

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «ЭКОНОМЕТРИКА (ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ)»
для студентов направления 38.04.01 «Экономика»,
направленность (профиль) «Экономика фирмы и отраслевых рынков»

Ставрополь
2026

Методические указания по выполнению лабораторных работ и организации самостоятельной работы по дисциплине «Эконометрика» (продвинутый уровень) составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования и основной образовательной программы для студентов направления 38.04.01 Экономика.

В методических указаниях представлены работы по различным разделам дисциплины, изложены основные методические рекомендации по их выполнению и оформлению. Самостоятельная работа состоит в выполнении индивидуального варианта лабораторной работы и подготовке ответов на вопросы, представленные в каждом задании.

Компетенции и индикаторы, формируемые в результате изучения дисциплины

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ОПК-2. Способен применять продвинутые инструментальные методы экономического анализа в прикладных и (или) фундаментальных исследованиях.	ИД-1. ОПК-2. Классифицирует продвинутые инструментальные методы и технологии экономического анализа	Применяя знания инструментальных методов эконометрики, решает прикладные задачи, содержательно интерпретирует получаемые результаты, демонстрирует навыки аналитической работы в области экономических исследований.
ОПК-2. Способен применять продвинутые инструментальные методы экономического анализа в прикладных и (или) фундаментальных исследованиях.	ИД-2. ОПК-2. Определяет набор инструментальных методов и технологий, область их применения в фундаментальных научных исследованиях и решении профессиональных задач.	Используя знания инструментальных методов и технологий, определяет их необходимый набор при решении конкретных задач
ОПК-2. Способен применять продвинутые инструментальные методы экономического анализа в прикладных и (или) фундаментальных исследованиях.	ИД-3. ОПК-2. Применяет продвинутые инструментальные методы и технологии экономического анализа в фундаментальных научных исследованиях и решении задач профессиональной области.	Умеет применять конкретные продвинутые инструментальные методы и технологии экономического анализа в фундаментальных научных исследованиях и решении задач профессиональной области.
ОПК-5. Способен использовать	ИД-1. ОПК-5.	Применяя полученные знания,

современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	Формирует перечень программных средств и технологий обработки информации, для решения аналитических, научно-исследовательских и проектных задач	устанавливает перечень программных средств и технологий обработки информации, для решения аналитических, научно-исследовательских и проектных задач.
ОПК-5. Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ИД-2. ОПК-5. Выбирает программные средства обработки информации, для решения профессиональных задач	Опираясь на полученные знания , выбирает программные средства обработки информации для решения профессиональных задач
ОПК-5. Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ИД-3. ОПК-5. Демонстрирует практическое применение современных ИКТ и программного обеспечения для решения задач профессиональной деятельности	Умеет практически применять современные ИКТ и программное обеспечение для решения задач профессиональной деятельности.

СОДЕРЖАНИЕ

Работа 1. Оценка существенности параметров линейной регрессии и корреляции.....	4
Работа 2. Оценка существенности параметров нелинейной регрессии и корреляции.....	15
Работа 3. Построение уравнений парной регрессии с использованием функции ЛИНЕЙН и функции Мастер диаграмм.....	24
Работа 4. Оценка параметров уравнения множественной регрессии	34
Работа 5. Отбор главных факторов при построении множественной регрессии	43
Работа 6. Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции.....	56
Список литературы.....	63
Приложение А	65
Приложение Б.....	73

РАБОТА 1

Оценка существенности параметров линейной регрессии и корреляции

1 Цель и содержание

Цель работы – изучить методику и приобрести практические навыки построения и оценки уравнения линейной регрессии при эконометрическом моделировании. В результате выполнения работы студенты должны:

1. Исходя из физического смысла явления произвести классификацию переменных на зависимую и объясняющую.
2. Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме

связи.

3. Рассчитать параметры уравнения парной линейной регрессии.
4. Оценить тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
5. Дать с помощью среднего (общего) коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.
6. Оценить с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнения.
7. С помощью критерия Фишера (F – статистика) оценить статистическую надежность результатов регрессионного моделирования.

2 Теоретическое обоснование

Регрессия – это односторонняя вероятностная зависимость между случайными переменными.

Уравнение простой регрессии характеризует вероятностную связь между двумя переменными, которая проявляется как некоторая закономерность лишь в среднем в целом по совокупности наблюдений:

$$y = f(x), \quad 1)$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

x – независимая или объясняющая переменная (признак – фактор).

Построение уравнения парной регрессии сводится к оценке ее параметров. Наиболее часто для этого применяется метод наименьших квадратов (МНК), который позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака y от теоретических $\hat{y}_x$ минимальна, т. е. $\sum (y - \hat{y}_x)^2 \rightarrow \min$.

В парной регрессии выбор вида математической функции (1) может быть осуществлен тремя методами: графическим, аналитическим и экспериментальным.

При изучении зависимости между двумя признаками *графический метод* подбора вида уравнения достаточно нагляден. Он основан на поле корреляции. Основные типы кривых, используемые при количественной оценке связей, представлены на рисунке 1.

Аналитический метод основан на изучении материальной природы связи исследуемых признаков. Например, изучается потребность предприятия в электроэнергии y в зависимости от объема выпускаемой продукции x . Все потребление электроэнергии y можно подразделить на две части:

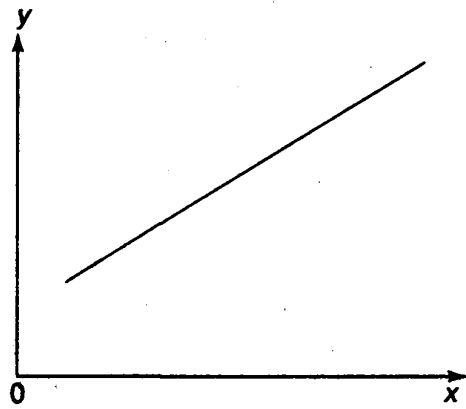
- не связанные с производством продукции a ;
- непосредственно связанные с объемом выпускаемой продукции, пропорционально возрастающие с увеличением объема выпуска ($b \cdot x$).

Тогда зависимость потребления электроэнергии от объема продукции можно выразить уравнением регрессии вида:

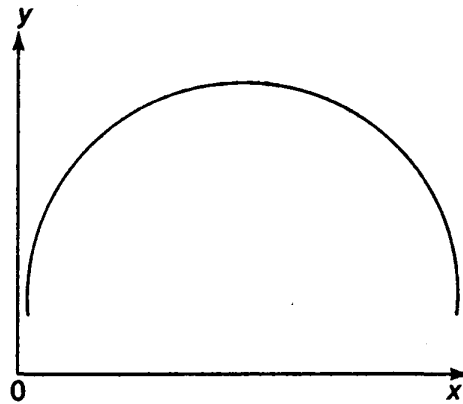
$$\hat{y}_x = a + bx. \quad (2)$$

При обработке информации на компьютере выбор вида уравнения регрессии обычно осуществляется *экспериментальным методом*, т. е. путем

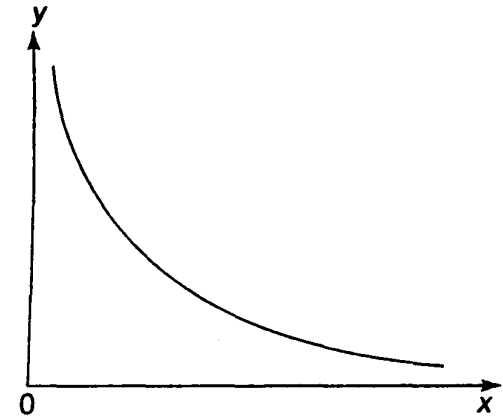
сравнения величины остаточной дисперсии $\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}$, рассчитанной при разных моделях.



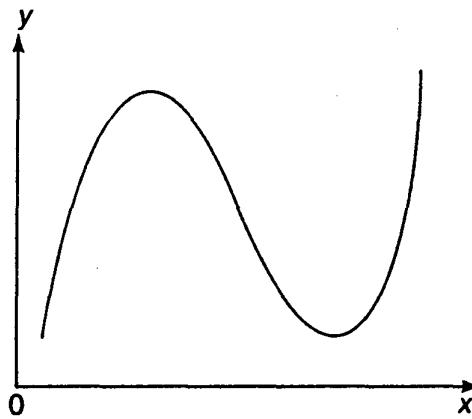
а)



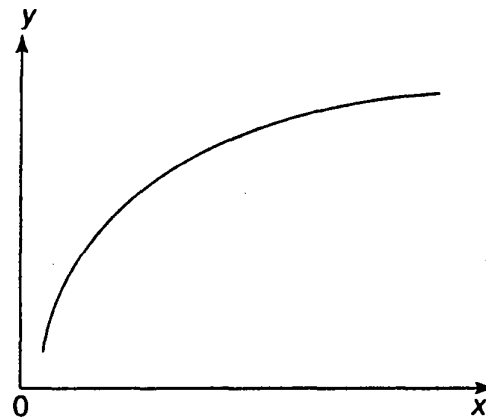
б)



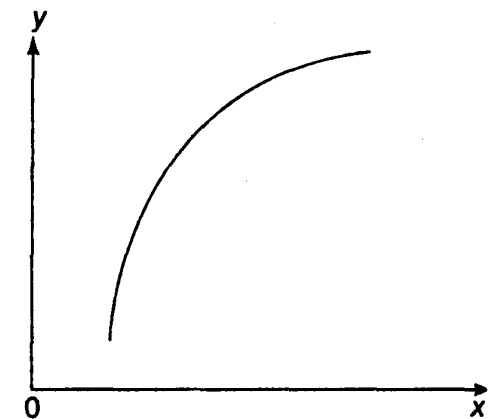
в)



г)



д)



е)

Рисунок 1 – Основные типы кривых, используемые при количественной оценке связей между двумя переменными:

а) $y = a + bx$;

б) $y = a + bx + cx^2$;

в) $y = a + b/x$;

г) $y = a + bx + cx^2 + dx^3$;

д) $y = a \cdot x^b$;

е) $y = a \cdot b^x$.

Чем меньше величина остаточной дисперсии, тем меньше влияние неучтенных в модели факторов на результативный признак, и лучше уравнение регрессии подходит к исходным данным. При обработке статистических данных на компьютере перебираются разные математические функции в автоматическом режиме, и из них выбирается та, для которой остаточная дисперсия является наименьшей.

Различают линейные и нелинейные регрессии.

Уравнение линейной регрессии имеет следующий вид:

$$y = a + bx + \varepsilon, \quad 3)$$

где a – свободный член уравнения,

b – коэффициент регрессии,

ε – случайная величина, характеризующая отклонение реального значения результативного признака от теоретического, найденного по уравнению регрессии.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные таблицы А. 1 приложения А, необходимо построить уравнение парной линейной регрессии. Промежуточные расчеты выполнять с использованием программного обеспечения MS Excel. По результатам расчетов сделать выводы.

5.2 Рассмотрим порядок выполнения работы на условном примере.

По территориям Восточно-Сибирского и Дальневосточного районов известны данные за ноябрь 20xx г. (табл. 1).

Таблица 1 – Исходные данные

Наименование района	Потребительские расходы на душу населения, тыс. руб.	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб.
<i>Восточно-Сибирский</i>		
1. Республика Бурятия	408	524
2. Республика Тыва	249	371
3. Республика Хакасия	253	453
4. Красноярский край	580	1016
5. Иркутская область	651	997
6. Усть-Ордынский Бурятский авт. округ	139	217
7. Читинская область	322	486
<i>Дальневосточный</i>		
8. Республика Саха (Якутия)	899	1989
9. Еврейская автономная область	330	595
10. Чукотский автономный округ	446	1550
11. Приморский край	642	937
12. Хабаровский край	542	761
13. Амурская область	504	767
14. Камчатская область	861	1720
15. Магаданская область	707	1738
16. Сахалинская область	557	1052

5.2.1 Так как расходы населения зависят от их доходов, то факторным признаком x (тыс. руб.) будут денежные доходы на душу населения, а потребительские расходы на душу населения – результативным y (тыс. руб.).

5.2.2 Поле корреляции, характеризующее зависимость расходов населения от их денежных доходов, представлено на рисунке 2.

Анализируя поле корреляции, можно предположить, что между изучаемыми переменными существует линейная зависимость.

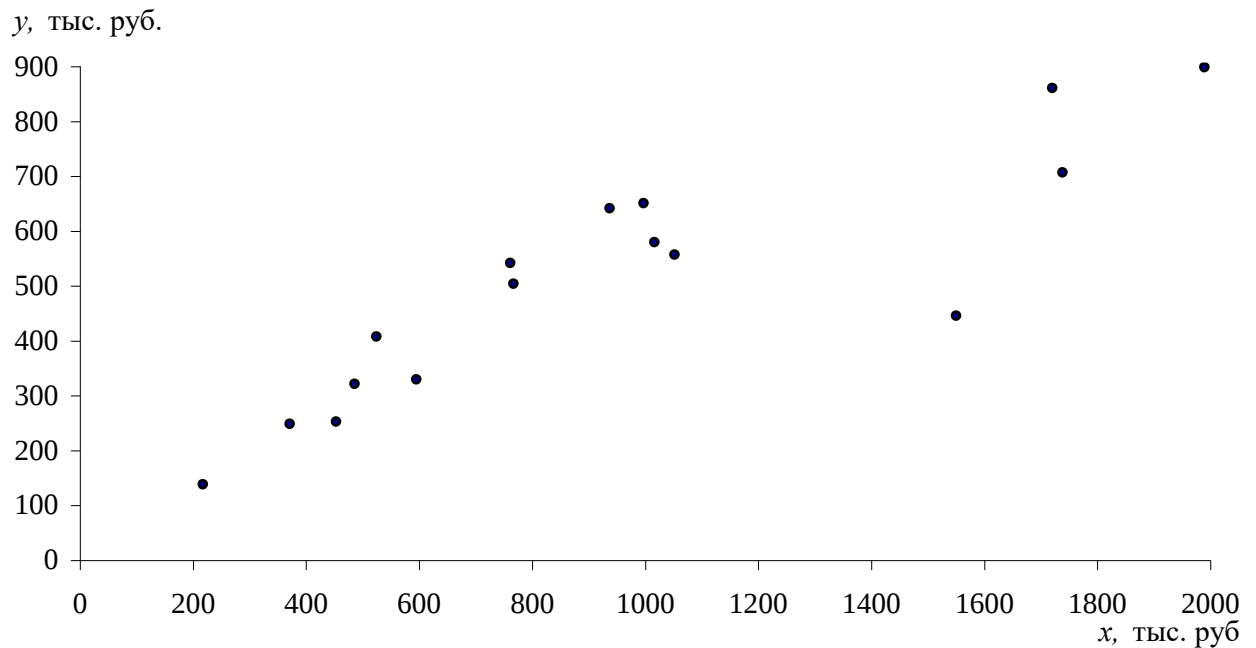


Рисунок 2 – Поле корреляции

5.2.3 Для расчета параметров a и b линейной регрессии $y = a + bx$ необходимо решить систему нормальных уравнений относительно a и b :

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i. \end{cases} \quad (4)$$

Для расчета можно воспользоваться готовыми формулами:

$$b = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad (5)$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}. \quad (6)$$

Промежуточные расчеты представим в таблице 2.

$$b = \frac{576109,81 - 948,31 \cdot 505,63}{273875,2} = 0,353,$$

$$a = 505,31 - 0,353 \cdot 948,31 = 171,07.$$

Уравнение регрессии: $y = 171,07 + 0,353 \cdot x$.

Следовательно, с увеличением денежных доходов на 1 тыс. руб. потребительские расходы населения возрастают в среднем на 0,353 тыс. руб.

Таблица 2 – Оценка параметров линейного уравнения регрессии

Номер района	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$\left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right $
1	524	408	213792	274576	166464	355,9	52,1	0,13
2	371	249	92379	137641	62001	302,0	-53,0	0,21
3	453	253	114609	205209	64009	330,9	-77,9	0,31
4	1016	580	589280	1032256	336400	529,5	50,5	0,09
5	997	651	649047	994009	423801	522,8	128,2	0,20
6	217	139	30163	47089	19321	247,6	-108,6	0,78
7	486	322	156492	236196	103684	342,5	-20,5	0,06
8	1989	899	1788111	3956121	808201	872,8	26,2	0,03
9	595	330	196350	354025	108900	381,0	-51,0	0,15
10	1550	446	691300	2402500	198916	717,9	-271,9	0,61
11	937	642	601554	877969	412164	501,6	140,4	0,22
12	761	542	412462	579121	293764	439,5	102,5	0,19
13	767	504	386568	588289	254016	441,7	62,3	0,12
14	1720	861	1480920	2958400	741321	777,9	83,1	0,10
15	1738	707	1228766	3020644	499849	784,2	-77,2	0,11
16	1052	557	585964	1106704	310249	542,2	14,8	0,03
Итого	15173	8090	9217757	18770749	4803060	x	0,0	3,33
Среднее значение	948,31	505,63	576109,8	1173171,8	300191,3	x	x	0,208
Дисперсия	273875,2	44534,6	x	x	x	x	x	x
СКО*	523,33	211,03	x	x	x	x	x	x

*СКО – среднеквадратическое отклонение

5.2.4 Оценить тесноту взаимосвязи факторного и результативного признаков можно с помощью коэффициента корреляции и детерминации. Используя данные таблицы 2, рассчитаем коэффициент корреляции, а также

коэффициенты детерминации. В приложении А (табл. А. 2) приведена характеристика силы связи в зависимости от значения коэффициента корреляции.

Коэффициент корреляции определяется по формуле:

$$r_{xy} = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}, \quad (7)$$

$$r_{xy} = 0,353 \cdot \frac{523,33}{211,03} = 0,875.$$

Так как коэффициент корреляции равен 0,875, то связь между исследуемыми признаками сильная, прямая.

Коэффициент детерминации можно найти по формуле:

$$D = r_{xy}^2. \quad (8)$$

$$D = 0,7656.$$

Следовательно, уравнением регрессии объясняется 76,56 % дисперсии результативного признака, а на долю прочих факторов приходится 23,44 % ее дисперсии (т. е. остаточная дисперсия).

5.2.5 Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат y от своей средней величины при изменении фактора x на 1 % от своего среднего значения и рассчитывается по формуле:

$$\Theta = f'(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}}, \quad (9)$$

где $f'(x)$ – первая производная, характеризующая соотношение приростов результата и фактора для соответствующей формы связи.

Для уравнения прямой $\hat{y} = 171,07 + 0,353 \cdot x$ коэффициент эластичности будет определяться по формуле:

$$\Theta = f'(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{b \cdot \bar{x}}{a + b \cdot \bar{x}}, \quad (10)$$

$$\Theta = \frac{0,353 \cdot 948,31}{171,07 + 0,353 \cdot 948,31} = 0,662 \, \%.$$

Расчеты показали, что при увеличении доходов населения на 1 %, потребительские расходы в среднем вырастут на 0,662 %.

5.2.6 Подставляя в уравнение регрессии фактические значения x , определим теоретические (расчетные) значения $\hat{y}_x$ (табл. 2). Найдем величину средней ошибки аппроксимации $\bar{A}$ по формуле:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100 \, \%. \quad (11)$$

Для анализируемой зависимости ошибка аппроксимации будет равна $\bar{A} = 0,208 \cdot 100\% = 20,8 \, \%$.

Допустимый предел значений ошибки аппроксимации составляет 8 – 10 %. Следовательно, выбранная модель недостаточно точно описывает исходную информацию. Поэтому данные уравнения регрессии можно использовать только для текущего анализа.

Большое значение ошибки аппроксимации объясняется сильной вариацией исходных данных, так по результативному признаку размах вариации составляет 722 тыс. руб. (при минимальном значении 139 и максимальном – 861). Из этого можно сделать вывод о неоднородности исходной совокупности данных.

5.2.7 Оценка значимости уравнения регрессии в целом дается с помощью F -критерия Фишера. При этом выдвигается гипотеза, что коэффициент регрессии равен нулю, т. е. $b = 0$, и, следовательно, фактор x не оказывает влияния на результат y . Для F -теста выполняется сравнение фактического $F_{расч}$ и критического (табличного) $F_{табл}$ значений критерия. Фактическое значение определяется из соотношения факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F_{расч} = \frac{D \cdot (n - m - 1)}{(1 - D) \cdot m}, \quad (12)$$

где D – коэффициент детерминации.

n – число единиц совокупности;

m – число параметров при переменных x .

$$F_{расч} = \frac{D \cdot (n - m - 1)}{(1 - D) \cdot m} = \frac{0,7656 \cdot (16 - 1 - 1)}{(1 - 0,7656) \cdot 1} = 45,73.$$

Расчетное значение необходимо сравнить с критическим, найденным по специальным таблицам (табл. А. 3). Табличное значение – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при степенях свободы $f_1 = m$ и $f_2 = n - m - 1$ и уровне значимости α .

Если $F_{табл} < F_{расч}$, то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если $F_{табл} > F_{расч}$, то гипотеза не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Табличное значение $F_{табл}$ равно 4,60 при $f_1 = 1$ и $f_2 = 16 - 1 - 1 = 14$ и $\alpha = 0,05$. Так как расчетное значение превышает табличное значение, это позволяет говорить о статистической значимости построенного уравнения регрессии.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать подробное описание выполненной работы, построенное корреляционное поле, результаты определения параметров уравнения регрессии, оценку тесноты взаимосвязи, оценку точности и адекватности построенной модели и выводы о возможности применения данной модели в дальнейших исследованиях.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Дать определение регрессии.
2. С использованием каких методов можно оценить параметры регрессии?

3. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов?
4. Какие показатели используются для оценки тесноты взаимосвязи между признаками?
5. С помощью каких показателей можно оценить точность и адекватность построенного уравнения?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 2

Оценка существенности параметров нелинейной регрессии и корреляции

1 Цель и содержание

Цель работы – изучить методику и приобрести практические навыки построения и оценки уравнения нелинейной регрессии.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Исходя из физического смысла явления произвести классификацию переменных на зависимую и объясняющую.
2. Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи.
3. Рассчитать параметры уравнения парной нелинейной регрессии.
4. Оценить тесноту связи с помощью показателей корреляции и детерминации.
5. Дать с помощью среднего (общего) коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.
6. Оценить с помощью средней ошибки аппроксимации качество уравнения.

7. С помощью критерия Фишера оценить статистическую надежность результатов регрессионного моделирования.

8. Рассчитать прогнозное значение результата, если прогнозное значение фактора увеличится на 10 % от его среднего уровня. Определить доверительный интервал прогноза для уровня значимости $\alpha = 0,05$.

2 Теоретическое обоснование

Нелинейные регрессии делятся на два класса:

- регрессии нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам;
- регрессии нелинейные по оцениваемым параметрам.

Регрессии *нелинейные по объясняющим переменным*:

- 1) полиномы разных степеней: $y = a + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 + \dots + b_n x^n + \varepsilon$;
- 2) равнобочная гиперболa: $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$.

Регрессии *нелинейные по оценивающим параметрам*:

- 1) степенная: $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;
- 2) экспоненциальная: $y = e^{a+bx} + \varepsilon$;
- 3) показательная: $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные лабораторной работы 1 (табл. А. 1), необходимо построить уравнение парной нелинейной регрессии. Промежуточные расчеты

выполнять с использованием программного обеспечения MS Excel. По результатам расчетов сделать выводы.

5.2 Рассмотрим порядок выполнения лабораторной работы на условном примере, представленном в лабораторной работе 1.

5.2.1 Так как расходы населения зависят от их доходов, то факторным признаком x (тыс. руб.) будут денежные доходы на душу населения, а потребительские расходы на душу населения – результативным y (тыс. руб.).

5.2.2 Поле корреляции, характеризующее зависимость расходов населения от их денежных доходов, представлено на рисунке 3.

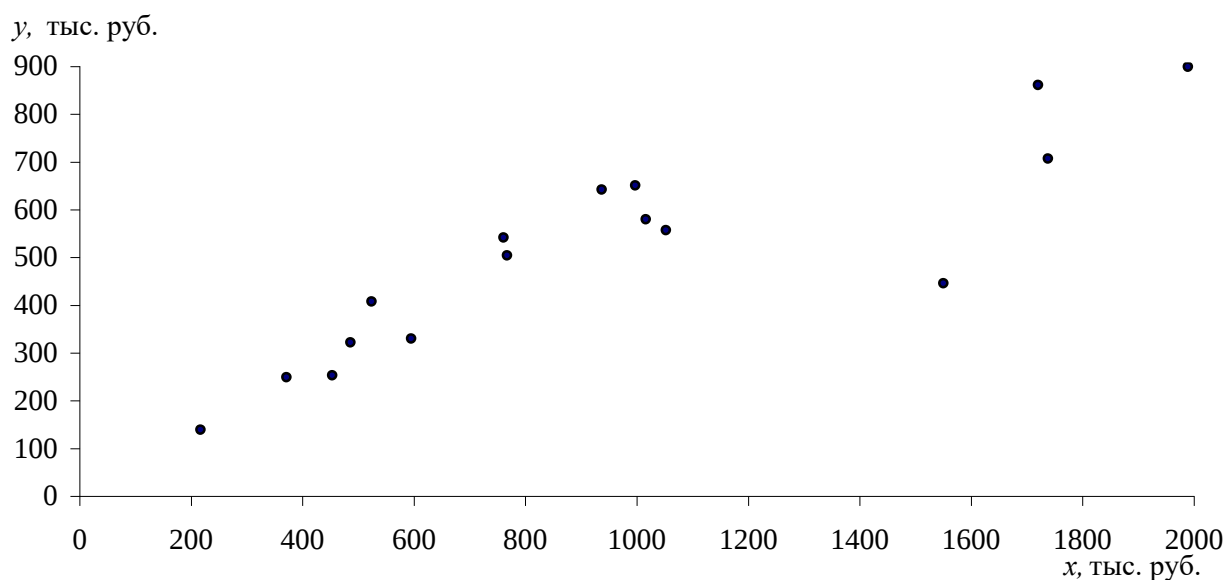


Рисунок 3 – Поле корреляции

Анализируя поле корреляции, можно предположить, что между изучаемыми переменными существует степенная зависимость.

5.2.3 Построению степенной модели $y = a \cdot x^b$ предшествует процедура линеаризации переменных. Линеаризацию можно провести путем логарифмирования обеих частей уравнения:

$$\lg y = \lg a + b \cdot \lg x; \quad (13)$$

$$Y = C + b \cdot X, \quad (14)$$

где $Y = \lg y$, $X = \lg x$, $C = \lg a$.

Результаты промежуточных расчетов представлены в таблице 3.

$$b = \frac{\overline{Y \cdot X} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{\sigma_X^2} = \frac{7,7723036 - 2,90453033 \cdot 2,65835692}{0,06832229} = 0,7468,$$

$$C = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 2,65836 - 0,7468 \cdot 2,90453 = 0,4892.$$

Таблица 3 – Оценка параметров степенной модели

Номер района	X_i	Y_i	$X_i \cdot Y_i$	X_i^2	Y_i^2	x_i	y_i	$\hat{y}_i$	$y_i - \hat{y}_i$	$\left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right $	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$
1	2,7193	2,6107	7,0992	7,3948	6,8155	524	408	331,1	76,9	0,19	9530,6	5914,31
2	2,5694	2,3962	6,1567	6,6017	5,7418	371	249	255,8	-6,8	0,03	65856,4	46,76
3	2,6561	2,4031	6,3829	7,0549	5,7750	453	253	297,0	-44,0	0,17	63819,4	1934,45
4	3,0069	2,7634	8,3093	9,0414	7,6365	1016	580	542,9	37,1	0,06	5531,6	1377,80
5	2,9987	2,8136	8,4371	8,9922	7,9162	997	651	535,3	115,7	0,18	21133,9	13390,79
6	2,3365	2,1430	5,0071	5,4590	4,5925	217	139	171,4	-32,4	0,23	134413,9	1050,12
7	2,6866	2,5079	6,7377	7,2180	6,2893	486	322	313,0	9,0	0,03	33718,1	81,10
8	3,2986	2,9538	9,7434	10,8810	8,7247	1989	899	896,6	2,4	0,00	154743,9	5,98
9	2,7745	2,5185	6,9877	7,6979	6,3429	595	330	364,1	-34,1	0,10	30844,1	1159,68
10	3,1903	2,6493	8,4523	10,1782	7,0190	1550	446	744,2	-298,2	0,67	3555,1	88930,05
11	2,9717	2,8075	8,3433	8,8312	7,8823	937	642	511,0	131,0	0,20	18598,1	17151,49
12	2,8814	2,7340	7,8777	8,3024	7,4748	761	542	437,5	104,5	0,19	1323,1	10920,96
13	2,8848	2,7024	7,7960	8,3220	7,3031	767	504	440,1	63,9	0,13	2,6	4087,04
14	3,2355	2,9350	9,4963	10,4686	8,6142	1720	861	804,4	56,6	0,07	126291,4	3208,34
15	3,2400	2,8494	9,2323	10,4979	8,1192	1738	707	810,6	-103,6	0,15	40551,9	10740,38
16	3,0220	2,7459	8,2980	9,1326	7,5397	1052	557	557,2	-0,2	0,00	2639,4	0,03
Итого	46,4725	42,5337	124,3569	136,0739	113,7868	x	x	x	77,92	x	712553,8	159999,3
Среднее значение	2,904530	2,658356	7,772303	8,505	7,112	x	505,6	x	x	0,15	44534,61	9999,96
Дисперси я	0,068322	0,044813	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
СКО*	0,2614	0,2117	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

*СКО – среднее квадратическое отклонение.

Получим линейное уравнение: $\hat{Y} = 0,4892 + 0,7468 \cdot X$.

Выполнив его потенцирование, получим:

$$\hat{y} = 10^{0,4892} \cdot x^{0,7468} = 3,0843 \cdot x^{0,7468}.$$

5.2.4 Оценить тесноту взаимосвязи факторного и результативного признаков можно с помощью индекса корреляции и детерминации. Используя данные таблицы 3, рассчитаем индекс корреляции для степенной модели, а также коэффициенты детерминации.

Индекс корреляции рассчитывается по формуле:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (15)$$

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{159999,3}{712553,8}} = 0,881.$$

Связь между изучаемыми признаками сильная.

Коэффициент детерминации равен $D = 0,7756$.

5.2.5 Коэффициент эластичности для уравнения степенной зависимости

$\hat{y} = 3,0843 \cdot x^{0,7468}$ определяется по формуле:

$$\Theta = f'(x) \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}^{b-1} \cdot \frac{\bar{x}}{a \cdot \bar{x}^b} = b, \quad (16)$$

$$\Theta = 0,7468 \text{ \%}.$$

Расчеты показали, что при увеличении доходов населения на 1 %, потребительские расходы в среднем вырастут на 0,747 %.

5.2.6 Для анализируемой зависимости ошибка аппроксимации будет равна $\bar{A} = 0,15 \cdot 100 \% = 15 \%$.

Так как допустимый предел значений ошибки аппроксимации составляет 8 – 10 %, то выбранная модель недостаточно точно описывает исходную информацию и ее можно использовать только для текущего анализа.

5.2.7 Оценка значимости уравнения регрессии в целом дается с помощью F -критерия Фишера.

$$F_{расч} = \frac{D \cdot (n-m-1)}{(1-D) \cdot m} = \frac{0,7758 \cdot (16-1-1)}{(1-0,7758) \cdot 1} = 48,44.$$

Расчетное значение необходимо сравнить с критическим, найденным по специальным таблицам (табл. А. 3). Табличное значение – это максимально возможное значение критерия под влиянием случайных факторов при степенях свободы $f_1 = m$ и $f_2 = n - m - 1$ и уровне значимости α .

Если $F_{табл} < F_{расч}$, то гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если $F_{табл} > F_{расч}$, то гипотеза не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Табличное значение $F_{табл}$ равно 4,60 при $f_1 = 1$ и $f_2 = 16 - 1 - 1 = 14$ и $\alpha = 0,05$. Так как расчетное значение превышает табличное значение, это позволяет говорить о статистической значимости построенного уравнения регрессии.

5.2.8 Прогнозное значение зависимой переменной $y_{прогноз}$ определяется путем подстановки в уравнение регрессии соответствующего (прогнозного) значения независимой переменной $x_{прогноз}$.

Если прогнозное значение денежных доходов населения составит: $x_{прогноз} = \bar{x} \cdot 1,10 = 948,31 \cdot 1,1 = 1043,14$ тыс. руб., тогда прогнозное значение потребительских расходов на душу населения составит:

$$y_{прогноз} = 3,0843 \cdot 1043,14^{0,7468} = 553,67 \text{ тыс.руб.}$$

Ошибка прогноза составит:

$$m_{y_{прогноз}} = \sigma_{ост} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{прогноз} - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}}, \quad (17)$$

где $\sum (x - \bar{x})^2 = n \cdot \sigma_x^2$,

$$\sigma_{ост} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m - 1}} = \sqrt{\frac{159999,3}{16 - 1 - 1}} = 106,9,$$

$$m_{y_{прогноз}} = 106,9 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{16} + \frac{(1043,14 - 948,31)^2}{16 \cdot 273875,2}} = 110,3 \text{ тыс. руб.}$$

Предельная ошибка прогноза, которая в 95 % случаев не будет превышена, составит: $\Delta_{y_{прогноз}} = t_{табл} \cdot m_{y_{прогноз}} = 2,1448 \cdot 110,3 = 236,6$.

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm \Delta_{\hat{y}_p}; \quad (18)$$

$$\gamma_{y_{прогноз}}^{(min)} = \hat{y}_p - \Delta_{\hat{y}_p}; \quad (19)$$

$$\gamma_{y_{прогноз}}^{(max)} = \hat{y}_p + \Delta_{\hat{y}_p}; \quad (20)$$

$$\gamma_{y_{прогноз}} = 553,67 \pm 236,6;$$

$$\gamma_{y_{прогноз}}^{(min)} = 553,67 - 236,6 = 317,07 \text{ тыс.руб.};$$

$$\gamma_{y_{прогноз}}^{(max)} = 553,67 + 236,6 = 790,27 \text{ тыс.руб.}$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать подробное описание выполненной работы, построенное корреляционное поле, результаты определения параметров уравнения регрессии, оценку тесноты взаимосвязи, оценку точности и адекватности построенной модели и выводы о возможности применения данной модели в дальнейших исследованиях.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Дать характеристики нелинейной регрессии.
2. Что подразумевается под процедурой линеаризации уравнения?

3. Какие виды нелинейных регрессий существуют?
4. Какой показатель используется для оценки тесноты взаимосвязи между признаками?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 3

Построение уравнений парной регрессии с использованием функции **ЛИНЕЙН** и функции Мастер диаграмм

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести практические навыки в использовании современных прикладных программ при построении уравнений парной регрессии.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Рассчитать параметры уравнения парной линейной регрессии с использованием функции **ЛИНЕЙН**.
2. Рассчитать параметры уравнений парной регрессии с использованием функции «Мастера диаграмм».

2 Теоретическое обоснование

Встроенная статистическая функция **ЛИНЕЙН** определяет параметры линейной регрессии $y = a + bx$.

Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке, указанном в следующей схеме:

Значение коэффициента b	Значение коэффициента a
Среднеквадратическое отклонение b	Среднеквадратическое отклонение a

Коэффициент детерминации R^2	Среднеквадратическое отклонение y
F – статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

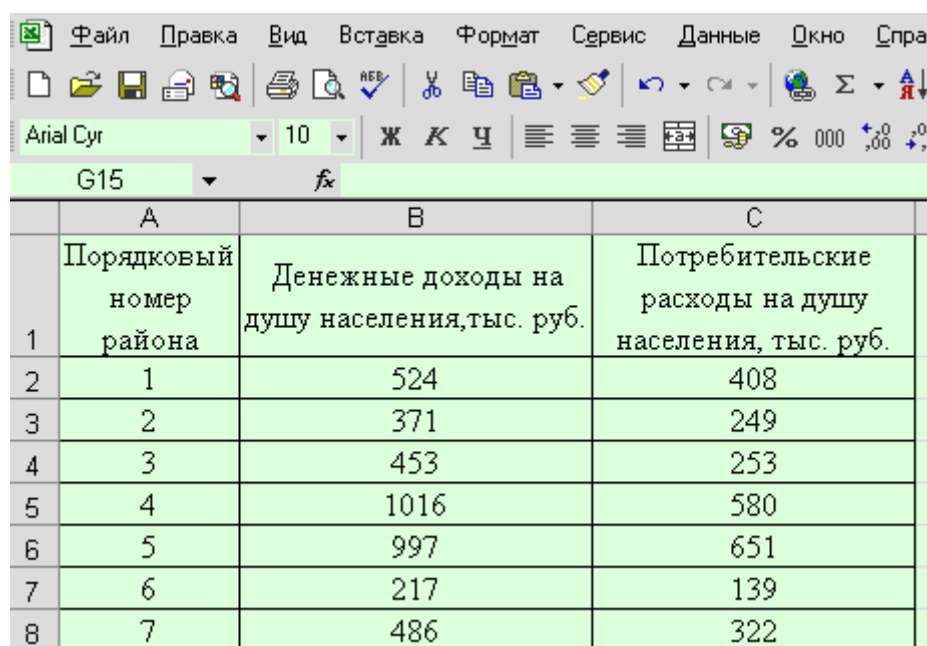
5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные лабораторной работы 1, необходимо построить уравнения парной регрессии с использованием функций **ЛИНЕЙН** и функции «Мастер диаграмм», проверив точность построения уравнения в лабораторных работах 1 и 2.

5.2 Проверим полученные результаты с помощью ППП MS EXCEL.

5.2.1 Порядок вычисления параметров уравнения линейной регрессии с использованием встроенной статистической функции **ЛИНЕЙН** следующий:

1) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащие анализируемые данные (рис. 3);



	А	В	С
1	Порядковый номер района	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб.	Потребительские расходы на душу населения, тыс. руб.
2	1	524	408
3	2	371	249
4	3	453	253
5	4	1016	580
6	5	997	651
7	6	217	139
8	7	486	322

Рисунок 3 – Фрагмент листа «Исходные данные для расчета уравнения парной регрессии»

2) выделите область пустых ячеек 5 строк×2 столбца (**F3:G7**) для вывода результатов регрессионной статистики;

3) активизируйте **Мастер функций** любым из способов:

а) в главном меню выберите **Вставка/Функция**;

б) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка функции f_x** ;

4) в окне Категория (рис. 4) выберите **Статистические**, в окне Функция – **ЛИНЕЙН**. Щелкните по кнопке **ОК**;

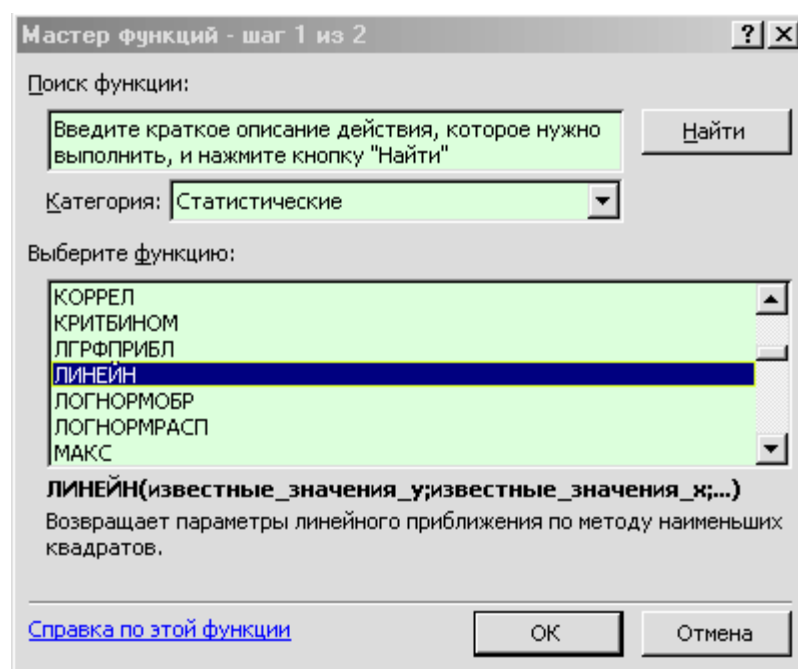


Рисунок 4 – Диалоговое окно «Мастер функций»

5) заполните аргументы функции (рис. 5):

Известные_значения_у – диапазон, содержащий данные результивного признака (ячейки **C2:C17**);

Известные_значения_х – диапазон, содержащий данные факторного признака (ячейки **B2:B17**);

Константа – логическое значение, которое указывает на наличие или на отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если *Константа* = 0, то свободный член равен нулю;

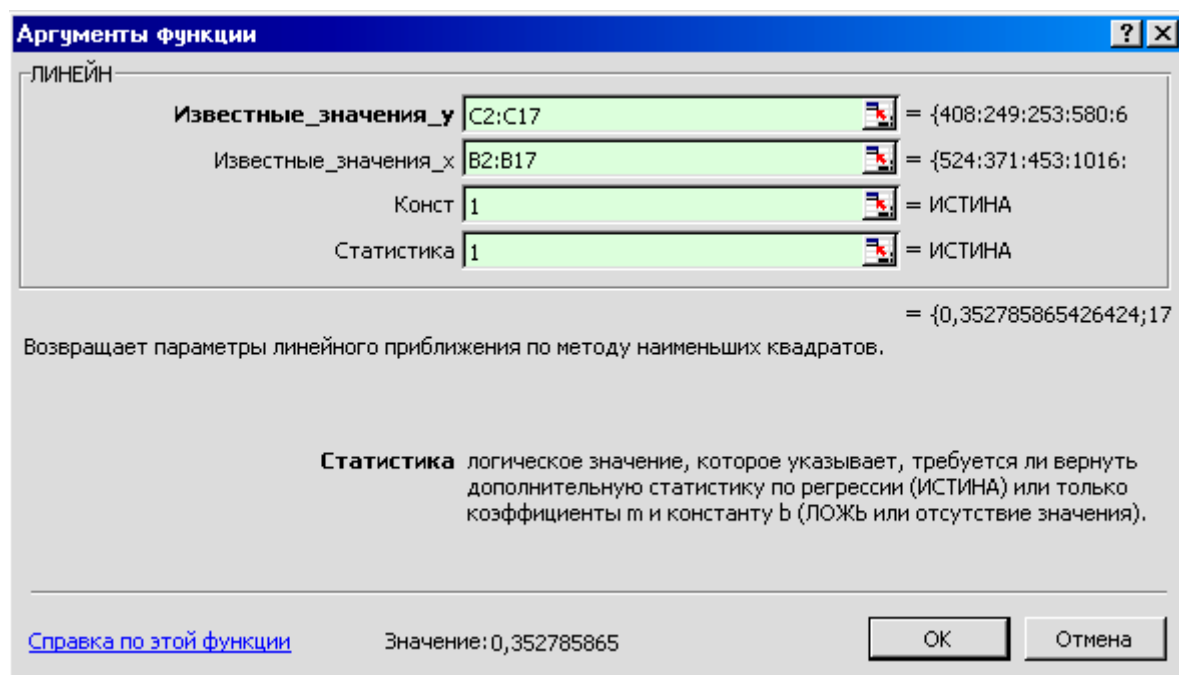


Рисунок 5 – Диалоговое окно ввода аргументов функции **ЛИНЕЙН**

Статистика – логическое значение, которое указывает, выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика* = 1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика* = 0, то выводятся только оценки параметров уравнения.

Щелкните по кнопке **ОК**

6) в левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите клавишу <F2>, а затем – на комбинацию клавиш <CTRL>+<SHIFT>+<ENTER> (рис. 6).

5.2.2 Для вычисления параметров уравнений парной регрессии в MS EXCEL можно также воспользоваться Мастером диаграмм.

Порядок построения следующий:

- 1) введите исходные данные или откройте существующий файл, содержащий анализируемые данные (рис. 3);
- 2) активизируйте Мастер диаграмм любым способом:
 - а) в главном меню выберите **Вставка/Диаграмма**;
 - б) на панели инструментов **Стандартная** щелкните на кнопке

Мастер диаграмм;

	A	B	C	D	E	F	G
1	Порядковый номер района	Денежные доходы на душу населения, тыс. руб.	Потребительские расходы на душу населения, тыс. руб.				
2	1	524	408			ЛИНЕЙН	
3	2	371	249			0,352786	171,0738
4	3	453	253			0,052202	56,54201
5	4	1016	580			0,765381	109,2765
6	5	997	651			45,6711	14
7	6	217	139			545374,8	167178,9
8	7	486	322				
9	8	1989	899				
10	9	595	330				

Рисунок 6 – Фрагмент листа «Результаты вычисления функции **ЛИНЕЙН**»

3) в окне *Тип* выберите **Точечная** (рис. 7); вид графика выберите в поле рядом со списком типов. Щелкните по кнопке **Далее**;



Рисунок 7 – Фрагмент диалогового окна Мастер диаграмм: тип диаграммы»

4) заполните диапазон данных, как показано на рисунке 8. Установите флажок размещения данных в столбцах (строках). Щелкните по кнопке **Далее**;

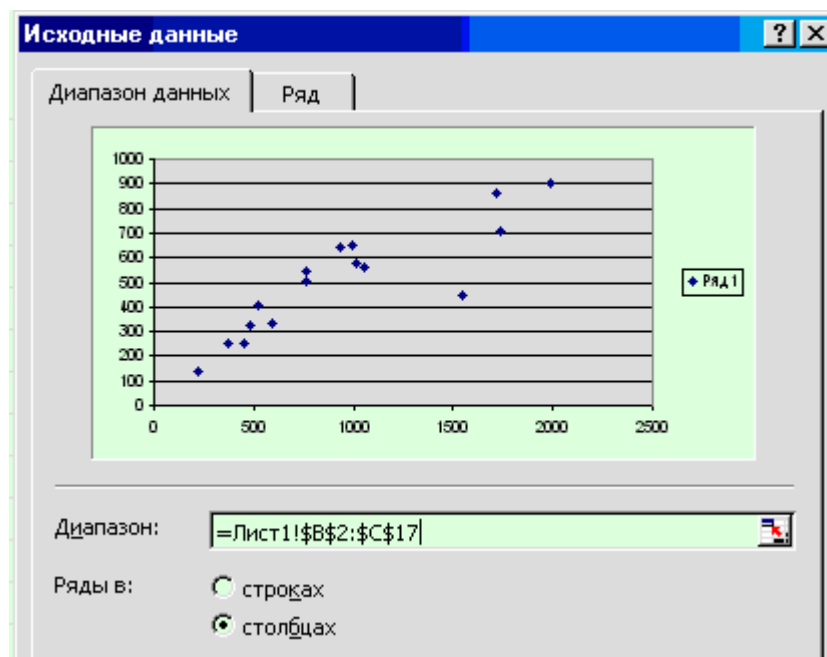


Рисунок 8 – Фрагмент диалогового окна Мастер диаграмм: исходные данные»

5) заполните параметры диаграммы на разных закладках (рис. 9.): название диаграммы и осей, значения осей, линия сетки, параметры легенды, таблица и подписи данных. Щелкните по кнопке **Далее**;



Рисунок 9 – Фрагмент диалогового окна Мастер диаграмм:
параметры диаграммы

6) укажите место размещения диаграммы на отдельном или имеющемся листе (рис. 10). Щелкните по кнопке **Готово**. Готовая диаграмма представлена на рисунке 11.

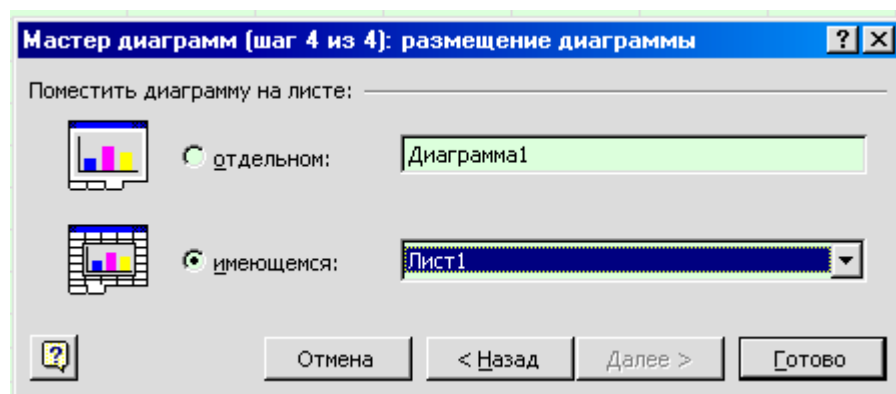


Рисунок 10 – Диалоговое окно Мастер диаграмм: размещение диаграммы

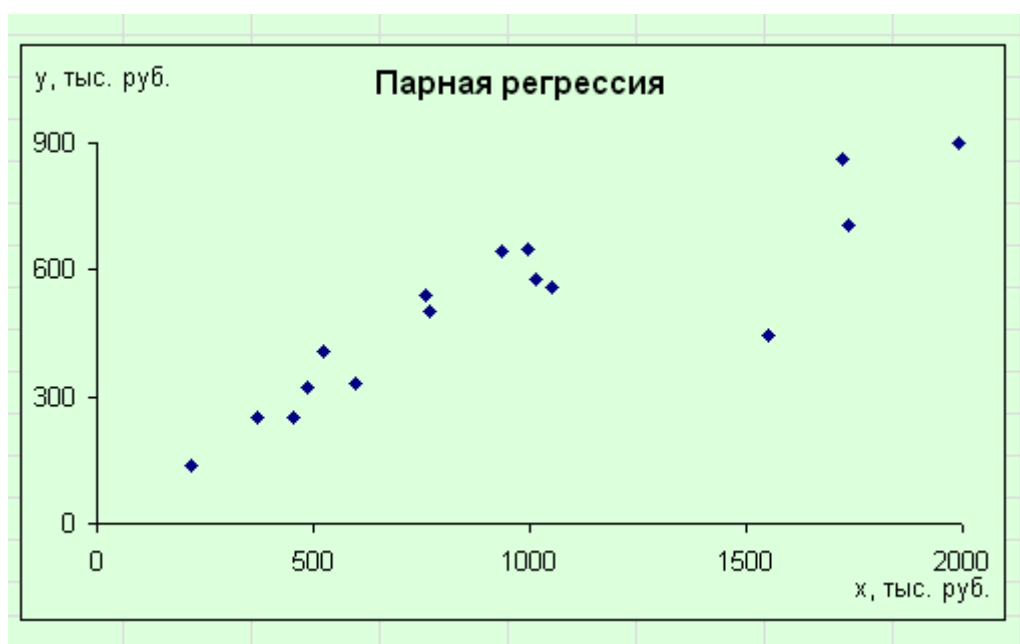


Рисунок 11 – Поле корреляции

В ППП MS EXCEL уравнение парной регрессии может быть добавлено в диаграмму. Для этого:

1) выделите область построения диаграммы; в главном меню выберите **Диаграмма/Добавить линию тренда**;

2) в появившемся диалоговом окне (рис. 12) выберите вид линии парной регрессии и задайте соответствующие параметры. Для полиномиальной функции необходимо задать степень полинома.

В качестве дополнительной информации на диаграмме можно отобразить уравнение регрессии и значение среднеквадратического отклонения, установив соответствующие флажки на закладке **Параметры**

(рис. 13). Щелкните по кнопке **ОК**.

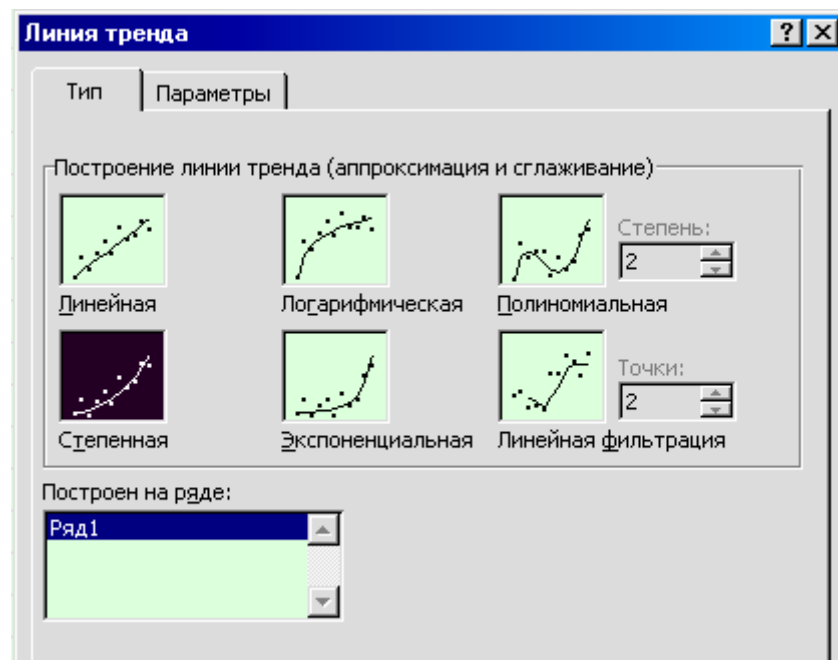


Рисунок 12 – Фрагмент диалогового окна типов линий тренда

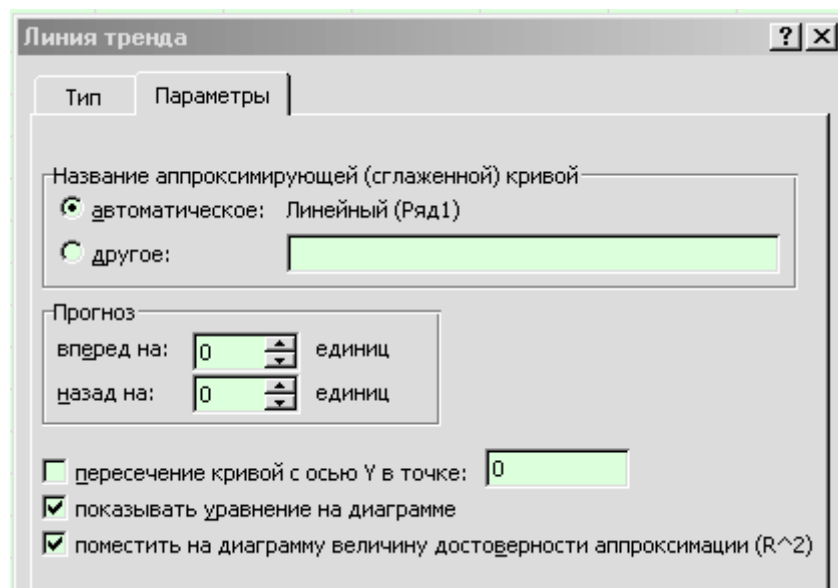


Рисунок 13 – Фрагмент диалогового окна параметров линии тренда

На рисунке 14 – 15 представлены результаты анализа взаимосвязи потребительских расходов от денежных доходов населения с использованием степенной и линейной функций.

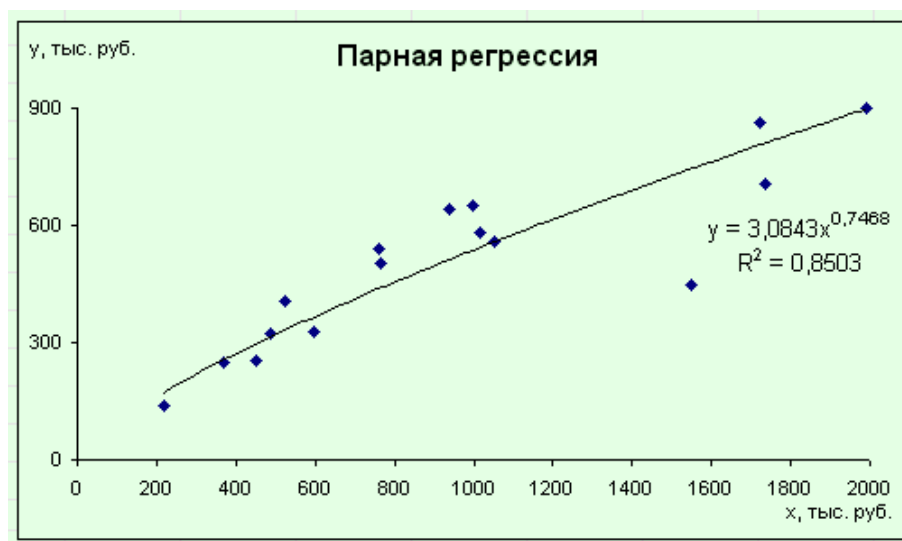


Рисунок 14 – Степенная функция регрессии

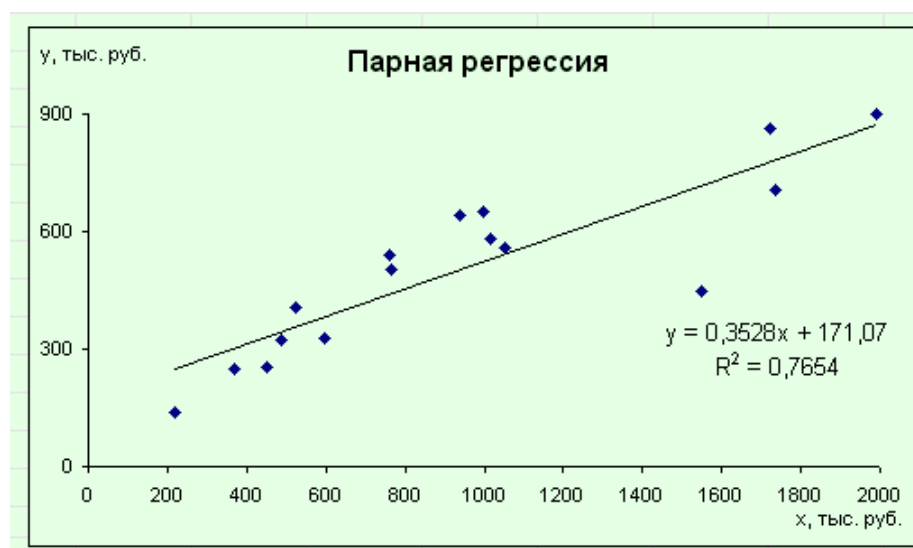


Рисунок 15 – Линейная функция регрессии

Значение коэффициента R^2 характеризует долю факторной дисперсии в общей дисперсии результативного признака. Анализ значений этих коэффициентов по двум моделям показывает, что уравнение степенной функции более точно описывает исходную информацию, и данное уравнение было правильно отобрано для прогнозирования.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать распечатанные результаты выполненной работы на компьютере, полученные графики и выводы по итогам

проделанной работы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Какие показатели регрессионной статистики позволяет получить функция **ЛИНЕЙН**?

2. Что характеризует значение коэффициента R^2 , полученное при построении уравнения регрессии?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 4

Оценка параметров уравнения множественной регрессии

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести практические навыки в использовании современных прикладных программ при построении уравнений множественной регрессии.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Установить цели и задачи исследования.
2. Основываясь на данных экономической литературы, сформировать перечень факторов, подлежащих исследованию.
3. Подготовить исходные данные.
4. Оценить параметры многофакторной корреляционно-регрессионной модели.

2 Теоретическое обоснование

Оценить влияние большого количества факторов на результативный показатель можно, введя их в модель, т. е. построив уравнение

множественной регрессии:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (21)$$

где y – результативный признак,

$x_1, x_2, \dots, x_m$ – факторные признаки.

Для построения уравнения множественной регрессии чаще всего используется линейная функция:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_m \cdot x_m + \varepsilon. \quad (22)$$

Разработка модели и исследование экономических процессов при использовании многофакторного корреляционно-регрессионного анализа включает в себя следующие основные этапы.

1. Постановка экономической проблемы и ее качественный анализ.
2. Формирование перечня факторов и их логический анализ.
3. Сбор исходных данных и их первичная обработка.
4. Спецификация функции регрессии.
5. Оценка параметров функции регрессии.
6. Отбор главных факторов.
7. Проверка адекватности модели.
8. Экономическая интерпретация.
9. Прогнозирование неизвестных значений зависимой переменной.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 По исходным данным о производственно-хозяйственной деятельности промышленных предприятий, приведенных в таблицах Б. 1 и Б.

2 приложения Б, необходимо:

- сформулировать задачи и цели построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели;
- определить минимальный объем выборки, необходимый для анализа;
- провести количественную оценку параметров уравнения множественной регрессии;
- сделать выводы.

5.2 Рассмотрим пример построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели уровня производительности труда рабочих промышленного предприятия.

5.2.1 Первые два этапа построения модели включают *априорное исследование экономической проблемы и формирование перечня факторов, и их логический анализ*. Априорное исследование уровня производительности труда рабочих предприятия требует анализа литературных источников по данной проблеме. В данном примере ограничимся известной теоретической проблемой: отбор главных факторов, определяющих производительности труда и оценка степени их влияния на ее уровень. В нашем примере производительность труда является зависимой переменной – y .

Рассмотрим влияние на производительность труда рабочих предприятия следующих факторов:

- x_1 – коэффициент сменности оборудования;
- x_2 – среднегодовая численность персонала;
- x_3 – фондоотдача;
- x_4 – среднегодовой фонд заработной платы персонала;
- x_5 – трудоемкость единицы продукции;
- y – производительность труда.

5.2.2 Третий этап построения модели включает *сбор исходных данных и их первичная обработка*.

Для получения статистически значимой модели на один факторный признак требуется объем выборки, равный 5 – 8 наблюдениям.

$$n_{\min} = 5 \cdot (m + k), \quad (23)$$

где m – число факторов, включаемых в модель;

k – число свободных членов в уравнении.

Так как в данную модель включены 5 факторов, то минимальный объем выборки равен 30 наблюдениям:

$$n_{\min} = 5 \cdot (5 + 1) = 30.$$

Исходные данные для выполнения многофакторного корреляционно-регрессионного анализа влияния факторов на зависимую переменную собраны в виде динамических рядов и представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Исходные данные

Номер наблюдения	Переменные					
	Объясняющие переменные					Зависимая переменная
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
1	2	3	4	5	6	7
1	1,35	7394	0,91	14257	0,23	9,35
2	1,39	11586	0,68	22661	0,43	9,87
3	1,16	26609	0,94	52509	0,31	8,17
4	1,27	7801	0,89	14903	0,26	9,12
5	1,16	11587	0,94	25587	0,49	5,88
6	1,25	9475	2,06	16821	0,36	6,30
7	1,13	10811	1,96	19459	0,37	6,22
8	1,10	6371	1,02	12973	0,43	5,49
9	1,15	26761	1,85	50907	0,35	6,50
10	1,23	4210	0,88	6920	0,38	6,61
11	1,39	3557	0,62	5736	0,42	4,32
12	1,38	14148	1,09	26705	0,30	7,37
13	1,35	9872	1,60	20068	0,32	7,02
14	1,42	59,75	1,53	11487	0,25	8,25

15	1,37	16662	1,40	32029	0,31	8,15
16	1,41	9166	2,22	18946	0,26	8,72

Продолжение табл. 4

1	2	3	4	5	6	7
17	1,35	15118	1,32	28025	0,37	6,64
18	1,48	11429	1,48	20968	0,29	8,10
19	1,24	6462	0,68	11049	0,34	5,52
20	1,40	24628	2,30	45893	0,23	9,37
21	1,45	49727	1,37	99400	0,17	13,17
22	1,40	11470	1,51	20719	0,29	6,67
23	1,28	19448	1,43	36813	0,41	5,68
24	1,33	18963	1,82	33956	0,41	5,22
25	1,22	9185	2,62	17016	0,22	10,02
26	1,28	17478	1,75	34873	0,29	8,16
27	1,47	6265	1,54	11237	0,51	3,78
28	1,27	8810	2,25	17306	0,36	6,48
29	1,51	17659	1,07	39250	0,23	10,44
30	1,46	10342	1,44	19074	0,26	7,65

5.2.3 Четвертый этап построения модели заключается в *спецификации функции регрессии*.

В нашем примере предполагаем, что имеет место множественная линейная регрессия, т. е. производительность труда линейно зависит от выбранных пяти факторов $x_1, x_2, \dots, x_5$. Уравнение регрессии имеет следующий вид:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + a_4 \cdot x_4 + a_5 \cdot x_5, \quad (24)$$

где $a_0, a_1, \dots, a_5$ – параметры уравнения регрессии, подлежащие оценке.

5.2.3 На пятом этапе построения модели происходит *оценка параметров функции регрессии*.

Данный этап выполняется с использованием программного продукта

EXCEL. Для этого данные таблицы 4 необходимо ввести в электронную таблицу EXCEL (рис. 16)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	№ наблюдения	Переменные						
2		Объясняющие переменные					Зависимая переменная	
3		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y	
4	1	1,35	7394	0,91	14257	0,23	9,35	
5	2	1,39	11586	0,68	22661	0,43	9,87	
6	3	1,16	26609	0,94	52509	0,31	8,17	
7	4	1,27	7801	0,89	14903	0,26	9,12	
8	5	1,16	11587	0,94	25587	0,49	5,88	
9	6	1,25	9475	2,06	16821	0,36	6,3	
10	7	1,13	10811	1,96	19459	0,37	6,22	
11	8	1,1	6371	1,02	12973	0,43	5,49	

Рисунок 16 – Фрагмент таблицы «Исходные данные»

Для выполнения регрессионного анализа в MS EXCEL имеется набор инструментов, называемый **Пакет анализа**, который может быть использован для решения сложных статистических задач. Порядок действий следующий:

1) проверьте доступ к пакету анализа. В главном меню последовательно выберите **Сервис/Надстройки**. Установите флажок **Пакет анализа** (рис. 17);

2) в главном меню выберите **Сервис/Анализ данных/Регрессия**. Щелкните по кнопке **ОК** (рис. 18).

3) заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 19):

во «*входной интервал Y*» – необходимо ввести ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные результативного признака. Для этого стрелкой «мыши» пометьте соответствующий интервал в таблице исходных данных. В данном примере следует выделить интервал **G3:G33**;

во «*входной интервал X*» – вводим ссылку на ячейки, содержащие данные всех факторов, т. е. $X_1 - X_5$, выделив с помощью «мыши» в таблице исходных данных интервал ячеек **B3:F33**;

Метки – флажок, который указывает, содержит ли первая строка

название столбцов или нет;

Константа – ноль – флажок, указывающий на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении;

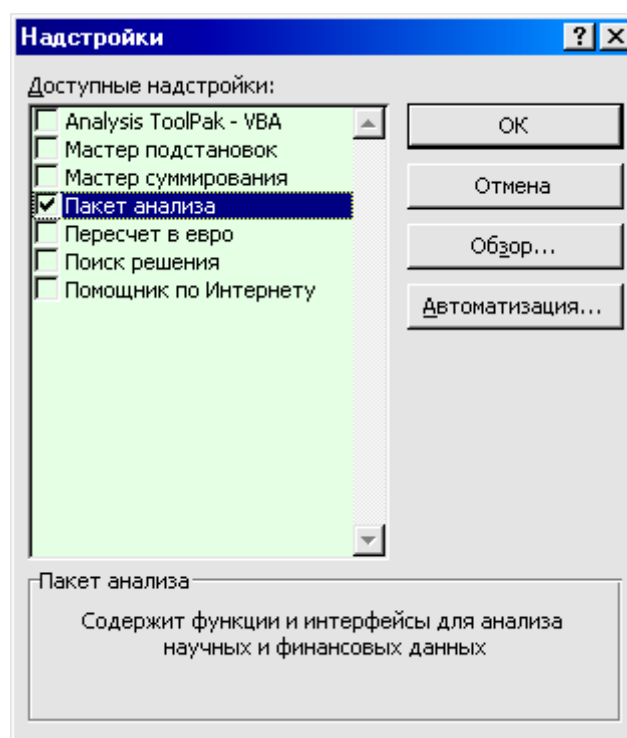


Рисунок 17 – Подключение надстройки Пакет анализа

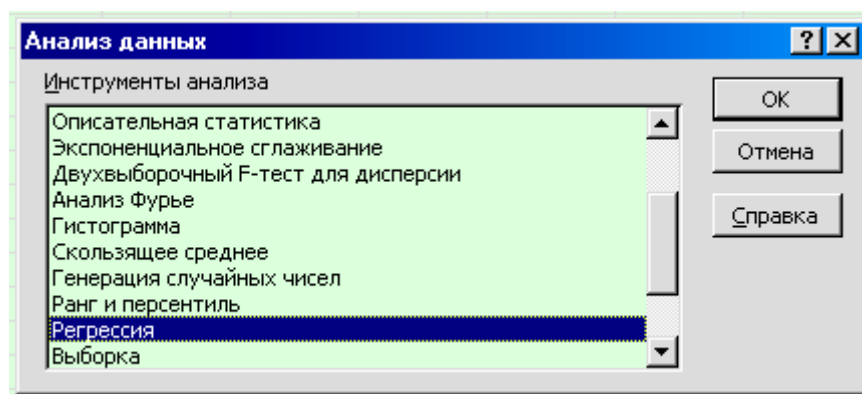


Рисунок 18 – Окно диалога «Анализ данных»

Уровень надежности – устанавливается флажок, если необходимо ввести уровень надежности, который будет использован дополнительно к уровню 95 %, применяемому по умолчанию;

Выходной интервал – достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона;

Новый рабочий лист – можно задать произвольное имя нового листа.

Если необходимо получить информации и графики остатков, установите соответствующие флажки в диалоговом окне. Щелкните по кнопке **ОК** (рис. 19).

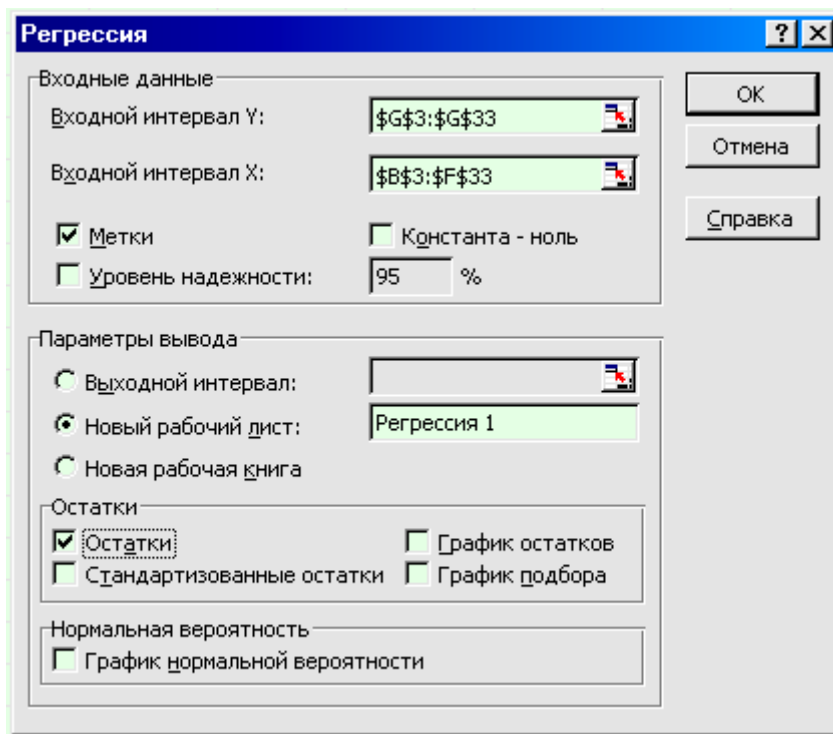


Рисунок 19– Диалоговое окно ввода параметров инструмента Регрессия

Результаты регрессионного анализа, выполненного с использованием **Пакета анализа**, выводятся на экран (рис. 20). Уравнение регрессии строится по данным, указанным в графе «Коэффициенты» (ячейки **B16:B22**). Строка «Y – пересечение» показывает значение свободного члена и соответствующих статистик, строки « $x_1 - x_5$ » – значения коэффициентов регрессии и соответствующих статистик. Уравнение регрессии имеет вид:

$$y = 11,58 + 0,681 \cdot x_1 - 0,0002 \cdot x_2 - 0,383 \cdot x_3 + 0,0001 \cdot x_4 - 16,17 \cdot x_5.$$

Для данной регрессии коэффициент множественной корреляции равен $R = 0,866$ (ячейка **B4**), что свидетельствует о высокой связи между выбранными факторными признаками и производительностью труда рабочих.

Коэффициент детерминации (ячейка **B5**) показывает, что 74,96 % вариации результативного признака – производительность труда рабочих,

объясняется вариацией факторных признаков входящих в модель.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,865799993					
5	R-квадрат	0,749609627					
6	Нормированный R-квадрат	0,697444966					
7	Стандартная ошибка	1,103215504					
8	Наблюдения	30					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	5	87,4479199	17,489584	14,370066	1,4852E-06	
13	Остаток	24	29,2100268	1,2170844			
14	Итого	29	116,657947				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	11,58184066	3,27284433	3,5387692	0,0016737	4,82702333	18,33666
18	X1	0,681409844	1,95681623	0,3482237	0,7307081	-3,3572595	4,720079
19	X2	-0,000179481	0,0001579	-1,136662	0,266902	-0,0005054	0,000146
20	X3	-0,382923848	0,40851186	-0,937363	0,3579098	-1,2260507	0,460203
21	X4	0,000124375	8,201E-05	1,5165827	0,1424343	-4,489E-05	0,000294
22	X5	-16,17392688	2,9950579	-5,400205	1,514E-05	-22,355421	-9,99243
23							
24							
25							
26	ВЫВОД ОСТАТКА						
27							
28	<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное Y</i>	<i>Остатки</i>				
29	1	8,879415847	0,47058415				
30	2	6,052824733	3,81717527				

Рисунок 20 – Результаты выполнения функции регрессии

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать постановку экономической проблемы исследования, результаты оценки параметров уравнения многофакторной регрессионной модели, распечатку полученных результатов анализа, а также выводы по итогам исследования.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Причины применения многофакторной регрессии.
2. Основные этапы построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели.

3. Что показывают коэффициенты множественной корреляции и детерминации?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 5

Отбор главных факторов при построении множественной регрессии

1 Цель и содержание

Цель работы – изучить процедуру отбора главных факторов, приобрести навыки оценки присутствия мультиколлинеарности.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Провести анализ факторов на мультиколлинеарность и исключить ее.
2. Провести анализ тесноты взаимосвязи факторов (x) с зависимой переменной (y).
3. Провести анализ факторов на управляемость.
4. Проверить коэффициенты регрессии на статистическую значимость.
5. Рассчитать коэффициенты β факторов.
6. Построить новую регрессионную модель без исключенных факторов.
7. Провести исследование целесообразности исключения факторов из модели с помощью коэффициента детерминации.

2 Теоретическое обоснование

После построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели необходимо провести отбор главных факторов, оказывающих наиболее сильное влияние на функцию Y , т. к. модель, включающая большое количество факторов, неустойчива. Неустойчивость модели заключается в

необъективном отражении изменения Y при соответствующих изменениях факторов. Отбор факторов производится на основе анализа значений специальных статистических характеристик.

Процедура отбора главных факторов включает следующие этапы:

1. Анализ факторов на мультиколлинеарность и ее исключение.
2. Анализ тесноты взаимосвязи факторов с зависимой переменной.
3. Анализ факторов на управляемость.
4. Проверка коэффициентов регрессии на статистическую значимость.
5. Анализ коэффициентов β факторов.
6. Построение новой регрессионной модели без исключенных факторов.
7. Исследование целесообразности исключения факторов из модели с помощью коэффициента детерминации.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные лабораторной работы 4, необходимо провести отбор главных факторов.

5.2 Рассмотрим пример процедуры отбора главных факторов, используя при этом данные предыдущей работы.

Шестой этап построения многофакторной модели включает в себя *отбор главных факторов*. Процедура отбора главных факторов происходит в семь этапов.

5.2.1 *Анализ факторов на мультиколлинеарность и ее исключение.*

Определение мультиколлинеарности проводится путем анализа значений коэффициентов парной корреляции r_{ij} между факторами x_i и x_j .

Если $|r_{ij}| \geq 0,7$, то факторы x_i и x_j мультиколлинеарны.

Для получения коэффициентов парной корреляции необходимо вычислить корреляционную матрицу. Для этого необходимо:

- 1) вернуться на лист «Данные 1»;
- 2) в главном меню выбрать **Сервис/Анализ данных/Корреляция**.

Щелкните по кнопке **ОК**;

- 3) заполнить диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 21):

во «*входной интервал*» – вводим ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные. Для этого стрелкой «мыши» необходимо выделить в таблице исходных данных интервал ячеек **B3:G33**, т. е. следует выделить все 6 столбцов и 30 строк таблицы;

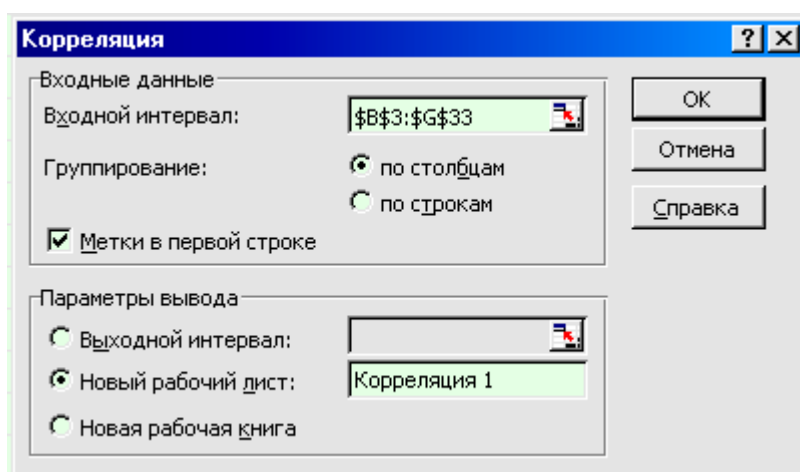


Рисунок 21 –Диалоговое окно ввода параметров инструмента Корреляция

Группирование – по столбцам или строкам необходимо указать дополнительно;

Метки – флажок, который указывает, содержит ли первая строка название столбцов или нет;

Выходной интервал – достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона;

Новый рабочий лист – можно задать произвольное имя нового листа.

Результаты корреляционного анализа представлены на рисунке 22.

В рассматриваемом примере мультиколлинеарность присутствует между факторами x_2 и x_4 (коэффициент парной корреляции между ними равен 0,989).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		X1	X2	X3	X4	X5	Y	
2	X1	1						
3	X2	0,06692	1					
4	X3	-0,02299	0,1277	1				
5	X4	0,09539	0,98948	0,11098	1			
6	X5	-0,35207	-0,33185	-0,25466	-0,36902	1		
7	Y	0,33055	0,49968	0,08809	0,54848	-0,80284	1	
8								

Рисунок 22 – Корреляционная матрица

Для устранения мультиколлинеарности один из факторов необходимо исключить из модели. Факторы, подлежащие исключению, определяются в ходе оценки следующих статистических характеристик: коэффициента парной корреляции между факторным и результативным признаками $r_{x_i y}$, коэффициента β , критерия Стьюдента.

5.2.2 Анализ тесноты взаимосвязи факторов с зависимой переменной.

Для анализа тесноты взаимосвязи x и y используются значения коэффициента парной корреляции между фактором и функцией ($r_{x_i y}$), представленные в последней строке корреляционной матрицы.

Факторы, для которых $r_{x_i y} = 0$, т. е. несвязанные с y , подлежат исключению в первую очередь. Факторы, имеющие наименьшее значение $r_{x_i y}$, могут быть потенциально исключены из модели. В данном примере фактор x_2 мультиколлинеарный с фактором x_4 , в меньшей степени связан с результативным признаком ($r_{x_2 y} = 0,4997$), поэтому этот фактор потенциально исключается из модели.

Фактор x_3 необходимо исключить из модели, так как коэффициент парной корреляции между этим фактором и результативным признаком близок к нулю ($r_{x_3y} = 0,0881$).

Вопрос об их окончательном исключении решается в ходе анализа других статистических характеристик.

5.2.3 Анализ факторов на управляемость.

В ходе логического анализа на основе экономических знаний исследователь должен сделать вывод: можно ли разработать организационно-технические мероприятия, направленные на улучшение (изменение) выбранных факторов на уровне предприятия. Если это возможно, то данные факторы управляемы. Неуправляемые факторы на уровне предприятия могут быть исключены из модели. В данном случае все факторы являются управляемыми на уровне предприятия.

5.2.4 Проверка коэффициентов регрессии на статистическую значимость.

Проверка может быть произведена двумя способами: по критерию Стьюдента и по критерию Фишера.

В данном примере остановимся на проверке статистической значимости коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента:

$$t_k = \frac{a_k}{S_{a_k}}, \quad (25)$$

где a_k – коэффициент регрессии при k -м факторе;

S_{a_k} – стандартное отклонение оценки параметра a_k .

Критерий Стьюдента уже был вычислен при выполнении регрессионного анализа (см. Лист «Регрессия 1», столбец « t – статистика», рис. 20).

Число степеней свободы статистики t_k равно $f = n - m - 1$, где n – количество наблюдений, m – количество факторов, включенных в модель.

Расчетное значение показателя t , сравнивают с критическим значением, найденным по таблице Б. 3.

При заданном уровне значимости $\alpha = 0,05$ и числе степеней свободы $f = 30 - 5 - 1 = 24$, в данном примере $t_{24, 0,05}^{табл} = 2,064$.

Так как все значения t_k удовлетворяют неравенству $t_k < t^{табл}$ (за исключением x_5), следовательно, влияние выбранных факторов на зависимую переменную статистически незначимо, и полученную регрессионную модель можно использовать только для текущего анализа.

5.2.5 Анализ коэффициентов β факторов.

Для того, чтобы определить, какие факторы подлежат исключению, проведем анализ коэффициентов β факторов.

Коэффициент β показывает влияние анализируемых факторов на результативный признак с учетом различий в уровне их колеблемости:

$$\beta_k = a_k \frac{\sigma_{x_k}}{\sigma_y}, \quad (26)$$

где β_k – коэффициент β k -го фактора;

σ_{x_k} – среднеквадратическое отклонение k -го фактора;

σ_y – среднеквадратическое отклонение функции;

a_k – коэффициент регрессии при k -м факторе.

Из двух факторов x_i и x_j может быть исключен тот фактор, который имеет меньшее значение β .

Для расчета коэффициентов β предварительно необходимо рассчитать среднеквадратическое отклонение (в EXCEL оно называется стандартным отклонением) факторов и функции. Для этого:

1) на листе «Данные 1» в ячейку **A34** введите наименование «Среднеквадратическое отклонение» и установите курсор в ячейку **B34**;

2) активизируйте **Мастер функций** любым из способов:

а) в главном меню выберите **Вставка/Функция**;

б) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка функции f_x** ;

3) в окне Категория (рис. 23) выберите **Статистические**, в окне Функция – **СТАНДОТКЛОН**. Щелкните по кнопке **ОК**;

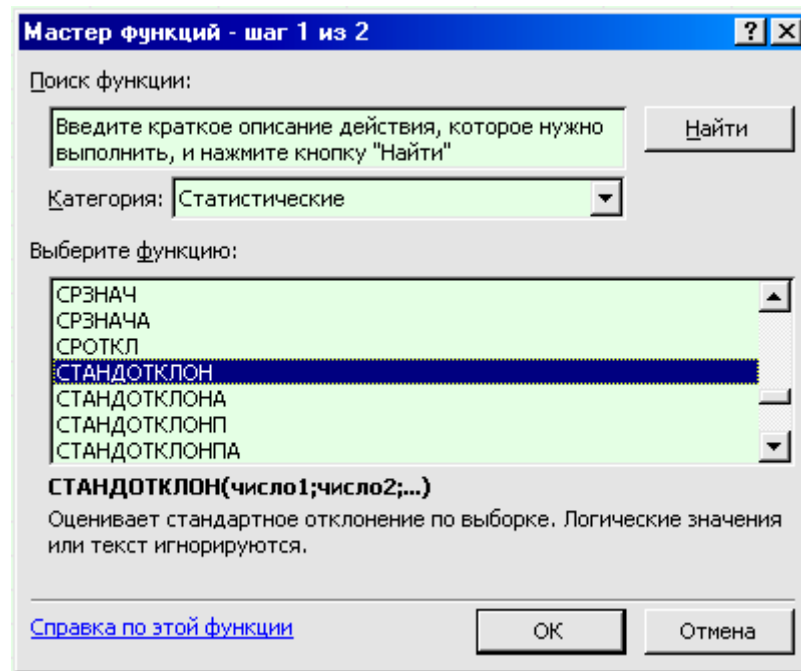


Рисунок 23 – Диалоговое окно «**Мастер функций**»

4) заполните диалоговое окно ввода данных: в строку «Число 1» введите интервал ячеек **B4:B33**. Для этого с помощью «мыши» необходимо выделить столбец фактора x_1 в таблице «Исходные данные» и щелкнуть по кнопке **ОК** (рис. 24);

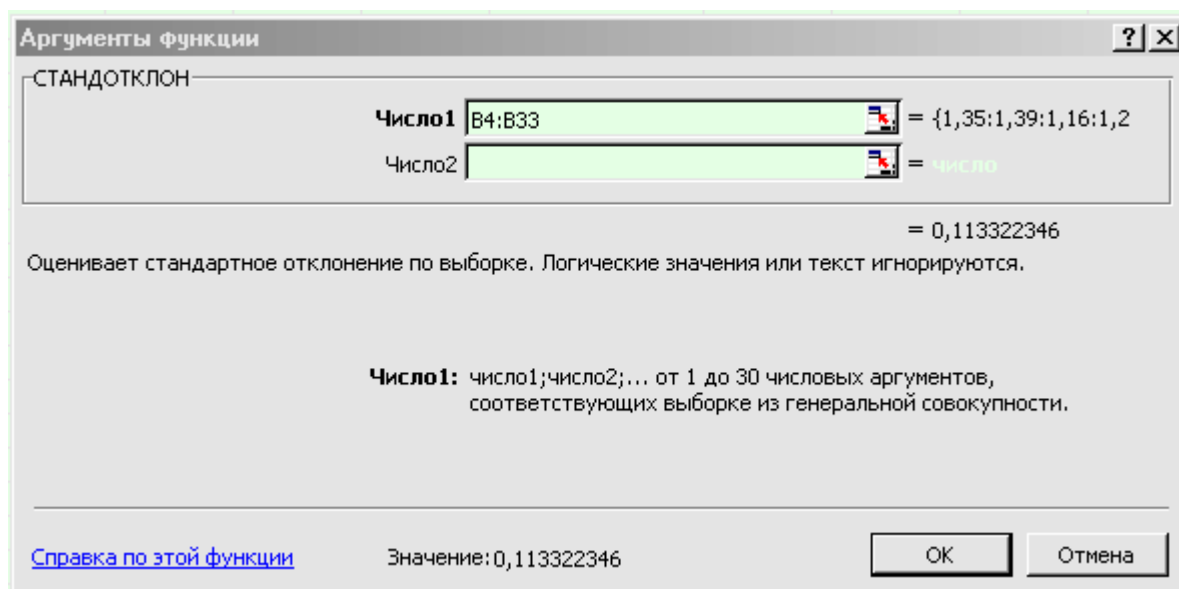


Рисунок 24 – Диалоговое окно «Среднеквадратическое отклонение»

5) скопируйте ячейку **B34** с результатом выполнения функции «СТАНДОТКЛОН» в интервал ячеек **C34:G34** с помощью кнопок «Копировать» и «Вставить» на панели инструментов «Стандартная» или используя **контекстное меню** (контекстное меню вызывается нажатием на правую кнопку «мыши»).

Таким образом, будет рассчитано стандартное отклонение для анализируемых факторов и функции y (рис. 25);

	A	B	C	D	E	F	G	H
30	27	1,47	6265	1,54	11237	0,51	3,78	
31	28	1,27	8810	2,25	17306	0,36	6,48	
32	29	1,51	17659	1,07	39250	0,23	10,44	
33	30	1,46	10342	1,44	19074	0,26	7,65	
34	Среднеквадратическое отклонение	0,11	9478,02	0,53	18493,47	0,08	2,01	
35								

Рисунок 25 – Фрагмент листа «Расчет среднеквадратического отклонения»

6) на листе «**Корреляция 1**» создайте таблицу для расчета коэффициентов β . В столбце **A** разместите результативный признак Y и мультиколлинеарные факторы x_2 и x_4 . В столбец **B** – коэффициенты a_k ,

которые скопируйте с листа «Регрессия 1». В столбец С необходимо скопировать среднеквадратическое отклонение с листа «Данные 1» следующим образом:

а) скопировать ячейку **C34** на листе «Данные 1» с помощью кнопки «Копировать» или контекстного меню;

б) перейти на лист «Корреляция 1», поставить курсор в ячейку **C14**, вызвать с помощью правой кнопки контекстное меню, отметить «Специальная вставка» (рис. 26);

в) в появившемся диалоговом окне отметить «Вставить значения», щелкнуть по кнопке **ОК**. Аналогично скопировать остальные значения среднеквадратического отклонения;

7) в ячейку **D14** необходимо ввести формулу для расчета коэффициента β следующим образом:

а) активизировать строку формул, набрав с клавиатуры знак «равно»;

б) с помощью «мыши» отметить ячейку **B14**, на клавиатуре нажать знак «умножить», отметить ячейку **C14**, на клавиатуре нажать знак «разделить», отметить ячейку **C13**, нажать клавишу **F4** на клавиатуре и щелкнуть по кнопке **ОК**;

в) скопировать ячейку **D14** в ячейку **D15**.

Результаты расчета коэффициентов β представлены на рисунке 27.

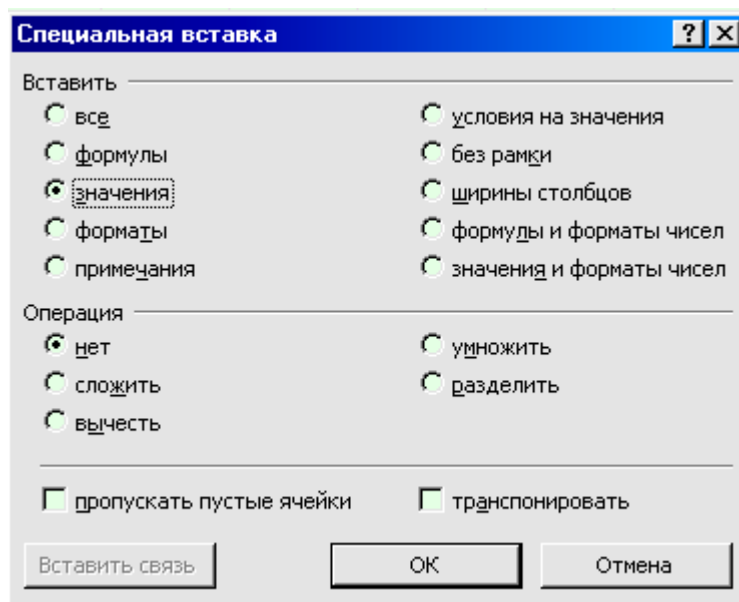


Рисунок 26 – Диалоговое окно «Специальная вставка»

D14 fx =B14*C14/\$C\$13				
	A	B	C	D
9				
10		Расчет коэффициентов β		
11				
		коэффициенты регрессии	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент β
12				
13	Y	11,5818	2,01	
14	X2	-0,0002	9478,02	-0,8482
15	X4	0,0001	18493,47	1,1468
16				

Рисунок 27 – Результаты расчета коэффициента β

Из двух факторов x_i и x_j может быть исключен тот фактор, который имеет меньшее значение коэффициента β . Следовательно, исключить необходимо фактор x_2 .

5.2.6 Построение новой регрессионной модели без исключенных факторов.

После исключения факторных признаков x_2 и x_3 таблица исходных данных должна быть преобразована следующим образом:

- 1) вернитесь на лист «Данные 1» и скопируйте всю таблицу исходных данных на чистый рабочий лист;

2) удалите столбцы, соответствующие удаляемым факторным признакам (рис. 28);

	A	B	C	D	E	F
1	№ наблюдения	Переменные				
2		Объясняющие переменные			Зависимая переменная	
3		X_1	X_4	X_5	Y	
4	1	1,35	14257	0,23	9,35	
5	2	1,39	22661	0,43	9,87	
6	3	1,16	52509	0,31	8,17	
7	4	1,27	14903	0,26	9,12	
8	5	1,16	25587	0,49	5,88	
9	6	1,25	16821	0,36	6,3	
10	7	1,13	19459	0,37	6,22	

Рисунок 28 – Фрагмент листа «Данные 2»

3) переименуйте лист – «Данные 2»;

4) для новых исходных данных выполните функции «Регрессия» и «Корреляция»;

5) переименуйте листы с полученными результатами соответственно «Корреляция 2» (рис. 29) и «Регрессия 2» (рис. 30).

	A	B	C	D	E
1		X_1	X_4	X_5	Y
2	X_1	1			
3	X_4	0,095393	1		
4	X_5	-0,35207	-0,36902	1	
5	Y	0,330551	0,548481	-0,80284	1
6					

Рисунок 29 – Фрагмент листа «Корреляция 2»

	A	B	C	D	E	F
1	ВЫВОД ИТОГОВ					
2						
3	Регрессионная статистика					
4	Множественный R	0,849727042				
5	R-квадрат	0,722036047				
6	Нормированный R-квадрат	0,689963283				
7	Стандартная ошибка	1,116772549				
8	Наблюдения	30				
9						
10	Дисперсионный анализ					
11		df	SS	MS	F	Значим
12	Регрессия	3	84,2312426	28,07708087	22,5124361	2,131
13	Остаток	26	32,4267041	1,247180925		
14	Итого	29	116,657947			
15						
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижний
17	Y-пересечение	10,37517073	3,10394704	3,342573377	0,00252441	3,9948
18	X1	1,17315645	1,9567209	0,599552266	0,55399404	-2,84
19	X4	3,19532E-05	1,2075E-05	2,646292321	0,01363168	7,133
20	X5	-16,11121015	2,84404709	-5,664888677	5,869E-06	-21,98
21						
22						
23						
24	ВЫВОД ОСТАТКА					

Рисунок 30 – Фрагмент листа «Регрессия 2»

5.2.7 Исследование целесообразности исключения факторов из модели с помощью коэффициента детерминации.

Прежде чем вынести окончательное решение об исключении переменных из анализа в силу их незначимого влияния на зависимую переменную, производят исследования совместного влияния факторов.

Для этого используется статистика, которая имеет F -распределение со степенями свободы $f_1 = m - m_1 = m_2$ и $f_2 = n - m - 1$:

$$F = \frac{(D_m - D_{m_1}) \cdot (n - m - 1)}{(m - m_1) \cdot (1 - D_m)}, \quad (27)$$

где D_m – означает коэффициент детерминации регрессии с m объясняющими переменными,

D_{m_1} – коэффициент детерминации регрессии с m_1 – факторами,

m – число переменных в первой регрессии;

m_1 – число переменных во второй регрессии.

Расчетное значение необходимо сравнить с критическим значением $F_{f_1 f_2}$, найденным по специальным таблицам при заданном уровне значимости α и степенях свободы f_1 и f_2 (табл. А. 3).

Если $F_{расч} \leq F_{f_1 f_2 \alpha}$, то включение дополнительно объясняющих переменных совместно не оказывает значимого влияния на переменную y и факторы окончательно исключаются из модели.

Если $F_{расч} > F_{f_1 f_2 \alpha}$, то исключенные объясняющие переменные совместно оказывают существенное влияние на вариацию переменной y и, следовательно, в этом случае все переменные нельзя исключать из модели.

Вычислим $F_{расч}$:

$$F_{расч} = \frac{(0,7496 - 0,7220) \cdot (30 - 5 - 1)}{(5 - 3) \cdot (1 - 0,7496)} = 1,32.$$

С помощью таблицы А. 3 определим критическое значение F – статистики при $f_1 = 5 - 3 = 2$ и $f_2 = 30 - 5 - 1 = 24$, и уровне значимости $\alpha = 0,05$. Табличное значение F – статистики равно $F_{2;24;0,05} = 3,4028$,

Так как $1,32 < 3,40$, следовательно, ранее исключенные факторы x_2 и x_3 совместно не оказывают статистически значимого влияния на переменную y .

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать результаты отбора главных факторов, распечатку полученных результатов, выводы по итогам проделанной работы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Мультиколлинеарность и причины ее возникновения.
2. К чему приводит присутствие мультиколлинеарных факторов во множественной регрессии?
3. В чем заключается процедура отбора главных факторов?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 6

Оценка надежности результатов множественной регрессии и корреляции

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести практические навыки оценки надежности уравнения множественной регрессии.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Проверить адекватность модели с использованием коэффициента детерминации.
2. Проверить качество подбора теоретического уравнения с использованием средней ошибки аппроксимации
3. Дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

2 Теоретическое обоснование

Проверка адекватности построенной модели проводится путем оценки значимости коэффициента детерминации, т. е. оценивания влияния выбранных факторов на зависимую переменную, которая производится с помощью F – статистики:

$$F = \frac{D(n-m-1)}{m(1-D)}, \quad (28)$$

где D – коэффициент множественной детерминации (второй регрессии).

Расчетное значение F – статистики, вычисленное по эмпирическим данным, сравнивается с табличным значением, которое определяется по

таблице А. 3, при заданном уровне значимости α и степенях свободы: $f_1 = m$ и $f_2 = n - m - 1$.

Проверку качества подбора теоретического уравнения с использованием средней ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100, \% \quad (29)$$

где y_i – фактическое значение результативного признака для i -го наблюдения;

$\hat{y}_i$ – теоретическое значение результативного признака для i -го наблюдения, вычисленное по уравнению множественной регрессии.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные лабораторных работ 4 и 5, необходимо провести оценку надежности и точности полученного уравнения множественной регрессии.

5.2 Рассмотрим процедуру оценки надежности и точности полученного уравнения множественной регрессии, используя при этом данные предыдущих работ.

Седьмой этап построения многофакторной модели включает в себя *проверку адекватности модели*.

Данный этап анализа включает:

а) оценку значимости коэффициента детерминации, т. е. оценивается

влияние выбранных факторов на зависимую переменную, она производится с помощью F – статистики.

Расчетное значение F – статистики, вычисленное по формуле (28) с использованием эмпирических данных, составляет:

$$F_{расч} = \frac{0,722 \cdot (30-3-1)}{3 \cdot (1-0,722)} = 22,5.$$

Табличное значение F – статистики равно: $F_{3;26;0,05} = 3,369$ при $f_1 = 3$ и $f_2 = 26$ и $\alpha = 0,05$.

Так как $F_{расч} \geq F_{3;26;0,05}$, то вычисленный коэффициент детерминации значимо отличается от 0 и, следовательно, включенные в регрессию переменные достаточно объясняют зависимую переменную, что позволяет говорить о значимости самой регрессии (модели);

б) проверку качества подбора теоретического уравнения с использованием средней ошибки аппроксимации (формула 29):

Вычисление средней ошибки аппроксимации происходит следующим образом:

1) на листе **«Регрессия 2»** в ячейку **D26** введите заголовок **«Фактическое Y»**, в ячейку **E26** – **«Составляющие для ошибки»**;

2) с листа **«Данные 2»** скопируйте на лист **«Регрессия 2»** фактические значения результативного признака:

а) на листе **«Данные 2»** выделите диапазон ячеек **E4:E33** и нажмите кнопку **«Копировать»** на панели **Стандартная**;

б) на листе **«Регрессия 2»** выделите ячейки **D27:D56** и нажмите кнопку **«Вставить»**;

3) в ячейку **E27** введите формулу для расчета:

а) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка функции f_x** ;

б) в окне Категория (рис. 31) выберите **Математические**, в окне

Функция – **ABS**. Щелкните по кнопке **ОК**;

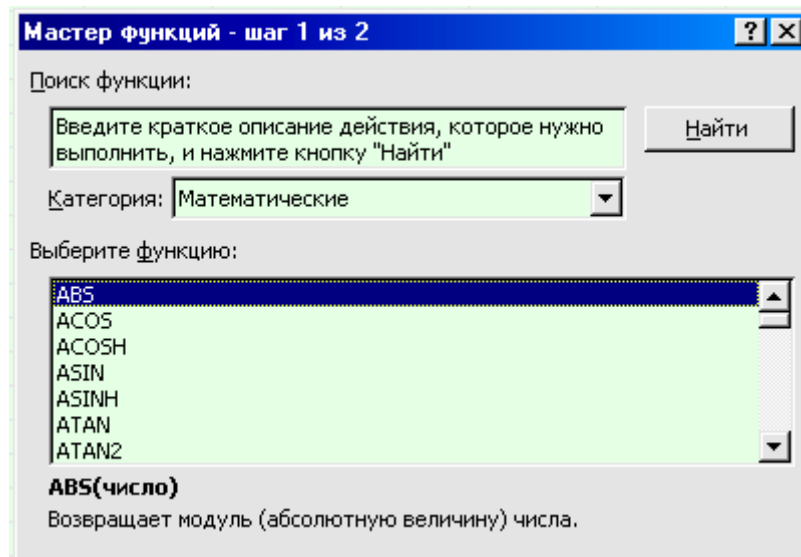


Рисунок 31– Фрагмент диалогового окна **Мастер функций**

в) заполните диалоговое окно ввода данных: в строку «**Число**» введите формулу **C27:D27** и нажмите кнопку **ОК** (рис. 32);

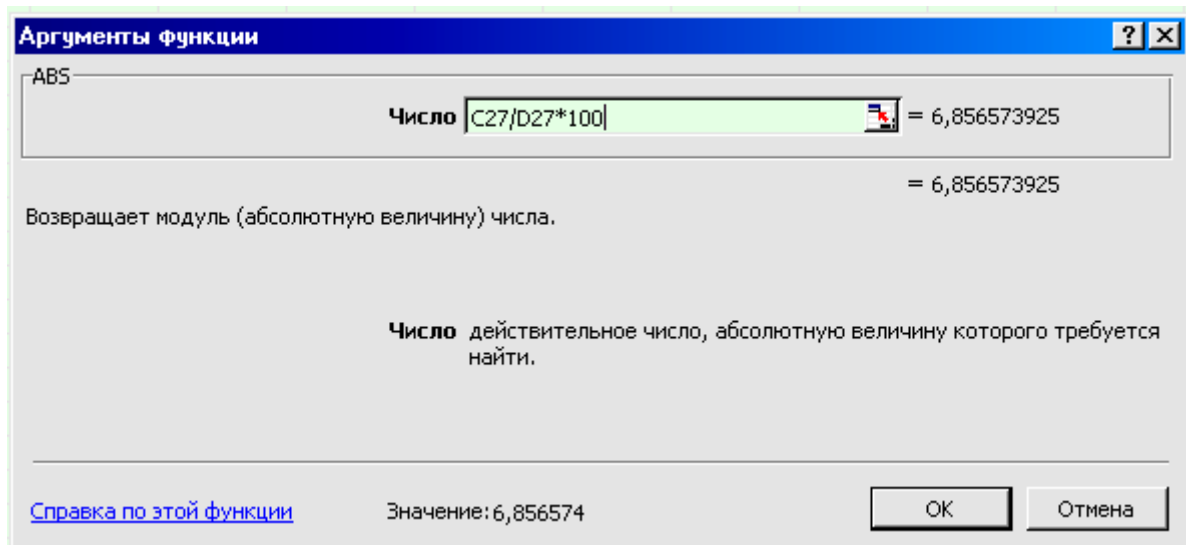


Рисунок 32–Диалоговое окно функции **ABS**

- г) скопируйте данные ячейки **E27** в диапазон ячеек **E28:E56**;
- 4) в ячейку **D57** введите «**Средняя ошибка**»;
- 5) для вычисления средней ошибки аппроксимации регрессии необходимо воспользоваться формулой вычисления **среднего значения**:
- а) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка**

функции f_x ;

б) в окне Категория (рис. 33) выберите **Математические**, в окне Функция – **СРЗНАЧ**. Щелкните по кнопке **ОК**;

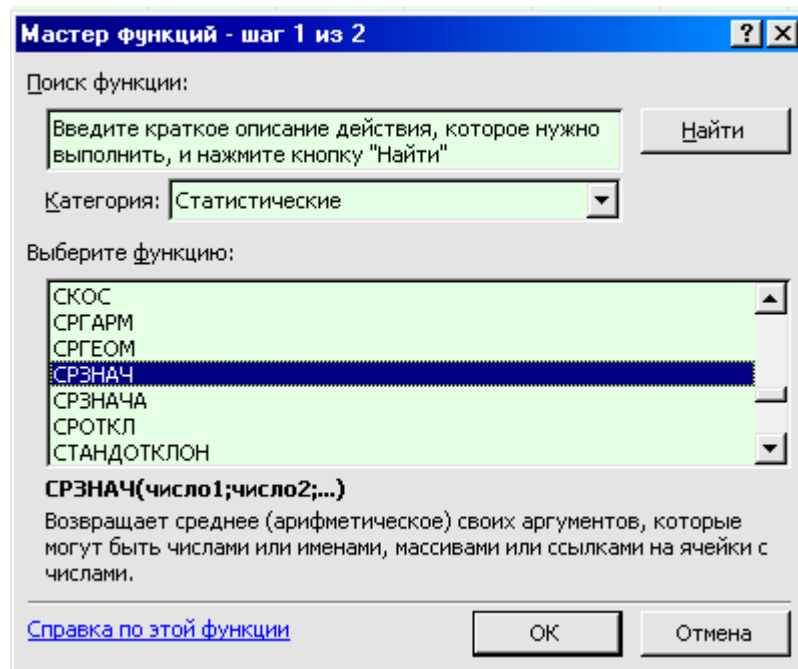


Рисунок 33 – Диалоговое окно **Мастер функций**

в) заполните диалоговое окно ввода данных: в строку «**Число 1**» введите формулу **E27:E56** и нажмите кнопку **ОК** (рис. 34).

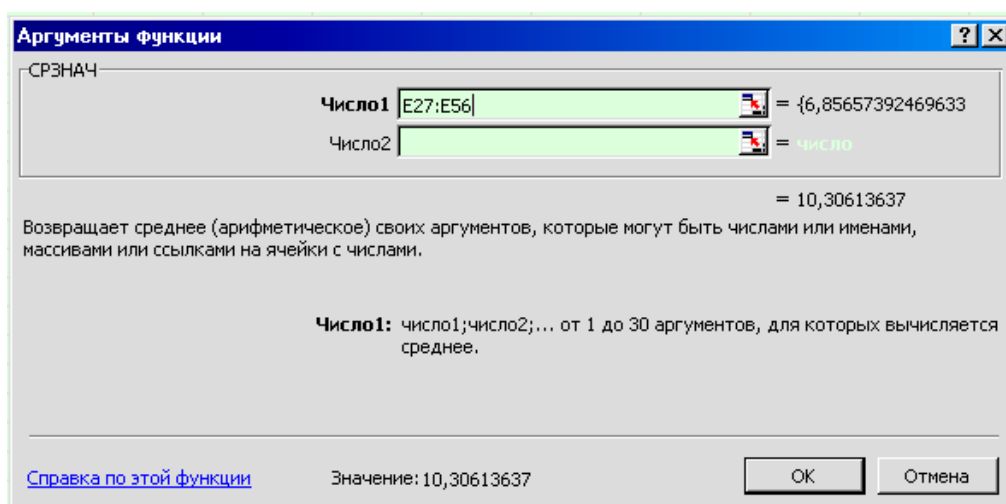


Рисунок 34 –Диалоговое окно функции **СРЗНАЧ**

Результаты расчета средней ошибки аппроксимации представлены на

рисунке 35.

	A	B	C	D	E	F
	Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки	Фактическое Y	Составляющие для ошибки	
26						
27	1	8,71	0,64	9,35	6,856574	
28	2	5,80	4,07	9,87	41,214496	
29	3	8,42	-0,25	8,17	3,052479	
30	4	8,15	0,97	9,12	10,610052	
31	5	4,66	1,22	5,88	20,763168	
32	6	6,58	-0,28	6,3	4,429609	
33	7	6,36	-0,14	6,22	2,274390	
34	8	5,15	0,34	5,49	6,150250	
35	9	7,71	-1,21	6,5	18,646439	
36	10	5,92	0,69	6,61	10,483972	
37	11	5,42	-1,10	4,32	25,519293	
38	12	8,01	-0,64	7,37	8,739128	
39	13	7,44	-0,42	7,02	6,048169	
40	14	8,38	-0,13	8,25	1,579354	
41	15	8,01	0,14	8,15	1,701241	
42	16	8,45	0,27	8,72	3,144588	
43	17	6,89	-0,25	6,64	3,814346	
44	18	8,11	-0,01	8,1	0,113407	
45	19	6,71	-1,19	5,52	21,469640	
46	20	9,78	-0,41	9,37	4,359013	
47	21	12,51	0,66	13,17	4,984892	
48	22	8,01	-1,34	6,67	20,050631	
49	23	6,45	-0,77	5,68	13,512463	
50	24	6,41	-1,19	5,22	22,890334	
51	25	8,81	1,21	10,02	12,119052	
52	26	8,32	-0,16	8,16	1,946862	
53	27	4,24	-0,46	3,78	12,223588	
54	28	6,62	-0,14	6,48	2,130028	
55	29	9,70	0,74	10,44	7,133892	
56	30	8,51	-0,86	7,65	11,222742	
57	Средняя ошибка				10,31	
К < > > > \ Корреляция 2 \ Регрессия 2 / Данные 2 \ Регрессия 1 / Корреляция 1 / Данные 1 / Исходны						

Рисунок 35 – Результаты расчета средней ошибки аппроксимации

В нашем примере ошибка аппроксимации незначительно превышает допустимое значение (8 – 10 %). Следовательно, полученное уравнение регрессии можно использовать только для текущего анализа.

Исходя из вышеперечисленных расчетов, используя коэффициенты регрессии (лист «Регрессия 2»), запишем корреляционно-регрессионное уравнение производительности труда:

$$Y = 10,375 + 1,17316 \cdot x_1 + 0,00003 \cdot x_4 - 16,1112 \cdot x_5.$$

В ходе корреляционно-регрессионного анализа было выявлено, что главными факторами, определяющими вариацию уровня производительности

труда работников промышленного предприятия в ретроспективном периоде являются: коэффициент сменности оборудования, фонд оплаты труда рабочих и трудоемкость единицы продукции. Очевидно, в будущем периоде для повышения производительности труда необходимо прежде всего уделить особое внимание на снижение трудоемкости изготовления продукции предприятия.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать результаты оценки адекватности модели с использованием коэффициента детерминации, результаты оценки качества подбора теоретического уравнения с использованием средней ошибки аппроксимации, экономическую интерпретацию полученных результатов.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. С помощью какого показателя можно оценить адекватность построенного уравнения множественной регрессии?
2. Сколько степеней свободы имеет критерий Фишера?
3. В каком случае построенное уравнение множественной регрессии считается надежным?
4. Что показывает средняя ошибка аппроксимации?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Айвазян, С. А. Методы эконометрики : учебник / С. А. Айвазян. – Москва : Магистр: ИНФРА-М, 2022. – 512 с. – ISBN 978-5-9776-0153-5. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1840468>
2. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование : учебник / Л.О. Бабешко, М.Г. Бич, И.В. Орлова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 387 с. : ил. – DOI 10.12737/1141216. - ISBN 978-5-16-016417-5. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1905581>
3. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование в Excel и R : учебник / Л.О. Бабешко, И.В. Орлова. – Москва : ИНФРА-М, 2025. – 300 с. : ил. – (Высшее образование). – DOI 10.12737/1079837. - ISBN 978-5-16-020683-7. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2186880>
4. Эконометрика (продвинутый уровень) / И. А. Кацко, Г. В. Горелова, А. Е. Сенникова [и др.]. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 176 с. – ISBN 978-5-507-48946-6. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/366797>

Дополнительная литература

1. Басовский, Л. Е. Эконометрика : учебное пособие / Л. Е. Басовский. – Москва : РИОР: ИНФРА-М, 2023. – 48 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-369-01569-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1918517>
2. Величко, А. С. Эконометрика в Eviews : Учебно-методическое пособие / Величко А. С. - Саратов: Вузовское образование, 2016. - 66 с. Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

3. Гладилин, А. В. Эконометрика : учеб. пособие / А. В. Гладилин, А. Н. Герасимов, Е. И. Громов. - Ростов н/Д : Феникс, 2014. 297 с. : ил. - (Высшее образование). Гриф: Доп. УМО. Библиогр.: с. 278-281. Прил.: с. 287-292. ISBN 978-5-222-17387-9

4. Ершова, Н. А. Современная эконометрика Электронный ресурс : Учебное пособие / Н. А. Ершова, С. Н. Павлов. – Современная эконометрика, 2021-09-11. – Москва : Российский государственный университет правосудия, 2018. – 52 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-93916-650-8

5. Еремеева, Н. С. Эконометрика Электронный ресурс : Лабораторный практикум в Excel. Учебное пособие / Н. С. Еремеева, Т. В. Лебедева. – Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016. – 159 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-7410-1509-4

6. Ивченко, Ю.С. Эконометрика Электронный ресурс : учебное пособие / Ю.С. Ивченко. – Саратов: Вузовское образование, 2018. – 121 с. – ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4487-0186-3

7. Ниворожкина, Л. И. Эконометрика : теория и практика : учеб. пособие / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, Е.П. Кокина. – М.: РИОР : ИНФРА-М, 2018. – 207 с. – (Высшее образование). –DOI: <https://doi.org/10.12737/1698-5>. – ISBN 978-5-369-01698-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/907587>

8. Орлов, А. И. Эконометрика: учебное пособие / Орлов А. И. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. – 677 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

9. Эконометрика. Электронный ресурс: Лабораторный практикум / сост. Н. А. Чечерова. – Саратов: Ай Пи Ар Медиа, 2019. – 176 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-4497-0154-1

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А. 1– Исходные данные для работы 1

Номер предприятия	Среднегодовая стоимость ОПФ, млн. руб.	Объем продукции в сопоставимых ценах, млн. руб.	Номер предприятия	Среднегодовая стоимость ОПФ, млн. руб.	Объем продукции в сопоставимых ценах, млн. руб.	Номер предприятия	Среднегодовая стоимость ОПФ, млн. руб.	Объем продукции в сопоставимых ценах, млн. руб.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	63,5	80,8	64	31,6	40,7	127	51,1	42,1
2	75,3	94,6	65	5,1	4,8	128	31	40,8
3	66,1	112,1	66	31,6	36,2	129	5	4,3
4	33,2	34,2	67	56,2	79,2	130	31,9	36,8
5	40,4	42,4	68	68,1	69,1	131	56,8	79,2
6	80,6	102,4	69	29,7	32	132	35,4	30,1
7	51,5	58,6	70	27,3	23,3	133	9,8	6,0
8	49,1	53,3	71	47,8	45,8	134	10,7	11,8
9	67,2	70,7	72	52,1	49,9	135	70,5	75,2
10	34,3	29,1	73	69,4	76,4	136	45,3	56,1
11	33,8	33,2	74	73,1	118,5	137	81,5	79,8
12	39,6	54,3	75	29,4	32	138	63,7	60,3
13	41	50,6	76	45,3	49,1	139	66,9	65,7
14	59,6	70,2	77	128,5	159	140	10,3	9,1
15	64,2	79,8	78	78,1	102,3	141	47,2	45,8

Продолжение табл. А. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
16	39,7	64,3	79	8,5	7,1	142	27,4	23,1
17	56,8	46,6	80	41	53	143	29,4	32,2
18	35,7	41,5	81	43,4	48,2	144	68,3	69
19	30,1	38,1	82	55,2	57,7	145	65,1	71,3
20	54,3	85,3	83	43,6	48,6	146	34,6	35,1
21	20,1	18,4	84	91,4	109,1	147	31,9	33
22	45,5	46,8	85	14,2	12,7	148	35	35,5
23	48,7	52,6	86	76,1	86,7	149	41,1	45,6
24	59,9	90,5	87	36,2	36,8	150	58,6	75,1
25	72,6	86,3	88	44,7	67,1	151	52	69,4
26	78,2	121,7	89	69,5	84,3	152	38,7	43,2
27	41,2	53,9	90	46,1	69,9	153	41,6	59,6
28	43	48,1	91	58,3	67,1	154	56,5	48,4
29	55,6	57,3	92	117,7	179,3	155	45,5	58,1
30	43,7	48,2	93	74	104,2	156	42,2	46
31	91,8	109,9	94	109,3	155,3	157	61,4	84,3
32	69,3	76,7	95	94,3	98,9	158	65	73,5
33	73,7	112,3	96	89,1	92,1	159	20,9	21,5
34	29,1	32,4	97	40,7	42,1	160	64,3	78,9

Продолжение табл. А. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
35	45,6	49	98	80	104,6	161	40,1	42,6
36	14,7	12,1	99	51,3	58,9	162	80,9	106,9
37	76,1	86,4	100	49,6	53,1	163	51,4	58,3
38	36,2	36,2	101	63,4	80,4	164	49,7	53,9
39	44,8	67,7	102	75,2	94,1	165	43,2	49,2
40	69,3	84,1	103	66,5	112,6	166	58,1	60,4
41	46,2	69,3	104	33,2	34	167	72,6	104,1
42	58,4	67	105	67,1	70,6	168	66,3	69,2
43	117,2	179,2	106	34,5	29,4	169	30,1	35,9
44	74,6	104,1	107	33,9	33,1	170	67,5	72,4
45	109	155,3	108	39,3	54,5	171	69,4	100,5
46	9,2	7,9	109	41,5	50,3	172	89,1	120,3
47	115,4	163,1	110	59,8	70,2	173	30	35,5
48	35,4	30,1	111	64	79,3	174	57,1	45,5
49	9,1	6,2	112	39,3	64,5	175	37,7	34,9
50	10,9	11,4	113	56,4	46,2	176	56,2	88,4
51	70,2	75,8	114	35,1	41,4	177	45,2	35,9
52	45,3	56,1	115	30	38,9	178	71,8	96,3
53	81,6	76,2	116	54,6	85,6	179	25	26,4

Продолжение табл. А. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
54	63,4	60,4	117	20,5	18,1	180	105	139,8
55	55,2	84,3	118	45,1	46,9	181	65,5	68,1
56	66,7	65,2	119	48,2	52,7	182	75,1	99,7
57	10,3	9,1	120	59,3	90,4	183	71,1	96,3
58	16,2	15	121	72,4	86,1	184	83	108,2
59	39,4	42,3	122	16,9	15	185	56,4	89,1
60	33,8	45	123	39,4	42,4	186	45,3	70,4
61	49,2	44,1	124	33,1	45,9	187	61	80,9
62	30,1	20,3	125	49,1	44,8	188	30,1	25,3
63	51,4	42,1	126	30,5	20,1	189	69,9	92,6

При выборе исходных данных студенты должны руководствоваться следующей таблицей.

Таблица индивидуальных вариантов к работе 1

Номер варианта	Порядковые номера предприятий	Номер варианта	Порядковые номера предприятий
1	1 – 12	16	91 – 103
2	7 – 18	17	97 – 109
3	13 – 25	18	103 – 115
4	19 – 31	19	109 – 121
5	25 – 37	20	115 – 127
6	31 – 43	21	121 – 133
7	37 – 49	22	127 – 139
8	43 – 55	23	133 – 145
9	49 – 61	24	139 – 151
10	55 – 67	25	145 – 157
11	61 – 73	26	151 – 163
12	67 – 79	27	157 – 169
13	73 – 85	28	163 – 175
14	79 – 91	29	169 – 181
15	85 – 97	30	175 – 187

Таблица А. 2 – Характеристика силы связи между признаками

Показания тесноты связи – коэффициент корреляции (по модулю)	Характеристика силы связи
0,1 – 0,3	слабая
0,3 – 0,5	умеренная
0,5 – 0,7	заметная
0,7 – 0,9	высокая
0,9 – 0,99	весьма высокая

Таблица А. 3 – Таблица значений F -критерия Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$

df1 df2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	INF
1	161,457	199,500	215,707	224,583	230,161	233,986	236,768	238,882	240,543	241,881	243,906	245,949	248,013	249,051	250,095	251,143	254,314
2	18,5128	19,0000	19,1643	19,2468	19,2964	19,3295	19,3532	19,3710	19,3848	19,3959	19,4125	19,4291	19,4458	19,4541	19,4624	19,4707	19,4957
3	10,1280	9,5521	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8867	8,8452	8,8123	8,7855	8,7446	8,7029	8,6602	8,6385	8,6166	8,5944	8,5264
4	7,7086	6,9443	6,5914	6,3882	6,2561	6,1631	6,0942	6,0410	5,9988	5,9644	5,9117	5,8578	5,8025	5,7744	5,7459	5,7170	5,6281
5	6,6079	5,7861	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725	4,7351	4,6777	4,6188	4,5581	4,5272	4,4957	4,4638	4,3650
6	5,9874	5,1433	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2067	4,1468	4,0990	4,0600	3,9999	3,9381	3,8742	3,8415	3,8082	3,7743	3,6689
7	5,5914	4,7374	4,3468	4,1203	3,9715	3,8660	3,7870	3,7257	3,6767	3,6365	3,5747	3,5107	3,4445	3,4105	3,3758	3,3404	3,2298
8	5,3177	4,4590	4,0662	3,8379	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881	3,3472	3,2839	3,2184	3,1503	3,1152	3,0794	3,0428	2,9276
9	5,1174	4,2565	3,8625	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789	3,1373	3,0729	3,0061	2,9365	2,9005	2,8637	2,8259	2,7067
10	4,9646	4,1028	3,7083	3,4780	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	3,0204	2,9782	2,9130	2,8450	2,7740	2,7372	2,6996	2,6609	2,5379
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,9480	2,8962	2,8536	2,7876	2,7186	2,6464	2,6090	2,5705	2,5309	2,4045
12	4,7472	3,8853	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964	2,7534	2,6866	2,6169	2,5436	2,5055	2,4663	2,4259	2,2962
13	4,6672	3,8056	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144	2,6710	2,6037	2,5331	2,4589	2,4202	2,3803	2,3392	2,2064
14	4,6001	3,7389	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458	2,6022	2,5342	2,4630	2,3879	2,3487	2,3082	2,2664	2,1307
15	4,5431	3,6823	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876	2,5437	2,4753	2,4034	2,3275	2,2878	2,2468	2,2043	2,0658
16	4,4940	3,6337	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377	2,4935	2,4247	2,3522	2,2756	2,2354	2,1938	2,1507	2,0096

Продолжение табл. А. 3

df1 df2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	INF
17	4,4513	3,5915	3,1968	2,9647	2,8100	2,6987	2,6143	2,5480	2,4943	2,4499	2,3807	2,3077	2,2304	2,1898	2,1477	2,1040	1,9604
18	4,4139	3,5546	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563	2,4117	2,3421	2,2686	2,1906	2,1497	2,1071	2,0629	1,9168
19	4,3807	3,5219	3,1274	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227	2,3779	2,3080	2,2341	2,1555	2,1141	2,0712	2,0264	1,8780
20	4,3512	3,4928	3,0984	2,8661	2,7109	2,5990	2,5140	2,4471	2,3928	2,3479	2,2776	2,2033	2,1242	2,0825	2,0391	1,9938	1,8432
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,3660	2,3210	2,2504	2,1757	2,0960	2,0540	2,0102	1,9645	1,8117
22	4,3009	3,4434	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	2,3419	2,2967	2,2258	2,1508	2,0707	2,0283	1,9842	1,9380	1,7831
23	4,2793	3,4221	3,0280	2,7955	2,6400	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201	2,2747	2,2036	2,1282	2,0476	2,0050	1,9605	1,9139	1,7570
24	4,2597	3,4028	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002	2,2547	2,1834	2,1077	2,0267	1,9838	1,9390	1,8920	1,7330
25	4,2417	3,3852	2,9912	2,7587	2,6030	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821	2,2365	2,1649	2,0889	2,0075	1,9643	1,9192	1,8718	1,7110
26	4,2252	3,3690	2,9752	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655	2,2197	2,1479	2,0716	1,9898	1,9464	1,9010	1,8533	1,6906
27	4,2100	3,3541	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501	2,2043	2,1323	2,0558	1,9736	1,9299	1,8842	1,8361	1,6717
28	4,1960	3,3404	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,2360	2,1900	2,1179	2,0411	1,9586	1,9147	1,8687	1,8203	1,6541
29	4,1830	3,3277	2,9340	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2783	2,2229	2,1768	2,1045	2,0275	1,9446	1,9005	1,8543	1,8055	1,6376
30	4,1709	3,3158	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107	2,1646	2,0921	2,0148	1,9317	1,8874	1,8409	1,7918	1,6223
40	4,0847	3,2317	2,8387	2,6060	2,4495	2,3359	2,2490	2,1802	2,1240	2,0772	2,0035	1,9245	1,8389	1,7929	1,7444	1,6928	1,5089
60	4,0012	3,1504	2,7581	2,5252	2,3683	2,2541	2,1665	2,0970	2,0401	1,9926	1,9174	1,8364	1,7480	1,7001	1,6491	1,5943	1,3893

120	3,9201	3,0718	2,6802	2,4472	2,2899	2,1750	2,0868	2,0164	1,9588	1,9105	1,8337	1,7505	1,6587	1,6084	1,5543	1,4952	1,2539
inf	3,8415	2,9957	2,6049	2,3719	2,2141	2,0986	2,0096	1,9384	1,8799	1,8307	1,7522	1,6664	1,5705	1,5173	1,4591	1,3940	1,0000

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б. 1 – Индивидуальные варианты к работе 4

Номер варианта	Результативный признак, Y	Номера факторных признаков, X
1	1	6, 8, 11, 12, 17
2	1	6, 8, 11, 13, 17
3	1	8, 11, 12, 13, 17
4	1	6, 8, 13, 14, 17
5	1	8, 11, 13, 14, 17
6	1	6, 8, 12, 13, 17
7	1	7, 11, 12, 13, 17
8	1	7, 9, 12, 13, 17
9	1	8, 11, 12, 13, 17
10	1	8, 9, 13, 14, 17
11	1	5, 6, 7, 9, 17
12	1	5, 7, 9, 11, 17
13	1	5, 6, 12, 13, 17
14	1	5, 7, 10, 14, 17
15	1	5, 6, 10, 14, 17
16	3	8, 10, 15, 16, 17
17	3	5, 6, 10, 15, 17
18	3	5, 6, 7, 11, 12
19	3	8, 9, 10, 11, 17
20	3	8, 9, 10, 12, 17
21	2	4, 5, 6, 8, 9
22	2	4, 5, 6, 7, 9
23	2	4, 5, 6, 8, 9
24	2	4, 5, 8, 9, 17
25	2	4, 5, 7, 9, 17

Примечание:

 Y_1 – производительность труда; Y_2 – индекс снижения себестоимости продукции;

Y_3 – уровень рентабельности;

x_4 – трудоемкость единицы продукции;

x_5 – удельный вес рабочих в составе производственного персонала;

x_6 – удельный вес покупных изделий;

x_7 – коэффициент сменности оборудования;

x_8 – премии и вознаграждения на одного работника,

x_9 – удельный вес потерь от брака;

x_{10} – фондоотдача;

x_{11} – среднегодовая численность производственного персонала;

x_{12} – среднегодовая стоимость ОПФ;

x_{13} – среднегодовой фонд заработной платы производственного персонала;

x_{14} – фондовооруженность труда;

x_{15} – оборачиваемость нормируемых оборотных средств;

x_{16} – оборачиваемость ненормируемых оборотных средств;

x_{17} – непроизводственные расходы.

Таблица Б. 2 – Исходные данные к работе 4

Номер предприя тия	Y_1	Y_2	Y_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	9,26	204,20	13,26	0,23	0,78	0,40	1,37	1,23	0,23	1,45	26006	167,69	47750	6,40	166,32	10,08	17,72
2	9,38	209,60	10,16	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,30	23935	186,10	50391	7,80	92,88	14,76	18,39
3	12,11	222,60	13,72	0,19	0,68	0,40	1,44	1,80	0,43	1,37	22589	220,45	43149	9,76	158,04	6,48	26,46
4	10,81	236,70	12,85	0,17	0,70	0,50	1,42	0,43	0,18	1,65	21220	169,30	41089	7,90	93,96	21,96	22,37
5	9,35	62,00	10,63	0,23	0,62	0,40	1,35	0,88	0,15	1,91	7394	39,53	14257	5,35	173,88	11,88	28,13
6	9,87	53,10	9,12	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586	40,41	22661	9,90	162,30	12,60	17,55
7	8,17	172,10	25,83	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609	102,96	52509	4,50	88,56	11,52	21,92
8	9,12	56,50	23,39	0,26	0,71	0,44	1,27	1,70	0,09	1,89	7801	37,02	14903	4,88	101,16	8,28	19,52
9	5,88	52,60	14,68	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14	1,94	11587	45,74	25587	3,46	166,32	11,52	23,99
10	6,30	46,60	10,05	0,36	0,73	0,39	1,25	0,60	0,21	2,06	9475	40,07	16821	3,60	140,76	32,40	21,76
11	6,22	53,20	13,99	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42	1,96	10811	45,44	19459	3,56	128,52	11,52	25,68
12	5,49	30,10	9,68	0,43	0,74	0,25	1,10	0,84	0,05	1,02	6371	41,08	12973	5,65	177,84	17,28	18,13
13	6,50	146,40	10,03	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29	1,85	26761	136,14	50907	4,28	114,48	16,20	25,74
14	6,61	18,10	9,13	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48	0,88	4210	42,39	6920	8,85	93,24	13,32	21,21
15	4,32	13,60	5,37	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41	0,62	3557	37,39	5736	8,52	126,72	17,28	22,97
16	7,37	89,80	9,86	0,30	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62	1,09	14148	101,78	26705	7,19	91,80	9,72	16,38
17	7,02	62,50	12,62	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56	1,60	9872	47,55	20068	4,82	69,12	16,20	13,21

Продолжение табл. Б. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
18	8,25	46,30	5,02	0,25	0,78	0,20	1,42	0,34	1,76	1,53	59,75	32,61	11487	5,46	66,24	24,84	14,48
19	8,15	103,50	21,18	0,31	0,81	0,20	1,37	1,60	1,31	1,40	16662	103,25	32029	6,20	67,68	14,76	13,38
20	8,72	73,30	25,17	0,26	0,79	0,30	1,41	1,46	0,45	2,22	9166	38,95	18946	4,25	50,40	7,56	13,69
21	6,64	76,60	19,40	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,50	1,32	15118	81,32	28025	5,38	70,56	8,64	16,66
22	8,10	73,10	21,01	0,29	0,78	0,10	1,48	1,58	0,77	1,48	11429	67,26	20968	5,88	72,00	8,64	15,06
23	5,52	32,30	6,57	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,20	0,68	6462	59,92	11049	9,27	97,20	9,00	20,09
24	9,37	199,60	14,19	0,23	0,79	0,47	1,40	0,86	0,21	2,30	24628	107,34	45893	4,36	80,28	14,76	15,98
25	13,17	598,10	15,81	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25	1,37	49727	512,60	99400	10,31	51,48	10,08	18,27
26	6,67	71,20	5,23	0,29	0,80	0,34	1,40	0,33	0,15	1,51	11470	53,81	20719	4,69	105,12	14,76	14,42
27	5,68	90,80	7,99	0,41	0,71	0,20	1,28	0,45	0,66	1,43	19448	80,83	36813	4,16	128,52	10,44	22,76
28	5,22	82,10	17,50	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74	1,82	18963	59,42	33956	3,13	94,68	14,76	15,41
29	10,02	76,20	17,16	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32	2,62	9185	36,96	17016	4,02	85,32	20,52	19,35
30	8,16	119,50	14,54	0,29	0,78	0,40	1,28	0,99	0,89	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,40	16,83
31	3,78	21,90	6,24	0,51	0,62	0,20	1,47	0,24	0,23	1,54	6265	17,16	11237	2,74	153,00	24,84	30,53
32	6,48	48,40	12,08	0,36	0,75	0,64	1,27	0,57	0,32	2,25	8810	27,29	17306	3,10	107,64	11,16	17,98
33	10,44	173,50	9,49	0,23	0,71	0,42	1,51	1,22	0,54	1,07	17659	184,33	39250	10,44	90,72	6,48	22,09
34	7,65	74,10	9,28	0,26	0,74	0,27	1,46	0,68	0,75	1,44	10342	58,42	19074	5,65	82,44	9,72	18,29
35	8,77	68,60	11,42	0,27	0,65	0,37	1,27	1,00	0,16	1,40	8901	59,40	18452	6,67	79,92	3,24	26,05
36	7,00	60,80	10,31	0,29	0,66	0,38	1,43	0,81	0,24	1,31	8402	49,63	17500	5,91	120,96	6,48	26,20

Продолжение табл. Б. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
37	11,06	355,60	8,65	0,01	0,84	0,35	1,50	1,27	0,59	1,12	32625	391,27	7888	11,99	84,60	5,40	17,26
38	9,02	264,80	10,94	0,02	0,74	0,42	1,35	1,14	0,56	1,16	31160	258,62	58947	8,30	85,32	6,12	18,83
39	13,28	526,60	9,87	0,18	0,75	0,32	1,41	1,89	0,63	0,88	46461	75,66	94697	1,63	101,52	8,64	19,70
40	9,27	118,60	6,14	0,25	0,75	0,33	1,47	0,67	1,10	1,07	13833	123,68	29626	8,94	107,64	11,88	16,87
41	6,70	37,10	12,93	0,31	0,79	0,29	1,35	0,96	0,39	1,24	6391	37,21	11688	5,82	85,32	7,92	14,63
42	6,69	57,70	9,78	0,38	0,72	0,30	1,40	0,67	0,73	1,49	11115	53,37	21955	4,80	131,76	10,08	22,17
43	9,42	51,60	13,22	0,24	0,70	0,56	1,20	0,98	0,28	2,03	6555	32,87	12243	5,01	116,64	18,72	22,62
44	7,24	64,70	17,29	0,31	0,66	0,42	1,15	1,16	0,10	1,84	11085	45,63	20193	4,12	138,24	13,68	26,44
45	5,39	48,30	7,11	0,42	0,69	0,26	1,09	0,54	0,68	1,22	9484	48,41	20122	5,10	156,96	16,56	22,26
46	5,61	15,00	22,49	0,51	0,71	0,16	1,26	1,23	0,87	1,72	3967	13,58	7612	3,49	137,52	14,76	19,13
47	5,59	87,50	12,14	0,31	0,73	0,45	1,36	0,78	0,49	1,75	15283	63,99	27404	4,19	135,72	7,92	18,28
48	6,57	108,40	15,25	0,37	0,65	0,31	1,15	1,16	0,16	1,46	20874	104,55	39648	5,01	155,52	18,36	28,23
49	6,54	267,30	31,34	0,16	0,82	0,08	1,87	4,44	0,85	1,60	19418	222,11	43799	11,44	48,60	8,28	12,39
50	4,23	34,20	11,56	0,18	0,80	0,68	1,17	1,06	0,13	1,47	3351	25,76	6235	7,67	42,84	14,04	11,64
51	5,22	26,80	30,14	0,43	0,83	0,03	1,61	2,13	0,49	1,38	6338	29,52	11524	4,66	142,20	16,92	8,62
52	18,00	43,60	19,71	0,40	0,70	0,02	1,34	1,21	0,09	1,41	9756	41,99	17309	4,30	145,80	11,16	20,10
53	11,03	72,00	23,56	0,31	0,74	0,22	1,22	2,20	0,79	1,39	11795	78,11	22225	6,62	120,52	14,76	19,41

Таблица Б. 3 – Критические значения t -критерия Стьюдента
при уровне значимости 0,10; 0,05; и 0,01

Число степеней свободы d.f.	α			Число степеней свободы d.f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,313752	12,70620	31,82052	18	1,734064	2,10092	2,55238
2	2,919986	4,30265	6,96456	19	1,729133	2,09302	2,53948
3	2,353363	3,18245	4,54070	20	1,724718	2,08596	2,52798
4	2,131847	2,77645	3,74695	21	1,720743	2,07961	2,51765
5	2,015048	2,57058	3,36493	22	1,717144	2,07387	2,50832
6	1,943180	2,44691	3,14267	23	1,713872	2,06866	2,49987
7	1,894579	2,36462	2,99795	24	1,710882	2,06390	2,49216
8	1,859548	2,30600	2,89646	25	1,708141	2,05954	2,48511
9	1,833113	2,26216	2,82144	26	1,705618	2,05553	2,47863
10	1,812461	2,22814	2,76377	27	1,703288	2,05183	2,47266
11	1,795885	2,20099	2,71808	28	1,701131	2,04841	2,46714
12	1,782288	2,17881	2,68100	29	1,699127	2,04523	2,46202
13	1,770933	2,16037	2,65031	30	1,697261	2,04227	2,45726
14	1,761310	2,14479	2,62449	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,753050	2,13145	2,60248	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,745884	2,11991	2,58349	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,739607	2,10982	2,56693	inf	1,644854	1,95996	2,32635

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы
по дисциплине «ЭКОНОМЕТРИКА (ПРОДВИНУТЫЙ УРОВЕНЬ)»
для студентов направления 38.04.01 «Экономика»,
направленность (профиль) «Экономика фирмы и отраслевых рынков»

СОДЕРЖАНИЕ

Работа 7. Оценка параметров математической модели прогнозирования....	76
Работа 8. Выбор математической модели прогнозирования.....	86
Работа 9. Идентификации и оценивание параметров структурной модели...	90
Список литературы.....	111
Приложение А.....	112
Приложение Б.....	115

РАБОТА 7

Оценка параметров математической модели прогнозирования

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования с помощью методов экстраполяции.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Установить цели и задачи исследования.
2. Подготовить исходные данные.
3. Осуществить фильтрацию исходного временного ряда.
4. Осуществить отбор видов аппроксимирующей функции.
5. Оценить параметры математической модели прогнозирования.

2 Теоретическое обоснование

Среди большого разнообразия экономико-математических методов, используемых в эконометрике, особое место занимают методы и модели прогнозирования. Для математических методов прогнозирования характерен подбор и обоснование математической модели исследуемого процесса, а также способов определения ее неизвестных параметров. Задача прогнозирования при этом сводится к решению уравнений, описывающих данную модель для заданного момента времени.

Среди математических методов прогнозирования в особую группу выделяются методы экстраполяции, которые отличаются простотой, наглядностью и легко реализуемы на ЭВМ. Методологическая предпосылка экстраполяции состоит в признании преимущественной связи между прошлым, настоящим и будущим.

Проведенные исследования показали, что при краткосрочном прогнозировании (на один год) показателей работы предприятия целесообразно использовать трендовые модели, которые позволяют с

достаточной точностью описать динамику показателей.

Экономико-математическая динамическая модель, в которой развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд ее основных показателей, называется **трендовой моделью**. Таким образом, под трендом понимается изменение, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временных рядов.

В самом общем случае временной ряд экономических показателей можно разложить на три компоненты:

1. Тренд, составляющую которого будем обозначать T_t ; $t = \overline{1, n}$.
2. Сезонная (циклическая) компонента – S_t ; $t = \overline{1, n}$.
3. Случайная (стохастическая) компонента – E_t ; $t = \overline{1, n}$.

Различают следующие виды моделей:

1. Тренд: $y(t) = T(t) + E(t)$.
2. Сезонность (циклическость): $y(t) = S(t) + E(t)$.
3. Тренда и сезонности: $y(t) = T(t) + S(t) + E(t)$,
 $y(t) = T(t) S(t) E(t)$.

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренд. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда.

Критерием отбора наилучшей формы тренда является наибольшее значение скорректированного коэффициента детерминации $\bar{R}^2$, рассчитанное для нескольких форм тренда.

Прогнозирование с помощью методов экстраполяции должно включать в себя следующие этапы работ:

1. Установление цели и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.
2. Подготовка исходных данных.

3. Фильтрация исходного временного ряда.
4. Логический отбор видов аппроксимирующей функции.
5. Оценка параметров математической модели прогнозирования.
6. Выбор математической модели прогнозирования.
7. Получение точечного и интервального прогнозов.
8. Верификация прогноза.

Подробнее прогнозирование с помощью методов экстраполяции рассмотрено в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Динамика годовой потребности в запасной части характеризуется данными (тыс.шт.), представленными в таблице 1. Необходимо рассчитать параметры двух уравнений трендов и, выбрав лучшую форму тренда, выполнить по ней точечный прогноз на 2008 год.

Таблица 1 – Данные о динамике потребности в запасной части

Год, t	Годовая потребность в запасной части, тыс. шт, y_i (номер варианта)										
	Пример	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2001	15,1	12,1	12,8	13,6	15,9	16,6	17,4	18,1	18,9	11,3	9
2002	16,5	13,2	14	14,9	17,3	18,2	19	19,8	20,6	12,4	9,9
2003	18,5	14,8	15,7	16,7	19,4	20,4	21,3	22,2	23,1	13,9	11,1
2004	25,4	20,3	21,6	22,9	26,7	27,9	29,2	30,5	31,8	19,1	15,3
2005	30,8	24,6	26,2	27,7	32,3	33,9	35,4	37	38,5	23,1	18,5
2006	34,1	27,3	29	30,7	35,8	37,5	39,2	40,9	42,6	25,6	20,5

2007	35,1	28,1	29,8	31,6	36,9	38,6	40,4	42,1	43,9	26,3	21
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	----

5.2 Рассмотрим пример построения и оценки математической модели прогнозирования.

5.2.1 *Установление цели и задач исследования, анализ объекта прогнозирования.*

Цель исследования: изучение динамики годовой потребности в запасной части за период с 2001 по 2007 годы и прогнозирование соответствующего показателя на 2008 год.

Задачи исследования:

- построение аппроксимирующих функций, адекватно описывающих исходный динамический ряд;
- выполнение трендового анализа.
- построение прогноза годовой потребности в запасной части на 2008 год.

Объектом прогнозирования является годовая потребность в запасной части.

5.2.2 *Подготовка исходных данных.*

Исходные данные представлены в виде динамических рядов за последние семь лет (период с 2001 по 2007 год).

Динамические ряды представлены в таблице 1.

На основе данных таблицы 1 необходимо создать электронную таблицу в Excel (рис. 1).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
1		Годы						
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7
3		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
4	Потребность в запасной части, тыс. шт.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1

Рисунок 1 – Вид электронной таблицы с исходными данными

5.2.3 Фильтрация исходного временного ряда.

Фильтрация исходного динамического ряда проводится с использованием процедур сглаживания и выравнивания в автоматическом режиме.

5.2.4 Логический отбор видов аппроксимирующих функций.

На основании изучения статистических данных таблицы 1 и логического отбора протекания изучаемого процесса из заданного массива функций отбирают наиболее приемлемые виды уравнений связи. Этот этап необходим, т. к. позволяет при отборе функции учесть основные условия протекания рассматриваемого процесса и требования, предъявляемые к математической модели.

В Excel в качестве аппроксимирующих чаще всего используются следующие функции:

– полиномиальная $y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i t^i$;

– линейная $y(t) = a + bt$;

– степенная $y(t) = at^b$;

– экспоненциальная $y(t) = a \exp(bt)$;

– логарифмическая $y(t) = a + b \ln(t)$.

Подбор линии тренда осуществляется с использованием Excel в следующей последовательности:

1) активизируйте **Мастер диаграмм** любым способом:

а) в главном меню выберите **Вставка/Диаграмма**;

б) на панели инструментов **Стандартная** щелкните на кнопке **Мастер диаграмм**;

2) в окне *Тип* выберите **График** (рис. 2), вид графика выберите в поле рядом со списком типов. Щелкните по кнопке **Далее**;

3) заполните диапазон данных, как показано на рисунке 3. Установите

флажок размещения данных в столбцах (строках). Щелкните по кнопке **Далее**;

4) заполните параметры диаграммы на разных закладках (рис. 4): название диаграммы и осей, значения осей, линия сетки, параметры легенды, таблица и подписи данных. Щелкните по кнопке **Далее**;

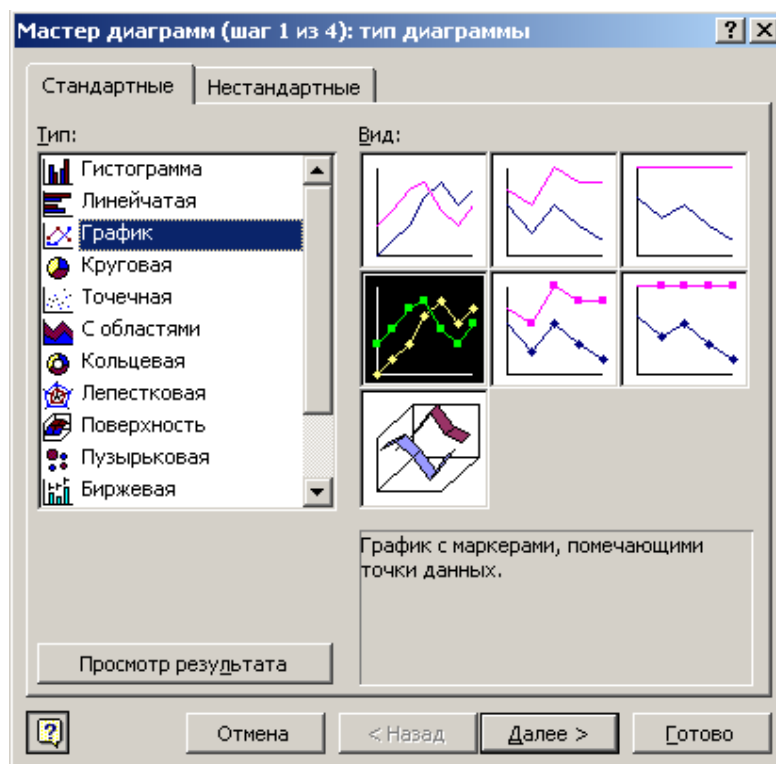
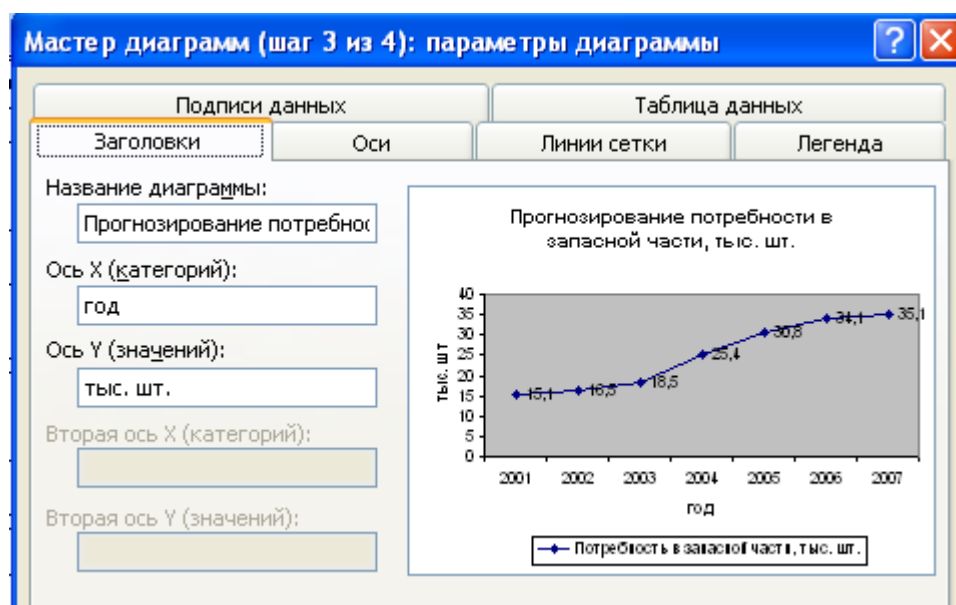
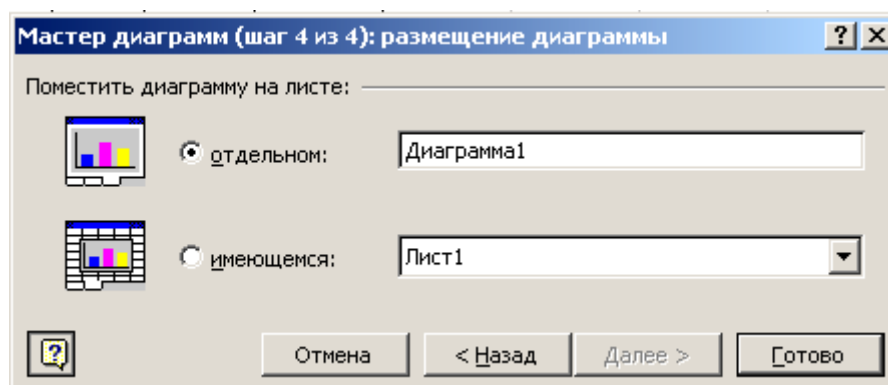


Рисунок 2 – Диалоговое окно **Мастер диаграмм: тип диаграммы**

5) укажите место размещения диаграммы на отдельном или имеющемся листе (рис. 5). Щелкните по кнопке **Готово**. Готовая диаграмма, отражающая динамику уровней изучаемого ряда, представлена на рисунке 6.

В ППП MS EXCEL линия тренда может быть добавлена в диаграмму.

Рисунок 3 – Фрагмент диалогового окна **Мастер диаграмм: источник данных**Рисунок 4 – Диалоговое окно **Мастера диаграмм: параметры диаграммы**Рисунок 5 – Диалоговое окно **Мастера диаграмм: размещение диаграммы**

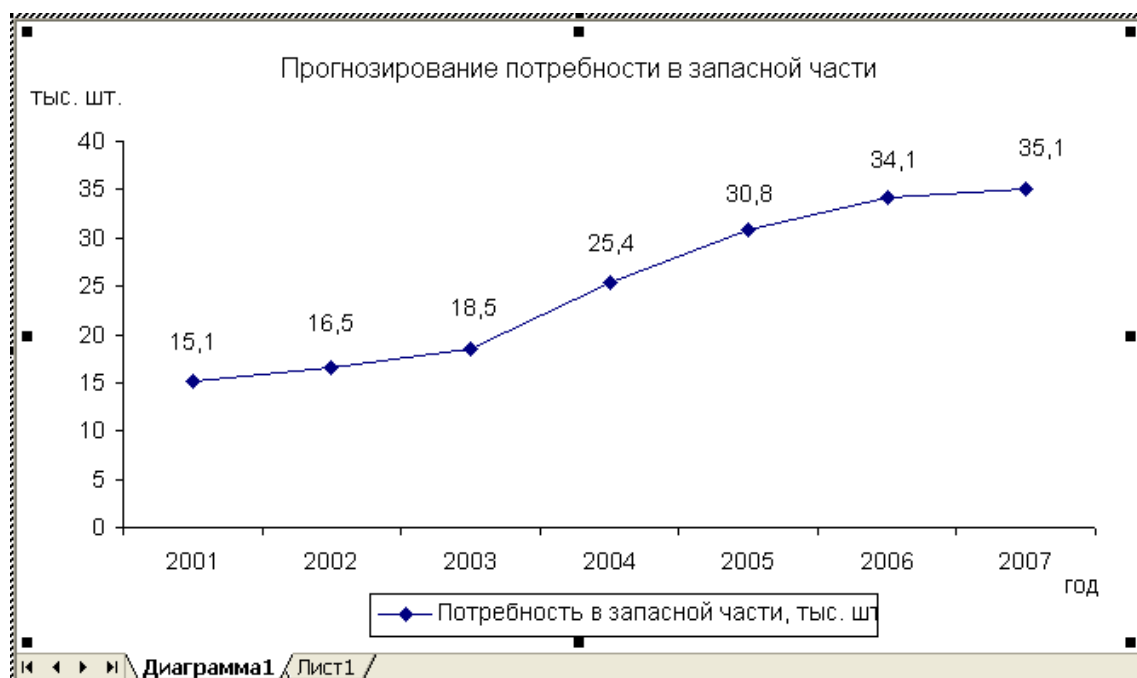


Рисунок 6 – Динамика годовой потребности в запасной части

Для этого:

1) выделите область построения диаграммы; в главном меню выберите **Диаграмма/Добавить линию тренда**;

2) в появившемся диалоговом окне (рис. 7) выберите вид линии тренда и задайте соответствующие параметры. Для полиномиального тренда необходимо задать степень аппроксимирующего полинома, для скользящего среднего – количество точек усреднения.

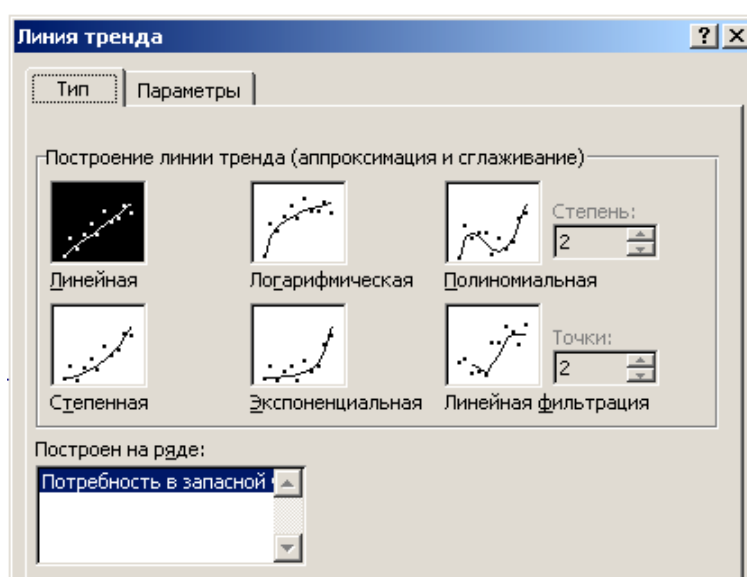


Рисунок 7 – Фрагмент диалогового окна типов линий тренда

В качестве дополнительной информации на диаграмме можно отобразить уравнение регрессии и значение среднеквадратического отклонения, установив соответствующие флажки на закладке **Параметры** (рис. 8). Щелкните по кнопке **ОК**.

Когда это возможно, то при выборе вида аппроксимирующей функции прибегают к графическому способу подбора по виду точек временного ряда, расположенных на плоскости y_0t . Предварительный вывод о качестве подбора линии тренда можно сделать по $\bar{R}^2$ (величина достоверности аппроксимации) – чем ближе значение показателя к единице, тем лучше выполнен подбор уравнения. Результаты подбора двух уравнений тренда представлены на рисунках 9 и 10.

Окончательное решение о виде аппроксимирующей функции будет принято после оценки ее качества и точности.

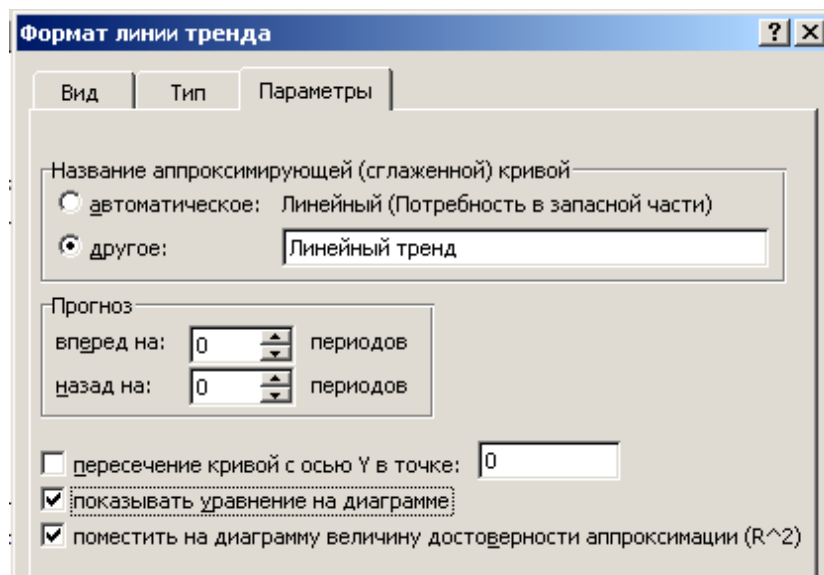


Рисунок 8 – Фрагмент диалогового окна параметров линии тренда



Рисунок 9 – Линейный тренд



Рисунок 10 – Степенной тренд

5.2.5 Оценка параметров математической модели прогнозирования.

На этом этапе исследования определяют параметры различных видов аппроксимирующих функций.

В нашем случае оценка параметров математической модели

прогнозирования осуществлялась в автоматическом режиме при построении линии тренда. Результаты определения функций представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты оценки параметров уравнений тренда

Вид тренда	Уравнение тренда	Величина достоверности аппроксимации
Линейная	$y = 3,8393x + 9,7143$	$R^2 = 0,9574$
Степенная	$y = 13,107 x^{0,4896}$	$R^2 = 0,8924$

6 Содержание отчета и его форма

В отчете должны быть сформулированы цели и задачи исследования, определен анализ объекта прогнозирования.

Отчет должен содержать результаты отбора видов аппроксимирующей функции и оценки параметров математической модели прогнозирования, распечатки полученных результатов с компьютера. По итогам построения уравнений необходимо сделать выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Перечислите основные этапы построения моделей прогнозирования.
2. В чем заключается методологическая предпосылка экстраполяции?
3. Трендовая модель: определение и основные компоненты модели.

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

РАБОТА 8

Выбор математической модели прогнозирования

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести практические навыки оценки и выбора математической модели прогнозирования с помощью методов экстраполяции.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выбрать математическую модель прогнозирования.
2. Оценить точность выбранных моделей прогнозирования.
3. Осуществить точечный прогноз.

2 Теоретическое обоснование

Выбор моделей прогнозирования базируется на оценке их качества. Независимо от метода оценки параметров моделей экстраполяции (прогнозирования), их качество определяется на основе исследования свойств остаточной компоненты $\varepsilon_t = y_t^{\text{факт}} - y_t^{\text{теор}}$ ($t = 1, 2, \dots, n$), т. е. величины расхождений на участке аппроксимации (построения модели) между фактическими уровнями и их расчетными значениями.

Трендовая модель конкретного временного ряда y_t считается адекватной, если остаточная компонента удовлетворяет свойствам случайной компоненты временного ряда:

- 1) случайность колебаний уровней остаточной последовательности;
- 2) соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;
- 3) равенство математического ожидания случайной компоненты нулю;
- 4) независимость значений уровней случайной компоненты.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Используя данные лабораторной работы 7, необходимо оценить качество построенных моделей прогнозирования, выбрать наилучшую модель и построить точечный прогноз.

5.2 Рассмотрим методику выбора модели прогнозирования, используя данные предыдущей работы.

5.2.1 Проведем оценку качества и точности линейного тренда:

$$y = 3,8393 \cdot t + 9,7143.$$

Перед оценкой качества трендовых моделей необходимо рассчитать величину остаточной компоненты. Расчет проводится в следующей последовательности:

1) рассчитаем теоретические значения каждого уровня динамического ряда. Для этого в таблице с исходными данными (рис. 1) в ячейку **B6** необходимо ввести формулу для расчета следующим образом:

- а) активизировать строку формул, введя с клавиатуры знак «равно»;
- б) набрать с клавиатуры уравнение линейного тренда, при этом вместо фактора времени t необходимо указать порядковый номер года (ячейка **B2**);
- в) скопировать полученную формулу в диапазон ячеек **C6:I6**.

Результаты расчетов представлены на рисунке 11.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8
3		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
4	Потребность в запасной части, тыс. шт.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1	
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$								
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4

Рисунок 11 – Результаты расчета теоретических значений

2) рассчитаем остаточную компоненту временного ряда:

а) в ячейку **B7** необходимо ввести формулу «**B3 – B6**» и скопировать в диапазон ячеек **C7:I7**;

б) в ячейку **J7** поставить знак автосуммы Σ , расположенный на панели инструментов **Стандартная**. Просуммировать необходимо ячейки **B7:H7**.

Результаты расчета представлены на рисунке 12.

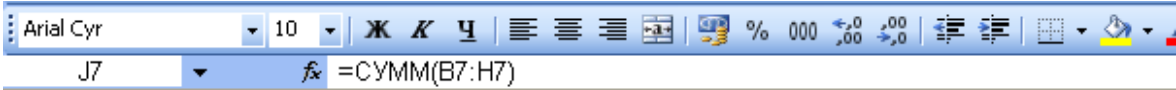
Оценка качества трендовой модели включает в себя четыре этапа.

Этап 1. *Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек.*

Критерием случайности с доверительной вероятностью 95 %, является выполнение неравенства:

$$K > \left[\frac{(2n-4)}{3} - 2 \cdot \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right], \quad (1)$$

где K – количество поворотных точек в остаточной последовательности.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
4	Потребность в запасной части, тыс. шт.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_t	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001

Рисунок 12 – Результаты расчета остаточной компоненты

Квадратные скобки означают целую часть числа.

Если это неравенство не выполняется, трендовая модель считается

неадекватной.

Уровень остаточной последовательности считается поворотной точкой, если он одновременно больше (меньше) двух соседних уровней. В нашем случае $K = 2$, т.к. уровни ε_3 и ε_5 являются поворотными точками ($\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_4 < \varepsilon_5 > \varepsilon_6$).

$$2 > \left[\frac{2n-4}{3} - 2\sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right], \text{ следовательно } \left[\frac{2 \cdot 7 - 4}{3} - 2\sqrt{\frac{16 \cdot 7 - 29}{90}} \right] = [1,]_{41}.$$

Так как $2 > 1$, то модель считается **адекватной**.

Этап 2. Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения может быть произведена с помощью исследования показателей асимметрии – A_c и эксцесса – $\mathcal{E}_k$:

$$A_c = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^3}}, \quad (2)$$

$$\mathcal{E}_k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^2} - 3. \quad (3)$$

Если эти коэффициенты близки к нулю или равны нулю, то ряд остатков распределен в соответствии с нормальным законом.

Промежуточные расчеты произведем с помощью электронной таблицы Excel (рис. 13).

C11		fx =C7-B7								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
4	Потребность в запасной части, тыс. шт.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_t	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_t в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_t в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_t в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина-Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49

Рисунок 13 – Фрагмент листа «Оценка адекватности модели»

Воспользовавшись расчетами в таблице, имеем:

$$A_c = \frac{\frac{1}{7} \cdot (-11,476)}{\sqrt{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371\right)^3}} = -0,38; \quad \mathfrak{A}_k = \frac{\frac{1}{7} \cdot 83,071}{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371\right)^2} - 3 = -1,28.$$

Для оценки близости этих коэффициентов к нулю вычисляют средние квадратические отклонения:

$$\sigma_{A_c} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \quad (4)$$

$$\sigma_{\mathfrak{A}_k} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}. \quad (5)$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{A_c} = \sqrt{\frac{6 \cdot (7-2)}{(7+1) \cdot (7+3)}} = 0,61; \quad \sigma_{\mathfrak{A}_k} = \sqrt{\frac{24 \cdot 7 \cdot (7-2) \cdot (7-3)}{(7+1)^2 \cdot (7+3) \cdot (7+5)}} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие

неравенства:

$$|A_c| < 1,5\sigma_{Ac} \text{ и } \left| \mathcal{E}_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\mathcal{E}k}. \quad (6)$$

$$|-0,38| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,28 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66.$$

Так как оба неравенства выполняются, то гипотеза признается, и модель считается **адекватной**.

Этап 3. Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю, если она распределена по нормальному закону распределения, осуществляется на основе t -критерия Стьюдента:

$$t = \left| \frac{\sum \varepsilon_t}{n} \right| \cdot \frac{\sqrt{n}}{S_{\varepsilon}}, \quad (7)$$

где S_{ε} – стандартное (среднеквадратическое) отклонение для этой последовательности.

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t^2}{n-1}}, \quad (8)$$

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{18,371}{7-1}} = 1,7498.$$

$$\text{Отсюда } t = \left| \frac{-0,001}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{1,7498} = 0,000107.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным (табл. А. 1). Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы, равную $f = n-1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469 (при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$).

Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

Этап 4. Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона рассчитывается по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}. \quad (9)$$

Подставляя в формулу для расчета данные рисунка 18, имеем:

$$d = \frac{29,49}{18,371} = 1,6.$$

Согласно методу Дарбина – Уотсона, существует верхний $d_в$ и нижний $d_н$ пределы значимости статистики d (табл. А. 2). Эти критические значения зависят от уровня значимости α , объема выборки n и числа объясняющих переменных m (для трендовых моделей $m = 1$).

Расчетное значение d сравнивается с $d_н$ и $d_в$. При этом руководствуются правилами:

$d_в \leq d \leq 4 - d_в$	- принимается гипотеза: автокорреляция отсутствует;
$0 \leq d \leq d_н$	- принимается гипотеза о существовании положительной автокорреляции остатков;
$d_н \leq d \leq d_в$ и $4 - d_в \leq d \leq 4 - d_н$	- при выбранном уровне значимости нельзя прийти к определенному выводу;
$4 - d_н \leq d \leq 4$	- принимается гипотеза о существовании отрицательной автокорреляции остатков.

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней равны $d_н = 0,7$ и $d_в = 1,36$.

В нашем случае расчетное значение критерия попало в следующий промежуток: $1,36 \leq 1,6 \leq 4 - 1,36$, следовательно, принимается гипотеза об отсутствии автокорреляции. Модель признается **адекватной**.

Оценка точности модели производится с помощью ошибки аппроксимации:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i^{\text{факт}} - y_i^{\text{теор}}}{y_i^{\text{факт}}} \right| \cdot 100, \%. \quad (10)$$

Вычисление средней ошибки аппроксимации происходит следующим образом:

- 1) в электронную таблицу (рис. 13) в ячейку **A13** введите заголовок «Составляющие для ошибки аппроксимации»;
- 2) в ячейку **B13** введите формулу для расчета:
 - а) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка функции f_x** ;
 - б) в окне Категория (рис. 14) выберите **Математические**, в окне Функция – **ABS**. Щелкните по кнопке **ОК**;

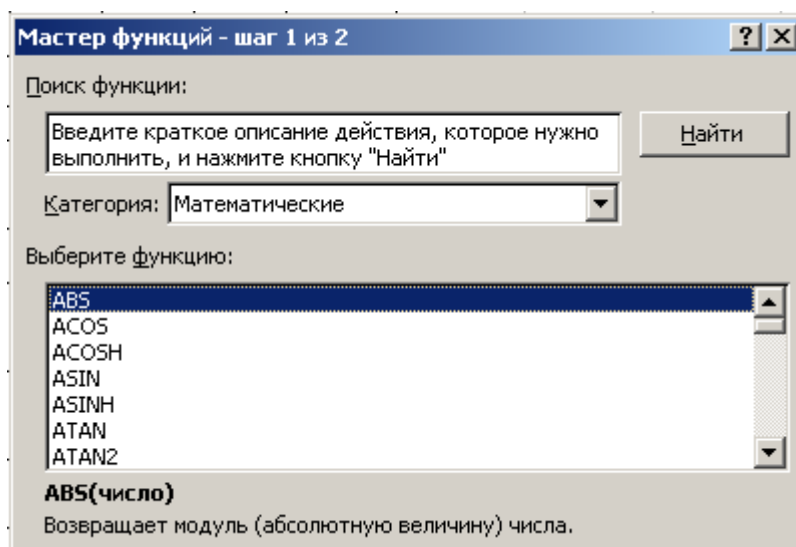
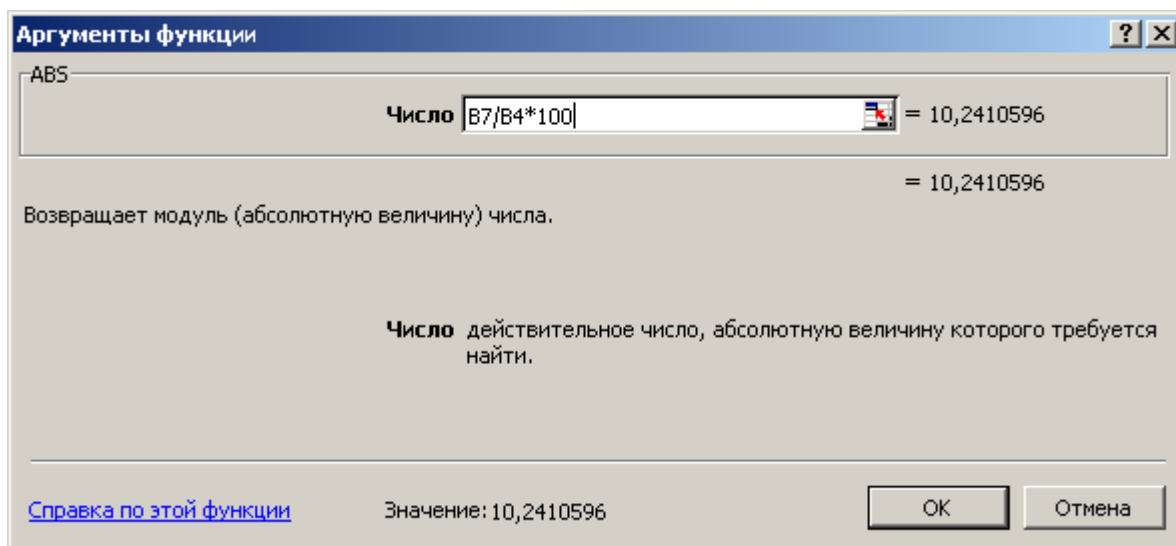
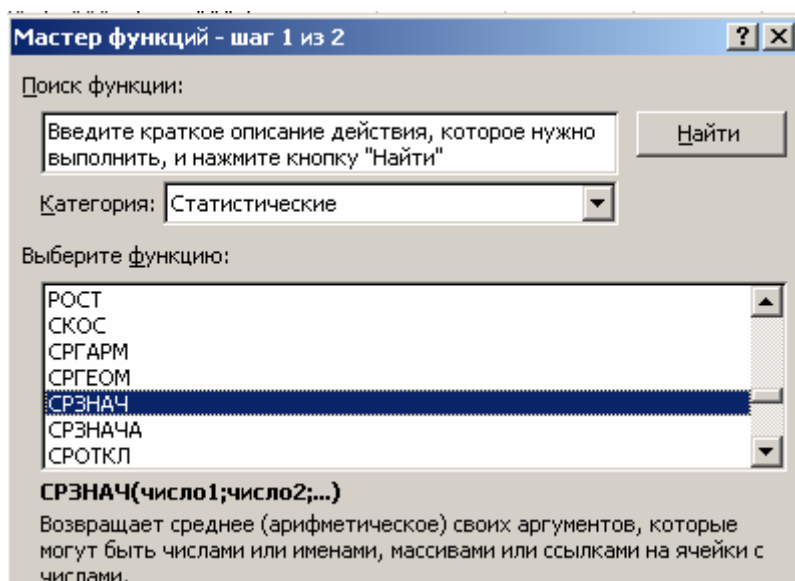


Рисунок 14 – Фрагмент диалогового окна **Мастер функций**

- в) заполните диалоговое окно ввода данных: в строку «Число» введите формулу **B7:B4** и нажмите кнопку **ОК** (рис. 15);

Рисунок 15 – Диалоговое окно функции **ABS**

- г) скопируйте данные ячейки **B13** в диапазон ячеек **C13:H13**;
- 3) в ячейку **A14** введите «**Средняя ошибка аппроксимации**»;
- 4) для вычисления средней ошибки аппроксимации необходимо воспользоваться формулой вычисления **среднего значения**:
 - а) на панели инструментов **Стандартная** выделить кнопку **Вставка функции f_x** ;
 - б) в окне Категория (рис. 16) выберите **Статистические**, в окне Функция – **СРЗНАЧ**. Щелкните по кнопке **ОК**;

Рисунок 16 – Фрагмент диалогового окна **Мастер функций**

- в) заполните диалоговое окно ввода данных: в строку «**Число 1**»

введите формулу **B13:H13** и нажмите кнопку **ОК** (рис. 17).

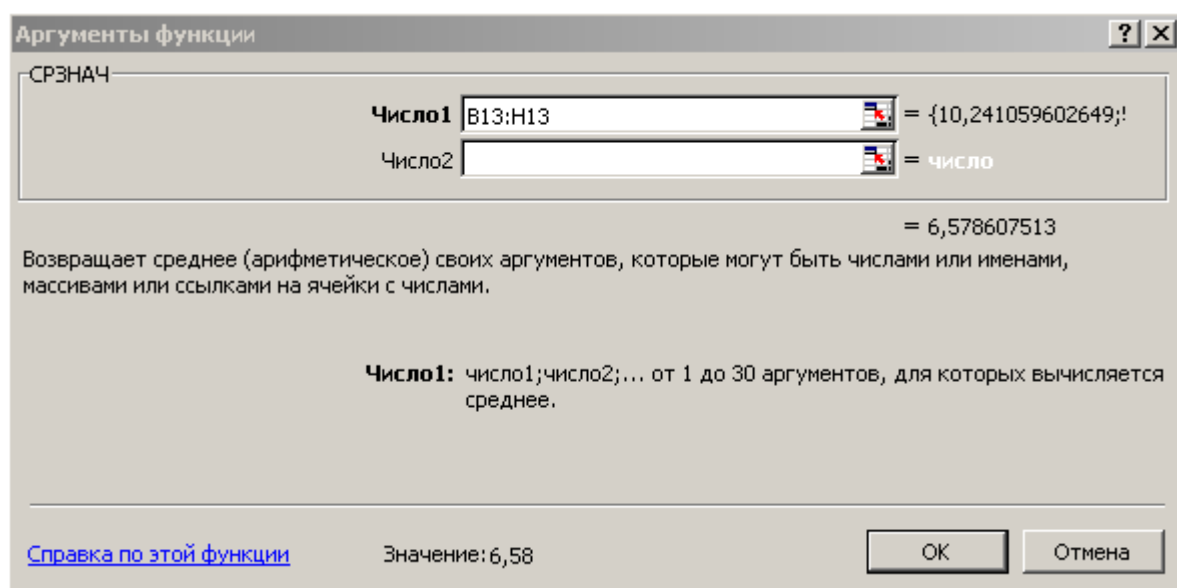


Рисунок 17 – Диалоговое окно функции **СРЗНАЧ**

Результаты расчета средней ошибки аппроксимации представлены на рисунке 18.

B13	fx =ABS(B7/B4*100)									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_f в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_f в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_f в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина-Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	10,24	5,41	14,77	1,29	6,13	3,96	4,24		
14	Средняя ошибка аппроксимации	6,58								

Рисунок 18 – Расчет ошибки аппроксимации

В нашем случае ошибка аппроксимации равна 6,58 %. Так как ошибка аппроксимации меньше критических значений (8 – 10 %), то выбранное

уравнение тренда достаточно точно описывает исходную информацию. Проведенный анализ показал, что линейный тренд адекватно и точно описывает исходный динамический ряд и его можно использовать для прогнозирования.

5.2.2 Проведем оценку качества и точности степенного тренда:

$$y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$$

Проверка осуществляется аналогично. Результаты промежуточных расчетов представлены на рисунке 19.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
4	Потребность в запасной части, тыс. шт.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Степенной тренд $y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$									
6	Теоретическое Y	13,1	18,4	22,4	25,8	28,8	31,5	34,0	36,3	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	2,0	-1,9	-3,9	-0,4	2,0	2,6	1,1		1,390
8	ε_f в квадрате	3,97	3,62	15,56	0,19	3,91	6,69	1,25		35,197
9	ε_f в третьей степени	7,92	-6,89	-61,35	-0,08	7,74	17,32	1,39		-33,958
10	ε_f в четвертой степени	15,78	13,11	241,98	0,04	15,32	44,81	1,56		332,593
11	Числитель Дарбина-Уотсона		-3,90	-2,04	3,51	2,42	0,61	-1,47		
12	Квадрат числителя		15,18	4,17	12,29	5,84	0,37	2,16		40,01
13	Составляющие для аппроксимации	13,20	11,53	21,32	1,73	6,42	7,59	3,18		64,97
14	Средняя ошибка аппроксимации	9,28								

Рисунок 19 – Фрагмент листа «Оценка адекватности степенного тренда»

Этап 1. Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек.

В нашем случае количество поворотных точек $K = 2$, так как $\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_5 < \varepsilon_6 > \varepsilon_7$).

Так как $2 > 1$, то модель считается адекватной.

Этап 2. Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения.

Коэффициент асимметрии равен:

$$A_c = \frac{-4,85108}{\sqrt{5,028108^3}} = 0,4302, \quad \mathfrak{A}_k = \frac{47,51327}{5,028108^2} - 3 = -1,1206.$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{Ac} = 0,61; \quad \sigma_{\mathfrak{A}_k} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|A_c| < 1,5\sigma_{Ac} \text{ и } \left| \mathfrak{A}_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\mathfrak{A}_k},$$

$$|-0,43| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,12 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66,$$

$$|-0,43| < 0,915 \text{ и } |-0,37| < 0,99.$$

Так как оба неравенства выполняются, гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты признается, и модель считается **адекватной**.

Этап 3. Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю, если она распределена по нормальному закону распределения.

Расчетное значение критерия Стьюдента равно:

$$t = \left| \frac{1,39}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{2,422} = 0,2168.$$

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{35,197}{7-1}} = 2,422.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным. Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы, равную $f = n - 1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469

(при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$). Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

Этап 4. Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона равен:

$$d = \frac{40,01}{35,197} = 1,14.$$

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней, равны $d_n = 0,7$ и $d_e = 1,36$.

В данном случае расчетное значение критерия Дарбина – Уотсона попало в третий интервал, когда $d_n \leq d \leq d_e$, т. е. $0,7 \leq 1,14 \leq 1,36$. В этой ситуации нельзя прийти к определенному уровню.

Следовательно, необходимо рассчитать коэффициент автокорреляции по формуле:

$$r_a = 1 - \frac{d}{2}, \quad (12)$$

$$r_a^{расч} = 1 - \frac{1,14}{2} = 0,43.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным $r_a^{табл}$ (приложение А табл. А. 3). Табличное значение коэффициента автокорреляции имеет одну степень свободы $f = n = 7$. Так как расчетное значение больше табличного ($r_a^{табл} = 0,370$), то гипотеза об отсутствии автокорреляции в остаточной последовательности отвергается, и модель признается **неадекватной**.

Оценка точности модели производится с помощью ошибки аппроксимации.

Воспользовавшись расчетами в таблице (рис. 19), находим, что ошибка аппроксимации равна 9,28 %.

Проведенный анализ показал, что степенную модель нельзя

использовать для дальнейшего прогнозирования, так как в исходных данных присутствует автокорреляция уровней и значение средней ошибки аппроксимации достаточно близко к критическому значению (8 – 10 %).

Следовательно, для прогнозирования необходимо оставить линейное уравнение тренда.

5.3 Получение точечного прогноза.

Сделаем прогноз на последующий 2008 год, используя при этом выбранную нами адекватную модель – линейную функцию.

Для этого в уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$ подставим прогнозное значение t , которое в нашем случае равно 8.

Итак, $y = 3,8393 \cdot 8 + 9,7143 = 40,43$ тыс. шт.

Следовательно, в следующем году при сложившихся тенденциях работы предприятия, годовая потребность в запасной части составит 40,43 тыс. шт.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать результаты оценки адекватности модели, точечный прогноз на 2008 год, распечатки с компьютера, выводы по итогам работы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Какими свойствами должна обладать остаточная компонента, чтобы трендовая модель считалась адекватной?
2. Для чего используется критерий поворотных точек?
3. Для чего используются коэффициенты асимметрии и эксцесса?
4. Что характеризует критерий Дарбина-Уотсона?
5. Какую проверку проводят при помощи критерия Стьюдента?
6. В каком случае для проверки наличия автокорреляции остатков используется коэффициент автокорреляции?

Идентификации модели и оценивание параметров структурной модели

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Для решения этой системы и нахождения ее параметров используется метод наименьших квадратов.

сверхидентифицированных уравнений и состоит в следующем:

1. Составляют приведенную форму моделей и определяют численные значения параметров каждого ее уравнения обычным МНК.
2. Выявляют эндогенные переменные, находящиеся в правой части структурного уравнения, параметры которого определяют двухшаговый МНК, и находят расчетные значения по соответствующим уравнениям приведенной формы моделей.
3. Обычным МНК определяют параметры структурного уравнения, используя в качестве исходных данных фактические значения предопределенных переменных и расчетные значения эндогенных переменных, стоящих в правой части данного структурного уравнения.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 В соответствии с выданным заданием (приложение Б) необходимо оценить структурную модель на идентификацию, записать приведенную форму модели, определить метод оценки параметров модели.

5.2 В качестве примера рассмотрим следующие решение следующих заданий.

5.2.1 Необходимо провести идентификацию модели следующего вида:

$$\begin{cases} y = a_1 + b_1 \cdot (C + D) + \varepsilon_1 \\ C = a_2 + b_2 \cdot y + b_3 \cdot y_{-1} + \varepsilon_2 \end{cases}$$

где y – валовой национальный доход;

y_{-1} – валовой национальный доход предшествующего года;

C – личное потребление;

D – конечный спрос (помимо личного потребления);

ε_1 и ε_2 – случайные составляющие.

В данной модели две эндогенные переменные (y и C) и две экзогенные переменные (D и y_{-1}). Второе уравнение точно идентифицировано, так как содержит две эндогенные переменные и не содержит одну экзогенную переменную из системы. Иными словами, для второго уравнения имеем по счетному правилу идентификации равенство: $2 = 1 + 1$.

Первое уравнение сверхидентифицировано, так как в нем содержится одна эндогенная переменная y . Переменная C в данном уравнении не рассматривается как эндогенная, так как она участвует в уравнении не самостоятельно, а вместе с переменной D . В данном уравнении отсутствует одна экзогенная переменная, имеющаяся в системе. По счетному правилу идентификации получаем: $1 + 1 = 2$: $D + 1 > N$. Это больше, чем число эндогенных переменных в данном уравнении.

Следовательно, система сверхидентифицирована и для определения ее параметров используется двухшаговый метод наименьших квадратов.

5.2.2 Оценить следующую структурную модель на идентификацию:

$$\begin{cases} y_1 = b_{13}y_3 + a_{11}x_1 + a_{13}x_3, \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + a_{22}x_2, \\ y_3 = b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{33}x_3. \end{cases}$$

Модель имеет три эндогенных переменных (y_1 , y_2 , y_3) и три экзогенных (x_1 , x_2 , x_3) переменные.

Проверим каждое уравнение системы на необходимое (Н) и достаточное (Д) условия идентификации.

Первое уравнение.

Н: эндогенных переменных – 2 (y_1, y_3),

отсутствующих экзогенных – 1 (x_2).

Выполняется необходимое равенство: $2 = 1 + 1$, следовательно, уравнение точно идентифицируемо.

Д: в первом уравнении отсутствуют переменные y_2 и x_2 . Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы:

$$\text{Det } A = -1 \cdot 0 - b_{32} \cdot a_{22} \neq 0.$$

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_2	x_2
Второе	-1	a_{22}
Третье	b_{32}	0

Определитель матрицы не равен нулю, ранг матрицы равен 2; следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и первое уравнение точно идентифицируемо.

Второе уравнение.

Н: эндогенных переменных – 3 (y_1, y_2, y_3),

отсутствующих экзогенных – 2 (x_1, x_3).

Выполняется необходимое равенство: $3 = 2 + 1$, следовательно, уравнение точно идентифицируемо.

Д: в первом уравнении отсутствуют переменные x_1 и x_3 . Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	x_1	x_3
Первое	a_{11}	a_{13}
Третье	a_{31}	a_{33}

$$\text{Det } A = a_{11} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{13} \neq 0.$$

Определитель матрицы не равен нулю, ранг матрицы равен 2; следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и второе уравнение точно идентифицируемо.

Третье уравнение.

Н: эндогенных переменных – 2 (y_2, y_3),
отсутствующих экзогенных – 1 (x_2).

Выполняется необходимое равенство: $2 = 1 + 1$, следовательно, уравнение точно идентифицируемо.

Д: в первом уравнении отсутствуют переменные y_1 и x_2 . Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_1	x_2
Первое	- 1	0
Второе	b_{21}	a_{22}

$$\text{Det } A = -1 \cdot a_{22} - b_{21} \cdot 0 \neq 0.$$

Определитель матрицы не равен нулю, ранг матрицы равен 2; следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и третье уравнение точно идентифицируемо.

Следовательно, исследуемая система точно идентифицируема и может быть решена косвенным методом наименьших квадратов.

Приведенная форма модели для данной структурной модели будет иметь вид:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3, \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3, \\ \hat{y}_3 = \delta_{31}x_1 + \delta_{32}x_2 + \delta_{33}x_3. \end{cases}$$

5.2.3 Определить способ оценки параметров следующей модели:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot C_{t-1} + U_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot r_t + b_{22} \cdot I_{t-1} + U_2, \\ r_t = a_3 + b_{31} \cdot Y_t + b_{32} \cdot M_t + U_3, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t, \end{cases}$$

где C_t – расходы на потребление в период t ;

Y_t – совокупный доход в период t ;

I_t – инвестиции в период t ;

r_t – процентная ставка в период t ;

M_t – денежная масса в период t ;

G_t – государственные расходы в период t ;

C_{t-1} – расходы на потребление в период $t-1$;

I_{t-1} – инвестиции в период $t-1$;

U_1, U_2, U_3 – случайные ошибки.

Модель представляет собой систему одновременных уравнений. Для ответа на вопрос о способе оценки параметров модели проверим каждое ее уравнение на идентификацию.

Модель включает четыре эндогенные переменные (C_t , I_t , Y_t и r_t) и четыре предопределенные переменные (две экзогенные переменные – M_t и G_t и две лаговые эндогенные переменные – C_{t-1} и I_{t-1}).

Проверим необходимое условие идентификации для уравнений модели.

Первое уравнение.

Это уравнение включает две эндогенные переменные (C_t и Y_t) и одну предопределенную переменную (C_{t-1}). Следовательно, число предопределенных переменных, не входящих в это уравнение, плюс 1, больше числа эндогенных переменных, входящих в уравнение: $3 + 1 > 2$. Уравнение свехидентифицировано.

Второе уравнение.

Это уравнение включает две эндогенные переменные (I_t и r_t) и не включает три predetermined переменные. Как и первое уравнение, оно сверхидентифицировано.

Третье уравнение.

Это уравнение тоже включает две эндогенные переменные (Y_t и r_t) и не включает три predetermined переменные. Это уравнение сверхидентифицировано.

Четвертое уравнение.

Это уравнение представляет собой тождество, параметры которого известны. Необходимости в его идентификации нет.

Проверим для каждого из уравнений достаточное условие идентификации. Для этого составим матрицу коэффициентов при переменных модели:

	C_t	Y_t	C_{t-1}	I_t	r_t	I_{t-1}	M_t	G_t
I уравнение	-1	b_{11}	b_{12}	0	0	0	0	0
II уравнение	0	0	0	-1	b_{21}	b_{22}	0	0
III уравнение	0	b_{31}	0	0	-1	0	b_{32}	0
Тождество	1	-1	0	1	0	0	0	1

В соответствии с достаточным условием идентификации определитель матрицы коэффициентов при переменных, не входящих в исследуемое уравнение, не должен быть равен нулю, а ранг матрицы должен быть равен числу эндогенных переменных модели минус 1, т.е. $4 - 1 = 3$.

Первое уравнение.

Матрицы коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение имеет вид

$$A = \begin{vmatrix} -1 & b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ее ранг равен 3, так как определитель квадратной подматрицы 3×3 этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & b_{21} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для первого уравнения выполняется.

Второе уравнение.

Выпишем матрицу коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение:

$$A = \begin{vmatrix} -1 & b_{11} & b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & b_{31} & 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ее ранг равен 3, так как определитель квадратной подматрицы 3×3 этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для второго уравнения выполняется.

Третье уравнение.

Выпишем матрицу коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение:

$$A = \begin{vmatrix} -1 & b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & b_{22} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ее ранг равен 3, так как определитель квадратной подматрицы 3×3

этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Достаточное условие идентификации для третьего уравнения выполняется.

Таким образом, все уравнения модели сверхидентифицированы. Для оценки параметров каждого из уравнений необходимо использовать двухшаговый МНК.

Запишем приведенную форму модели в общем виде:

$$\begin{cases} C_t = A_1 + A_2 \cdot C_{t-1} + A_3 \cdot I_{t-1} + A_4 \cdot M_t + A_5 \cdot G_t + V_1, \\ I_t = B_1 + B_2 \cdot C_{t-1} + B_3 \cdot I_{t-1} + B_4 \cdot M_t + B_5 \cdot G_t + V_2, \\ Y_t = D_1 + D_2 \cdot C_{t-1} + D_3 \cdot I_{t-1} + D_4 \cdot M_t + D_5 \cdot G_t + V_3, \\ r_t = E_1 + E_2 \cdot C_{t-1} + E_3 \cdot I_{t-1} + E_4 \cdot M_t + E_5 \cdot G_t + V_4, \end{cases}$$

где V_1 , V_2 , V_3 и V_4 – случайные ошибки.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать: исходную структурную модель, проверку идентификации каждого уравнения системы, построенную приведенную модель системы, выводы об используемом методе оценки параметров модели.

7 Контрольные вопросы и защита работы

1. Причины применения в экономике системы одновременных уравнений.
2. Необходимое условие идентификации уравнений.
3. Достаточное условие идентификации уравнений.
4. Экзогенные, эндогенные и предопределенные переменные.
5. Разновидности метода наименьших квадратов: сущность и условия

применения.

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Айвазян, С. А. Методы эконометрики : учебник / С. А. Айвазян. – Москва : Магистр: ИНФРА-М, 2022. – 512 с. – ISBN 978-5-9776-0153-5. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1840468>
2. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование : учебник / Л.О. Бабешко, М.Г. Бич, И.В. Орлова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 387 с. : ил. – DOI 10.12737/1141216. - ISBN 978-5-16-016417-5. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1905581>
3. Бабешко, Л. О. Эконометрика и эконометрическое моделирование в Excel и R : учебник / Л.О. Бабешко, И.В. Орлова. – Москва : ИНФРА-М, 2025. – 300 с. : ил. – (Высшее образование). – DOI 10.12737/1079837. - ISBN 978-5-16-020683-7. – Текст : электронный. – URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2186880>
4. Эконометрика (продвинутый уровень) / И. А. Кацко, Г. В. Горелова, А. Е. Сенникова [и др.]. – 2-е изд., стер. –Санкт-Петербург : Лань, 2024. – 176 с. – ISBN 978-5-507-48946-6. –Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. –URL: <https://e.lanbook.com/book/366797>

Дополнительная литература

1. Басовский, Л. Е. Эконометрика : учебное пособие / Л. Е. Басовский. – Москва : РИОР: ИНФРА-М, 2023. – 48 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-369-01569-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1918517>
2. Величко, А. С. Эконометрика в Eviews : Учебно-методическое пособие / Величко А. С. - Саратов: Вузовское образование, 2016. - 66 с. Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

3. Гладилин, А. В. Эконометрика : учеб. пособие / А. В. Гладилин, А. Н. Герасимов, Е. И. Громов. - Ростов н/Д : Феникс, 2014. 297 с. : ил. - (Высшее образование). Гриф: Доп. УМО. Библиогр.: с. 278-281. Прил.: с. 287-292. ISBN 978-5-222-17387-9

4. Ершова, Н. А. Современная эконометрика Электронный ресурс : Учебное пособие / Н. А. Ершова, С. Н. Павлов. – Современная эконометрика, 2021-09-11. – Москва : Российский государственный университет правосудия, 2018. – 52 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-93916-650-8

5. Еремеева, Н. С. Эконометрика Электронный ресурс : Лабораторный практикум в Excel. Учебное пособие / Н. С. Еремеева, Т. В. Лебедева. – Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016. – 159 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-7410-1509-4

6. Ивченко, Ю.С. Эконометрика Электронный ресурс : учебное пособие / Ю.С. Ивченко. – Саратов: Вузовское образование, 2018. – 121 с. – ЭБС IPRbooks. – ISBN 978-5-4487-0186-3

7. Ниворожкина, Л. И. Эконометрика : теория и практика : учеб. пособие / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, Е.П. Кокина. – М.: РИОР : ИНФРА-М, 2018. – 207 с. – (Высшее образование). –DOI: <https://doi.org/10.12737/1698-5>. – ISBN 978-5-369-01698-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/907587>

8. Орлов, А. И. Эконометрика: учебное пособие / Орлов А. И. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. – 677 с. – Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

9. Эконометрика. Электронный ресурс: Лабораторный практикум / сост. Н. А. Чечерова. – Саратов: Ай Пи Ар Медиа, 2019. – 176 с. – ЭБС IPR BOOKS. – ISBN 978-5-4497-0154-1

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А. 1 – Критические значения t -критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10; 0,05; и 0,01

Число степеней свободы d.f.	α			Число степеней свободы d.f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,313752	12,70620	31,82052	18	1,734064	2,10092	2,55238
2	2,919986	4,30265	6,96456	19	1,729133	2,09302	2,53948
3	2,353363	3,18245	4,54070	20	1,724718	2,08596	2,52798
4	2,131847	2,77645	3,74695	21	1,720743	2,07961	2,51765
5	2,015048	2,57058	3,36493	22	1,717144	2,07387	2,50832
6	1,943180	2,44691	3,14267	23	1,713872	2,06866	2,49987
7	1,894579	2,36462	2,99795	24	1,710882	2,06390	2,49216
8	1,859548	2,30600	2,89646	25	1,708141	2,05954	2,48511
9	1,833113	2,26216	2,82144	26	1,705618	2,05553	2,47863
10	1,812461	2,22814	2,76377	27	1,703288	2,05183	2,47266
11	1,795885	2,20099	2,71808	28	1,701131	2,04841	2,46714
12	1,782288	2,17881	2,68100	29	1,699127	2,04523	2,46202
13	1,770933	2,16037	2,65031	30	1,697261	2,04227	2,45726
14	1,761310	2,14479	2,62449	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,753050	2,13145	2,60248	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,745884	2,11991	2,58349	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,739607	2,10982	2,56693	inf	1,644854	1,95996	2,32635

Таблица А. 2 – Значения статистик Дарбина – Уотсона d_H и d_G при
5 %-м уровне значимости

n	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_H	d_G	d_H	d_G	d_H	d_G	d_H	d_G	d_H	d_G
6	0,61	1,40	-	-	-	-	-	-	-	-
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-	-	-	-	-
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29	-	-	-	-
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13	-	-	-	-
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02	-	-	-	-
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93	-	-	-	-
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86	-	-	-	-
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82	-	-	-	-
14	1,0	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78	-	-	-	-
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,53	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,54	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,55	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

Таблица А. 3 – Критические значения коэффициента циклической автокорреляции

Степень свободы f	Положительные значения		Отрицательные значения	
	5 %	1 %	5 %	1 %
5	0,253	0,297	-0,753	-0,798
6	0,345	0,447	-0,708	-0,863
7	0,370	0,510	-0,674	-0,799
8	0,371	0,531	-0,625	-0,764
9	0,366	0,533	-0,593	-0,737
10	0,360	0,525	-0,564	-0,705
11	0,353	0,515	-0,539	-0,679
12	0,348	0,505	-0,516	-0,655
13	0,341	0,495	-0,497	-0,634
14	0,335	0,485	-0,479	-0,615
15	0,328	0,475	-0,462	-0,597
20	0,299	0,432	-0,399	-0,524
25	0,276	0,398	-0,356	-0,473
30	0,257	0,370	-0,325	-0,433
35	0,242	0,347	-0,300	-0,401
40	0,229	0,326	-0,279	-0,376
45	0,218	0,314	-0,262	-0,356
50	0,208	0,301	-0,248	-0,339
55	0,199	0,289	-0,236	-0,324
60	0,191	0,278	-0,225	-0,310
65	0,184	0,268	-0,216	-0,298
70	0,178	0,259	-0,207	-0,287
75	0,173	0,250	-0,199	-0,276

Задание 1

Модель денежного рынка имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} R_t &= a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_1 + \varepsilon_1, \\ Y_t &= a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_1 + \varepsilon_2, \end{aligned}$$

где R – процентная ставка;

Y – валовой внутренний продукт;

M – денежная масса;

I – внутренние инвестиции;

t – текущий период.

Задание 2

Рассматривается следующая модель:

$$\begin{aligned} S_t &= a_1 + b_{11} \cdot D_t + b_{12} \cdot M_t + b_{13} \cdot Un_t + \varepsilon_1, \\ C_t &= a_2 + b_{21} \cdot D_t + b_{22} \cdot S_t + b_{23} \cdot Un_{t-1} + \varepsilon_2, \\ D_t &= a_3 + b_{31} \cdot S_t + b_{32} \cdot C_{t-1} + b_{33} \cdot I_t + \varepsilon_3, \end{aligned}$$

где S_t – заработная плата в период t ;

D_t – чистый национальный доход в период t ;

M_t – денежная масса в период t ;

C_t – расходы на потребление в период t ;

C_{t-1} – расходы на потребление в период $t-1$;

Un_t – уровень безработицы в период t ;

Un_{t-1} – уровень безработицы в предыдущий период;

I_t – инвестиции в период t ;

Задание 3

Предложение и спрос на рынке характеризуются следующей моделью:

$$\begin{aligned}q_1 &= a_1 + b_1 \cdot p + \varepsilon_1, \\q_2 &= a_2 + b_2 \cdot p + \varepsilon_2, \\q_1 &= q_2,\end{aligned}$$

где q_1 – спрос на товар;
 q_2 – предложение количества товара;
 p – цена, по которой заключаются сделки.

Задание 4

Модель денежного рынка имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}R_t &= a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\Y_t &= a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_2, \\I_t &= a_3 + b_{33} \cdot R_t + \varepsilon_3,\end{aligned}$$

где R – процентная ставка;
 Y – валовой внутренний продукт;
 M – денежная масса;
 I – внутренние инвестиции;
 t – текущий период.

Задание 5

Модель спроса и предложения на деньги имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}R_t &= a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\Y_t &= a_2 + b_{21} \cdot R_t + \varepsilon_2,\end{aligned}$$

где R – процентная ставка в период t ;
 Y – валовой внутренний продукт в период t ;
 M – денежная масса в период t .

Задание 6

Модель Менгеса имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
Y_t &= a_1 + b_{11} \cdot Y_{t-1} + b_{12} \cdot I_t + \varepsilon_1, \\
I_t &= a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{22} \cdot Q_t + \varepsilon_2, \\
C_t &= a_3 + b_{31} \cdot Y_t + b_{32} \cdot C_{t-1} + b_{33} \cdot P_t + \varepsilon_3, \\
Q_t &= a_4 + b_{41} \cdot Q_{t-1} + b_{42} \cdot R_t + \varepsilon_4,
\end{aligned}$$

где Y – национальный доход;
 C – расходы на личное потребление;
 I – чистые инвестиции;
 Q – валовая прибыль экономики;
 P – индекс стоимости жизни;
 R – объем продукции промышленности;
 t – текущий период;
 $t-1$ – предыдущий период.

Задание 7

Одна из версий модифицированной модели Кейнса имеет вид

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{22} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t, \end{cases}$$

где C – расходы на потребление;
 Y – совокупный доход;
 I – инвестиции;
 G – государственные расходы;
 t – текущий период;
 $t-1$ – предыдущий период.

Задание 8

Модель мультипликатора-акселератора имеет вид

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot R_t + b_{12} \cdot C_{t-1} + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot (R_t - R_{t-2}) + \varepsilon_2, \\ R_t = C_t + I_t, \end{cases}$$

где C – расходы на потребление;

R – доход;

I – инвестиции;

t – текущий период;

$t-1$ – предыдущий период.

Задание 9

Модель протекционизма Сальватора (упрощенная версия) имеет вид

$$\begin{cases} M_t = a_1 + b_{12} \cdot N_t + b_{13} \cdot S_t + b_{14} \cdot E_{t-1} + b_{15} \cdot M_{t-1} + \varepsilon_1, \\ N_t = a_2 + b_{21} \cdot M_t + b_{23} \cdot S_t + b_{26} \cdot Y_t + \varepsilon_2, \\ S_t = a_3 + b_{31} \cdot M_t + b_{32} \cdot N_t + b_{37} \cdot X_t + \varepsilon_3, \end{cases}$$

где M – доля импорта в ВВП;

N – общее число прошений об освобождении от таможенных пошлин;

S – число удовлетворенных прошений об освобождении от таможенных пошлин;

E – фиктивная переменная, равная 1 для тех лет, в которые курс доллара на международных валютных рынках был искусственно завышен, и 0 – для всех остальных лет;

Y – реальный ВВП;

X – реальный объем чистого экспорта;

t – текущий период;

$t-1$ – предыдущий период.

Задание 10

Модель Кейнса (одна из версий) имеет следующий вид

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{1t} & \text{(функция потребления),} \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_{2t} & \text{(функция инвестиций),} \\ Y_t = C_t + I_t + G_t & \text{(тождество дохода),} \end{cases}$$

где C – расходы на потребление;
 Y – валовой внутренний продукт;
 I – валовые инвестиции;
 G – государственные расходы;
 t – текущий период;
 $t-1$ – предыдущий период.

Задание 11

Модифицированная модель Кейнса имеет следующий вид

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + \varepsilon_1 & \text{(функция потребления),} \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{22} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_2 & \text{(функция инвестиций),} \\ Y_t = C_t + I_t + G_t & \text{(тождество дохода),} \end{cases}$$

где C – расходы на потребление;
 Y – валовой внутренний продукт;
 I – валовые инвестиции;
 G – государственные расходы;
 t – текущий период;
 $t-1$ – предыдущий период.

Задание 12

Дана следующая структурная форма модели:

$$\begin{cases} C_t = b_1 + b_2 \cdot S_t + b_3 \cdot P_t, \\ S_t = a_1 + a_2 \cdot R_t + a_3 \cdot R_{t-1} + a_4 \cdot t, \\ R_t = S_t + P_t, \end{cases}$$

где C_t – личное потребление в период t ;
 S_t – заработная плата в период t ;

P_t – прибыль в период t ;

R_t – общий доход в период t ;

R_{t-1} – общий доход в период $t-1$;

t – текущий период;

$t-1$ – предыдущий период

Задания для самоконтроля

Номер задания	Содержание вопроса	Компетенция
	Семестр 2	
	Тестовые задания	
1	Что является предметом изучения эконометрики? а) Количественная сторона экономических процессов и явлений б) Массовые экономические процессы и явления в) Система внутренних связей между явлениями национальной экономики	ОПК-2
2	Мультиколлинеарность – это в эконометрике термин, обозначающий: а) Метод, позволяющий оценить параметры модели, опираясь на случайные выборки б) Статистическую зависимость между последовательными элементами одного ряда, которые взяты со сдвигом в) Наличие линейной зависимости между факторами (объясняющими переменными) регрессионной модели	ОПК-2
3	Теорема Гаусса-Маркова в эконометрике опирается на: а) Метод наименьших квадратов б) Метод наименьших модулей в) Метод инструментальных переменных г) Возможности применения методов математики для решения экономических задач	ОПК-2
4	Эконометрика – это наука, которая изучает: а) Структуру, порядок и отношения, сложившиеся на основе операций подсчета, измерения и описания формы объектов б) Количественные и качественные экономические взаимосвязи, и взаимозависимости, опираясь на методы и модели математики и статистик	ОПК-2

5	Модели временных рядов в эконометрике – это модели: а) Которые используются для того, чтобы определить, как себя будет вести тот или иной фактор в течение определенного промежутка времени б) Которые позволяют максимально точно рассчитать период времени, требующийся для того, чтобы значение фактора изменилось на значимую величину с) Для построения которых используются данные, характеризующие один объект за несколько последовательных периодов	ОПК-2
6	Модели в эконометрике – это: а) Средство прогнозирования значений определенных переменных б) Экономические и статистические зависимости, выраженные математическим языком с) Данные одного типа, сгруппированные определенным образом	ОПК-2
7	Какие существуют типы данных в эконометрике? а) Постоянные, переменные б) Определенные, неопределенные, качественные, количественные с) Пространственные, временные, панельные	ОПК-2
8	Зависимая переменная в эконометрике – это: а) Параметр, состоящий из случайной и неслучайной величин б) Некоторая переменная регрессионной модели, которая является функцией регрессии с точностью до случайного возмущения с) Переменная, которая получается путем перевода качественных характеристик в количественные, т.е. путем присвоения цифровой метки	ОПК-2
9	Что представляет собой выборочная дисперсия? а) Несмещенную оценку генеральной дисперсии б) Смещенную оценку генеральной дисперсии -: Смещенную оценку моды	ОПК-2
10	Какие приемы используют для идентификации модели? а) Проверка адекватности, статистический анализ б) Оценка параметров, статистический анализ с) Расчет математических ожиданий, проверка адекватности	ОПК-2
11	Предельно допустимое значение средней ошибки аппроксимации составляет ... %. а) Не более 10-12 б) Не более 3-5 с) Не более 8-10	ОПК-2

12	Какие существуют типы переменных в эконометрике? а) Предопределенные, экзогенные, эндогенные б) Пространственные, временные, панельные в) Экзогенные, эндогенные	ОПК-5
13	Назовите ученого, который ввел термин «эконометрика». а) Н. Кондратьев б) Р. Фриш в) К. Грэнджер	ОПК-5
14	Какой показатель измеряет тесноту статистической связи между переменной и объясняющими переменными? а) Коэффициент детерминации б) Коэффициент рекурсии в) Коэффициент корреляции	ОПК-5
15	Укажите, какими способами оценивают параметры линейной регрессии: а) Дисперсия, метод наименьших квадратов, математическое ожидание б) Дисперсия, математическое ожидание, ковариация, среднее квадратичное отклонение в) Математическое ожидание, регрессия, медиана	ОПК-5
16	Критические значения статистики Дарбина-Уотсона зависят от следующих факторов: а) Количество наблюдений в выборке и число объясняющих переменных б) Число объясняющих переменных и конкретные значения переменных в) Количество наблюдений в выборке и конкретные значения переменных	ОПК-5
17	Для установления влияния какого-либо события на коэффициент линейной регрессии при не фиктивной переменной в модель включают: а) Фиктивную переменную взаимодействия б) Фиктивную переменную для коэффициента наклона в) Лаговую переменную	ОПК-5
18	Случайная величина, принимающая отдельные, изолированные друг от друга значения – это: а) Дискретная величина б) Вероятностный парадокс в) Неравномерная величина	ОПК-5

19	Эндогенные переменные – это переменные: а) Внешние, задаваемые вне социально-экономической модели и не зависящие от ее состояния б) Внутренние, сформированные в результате функционирования социально-экономической системы в) Которые постоянно изменяются	ОПК-5
20	Что представляет собой априорный этап построения эконометрической модели? а) Предмодельный анализ экономической сущности изучаемого явления, формирование и формализация априорной информации б) Сбор и регистрация информации об участвующих в модели факторах и показателях в) Независимое оценивание значений участвующих в модели факторах и показателях	ОПК-5
21	Если увеличить размер выборки, то оценка математического ожидания: а) Станет менее точной б) Станет более точной в) Не изменится	ОПК-5
22	Ситуация, при которой нулевая гипотеза была опровергнута, хотя и являлась истинной, называется: а) Ошибка I рода б) Системная ошибка в) Стандартная ошибка	ОПК-5
Вопросы к экзамену		
23	Сущность, предмет, цель и задачи эконометрики.	ОПК-2
24	Критерии, принципы, методологические основы эконометрики.	ОПК-2
25	Этапы и алгоритм эконометрического моделирования.	ОПК-2
26	Стохастические и детерминированные процессы, их формализация.	ОПК-2
27	Основные типы эконометрических моделей и их классификация.	ОПК-2
28	Условия применения эконометрических моделей в экономике.	ОПК-2
29	Основные типы производственных функций и их классификация.	ОПК-2
30	Организация процесса построения эконометрических моделей.	ОПК-2
31	Формирование информационной базы для эконометрического моделирования.	ОПК-2
32	Спецификация эконометрических моделей.	ОПК-2
33	Основные классы аппроксимирующих функций, методы их выбора.	ОПК-2
34	Регрессионный эконометрический анализ: понятия и задачи.	ОПК-2
35	Метод наименьших квадратов (МНК) в оценке параметров линейной регрессии.	ОПК-2

36	Общие понятия и применение фиктивных переменных.	ОПК-2
37	Предпосылки использования МНК.	ОПК-2
38	Критерии несмещенности, эффективности и состоятельности оценки параметров.	ОПК-2
39	Мультиколлинеарность переменных в эконометрических моделях, методы устранения (уменьшения).	ОПК-2
40	Обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК).	ОПК-2
41	Статистическая характеристика эконометрической модели.	ОПК-2
42	Идентификация парной линейной модели, шкала Чеддока.	ОПК-2
43	Идентификация парной нелинейной эконометрической модели.	ОПК-5
44	Оценка корректности и адекватности моделей множественной регрессии.	ОПК-5
45	Методология эконометрического прогнозирования.	ОПК-5
46	Классификация и компонентный анализ рядов динамики.	ОПК-5
47	Методы выявления трендов временных рядов.	ОПК-5
48	Измерение устойчивости тенденций динамики, коэффициент Спирмена.	ОПК-5
49	Моделирование сезонных и циклических колебаний временных рядов.	ОПК-5
50	Методы выявления периодической компоненты.	ОПК-5
51	Динамические эконометрические модели и их классификация.	ОПК-5
52	Системы одновременных уравнений в эконометрическом моделировании.	ОПК-5
53	Эконометрический анализ производственного процесса .	ОПК-5
54	Производственная функция Кобба-Дугласа.	ОПК-5
55	Эконометрические функции издержек, спроса и предложения.	ОПК-5
56	Эконометрический анализ основных фондов и инвестиций.	ОПК-5
57	Гомоскедастичность и гетероскедастичность моделей.	ОПК-5
58	Тестирование эконометрических моделей на гетероскедастичность	ОПК-5
59	Взвешенный метод наименьших квадратов в эконометрических моделях.	ОПК-5
60	Моделирование тенденций рядов динамики при наличии структурных изменений.	ОПК-5
61	Эконометрический анализ связанных динамических рядов.	ОПК-5
62	Современные модели анализа многомерных временных рядов.	ОПК-5

63	МНК: Косвенный, двухшаговый, трехшаговый.	ОПК-5																																		
	Практические задачи																																			
64	Зависимость объема продаж y (тыс. долл.) от расходов на рекламу x (тыс. долл.) характеризуется по 12 предприятиям концерна следующим образом: <table><tr><td>Уравнение регрессии</td><td>$y=10,6+0,6x$</td></tr><tr><td>Среднее квадратическое отклонение x</td><td>$\sigma_x=4,7$</td></tr><tr><td>Среднее квадратическое отклонение y</td><td>$\sigma_y=3,4$</td></tr></table> Необходимо: 1. Определить коэффициент корреляции и детерминации. 2. С помощью критерия F-Фишера произвести оценку значимости уравнения в целом. 3. По полученным результатам сделать выводы.	Уравнение регрессии	$y=10,6+0,6x$	Среднее квадратическое отклонение x	$\sigma_x=4,7$	Среднее квадратическое отклонение y	$\sigma_y=3,4$	ОПК-2																												
Уравнение регрессии	$y=10,6+0,6x$																																			
Среднее квадратическое отклонение x	$\sigma_x=4,7$																																			
Среднее квадратическое отклонение y	$\sigma_y=3,4$																																			
65	Моделирование прибыли фирмы по уравнению $y=ab^x$ привело к результатам, представленным в таблице. <table><tr><th rowspan="2">№ п/п</th><th colspan="2">Прибыль фирмы, тыс. руб., y</th><th rowspan="2">№ п/п</th><th colspan="2">Прибыль фирмы, тыс. руб., y</th></tr><tr><th>фактическая</th><th>расчетная</th><th>фактическая</th><th>расчетная</th></tr><tr><td>1</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>2</td><td>12</td><td>11</td><td>6</td><td>11</td><td>11</td></tr><tr><td>3</td><td>15</td><td>17</td><td>7</td><td>13</td><td>14</td></tr><tr><td>4</td><td>17</td><td>15</td><td>8</td><td>19</td><td>16</td></tr></table> Оценить качество модели регрессии с помощью средней ошибки аппроксимации	№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y		№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y		фактическая	расчетная	фактическая	расчетная	1	10	11	5	18	20	2	12	11	6	11	11	3	15	17	7	13	14	4	17	15	8	19	16	ОПК-2
№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y		№ п/п	Прибыль фирмы, тыс. руб., y																																
	фактическая	расчетная		фактическая	расчетная																															
1	10	11	5	18	20																															
2	12	11	6	11	11																															
3	15	17	7	13	14																															
4	17	15	8	19	16																															
66	Зависимость спроса на товар К от его цены характеризуется по 20 наблюдениям уравнением: $lg y = 1,75-0,35lgx$. Доля остаточной дисперсии в общей составила 18%. Необходимо записать данное уравнение в виде степенной функции и с помощью F-критерия Фишера оценить значимость уравнения регрессии. Сделать выводы.	ОПК-2																																		
67	Зависимость объема производства y (тыс. ед) от численности занятых x (чел.) по 15 предприятиям потребительской корреляции характеризуется следующим образом: <table><tr><td>Уравнение регрессии</td><td>$y=30-0,4x+0,04x^2$</td></tr><tr><td>Доля остаточной дисперсии в общей</td><td>20%</td></tr></table> Определите индекс корреляции и статистическую значимость уравнения с помощью критерия Фишера.	Уравнение регрессии	$y=30-0,4x+0,04x^2$	Доля остаточной дисперсии в общей	20%	ОПК-5																														
Уравнение регрессии	$y=30-0,4x+0,04x^2$																																			
Доля остаточной дисперсии в общей	20%																																			
68	По группе 10 заводов, производящих однородную продукцию получено уравнение регрессии себестоимости единицы продукции y (тыс. руб.) от уровня технической оснащенности x (тыс. руб.) $y=20 + \frac{700}{x}$. Доля остаточной дисперсии в общей составила 0,19. Необходимо определить индекс корреляции и с помощью критерия Фишера дать оценку статистической значимости уравнения регрессии.	ОПК-5																																		