарнирной опоры A изображаем двумя её составляющими $\bar{X}_A$ и $\bar{Y}_A$, реакцию подвижной шарнирной опоры B изображаем $\bar{Y}_B$ (линия действия шарнирной опоры на катках направлена перпендикулярно опорной плоскости). На рис. 15б реакцию шарнирной опоры A (невесомого стержня) (стержень прикреплен к брусу и к неподвижной опоре шарнирами) изображаем вдоль самого стержня произвольного направления $\bar{X}_A$, реакцию неподвижной шарнирной опоры B изображаем двумя её составляющими $\bar{X}_B$ и $\bar{Y}_B$. На рис. 15в реакцию опоры A (невесомого стержня, стержень прикреплён к брусу и к неподвижной опоре шарнирами) изображаем вдоль самого стержня, произвольного направления $\bar{Y}_A$, реакцию неподвижной шарнирной опоры B изображаем двумя составляющими $\bar{X}_B$ и $\bar{Y}_B$.

Сосредоточенную силу $\bar{P}$ по «правилу параллелограмма сил» разлагаем на две составляющие по осям X и Y – $\bar{P}_X$ и $\bar{P}_Y$. При графическом построении $\bar{P}_X$ и $\bar{P}_Y$ на рис. 15а,б,в точка приложения силы должна остаться на конструкции.

Численно $\bar{P}_X$ и $\bar{P}_Y$ будут равны (используем соотношения прямоугольного треугольника).

$$P_x = P \cdot \cos 30 = 2 \cdot (\sqrt{3} / 2) = \sqrt{3} \text{ кН};$$

$$P_y = P \cdot \sin 30 = 2 \cdot (1 / 2) = 1 \text{ кН}.$$

Равномерно-распределённую нагрузку интенсивностью q заменяем равнодействующей $\bar{Q}$, численно равной площади прямоугольника (закон изменения распределённой нагрузки) и приложенной в центре тяжести прямоугольника (на пересечении диагоналей).

$$|\bar{Q}| = S \square = 6 \cdot q = 6 \cdot 2 = 12 \text{ кН}.$$

2.

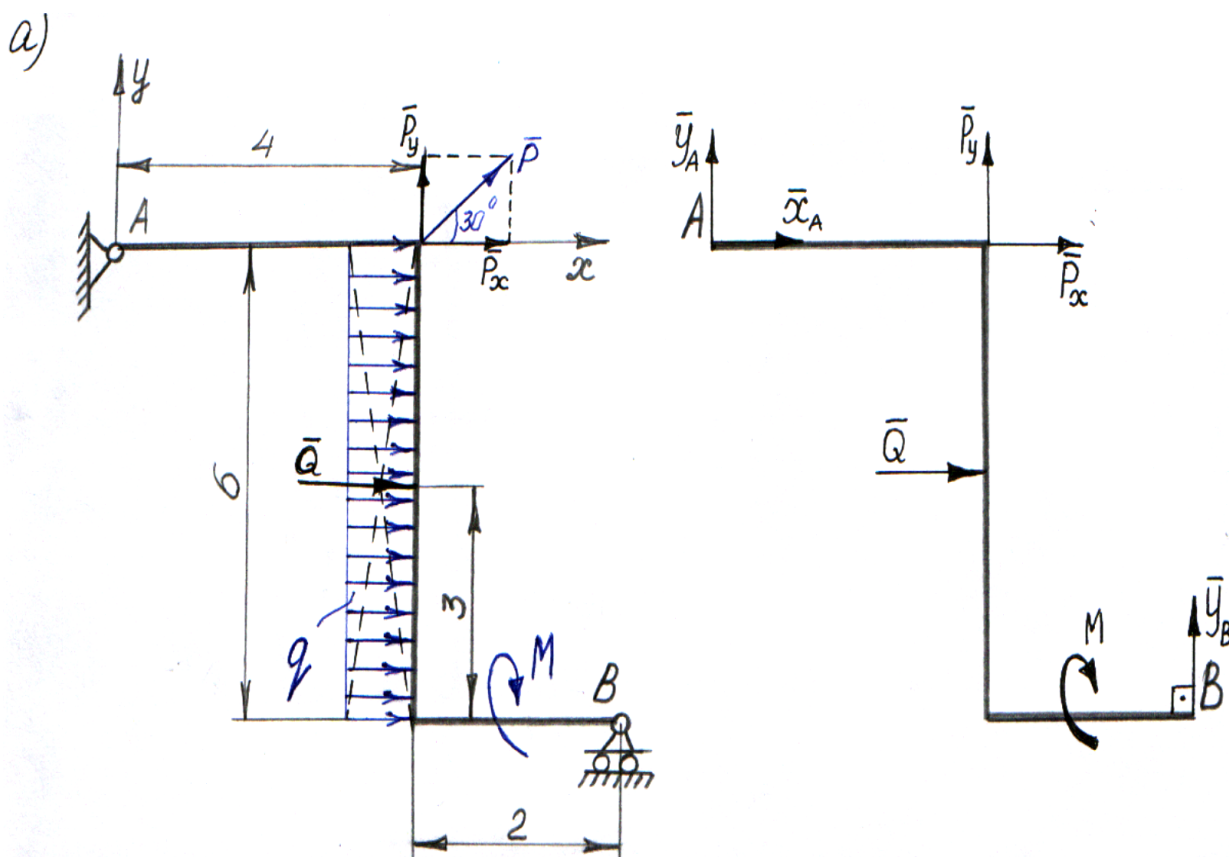


Рисунок 15а

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$\Sigma F_{kx} = 0$; 2) $\Sigma F_{ky} = 0$; 3) $\Sigma M_a (\bar{F}_k) = 0$ или

$\Sigma M_a (\bar{F}_k) = 0$; 2) $\Sigma M_b (\bar{F}_k) = 0$; 3) $\Sigma M_c (\bar{F}_k) = 0$.

Для определения реакции $\bar{Y}_b$ составим уравнение моментов относительно точки A – точки пересечения двух реакций опор $\bar{X}_a$ и $\bar{Y}_a$ (уравнение будет содержать меньше неизвестных):

$$\Sigma M_a (\bar{F}_k) = 0; 4Py + 3Q - M + 6Y_b = 0 \Rightarrow$$

$$Y_b = (M - 3Q - Py) / 6 = (8 - 3 \cdot 12 - 41) / 6 = -5,33 \text{ кН}.$$

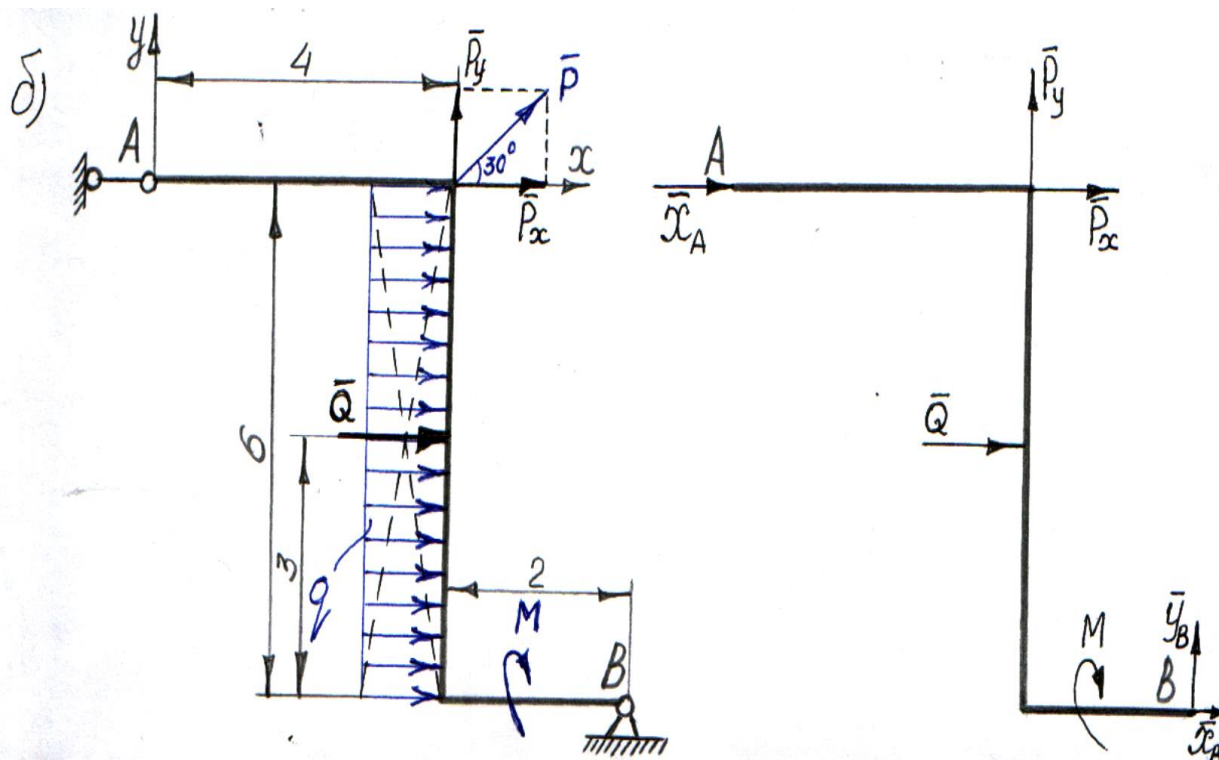


Рисунок 15б

Для определения исследуемой реакции $\bar{Y}_B$ из трёх возможных уравнений равновесия полученной произвольной системы сил рациональным является уравнение:
 $\Sigma F_{ky} = 0$; $P_y + Y_B = 0$; $\Rightarrow Y_B = -P_y = -1 \text{ кН}$.

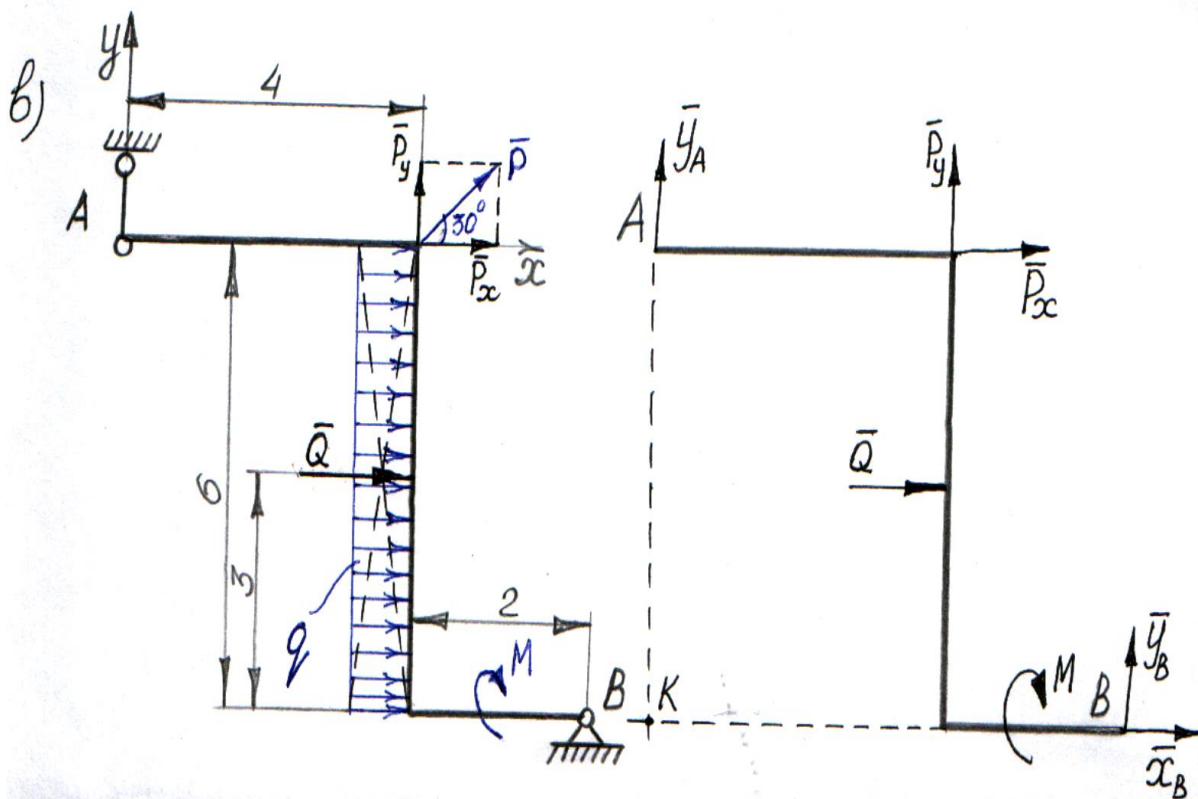


Рисунок 15в

Для определения исследуемой реакции $\overline{Y}_B$ из трёх возможных уравнений равновесия полученной произвольной системы сил рациональным (в уравнении наименьшее число неизвестных) является уравнение: алгебраическая сумма моментов всех сил относительно точки K – точки пересечения линий действия реакций $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$:

$$\Sigma M_K (\overline{F}_K) = 0; 4Py - 6Px - 3Q - M + 6Y_B = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_B = (6Px + 3Q + M - 4Y_B) / 6 = (6 \cdot (\sqrt{3}) + 3 \cdot 12 + 8 - 4 \cdot 1) / 6 = 8,397 \text{ кН.}$$

Знак «-» в значении реакции $\overline{Y}_B$ (рис. 15а и 15б)) указывает на то, что истинное направление $\overline{Y}_B$, обеспечивающее равновесие полученных систем сил, соответствует противоположно показанному на рис. 15а, 15б.

Так как $\overline{Y}_B = |-1|$ кН – минимум по рис. 15б, следовательно, для этой схемы находим все остальные реакции опор – $\overline{X}_A$ и $\overline{X}_B$ и делаем проверку:

$$\Sigma M_B (\overline{F}_K) = 0; -M - 3Q - 6Px - 2Py - 6X_A = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_A = (-M - 3Q - 6Px - 2Py) / 6 = (-8 - 3 \cdot 12 - 6 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1) / 6 = -9,397 \text{ кН.}$$

$$\Sigma F_{Kx} = 0; X_A + Px + Q + X_B = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_B = -X_A - Px - Q = -(-9,397) - \sqrt{3} - 12 = -4,33 \text{ кН.}$$

Уравновешенность конструкции бруса (правильность вычисления реакций опор A и B) проверим, выполнив проверку:

$$\Sigma M_n (\overline{F}_K) = 0; -4,5X_A - 4,5Px - 1,5Q - M + Y_B + 1,5X_B = 0;$$

$$-4,5 \cdot (-9,397) - 4,5 \cdot (\sqrt{3}) - 1,5 \cdot 12 - 8 + 2 \cdot (-1) + 1,5 \cdot (-4,33) = 0;$$

$$42,28 - 7,78 - 18 - 8 - 2 - 6,495 = 0$$

$$42,28 - 42,28 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Знак «-» в значениях реакции $\overline{X}_A$ и $\overline{X}_B$ указывает на то, что истинное направление этих реактивных сил, обеспечивающее равновесие полученной системы сил, соответствует противоположно показанному на рис. 15б.

Результаты расчётов сводим

в таблицу 2.

Таблица 2.

№ рисунка	Исследуемая реакция $\overline{Y}_B$ (кН)	Реакции опор	
		$\overline{X}_A$ (кН)	$\overline{X}_B$ (кН)
Рис. 15а	- 5,33	-	-
Рис. 15б	- 1	- 9,397	- 4,33
Рис. 15в	8,397	-	-

Вопросы для самопроверки:

1. Что такое сосредоточенная сила?
2. Определение распределённой нагрузки.
3. Что такое равнодействующая? Правило параллелограмма сил.
4. Графическое и аналитическое определение проекции силы на ось.
5. Виды связей и их реакции.
6. Уравнения равновесия плоской системы: а) сходящихся сил; б) параллельных сил; в) произвольной системы сил.
7. Определение пары сил. Свойства пары сил.
8. Теорема о парах сил.
9. Определение алгебраического момента силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства.
10. Вектор – момент силы относительно неподвижной точки на плоскости и его свойства.

11. Что такое сила? Основные характеристики силы.
12. Что такое: а) свободное тело? б) несвободное тело? Принцип освобождения от связей.
13. Определение системы сил. Что называется плоской системой: а) сходящихся сил? б) параллельных сил? в) произвольной системой сил?
14. План решения задач статики.

Тема 5. Ферма. Методы расчёта плоской фермы.

Задание С2. РАСЧЕТ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКОЙ ОПРЕДЕЛИМОЙ ФЕРМЫ

На рисунке 27 – 33 показаны схемы ферм. Необходимые для расчета данные приведены в таблице 1. К узлам ферм приложены силы $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \overline{P}_4, \overline{P}_5$, причем на каждую ферму, в зависимости от варианта задачи, действуют лишь три из этих сил, указанные в таблице 1.

Определить:

- 1) является ли ферма статически определимой;
- 2) реакции опор А и В от заданной нагрузки; усилия в стержнях фермы:
 - а) для всех стержней способом вырезания узлов (аналитически);
 - б) в трех стержнях фермы – способом Риттера (номера стержней указаны в таблице 3).

Таблица 1.

№ варианта (рис. № 1 – 60)	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	a	h	α , град	Номера стержней (способ Риттера)
	κH					m			
1	2	2	-	4	-	2	-	-	2,8,12
2	4	-	6	-	8	2	-	-	3,6,10
3	-	6	8	-	4	4	-	-	5,6,15
4	6	6	-	-	2	3	-	-	2,3,9
5	2	4	6	-	-	4	-	-	4,7,10
6	2	-	2	4	-	4	-	-	3,6,11
7	8	-	6	4	-	2	-	-	3,9,13
8	-	3	4	-	6	4	-	-	2,6,11
9	-	-	2	3	4	6	-	-	4,8,13
10	3	-	3	-	6	3	-	-	6,8,9
11	4	-	-	8	4	2	2	-	6,9,15
12	2	-	4	6	-	4	-	-	1,4,9
13	-	4	2	6	-	2	-	-	1,6,9
14	2	2	-	2	-	2	-	-	6,8,9
15	-	-	8	2	4	4	-	-	4,7,8
16	4	-	6	2	-	4	-	-	1,2,3
17	6	-	4	-	8	2	-	-	3,11,13
18	-	-	2	4	6	4	-	-	1,3,10
19	2	-	6	-	4	2	-	-	3,6,8
20	-	6	-	6	6	3	-	-	3,4,11
21	3	-	6	-	9	2	-	-	10,13,16
22	6	6	-	-	6	2	-	-	3, 8,12
23	-	-	2	2	2	2	-	-	2, 7,14
24	-	-	4	4	4	4	-	-	2, 8, 9
25	6	-	6	-	6	2	-	-	4, 8,11

26	8	-	-	8	8	3	-	-	3, 5,10
27	2	6	-	4	-	4	-	-	1, 8,12
28	8	-	4	6	-	6	-	-	3, 9,16
29	6	2	-	4	-	2	-	-	1, 4, 9
30	4	-	8	-	6	4	-	-	3,10,11
31	9	6	-	-	3	3	-	-	2,10,14
32	-	4	-	2	4	2	-	-	1, 9, 15
33	2	2	-	2	-	2	-	-	2, 7, 12
34	4	-	2	-	2	4	-	-	6, 9, 12
35	6	-	3	3	-	3	-	-	2, 7, 11
36	2	-	2	-	2	2	-	-	2, 4, 11
37	4	-	4	4	-	4	-	-	1, 7, 14
38	-	4	-	2	4	4	-	-	4, 8, 9
39	2	4	-	-	6	2	-	-	3, 6, 16
40	6	-	6	6	-	3	-	-	8, 9, 10
41	4	-	2	4	-	6	-	-	3, 6, 12
42	-	2	4	-	2	2	-	-	3, 5, 10
43	2	-	4	4	-	4	-	-	4, 7, 11
44	6	2	-	-	4	2	-	-	2, 3, 4
45	4	-	2	-	4	2	-	-	4, 8, 11
46	10	4	-	2	-	2,5	-	60	2, 5, 11
47	2	-	6	-	12	3	-	60	4,10,13
48	10	10	-	5	-	4	-	60	3, 9, 12
49	2	4	2	-	-	-	2	60	6, 8, 10
50	-	-	4	8	2	4	3	-	10,11,12
51	4	6	-	-	8	2	-	60	3, 7, 10
52	10	-	5	5	-	5	-	45	3, 4, 5
53	-	2	8	-	10	4	-	60	4, 7, 14
54	8	6	-	2	-	2	4	-	2, 5, 8
55	2	-	8	-	10	4	-	60	4, 6, 9
56	-	4	2	6	-	3	4	-	2, 8, 11
57	8	6	-	-	2	2	-	60	3, 6, 9
58	4	-	6	8	-	-	6	60	1, 4, 8
59	-	3	-	6	6	6	-	45	4, 9, 12
60	8	4	6	-	-	4	-	45	4, 8, 10
61	-	-	6	6	6	2	-	45	3, 8, 10
62	4	6	8	-	-	3	4	-	5, 8, 12
63	2	8	-	4	-	4	3	-	5, 9, 11
64	-	-	4	6	10	4	-	45	4, 7, 12
65	8	4	-	-	6	6	4	-	2, 7, 11
66	6	-	2	2	-	2	-	-	1, 7, 12
67	4	-	-	8	4	4	-	-	1,10,13
68	2	-	-	6	8	4	-	-	2, 6, 12
69	-	10	8	-	8	2	-	-	4,10,13
70	6	6	-	8	-	4	-	-	2, 6, 13

Пример:

Дано: схема фермы (рис. 16). $P_1=10 \text{ кН}$; $P_2= 20 \text{ кН}$; $P_3=10 \text{ кН}$; $a=2 \text{ м}$.

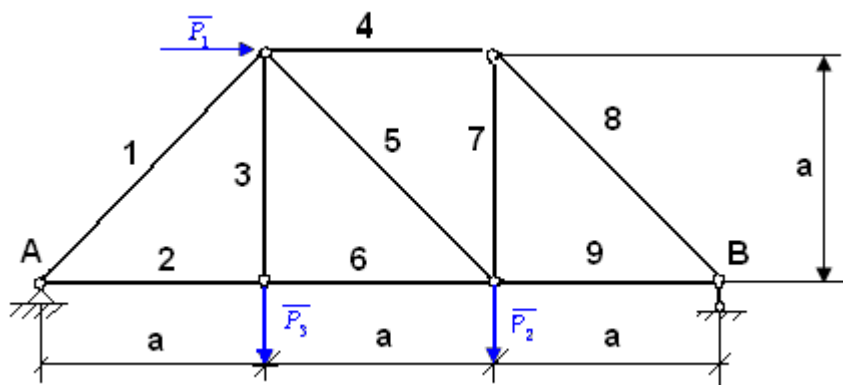


Рисунок 16

Решение:

1. Производим проверку условия геометрической неизменяемости и статической определимости фермы по формуле $S = 2n - 3$, где S – число стержней фермы; n – число узлов фермы.

Подставляя $S = 9$ и $n = 6$, получаем, что $9 = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \rightarrow 9 = 9$

Это означает, что форма статически определяемая.

2. Определение реакций опор А и В (т. е. уравновесить ферму внешне) – рис. 17.

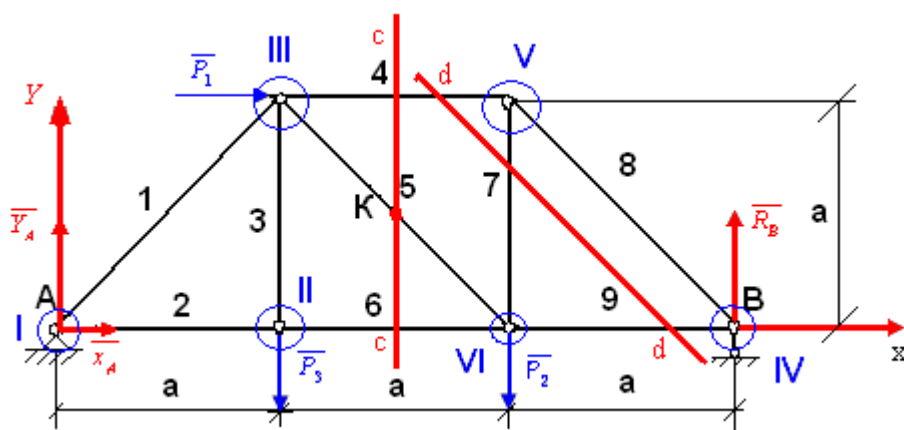


Рисунок 17

Освобождаем ферму от связей, заменяя их действие соответствующими силами реакции: $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ – две составляющие реакции неподвижной шарнирной опоры А; $\overline{R}_B$ – реакция опорного стержня В (направлена вдоль стержня) – рис. 17.

Заданные силы - $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$ (активные) и реакции опор - $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$ (реактивные) образуют плоскую произвольную систему сил, для которой можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; X_A + P_1 = 0 \rightarrow X_A = -P_1 = -10 \text{ кН};$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A - P_3 - P_2 + R_B = 0$$

$$\sum M_A(\overline{F}_K) = 0; -aP_3 - aP_1 - 2aP_2 + 3aR_B = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{aP_3 + aP_1 + 2aP_2}{3a} = \frac{10 + 10 + 2 \cdot 20}{3} = 20 \text{ кН}.$$

Подставляем найденное значение реакцию $\overline{R}_B$ в уравнение 2 и определяем реакцию $\overline{Y}_A$:

$$Y_A = P_3 + P_2 - R_B = 10 + 20 - 20 = 10 \text{ кН}$$

Проверка: точка К находится на середине вертикального и горизонтального размеров фермы.

$$\sum M_A(\overline{F_K}) = 0; -15aY_A + 0,5aX_A - 0,5aP_1 - 0,5aP_2 + 0,5aP_3 + 1,5aR_B = 0; \Rightarrow$$

$$1,5 \cdot 2 \cdot 10 + 0,5 \cdot 2 \cdot (-10) - 0,5 \cdot 2 \cdot 10 + 0,5 \cdot 2 \cdot 10 - 0,5 \cdot 2 \cdot 20 + 1,5 \cdot 2 \cdot 20 = 0 \Rightarrow -30 - 10 - 10 - 20 + 10 + 60 = 0; -70 + 70 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Знак « $\rightarrow$ » в значении реакции $\overline{X_A}$ указывает на то, что она направлена противоположно, чем показано на рис. 17, чтобы обеспечить равновесие полученной плоской произвольной системы сил.

Итак, $X_A = -10 \text{ кН}$; $Y_A = 10 \text{ кН}$; $R_B = 20 \text{ кН}$.

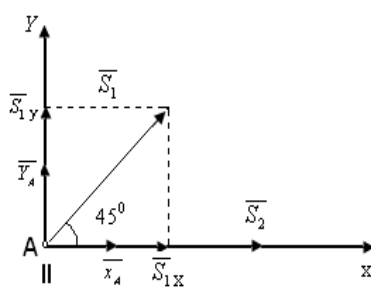
3. Определение внутренних усилий в стержнях фермы.

а) способ вырезания узлов (аналитический).

Введем следующую нумерацию узлов и стержней фермы (узлы обозначены римскими, а стержни – арабскими цифрами) – рис. 17.

Вырезаем сначала узел I, в котором сходятся только 2 стержня с неизвестными усилиями. Усилия в стержне обозначим соответственно через $\overline{S_1}$, $\overline{S_2}$ $\overline{S_9}$. Действия перерезанных стержней 1 и 2 заменим усилиями $\overline{S_1}$ и $\overline{S_2}$, направленные от узла, предполагая, что все стержни растянуты – рис. 18. Силы, действующие на узел I, образуют плоскую систему сходящихся сил, поэтому можно составить уравнения равновесия.

Узел I.



$$\sum F_{kx} = 0; X_A + S_1 \cos 45^\circ + S_2 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A + S_1 \sin 45^\circ = 0 \quad (2)$$

Решая полученную систему уравнений, находим усилия в стержнях 1 и 2:

Рисунок 18

$$\text{Из 2): } S_1 = -Y_A / \sin 45^\circ = -10 / (\frac{\sqrt{2}}{2}) = -14,14 \text{ кН (сжат)}$$

Подставляем найденные значения S_1 в уравнение 1) и вычисляем S_2 :

$$S_2 = -X_A - S_1 \cos 45^\circ = -(-10) - (-14,14) \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2}) = 10 + 10 = 20 \text{ кН (растянут)}$$

Положительный знак в значении S_2 показывает, что стержень 2, из выше принятого предположения, действительно **растянут**, а **отрицательный знак** в значении S_1 – что стержень сжат.

Следующим вырезаем узел II, в котором сходятся не более 2-х стержней (3 и 6) с неизвестными усилиями. Усилие S_2 направляем соответственно тому, что это внутреннее усилие в стержне (простейшая уравновешенная система сил).

Узел II:

$$\sum F_{kx} = 0; S_6 - S_2 = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow S_6 = S_2 = 20 \text{ кН (растянут)}.$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_3 - P_3 = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow S_3 = P_3 = 10 \text{ кН (растянут)}.$$

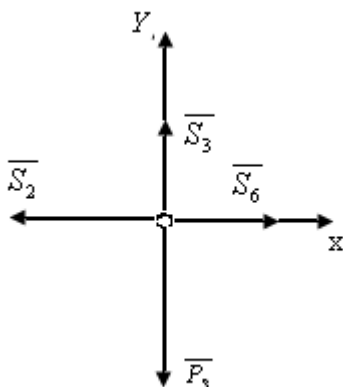
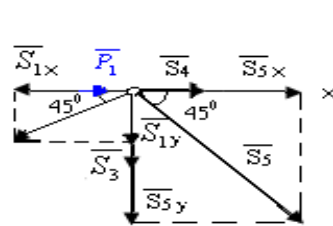


Рисунок 19

Аналогично вырезаем все остальные узлы.



Узел III:

$$\sum F_{kx} = 0; -S_1 \cdot \cos 45^\circ + P_1 + S_4 + S_5 \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sum F_{ky} = 0; & -S_1 \cdot \sin 45^\circ - S_3 - S_5 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (2) \Rightarrow S_5 \\ & = \frac{-S_1 \cdot \sin 45^\circ - S_3}{\sin 45^\circ} = \frac{-(-14,14) \cdot (\sqrt{2} / 2) - 10}{(\sqrt{2} / 2)} = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

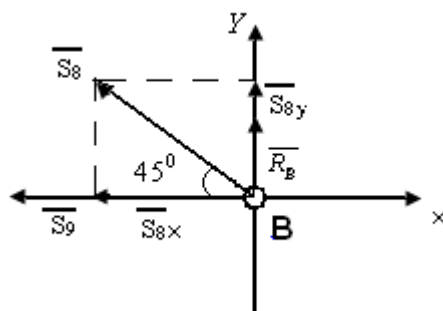
(нулевой стержень).

Рисунок 20

Подставляем S_5 в 1) и находим значение усилия S_4 :

$$S_4 = S_1 \cos 45^\circ - P_1 - S_5 \cos 45^\circ = -14,14 \cdot (\sqrt{2} / 2) - 10 = -10 - 10 = -20 \text{ кН} \quad (\text{сжат}).$$

Узел IV:



$$\sum F_{kx} = 0; -S_9 - S_8 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; R_b + S_8 \sin 45^\circ = 0 \quad (2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_8 = -\frac{R_b}{\sin 45^\circ} = -\frac{20}{\sqrt{2} / 2} = -28,28 \text{ кН}$$

(сжат).

$$\text{Из 1): } S_9 = -S_8 \cos 45^\circ = -(-28,28) \cdot (\sqrt{2} / 2) = 20 \text{ кН} \quad (\text{растянут}).$$

Рисунок 21

Узел V:

$$\sum F_{kx} = 0; -S_4 + S_8 \cos 45^\circ = 0 \quad (1)$$

$$-(-20) - 28,28 \cdot (\sqrt{2} / 2) = 0; 20 - 20 = 0; 0 = 0$$

$$\sum F_{ky} = 0; -S_8 \sin 45^\circ - S_7 = 0$$

$$\Rightarrow S_7 = -S_8 \sin 45^\circ = -(-28,28) \cdot (\sqrt{2} / 2) = 20 \text{ кН}$$

(растянут).

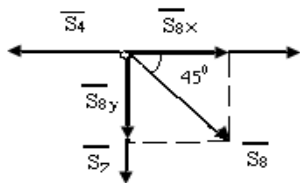
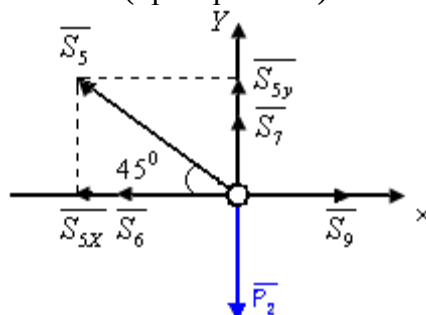


Рисунок 22

Узел VI (проверочный):



$$\sum F_{kx} = 0; -S_5 \cdot \cos 45^\circ - S_6 + S_9 = 0; \quad (1)$$

$$-0 - 20 + 20 = 0; 0 \equiv 0$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_5 \cdot \sin 45^\circ + S_7 - P_2 = 0; \quad (2)$$

$$0 \cdot (\sqrt{2} / 2) + 20 - 20 = 0; 0 \equiv 0;$$

Рисунок 23

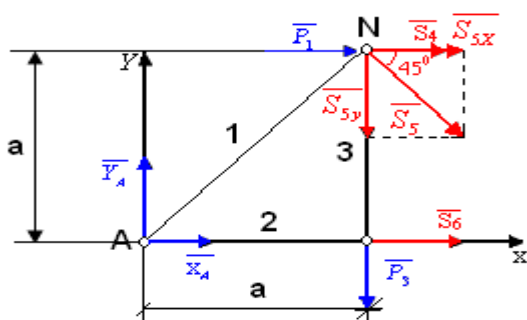
б) способ Риттера (способ сечений) – определение усилий в стержнях 5, 6, 9.

Мысленно рассекаем ферму на две части так, чтобы число рассеченных стержней, в которых усилия еще не известны, не превышало трех.

Для стержней 5 и 6 сечение С-С (рис. 17). Рассматриваем равновесие левой от сечения С-С части фермы – рис. 24. Действие рассеченных стержней 4, 5, 6 заменяем их внутренними усилиями S_4 , S_5 , S_6 соответственно, направленными по стержням от узлов, предполагая, что стержни растянуты. Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить 3 уравнения равновесия. Точка Риттера – это моментная точка. Для стержня 6 точка N – точка Риттера – точка пересечения линий действия усилий S_4 и S_5 .

$$\sum M_N(F_K) = 0; a S_6 + a X_A - a Y_A = 0 \Rightarrow S_6 = \frac{a Y_A - a X_A}{a} = 10 - (-10) = 20 \text{ кН}$$

Рисунок 24



Для стержня 5 точки Риттера нет.

$$\sum F_{ky} = 0; -S_5 \sin 45^\circ - P_3 + Y_A = 0; \Rightarrow S_5 = \frac{-P_3 + Y_A}{\sin 45^\circ} = \frac{-10 + 10}{(\sqrt{2}/2)} = 0 \text{ (нулевой стержень)}$$

Для определения внутреннего усилия в

стержне 9 мысленно рассекаем ферму сечением d-d (рис. 17) и рассматриваем равновесие правой от сечения части фермы – рис. 25.

Точка Z – точка Риттера для стержня 9.

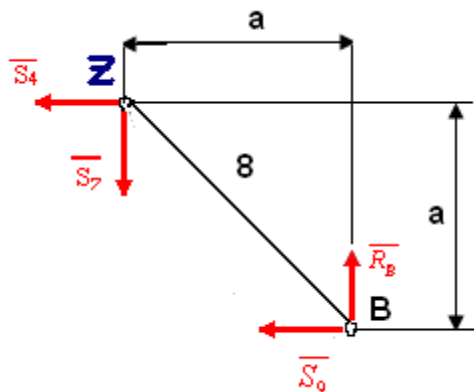


Рисунок 25

$$M_Z(F_K) = 0; -a S_9 + a R_B = 0 \Rightarrow S_9 = \frac{a R_B}{a} = R_B = 20 \text{ кН (растянут)}.$$

Численные значения внутренних усилий S_5 , S_6 , S_9 соответственно стержней 5, 6, 9, определенные по методу вырезания узлов фермы и способом сечений (метод Риттера) абсолютно равны. Схема фермы с фактической картиной сил

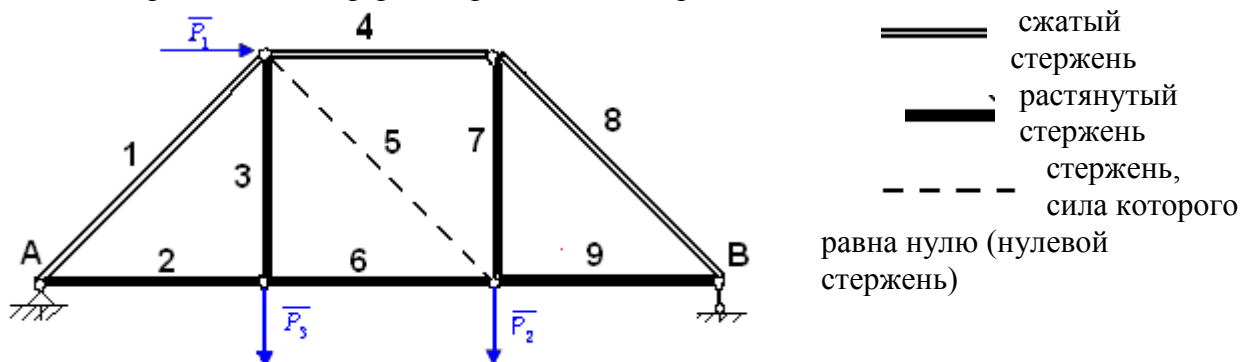


Рисунок 26

Результаты расчетов внутренних усилий в стержнях фермы сводим в таблицу 2.

Таблица 2.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Знак силы	–	+	+	–	0	+	+	–	+
Сила, кН	14,14	20	10	20	0	20	20	28,28	20

Ниже приводятся схемы расчётных задач для самостоятельного решения – рис. 27 – 33.

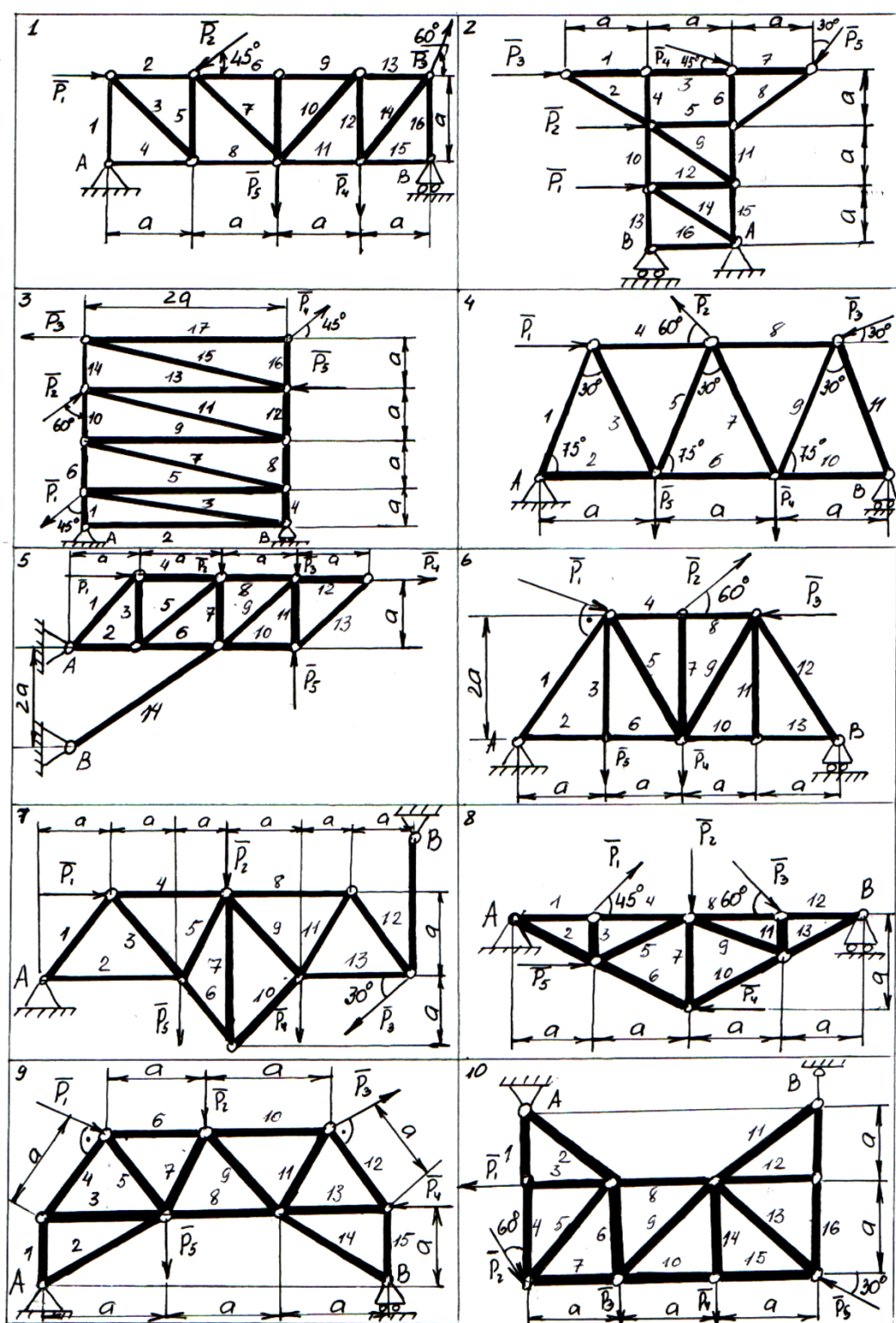


Рисунок 27

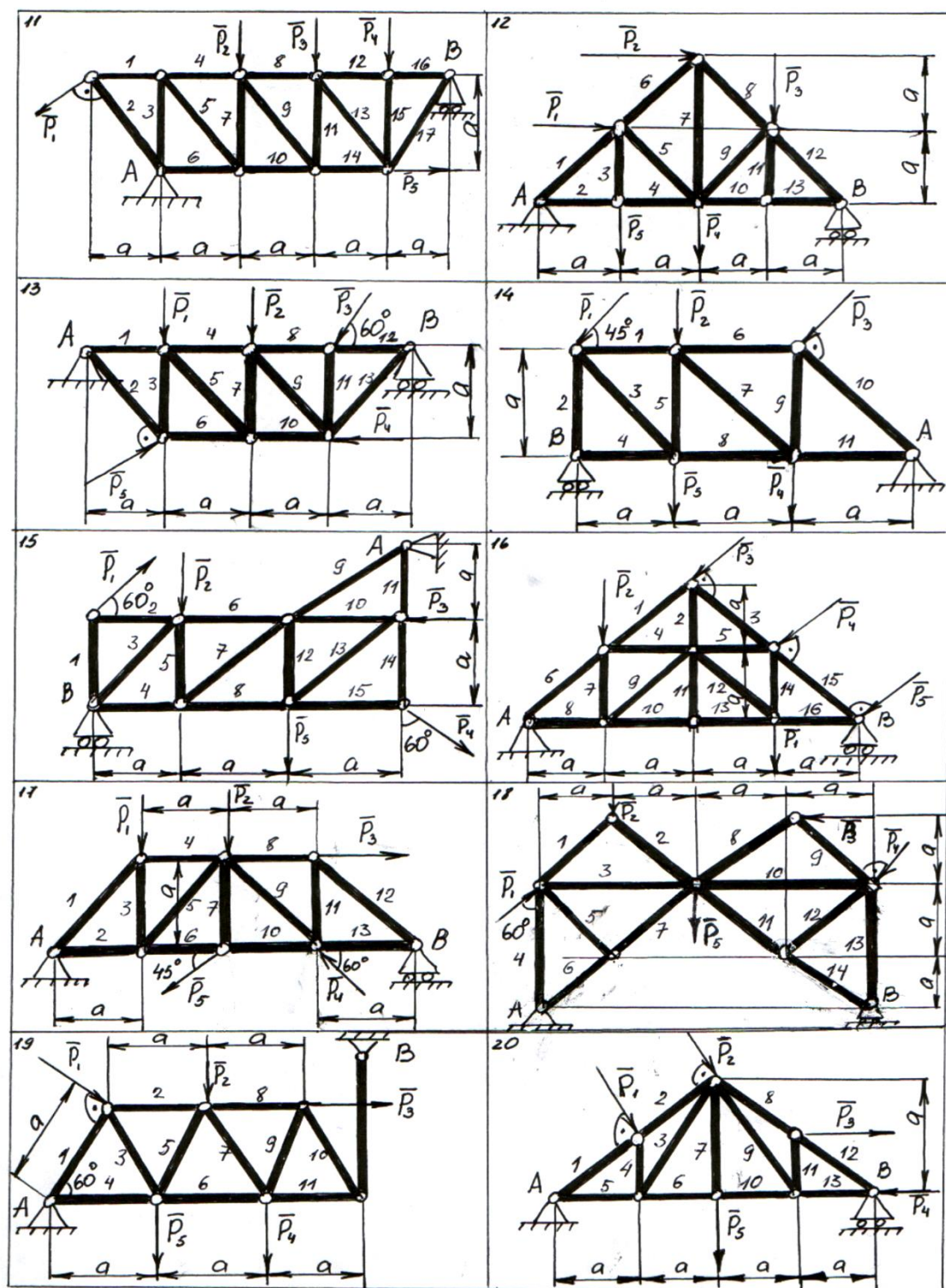


Рисунок 28

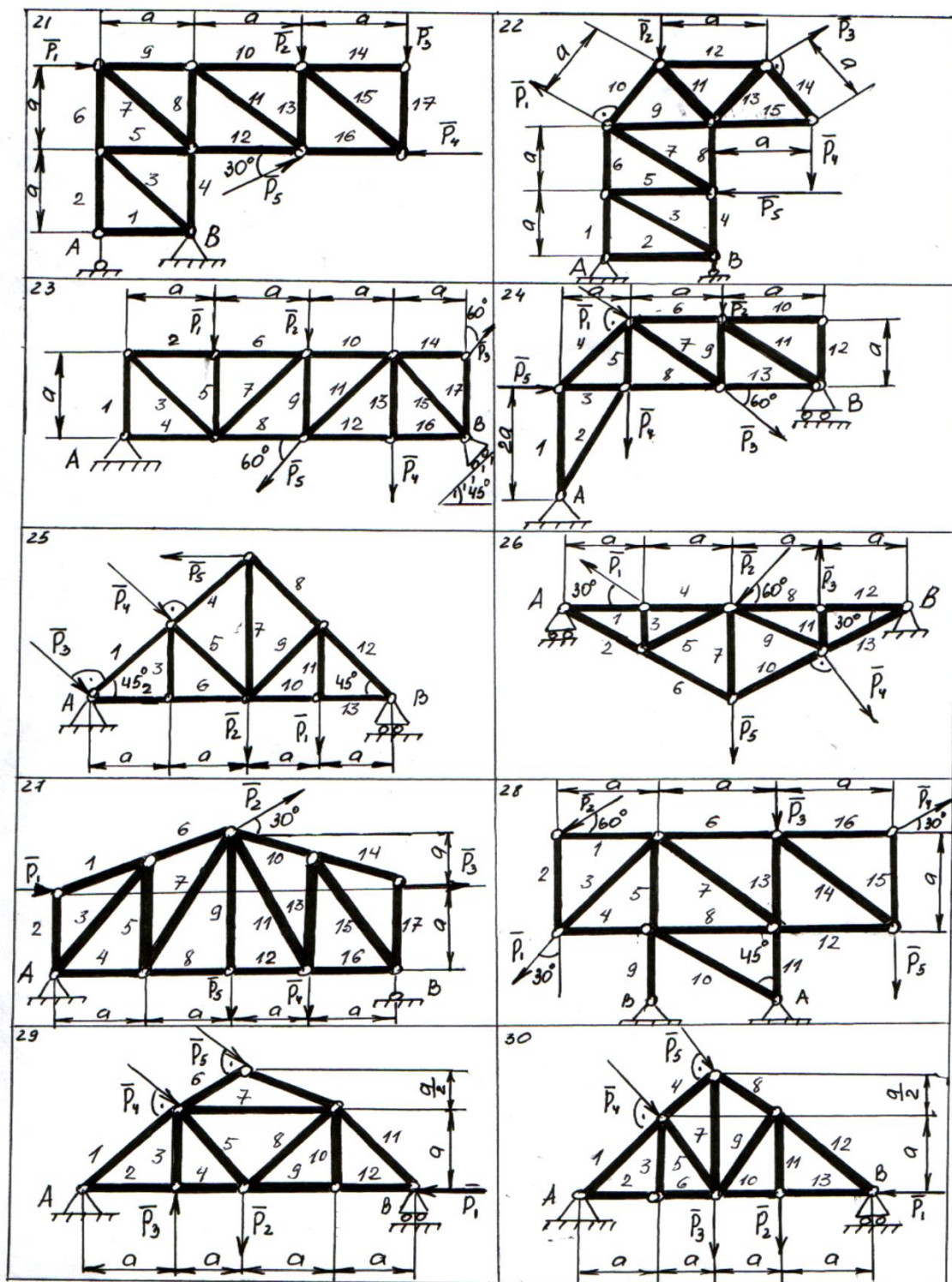


Рисунок 29

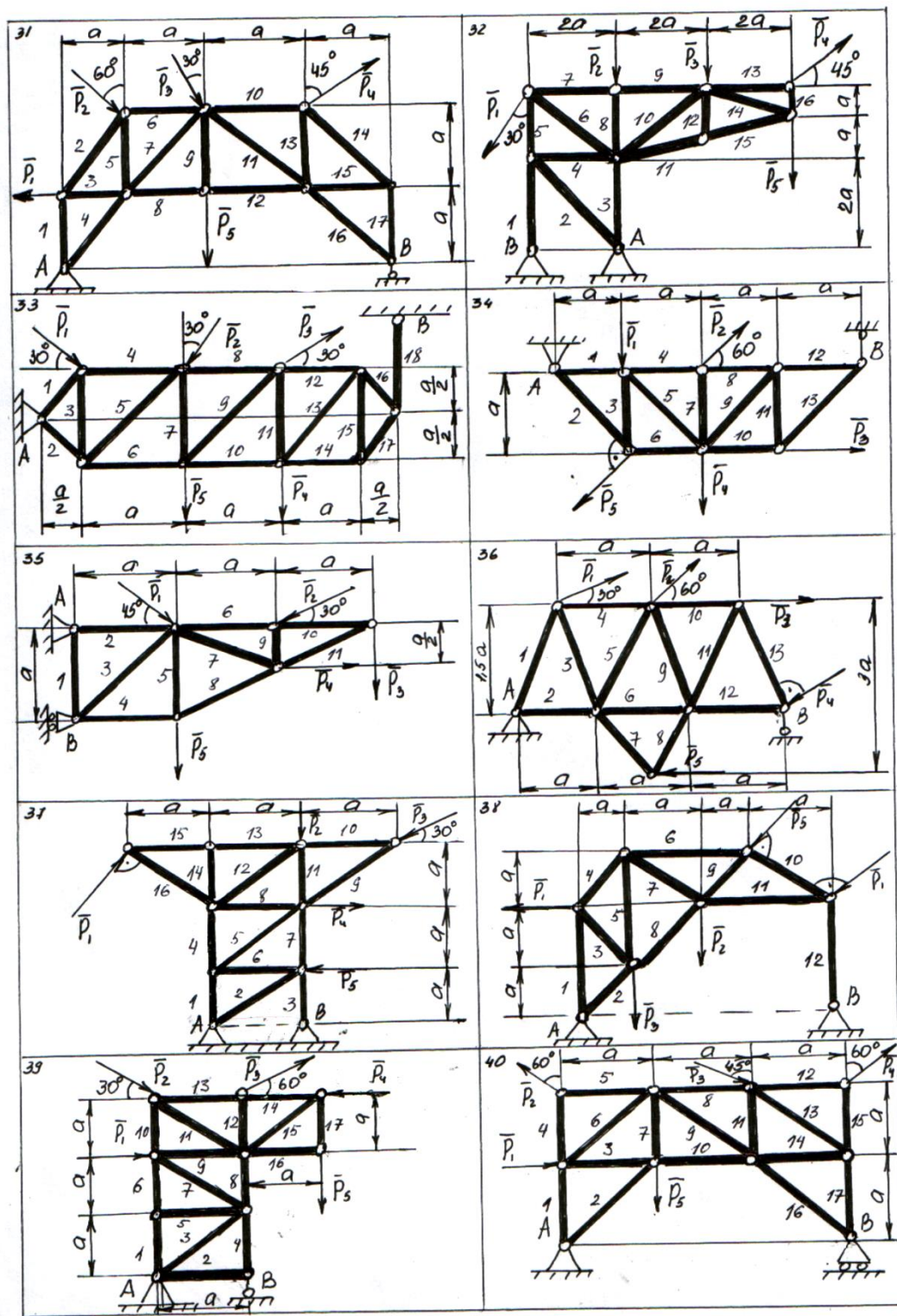


Рисунок 30

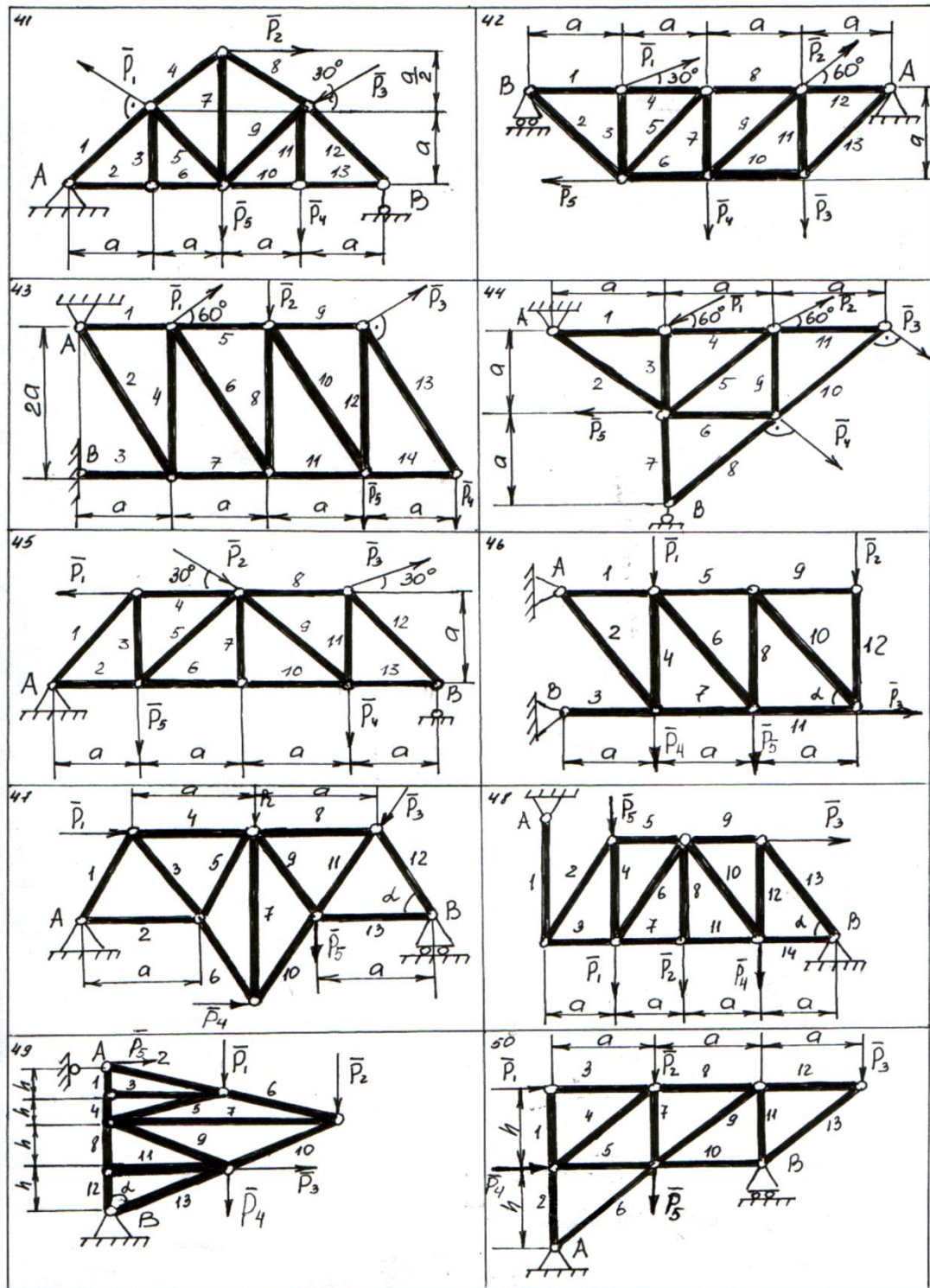


Рисунок 31

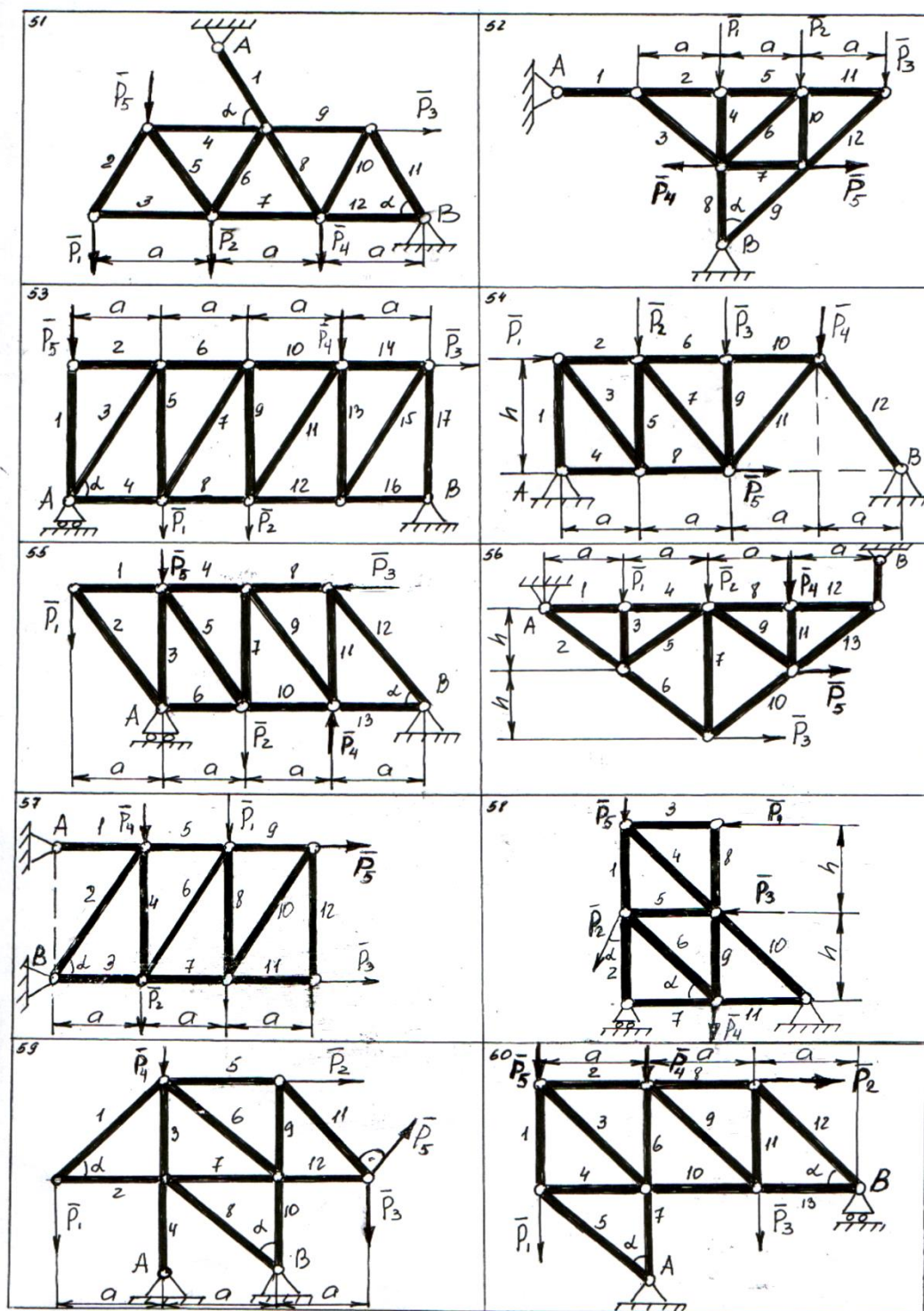


Рисунок 32

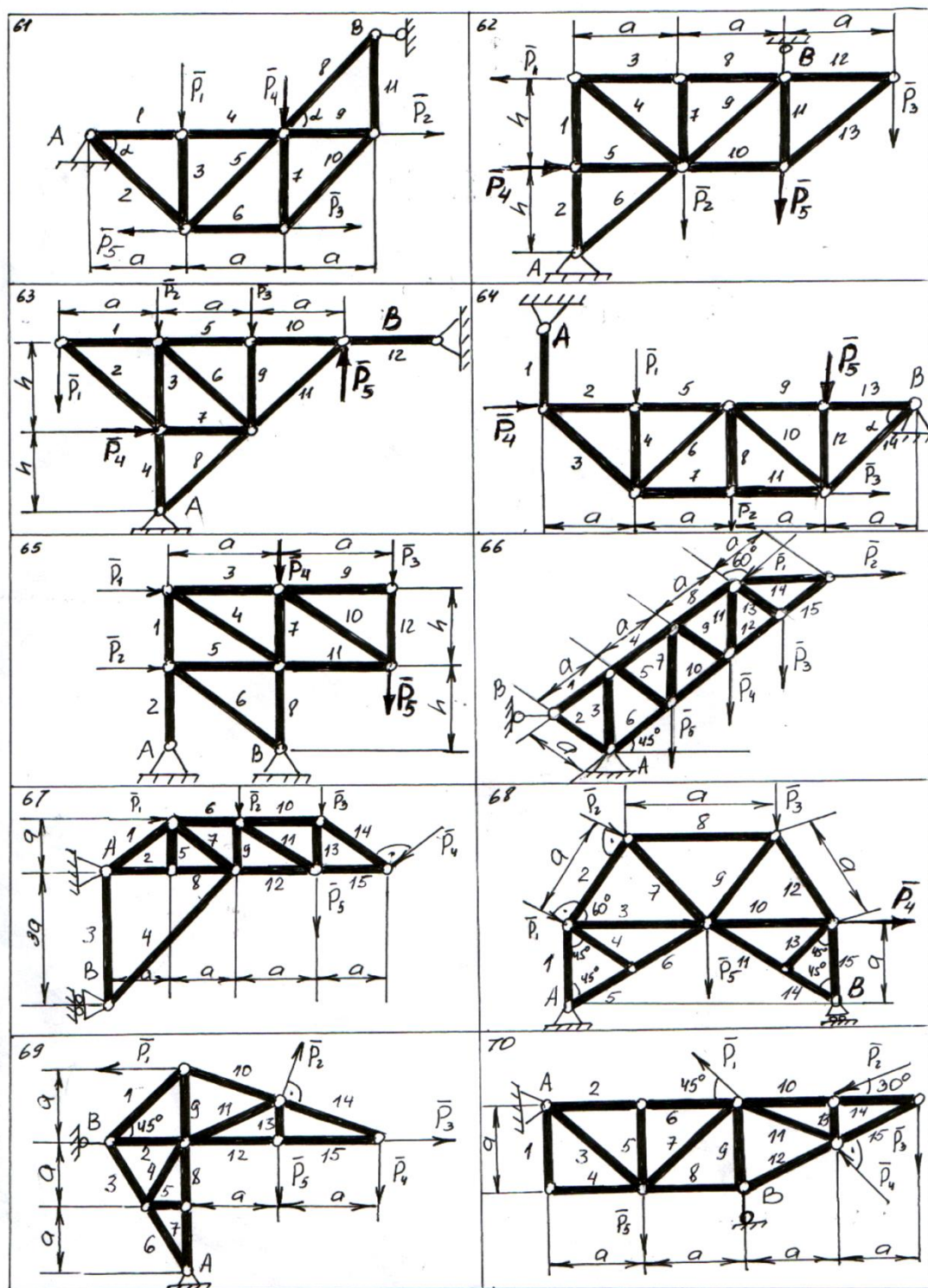


Рисунок 33

Вопросы для обсуждения:

1. Что такое ферма? Где используются фермы?
2. Алгоритм расчета статически определимой фермы?

3. Методы расчёта внутренних усилий в стержнях фермы: 1) метод вырезания узлов? 2) метод сечений – метод Риттера?
4. Какая зависимость существует между числом стержней и числом узлов фермы?
5. Как определяется статическая определимость фермы?
6. Уравнения равновесия плоской системы: а) сходящихся сил? б) произвольной системы сил?
7. Определение и свойства простейшей уравновешенной системы сил?
8. Определение и свойства внутренних усилий?

3. Тема 7: Пространственная произвольная система сил.

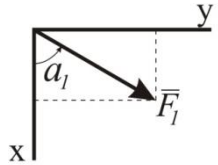
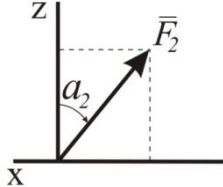
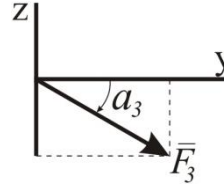
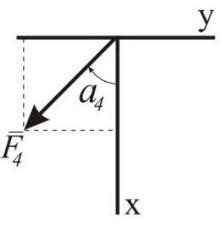
Задание С4. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Задание С4 – на равновесие пространственной произвольной системы сил. Схемы конструкций представлены на рис. 47 – 56 (вар. 1 – 60). В зависимости от типа конструкции задание формулируется отдельно.

Задание 1 (к вариантам 1 – 10) – рис. 47 – 48

Однородная прямоугольная плита весом $P = 5$ кН со сторонами $AB = 3\ell$, $BC = 2\ell$ закреплена в точке A сферическим шарниром, а в точке B – цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (вар. 1 – 10). На плиту действуют: пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, лежащая в плоскости плиты, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в табл. 1. При этом силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_4$ лежат в плоскостях, параллельных плоскости XU , сила $\vec{F}_2$ – в плоскости, параллельной XZ , сила $\vec{F}_3$ – в плоскости, параллельной YZ . Точки приложения сил (D , E , H) находятся в серединах сторон плиты.

Таблица 1.

Силы								
Номер условия	$F_1 = 4$ кН		$F_2 = 6$ кН		$F_3 = 8$ кН		$F_4 = 10$ кН	
	Точка приложения	a_1 , град	Точка приложения	a_2 , град	Точка приложения	a_3 , град	Точка приложения	a_4 , град

0	D	60	-	-	E	0	-	-
1	H	90	D	30	-	-	-	-
2	-	-	E	60	-	-	D	90
3	-	-	-	-	E	30	H	0
4	E	0	-	-	H	60	-	-
5	-	-	D	60	H	0	-	-
6	-	-	H	30	-	-	D	90
7	E	30	H	90	-	-	-	-
8	-	-	-	-	D	0	E	60
9	-	-	E	90	D	30	-	-

Определить реакции связей в точках A , B и C . При подсчётах принять $\ell = 2$ м.

Указания: При решении задания следует учесть, что реакция сферического шарнира (подпятника) имеет три составляющие (по всем координатным осям), а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) – две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси подшипника. При вычислении момента силы $\vec{F}$ удобно её разложить на две составляющие $\vec{F}'$ и $\vec{F}''$, параллельные координатным осям (или на три): тогда по теореме Вариньона $M_x(\vec{F}) = M_x(\vec{F}') + M_x(\vec{F}'')$ и т. д.

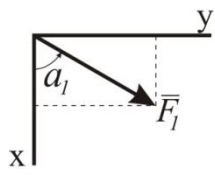
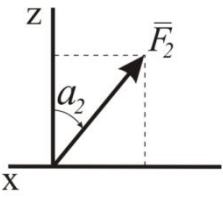
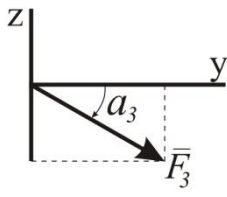
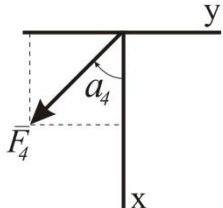
Задание 2 (к вариантам 11 – 20) – рис. 48 – 50

Две однородные прямоугольные тонкие плиты жестки соединены (сварены) под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром (или подпятником) в точке A , цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке B и невесомым стержнем 1 (вар. 11 – 18) или же двумя подшипниками в точках A и B и двумя невесомыми стержнями 1 и 2 (вар. 19 – 20); все стержни прикреплены к плитам и к неподвижным опорам шарнирами. Размеры плит указаны на рисунках 48–50, вес большей плиты $P_1=5$ кН, вес меньшей плиты $P_2 = 3$ кН. Каждая из плит расположена параллельно одной из координатных плоскостей (плоскость xu – горизонтальная). На плиты действуют пара сил с моментом $M = 4$ кН·м, лежащая в плоскости одной из плит, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в табл. 2; при этом силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_4$ лежат в плоскостях, параллельных плоскости XU , сила $\vec{F}_2$ – в плоскости, параллельной XZ , сила $\vec{F}_3$ – в плоскости, параллельной YZ . Точки приложения сил (D, E, H, K) находятся в углах или в серединах сторон плит.

Определить реакции связей в точках A и B и реакцию стержня (стержней). При подсчетах принять $a = 2$ м.

Указания: При решении задания следует учесть, что реакция сферического шарнира (подпятника) имеет три составляющие (по всем координатным осям), а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) – две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси подшипника. Реакция невесомого стержня всегда направлена вдоль стержня. При вычислении момента силы $\vec{F}$ удобно её разложить на две составляющие $\vec{F}'$ и $\vec{F}''$, параллельные координатным осям (или на три): тогда по теореме Вариньона $M_x(\vec{F}) = M_x(\vec{F}') + M_x(\vec{F}'')$ и т. д.

Таблица 2.

Силы								
Номер условия	$F_1 = 6 \text{ кН}$		$F_2 = 8 \text{ кН}$		$F_3 = 10 \text{ кН}$		$F_4 = 12 \text{ кН}$	
	Точка приложения	α_1 , град	Точка приложения	α_2 , град	Точка приложения	α_3 , град	Точка приложения	α_4 , град
0	Е	60	Н	30	-	-	-	-
1	-	-	Д	60	Е	30	-	-
2	-	-	-	-	К	60	Е	30
3	К	30	-	-	Д	0	-	-
4	-	-	Е	30	-	-	Д	60
5	Н	0	К	60	-	-	-	-
6	-	-	Н	90	Д	30	-	-
7	-	-	-	-	Н	60	К	90
8	Д	30	-	-	К	0	-	-
9	-	-	Д	90	-	-	Н	30

Задание 3 (к вариантам 21 – 35) – рис. 50 – 52

Шесть невесомых стержней соединены своими концами шарнирно друг с другом в двух узлах и прикреплены другими концами (тоже шарнирно) к неподвижным опорам A, B, C, D, E, K, F, L (вар. 21 – 35). Стержни и узлы (узлы расположены в вершинах A, B, C, D, E, K, F, L прямоугольного параллелепипеда) на рисунках 50 – 52 не показаны и должны быть изображены решающим задачу по данным таблицы 3. В узле, который в каждом столбце таблицы указан первым, приложена сила $P = 200 \text{ Н}$; во втором узле приложена сила $Q = 100 \text{ Н}$. Сила $\vec{P}$ образует с положительными направлениями координатных осей x, y, z углы, равные соответственно $\alpha_1 = 45^\circ, \beta_1 = 60^\circ, \gamma_1 = 60^\circ$, а сила $\vec{Q}$ – углы $\alpha_2 = 60^\circ, \beta_2 = 45^\circ, \gamma_2 = 60^\circ$; направления осей x, y, z соответствует правой декартовой системе отсчёта.

Грани параллелепипеда, параллельные плоскости xy , – квадраты. Диагонали других боковых граней образуют с плоскостью xy угол $\varphi = 60^\circ$, а диагональ параллелепипеда образует с этой плоскостью угол $\theta = 51^\circ$. Определить усилия в стержнях, указанных в табл. 3.

Таблица 3.

№ варианта	0	1	2	3	4
Узлы	A, B	L, E	D, F	B, E	D, B
Стержни	DL, DE, DF, CF, CK, BK	BK, CK, CF, DF, AK, DE	AD, AE, ED, EK, KB, KC	DA, DL, DC, FC, CK, AK	LE, LF, LD, CF, CK, AK

№ варианта	5	6	7	8	9
Узлы	B, L	C, L	D, E	B, L	B, E
Стержни	AE, AC, AD, DF, CF, KF	BA, BF, BK, AE, DE, DA	LF, FC, LD, KB, KC, AB	EA, ED, KF, KC, CF, FK	FC, CK, FK, LD, LA, DC

Указания: Система отсчёта вводится решающим самостоятельно. Изображать чертеж можно без соблюдения масштаба так, чтобы лучше были видны все шесть стержней. Стержни следует пронумеровать в том порядке, в каком они указаны в таблице; реакции стержней обозначать буквой с индексом, соответствующим номеру стержня. Реакция невесомого стержня всегда направлена вдоль стержня. При вычислении момента силы $\bar{F}$ удобно её разложить на две составляющие $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$, параллельные координатным осям (или на три): тогда по теореме Вариньона $M_x(\bar{F}) = M_x(\bar{F}') + M_x(\bar{F}'')$ и т. д.

Задание 4 (к вариантам 36 – 40) – рис. 52 – 53

Однородное тело весом $\bar{G}$ под действием наложенных на него связей и приложенных к нему систем сил находится в равновесии. Пренебрегая трением в местах сочленений, определить реакции опор A и B , а также усилия в стержнях. Вес стержней не учитывать. Необходимые для расчёта данные приводятся в таблице 4.

Таблица 4.

№ варианта	$G, \text{Н}$	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$M_1, \text{Н} \cdot \text{м}$	$M_2, \text{Н} \cdot \text{м}$	$a, \text{м}$	$b, \text{м}$	$c, \text{м}$	$\alpha, \text{град}$	$\beta, \text{град}$
0	300	400	-	200	-	0,4	0,6	0,2	60	30
1	200	400	200	400	200	0,2	0,4	0,6	30	60
2	400	-	100	-	300	0,8	0,2	0,4	-	30
3	600	200	-	200	-	0,6	0,8	0,6	60	45
4	300	100	400	200	400	0,4	0,6	0,2	45	30
5	200	200	-	300	-	0,6	0,4	0,2	30	60
6	400	-	400	-	200	0,2	0,8	0,4	-	45
7	600	200	400	200	600	0,8	0,6	0,2	30	60
8	400	300	-	400	-	0,4	0,6	0,4	60	45
9	200	-	200	-	400	0,8	0,2	0,4	-	60

Задание 5 (к вариантам 41 – 60) – рис. 53 – 56

Схемы конструкций представлены на рис. 53 – 56 (вар. 41 – 60). Найти реакции опор конструкции. Необходимые для расчёта данные приведены в таблице 5.

Таблица 5.

№ варианта	$Q, \text{Н}$	$T, \text{Н}$	$G, \text{Н}$	$a, \text{см}$	$b, \text{см}$	$c, \text{см}$	$R, \text{см}$	$r, \text{см}$
41	2	-	20	20	30	10	15	5
42	3	-	2	30	20	40	15	10
43	1	4	2	40	30	20	20	10
44	-	3	1	30	10	5	18	6
45	4	6	3	20	40	15	20	10
46	1	4	2	30	40	20	20	10
47	-	2	1	20	30	15	15	10

48	4	-	1	25	20	8	15	10
49	10	-	5	40	30	20	25	15
50	-	2	1	30	90	20	30	10
51	3	-	2	60	20	40	20	5
52	4	-	2	50	30	-	-	-
53	2	-	1	15	10	20	20	5
54	6	-	2	60	40	60	-	-
55	4	-	-	60	40	20	-	-
56	2	-	-	40	60	30	-	-
57	-	-	4	40	30	50	-	-
58	10	-	-	50	30	50	-	-
59	-	4	3	15	20	15	15	10
60	5	-	-	40	40	10	-	-

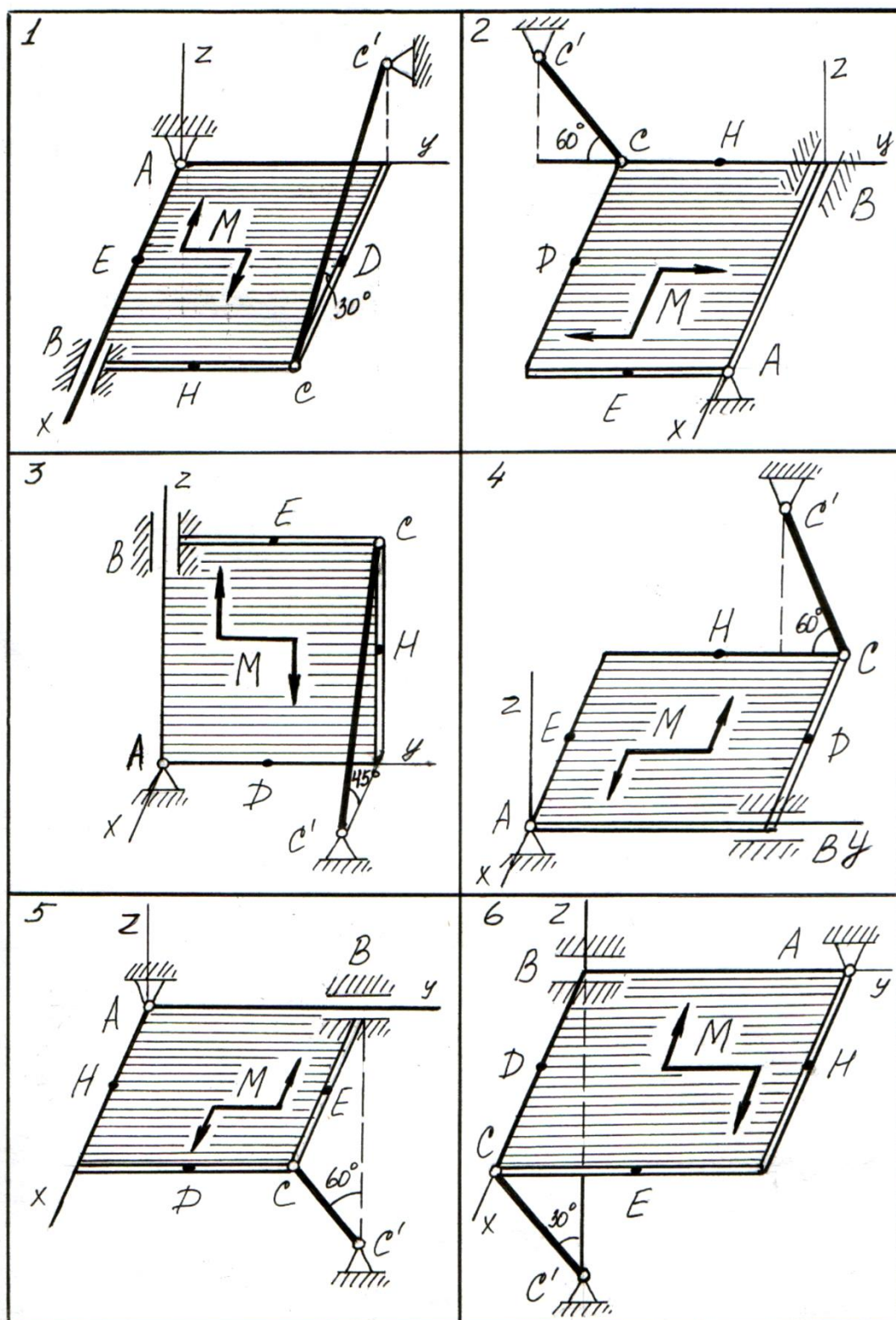


Рисунок 47

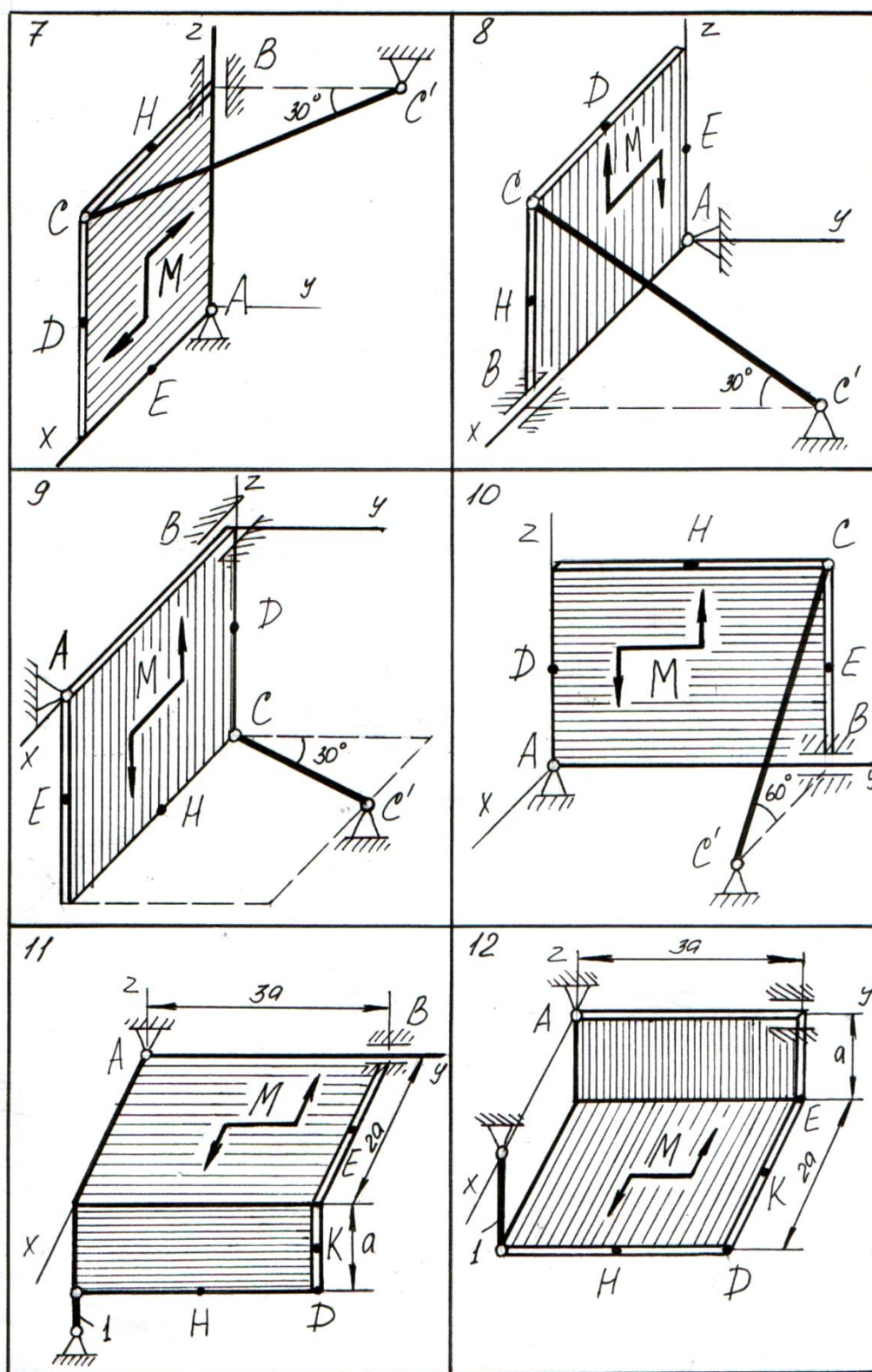


Рисунок 48

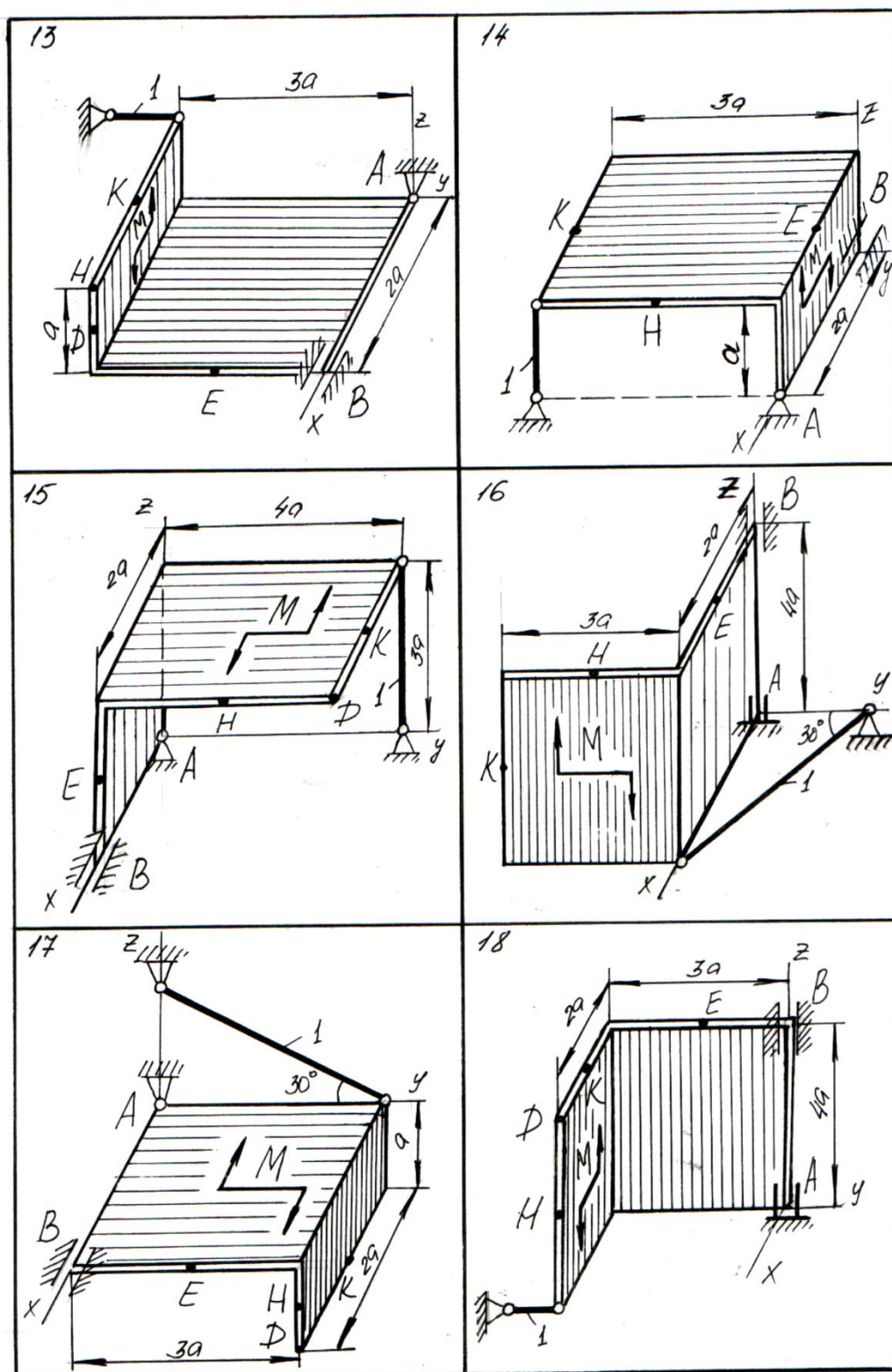


Рисунок 49

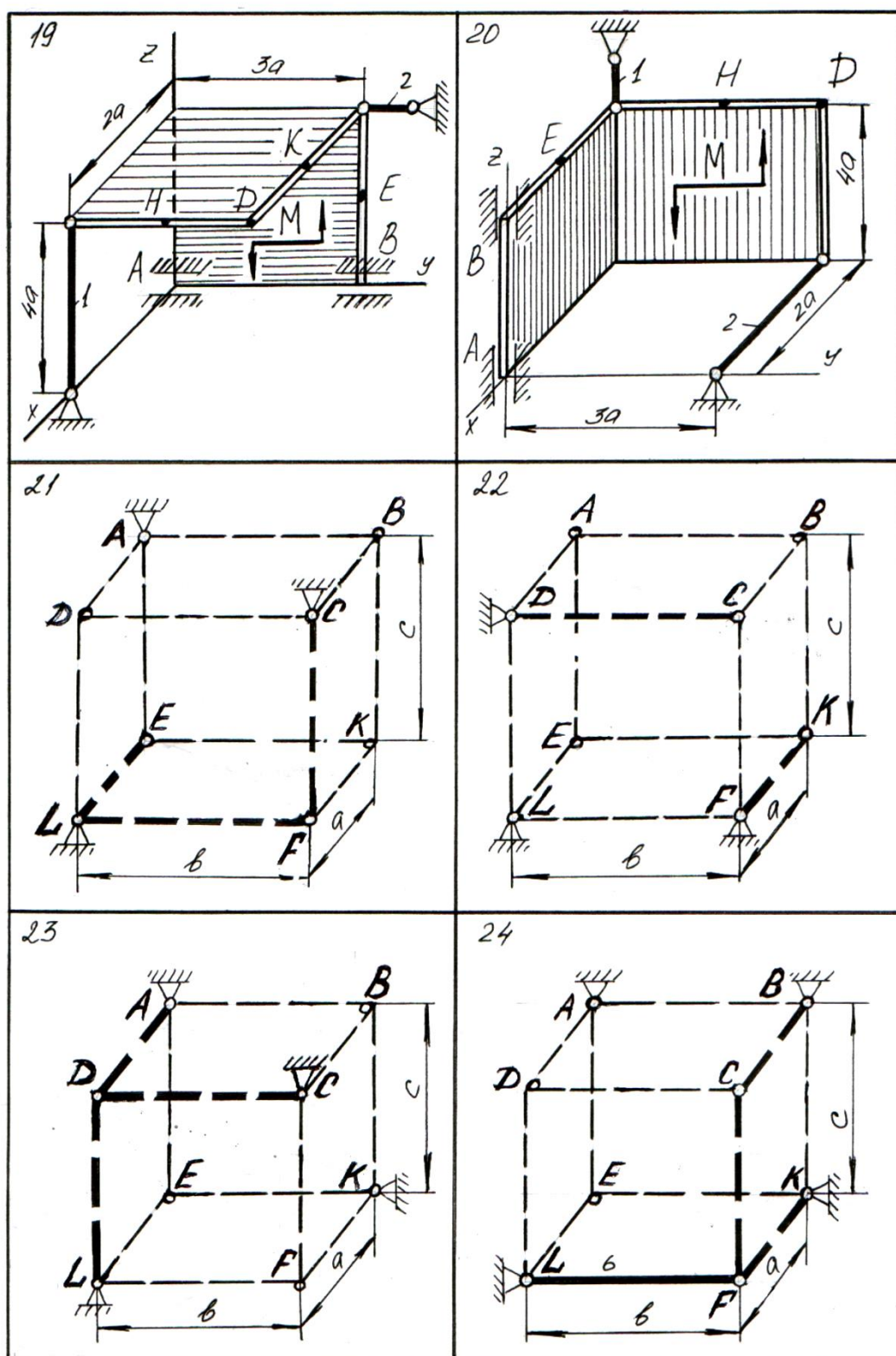


Рисунок 50

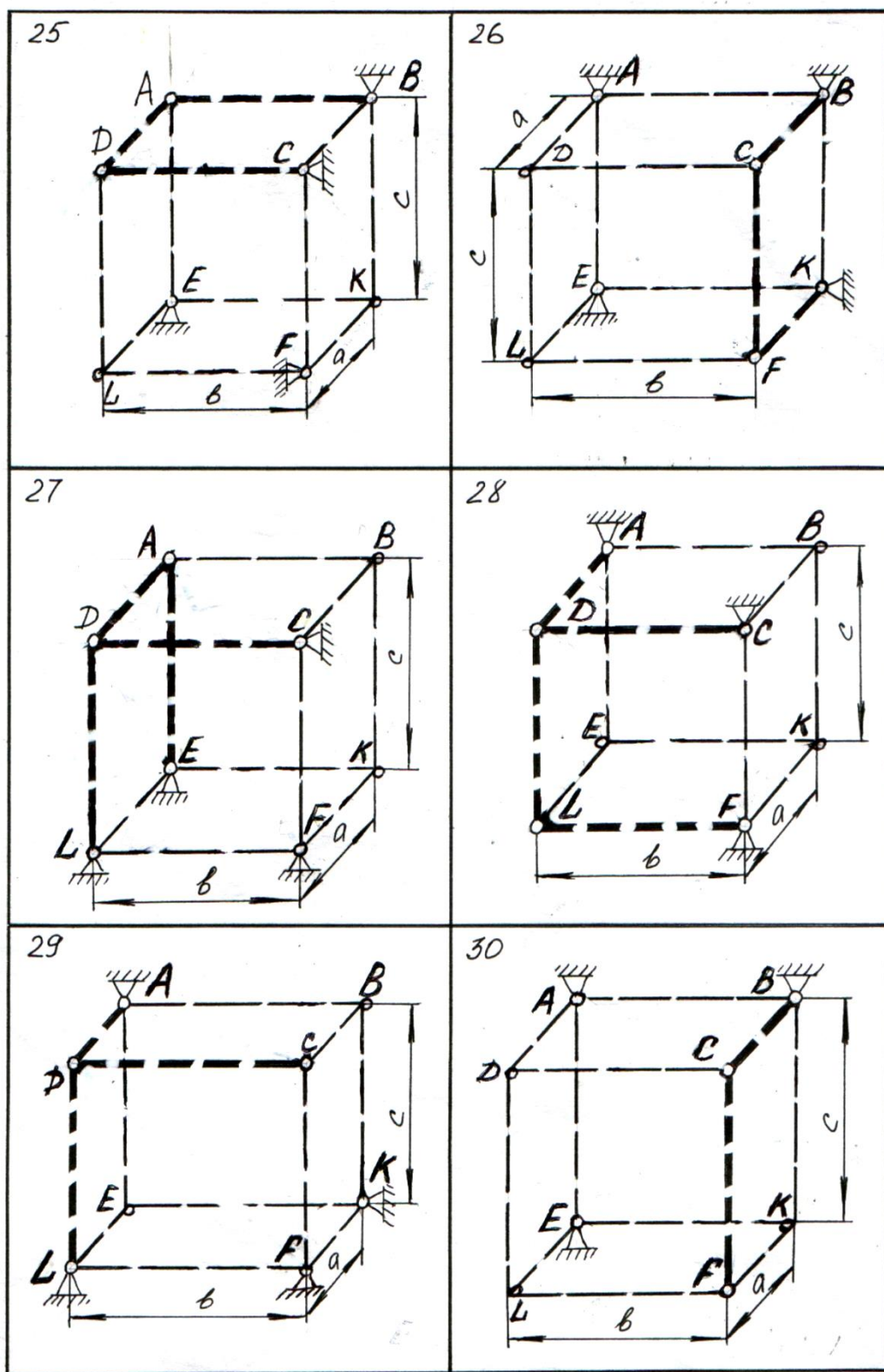


Рисунок 51

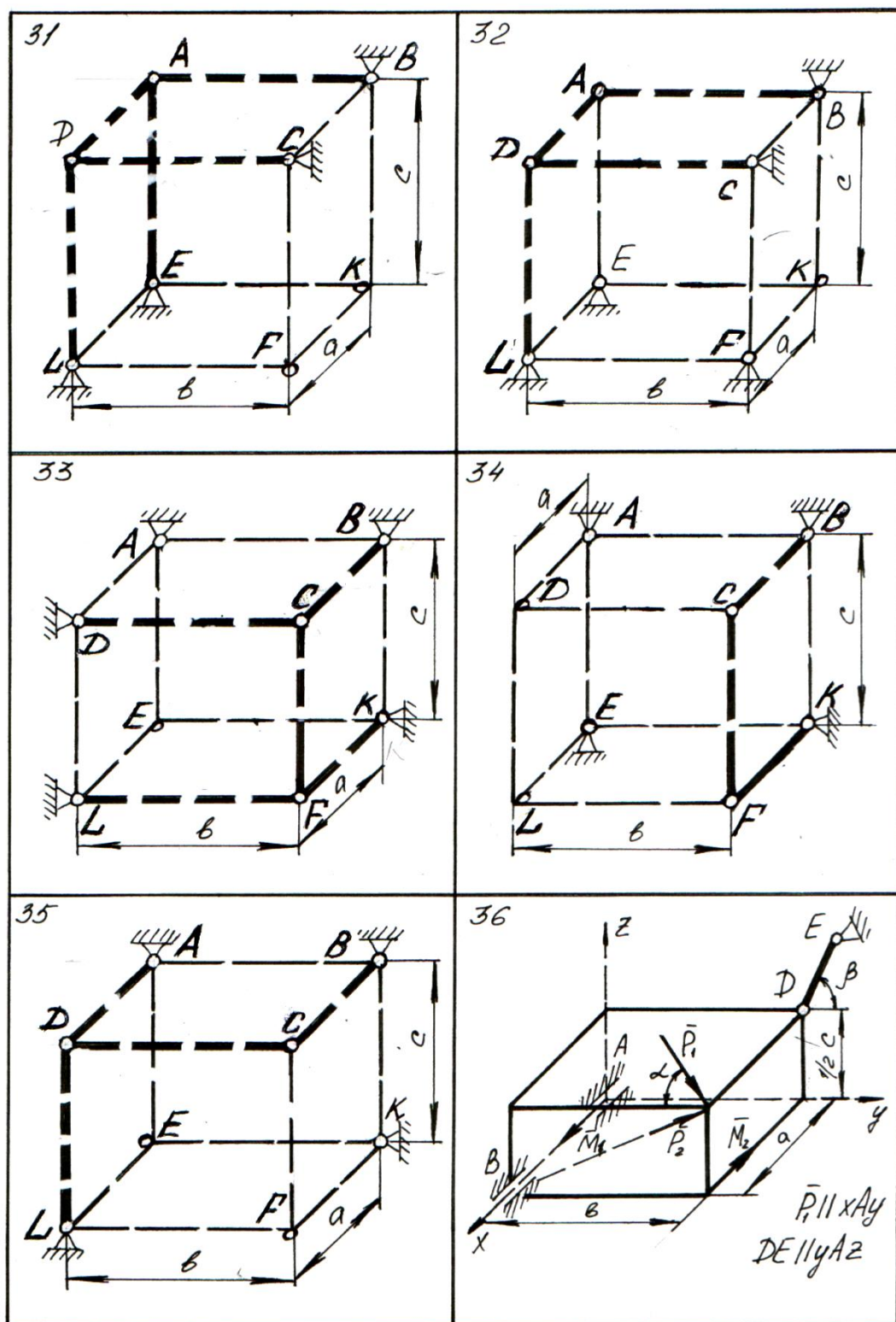


Рисунок 52

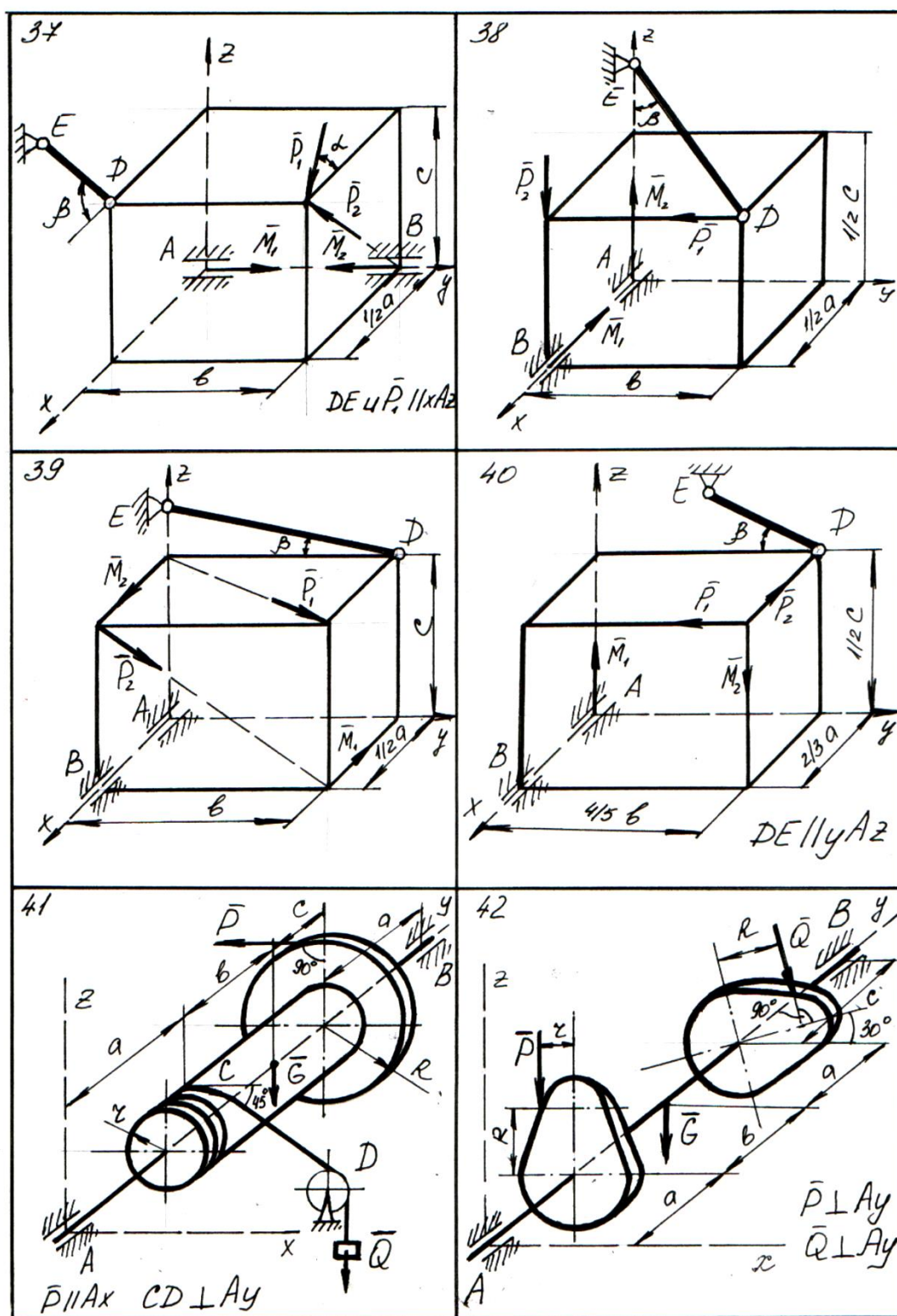


Рисунок 53

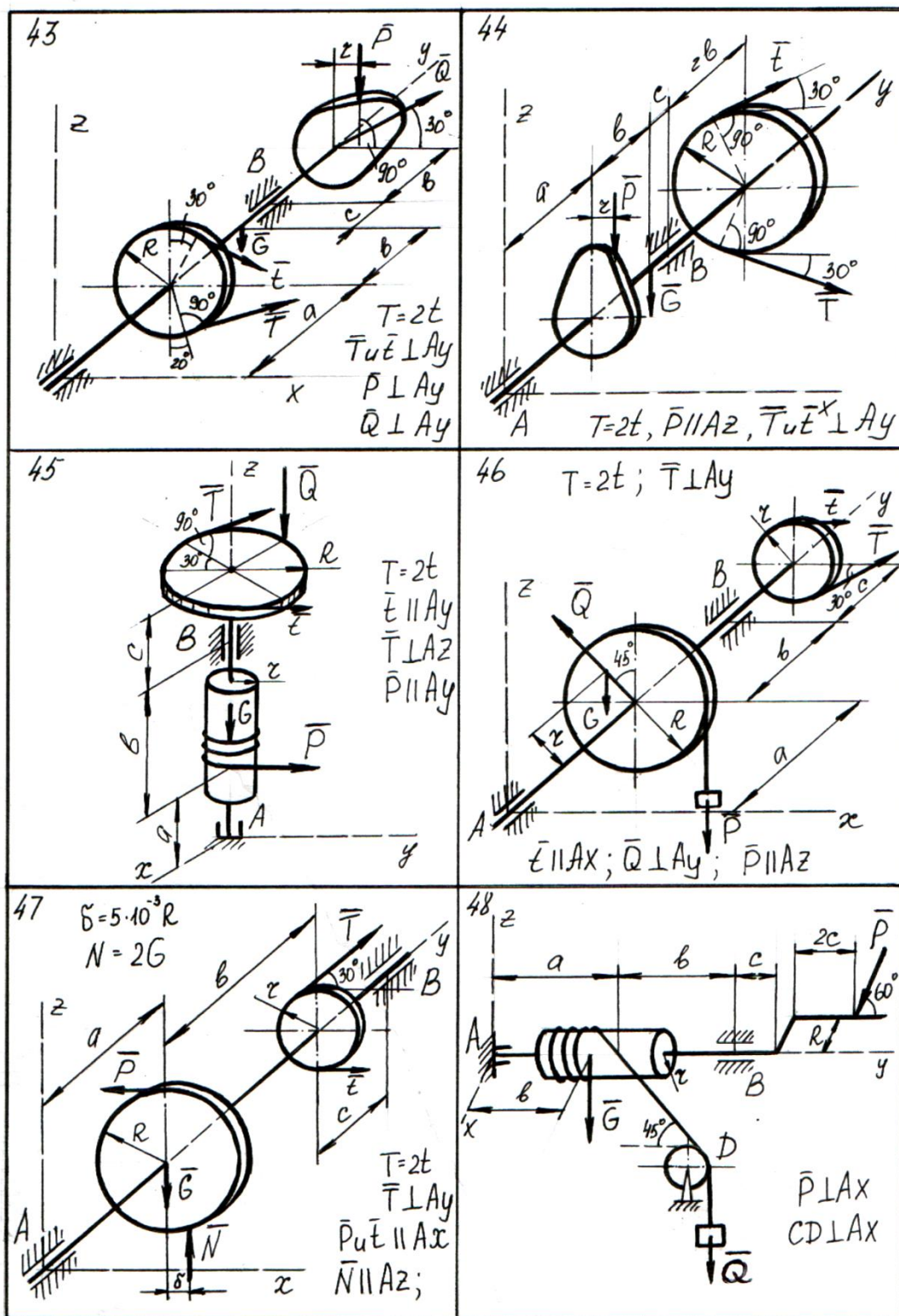


Рисунок 54

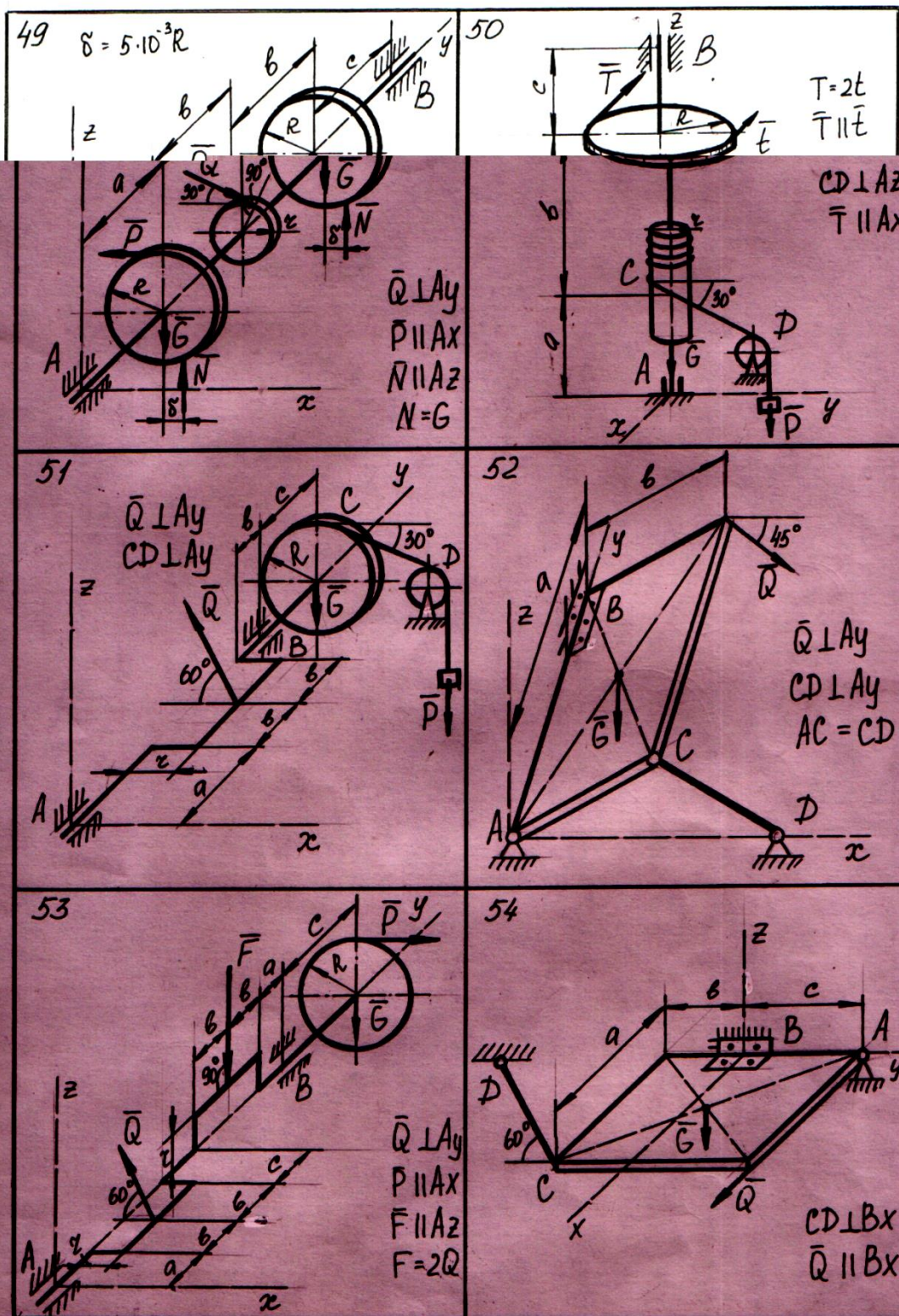


Рисунок 55

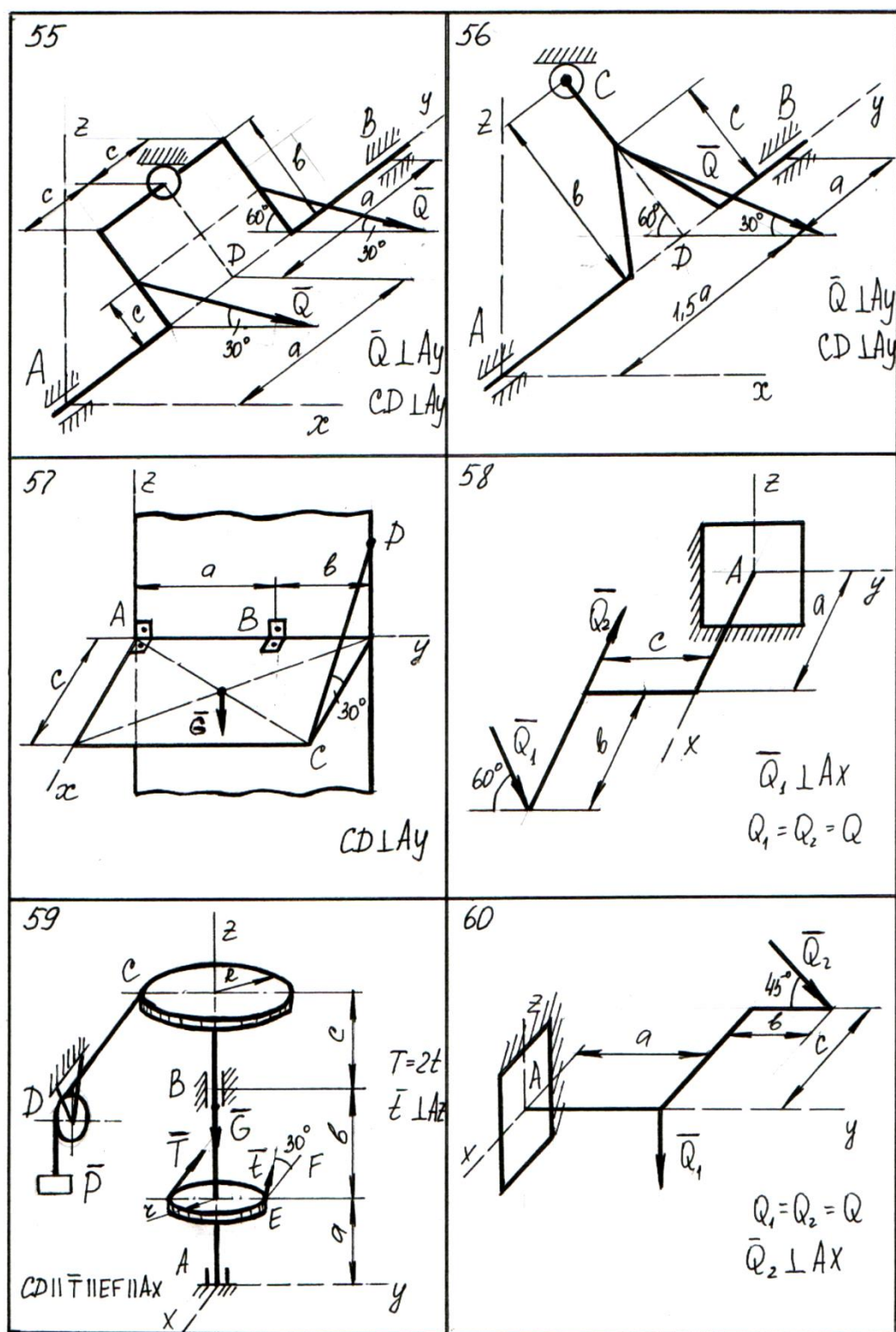


Рисунок 56

Пример 1 (к вариантам 1 – 10)

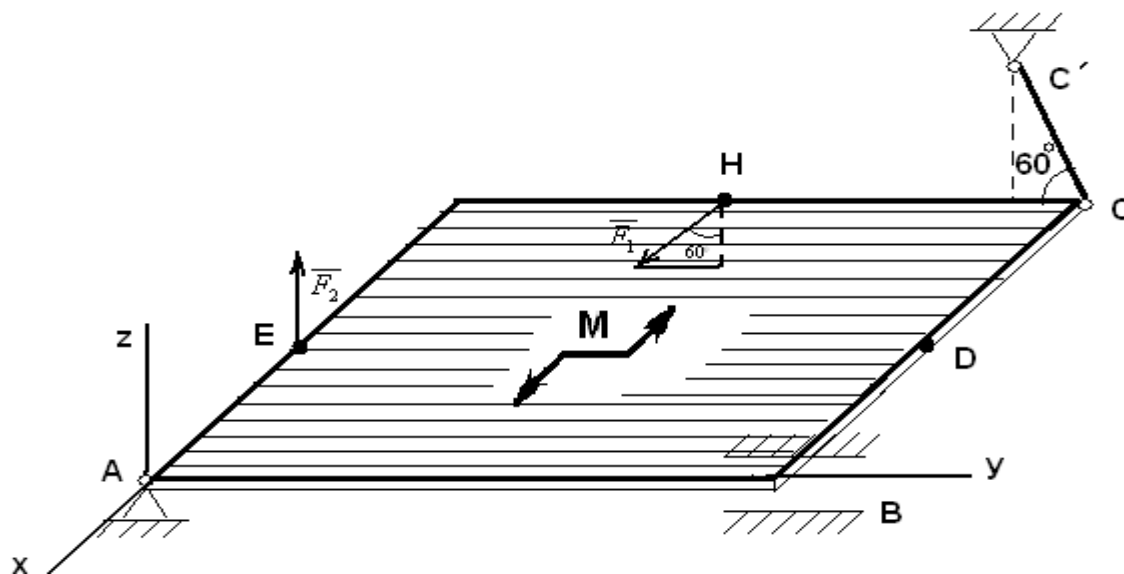


Рисунок 57

Однородная прямоугольная плита весом $\bar{P}$ со сторонами $AB = 3L$, $BC = 2L$ закреплена в точке B цилиндрическим шарниром (подшипником) и удерживается в равновесии невесомым стержнем CC' (рис. 57).

На плиту действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\vec{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения – H); сила $\vec{F}_2$ – в плоскости параллельной XZ (точка приложения E). Точки приложения сил (E, H) находятся в серединах сторон плиты.

Дано: $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $F_1 = 2 \text{ кН}$; $F_2 = 4 \text{ кН}$; $L = 1 \text{ м}$; $P = 8 \text{ кН}$; $AB = 3L \text{ м}$; $BC = 2L \text{ м}$.

Определить реакции связей в точках A, B и стержня CC' .

Решение:

1. Рассмотрим равновесие плиты. На неё действуют: пара сил (лежащая в плоскости плиты) с моментом M ; сила $\vec{F}_1$ – в плоскости, параллельной YZ (точка приложения – H) и её составляющие:

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ кН};$$

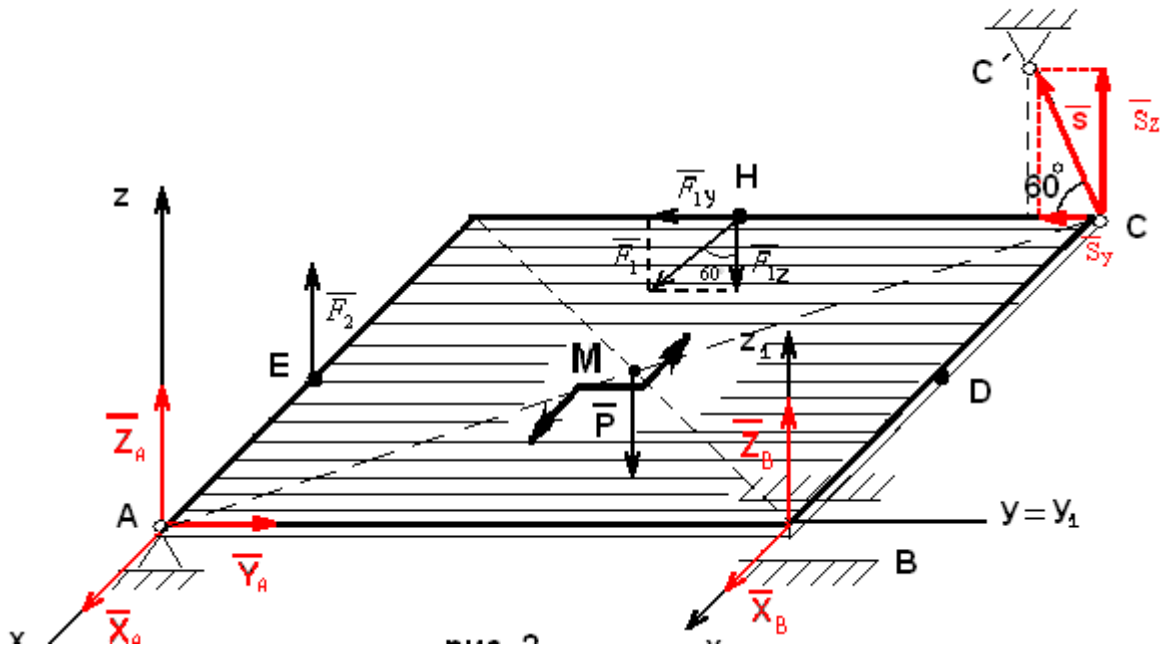


Рисунок 58

$$F_{1z} = F_1 \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ кН.}$$

Сила $\vec{F}_2$ – в плоскости, параллельной XZ (точка приложения E); $\vec{F}_2 \parallel AZ$; вес плиты $\vec{P}$ – на пересечении диагоналей (в центре тяжести прямоугольной плиты), а также реакции связей: реакцию сферического шарнира A разлагаем на три составляющие – $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$; реакцию цилиндрического шарнира (подшипника) B – на две составляющие $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$ (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию $\vec{S}$ стержня направляем вдоль стержня CC' , предполагая, что он растянут и разлагаем $\vec{S}$ на две составляющие: $S_z = S \cdot \sin 60^\circ$; $S_y = S \cdot \cos 60^\circ$ (так как стержень CC' в плоскости, параллельной yz) – рис. 58.

2. Для полученной пространственной произвольной системы сил (рис. 58) для определения шести неизвестных реакций опор – $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{S}$ – можно составить шесть уравнений равновесия:

1-ый способ решения:

$$\sum F_{Ax} = 0; X_A + X_B = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{Ay} = 0; Y_A - F_{1y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{Az} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{Ax}(\vec{F}_K) = 0; -1,5L \cdot F_{1z} - 1,5L \cdot P + 3L \cdot Z_B + 3L \cdot S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{Ay}(\vec{F}_K) = 0; L \cdot F_2 - L \cdot P - 2L \cdot F_{1z} + 2L \cdot S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{Az}(\vec{F}_K) = 0; M - 3L \cdot X_B + 2L \cdot F_{1y} + 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (5) вычисляем реакцию $\vec{S}$:

$$\vec{S} = \frac{-L \cdot F_2 + L \cdot P + 2L \cdot F_{1z}}{2L \cdot \sin 60^\circ} = \frac{-1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{3}/2)} = 3,47 \text{ кН.}$$

Подставляя найденную $\vec{S}$ в уравнение (4), определяем численное значение реакции $\vec{Z}_B$:

$$\vec{Z}_B = \frac{1,5 \cdot L \cdot F_{1z} + 1,5 \cdot L \cdot P - 3L \cdot S \cdot \sin 60^\circ}{3L} = \frac{1,5 \cdot 1 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 \cdot 8 - 3 \cdot 1 \cdot 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2)}{3 \cdot 1} = 1,49$$

кН.

Подставляя найденную $\bar{S}$ в уравнение (6), находим численное значение реакции $\bar{X}_B$:

$$\bar{X}_B = \frac{M + 2L \cdot F_{1Y} + 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ}{3L} = \frac{6 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 1 \cdot 3,47 \cdot \frac{1}{2}}{3 \cdot 1} = 4,31 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2), подставляя найденную $\bar{S}$, определяем численное значение реакции $\bar{Y}_A$:

$$\bar{Y}_A = F_{1Y} + S \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3} + 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 3,47 \text{ кН.}$$

Из уравнения (1), учитывая найденную $\bar{X}_B \Rightarrow \bar{X}_A = X_B = -4,31 \text{ кН.}$

Подставляя найденные $\bar{Z}_B, \bar{S}$, из уравнения (3) вычисляем реакцию $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = -Z_B + P - F_2 + F_{1Z} - S \cdot \sin 60^\circ = -1,49 + 8 - 4 + 1 - 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 0,5 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum F_{BX1} = 0; X_A + X_B = 0;$$

$$4,31 - 4,31 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{BY1} = 0; Y_A - F_{1Y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$3,47 - \sqrt{3} - 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 0;$$

$$3,47 - 3,47 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{BZ1} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1Z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0;$$

$$0,5 + 1,49 - 8 + 4 - 1 + 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

2-й способ решения:

Вводим систему отсчета $BX_1Y_1Z_1$ (рис. 58):

$$\sum \bar{F}_{BX1} = 0; X_A + X_B = 0; \quad (1')$$

$$\sum \bar{F}_{BY1} = 0; Y_A - F_{1Y} - S \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (2')$$

$$\sum \bar{F}_{BZ1} = 0; Z_A + Z_B - P + F_2 - F_{1Z} + S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (3')$$

$$\sum M_{BX1}(\bar{F}_K) = 0; -3L \cdot Z_A - 3L \cdot F_2 + 1,5L \cdot F_{1Z} + 1,5L \cdot P = 0; \quad (4')$$

$$\sum M_{BY1}(\bar{F}_K) = 0; -L \cdot P + L \cdot F_2 - 2L \cdot F_{1Z} + 2L \cdot S \cdot \sin 60^\circ = 0; \quad (5')$$

$$\sum M_{BZ1}(\bar{F}_K) = 0; 3L \cdot X_A + M + 2L \cdot F_{1Y} + 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ = 0. \quad (6')$$

Из уравнения (4') вычисляем $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = \frac{-3L \cdot F_2 + 1,5 \cdot L \cdot F_{1Z} + 1,5L \cdot P}{3L} = \frac{-3 \cdot 1 \cdot 4 + 1,5 \cdot 1 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 \cdot 8}{3 \cdot 1} = 0,5 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5') определяем численное значение реакции $\bar{S}$ стержня CC' :

$$\bar{S} = \frac{L \cdot P - L \cdot F_2 + 2L \cdot F_{1Z}}{2L \cdot \sin 60^\circ} = \frac{1 \cdot 8 - 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{3}/2)} = 3,47 \text{ кН.}$$

Из уравнения (6'), подставляя найденное значение $\bar{S}$, определяем величину реакции $\bar{X}_A$:

$$\bar{X}_A = \frac{-M - 2L \cdot F_{1Y} - 2L \cdot S \cdot \cos 60^\circ}{3L} = \frac{-6 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot 1 \cdot 3,47 \cdot (1/2)}{3 \cdot 1} = -4,31 \text{ кН.}$$

Зная $\bar{S}$ и $\bar{Z}_A$, из уравнения (3') определяем величину реакции $\bar{Z}_B$:

$$\bar{Z}_B = -Z_A + P - F_2 + F_{1Z} - S \cdot \sin 60^\circ = -0,5 + 8 - 4 + 1 - 3,47 \cdot (\sqrt{3}/2) = 1,49 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2'), зная $\bar{S}$, вычисляем значение реакции $\bar{Y}_A$:

$$\bar{Y}_A = F_{1Y} + S \cdot \cos 60^\circ = \sqrt{3} + 3,47 \cdot \frac{1}{2} = 3,47 \text{ кН.}$$

Зная $\overline{X}_A$, из уравнения (1') $\overline{X}_B = -\overline{X}_A = -(-4,31) = 4,31$ кН.

Проверка:

$$\sum F_{AX}=0; X_A+X_B=0;$$

$$4,31-4,31=0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AY}=0; Y_A-F_{1Y}-S\cdot\cos 60^0=0;$$

$$3,47-\sqrt{3}-3,47\cdot\frac{1}{2}=0;$$

$$3,47-3,47=0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AZ}=0; Z_A+Z_B-P+F_2-F_{1Z}+S\cdot\sin 60^0=0;$$

$$0,5+1,49-8+4-1+3,47\cdot(\sqrt{3}/2)=0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 6.

Таблица 6.

$\overline{X}_a$, кН	$\overline{Y}_a$, кН	$\overline{Z}_A$, кН	$\overline{Y}_B$, кН	$\overline{Z}_B$, кН	$\overline{S}$, кН
-4,31	3,47	0,5	4,53	1,49	3,47

Пример 2 (к вариантам 11 – 20)

Две однородные прямоугольные тонкие плиты жестко соединены (сварены) под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром в точке A , цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке B и невесомым стержнем 1 (рис. 59).

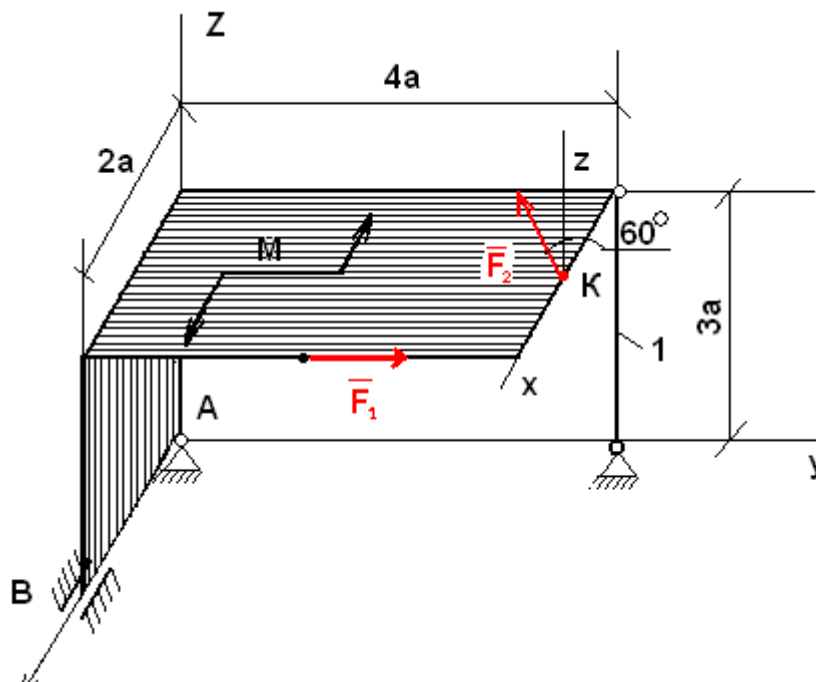


Рисунок 59

Вес большой плиты $P_1 = 5$ кН; вес меньшей плиты $P_2 = 3$ кН. На плиты действуют: пара сил (параллельная плоскости XY) с моментом $M = 4$ кН·м; сила $\overline{F}_2$ ($\overline{F}_2 \perp AY$) и ее составляющие $F_{2x} = F_2 \cdot \sin 60^0$; $F_{2z} = F_2 \cdot \cos 60^0$;

$F_2 = 8$ кН; $a = 0,6$ м; $F_1 = 6$ кН ($\overline{F}_1 // AY$). Определить реакции опор A и B и стержня 1.

Решение:

Рассмотрим равновесие плит. На плиты действуют: заданные силы $\bar{P}_1$ и $\bar{P}_2$, пара с моментом M , $\bar{F}_2$ и ее составляющие $F_{2x} = F_2 \sin 60^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6,93 \text{ кН}$; $F_{2z} = F_2 \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ кН}$; и реакции связей: реакцию сферического шарнира A разлагаем на три составляющие $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{Z}_A$; цилиндрического подшипника B – на две составляющие $\bar{Y}_B$ и $\bar{Z}_B$ (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника), реакцию $\bar{S}$ стержня направляем вдоль стержня (рис. 60).

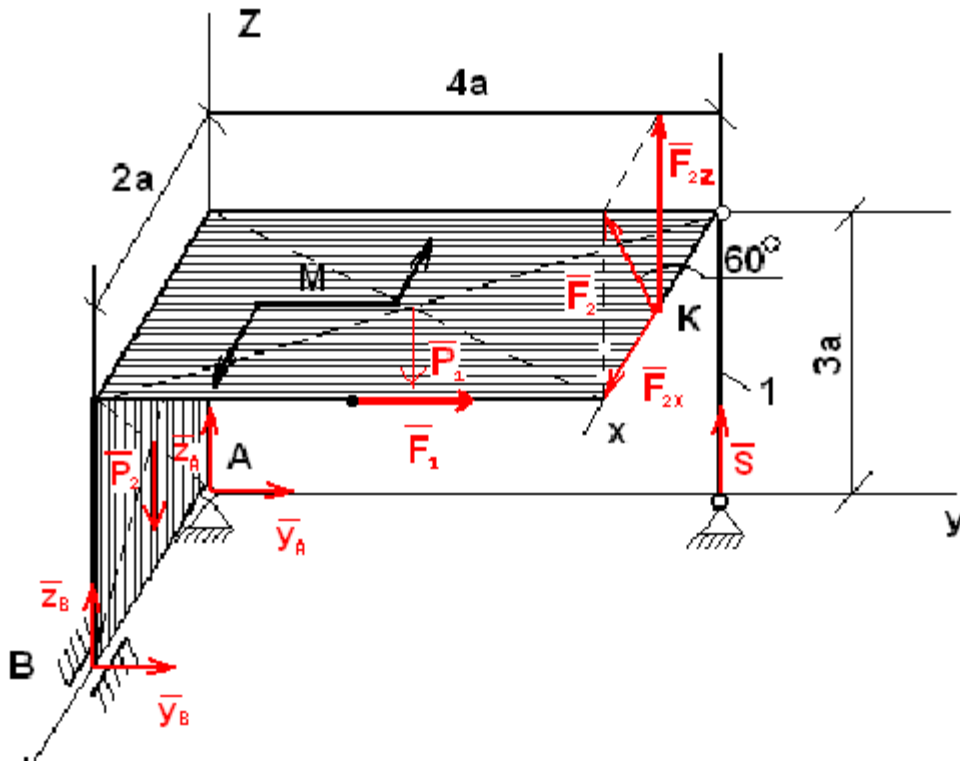


Рисунок 60

Для полученной пространственной произвольной системы сил можно составить шесть уравнений равновесия:

$$\sum F_{Ax}=0; X_A + F_{2x} = 0 \Rightarrow \bar{X}_A = -F_{2x} = -6,93 \text{ кН.} \quad (1)$$

$$\sum F_{Ay}=0; Y_B + Y_A + F_1 = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{Az}=0; Z_A - P_2 + Z_B - P_1 + F_{2z} + S = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{Ax}(\bar{F}_K) = 0; -3aF_1 + 4a \cdot F_{2z} + 4a \cdot S - 2a \cdot P_1 = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{Ay}(\bar{F}_K) = 0; -2a \cdot Z_A + a \cdot P_2 - a \cdot P_1 + 3a \cdot F_{2x} - a \cdot F_{2z} = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{Az}(\bar{F}_K) = 0; 2a \cdot Y_B + 2a \cdot F_1 + M - 4a \cdot F_{2x} = 0. \quad (6)$$

Из (6) находим $\bar{Y}_B$:

$$\bar{Y}_B = \frac{4aF_{2x} - 2a \cdot F_1 - M}{2a} = \frac{4 \cdot 0,6 \cdot 6,93 - 2 \cdot 0,6 \cdot 6 - 4}{2 \cdot 0,6} = \frac{16,63 - 7,2 - 4}{1,2} = 4,53 \text{ кН.}$$

Из (5) находим $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = \frac{aP_2 - aP_1 + 3aF_{2x} - a \cdot F_{2z}}{2a} = \frac{3 - 5 + 3 \cdot 6,93 - 4}{2} = 7,39 \text{ кН.}$$

Из (4) находим $\bar{S}$:

$$\bar{S} = \frac{3aF_1 + 2aP_1 - 4aF_{2Z}}{4a} = \frac{3 \cdot 6 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 4}{4} = \frac{18 + 10 - 16}{4} = 3 \text{ кН.}$$

Из (3) находим $\bar{Z}_B$:

$$\bar{Z}_B = -Z_A + P_2 + P_1 - F_{2Z} - S = -7,39 + 3 + 5 - 4 - 3 = -6,39 \text{ кН.}$$

Из (2) находим $\bar{Y}_a$:

$$\bar{Y}_a = -Y_B - F_1 = -4,53 - 6 = -10,53 \text{ кН.}$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 7:

Таблица 7.

$\bar{X}_a$, кН	$\bar{Y}_a$, кН	$\bar{Z}_A$, кН	$\bar{Y}_B$, кН	$\bar{Z}_B$, кН	$\bar{S}$, кН
- 6,93	- 10,53	7,39	4,53	- 6,39	3

Пример 3 (к вариантам 21 – 35)

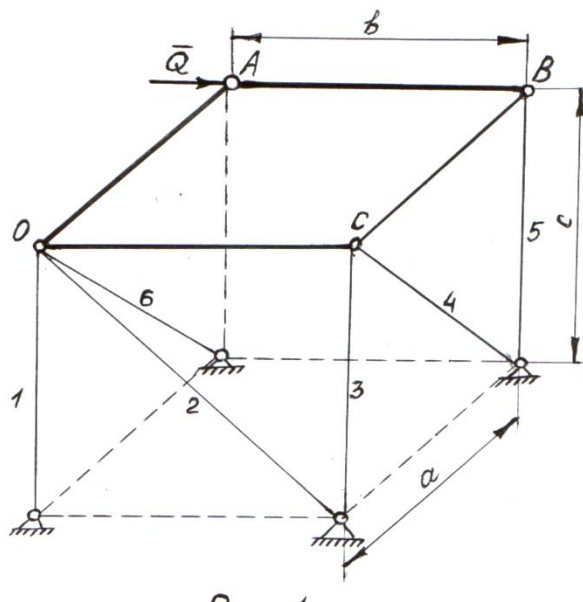


Рисунок 61

Однородная прямоугольная пластина $AOBC$ весом $\bar{G}$ удерживается в горизонтальной плоскости, опираясь на стержневой параллелепипед. Стержни соединены друг с другом шарнирно. В узле A приложена сила $\bar{Q}$. Размеры параллелепипеда указаны на рисунке (рис. 61).

Дано: $\bar{Q} = 20 \text{ кН}$; $\bar{G} = 18 \text{ кН}$; $a = 400 \text{ см}$; $b = 400 \text{ см}$; $c = 450 \text{ см}$.

Определить усилия в стержнях, обозначенных на рис. 61 – 1,2,3,4,5,6.

Решение:

Рассмотрим равновесие конструкции, состоящей из однородной прямоугольной пластины, закреплённой на стержневом параллелепипеде. В узле A приложена сила $\bar{Q}$. Вес пластины $\bar{G}$ приложен в центре тяжести пластины (на пересечении диагоналей). Усилия в стержнях 1, 2, 3, 4, 5, 6 обозначаем соответственно $\bar{S}_1$, $\bar{S}_2$, $\bar{S}_3$, $\bar{S}_4$, $\bar{S}_5$, $\bar{S}_6$, направляя их по стержням от узла, предполагая, что стержни растянуты. Вводим систему отсчёта $XOYZ$. $\bar{Q} \parallel OY$; $\bar{G} \parallel OZ$ (рис. 62).

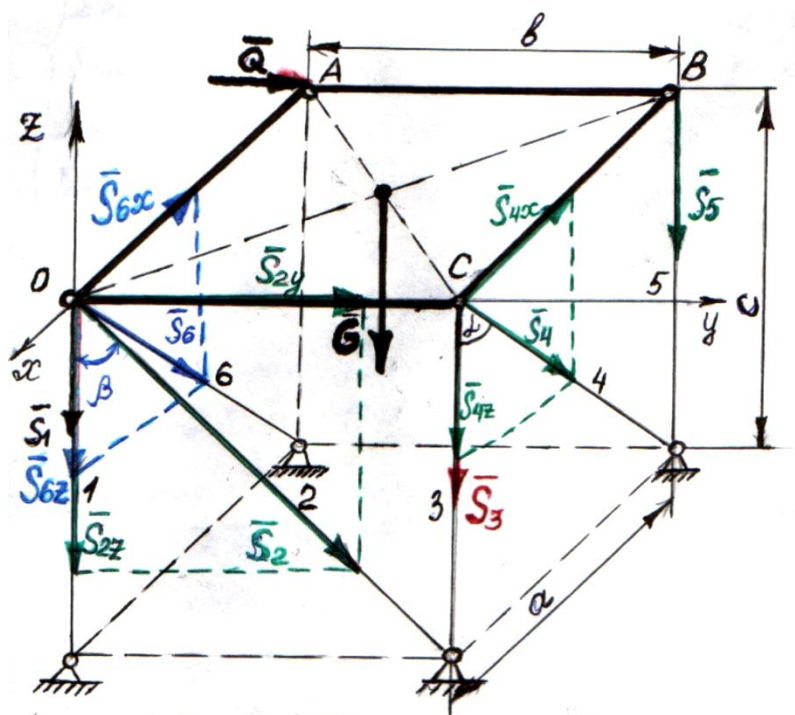


Рисунок 62

Для полученной пространственной произвольной системы сил можно составить **шесть** уравнений равновесия для определения **шести неизвестных** реакций опор – усилий в стержнях – $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{S}_3, \bar{S}_4, \bar{S}_5, \bar{S}_6$. Конструкция **статически определима**.

Вычислим направляющие косинусы наклонных стержней параллелепипеда – $\cos \alpha, \cos \beta, \sin \alpha, \sin \beta$. Так как $a = b$, то

$$\cos \alpha = \cos \beta = \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{450}{\sqrt{(400)^2 + (450)^2}} = 0,7474;$$

$$\sin \alpha = \sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}} = \frac{400}{\sqrt{(400)^2 + (450)^2}} = 0,6644.$$

$$\Sigma F_{ox} = 0; -S_4 \cdot \sin \alpha - S_6 \cdot \sin \alpha = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma F_{oy} = 0; S_2 \cdot \sin \beta + Q = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma F_{oz} = 0; -S_1 - S_2 \cdot \cos \beta - S_4 \cdot \cos \alpha - S_5 - S_6 \cdot \cos \alpha - G = 0; \quad (3)$$

$$\Sigma M_{ox}(\bar{F}_\kappa) = 0; -S_3 \cdot b - S_4 \cdot \cos \alpha \cdot b - S_5 \cdot b - G \cdot (1/2b) = 0; \quad (4)$$

$$\Sigma M_{oy}(\bar{F}_\kappa) = 0; -S_5 \cdot a - G \cdot (1/2a) = 0; \quad (5)$$

$$\Sigma M_{oz}(\bar{F}_\kappa) = 0; S_4 \cdot \sin \alpha \cdot b - Q \cdot a = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) находим численное значение $\bar{S}_4$:

$$\bar{S}_4 = \frac{Q \cdot a}{b \cdot \sin \alpha} = \frac{20 \cdot 400}{400 \cdot 0,6644} = 30,10 \text{ кН.}$$

Из уравнения (5) определяем величину реакции стержня 5 – $\bar{S}_5$:

$$\bar{S}_5 = -\frac{1}{2} G = -\frac{1}{2} \cdot 18 = -9 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2) находим численное значение усилия стержня 2 – $\bar{S}_2$:

$$\bar{S}_2 = -\frac{Q}{\sin \beta} = -\frac{20}{0,6644} = -30,10 \text{ кН.}$$

Из уравнения (1) определяем величину реакции стержня 6 – $\bar{S}_6$:

$$\bar{S}_6 = -S_4 = -30,10 \text{ кН.}$$

Из уравнения (4) находим численное значение усилия стержня 3 – $\bar{S}_3$:

$$\bar{S}_3 = -S_4 \cdot \cos \alpha - S_5 - \frac{1}{2} G = -30,10 \cdot 0,7474 + 9 - \frac{1}{2} \cdot 18 = -22,498 \text{ кН.}$$

Из уравнения (3) определяем величину реакции стержня 1 – $\bar{S}_1$:

$$\bar{S}_1 = -S_2 \cdot \cos \beta - S_3 - S_4 \cdot \cos \alpha - S_5 - S_6 \cdot \cos \alpha - G = -30,10 \cdot 0,7474 + 22,498 - 30,10 \cdot 0,7474 + 9 + 30,10 \cdot 0,7474 - 18 = 36 \text{ кН.}$$

Знак «–» в значениях реакций $\bar{S}_5$, $\bar{S}_2$, $\bar{S}_6$, $\bar{S}_3$ указывает на то, что истинное направление этих реактивных сил соответствует противоположному, чем показано на рис. 45, чтобы обеспечить равновесие конструкции.

Результаты расчётов сводим в таблицу 8.

Таблица 8.

$\bar{S}_1$, кН	$\bar{S}_2$, кН	$\bar{S}_3$, кН	$\bar{S}_4$, кН	$\bar{S}_5$, кН	$\bar{S}_6$, кН
36	– 30,10	– 22,498	30, 10	–9	–30, 10

Пример 4 (к вариантам № 36 – 40)

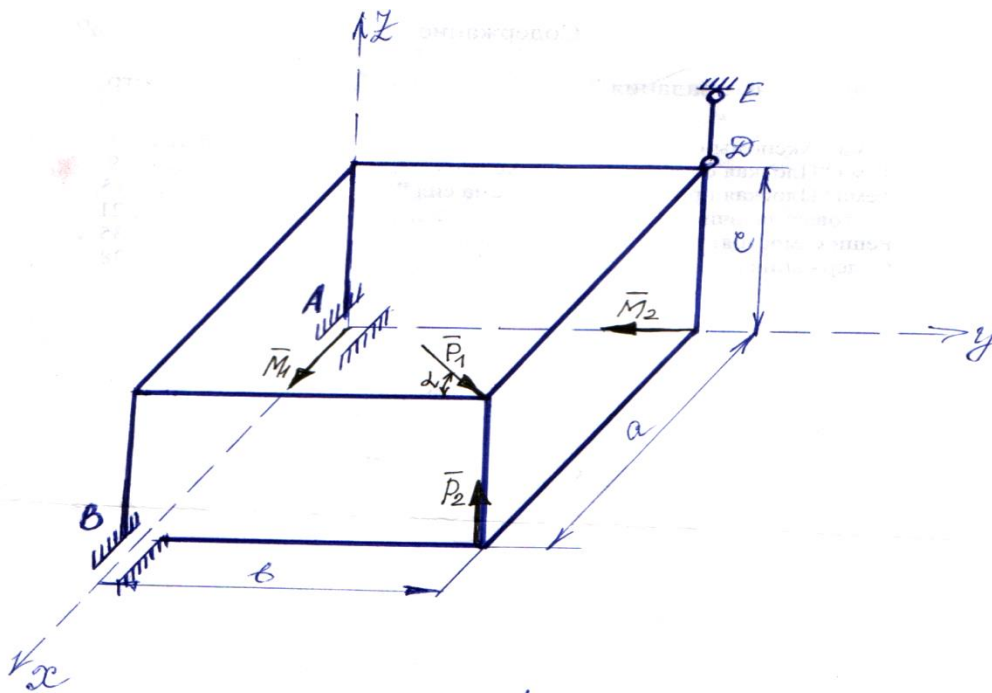


Рисунок 63

Однородное тело под действием наложенных на него связей и приложенных к нему сил находится в равновесии (рис. 63). Пренебрегая трением в местах сочленений, определить опорные реакции в точках A и B, а также усилия стержня ED, поддерживающего тело. Вес стержня не учитывать.

Дано: $P_1 = 200 \text{ Н}$; $P_2 = 400 \text{ Н}$; $M_1 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $M_2 = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\alpha = 45^\circ$;

$a = 0,8 \text{ м}$; $b = 0,6 \text{ м}$; $c = 0,4 \text{ м}$.

Решение:

Выполним рис. 64, на котором изображаем все активные (заданные по условию задачи) и реактивные (реакции опор) силы. На тело действуют: сосредоточенная сила $\bar{P}_2$ ($\bar{P}_2 // AZ$); сосредоточенная сила $\bar{P}_1$

($\bar{P}_1 // YZ$) и её составляющие $\bar{P}_{1y} = P_1 \cos 45^\circ = 200 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 141 \text{ Н}$; $P_{1z} = P_1 \sin 45^\circ = 200 \cdot$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 141 \text{ Н}$; пары сил с моментами M_1 ($M_1 // AX$) и M_2 ($M_2 // AY$).

По «принципу освобождения от связей» мысленно отбрасываем опоры, заменяя их реакциями связей (опор): реакции цилиндрических шарниров (подшипников) A и B разлагаем на две составляющие (перпендикулярные оси подшипника) – $\bar{Y}_A$, $\bar{Z}_A$ и $\bar{Y}_B$, $\bar{Z}_B$ соответственно. Предполагаем, что стержень ED растянут и направляем усилие $\bar{S}_{ED}$ вдоль стержня от D к E . (рис. 64)

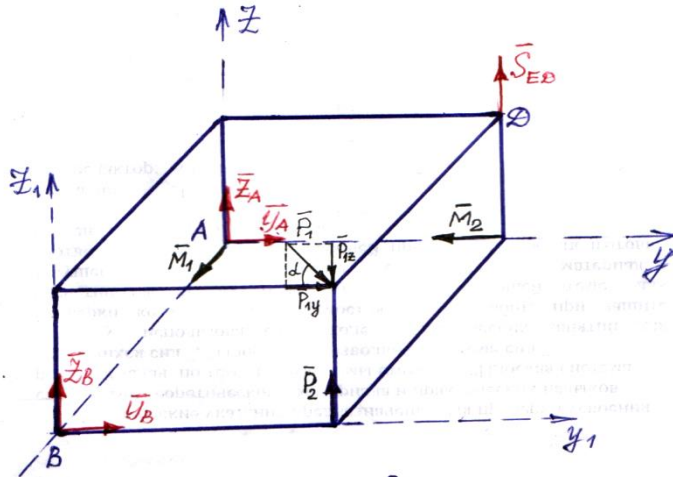


Рисунок 64

Для полученной пространственной произвольной системы сил для определения пяти неизвестных реакций опор – $\bar{Y}_A$, $\bar{Z}_A$ и $\bar{Y}_B$, $\bar{Z}_B$, $\bar{S}_{ED}$ можно составить шесть уравнений равновесия:

1-й способ решения:

$$\sum F_{AX} = 0; \text{ – уравнение не имеет смысла для данной системы сил} \quad (1)$$

$$\sum F_{AY} = 0; Y_A + Y_B + P_{1Y} = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{AZ} = 0; Z_A + S_{ED} - P_{1Z} + Z_B = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{AX}(\bar{F}_k) = 0; M_1 + b \cdot S_{ED} - c \cdot P_{1Y} - b \cdot P_{1Z} + b \cdot P_2 = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{AY}(\bar{F}_k) = 0; -M_2 + a \cdot P_{1Z} - a \cdot P_2 - a \cdot Z_B = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{AZ}(\bar{F}_k) = 0; a \cdot P_{1Y} + a \cdot Y_B = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) вычисляем реакцию $\bar{Y}_B$:

$$\bar{Y}_B = -\frac{a \cdot P_{1Y}}{a} = -P_{1Y} = -141 \text{ Н.}$$

Подставляем найденную $\bar{Y}_B$ в уравнение (2) и определяем численное значение реакции $\bar{Y}_A$: $\bar{Y}_A = -Y_B - P_{1Y} = -(-141) - 141 = 0$.

Из уравнения (4) вычисляем реакцию $\bar{S}_{ED}$ стержня ED :

$$\bar{S}_{ED} = \frac{-M_1 + c \cdot P_{1Y} + e \cdot P_{1Z} - e \cdot P_2}{e} = \frac{-200 + 0,4 \cdot 141 + 0,6 \cdot 141 - 0,6 \cdot 400}{0,6} = -498,33 \text{ Н.}$$

Из уравнения (5) определяем численную величину реакции $\bar{Z}_B$:

$$\bar{Z}_B = \frac{-M_2 + a \cdot P_{1Z} - a \cdot P_2}{a} = \frac{-400 + 0,8 \cdot 141 - 0,8 \cdot 400}{0,8} = -759 \text{ Н.}$$

Подставляем найденные $\bar{S}_{ED}$ и $\bar{Z}_B$ в уравнение (3) и вычисляем $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = -S_{ED} + P_{1Z} - Z_B = -(-498,33) + 141 - (-759) = 1398,33 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\sum F_{By1} = 0; Y_A + Y_B + P_{1Y} = 0;$$

$$0 + (-141) + 141 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{Bz1} = 0; Z_A + S_{ED} - P_{1z} + Z_B = 0;$$

$$1398,33 - 498,33 - 141 - 759 = 0;$$

$$1398,33 - 1398,33 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

2-й способ решения:

Вводим систему отсчёта $BX_1Y_1Z_1$ с центром пересечения осей – B :

$$\sum M_{AX}(\bar{F}_K) = 0; M_1 + b \cdot S_{ED} - c \cdot P_{1y} - b \cdot P_{1z} + b \cdot P_2 = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_{AY}(\bar{F}_K) = 0; -M_2 + a \cdot P_{1z} - a \cdot P_2 - a \cdot Z_B = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_{AZ}(\bar{F}_K) = 0; a \cdot P_{1y} + a \cdot Y_B = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{BX1}(\bar{F}_K) = 0; M_1 + b \cdot S_{ED} + b \cdot P_2 - c \cdot P_{1y} - b \cdot P_{1z} = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{BY1}(\bar{F}_K) = 0; a \cdot Z_A - M_2 + a \cdot S_{ED} = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{BZ1}(\bar{F}_K) = 0; -a \cdot Y_A = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) $Y_A = 0$.

Из уравнения (1) находим численное значение реакции стержня $ED - \bar{S}_{ED}$:

$$\bar{S}_{ED} = \frac{-M_1 + c \cdot P_{1y} + b \cdot P_{1z} - b \cdot P_2}{b} = \frac{-200 + 0,4 \cdot 141 + 0,6 \cdot 141 - 0,6 \cdot 400}{0,6} =$$

$$= -498,33 \text{ Н.}$$

Уравнения (1) и (4) дублируют друг друга.

Из уравнения (2) определяем численную величину реакции $\bar{Z}_B$:

$$\bar{Z}_B = \frac{-M_2 + a \cdot P_{1z} - a \cdot P_2}{a} = \frac{-400 + 0,8 \cdot 141 - 0,8 \cdot 400}{0,8} = -759 \text{ Н.}$$

Из уравнения (3) вычисляем реакцию $\bar{Y}_B$:

$$Y_B = \frac{-a \cdot P_{1y}}{a} = -P_{1y} = -141 \text{ Н.}$$

Подставляем найденную $\bar{S}_{ED}$ в уравнение (5) находим реакцию $\bar{Z}_A$:

$$\bar{Z}_A = \frac{M_2 - a \cdot S_{ED}}{a} = \frac{400 - 0,8 \cdot (-498,33)}{0,8} = 1398,33 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\sum F_{AY} = 0; Y_A + Y_B + P_{1Y} = 0;$$

$$0 + (-141) + 141 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{AZ} = 0; Z_A + S_{ED} - P_{1z} + Z_B = 0;$$

$$1398,33 - 498,33 - 141 - 759 = 0;$$

$$1398,33 - 1398,33 = 0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 9.

Таблица 9.

Таблица 13 $\bar{Y}_a$, кН	$\bar{Z}_A$, кН	$\bar{Y}_B$, кН	$\bar{Z}_B$, кН	$\bar{S}_{ED}$, кН
0	1398,33	-141	-759	-498,33

Пример 5 (к вариантам 41–60)

Ступенчатый вал (рис. 65) закреплен двумя цилиндрическими шарнирами (подшипниками) – опора A и B . Диск радиуса R и два стержня длиной a жестко закреплены к валу. На конструкцию действуют: сосредоточенная сила $\bar{Q}$ ($\bar{Q} \parallel A_X$); сосредоточенная сила $\bar{P}_2$ ($\bar{P}_2 \parallel A_Z$); сосредоточенная сила $\bar{P}_1$ под углом α к оси A_X ($\bar{P}_1 \perp A_Y$); пара сил с моментом M , лежащая в плоскости XY (в плоскости вала).

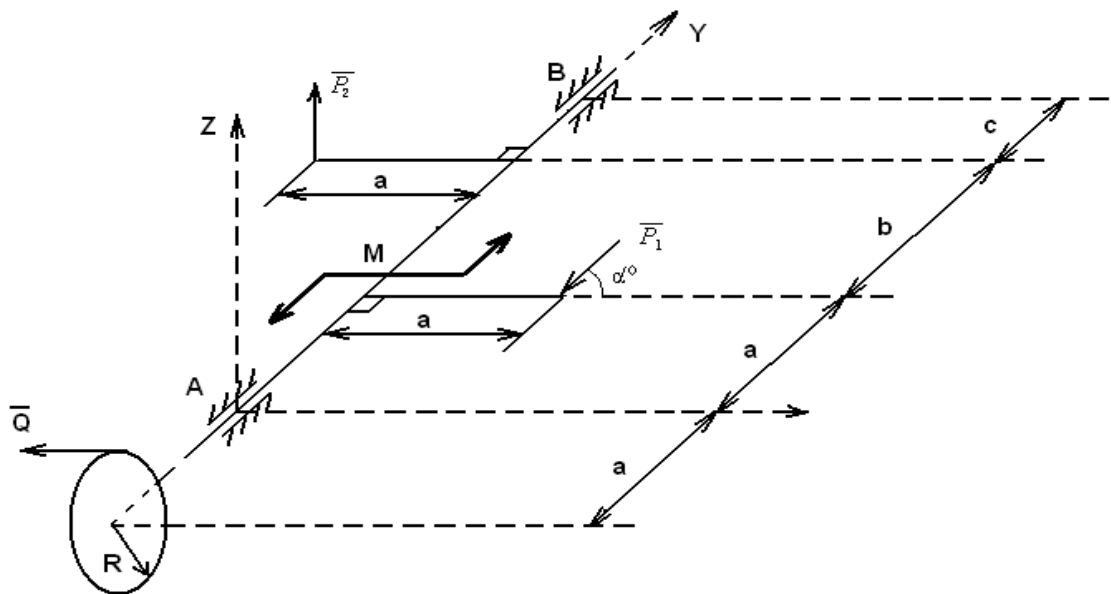


Рисунок 65

Дано: $P_1 = 4 \text{ кН}$; $P_2 = 8 \text{ кН}$; $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $a = 4 \text{ м}$; $b = 6 \text{ м}$; $c = 2 \text{ м}$; $R = 2 \text{ м}$; $\alpha = 60^\circ$.
Определить реакции опор A , B , силу Q из условий равновесия конструкции.
Решение:

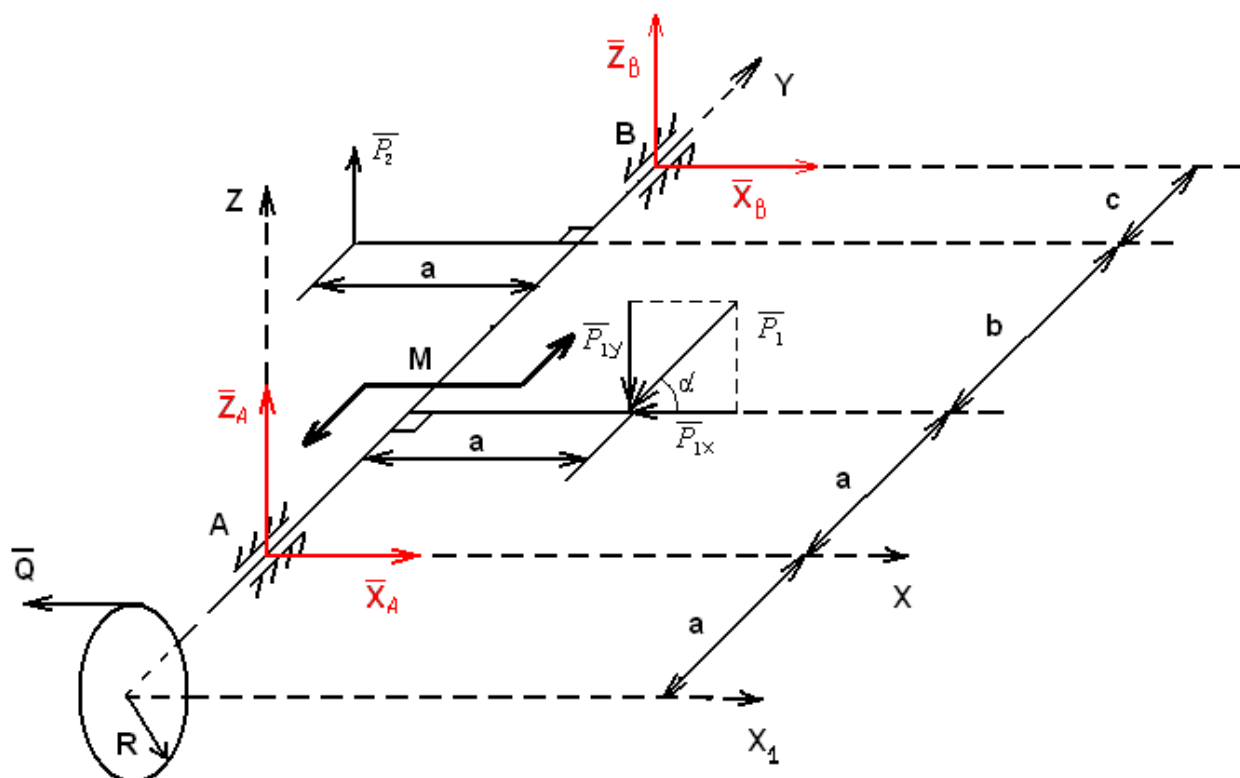


Рисунок 66

Рассмотрим равновесие конструкции. На нее действуют: заданные силы – сосредоточенная сила $\bar{Q} \parallel AX$; сосредоточенная сила $\bar{P}_2 \parallel AZ$; сосредоточенная сила $\bar{P}_1$ под углом α к оси AX (разлагаем её на две составляющие $\bar{P}_{1x}$ и $\bar{P}_{1z}$, учитывая, что $\bar{P}_1 \perp AY$):

$$P_{1x} = P_1 \cdot \cos \alpha = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 \text{ кН};$$

$$P_{1z} = P_1 \cdot \sin \alpha = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,46 \text{ кН}.$$

Пара сил с моментом M , лежащая в плоскости вала (xy) и реактивные силы (реакции опор) – реакцию цилиндрического шарнира (подшипника) разложим на две составляющие – $\bar{X}_A$, $\bar{Z}_A$ и $\bar{X}_B$, $\bar{Z}_B$ соответственно (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника) – рис. 66.

Для определения пяти неизвестных $\bar{X}_A$, $\bar{Z}_A$, $\bar{X}_B$, $\bar{Z}_B$ и $\bar{Q}$ для полученной пространственной произвольной системы сил можно составить шесть уравнений равновесия:

1-й способ решения:

$$\sum F_{AX} = 0; -Q + X_A - P_{1x} + X_B = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{AY} = 0; \text{ – уравнение не имеет смысла для данной системы сил}; \quad (2)$$

$$\sum F_{AZ} = 0; Z_A - P_{1z} + P_2 + Z_B = 0; \quad (3)$$

$$\sum M_{AX}(\bar{F}_K) = 0; -a \cdot P_{1z} + (a + b) \cdot P_2 + (a + b + c) \cdot Z_B = 0; \quad (4)$$

$$\sum M_{AY}(\bar{F}_K) = 0; -R \cdot Q + a \cdot P_{1z} + a \cdot P_2 = 0; \quad (5)$$

$$\sum M_{AZ}(\bar{F}_K) = 0; -a \cdot Q + a \cdot P_{1x} + M - (a + b + c) \cdot X_B = 0. \quad (6)$$

При вычислении моментов относительно осей AX и AZ силы $\bar{P}_1$ применяем теорему Вариньона:

$$M_{AX}(\overline{P_1}) = M_{AX}(\overline{P_{1X}}) + M_{AX}(\overline{P_{1Z}});$$

$$M_{AZ}(\overline{P_1}) = M_{AZ}(\overline{P_{1X}}) + M_{AZ}(\overline{P_{1Z}});$$

$$M_{AX}(\overline{P_{1X}}) = 0 \text{ т.к. } \overline{P_{1X}} \parallel AX;$$

$$M_{AZ}(\overline{P_{1Z}}) = 0 \text{ т.к. } \overline{P_{1Z}} \parallel AZ.$$

Из уравнения (5) определяем численное значение силы $\overline{Q}$:

$$\overline{Q} = \frac{a \cdot P_{1Z} + a \cdot P_2}{R} = \frac{4 \cdot 3,46 - (4+6) \cdot 8}{4+6+2} = -5,51 \text{ кН.}$$

Подставляя найденную $\overline{Q}$, из уравнения (6) находим величину реакции $\overline{X_B}$:

$$\overline{X_B} = \frac{-a \cdot Q + a \cdot P_{1X} + M}{a+b+c} = -\frac{4 \cdot 22,92 + 4 \cdot 2 + 6}{4+6+2} = -6,47 \text{ кН.}$$

Из уравнения (4) находим численное значение реакции $\overline{Z_B}$:

$$\overline{Z_B} = \frac{aP_{1Z} - (a+b)P_2}{a+b+c} = \frac{4 \cdot 3,46 - (4+6) \cdot 8}{4+6+2} = -5,51 \text{ кН.}$$

Подставляя найденную $\overline{Z_B}$, из уравнения (3) находим численное значение $\overline{Z_A}$:

$$Z_A = P_{1Z} - Z_B = 3,46 - 8 - (-5,51) = 0,97 \text{ кН.}$$

Подставляя найденные $\overline{Q}$ и $\overline{X_B}$, из уравнения (1) вычисляем реакцию $\overline{X_A}$:

$$\overline{X_A} = Q + P_{1X} - X_B = 22,92 + 2 - (-6,47) = 31,39 \text{ кН.}$$

2-й способ решения:

$$\sum M_{AX}(\overline{F_K})=0; -a \cdot P_{1Z} + (a+b)P_2 + (a+b+c)Z_B=0; \quad (1)$$

$$\sum M_{AY}(\overline{F_K})=0; -R \cdot Q + a \cdot P_{1Z} + aP_2=0; \quad (2)$$

$$\sum M_{AZ}(\overline{F_K})=0; -aQ + a \cdot P_{1X} + M - (a+b+c)X_B=0; \quad (3)$$

$$\sum M_{BX}(\overline{F_K})=0; -c \cdot P_2 + (b+c) \cdot P_{1Z} - (a+b+c)Z_A=0; \quad (4)$$

$$\sum M_{BY}(\overline{F_K})=0; -R \cdot Q + a \cdot P_{1Z} + a \cdot P_2=0; \quad (5)$$

$$\sum M_{BZ}(\overline{F_K})=0; M - (b+c) \cdot P_{1X} + (a+b+c)X_A - (2a+b+c) \cdot Q=0. \quad (6)$$

Из уравнения (1) определяем численное значение реакции $\overline{Z_B}$:

$$\overline{Z_B} = \frac{a \cdot P_{1Z} - (a+b)P_2}{a+b+c} = \frac{4 \cdot 3,46 - (4+6) \cdot 8}{4+6+2} = -5,51 \text{ кН.}$$

Из уравнения (4) вычисляем реакцию $\overline{Z_A}$:

$$\overline{Z_A} = \frac{-cP_2 + (b+c) \cdot P_{1Z}}{a+b+c} = \frac{-2 \cdot 8 + (6+2) \cdot 3,46}{4+6+2} = 0,97 \text{ кН.}$$

Уравнения (2) и (5) дублируют друг друга $\Rightarrow$ численное значение $\overline{Q}$ находим из уравнения (2):

$$\overline{Q} = \frac{a \cdot P_{1Z} + aP_2}{R} = \frac{4 \cdot 3,46 + 4 \cdot 8}{2} = 22,92 \text{ кН.}$$

Подставляя найденную $\overline{Q}$, из уравнения (3) вычисляем реакцию $\overline{X_B}$:

$$\overline{X_B} = \frac{-aQ + a \cdot P_{1X} + M}{a+b+c} = \frac{-4 \cdot 22,92 + 4 \cdot 2 + 6}{4+6+2} = -6,47 \text{ кН.}$$

Подставляя найденную $\overline{Q}$, из уравнения (6) находим численное значение реакции $\overline{X_A}$:

$$\overline{X_A} = \frac{-M + (b+c) \cdot P_{1X} + (2a+b+c)Q}{a+b+c} = \frac{-6 + (6+2) \cdot 2 + (2 \cdot 4 + 6 + 2) \cdot 22,92}{4+6+2} = 31,39 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum F_{Kx1}=0; -Q+X_A-P_{1X}+X_B=0;$$

$$-22,92+31,39-2-6,47=0;$$

$$-31,39+31,39=0;$$

$$0 \equiv 0.$$

$$\sum F_{Kz1}=0; Z_A-P_{1Z}+P_2+Z_B=0;$$

$$0,97-3,46+8-5,51=0;$$

$$8,97-8,97=0;$$

$$0 \equiv 0.$$

Результаты расчётов сводим в таблицу 10.

Таблица 10.

$\overline{Z}_A$, кН	$\overline{X}_A$, кН	$\overline{X}_B$, кН	$\overline{Z}_B$, кН	$\overline{Q}$, кН
0,97	31,39	- 6,47	- 5,51	22,92

Вопросы для обсуждения:

1. Виды связей и их реакции (пространственные опоры)?
2. Всякая ли система имеет равнодействующую?
3. Аналитическая форма условий равновесия пространственной системы: а) сходящихся сил; б) параллельных сил; в) произвольной системы сил?
4. Алгебраический момент силы относительно оси? Основные свойства момента?
5. Вектор – момент силы относительно оси и его свойства?
6. Аналитические условия равновесия пространственной произвольной системы сил – метод блуждающих осей?

3. Общие требования к выполнению и оформлению контрольной работы

Задания контрольной работы выполняются на одной стороне отдельных листов формата 203 x 298 мм (А4) чёрными чернилами с исполнением рамки (см. Приложение 1–3). В Приложении 4 и приложении 5 приводится образец оформления титульного листа (стр. 1 и стр.2) заданий самостоятельной работы. Правильно выполненные и зачтённые задания сброшюровываются в отдельную папку согласно структуре изучаемых тем:

1. Раздел 1 «Статика»

1. Тема 3: Плоская произвольная система сил.

Задание С1. Определение реакций опор твёрдого тела. Плоская произвольная система сил.

2. Тема 5. Ферма. Методы расчёта плоской фермы.

Задание С2. Расчёт плоской статически определимой фермы.

3. Тема 7: Пространственная произвольная система сил.

Задание С4. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Структура расчётного задания по теме в методических указаниях – индивидуальное задание, пример выполнения типового задания – пример выполнения и оформления расчётного задания; вопросы для самопроверки.

При проверке расчётных заданий самостоятельной работы оцениваются:

- последовательность и рациональность выполнения задания;
- точность расчетов;

– необходимые пояснения к расчетам и необходимые рисунки, поясняющие принятые решения.

Целью выполнения расчётных заданий контрольной работы является закрепление знаний студента по разделам дисциплины в контексте общепрофессиональной подготовки, формирования и развития у обучаемого общепрофессиональных компетенций. Выполнение расчётных заданий контрольной работы требуют проведения некоторых аналитических исследований, являющихся основой организации учебно – исследовательской работы студентов по теоретической механике.

4. Порядок защиты и ответственность студента за выполнение расчётных заданий контрольной работы – заданий для самостоятельной работы

Расчётные задания контрольной работы – задания для самостоятельной работы подлежат защите в индивидуальной беседе с преподавателем (диалоговая форма общения «преподаватель – студент» или «студент – преподаватель») по вопросам теории (вопросы для самопроверки), приводимым в конце каждого задания, в соответствии с календарным планом выполнения заданий контрольной работы – заданий для самостоятельной работы.

Обязанности студента за выполнение расчётных заданий контрольной работы – заданий для самостоятельной работы:

- студент должен в указанные в календарном плане сроки сдавать на проверку преподавателю выполненные задания или представить фрагменты выполненного задания и получить консультацию – указания преподавателя для завершения работы с конкретным заданием;

- студент должен в указанные в календарном плане сроки защитить задание для самостоятельной работы (порядок защиты описан выше);

- студент, не предоставивший на проверку преподавателю задания заданий для самостоятельной работы или выполнивший менее 60% объёма заданий для самостоятельной работы на 15 – 17 неделе учебного семестра к защите заданий для самостоятельной работы ведущим преподавателем и решением заседания кафедры не допускается.

Обязанности преподавателя за выполнение расчётных заданий контрольной работы – заданий для самостоятельной работы:

Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он знает: понятия теоретической механики, законы механики, теоремы, принципы аналитической механики, методы и способы решения задач и прикладных задач, использует дополнительный материал; умеет: решать задачи и прикладные задачи с использованием способов и методов механики, выполнять сравнительный анализ полученных результатов; владеет: навыками решения задач и прикладных задач с использованием способов и методов механики, выполняет сравнительный анализ полученных результатов, делает выводы самостоятельно. Необходимые компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если имеются знания основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров, выполняет алгоритм решения задачи, но имеются несущественные практические неточности; студент выполняет методы и способы решения задач с

использованием основных законов, теорем, механики, но имеются несущественные практические неточности. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. Необходимые компетенции в основном сформированы на базовом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если: имеются частичные знания некоторых понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме, методов и способов решения задач с существенными ошибками логической последовательности дисциплины; он умеет установить логическую причинно – следственную взаимосвязь некоторых параметров и выполняет отдельные пункты алгоритма решения задачи; и он выполняет некоторые методы и способы решения задач с использованием основных законов, теорем, механики с существенными неточностями. Содержание курса освоено частично, большинство предусмотренных программой заданий выполнено. Необходимые компетенции частично сформированы на базовом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительную часть основных понятий, законов, теорем, принципов механики в устной и письменной форме; методов, способов решения задач; умение выстраивать логическую причинно – следственную взаимосвязь параметров задачи, использования методов и способов механики - с существенными ошибками; владеет незначительная частью методов и способов решения задач с использованием основных законов, теорем механики - с существенными ошибками и без логического завершения. Большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному. Необходимые компетенции частично не сформированы на базовом уровне.

Рейтинговая оценка знаний студента заочной формы обучения не предусмотрена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики : учебник для вузов / С. М. Тарг. – 20-е изд., стер. – М. : Высшая школа, 2010. – 416 с. : ил. – Гриф: Рек. МО. – Предм. указ.: с. 409-411. – ISBN 978-5-06-006193-2; 22.2_T 19
2. Теоретическая механика. Статика. Кинематика : учеб. пособие / В. М. Голощапов, А. С. Викулов, В. Б. Моисеев и др. – Старый Оскол : ТНТ, 2014. – 444 с. : ил. – Гриф: Доп. УМО. – Библиогр.: с. 438-439. – ISBN 978-5-94178-392-2; 531_T 33
3. Горбач, Н. И. Теоретическая механика. Динамика Электронный ресурс : Учебное пособие / Н. И. Горбач. – Теоретическая механика. Динамика, 2020-02-24. – Минск : Вышэйшая школа, 2012. – 320 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-985-06-2197-9
4. Красюк, А. М. Теоретическая механика. Конспект лекций Электронный ресурс : Учебное пособие / А. М. Красюк. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2009. – 138 с. – Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-7782-1245-9
5. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / [А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др.] ; под ред. А. А. Яблонского. – Изд. 16-е изд., стереотип. – М. : Интеграл-пресс, 2007. – 382 с. – Библиогр.: с. 378-379; 531_C 23

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ИНСТИТУТ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ИНЖЕНЕРИИ

Департамент Строительной инженерии и прототипирования

Контрольная работа
по дисциплине «Механика (Теоретическая механика)»

Выполнил: студент гр. _____

_____.

Принял: _____

Ставрополь,

Контрольная работа
по дисциплине «Механика (Теоретическая механика)»

1. Задание С1. Определение реакций опор твёрдого тела. Плоская произвольная система сил.
2. Задание С2. Расчёт плоской статически определимой фермы.
3. Задание С4. Определение реакций опор твёрдого тела. Пространственная произвольная система сил.

Выдал: (подпись преподавателя)

Получил: (подпись студента)

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации самостоятельной работы
по дисциплине**

Механика (Теоретическая механика)

для студентов

направления подготовки 08.03.01 Строительство

Содержание

Введение

1. Самостоятельная работа как важнейшая форма учебного процесса
2. Цели и основные задачи самостоятельной работы
3. Виды самостоятельной работы
4. Организация самостоятельной работы
5. Общие рекомендации по организации самостоятельной работы
6. Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы
7. Критерии оценки самостоятельной работы

Введение

Основная задача высшего образования заключается в формировании творческой личности профессионала, способного к саморазвитию, самообразованию и инновационной деятельности.

Успешное усвоение дисциплин по различным образовательным программам предполагает активное, творческое участие обучающегося на всех этапах ее освоения путем планомерной, повседневной не только аудиторной, но и самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составляющих образовательного процесса. Самостоятельная работа – это процесс активного, целенаправленного приобретения обучающимися новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Объем самостоятельной работы (в часах) определен учебным планом.

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов (далее – СРС) являются обязательной частью учебно-методических комплексов учебных дисциплин.

Методические указания по организации самостоятельной работы для студентов, наряду с методическими указаниями по выполнению лабораторных работ, практических занятий и работе с лекционным материалом; по формам текущего, промежуточного и итогового контроля; по выполнению курсовых работ/проектов, расчетно-графических работ, контрольных работ; по подготовке и защите выпускных квалификационных работ, составляют единый комплекс методического обеспечения УМК каждой учебной дисциплины.

Цель методических указаний СРС – определить роль и место самостоятельной работы студентов в учебном процессе; конкретизировать ее уровни, формы и виды; обобщить методы и приемы выполнения определенных типов учебных заданий; объяснить критерии оценивания.

1. Самостоятельная работа как важнейшая форма учебного процесса

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа обучающихся, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой обучающихся).

Самостоятельная работа обучающихся является важным видом учебной и научной деятельности. В связи с этим, обучение включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому СРО должна стать эффективной и целенаправленной работой.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи высшего образования – «подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности».

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы обучающихся над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за

развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста обучающихся, воспитание творческой активности и инициативы.

К современному специалисту общество предъявляет достаточно широкий перечень требований, среди которых немаловажное значение имеет наличие у выпускников определенных способностей и умения самостоятельно добывать знания из различных источников, систематизировать полученную информацию, давать оценку конкретной финансовой ситуации. Формирование такого умения происходит в течение всего периода обучения через участие обучающихся в практических занятиях, лабораторных работах, выполнение контрольных и расчетно-графических работ, написание курсовых работ (проектов) и выпускных квалификационных работ. При этом самостоятельная работа обучающихся играет решающую роль в ходе всего учебного процесса.

Формы самостоятельной работы студентов разнообразны. Они включают в себя:

- изучение и систематизацию официальных государственных документов - законов, постановлений, указов, нормативно-инструкционных и справочных материалов с использованием информационно-поисковых систем «Консультант-плюс», «Гарант», глобальной сети «Интернет»;
- изучение учебной, научной и методической литературы, материалов периодических изданий с привлечением электронных средств официальной, статистической, периодической и научной информации;
- подготовку докладов и рефератов, написание выпускных квалификационных работ;
- участие в работе студенческих конференций, комплексных научных исследованиях.

Самостоятельная работа приобщает студентов к научному творчеству, поиску и решению актуальных современных проблем.

2. Цели и основные задачи самостоятельной работы

Ведущая цель организации и осуществления СРС должна совпадать с целью обучения студента. При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для деятельности.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений.

Основными задачами СРМ являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к промежуточной аттестации - зачетам и экзаменам.

3. Виды самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента включает:

- самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы;
- подготовка к лекциям;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к лабораторным работам;
- написание рефератов;
- выполнение контрольной работы;
- выполнение курсовой работы (проекта);
- выполнение расчетно-графической работы;
- подготовка исследовательской работы (написание статьи, доклада);
- подготовка выпускной квалификационной работы;
- подготовка к текущей и промежуточной аттестации;
- подготовка к государственной итоговой аттестации.

Для выполнения самостоятельной работы студентам необходимо ознакомиться с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, с графиком консультаций преподавателей кафедры, с перечнем ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

4. Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа студента – способ активного, целенаправленного приобретения новых знаний и умений без непосредственного участия в этом процессе преподавателей.

Организационные мероприятия, обеспечивающие развитие навыков самостоятельной работы студентов, воспитание их творческой активности и инициативы, а также, в целом, обеспечивающие нормальное функционирование самостоятельной работы студентов, должны основываться на следующих предпосылках:

- самостоятельная работа должна быть конкретной по своей предметной направленности;
- самостоятельная работа должна сопровождаться эффективным, непрерывным контролем и оценкой ее результатов.

Предметно и содержательно самостоятельная работа определяется федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки, основной образовательной программой, учебным планом, рабочими программами дисциплин.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуются как единство двух форм:

- самоконтроль и самооценка;
- внешний контроль и оценка со стороны преподавателей, государственных экзаменационных комиссий и др.

5. Общие рекомендации по организации самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы студентов направлена на решение следующих задач:

а) закрепление, обобщение и повторение пройденного учебного материала; применение полученных знаний в традиционных педагогических ситуациях и при решении задач высокого уровня неопределенности;

б) совершенствование умений и навыков по изучаемой дисциплине; формирование межпредметных, общеучебных, исследовательских умений;

в) активизация учебной и научно-исследовательской деятельности обучающихся, ее максимальная индивидуализация с учетом индивидуальных особенностей и академической успеваемости студентов;

г) формирование готовности студентов к самообразованию в течение всей жизни.

Видами занятий для самостоятельной работы могут быть:

Для овладения знаниями:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, конспектов лекций);

- составление плана текста, графическое изображение структуры текста;

- конспектирование текста; выписки из текста, работа со словарями и справочниками, ознакомление с нормативными документами;

- учебно-исследовательская работа, использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники, интернета и др.

Для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций, повторная работа над материалом;

- составление плана и тезисов ответа;

- составление таблиц для систематизации учебного материала;

- ответы на контрольные вопросы;

- аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование, контент-анализ);

- подготовка сообщения для выступления на конференции;

- подготовка рефератов, докладов;

- составление библиографии.

Для формирования умений:

- выполнение контрольных работ;

- выполнение чертежей, схем, расчетно-графических работ;

- проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности.

- подготовка курсовых и дипломных работ (проектов);

Для формирования компетенций:

- принятие решений по конкретной ситуации;

- грамотная формулировка задания для исполнения;

- организация контроля по сферам деятельности.

6. Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы

Система вузовского обучения подразумевает значительную самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности.

6.1 Самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы

Работа с литературой является основным методом самостоятельного овладения знаниями. Это сложный процесс, требующий выработки определенных навыков, поэтому студенту нужно обязательно научиться работать с книгой.

Осмысление литературы требует системного подхода к освоению материала. В работе с литературой системный подход предусматривает не только тщательное (иногда

многократное) чтение текста и изучение специальной литературы, но и обращение к дополнительным источникам – справочникам, энциклопедиям, словарям. Эти источники – важное подспорье в самостоятельной работе студента, поскольку глубокое изучение именно их материалов позволит студенту уверенно «распознавать», а затем самостоятельно оперировать теоретическими категориями и понятиями, следовательно – освоить новейшую научную терминологию. Такого рода работа с литературой обеспечивает решение студентом поставленной перед ним задачи (подготовка к практическому занятию, выполнение контрольной работы и т.д.).

Выбор литературы для изучения делается обычно по предварительному списку литературы, который выдал преподаватель, либо путем самостоятельного отбора материалов. После этого непосредственно начинается изучение материала, изложенного в книге.

Наиболее надежный способ собрать нужный материал – составить план или конспект. *Конспект, план-конспект* – это последовательная фиксация отобранной и обдуманной в процессе чтения информации.

Цель – зафиксировать, переработать тот или иной научный текст. Они позволяют восстановить в памяти ранее прочитанное без дополнительного обращения к самой книге.

План – это «скелет» текста, он компактно отражает последовательность изложения материала. План как форма записи обычно более подробно передает содержание частей текста, чем оглавление книги или подзаголовки статей. Самые важные места в книге отмечайте, используя для этого легко стирающийся карандаш или вкладные листки. Запись любых планов следует делать так, чтобы ее легко можно было охватить одним взглядом.

Вся рекомендуемая для изучения курса литература подразделяется на основную и дополнительную. К основной литературе относятся источники, необходимые для полного и твердого усвоения учебного материала (учебники и учебные пособия). Необходимость изучения дополнительной литературы диктуется прежде всего тем, что в учебной литературе (учебниках) зачастую остаются неосвещенными современные проблемы, а также не находят отражение новые документы, события, явления, научные открытия последних лет. Поэтому дополнительная литература рекомендуется для более углубленного изучения программного материала.

6.2 Подготовка к лекциям и работа с конспектом лекций

При подготовке к лекции студенты должны предварительно ознакомиться с учебным материалом по данной теме и при конспектировании лекции акцентировать внимание на новых теоретических положениях, правовых и иных данных, не нашедших отражения в учебной литературе.

Лекция имеет цель – систематизация основы научных знаний по дисциплине, сконцентрировать внимание обучающихся на наиболее актуальных проблемах.

В ходе лекций преподаватель излагает и разъясняет основные, наиболее сложные понятия темы, а также связанные с ней теоретические и практические проблемы. Дает рекомендации на практические занятия и указания на самостоятельную работу.

Предварительное не углубленное знакомство с материалом очередной лекции дает многое. Студенты получают общее представление о ее содержании и структуре, о главных и второстепенных вопросах, о терминах и определениях. Все это облегчает работу на лекции и делает ее целеустремленной.

Основные моменты лекционных занятий конспектируются. Отдельные темы предлагаются для самостоятельного изучения с обязательным составлением конспекта.

Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся.

Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях.

Самостоятельную работу следует начинать с доработки конспекта, желательно в тот же день, пока время не стерло содержание лекции из памяти. С целью доработки необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить опiski, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения, возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополнения и исправляя свои записи. Записи должны быть наглядными, для чего следует применять различные способы выделений. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект.

Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

6.3 Подготовка к практическим занятиям

Целью практических занятий является получение базовых навыков по применению теоретических знаний. Это необходимо при решении всевозможных задач на различных этапах практической деятельности.

Задачи подготовки и проведения практических занятий:

- закрепление и углубление знаний;
- создание практических навыков и умений в практической деятельности и повседневной жизни для: поиска, первичного анализа и использования информации;
- анализа конкретных ситуаций и условий их реализации;
- изложения и аргументации собственных суждений по практической ситуации;
- развитие стремления и способности к самостоятельному исследованию изучаемых реальностей, их критической оценки.

Подготовка к практическим занятиям включает: изучение нормативных актов, учебной литературы, лекционного материала; подготовка рефератов.

Практические занятия по дисциплине проводятся в форме различных дискуссий (семинарских занятий) и (или) анализа конкретных ситуаций (выполнение практических заданий).

6.4 Подготовка к лабораторным работам

Лабораторные работы составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки студентов. Они направлены на формирование учебных и профессиональных практических умений.

На лабораторных занятиях задания выполняются по материалам согласно плану.

До начала лабораторных занятий обучающиеся должны пройти инструктаж по технике безопасности.

Перед выполнением лабораторной работы обучающийся должен изучить теоретический материал по теме лабораторной работы по основной и дополнительной литературе, ознакомиться с ресурсами информационно - телекоммуникационной сети «Интернет». При этом обучающийся должен учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы.

В ходе подготовки к лабораторным занятиям необходимо ознакомиться с методическими указаниями; с порядком ее выполнения; освоить основные понятия; изучить алгоритмы; методы и технологии, необходимые для реализации этих алгоритмов; ответить на контрольные вопросы.

После выполнения работы производится обработка полученных результатов, составляется и защищается отчет. Без защиты отчета студент, как правило, не допускается к очередной работе.

6.5 Написание рефератов

Реферат представляет собой краткое изложение в письменной форме содержания научного труда по определенной теме, возможно выходящего за рамки учебной программы, а также изложение книги, статьи, исследования. Иными словами, реферат – это индивидуальная научная работа, раскрывающая содержание исследуемой проблемы с различных позиций и точек зрения, с формированием самостоятельных выводов.

Целью написания реферата является сообщение определенной информации для развития навыков научно-исследовательской работы.

В процессе подготовки реферата, обучающиеся, глубже постигают вопросы изучаемого предмета, поскольку:

- анализируются различные точки зрения, факты и события;
- ведется научно обоснованная полемика;
- обобщается материал;
- лаконично излагаются мысли;
- правильно оформляется работа с составлением плана, библиографии и систематизацией информации.

Подготовка реферата включает в себя:

- выбор и формулирование темы, которая должна обладать новизной, актуальностью и оригинальностью;
- подбор литературы и изучение основных источников;
- составление содержания, раскрывающего название работы;
- выписки из литературных источников с целью накопления теоретического и практического материала;
- написание реферата и его оформление;
- составление списка использованной литературы.

6.6 Выполнение контрольной работы

Контрольная работа является одной из составляющих учебной деятельности студента по овладению знаниями в области теплогазоснабжения и вентиляции. К ее выполнению необходимо приступить только после изучения тем дисциплины.

Целью контрольной работы является определения качества усвоения лекционного материала и части дисциплины, предназначенной для самостоятельного изучения.

Задачи, стоящие перед студентом при подготовке и написании контрольной работы:

1. закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2. выработка навыков самостоятельной работы;
3. выяснение подготовленности студента к будущей практической работе.

Преподаватель готовит задания либо по вариантам, либо индивидуально для каждого студента. По содержанию работа может включать теоретический материал, задачи, тесты, расчеты и т.п. выполнению контрольной работы предшествует инструктаж преподавателя.

Ключевым требованием при подготовке контрольной работы выступает творческий подход, умение обрабатывать и анализировать информацию, делать самостоятельные выводы, обосновывать целесообразность и эффективность предлагаемых рекомендаций и решений проблем, четко и логично излагать свои мысли. Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций.

6.7 Выполнение курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) - это самостоятельное исследование обучающимся определенной проблемы, комплекса взаимосвязанных вопросов, касающихся конкретной профессиональной ситуации.

Курсовая работа (проект) не должна состояться из фрагментов статей, монографий, пособий. Кроме простого изложения фактов и цитат, в курсовой работе (проекте) должно проявляться авторское видение проблемы и ее решения.

Рассмотрим основные этапы подготовки курсовой работы (проекта).

Выполнение курсовой работы (проекта) начинается с выбора темы.

Затем студент приходит на первую консультацию к руководителю, которая предусматривает:

- обсуждение цели и задач работы, основных моментов избранной темы;
- консультирование по вопросам подбора литературы;
- составление предварительного плана;
- составление графика выполнения курсовой работы (проекта).

Следующим этапом является работа с литературой. Необходимая литература подбирается студентом самостоятельно.

После подбора литературы целесообразно сделать рабочий вариант плана работы. В нем нужно выделить основные вопросы темы и параграфы, раскрывающие их содержание.

Составленный список литературы и предварительный вариант плана уточняются, согласуются на очередной консультации с руководителем.

Затем начинается следующий этап работы - изучение литературы. Только внимательно читая и конспектируя литературу, можно разобраться в основных вопросах темы и подготовиться к самостоятельному (авторскому) изложению содержания курсовой работы (проекта). Конспектируя первоисточники, необходимо отразить основную идею автора и его позицию по исследуемому вопросу, выявить проблемы и наметить задачи для дальнейшего изучения данных проблем.

Систематизация и анализ изученной литературы по проблеме исследования позволяют написать первую (теоретическую) главу.

Выполнение курсовой работы (проекта) предполагает проведение определенного исследования. На основе разработанного плана обучающийся осуществляет сбор фактического материала, необходимых цифровых данных. Затем полученные результаты подвергаются анализу, статистической, математической обработке и представляются в виде текстового описания, таблиц, графиков, диаграмм. Программа исследования и анализ полученных результатов составляют содержание второй (аналитической) главы.

В третьей (рекомендательной) части должны быть отражены мероприятия, рекомендации по рассматриваемым проблемам.

Рабочий вариант текста курсовой работы (проекта) предоставляется руководителю на проверку. На основе рабочего варианта текста руководитель вместе со студентом обсуждает возможности доработки текста, его оформление. После доработки курсовая работа (проект) сдается на кафедру для ее оценивания руководителем.

Защита курсовой работы (проекта) обучающихся проходит в сроки, установленные графиком учебного процесса.

При подготовке к защите курсовой работы (проекта) обучающийся должен знать основные положения работы, выявленные проблемы и мероприятия по их устранению, перспективы развития рассматриваемой экономической ситуации.

Защита курсовой работы (проекта) проводится на кафедре при наличии у обучающегося курсовой работы (проекта). Оценка - дифференцирована. Преподаватель оценивает защиту курсовой работы (проекта) и заполняет графу "оценка" в ведомости и в зачетной книжке.

Не допускаются к защите варианты курсовых работ (проектов), найденные в Интернет, сканированные варианты учебников и учебных пособий, а также копии ранее написанных работ.

6.8 Выполнение расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа является важным элементом учебного процесса, предусмотрена учебным планом.

Цель расчетно-графической работы – систематизация и закрепление теоретических знаний, и развитие практических навыков по решению задач в области теплогазоснабжения и вентиляции, выработка навыков анализа данных и формулирования выводов по полученным результатам.

Задачами расчетно-графической работы являются:

- развитие навыков самостоятельной работы в области решения практических задач;
- подбор и систематизация теоретического материала, являющегося основой для решения практической задачи, развитие навыков самостоятельной работы с учебной и методической литературой;
- проведение расчетов показателей по исходным данным и анализ полученных значений;
- формулирование выводов по полученным результатам.

Выполнение расчетно-графической работы проводится студентом по конкретному варианту задания, который необходимо уточнить у преподавателя.

Содержанием расчетно-графической работы является краткое изложение теоретического материала к каждой задаче, решение задачи по индивидуальному варианту, включающее в себя расчет основных показателей, анализ полученных результатов, формулирование выводов.

Расчетно-графическая работа должна содержать:

1. Титульный лист.
2. Условие задачи.
3. Теоретическая часть по каждой задаче (1-3 страницы).
4. Практическая часть и выводы по каждой задаче.
5. Библиографический список (не менее 5 источников).

Условие задачи оформляется по центру заголовком «Задача №».

Текст условия задачи должен совпадать с текстом в методических указаниях, включая таблицы, при их наличии.

Далее излагается теоретический материал, лежащий в основе решения задачи, включающий в себя основные определения, формулы расчетов показателей и др.

В практической части излагается подробное решение задачи. При необходимости результаты оформляются в виде сводной таблицы.

К каждой задаче необходимо сформулировать выводы, проанализировав полученные результаты.

Расчетно-графическая работа должна выполняться в соответствии с установленным графиком. В процессе выполнения расчетно-графической работы допускаются консультации у преподавателя на практических занятиях.

Выполнение основных этапов контролируется преподавателем и учитывается при проведении текущего контроля по дисциплине и при оценке расчетно-графической работы.

6.9 Подготовка исследовательской работы (написание статьи, научного доклада)

Научный доклад представляет собой исследование по конкретной проблеме, изложенное перед аудиторией слушателей. Работа по подготовке научного доклада включает не только знакомство с литературой по избранной тематике, но и самостоятельное изучение определенных вопросов.

Научный доклад может быть подготовлен для выступления на семинарском занятии, конференции научного общества, или в рамках круглого стола. В любом случае успешное выступление во многом зависит от правильной организации самого процесса подготовки научного доклада.

Подготовка научного доклада включает несколько этапов работы:

- выбор темы доклада;
- подготовка материалов;
- работа над текстом доклада;
- подготовка к выступлению.

Подготовка к научному докладу начинается с выбора темы Вашего будущего выступления.

Не следует выбирать слишком широкую тему научного доклада. Это связано с ограниченностью докладчика во времени. Доклад должен быть рассчитан на 7-15 минут.

Работа по подбору материалов для доклада связана с изучением соответствующей тематике литературы.

В процессе работы над текстом доклада обучающиеся глубже постигают вопросы изучаемого предмета, поскольку:

- анализируются различные точки зрения, факты и события; ведется научно обоснованная полемика;
- обобщается материал; лаконично излагаются мысли;
- правильно оформляется работа с составлением плана, библиографии и систематизацией информации.

Текст научного доклада должен включать три основные части:

- введение – краткое знакомство слушателей с обсуждаемой в докладе проблемой;
- основную часть – логическое продолжение вопросов, обозначенных автором во введении. В этой части доклада раскрывается тема выступления, приводятся необходимые доказательства (аргументы);
- заключение – обобщение основной мысли и идеи выступления. В заключении можно кратко повторить основные выводы и утверждения, прозвучавшие в основной части доклада.

Научный доклад представляет собой устное произведение и чтение вслух подготовленного текста недопустимо.

К секретам хорошего выступления можно отнести следующие моменты:

- до и после важных мыслей следует делать паузу;
- для большего акцента сказанного необходимо менять тон голоса и тембр речи. Это сделает Вашу речь более выразительной;
- необходимо иметь контакт с аудиторией.

6.10 Подготовка выпускной квалификационной работы

ВКР представляет собой самостоятельное логически завершенное исследование, связанное с решением научной или научно-практической задачи. При его выполнении студент должен показать способности и умения, опираясь на полученные знания, решать на современном уровне задачи профессиональной деятельности, грамотно излагать специальную информацию, докладывать и отстаивать свою точку зрения перед аудиторией.

Цель защиты ВКР – установление уровня подготовленности выпускника к выполнению профессиональных задач в соответствии с требованиями ФГОС ВО к квалификационной характеристике и уровню подготовки выпускника.

Студенту предоставляется право самостоятельного выбора темы ВКР. Для подготовки ВКР назначается научный руководитель и, при необходимости, консультанты.

ВКР состоит из текста (рукописи) и графических материалов, отражающих решение профессиональных задач в соответствии с избранной тематикой. Структура ВКР включает:

- титульный лист;
- задание, включая календарный план;
- содержание;
- введение;
- основной текст;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения.

Руководитель выпускной работы выдает задание; оказывает помощь в организации и выполнении работы; проводит систематические консультации обучающегося; проверяет выполнение работы; дает письменный отзыв о работе.

Представление иллюстративного материала к публичной защите возможно в виде:

- плакатов и чертежей;
- раздаточного материала с иллюстрациями; с использованием:
- проекционной техники;
- компьютерной презентации.

Конкретные требования к содержанию, структуре, формам представления и объемам устанавливаются в соответствующих Положениях о выпускных квалификационных работах и методических указаниях по их подготовке и оформлению.

6.11 Подготовка к текущей и промежуточной аттестации

Система контроля включает в себя текущий и промежуточный контроль. Текущий контроль должен быть непрерывным. Формы текущего контроля устанавливаются по усмотрению преподавателя. Промежуточный контроль – это итог работы студента за семестр с учетом всех видов учебной работы.

Текущий контроль. Текущий контроль успеваемости обучающихся – это систематическая проверка учебных достижений обучающихся, проводимая в целях оценивания хода освоения дисциплин в соответствии с рабочей программой.

Текущий контроль успеваемости студентов очной формы обучения проводится по всем дисциплинам учебного плана в течение семестра:

- на лабораторных, семинарских, практических занятиях, по которым рабочими программами дисциплин предусмотрены отчетности;
- по всем формам самостоятельной работы студентов в заранее установленное время.

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется преподавателями кафедр, за которыми закреплены дисциплины учебного плана, и может проводиться в следующих формах:

- собеседование,
- контрольная работа,
- защита лабораторной работы,
- реферата,
- расчетно-графическая работа, и др.

Виды и сроки проведения текущего контроля успеваемости студентов устанавливаются рабочей программой дисциплины.

Текущий контроль успеваемости является элементом внутривузовской системы контроля качества подготовки обучающихся и способствует активизации познавательной деятельности студентов в ходе аудиторных занятий, при выполнении программ самостоятельной и индивидуальной работы.

Текущий контроль успеваемости должен учитывать выполнение обучающимися всех видов учебных занятий, предусмотренных учебным планом и рабочей программой дисциплины, самостоятельную, исследовательскую работу и посещаемость учебных занятий.

Анализ результатов текущего контроля студентов, обучающихся на основе рейтинговой оценки знаний, проводится 2 раза в семестр:

- в первом полугодии - на 1 ноября, на 10 декабря;
- во втором полугодии - на 1 апреля, на 20 мая.

Анализ результатов текущего контроля студентов, не участвующих в рейтинговой системе оценки знаний, проводится в институтах: к указанным выше датам итоги текущего контроля и количество пропущенных занятий (в часах) преподаватели, ведущие занятия, проставляют в листы текущего контроля успеваемости, которые анализируются и хранятся в институтах.

Промежуточная аттестация. Промежуточная аттестация призвана оценить уровень сформированности компетенций, полученных студентами в процессе изучения дисциплины, курсового проектирования и обеспечить контроль качества освоения образовательных программ.

Промежуточная аттестация проводится по завершении изучения какой - либо дисциплины.

Формами промежуточной аттестации являются зачет и экзамен.

При явке на промежуточную аттестацию обучающийся обязан предъявить зачетную книжку. Фамилия обучающегося должна значиться в зачетно-экзаменационной ведомости.

Зачеты студентам по изучаемым дисциплинам выставляются преподавателем, проводившим практические, семинарские или лабораторные занятия группы (подгруппы), на последнем занятии по результатам работы в семестре. Для студентов, обучающихся на основе рейтинговой системы оценки знаний, зачет выставляется автоматически при условии сдачи всех контрольных мероприятий, предусмотренных текущим контролем успеваемости.

6.12 Подготовка к государственной итоговой аттестации

В соответствии с образовательным стандартом по направлению подготовки и образовательной программой по направлению подготовк, в состав государственной итоговой аттестации входят:

- государственный экзамен;
- защита выпускной квалификационной работы.

Подготовка к государственному экзамену

Цель государственного экзамена – оценить глубину полученных знаний, практические навыки применения этих знаний при решении профессиональных задач (компетентность).

В связи с необходимостью объективной оценки степени сформированности компетенций выпускника, тематика экзаменационных вопросов и заданий должна быть комплексной и соответствовать избранным разделам из различных учебных дисциплин, формирующих конкретные компетенции.

Например, в экзаменационное задание (вопрос) могут входить элементы нескольких дисциплин (модулей) общенаучного, и профессионального циклов.

На государственном экзамене могут контролироваться как отдельные компетенции, так и элементы различных компетенций.

Государственный экзамен может проводиться в письменной, устной и смешанной форме. Экзаменационные билеты включают несколько вопросов из представленного перечня дисциплин. Один из вопросов рекомендуется делать комплексным, ситуационным или представляющим задание практического характера. Перед итоговым экзаменом предполагается предэкзаменационная консультация и выделение времени на подготовку к экзамену не менее 7 дней. Для подготовки студентов к государственному экзамену разрабатывается программа, где должна быть отражена процедура подготовки и проведения государственного экзамена, критерии оценки.

В содержание программы включается перечень вопросов и заданий, выносимых на экзамен, и позволяющих оценить результаты обучения.

Подготовка к защите ВКР

Выпускная квалификационная работа (ВКР) представляет собой самостоятельную и логически завершенную выпускную квалификационную работу, связанную с решением задач того вида (видов) деятельности, к которым готовится студент (научно-исследовательской, научно-педагогической, проектной, технологической, исполнительской, творческой, организаторской и другим).

Выпускник должен не только подготовить ВКР, но и уметь защитить ее на итоговой государственной аттестации.

При подготовке к защите необходимо:

- повторить основные требования руководящих документов на текущий год по теме ВКР;
- подготовить все графические иллюстрации; составить доклад для устного изложения;
- изучить отзыв и рецензию на ВКР, подготовить ответы на замечания рецензента и окончательно уточнить свой доклад;
- ознакомиться с новыми руководящими документами и литературой по вопросам ВКР, а также с последними изменениями по вопросам теплогазоснабжения и вентиляции;
- провести предварительную защиту.

Демонстрационные материалы представляются по согласованию с руководителем.

Подготовка выпускником доклада по выполненной ВКР является важным этапом подготовки к защите. К подготовке доклада приступают после оформления пояснительной записки (текстуальной части) ВКР, запланированных в задании графических документов и разработки иллюстративного материала.

По времени доклад должен занимать 10...12 минут. За это время можно изложить 5...8 страниц машинописного текста доклада.

В докладе отражается: актуальность темы работы; теоретические положения, на которых базируется ВКР; результаты проведенного анализа изучаемой проблемы; конкретные предложения по деятельности соответствующих органов; дается разъяснение и убедительное обоснование положений и выводов по этим вопросам, исходя из полученных результатов. Особое внимание необходимо сосредоточить на собственных разработках и предложениях.

Доклад при защите ВКР может быть построен по следующей схеме: вначале излагается наименование темы, актуальность, раскрывается цель и задачи исследования, затем в необходимой логической последовательности докладывается содержание важнейших узловых вопросов темы и делается заключение. При изложении основного содержания ВКР следует показать постановку задач на исследование заданных вопросов, методику решения поставленных задач, основные результаты и выводы, к которым пришел выпускник в ходе выполнения выпускной квалификационной работы.

Основные выводы и предложения обосновываются необходимыми расчетами и примерами из практики.

В заключительной части доклада указывается, как достигнуты цели ВКР, что сделано и разработано, что нового выпускник предложил в результате выполнения ВКР, основные результаты работы и где они могут быть использованы.

Доклад строят с учетом графического материала (Чертежи, схемы, диаграммы и т.д.). Текст доклада согласовывается с руководителем.

Написанный доклад представляется руководителю для просмотра.

Текст доклада отрабатывают таким образом, чтобы его можно было излагать на память. Чтение доклада нежелательно, оно может привести к снижению оценки выпускной квалификационной работы.

7. Критерии оценки самостоятельной работы

Компетенции (знания, умения и навыки) студентов оцениваются оценками:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно»;
- «зачтено»;
- «не зачтено».

Зачеты оцениваются отметкой: «зачтено», «не зачтено».

Зачеты с оценкой оцениваются по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

По курсовым работам (проектам) в обязательном порядке выставляется зачет с оценкой.

Экзамены оцениваются по пятибалльной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Основные критерии оценивания компетенций:

Отметка «зачтено» ставится студентам, успешно обучающимся по данной дисциплине в семестре и не имеющим задолженностей по результатам текущего контроля успеваемости.

Отметка «не зачтено» ставится студенту, имеющему задолженности по результатам текущего контроля успеваемости по данной дисциплине.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Отметка «неудовлетворительно» выставляется также, если обучающийся после начала экзамена отказался его сдавать.

Оценка «неудовлетворительно» проставляется только в экзаменационную ведомость, в зачетную книжку студента проставлять отметку «неудовлетворительно» не разрешается.

Критерии оценки уровня обученности и уровня сформированности компетенций по дисциплине устанавливает кафедра и отражает их в рабочей программе и фондах оценочных средств дисциплины.

Ответственность за единообразие требований, предъявляемых на экзаменах, несет заведующий кафедрой. По дисциплинам, изучаемым в течение двух и более семестров, итоговой оценкой является оценка, полученная на последнем экзамене.

Заключение

Самостоятельная работа всегда завершается какими-либо результатами. Таким образом, широкое использование методов самостоятельной работы, побуждающих к мыслительной и практической деятельности, развивает столь важные интеллектуальные качества человека, обеспечивающие в дальнейшем его стремление к постоянному овладению знаниями и применению их на практике.