

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине
«Теория информационных процессов»
для студентов направления
09.03.02 «Информационные системы и технологии»
Направленность (профиль) «Прикладное программирование и интернет-
технологии»

Ставрополь 2026

ВВЕДЕНИЕ

Цель освоения дисциплины «Теория информационных процессов» – обучение студентов основным принципам и методам построения информационных систем, необходимых при создании, исследовании и эксплуатации систем различной природы, в том числе технических, социально-экономических, экологических.

Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий теории информационных процессов и систем на базе системного анализа;
- освоение различных способов описания, базовых принципов и методов построения информационных систем;
- приобретение теоретических и практических знаний по формализации структуры и формированию соответствующих моделей для описания информационных процессов и систем;
- обучение студентов основным принципам и методам построения информационных систем, необходимых при создании, исследовании и эксплуатации систем различной природы, в том числе технических, социально-экономических, экологических;
- приобретение практических навыков по применению современных информационных технологий для решения практических задач;
- формирование набора профессиональных компетенций.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Управление в организационных системах. Моделирование работы экономической системы

Цель работы: построение модели планирования производства, использование инструментального средства «Поиск решения» для решения задачи линейного программирования.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: математическое программирование, алгоритм решения задач линейного программирования с помощью Excel и MathCad.

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя литературу [1, 2] и материал, изложенный ниже.

Пример решения задачи математического программирования

Пример решения задачи математического программирования с использованием методов математического анализа, известных из курса средней школы.

Условие. Найти размеры цилиндрической закрытой цистерны с заданным объемом V и с наименьшей полной поверхностью.

Решение. Запишем математическую модель решаемой задачи. Для этого введем следующие обозначения: r – радиус, h – высота, S – полная поверхность цилиндра, тогда выражение для целевой функции будет иметь вид:

$$S=2\pi r^2+2\pi rh.$$

Учитывая, что объем цилиндра $V=\pi r^2 h$, выразим h : $h=V/\pi r^2$. Заменим в целевой функции h на полученное выражение. Окончательно математическая модель данной задачи будет иметь вид:

$$S=2(\pi r^2+V/r) \text{ (min)}$$

при ограничениях: $r>0$.

Для того чтобы найти $\min$ целевой функции на области допустимых решений, которые в нашем случае представляют собой интервал $(0; +\infty)$, определяем критические точки. Для определения критических точек необходимо продифференцировать целевую функцию по независимой переменной r , т. е. найти первую производную целевой функции по переменной r : $S'(r) = 4\pi r + 2\pi h$.

Чтобы с помощью MathCad найти значение производной функции по переменной, необходимо:

1. Ввести выражение функции в виде: $2(\pi r^2 + V/r)$.
2. Выделить переменную, по которой будет производиться дифференцирование: $2(\pi \cdot r^2 + V/r)$.

3. В меню **Symbolic (Символика)** активизировать команду **Differentiate on Variable (Дифференцировать по переменной)**.

4. Под выражением функции появится значение производной в виде:

$$2(2\pi r - V/r^2).$$

5. Выделить все выражение и в меню **Symbolic (Символика)** с помощью команды **Simplify (Упростить)** преобразовать его к виду:

$$2(2\pi r^2 - V)/r^2.$$

6. Приравнять значение производной к нулю и найти критическую точку.

С помощью MathCad можно не записывать $S' = 0$, а выделив переменную, относительно которой надо решить уравнение в меню **Symbolic (Символика)**, активизировать команду **Решить относительно переменной**.

Окончательно получим для r : $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Полученная точка является критической.

Чтобы установить является ли эта точка точкой минимума, исследуем ее по знаку второй производной. Для этого продифференцируем S' (пункт 4) по переменной r , действия аналогичны пунктам 2 и 3.

Получим $S = 4(\pi + V/r^3)$. Определим знак S'' , подставив вместо r его выражение $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$, получим $S'' = 12\pi > 0$.

Следовательно, критическая точка $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ является точкой минимума, учитывая, что функция непрерывна в интервале $(0; +\infty)$ по свойству непрерывности функций, имеем единственный минимум функции в интервале $(0; +\infty)$, который совпадает с наименьшим значением нашей целевой функции S на области допустимых решений.

$$\text{При } r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}, \text{ получим } h = V/\pi r^2 = 2 \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} = 2r.$$

Делаем вывод: цилиндрическая закрытая цистерна, имеющая любой заданный V , будет иметь наименьшую полную поверхность, если ее осевое сечение представляет квадрат.

Алгоритм решения задач линейного программирования с помощью Excel

Рассмотрим метод решения задач линейного программирования с помощью табличного процессора Excel на примере.

Пример. Найти максимальное значение целевой функции:

$$F(x) = 50x_1 + 40x_2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Решение. Для решения задачи необходимо выполнить следующие действия:

1. Заполнить рабочий лист следующим образом:

1.1 Ввести в ячейки: A1 – формулу целевой функции, заменив x_1 и x_2 на C1 и C2: $=50 \cdot C1 + 40 \cdot C2$; A3 – формулу ограничения: $=2 \cdot C1 + 5 \cdot C2$; A4 – формулу ограничения: $=8 \cdot C1 + 5 \cdot C2$; A5 – формулу ограничения: $=5 \cdot C2 + 6 \cdot C2$;

2. Заполнить ячейки C1:C2, положив начальные значения переменных равными нулю.

3. Выполнить команду **Сервис/Поиск решений**. Появится окно диалога **Поиск решения** (рисунок 1.2).

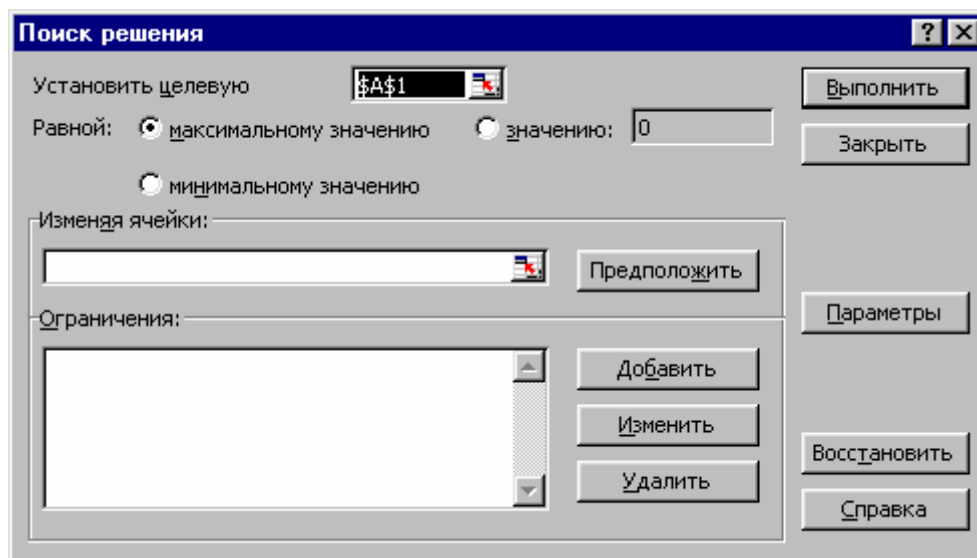


Рисунок 1.2 – Окно диалога **Поиск решения**

4. Заполнить поля ввода:

- **Установить целевую** – ввести ссылку на ячейку A1 (рисунок 1.2).

- **Равной** – установить максимальному значению.

- **Изменяя ячейки** – указать ячейки C1:C2 (рисунок 1.3).

Для ввода информации в поле **Ограничения:** необходимо перейти в это поле и выполнить команду **Добавить**. Появится окно диалога **Добавить ограничения**. В поле ввода **Ссылка** на ячейку ввести ссылку на ячейку A3. В поле ввода **Ограничение** ввести $\leq$ и число 36. Для ввода остальных ограничений использовать команду **Добавить**. Для изменения неверно введенного ограничения установить на него курсор и нажать кнопку **Изменить**.

5. Проверить правильность введения данных задачи и выбрать команду **Выполнить**.

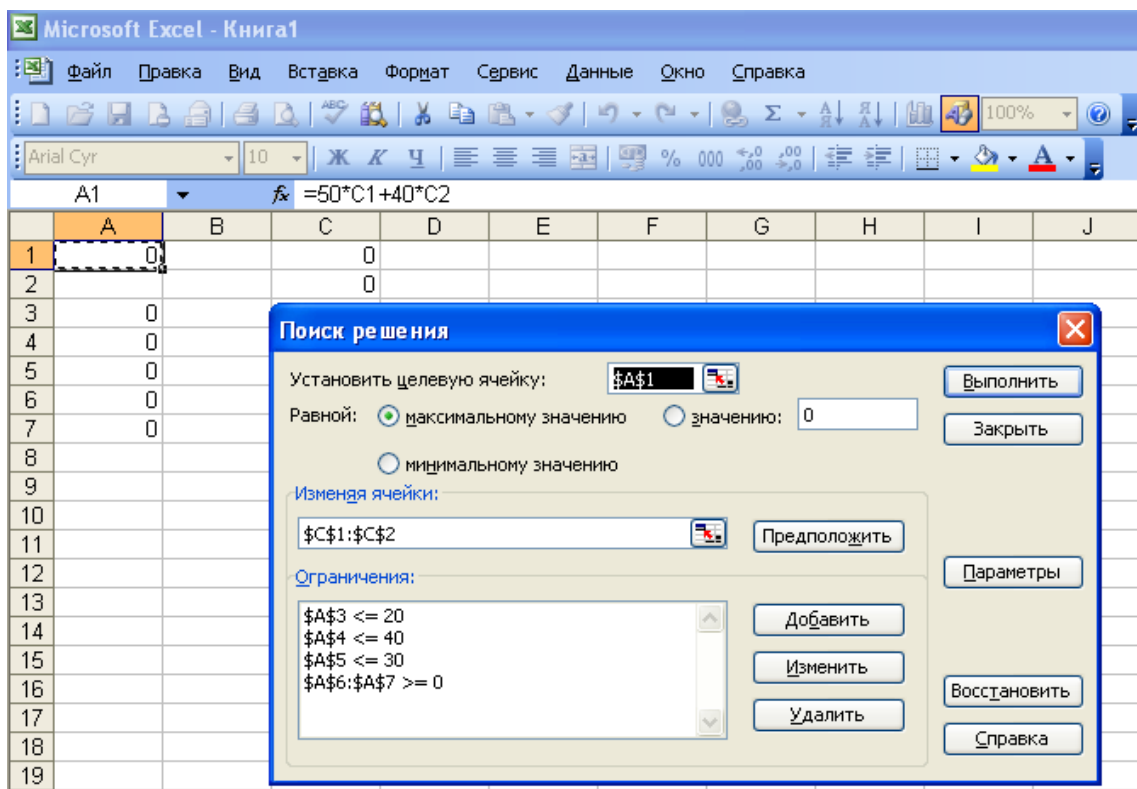


Рисунок 1.3 – Вид рабочего листа с условием задачи и заполненное окно диалога **Поиск решения** с введенными данными

6. После окончания расчета Excel откроет окно диалога **Результаты поиска решения** (рисунок 1.4).

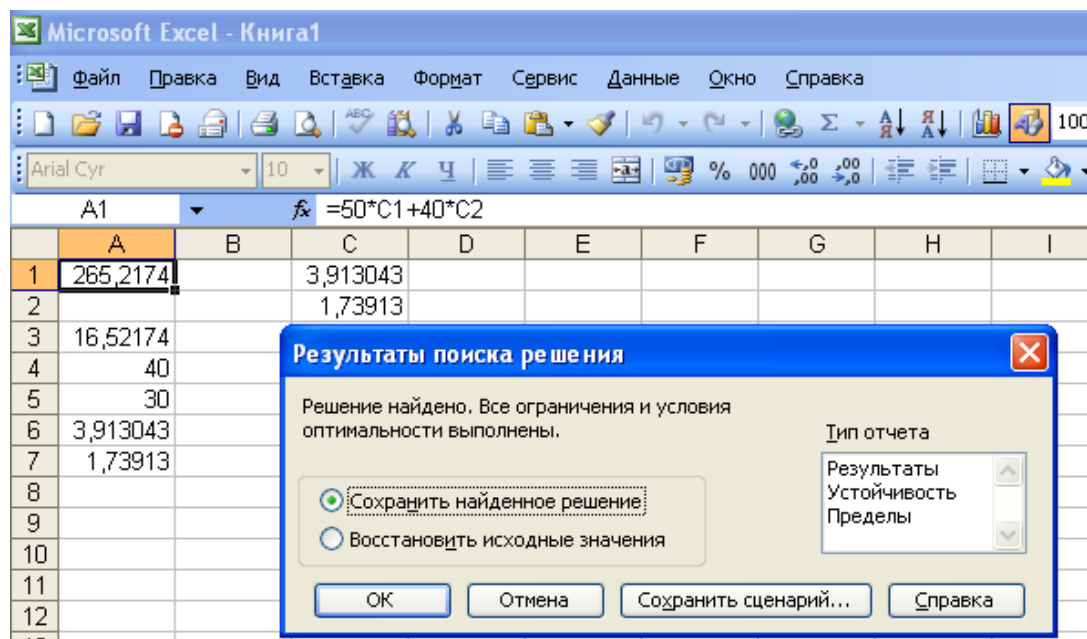


Рисунок 1.4 – Окно диалога **Результаты поиска решения** и вид рабочего листа с вычисленными значениями

Для просмотра результатов решения задачи необходимо выбрать в окне

Тип отчета – Результаты и нажать Enter или ОК. Перед рабочим листом с условием задачи будет вставлен лист **Отчет по результатам 1**. На экране в ячейках C1 и C2 отобразятся значения переменных x_1 и x_2 , при которых целевая функция принимает максимальное значение, в ячейке A1 – значение целевой функции.

Для просмотра отчета по результатам необходимо перейти на ярлык **Отчет по результатам** и нажать кнопку мыши. На экране откроется отчет Excel о решенной задаче (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Результаты решения задачи

Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам						
Рабочий лист: [Книга1]Лист1						
Отчет создан: 11.11.2013 10:54:25						
Целевая ячейка (Максимум)						
	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
	\$A\$1		0	265,2173913		
Изменяемые ячейки						
	Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат		
	\$C\$1		0	3,913043478		
	\$C\$2		0	1,739130435		
Ограничения						
	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
	\$A\$3		16,52173913	\$A\$3<=20	не связан.	3,47826087
	\$A\$4		40	\$A\$4<=40	связанное	0
	\$A\$5		30	\$A\$5<=30	связанное	0
	\$A\$6		3,913043478	\$A\$6>=0	не связан.	3,913043478
	\$A\$7		1,739130435	\$A\$7>=0	не связан.	1,739130435

Для просмотра данных по устойчивости необходимо выбрать в окне **Тип отчета – Устойчивость** и нажать Enter. Перед листом, где был отчет по результатам, будет вставлен лист «Отчет по устойчивости», который имеет вид, представленный в таблице 1.2. В ячейках C1 и C2 отобразятся значения переменных x_1 и x_2 (таблица 1.1), на которых достигается максимальное значение целевой функции. В ячейке A3, A4, A5 – значения ограничений, а также множитель Лагранжа.

Таблица 1.2 – Результаты отчета по устойчивости

Microsoft Excel 11.0 Отчет по устойчивости				
Рабочий лист: [Книга1]Лист1				
Отчет создан: 11.11.2013 10:54:25				
Изменяемые ячейки				
			Результ.	Нормир.
	Ячейка	Имя	значение	градиент
	\$C\$1		3,913043478	0
	\$C\$2		1,739130435	0
Ограничения				
			Результ.	Лагранжа
	Ячейка	Имя	значение	Множитель
	\$A\$3		16,52173913	0
	\$A\$4		40	4,347826087
	\$A\$5		30	3,043478261
	\$A\$6		3,913043478	0
	\$A\$7		1,739130435	0

Для просмотра листа с данными о пределах выбирается окне **Тип отчета – Пределы**. Перед листом отчета по устойчивости будет вставлен лист **Отчет по пределам**, в котором приведен полученный отчет по пределам (таблица 1.3).

Таблица 1.3 – Результаты отчета по пределам

Microsoft Excel 11.0 Отчет по пределам							
Рабочий лист: [Книга1]Отчет по пределам 1							
Отчет создан: 11.11.2013 10:54:25							
		Целевое					
	Ячейка	Имя	Значение				
	\$A\$1		265,2173913				
		Изменяемое		Нижний	Целевой	Верхний	Целевой
	Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат
	\$C\$1		3,913043478	0	69,56521739	3,913043478	265,2173913
	\$C\$2		1,739130435	0	195,6521739	1,739130435	265,2173913

Таким образом, максимальное значение функции равно 265,2173913, при значениях переменных $x_1 = 3,913043478$, $x_2 = 1,739130435$.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания, обратив внимание на процесс построения модели, методы решения задач линейного программирования и технологию решения этих задач с использованием прикладного программного обеспечения.

Задание 1. Постановка задачи линейного программирования.

Построить математические модели следующих задач математического программирования:

Задача 1.1. Построить математическую модель планирования производства. Для изготовления трех видов продукции P_1 , P_2 , P_3 используют три вида сырья S_1 , S_2 , S_3 . Запасы сырья, число единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 , P_2 , P_3 – соответственно приведены в таблице 1.4 (цифры условные).

Таблица 1.4 – Запасы сырья S_1 , S_2 , S_3 , число единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 , P_2 , P_3 .

Вид сырья	Число единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции			Запасы сырья
	P_1	P_2	P_3	
S_1	4	2	1	150 000
S_2	6	0	2	170 000
S_3	0	2	4	100 000
Прибыль от ед. прод.	100	150	200	

Необходимо составить такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

Задача 1.2. (о диете). При откорме животных по нормам в дневном рационе должны содержаться питательные вещества в следующем количестве: кормовых единиц – не мене 1,6 кг; перевариваемого протеина – не менее 200 г, каротина – не менее 10 мг. При откорме используют ячмень, бобы и сенную муку. Содержание питательных веществ в 1 кг этих кормов и стоимости 1 кг корма приведены в таблице 1.5. Составить дневной рацион, удовлетворяющий данной питательности при минимальной стоимости.

Таблица 1.5 – Содержание питательных веществ в 1 кг корма и стоимость 1 кг корма

Наименование питательного вещества	Количество единиц питательного вещества, содержащихся в 1 кг корма		
	ячмень	бобы	сенная мука
Кормовые единицы, кг	1,2	1,4	0,8
Перевариваемый протеин, г	80	280	240
Каротин, мг	5	5	100
Цена 1 кг корма, тыс. руб.	3	4	5

1. Записать задачи 1.1 и 1.2 в каноническом виде.

2. Задачи 1.1 и 1.2 решить в Excel, используя инструмент **Поиск решения**.

Задание 2. Решить простейшие оптимальные задачи, используя методы математического анализа, известные из курса средней школы.

– Построить математические модели задач 2.1 и 2.2:

Задача 2.1. Из прямоугольного листа жести площадью $S = lm$, где требуется приготовить открытую сверху коробку максимальной вместимости, вырезав из всех углов одинаковые квадраты.

Задача 2.2. С дачи, расположенной в пункте А, на расстоянии L от железной дороги (по прямой АВ требуется вывезти вещи в город М). До железной дороги вещи проводят автомобилем. В какую точку С железной дороги выгоднее привезти груз с дачи, чтобы затем его отправить по железной дороге, если стоимость перевозок автотранспортом в раз дороже, чем стоимость перевозок по железной дороге? Расстояние от точки В до города М равно R .

– решить задачи 2.1 и 2.2 аналитически, используя возможности MathCad.

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания сво-

его варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условие и решение задач; технологию решения задач с помощью прикладного программного обеспечения; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение математического программирования.
2. Что называется математической моделью оптимизационной задачи?
3. Как строится математическая модель?
4. Как перейти от неравенств к уравнениям?
5. Какие переменные называются дополнительными (слабыми)?
6. Расскажите известные вам методы непосредственного решения простейших оптимизационных задач.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Линейное программирование

Цель работы: решение задачи линейного программирования графическим методом, проверка найденного решения с помощью инструментального средства «Поиск решения».

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: линейное программирование, графический метод, надстройка «Поиск решения».

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя материал изложенный ниже.

Пусть необходимо найти:

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 \text{ (min)}$$
[illegible][illegible]

Линейная функция F может принимать минимальное или максимальное значения только в вершинах многоугольника решений.

Построим линии уровня целевой функции, для этого первоначально изобразим прямую: $c_1x_1 + c_2x_2 = 0 (F_0)$, проходящую через начало координат и перпендикулярную вектору нормали $\mathbf{N}(c_1; c_2)$. Передвигая эту прямую параллельно самой себе в положительном направлении вектора $\mathbf{N}$ определим, в какой вершине многоугольника решений эта прямая будет опорной. Функция F принимает наименьшее значение в той вершине многоугольника решений, с которой она впервые соприкасается, при движении прямой F_0 в положительном направлении вектора $\mathbf{N}$. В этом положении прямая F становится опорной прямой F_1 . При дальнейшем движении в том же направлении (по-

ложительном) прямая F пройдет через другую вершину многоугольника решений, выходя из области решений, и станет опорной прямой F_2 . В этой вершине функция F принимает наибольшее значение.

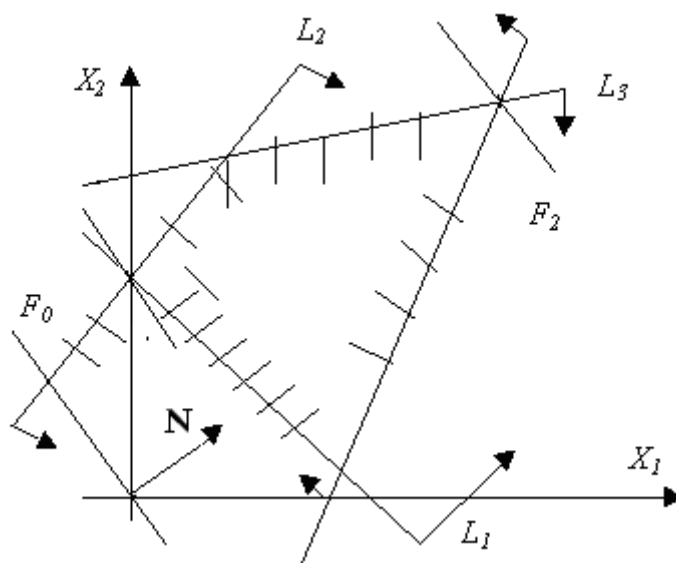


Рисунок 2.1 – Схематическое изображение многоугольника решений, вектора нормали и линий уровня целевой функции

Таким образом, минимальное и максимальное значения линейная функция $F=c_1x_1+c_2x_2$ на многоугольнике решений принимает в точках пересечения этого многоугольника с опорными прямыми, перпендикулярными вектору $N(c_1;c_2)$. Опорная прямая может иметь с многоугольником решений либо одну общую точку (вершину многоугольника), либо бесконечное множество точек (это множество есть сторона многоугольника).

Аналогично, линейная функция трех переменных принимает постоянное значение из плоскости, перпендикулярной вектору $F=c_1x_1+c_2x_2+c_3x_3$. Наименьшее и наибольшее значения этой функции на многограннике решений достигаются в точках пересечения этого многогранника с опорными плоскостями, перпендикулярными вектору $N(c_1;c_2;c_3)$. Опорная плоскость может иметь с многогранником решений либо одну общую точку (вершину многогранника), либо бесконечное множество точек (это множество есть ребро или грань многогранника).

Рассмотрим графический метод решения задачи линейного програм-

мирования для случая, когда целевая функция и ограничения содержат две переменные.

Задача. Пусть необходимо найти:

$$F = 30x_1 + 60x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ 3x_1 + x_2 \geq 18 \\ x_1 > 0, x_2 > 0. \end{cases}$$

Решение. Построим многоугольник решений, для этого каждое неравенство представим в виде равенства и изобразим полученные прямые на графике:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 21(I) \\ 3x_1 + 2x_2 = 21 (II) \\ 3x_1 + x_2 = 18 (III) \\ x_1 > 0, x_2 > 0(IV). \end{cases}$$

Прямые ограничения (IV) означают, что область решений будет лежать в первой четверти декартовой системы координат; отметим штриховкой эту область на рисунке 2.2.

Определим множество решений первого неравенства. Оно состоит из решения уравнения и строгого неравенства. Решением уравнения служат точки прямой $x_1 + 3x_2 - 21 = 0$. Построим прямую по двум точкам $(0; 7)$ и $(21; 0)$, которые легко получить, если последовательно положить значение одной из переменных равным нулю. На рисунке обозначим ее I. Множество решений строгого неравенства – одна из полуплоскостей, на которую делит плоскость построенная прямая. Какая из них является искомой можно выяснить при помощи одной контрольной точки. Если в произвольно взятой точке, не принадлежащей прямой, неравенство выполняется, то оно выполняется и во всех точках той полуплоскости, которой принадлежит контрольная точка, и не выполняется во всех точках другой полуплоскости. В качестве такой

точки удобно брать начало координат. Подставим координаты $(0; 0)$ в неравенство, получим $-21 < 0$, то есть оно выполняется. Следовательно, областью решения неравенства служит нижняя полуплоскость.

Аналогичным образом построим области решения двух других неравенств. Заштрихуем общую область для всех неравенств, обозначим вершины многоугольника латинскими буквами.

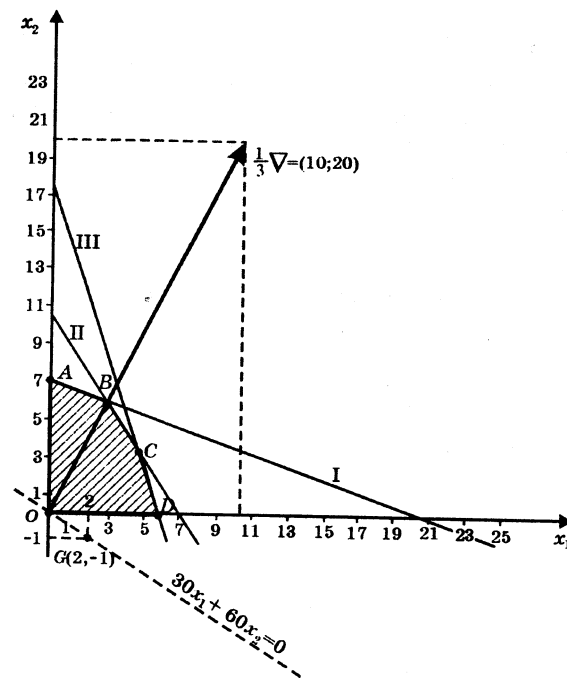


Рисунок 2.2 – Решение задачи линейного программирования графическим методом

Построим **линии уровня** целевой функции, для этого приравняем целевую функцию постоянной величине a : $30x_1 + 60x_2 = a$.

Это уравнение является множеством точек, в котором целевая функция принимает значение, равное a . Меняя значение a , получим семейство параллельных прямых, каждая из которых называется **линией уровня**. Пусть $a=0$, вычислим координаты двух точек, удовлетворяющих соответствующему уравнению $30x_1 + 60x_2 = 0$. В качестве одной из этих точек удобно взять точку $O(0;0)$, а так как при $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, то в качестве второй точки возьмем точку $G(2;-1)$.

Через эти две точки проведем линию уровня $F(x) = 30x_1 + 60x_2 = 0$ (пунктирная прямая на рис. 2.2).

Для определения направления возрастания целевой функции построим градиент целевой функции ∇ (вектор нормали), координаты которого являются частными производными функции $F(x)$, то есть $\nabla = (c_1, c_2) = (30; 60)$. Чтобы построить этот вектор, нужно соединить точку $(30; 60)$ с началом координат. При максимизации целевой функции необходимо двигаться в направлении вектора-градиента, а при минимизации в противоположном направлении. Для удобства можно строить вектор, пропорциональный вектору ∇ . Так, на рисунке 2.2. изображен вектор $1/3\nabla = (10; 20)$.

В нашем случае движение линии уровня будем осуществлять до ее пересечения с точкой В; далее она выходит из области допустимых решений. Следовательно, именно в этой точке достигается максимум целевой функции.

Для определения координат точки В решим систему уравнений двух пересекающихся соответствующих прямых: второй и первой, получим $B(3; 6)$. Теперь легко получить решение исходной задачи $F_{max}(x) = 450$ и достигается при $X = (3; 6)$. Если поставить задачу минимизации функции $F(x)$ при тех же ограничениях, линию уровня необходимо смещать параллельно самой себе в направлении, противоположном градиенту ∇ . Как это видно на рисунке 2.2, минимум целевой функции достигается в точке $O(0; 0)$, следовательно, можно записать $F_{min}(x) = 0$ и достигается при $X = (0; 0)$.

При решении некоторых задач линейного программирования графическим методом может встретиться случай, когда линия уровня параллельна одной из сторон выпуклого многоугольника допустимых решений, причем эта сторона расположена в направлении смещения линии уровня при стремлении целевой функции к своему оптимуму. В этом случае оптимальное значение целевой функции достигается не в одной, а в двух угловых точках (вершинах) многоугольника решений и, следовательно, во всех точках отрезка, соединяющего эти вершины, т. е. задача будет иметь бесчисленное множество решений.

Если область допустимых решений является незамкнутым выпуклым многоугольником в направлении оптимизации целевой функции, то целевая

функция будет неограниченной и задача линейного программирования не будет иметь решений; в этом случае условно можно записать, что, например, $F_{\max}(x) = +\infty$.

Очевидно также, что задача линейного программирования не будет иметь решений в случае, когда область допустимых решений есть пустое множество, т. е. система ограничений задачи линейного программирования содержит противоречивые неравенства, и на координатной плоскости нет ни одной точки, удовлетворяющей этим ограничениям.

Задачи линейного программирования самого различного смысла допускают одинаковую интерпретацию и, построив математическую модель, легко найти решение задачи с помощью, например, табличного процессора Excel.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания.

Задание 1. Решите графическим методом задачи, предложенные преподавателем:

1. Найти:

$$F = x_1 + x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 \geq 4 \\ x_2 \geq 5 \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

3. Найти:

$$f = -x_1 + 2x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 8x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - 5x_2 \geq -5 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 30 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

2) Найти:

$$F = 3x_1 + 3x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \\ 4x_1 + 8x_2 \geq 32 \end{cases}$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

4. Найти:

$$f = 626x_1 + 656x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 \leq 8 \\ 5x_1 + 8x_2 \leq 81 \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 70 \\ 3x_1 + x_2 \leq 26 \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

5. Найти:

$$f = x - y + 1 \quad (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ 3x + 2y - 6 \geq 0 \\ -3x - y + 9 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

7. Найти:

$$f = 3x_1 - 2x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 \geq 14 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 7x_1 + 10x_2 \geq 24 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9. Найти:

$$f = x_1 - 10x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 1/2x_2 \geq 0 \\ x_1 - 5x_2 \geq -5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11. Найти:

$$f = 7x_1 - 5x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 19 - 2x_1 - 3x_2 \geq 0 \\ 13 - 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 15 - 3x_2 \geq 0 \\ 18 - 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13. Найти:

6. Найти:

$$f = -2x_1 + 5x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 \geq 14 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \\ 31x_1 + 8x_2 \geq 24 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

8. Найти:

$$f = 2x_1 - 10x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1 - 5x_2 \geq -5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10. Найти:

$$f = 2x_1 - 5x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 24 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

12. Найти:

$$F = 222 - 2x_1 - x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 4x_2 \geq 8 \\ x_1 \leq 5 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14. Найти:

$$F = 12x_1 + 4x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq \frac{1}{2} \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

15. Найти:

$$f = x_1 + 3x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

17) Найти:

$$f = x_1 - 4x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ x_1 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

19. Найти:

$$F = 8x_1 - 2x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 18 \\ x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ 4x_1 - x_2 \leq 24 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

$$F = x_1 + 3x_2 + 3x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_2 \geq 1 \\ 3x_1 + x_3 \leq 15 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

16. Найти:

$$f = x_1 - x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3 \leq x_1 + x_2 \leq 7 \\ 1 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

18) Найти:

$$f = x_1 + 5x_2 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ x_1 - 4x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

20. Найти:

$$f = 6x_1 - 7x_2 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ 4x_1 - x_2 \leq 26 \\ x_2 \leq 8 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Задание 2. Решите задачу 21 графическим методом, предварительно сведя ее к задаче с двумя переменными. Выразите переменные x_1, x_2, x_3 и целевую функцию через x_4 и x_5 .

21. Найти оптимальное значение функции:

$$f = 2x_1 + x_2 + 6x_3 - 12x_4 - 9x_5 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 7x_3 - 3x_4 - 7x_5 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 13x_3 + 2x_4 - 14x_5 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 20x_3 + 6x_4 - 23x_5 = 19 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0.$$

Задание 3. Решите графически задачу с тремя неизвестными (варианты с 1 по 5 – 22 задачу; варианты с 6 по 10 – 23 задачу; варианты с 11 по 15 – 24 задачу; варианты с 16 по 20 – 25 задачу):

22. Найти:

$$f = x_1 - 2x_2 - x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

23. Найти:

$$f = 2x_1 - x_2 + 3x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_3 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

24. Найти:

$$f = x_1 - 2x_2 - x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

25. Найти:

$$f = 10x_1 + x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_3 \leq 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Задание 4. Решить задачи из заданий 1 – 3 с помощью инструмента **Поиск решения** и сравнить полученные результаты с полученными результатами решения этих задач графическим методом.

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Как построить многоугольник решений?
2. Как построить линию уровня?
3. В каких точках достигается минимизация и максимизация линейной функции?
4. Сколько общих точек может иметь опорная прямая с многоугольником решений?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

Симплексный метод решения задач линейного программирования

Цель работы: решение задачи линейного программирования симплексным методом, проверка найденного решения с помощью инструментального средства «Поиск решения».

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: линейное программирование, симплекс-метод, надстройка «Поиск решения»

Теоретическая часть

Решение любой задачи линейного программирования можно найти *симплексным методом*. Прежде чем применять указанный метод, следует записать исходную задачу в форме основной задачи линейного программирования, если она не имеет такой формы записи.

Симплексный метод решения задачи линейного программирования основан на переходе от одного опорного плана к другому, при котором значение целевой функции *возрастает* (при условии, что данная задача имеет оптимальный план и каждый ее опорный план является невырожденным). Указанный переход возможен, если известен какой-нибудь исходный опорный план. Рассмотрим задачу, для которой этот план можно непосредственно записать.

Пусть требуется найти максимальное значение функции:

[illegible]

где a_{ij} , b_i и c_j ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$) – заданные постоянные числа, причем $m < n$, а $b_i > 0$

В векторной форме данная задача имеет вид: найти максимум функции

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (3.2)$$

при ограничениях

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_mx_m + \dots + A_nx_n = A_0, \quad (3.3)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n}), \quad (3.4)$$

$$\text{где } A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0. \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}; \dots; A_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0. \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix}; A_{m+1} = \begin{pmatrix} a_{1m+1} \\ a_{2m+1} \\ \cdot \\ a_{im+1} \\ \cdot \\ a_{mm+1} \end{pmatrix}; \dots; A_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \cdot \\ a_{in} \\ \cdot \\ a_{mn} \end{pmatrix}; A_0 = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ b_i. \\ \cdot \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Так как $b_1A_1 + b_2A_2 + \dots + b_iA_i + \dots + b_mA_m = A_0$, то по определению опорного плана $X = (b_1, b_2, \dots, b_m, 0, \dots, 0)$ является опорным планом данной задачи (последние $m-n$ компонент вектора X равны нулю). Этот план определяется системой единичных векторов $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$, которые образуют базис m -мерного пространства. Поэтому каждый из векторов $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$ а также вектор A_0 могут быть представлены в виде линейной комбинации векторов данного базиса.

$$\text{Пусть } A_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} A_i \quad (j = \overline{0, n}).$$

$$\text{Положим } z_j = \sum_{i=1}^m c_i x_{ij} \quad (j = \overline{1, n}), \Delta_j = z_j - c_j \quad (j = \overline{1, n}).$$

Так как векторы $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$ – единичные, то $x_{ij} = a_{ij}$ и

$$z_j = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij}, \text{ тогда } \Delta_j = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij} - c_j.$$

Рассмотрим следующие теоремы:

Теорема 1 (Признак оптимальности опорного плана). *Опорный план $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*, 0, \dots, 0)$ задачи (3.2) – (3.4) является оптимальным, если $\Delta_j \geq 0$ для любого j .*

Теорема 2/ *Если $\Delta_k < 0$ для некоторого $j=k$ и среди чисел $a_{ik} (i = \overline{1, m})$ нет положительных ($a_{ik} \leq 0$), то целевая функция (3.2) задачи (3.2) – (3.4) не ограничена на множестве ее планов.*

Теорема 3 *Если опорный план X задачи (3.2) – (3.4) невырожден и $\Delta_k < 0$, но среди чисел a_{ik} есть положительные (не все $a_{ik} \leq 0$), то существует опорный план X' такой, что $F(X') > F(X)$.*

Сформулированные теоремы позволяют проверить, является ли найденный опорный план оптимальным, и выявить целесообразность перехода к новому опорному плану.

Исследование опорного плана на оптимальность, а также дальнейший вычислительный процесс удобнее вести, если условия задачи и первоначальные данные, полученные после определения исходного опорного плана, записать так, как показано в таблице 3.1. В таблице 3.1 первые m строк определяются исходными данными задачи, а показатели $(m+1)$ -й строки вычисляют.

Таблица 3.1 – Исходные данные задачи

i	Ба- зис	C_0	A_0	c_1	c_2	...	c_s	...	c_m	c_{m+1}	...	c_k	...	c_1
				A_1	A_2	...	A_s	...	A_m	A_{m+1}	...	A_k	...	A_n
1	A_1	c_1	b_1	1	1	...	1	...	1	a_{1m+1}	...	a_{1k}	...	a_{1n}
2	A_2	c_2	b_2	0	0	...	0	...	0	a_{2m+1}	...	a_{2k}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
s	A_s	c_s	b_s	0	0	...	0	...	0	a_{sm+1}	...	a_{sk}	...	a_{sn}
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
m	A_m	c_m	b_m	0	0	...	0	...	0	a_{mm+1}	...	a_{mk}	...	a_{mn}
				0	0	...	0	...	0	Δ_{m+1}	...	Δ_k	...	Δ_n

В столбце C_0 этой таблицы записывают коэффициенты при неизвестных целевой функции, имеющие те же индексы, что и векторы данного базиса. В столбце A_0 записывают положительные компоненты исходного опорного плана, в нем же в результате вычислений получают положительные компоненты оптимального плана. Столбцы векторов A_j представляют собой коэффициенты разложения этих векторов по векторам данного базиса. В $(m+1)$ -й строке в столбце вектора A_0 записывают значение целевой функции, которое она принимает при данном опорном плане, а в столбце вектора A_j – значение $\Delta_j = z_j - c_j$. Значение z_j находится как скалярное произведение вектора $A_j (j = \overline{1, m})$ на вектор $C_0 = (c_1, c_2, \dots, c_m)$: $z_j = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij} (j = \overline{1, n})$.

Значение A_0 равно скалярному произведению вектора P_0 на вектор C_0 :

$$F_0 = \sum_{i=1}^m c_i b_i .$$

После заполнения таблицы 3.1 исходный опорный план проверяют на оптимальность. Для этого просматривают элементы $(m+1)$ -й строки таблицы. В результате может иметь место один из следующих трех случаев:

- 1) $\Delta_j \geq 0$ для $j = m+1, m+2, \dots, n$ (при $j = \overline{1, m}$ $z_j = c_j$). Поэтому в данном случае числа $\Delta_j \geq 0$ для всех j от 1 до n ;
- 2) $\Delta_j < 0$ для некоторого j и все соответствующие этому индексу величины $a_{ij} \leq 0$ ($i = \overline{1, m}$);
- 3) $\Delta_j < 0$ для некоторых индексов j , и для каждого такого j , по крайней мере, одно из чисел a_{ij} положительно.

В первом случае на основании признака оптимальности исходный опорный план является оптимальным. Во втором случае целевая функция не ограничена сверху на множестве планов, а в третьем случае можно перейти от исходного плана к новому опорному плану, при котором значение целевой функции увеличится. Этот переход от одного опорного плана к другому осуществляется исключением из исходного базиса какого-нибудь из векторов и введением в него нового вектора. В качестве вектора, вводимого в базис, можно взять любой из векторов A_j , имеющий индекс j , для которого $\Delta_j < 0$. Пусть, например, $\Delta_k < 0$ и решено ввести в базис вектор A_k . Для определения вектора, подлежащего исключению из базиса, находят $\min \frac{b_i}{a_{ik}}$ для всех $a_{ik} > 0$.

Пусть этот минимум достигается при $i=s$. Тогда из базиса исключают вектор A_s , а число a_{sk} называют *разрешающим элементом*. Столбец и строку, на пересечении которых находится разрешающий элемент, называют *направляющими*.

После выделения направляющей строки и направляющего столбца находят новый опорный план и коэффициенты разложения векторов A_j через

векторы нового базиса, соответствующего новому опорному плану. Это легко реализовать, если воспользоваться методом Жордана–Гаусса. При этом можно показать, что положительные компоненты нового опорного плана вычисляются по формулам:

$$b'_i = \begin{cases} b_i - \left(\frac{b_s}{a_{sk}}\right)a_{ik} & \text{при } i \neq s, \\ \frac{b_s}{a_{sk}}, \text{при } i = s, \end{cases} \quad (3.5)$$

а коэффициенты разложения векторов A_j через векторы нового базиса, соответствующего новому опорному плану, – по формулам:

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij} - \left(\frac{a_{sj}}{a_{sk}}\right)a_{ik} & \text{при } i \neq s, \\ \frac{a_{sj}}{a_{sk}}, \text{при } i = s. \end{cases} \quad (3.6)$$

После вычисления b'_i и a'_{ij} согласно формулам (3.5) и (3.6) их значения заносят в таблицу 3.2. Элементы $(m+1)$ -й строки этой таблицы могут быть вычислены либо по формулам:

$$F'_0 = F_0 - \left(\frac{b_s}{a_{sk}}\right)\Delta_k, \quad (3.7)$$

$$\Delta'_j = \Delta_j - \left(\frac{a_{sj}}{a_{sk}}\right)\Delta_k, \quad (3.8)$$

либо на основании их определения. Наличие двух способов нахождения элементов $m+1$ -й строки позволяет осуществлять контроль правильности проводимых вычислений.

Из формулы (3.7) следует, что при переходе от одного опорного плана к другому наиболее целесообразно ввести в базис вектор A_j , имеющий индекс j , при котором максимальным по абсолютной величине является число $\left(\frac{b_s}{a_{sj}}\right)\Delta_j$ ($\Delta_j < 0, a_{sj} > 0$).

Таблица 3.2 – Данные, полученные после первой итерации

i	Ба- зис	C_6	A_0	c_1	c_2	$\dots$	c_s	$\dots$	c_m	c_{m+1}	$\dots$	c_k	$\dots$	c_1
				A_1	A_2	$\dots$	A_s	$\dots$	A_m	A_{m+1}	$\dots$	A_k	$\dots$	A_n
1	A_1	c_1	b'_1	1	1		a'_{1s}	$\dots$	1	a'_{1m+1}	$\dots$	a_{1k}	$\dots$	a'_{1n}
2	A_2	c_2	b'_2	0	0		a'_{2s}	$\dots$	0	a'_{2m+1}	$\dots$	a_{2k}	$\dots$	a'_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
s	A_s	c_s	b'_s	0	0		a'_{ss}	$\dots$	0	a'_{sm+1}	$\dots$	a_{sk}	$\dots$	a'_{sn}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
m	A_m	c_m	b'_m	0	0		a'_{ms}	$\dots$	0	a'_{mm+1}	$\dots$	a_{mk}	$\dots$	a'_{mn}
$m+1$			F_m	0	0		$z'_s - c_s$	$\dots$	0	$z'_{m+1} - c_{m+1}$	$\dots$	Δ_k	$\dots$	$z'_n - c_n$

Однако с целью упрощения вычислительного процесса в дальнейшем будем вектор, вводимый в базис, определять, исходя из максимальной абсолютной величины отрицательных чисел Δ_j . Если же таких чисел несколько, то в базис будем вводить вектор, имеющий такой же индекс, как и максимальное из чисел c_j , определяемых данными числами Δ_j ($\Delta_j < 0$).

Итак, переход от одного опорного плана к другому сводится к переходу от одной симплекс-таблицы к другой. Элементы новой симплекс-таблицы можно вычислить как с помощью рекуррентных формул (2.5) – (2.8), так и по правилам, непосредственно вытекающим из них. Эти правила состоят в следующем:

- В столбцах векторов, входящих в базис, на пересечении строк и столбцов одноименных векторов проставляются единицы, а все остальные элементы данных столбцов полагают равными нулю.

- Элементы векторов A_0 и A_j в строке новой симплекс-таблицы, в которой записан вектор, вводимый в базис, получают из элементов этой же строки исходной таблицы делением их на величину разрешающего элемента. В столбце C_6 в строке вводимого вектора проставляют величину c_k , где k – индекс вводимого вектора. Остальные элементы столбцов вектора A_0 и A_j

новой симплекс-таблицы вычисляют по правилу треугольника. Для вычисления какого-нибудь из этих элементов находят три числа:

1) число, стоящее в исходной симплекс-таблице на месте искомого элемента новой симплекс-таблицы;

2) число, стоящее в исходной симплекс-таблице на пересечении строки, в которой находится искомый элемент новой симплекс-таблицы, и столбца, соответствующего вектору, вводимому в базис;

3) число, стоящее в новой симплекс-таблице на пересечении столбца, в котором стоит искомый элемент, и строки вновь вводимого в базис вектора (как отмечено выше, эта строка получается из строки исходной симплекс-таблицы делением ее элементов на разрешающий элемент).

Эти три числа образуют своеобразный треугольник, две вершины которого соответствуют числам, находящимся в исходной симплекс-таблице, а третья – числу, находящемуся в новой симплекс-таблице. Для определения искомого элемента новой симплекс-таблицы из первого числа вычитают произведение второго и третьего.

После заполнения новой симплекс-таблицы просматривают элементы $m+1$ -й строки. Если все $z'_j - c_j \geq 0$, то новый опорный план является оптимальным. Если же среди указанных чисел имеются отрицательные, то, используя описанную выше последовательность действий, находят новый опорный план. Этот процесс продолжают до тех пор, пока либо не получают оптимальный план задачи, либо не устанавливают ее неразрешимость.

При нахождении решения задачи линейного программирования мы предполагали, что эта задача имеет опорные планы и каждый такой план является невырожденным. Если же задача имеет вырожденные опорные планы, то на одной из итераций одна или несколько переменных опорного плана могут оказаться равными нулю. Таким образом, при переходе от одного опорного плана к другому значение функции может остаться прежним. Более того, возможен случай, когда функция сохраняет свое значение в течение нескольких итераций, а также возможен возврат к первоначальному базису. В

последнем случае обычно говорят, что произошло *зацикливание*. Однако при решении практических задач этот случай встречается очень редко, поэтому мы на нем останавливаться не будем.

Итак, нахождение оптимального плана симплексным методом включает следующие этапы:

1. Находят опорный план.
2. Составляют симплекс-таблицу.
3. Выясняют, имеется ли хотя бы одно отрицательное число Δ_j . Если нет, то найденный опорный план оптимален. Если же среди чисел Δ_j имеются отрицательные, то либо устанавливают неразрешимость задачи, либо переходят к новому опорному плану.
4. Находят направляющие столбец и строку. Направляющий столбец определяется наибольшим по абсолютной величине отрицательным числом Δ_j , а направляющая строка – минимальным из отношений компонент столбца вектора A_0 к положительным компонентам направляющего столбца.
5. По формулам (3.5) – (3.8) определяют положительные компоненты нового опорного плана, коэффициенты разложения векторов A_j по векторам нового базиса и числа F'_0, Δ'_j . Все эти числа записываются в новой симплекс-таблице.
6. Проверяют найденный опорный план на оптимальность. Если план не является оптимальным, то переходят к новому опорному плану, возвращаясь к пункту 4, а в случае получения оптимального плана или установления неразрешимости процесс решения задачи заканчивают.

Рассмотрим пример решения задачи симплексным методом.

Пример 1. Для изготовления различных изделий A , B и C предприятие использует три различных вида сырья. Нормы расхода сырья на производство одного изделия каждого вида, цена одного изделия A , B и C , а также общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано предприятием, приведены в таблице 2.3.

Таблица 3.3 – Исходные данные задачи

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на одно изделие			Общее количество сырья (кг)
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	
S_1	18	15	12	360
S_2	6	4	8	192
S_3	5	3	3	180
Цена одного изделия (руб.)	9	10	16	

Изделия *A*, *B* и *C* могут производиться в любых соотношениях (сбыт обеспечен), но производство ограничено выделенным предприятию сырьем каждого вида. Необходимо составить план производства изделий, при котором общая стоимость всей произведенной предприятием продукции является максимальной.

Решение. Составим математическую модель задачи. Пусть необходимо выпустить изделий *A* в количестве x_1 штук, изделий *B* – x_2 , изделий *C* – x_3 . Общая стоимость произведенной предприятием продукции при условии выпуска x_1 изделий *A*, x_2 изделий *B* и x_3 изделий *C* составляет:

$$F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3. \quad (3.9)$$

Поскольку количество сырья каждого вида ограничено, переменные x_1 , x_2 , x_3 должны удовлетворять следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 \leq 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 180. \end{cases} \quad (3.10)$$

Так как количество продукции не может быть отрицательным числом, то переменные x_1 , x_2 , x_3 могут принимать только лишь неотрицательные значения:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \quad (3.11)$$

Таким образом, приходим к следующей математической задаче: среди всех неотрицательных решений системы неравенств (3.10) требуется найти такое, при котором функция (3.9) принимает максимальное значение.

Запишем эту задачу в канонической форме. Для этого перейдем от ограничений-неравенств к ограничениям-равенствам. Введем три дополнительные пе-

ременные, в результате чего ограничения (3.10) запишутся в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 + x_4 = 360 \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 192 \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_6 = 180. \end{cases}$$

Эти дополнительные переменные по экономическому смыслу означают неиспользуемое при данном плане производства количество сырья того или иного вида. Например, x_4 – это неиспользуемое количество сырья вида S_1 .

Преобразованную систему уравнений запишем в векторной форме:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 + A_5x_5 + A_6x_6 = A_0,$$

где $A_1 = \begin{pmatrix} 18 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} 15 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}; A_3 = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}; A_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; A_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; A_0 = \begin{pmatrix} 360 \\ 192 \\ 180 \end{pmatrix}.$

Поскольку среди векторов $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ имеются три единичных вектора, для данной задачи можно непосредственно записать опорный план. Таковым является план $X=(0; 0; 0; 360; 192; 180)$, определяемый системой трехмерных единичных векторов A_4, A_5, A_6 , которые образуют базис трехмерного векторного пространства.

Составим симплексную таблицу (таблица 3.4), определим значение целевой функции F_0 . Проверим исходный опорный план на оптимальность, для этого определим значения $\Delta_j = z_j - c_j$. Для векторов базиса $\Delta_j = 0$, т.е. $\Delta_4 = 0, \Delta_5 = 0, \Delta_6 = 0$, а $\Delta_1 = -9, \Delta_2 = -10, \Delta_3 = -16$. Так как $\Delta_j < 0$ при $j = 1, 2, 3$, то исходный план не является оптимальным.

Таблица 3.4 – Исходный план

i	Базисные переменные	C_6	Свободные члены, b_i	$c_1=9$	$c_2=10$	$c_3=16$	$c_4=0$	$c_5=0$	$c_6=0$
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1.	x_4	0	360	18	15	12	1	0	0
2.	x_5	0	192	6	4	8	0	1	0
3.	x_6	0	180	5	3	3	0	0	1
4.			$F_0 = 0$	-9	-10	-16	0	0	0

В последней строке таблицы 3.4 имеются три отрицательных числа, это значит, что найденный план не является оптимальным и его можно улучшать. Отрицательные числа не только свидетельствуют о возможности увеличения общей стоимости производимой продукции, но и показывают, на сколько увеличится эта сумма при введении в план единицы того или другого вида продукции. Так, число «– 9» означает, что при включении в план производства одного изделия A обеспечивается увеличение выпуска продукции на 9 руб. Если включить в план производства по одному изделию B и C , то общая стоимость изготавливаемой продукции возрастет соответственно на 10 и 16 руб. Поэтому с экономической точки зрения наиболее целесообразным является включение в план производства изделий C . Это же необходимо сделать и на основании формального признака симплексного метода, поскольку максимальное по абсолютной величине отрицательное число $\Delta_3 = -16$ стоит в последней строке столбца вектора A_3 . Следовательно, в базис введем вектор A_3 (переменную x_3). Определим вектор, который надо исключить из базиса. Для этого находим минимальное значение положительных

отношений b_i к соответствующим элементам столбца x_3 , т.е. $\min \left(\frac{b_i}{a_{i3}} \right)$ для

$$a_{i3} > 0. \text{ Получим } \min \left(\frac{360}{12}; \frac{192}{8}; \frac{180}{3} \right) = \frac{192}{8} = 24.$$

Найдя число 24 мы тем самым с экономической точки зрения определили, какое количество изделий C предприятие может изготавливать с учетом норм расхода и имеющихся объемов сырья каждого вида. Так как сырья данного вида соответственно имеется 360, 192 и 180 кг, а на одно изделие C требуется затратить сырья каждого вида соответственно 12, 8 и 3 кг, то максимальное число изделий C , которое может быть изготовлено предприятием, равно 24 т. е. ограничивающим фактором для производства изделий C является имеющийся объем сырья вида S_2 . С учетом его наличия предприятие может изготовить 24 изделия C . При этом сырье вида S_2 будет полностью ис-

пользовано. Следовательно, вектор A_5 (переменная x_5) подлежит исключению из базиса. Столбец вектора A_3 и строка, содержащая переменную x_5 , являются направляющими, на их пересечении находится разрешающий элемент, равный 8. Составляем новую симплексную таблицу для I итерации (таблица 3.5).

Таблица 3.5 – Матрица планирования после первой итерации

i	Базисные переменные	C_b	Свободные члены, b_i	$c_1=9$	$c_2=10$	$c_3=16$	$c_4=0$	$c_5=0$	$c_6=0$
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1.	x_4	0	72	9	9	0	1	-3/2	0
2.	x_3	16	24	3/4	1/2	1	0	1/8	0
3.	x_6	0	108	11/4	3/2	0	0	-3/8	1
4.			$F_0 = 384$	3	-2	-16	0	0	0

Сначала заполняем строку вектора, введенного в базис, т. е. строку, номер которой совпадает с номером направляющей строки для нашего примера – это 2-я строка. Элементы этой строки таблицы 3.5 получаем из соответствующих элементов таблицы 3.3, предварительно разделив их на разрешающий элемент (т. е. на 8). При этом в столбце C_b записываем коэффициент c_3 , стоящий в целевой функции при переменной x_3 , этот же коэффициент c_3 стоит в столбце вводимого в базис вектора A_3 . Затем заполняем элементы столбцов для векторов, входящих в новый базис. В этих столбцах на пересечении строк и столбцов одноименных векторов проставляем единицы, а все остальные элементы полагаем равными нулю.

Для определения остальных элементов таблицы 3.5 можно использовать правило треугольника или рекуррентные формулы.

Для определения элементов первой строки таблицы 3.5 предварительно умножим элементы второй строки этой таблицы на «-12», исключая элемент, стоящий в столбце C_b , и сложим с соответствующими элементами первой строки таблицы 3.4. Элементы третьей строки таблицы 3.5 вычисляем аналогичным образом, предварительно умножив элементы второй строки этой таблицы на «-3» и сложив с соответствующими элементами третьей строки таблицы 3.4.

Элементы $(m+1)$ -й строки этой таблицы могут быть вычислены либо по формулам (3.7, 3.8), либо по определению. Заполняем четвертую строку таб-

лицы 3.5. Целевую функцию определяем по формуле $F'_0 = \sum_{i=1}^m c_{0i} b_i$, получим:
 $0 \cdot 72 + 16 \cdot 24 + 0 \cdot 108 = 384$. Далее вычисляем числа $\Delta'_j = z_j - c_j$, предварительно

определив $z_j = \sum_{i=1}^m c_i a_{ij} \ (j = \overline{1, n})$. Так для вектора A_1 (столбец содержащий переменную x_1) получим:

- 1) по формуле: $0 \cdot 9 + 16 \cdot 3/4 + 0 \cdot 11/4 = 3$;
- 2) по правилу треугольника: $-9 - (-16) \cdot (3/4) = 3$.

Аналогично находим остальные элементы четвертой строки. В результате расчета всех элементов таблицы 3.5 получен новый опорный план и коэффициенты разложения векторов $A_j, \ (j = \overline{1, 6})$ через базисные векторы A_4, A_3, A_6 и значения Δ'_j и F'_0 . Как видно из этой таблицы, новым опорным планом задачи является план $X = (0; 0; 24; 72; 0; 108)$. При данном плане производства изготавливается 24 изделия C и остается неиспользованным 72 кг сырья вида S_1 и 108 кг сырья вида S_3 . Стоимость всей производимой при этом плане продукции равна 384 руб. Указанные числа записаны в столбце свободных членов таблицы 3.5. Как видно, данные этого столбца по-прежнему представляют собой параметры рассматриваемой задачи, хотя они претерпели значительные изменения. Изменились данные и других столбцов, а их экономическое содержание стало более сложным. Так, например, возьмем данные столбца вектора A_2 . Число $1/2$ во 2-й строке этого столбца показывает, на сколько следует уменьшить изготовление изделий C , если запланировать выпуск одного изделия B . Числа 9 и $3/2$ в 1-й и 3-й строках вектора A_2 показывают соответственно сколько потребуется сырья S_1 и S_2 вида при включении в план производства одного изделия B , а число -2 в 4-й строке показывает, что если будет запланирован выпуск одного изделия B , то это обеспечит увеличение выпуска продукции в стоимостном выражении на 2 руб. Иными словами, если включить в план производства продукции одно

изделие B , то это потребует уменьшения выпуска изделия C на $1/2$ ед. и потребует дополнительных затрат 9 кг сырья вида S_1 и $3/2$ кг сырья вида S_3 , а общая стоимость изготавливаемой продукции в соответствии с новым оптимальным планом возрастет на 2 руб. Таким образом, числа 9 и $3/2$ выступают как бы новыми «нормами» затрат сырья вида S_1 и S_3 на изготовление одного изделия B (как видно из таблицы 3.4, ранее они были равны 15 и 3), что объясняется уменьшением выпуска изделий C .

Такой же экономический смысл имеют и данные столбца вектора A_1 таблица 3.5. Несколько иное экономическое содержание имеют числа, записанные в столбце вектора A_5 . Число $1/8$ во 2-й строке этого столбца, показывает, что увеличение объемов сырья вида S_2 на 1 кг позволило бы увеличить выпуск изделий C на $1/8$ ед. Одновременно потребовалось бы дополнительно $3/2$ кг сырья I вида и $3/8$ кг сырья вида S_3 . Увеличение выпуска изделий C на $1/8$ ед. приведет к росту выпуска продукции на 2 руб.

Из изложенного выше экономического содержания данных таблицы 4.3 следует, что найденный на I итерации план задачи не является оптимальным. Это видно и из 4-й строки таблицы 3.3, поскольку в столбце вектора A_2 этой строки стоит отрицательное число -2 . Значит, в базис следует ввести вектор A_2 , т. е. в новом плане следует предусмотреть выпуск изделий B . При определении возможного числа изготовления изделий B следует учитывать имеющееся количество сырья каждого вида, а именно: возможный выпуск изделий

B определяется $\min\left(\frac{b'_i}{a'_{i2}}\right)$ для $a'_{i2} > 0$, т. е. находим

$\min\left(\frac{72}{9}; \frac{24}{1/2}; \frac{108}{3/2}\right) = \frac{72}{9} = 8$. Следовательно, исключению из базиса подлежит вектор A_4 , иными словами, выпуск изделий B ограничен имеющимся в распоряжении предприятия сырьем вида S_1 . С учетом имеющихся объемов этого сырья предприятию следует изготовить 8 изделий B . Число 9 является разрешающим элементом, а столбец вектора A_2 и 1-я строка таблицы 3.5 являются направляющими. Составляем таблицу для II итерации (таблица 3.6).

Таблица 3.6 – Матрица планирования (вторая итерация)

i	Базисные переменные	C_b	Свободные члены, b_i	$c_1=9$	$c_2=10$	$c_3=16$	$c_4=0$	$c_5=0$	$c_6=0$
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
5.	x_2	10	8	1	1	0	1/9	-1/6	0
6.	x_3	16	20	1/4	0	1	-1/18	5/24	0
7.	x_6	0	96	5/4	0	0	-1/6	-1/8	1
8.			$F_0 = 400$	5	0	0	2/9	5/3	0

В таблицу 3.6 сначала заполняем элементы 1-й строки, которая представляет собой строку вновь вводимого в базис вектора A_2 . Элементы этой строки получаем из элементов 1-й строки таблицы 3.5 делением последних на разрешающий элемент (т.е. на 9). При этом в столбце C_b данной строки записываем $C_2 = 10$. Затем заполняем элементы столбцов векторов базиса и вычисляем элементы остальных столбцов. В результате в таблице 3.6 получаем новый опорный план $X=(0; 8; 20; 0; 0; 96)$ и коэффициенты разложения векторов $A_j, (j=\overline{1,6})$ через базисные векторы A_2, A_3, A_6 и соответствующие значения Δ_j'' и F_0'' . Проверяем, является ли данный опорный план оптимальным или нет. Для этого рассмотрим 4-ю строку, таблицы 3.6. В этой строке среди чисел Δ_j'' нет отрицательных. Это означает, что найденный опорный план является оптимальным и $F_{\min} = 400$.

Следовательно, план выпуска продукции, включающий изготовление 8 изделий B и 20 изделий C , является оптимальным. При данном плане выпуска изделий полностью используется сырье видов S_1 и S_2 и остается неиспользованным 96 кг сырья вида S_3 , а стоимость производимой продукции равна 400 руб.

Оптимальным планом производства продукции не предусматривается изготовление изделий A . Введение в план выпуска продукции изделий вида A привело бы к уменьшению указанной общей стоимости. Это видно из 4-й строки столбца вектора A_1 , где число 5 показывает, что при данном плане

включение в него выпуска единицы изделия A приводит лишь к уменьшению общей величины стоимости на 5 руб.

Пример 2. Найти максимум функции $F = 2x_1 - 6x_2 + 5x_5$ при условиях

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 20 \\ -x_1 - 2x_2 + x_4 + 3x_5 = 24 \\ 3x_1 - x_2 - 12x_3 + x_6 = 18 \\ x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,6}). \end{cases}$$

Решение. Систему уравнений задачи запишем в векторной форме:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 + A_5x_5 + A_6x_6 = A_0,$$

где $A_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -12 \end{pmatrix}; \quad A_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 20 \\ 24 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

Так как среди векторов $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ имеются три единичных вектора, для данной задачи можно непосредственно записать опорный план. Таковым является план $X=(0; 0; 20; 24; 0; 18)$, определяемый системой трехмерных единичных векторов A_3, A_4, A_6 , которые образуют базис трехмерного векторного пространства.

Составим симплексную таблицу (таблица 3.7), и проверяем исходный опорный план на оптимальность.

Таблица 3.7 – Исходная матрица планирования

i	Базисные переменные	C_0	Свободные члены, b_i	$c_1=-2$	$c_2=6$	$c_3=0$	$c_4=0$	$c_5=-5$	$c_6=0$
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	x_3	0	20	-2	1	1	0	1	0
	x_4	0	24	-1	-2	0	1	3	0
	x_6	0	18	3	-1	0	0	-12	1

		$F_0 = 0$	-2	6	0	0	-5	0
--	--	-----------	----	---	---	---	----	---

Как видно из таблицы 3.7, исходный опорный план не является оптимальным. Поэтому переходим к новому опорному плану. Определяем вектор, который необходимо ввести в базис. Для этого определяем, какое из отрицательных чисел, находящихся в четвертой строке таблицы 2.6, является наименьшим. Это число «-5», следовательно, в базис вводим вектор A_5 . Определяем вектор, который необходимо исключить из базиса, для этого

находим $\min \left(\frac{b_i}{a_{i5}} \right)$ для $a_{i5} > 0$. Получим $\min \left(\frac{20}{1}; \frac{24}{3} \right) = \frac{24}{3} = 8$, следовательно, вектор A_4 исключим из базиса. Составляем таблицу I итерации (таблица 3.8).

Таблица 3.8 – Матрица планирования (первая итерация)

i	Базисные переменные	C_b	Свободные члены, b_i	$c_1=-2$	$c_2=6$	$c_3=0$	$c_4=0$	$c_5=-5$	$c_6=0$
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1.	x_3	0	12	-5/3	-1/3	0	-1/3	0	0
2.	x_5	-5	8	-1/3	-2/3	0	1/3	1	0
3.	x_6	0	114	-1	2/3	0	1/3	0	1
4.			40	-11/3	6	0	4	0	0

Как видно из таблицы 3.8, новый опорный план задачи не является оптимальным, так как в 4-й строке столбца вектора A_1 стоит отрицательное число -11/3. Поскольку в столбце этого вектора нет положительных элементов, данная задача не имеет оптимального плана.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания.

1. Изучить симплексный метод решения задач линейного программирования.
2. Привести задачу: найти максимальное значение функции

$$f = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,4})$$

к каноническому виду.

3. Найти первоначальный опорный план этой задачи.
4. Проверить найденный опорный план на оптимальность, если план не оптимальный найти его решение симплексным методом.
5. Решить симплексным методом задачу своего варианта

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Сущность симплексного метода.
2. Как составляется симплекс таблица?
3. Алгоритм проверки опорного плана на оптимальность.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Использование теорем двойственности при анализе решения взаимно двойственных задач

Цель работы: построение и решение двойственных задач линейного программирования, научиться по условию исходной задачи находить двойственную ей задачу и применять для анализа результатов решения теоремы двойственности.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: линейное программирование, двойственная задача линейного программирования, метод решения двойственных задач линейного программирования, первая и вторая теоремы двойственности.

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме.

Для каждой задачи линейного программирования можно построить другую задачу, называемую двойственной. Понятие двойственности дает ощутимые практические результаты при построении алгоритмов решения задач линейного программирования.

Запишем обе задачи:

Прямая

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j (\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i \in M \setminus I, i = (\overline{1, k})$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i \in M \setminus I, i = (\overline{k+1, m})$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1, l})$$

Двойственная

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i (\max)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \leq c_j, j \in J, j = (\overline{1, l})$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i = c_j, j = (\overline{l+1, n})$$

$$y_i \geq 0, i = (\overline{1, k}).$$

Симметричность обеих задач очевидна.

Неравенству первой задачи соответствует не отрицательность переменной во второй. Равенству одной задачи соответствует свободная переменная другой, задача двойственная к двойственной есть исходная (прямая) задача.

Таким образом:

Во взаимно-двойственных задачах всегда:

1. Одна из задач является задачей (max), а другая – задачей (min), в системе ограничений задачи (max) неравенств записаны со знаком $\leq$, а в системе ограничений задачи (min) – со знаком $\geq$.

2. Каждому ограничению одной задачи соответствует переменная другой задачи: номер переменной совпадает с номером ограничения, при этом ограничению, записанному в виде неравенства, соответствует переменная, связанная условием неотрицательности.

3. Коэффициенты целевой функции одной задачи соответственно равны свободным членам системы ограничений другой задачи.

4. Матрица условий одной задачи получается из матрицы условий другой задачи с помощью транспонирования.

Взаимно-двойственными являются следующие задачи:

Прямая

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{1, n}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Двойственная

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \quad (\max)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \leq c_j, \quad j = \overline{1, m}$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Канонический вид

Прямая

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Двойственная

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \quad (\max)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i = c_j, \quad j = \overline{1, n}$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Пример. Рассмотрим пару двойственных задач.

Прямая задача. Найти:

$$F = 5x_1 - x_2 + 8x_3 - x_4 \quad (\max)$$

при ограничениях:

Двойственная задача. Найти:

$$\varphi = 2y_1 + 3y_2 + 5y_3 \quad (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 \leq 3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 5 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0$$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + y_3 \geq 5 \\ 5y_1 - y_2 - y_3 = -1 \\ -y_1 + 5y_2 + 3y_3 \geq 8 \\ 7y_1 - y_2 + 7y_3 = -1 \end{cases}$$

$$y_2 \geq 0$$

Запишем матрицы соответствующих задач: $A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 & 7 \\ 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & 7 \end{vmatrix},$

$$A^T = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 7 & -1 & 7 \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 8 \end{vmatrix}; \quad C^T = \begin{vmatrix} 5 \\ -1 \\ 8 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{vmatrix}; \quad B^T = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$A^T = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & -2 & -2 \end{vmatrix}.$$

Наиболее часто встречаются следующие частные случаи взаимно-двойственных задач:

1) если $I = 0$, а $J = N = \{1, 2, \dots, n\}$, то имеем симметричную пару;

2) если $I = M = \{1, 2, \dots, m\}$, а $J = N = \{1, 2, \dots, n\}$, то имеем не симметричную пару.

Рассмотрим симметричную пару двойственных задач.

Прямая задача. Найти:

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (\max)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Двойственная задача. Найти:

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \quad (\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \geq c_j, \quad j = \overline{1, n}$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Рассмотрим несимметричные двойственные задачи.

В несимметричных двойственных задачах система ограничений исход-

ной задачи задается в виде неравенств, причем в последней переменные могут быть отрицательными.

Прямая задача. Найти:

$$F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \text{ (max)}$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Двойственная задача. Найти:

$$\varphi(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \text{ (min)}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \geq c_j, \quad j = \overline{1, n}$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}.$$

Простейшие свойства взаимно однозначных двойственных задач:

- если x допустимое решение прямой задачи, а y допустимое решение двойственной задачи, то $F(x) \leq \varphi(y)$;

- если x и y допустимые решения прямой задачи и двойственной задачи, и $F(x) = \varphi(y)$, то x и y – оптимальные решения этих задач.

Свойства двойственных задач линейного программирования

Для взаимно-двойственных задач имеет место один из взаимоисключающих случаев, т.е. справедливо одно и только одно из следующих утверждений:

1. В прямой и двойственной задачах имеются оптимальные решения, причём значения целевых функций на оптимальных решениях совпадают, т.е. $\min f(x) = \max \varphi(y)$.

2. В прямой задаче допустимо множество не пустое, а целевая функция на этом множестве не ограничена сверху. При этом у двойственной задачи будет пустое допустимое множество.

3. В двойственной задаче допустимо множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена снизу. При этом у прямой задачи допустимое множество оказывается пустым.

4. Обе из рассматриваемых задач имеют пустые допустимые множества.

Первая (теорема двойственности):

Если из пары двойственных задач одна обладает оптимальным планом, то и другая имеет решение, причем для экстремальных решений линейных функций выполняется соотношение $\min F(x) = \max \varphi(y)$, если линейная функция одной из задач не ограничена, то и другая не имеет решений.

Вторая теорема двойственности

Пусть $X=(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$ – допустимое решение прямой задачи, а $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_m\}$ – допустимое решение двойственной задачи. Для того, чтобы допустимые решения X и Y прямой двойственной задачи были оптимальными необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$\text{а) } Y(A \cdot X - b) = 0 \quad \text{иначе} \quad y_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j - b_i \right) = 0$$

$$\text{б) } (C - Y \cdot A)X = 0 \quad x_j \left(- \sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i + c_j \right) = 0$$

Условия:

$$\text{а) равносильно следующему: если } y_i > 0, \text{ то } \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i, i = 1, \dots, m;$$

$$\text{если } y_i = 0, \text{ то } \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j > b_i;$$

$$\text{б) равносильно следующему: если } x_j > 0, \text{ то } c_j = \sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i, j = 1, \dots, n;$$

$$\text{если } x_j = 0, \text{ то } c_j > \sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i.$$

Может случиться, что одновременно $y_i = 0$ и $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i$. Но всегда существует по крайней мере одна пара.

Запишем двойственные задачи в векторном виде.

Несимметричные двойственные задачи

Прямая. Найти матрицу столбец $X = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i & \dots & x_n \end{vmatrix}$, которая

удовлетворяет ограничениям $A \cdot X = B$, $x \geq 0$ и минимизирует функцию $F = C \cdot X$.

Двойственная. Найти матрицу строку $Y = |y_1 \ y_2 \ \dots \ y_i \ \dots \ y_m|$, которая удовлетворяет ограничениям $Y \cdot A \leq C$ и максимизирует линейную функцию $\varphi = Y \cdot B$.

В общих задачах: $C = |c_1 \ c_2 \ \dots \ c_j \ \dots \ c_n|$ – матрица строка, представляющая собой коэффициенты при неизвестных в целевой функции; $B = |b_1 \ b_2 \ \dots \ b_i \ \dots \ b_m|$ – матрица столбец свободных членов в системе ограничений; $A = |a_{ij}|$ – матрица коэффициентов при неизвестных в системе ограничений.

Пример. Найти $F = x_2 - x_4 - 3x_5 (\min)$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 = 1 \\ -4x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 2 \\ 3x_2 + x_5 + x_6 = 5 \\ x_j \geq 0, (j = \overline{1,6}). \end{cases}$$

Матрица строка $C = |0 \ 1 \ 0 \ -1 \ -3 \ 0|$ – коэффициенты при неизвестных в целевой функции. Матрица столбец $B = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ – свободные члены в

системе ограничений, $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ – матрица коэффициентов при неизвестных в системе ограничений.

Пусть $X = |x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i \ \dots \ x_n|$ – допустимое решение прямой задачи. Вектор X является оптимальным решением этой задачи тогда и только тогда, когда среди решений системы уравнений $\sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i - c_j = 0$, при $x_j \neq 0$, $y_i = 0$, при $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j < b_i$ содержится хотя бы одно допустимое решение двой-

ственной задачи.

Пример. Вектор $X = (3; 0,1; -3)$ – допустимое решение задачи $F = -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 (\max)$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$
$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,4}).$$

В данном случае соотношений $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j < b_i$.

Симметричные двойственные задачи

Прямая (исходная):

Найти матрицу-столбец $X = |x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i \ \dots \ x_n|$, которая удовлетворяет системе ограничений: $A \cdot X \geq B$; $X \geq 0$ и минимизирует функцию $F = C \cdot X$.

Двойственная задача:

Найти матрицу-строку $Y = |y_1 \ y_2 \ \dots \ y_i \ \dots \ y_m|$, которая удовлетворяет системе ограничений: $Y \cdot A \leq C$; $Y \geq 0$ и максимизирует линейную функцию $\varphi = Y \cdot B$.

Пример. Найти:

$$F = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \ (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 2 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 \leq -3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 6 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 3 \end{cases}$$
$$x_j > 0 \ (j = 1, 2, 3).$$

Чтобы привести систему ограничений к необходимому виду ($A \cdot X \geq B$), необходимо второе неравенство умножить на (-1) , после чего запишем соответствующие матрицы:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \\ 3 \end{vmatrix}; \quad A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}; \quad C^T = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix}; \quad B^T = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 3 \end{vmatrix};$$

$$A^T = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & -2 & -2 \end{vmatrix}.$$

В результате двойственная задача имеет вид:

Найти:

$$\varphi = 2y_1 + 3y_2 + 6y_3 + 3y_4 \text{ (max)}$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2y_1 - y_2 + y_3 + 2y_4 \leq 1 \\ 2y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 2 \\ -y_1 + 4y_2 - 2y_3 - 2y_4 \leq 3 \\ y_j \geq 0, (j=1, 2, 3, 4). \end{cases}$$

Методика и порядок выполнения работы 4

Выполните предложенные задания.

Задание 1. Для исходной задачи записать двойственную задачу, решить обе задачи с помощью инструментального средства **Поиск решения** и проанализировать найденные результаты, используя теоремы двойственности.

$$1. f = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \text{ (min)}$$

$$2. f = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \text{ (max)}$$

при ограничениях:

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 1 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 \leq -3 \\ x_1 - x_2 + 8x_3 \geq 4 \\ x_j \geq 0, (j=\overline{1,3}). \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4 \\ x_j \geq 0, (j=\overline{1,4}). \end{cases}$$

$$3. f = 5x_1 - x_2 - 4x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_2 + 2x_3 \geq 9 \\ -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 8 \\ x_1 - x_3 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,3}).$$

$$5. f = 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 8 \\ x_1 + 6x_2 \geq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,3}).$$

$$7. f = 6x_1 + 8x_2 + x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,3}).$$

$$9. f = 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 18 \\ -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 24 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 36 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,3}).$$

$$11. f = x_1 + 3x_2 - 5x_4 (\max)$$

при ограничениях:

$$4. f = 2x_1 + 3x_3 + \frac{5}{2}x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 16 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,3}).$$

$$6. f = 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 9 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq -8 \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,3}).$$

$$8. f = 27x_1 + 10x_2 + 15x_3 + 28x_4 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 5 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,4}).$$

$$10. f = 3x_1 - 7x_2 - 4x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 12 \\ -4x_1 - 4x_2 - 3x_3 \leq 24 \\ 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 15 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = (\overline{1,3}).$$

$$12. f = 3x_1 + 2x_5 - 5x_6 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 28 \\ -3x_1 + 5x_2 - 3x_4 \leq 30 \\ 4x_1 - 2x_2 + 8x_4 \leq 32 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,4}.$$

$$13. f = x_1 + x_2 - 3x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_2 - 2x_3 \leq -7 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,3}).$$

$$15. f = 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 \geq 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 \geq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

$$17. f = 3x_1 - 7x_2 + 4x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 3x_3 \geq 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 \geq 18 \\ x_1 + 7x_2 \geq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

$$19. f = -4x_1 + x_2 - 3x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 4x_3 \geq 15 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \geq 18 \\ x_1 + 7x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_5 + 5x_6 = 30 \\ 4x_1 + x_3 + 2x_5 - 4x_6 = 28 \\ -3x_1 + x_4 - 3x_5 + 6x_6 = 24 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,6}.$$

$$14. f = 2x_1 - 3x_3 + 4x_6 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \geq 10 \\ 3x_1 + x_2 + -7x_3 \geq 13 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, (j = \overline{1,3}).$$

$$16. f = x_1 + 4x_2 - 7x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + x_3 \leq 3 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 \geq -7 \\ 5x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

$$18. f = -6x_1 + 2x_2 - 9x_3 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 13 \\ -9x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -8 \\ x_1 - 4x_2 \leq 13 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

$$20. f = 11x_1 + 4x_2 - 7x_3 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 9x_3 \leq 3 \\ -4x_1 - 9x_2 - 6x_3 \geq 7 \\ 5x_1 - 8x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$$

Задание 2. Для двойственной симметричной задачи записать исходную и найти ее решение:

$$\varphi = 2y_1 + 4x_2 + 12y_4 (\min)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 + y_3 + 4y_4 \geq 10 \\ 2y_1 + y_2 - 2y_3 + 3y_4 \geq 4 \end{cases}$$

$$y_j \geq 0, (j = \overline{1,4}).$$

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность двойственности в линейном программировании?
2. Сформулируйте 1-ю и 2-ю теорему двойственности.
3. Какие задачи линейного программирования относятся к симметричным и несимметричным? В чем их отличие?
4. Как по решению исходной задачи найти решение двойственной и наоборот?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

Специальные задачи линейного программирования. Методы определения первоначального опорного плана транспортной задачи

Цель работы: Научиться строить и анализировать модели транспортной задачи, находить первоначальный опорный план различными методами и оптимальное решение с использованием инструментального средства «Поиск решения».

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: линейное программирование, транспортная задача, первоначальный опорный план, методы построения опорного плана.

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя материал изложенный ниже.

Классические транспортные задачи относятся к области линейного программирования, и математический аппарат решения этих задач хорошо отработан и известен. Сфера применения моделей задач транспортного типа обширна. Сюда можно отнести проблемы, например, связанные с планированием производства и перевозок, с созданием вычислительных и информационных систем, с распределениями ресурсов, запасов и так далее, то есть в формальных терминах транспортной задачи формируется большое число задач, отнюдь не связанных с перевозками продуктов.

Сформулируем математическую модель транспортной задачи. Некоторый однородный продукт, сосредоточенный у m поставщиков A в количестве a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) единиц соответственно, необходимо доставить n потребителям B в количестве b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) единиц. Известна стоимость C_{ij} перевозки единицы груза от i -го поставщика к j -у потребителю. Необходимо составить план перевозок, позволяющий вывезти все грузы, полностью удовлетворить потребности и имеющий минимальную стоимость.

Обозначим через x_{ij} количество единиц груза, запланированных к перевозке от i -го поставщика к j -у потребителю; тогда условие задачи можно записать в виде таблицы 4.1, которую в дальнейшем называют *матрицей планирования*.

Таблица 5.1 – Матрица планирования

Поставщики	Потребители, B_j	Запасы
------------	--------------------	--------

A_i	B_1	B_2	...	B_n	a_i
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребности, b_j	b_1	b_2	...	b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

Составим математическую модель задачи. Так как от i -го поставщика к j -у потребителю запланировано к перевозке x_{ij} единиц груза, то стоимость перевозки составит $c_{ij}x_{ij}$. Стоимость всего плана выразится двойной суммой:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}.$$

Систему ограничений получим из следующих условий задачи:

а) все грузы должны быть вывезены, то есть,

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, (i = 1, 2, \dots, m),$$

эти уравнения получаются из строк таблицы 5.1;

б) все потребности должны быть удовлетворены, то есть,

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, (j = 1, 2, \dots, n),$$

уравнения получаются из столбцов таблицы 5.1.

Таким образом, математическая модель транспортной задачи имеет следующий вид. Найти наименьшее значение функции:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (5.1)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n} \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

В рассмотренной модели предполагается, что суммарные запасы равны суммарным потребностям, то есть

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Такая модель называется *закрытой*.

Рассмотрим пример построения математической модели транспортной задачи и методы построения опорного плана.

Пример. Четыре предприятия могут производить некоторую однородную продукцию в количестве соответственно 100, 250, 200 и 300. На эту продукцию есть заказ от пяти потребителей соответственно в количестве 200, 200, 100, 100 и 250. Затраты с производством и доставкой единицы продукции задаются матрицей:

$$C = \begin{vmatrix} 10 & 7 & 4 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 10 & 6 & 11 \\ 8 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 11 & 8 & 12 & 16 & 13 \end{vmatrix}.$$

Составьте математическую модель задачи и найдите опорный план перевозок методом северо-западного угла, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Построение математической модели

Обозначим через x_{ij} количество единиц сырья, перевозимого из i -го пункта его получения на j -е предприятие. То есть, обозначим через x_{11} количество единиц продукции, поставляемой 1-м предприятием 1-у потребителю, через x_{12} — количество единиц продукции, поставляемой этим предприятием

второму потребителю и так далее до тех пор, пока вся продукция не будет вывезена, то есть пока не получим равенство $x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}=100$. Аналогично составляем равенства для оставшихся предприятий. После этого по аналогии составляем равенства для потребителей. Так для первого потребителя будет $x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=200$ равенство и т.д. В результате видим, что условия доставки необходимого и имеющегося сырья обеспечиваются за счет выполнения следующих равенств (ограничений):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 100 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 100 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 100 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 200 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 200 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 100 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 100 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} = 250 \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \end{array} \right.$$

При данном плане общая стоимость перевозок составит наименьшее значение линейной функции:

$$Z=10x_{11}+7x_{12}+4x_{13}+1x_{14}+4x_{15}+2x_{21}+7x_{22}+10x_{23}+6x_{24}+11x_{25}+8x_{31}+5x_{32}+3x_{33}+2x_{34}+2x_{35}+11x_{41}+8x_{42}+12x_{43}+16x_{44}+13x_{45}.$$

Таким образом, математическая постановка данной транспортной задачи состоит в нахождении такого не отрицательного решения системы линейных уравнений, при котором целевая функция принимает минимальное значение.

Любая транспортная задача, у которой суммарный объем запасов совпадает с суммарным объемом потребностей, имеет решение.

Методы построения первоначального опорного плана

Как и для других задач линейного программирования, итерационный процесс по отысканию оптимального плана транспортной задачи начинают с опорного плана.

Рассмотрим систему ограничений (5.2) транспортной задачи. Она содержит $m \cdot n$ неизвестных и $m+n$ уравнений. Если сложить почленно уравнения подсистемы (5.2), то получим два одинаковых уравнения. В таблице 5.1 такое сложение равнозначно соответственно почленному сложению столбцов и почленному сложению строк.

Наличие в системе ограничений двух одинаковых уравнений говорит о ее линейной зависимости. Если одно из этих уравнений отбросить, то в общем случае система ограничений должна содержать $m+n-1$ линейно независимых уравнений, следовательно, невырожденный опорный план транспортной задачи содержит $m+n-1$ положительных компонент или перевозок.

Таким образом, если каким-либо способом получен невырожденный опорный план транспортной задачи, то в матрице $(x_{ij}, i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n)$ значений его компонент (таблица 5.1) положительными являются только $m+n-1$, остальные равны нулю.

Если условия транспортной задачи и ее опорный план записаны в виде таблицы 5.1, то клетки, в которых находятся отличные от нуля перевозки, называются *занятыми*, остальные – *незанятыми*. Занятые клетки соответствуют базисным неизвестным и для невырожденного опорного плана их количество равно $m+n-1$. Если ограничения транспортной задачи записаны в виде (5.2), то, как известно, базисным неизвестным, включенным в опорный план, соответствует система линейно независимых векторов. Опорность плана при записи условий транспортной задачи в виде таблицы 5.1 заключается в его цикличности, то есть в таблице нельзя построить замкнутый цикл, все вершины которого лежат в занятых клетках.

Циклом называется набор клеток вида $(i_1j_1)(i_1j_2)(j_1i_2) \dots (j_1i_m)$, в котором две и только две соседние клетки расположены в одном столбце или одной строке таблицы, причем последняя клетка находится в той же строке или столбце, что и первая. Построение циклов начинают с какой-либо занятой клетки и переходят по столбцу (строке) к другой занятой клетке, в которой делают поворот под прямым углом и движутся по строке (столбцу) к следу-

ющей занятой клетке и так далее, пытаясь возвратиться к первоначальной клетке. Если такой возврат возможен, то получен цикл и план не является опорным. Клетки, в которых происходит поворот под прямым углом, определяют вершины цикла. В противном случае план является опорным.

Всякий план транспортной задачи, содержащий более $m+n-1$ занятых клеток, не является опорным, так как ему соответствует линейно зависящая система векторов. При таком плане в таблице всегда можно построить замкнутый цикл, с помощью которого уменьшают число занятых клеток до $m+n-1$. Если к занятым клеткам, определяющим опорный невырожденный план, следовательно, ациклический, присоединить какую-либо незанятую клетку, то план становится неопорным, появляется единственный цикл, все вершины которого, за исключением одной, лежат в занятых клетках.

Первоначальный опорный план транспортной задачи как задачи линейного программирования можно построить ранее рассмотренными методами, однако это сопряжено с большими вычислениями. Существует несколько простых схем построения первоначального опорного плана транспортной задачи, которые рассмотрим на примерах.

Определение опорного плана методом северо-западного угла

Исходя из математической модели, условие задачи можно записать в виде таблицы 5.2, которую в дальнейшем будем называть матрицей планирования.

Таблица 5.2 – Условие задачи

Поставщики	Потребители					Запасы, a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	7	4	1	4	100
A_2	2	7	10	6	11	250
A_3	8	5	3	2	2	200
A_4	11	8	12	16	13	300
Потребности, b_j	200	200	100	100	250	

Не учитывая стоимости перевозки единицы груза, начинаем удовлетворение потребностей первого потребителя B_1 за счет запаса поставщика A_1 .

Для этого сравниваем $a_1=100$ с $b_1=200$, $a_1 < b_1$, меньший из объемов, т. е. $=100$ ед. записываем в левый нижний угол клетки A_1B_1 (таблица 5.3).

Таблица 5.3 – Построение опорного плана методом северо-западного угла

Поставщики	Потребители					Запасы, a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10 100	7 —	4 —	1 —	4 —	100
A_2	2 100	7 150	10 —	6 —	11 —	250
A_3	8 —	5 50	3 100	2 50	2 —	200
A_4	11 —	8 —	12 —	16 50	13 250	300
Потребности, b_j	200	200	100	100	250	

Запасы первого поставщика полностью израсходованы, поэтому остальные клетки первой строки прочеркиваем. Потребности B_1 остались неудовлетворенными на $200 - 100 = 100$ ед. Сравниваем этот остаток с запасами поставщика A_2 , т.к. $100 < 250$, то 100 ед. записываем в клетку A_2B_1 , чем полностью удовлетворяем потребности потребителя B_1 , оставшиеся клетки в первом столбце прочеркиваем.

У поставщика A_2 осталось 150 ед. груза. Удовлетворяем потребителя B_2 за счет оставшегося у поставщика A_2 груза. Для этого сравниваем этот остаток с потребностями потребителя B_2 : $150 < 200$, записываем 150 ед. в клетку A_2B_2 и, т.к. запасы A_2 полностью израсходованы, прочеркиваем остальные клетки второй строки. Потребности B_2 остались неудовлетворенными на 50ед. Удовлетворяем их за счет поставщика A_3 и переходим к удовлетворению B_3 за счет остатка, имеющегося у поставщика A_3 , и т.д. Процесс продолжаем до тех пор, пока не удовлетворим всех потребителей за счет запасов поставщиков. На этом построение первоначального опорного плана заканчивается.

Таким образом, в таблице 5.3 в правых верхних углах клеток стоят числа, определяющие стоимость перевозки единицы грузов, в левых нижних углах – числа, определяющие план перевозок, т.к. их сумма по строкам равна запасам соответствующего поставщика, сумма по столбцам – потребности соответствующего потребителя.

Проверим, является ли план, построенный в таблице 5.3, опорным. Видим, что, начиная движение от занятой клетки A_1B_1 , вернуться не только в нее, но и в любую другую занятую клетку, двигаясь только по занятым клеткам, невозможно. Следовательно, план является опорным.

В то же время план является невырожденным, т.к. он содержит точно $m+n-1=4+5-1=8$ занятых клеток. Если же занятых клеток будет меньше, чем $m+n-1$, то следует ввести в любую незанятую клетку объем груза, равного формальному нулю, то есть вырожденный план привести к невырожденному.

Найдем общую стоимость составленного плана как сумму произведений объемов перевозок, стоящих в левом углу занятых клеток, на соответствующие стоимости в этих же клетках:

$$Z=100 \cdot 10+100 \cdot 2+150 \cdot 7+50 \cdot 5+100 \cdot 3+50 \cdot 2+50 \cdot 16+250 \cdot 13=6950(\text{ед. стоимости}).$$

При составлении первоначального опорного плана методом северо-западного угла стоимость перевозки единицы груза не учитывалась, поэтому построенный план далек от оптимального, получение которого связано с большим объемом вычислительных работ.

Определение опорного плана методом минимальной стоимости

Если при составлении опорного плана учитывать стоимость перевозки единицы груза, то план будет значительно ближе к оптимальному.

Сущность метода минимальной стоимости заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел a_i или b_j . Затем из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку, и столбец,

если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, потребности удовлетворены.

Составим с помощью этого метода опорный план уже рассмотренной задачи и запишем ее условие в таблицу 5.4.

Таблица 5.4 – Определение опорного плана методом минимальной стоимости

Постав- щики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10 —	7 —	4 —	1 100	4 —	100
A_2	2 200	7 50	10 —	6 —	11 —	250
A_3	8 —	5 —	3 —	2 —	2 200	200
A_4	11 —	8 150	12 100	16 0	13 50	300
Потреб. b_i	200	200	100	100	250	

Выбираем в таблице наименьшую стоимость (это стоимость, помещенная в клетке A_1B_4), так как $a_1=b_4$, 100 ед. груза помещаем в этой клетке и исключаем из рассмотрения первую строку и четвертый столбец. В оставшейся таблице стоимостей наименьшей является стоимость, расположенная в клетке A_2B_1 и в клетке A_3B_5 . Заполняем любую из них, например, A_2B_1 . Имеем $200 < 250$, следовательно, записываем в нее 200 и исключаем из рассмотрения столбец B_1 . В клетку A_3B_5 записываем 200 ед. и исключаем из рассмотрения строку A_3 . В оставшейся таблице стоимостей снова выбираем наименьшую стоимость и продолжаем процесс до тех пор, пока все запасы не будут распределены, потребности удовлетворены. В результате получен план $X=(x_{14}=100; x_{21}=200; x_{22}=50; x_{35}=200; x_{42}=150; x_{43}=100; x_{45}=50)$, остальные значения переменных равны нулю. План не содержит циклов и состоит из семи положительных перевозок, следовательно, является опорным планом. Определим его стоимость:

$$Z = 100 \cdot 1 + 200 \cdot 2 + 50 \cdot 7 + 200 \cdot 2 + 150 \cdot 8 + 100 \cdot 12 + 50 \cdot 13 = 4300 \text{ (ед.)}.$$

Стоимость плана перевозок значительно меньше, следовательно, он ближе к оптимальному.

Определение опорного плана методом двойного предпочтения

Если таблица стоимостей велика, то перебор всех элементов затруднителен. В этом случае используют метод двойного предпочтения, суть которого заключается в следующем:

В каждом столбце отмечают знаком V клетку с наименьшей стоимостью. Затем то же проделывают в каждой строке. В результате некоторые клетки имеют отметку VV . В них находится минимальная стоимость как по столбцу, так и по строке. В эти клетки помещают максимально возможные объемы перевозок, каждый раз исключая из рассмотрения соответствующие столбцы или строки. Затем распределяют перевозки по клеткам, отмеченным знаком V . В оставшейся части таблицы перевозки распределяют по наименьшей стоимости.

Применим метод двойного предпочтения к уже рассмотренной ранее задаче, условия которой записаны в таблице 5.5.

Таблица 5.5 – Определение клеток с минимальной стоимостью

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	7	4	1^{VV}	4	100
A_2	2^{VV}	7	10	6	11	250
A_3	8	5^V	3^V	2^V	2^{VV}	200
A_4	11	8^V	12	16	13	300
Потребности b_j	200	200	100	100	250	

Затем сначала заполняем клетки A_1B_4 , A_2B_1 , A_3B_5 , потом клетку A_4B_5 . В оставшейся части таблицы последовательно заполняем клетки по минимальной стоимости A_2B_3 , A_4B_3 , A_4B_5 (таблица 5.6).

Таблица 5.6 – Определение опорного плана методом двойного предпочтения

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10 –	7 –	4 –	1^{VV} 100	4 –	100
A_2	2^{VV} 200	7 –	10 50	6 –	11 –	250
A_3	8 –	5^V –	3^V –	2^V –	2^{VV} 200	200
A_4	11 –	8^V 200	12 50	16 –	13 50	300
Потребности b_j	200	200	100	100	250	

План, полученный в таблице 5.6, является опорным планом. Найдём его стоимость:

$$Z = 100 \cdot 1 + 200 \cdot 2 + 50 \cdot 10 + 200 \cdot 2 + 200 \cdot 8 + 50 \cdot 12 + 50 \cdot 13 = 4250 \text{ (ед.)}.$$

Таким образом, наименьшую стоимость имеет опорный план, полученный методом двойного предпочтения, следовательно, он наиболее близок к оптимальному плану. Однако отсюда не следует вывод, что с помощью метода двойного предпочтения всегда получают лучший первоначальный план по сравнению с методом минимального элемента.

С помощью рассмотренных методов построения первоначального плана можно получить опорный план. Оптимальный же план транспортной задачи легко находить, используя разработанные в настоящее время пакеты прикладных программ. В частности, для решения транспортной задачи можно использовать инструмент «Поиск решения» табличного процессора Excel. Рассмотрим применение Excel для решения транспортной задачи.

Применение Excel для решения транспортной задачи

При решении транспортной задачи линейного программирования в Excel начальные значения искомых переменных не назначаются; нет обязательного требования, чтобы целевая функция в начальной точке не была равна нулю.

Но есть одно общее: в диалоговом окне «Параметры поиска решений» не надо вводить **Линейная модель**. Таким образом, алгоритм решения транспортной задачи линейного программирования в Excel будет включать в себя следующие этапы:

1. Открыть Excel для ввода условий задачи.
2. Ввести условия, которые указаны в задаче:
 - отдельно создать таблицу стоимостей, в которую ввести известные значения;
 - отдельно создать таблицу искомых переменных, в которую ввести нулевые начальные значения;
 - в ячейку, в которой будет записана целевая функции, вставить формулу **СУММПРОИЗ** из категории **Математические Мастера функций** и в качестве первого массива указать адрес блока ячеек, содержащего таблицу стоимостей, а вторым массивом указать адрес таблицы искомых переменных;
 - заполнить ячейки ограничениями используя формулу **СУММ** из категории **Математические Мастера функций**;
 - выполнить команду **Сервис**, в диалоговом окне **Поиск решения** задать все условия задачи:
 - 1) ввести адрес ячейки целевую функцию;
 - 2) указать минимизацию (если нужно максимизацию) задачи;
 - 3) указать изменяемые ячейки (адрес таблицы с переменными;
 - 4) ввести условия ограничений.
3. Перейти к решению с помощью команды **Выполнить** (если задача имеет решение, то в результате получится наилучший способ её решения).

Параметры поиска решения

При поиске оптимальных решений смысл этих параметров знать не обязательно, т.к. их значения, применяемые по умолчанию, обеспечивают нормальное решение практических задач. Все необходимые сведения о параметрах и командах, вводимых в этом диалоговом окне, можно получить, вы-

завая справку. Основные параметры, смысл которых очевиден, а их назначение не требует специальных знаний, приведены ниже:

- максимальное время по умолчанию = 100;
- предельное число итераций = 100.

Если этих значений для нахождения решения окажется не достаточно, то на экране появится соответствующее сообщение, после чего вычисления можно повторить при тех же параметрах без их повторного назначения. В качестве относительной погрешности используется по умолчанию величина 0,000001, обеспечивающая достаточно высокую точность решения. Заметим, что снижение точности уменьшает число итераций и сокращает время поиска решения.

Анализ оптимального решения

После успешного завершения поиска оптимальных решений на экране появится диалоговое окно **Результаты поиска решения**.

С помощью него можно вызвать отчеты трех типов:

- отчет по результатам (состоящий из трех таблиц: сведения о целевой функции, значение переменных, результаты оптимальных решений для ограничений и граничных условий);
- отчет по пределам (состоящий из двух таблиц: значение x в оптимальном решении, нижние пределы изменения значения x);
- отчет по устойчивости (состоящий из двух таблиц: значение для переменных (результат решения задачи, нормированный градиент, величина приводимая при выборе некоторых методов в диалоговом окне, параметров поиска решения, величина стоимости, множитель Лагранжа).

Рассмотрим алгоритм решения транспортной задачи помощью Excel на примере. На 3-х железнодорожных станциях A_1 , A_2 и A_3 скопилось 120, 110 и 130 незагруженных вагонов. Эти вагоны необходимо перегнать на станции $B_1 - B_5$. На каждой из этих станций потребность в вагонах соответственно равна 80, 60, 70, 100 и 50. Учитывая, что со станции A_2 не представ-

ляется возможным перегнать вагоны на станции B_2 и B_4 и зная, что тарифы перегонки одного вагона определяются матрицей:

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 6 & 7 \\ 3 & 0 & 5 & 0 & 2 \\ 8 & 3 & 6 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

Составьте такой план перегонок вагонов, чтобы общая стоимость была минимальной.

Решение. Методом двойного предпочтения получим следующий опорный план в виде таблицы 5.7,

Таблица 5.7 – Построение первоначального опорного плана транспортной задачи методом двойного предпочтения

Поставщики	Потребители					Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2 ^v 20	4 –	1 ^{vv} 70	6 30	7 –	120
A_2	3 60	0 –	5 –	0 –	2 ^{vv} 50	110
A_3	8 –	3 ^{vv} 60	6 –	3 ^{vv} 70	4 –	130
Потребности b_j	80	60	70	100	50	

где $x_{11}=20$, $x_{13}=70$, $x_{14}=30$, $x_{21}=60$, $x_{25}=50$, $x_{32}=60$, $x_{34}=70$.

Таким образом, согласно данному плану перевозок, общая стоимость перевозок всего груза составила:

$$Z = 20 \cdot 2 + 70 \cdot 1 + 30 \cdot 6 + 60 \cdot 3 + 50 \cdot 2 + 60 \cdot 3 + 70 \cdot 3 = 960 \text{ (ед.)}.$$

Определим, является найденный нами план оптимальным, используя инструмент **Поиск решения** табличного процессора Excel. Для этого необходимо:

1. Создать таблицу согласно условию задачи (например, диапазон $A_1:G_8$, рисунок 5.1).

Пример реализации транспортной задачи в Excel.xls							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Потребители						НАЛИЧИЕ
2	Поставщики	B1	B2	B3	B4	B5	
3	A1	2	4	1	6	7	120
4							
5	A2	3	0	5	0	2	110
6							
7	A3	8	3	6	3	4	130
8	ПОТРЕБНОСТЬ	80	60	70	100	50	
9							
10							
11							

Рисунок 5.1 – Матрица стоимостей

2. Заполнить диапазон ячеек, которые необходимо изменять и в которые будут выводиться значения количества перевозок нулями (например, диапазон I₂:M₄, рисунок 5.2).

Пример реализации транспортной задачи в Excel.xls													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Потребители						НАЛИЧИЕ						
2	Поставщики	B1	B2	B3	B4	B5			0	0	0	0	0
3	A1	2	4	1	6	7	120		0	0	0	0	0
4									0	0	0	0	0
5	A2	3	0	5	0	2	110						
6													
7	A3	8	3	6	3	4	130						
8	ПОТРЕБНОСТЬ	80	60	70	100	50							
9													

Рисунок 5.2 – Матрица стоимостей (A₁:G₈) и матрица перевозок (I₂:M₄)

3. Записать целевую функцию, например, в ячейку I₆, рисунок 4.3. Можно формулу набирать с помощью клавиатуры: установить курсор в ячейку; набрать значок «=», щелкнуть мышкой в ячейке B₃, набрать значок «*» щелкнуть мышкой в ячейке I₂, набрать значок «+»; и т.д. или вставить формулу **СУММПРОИЗ** из категории **Математические Мастера функций** и в качестве первого массива указать адрес блока ячеек (A₃:F₇), содержащего таблицу стоимостей, а вторым массивом указать адрес (I₂:M₄) ячеек таблицы, где находятся искомые переменные.

4. Ввести ограничения по наличию запасов и потребностей в ячейки I₈:I₁₅, аналогично вводу целевой функции (обратите внимание на формулу в ячейке I₈, рисунок 5.4) или, используя формулу **СУММ** из категории **Математические Мастера функций**.

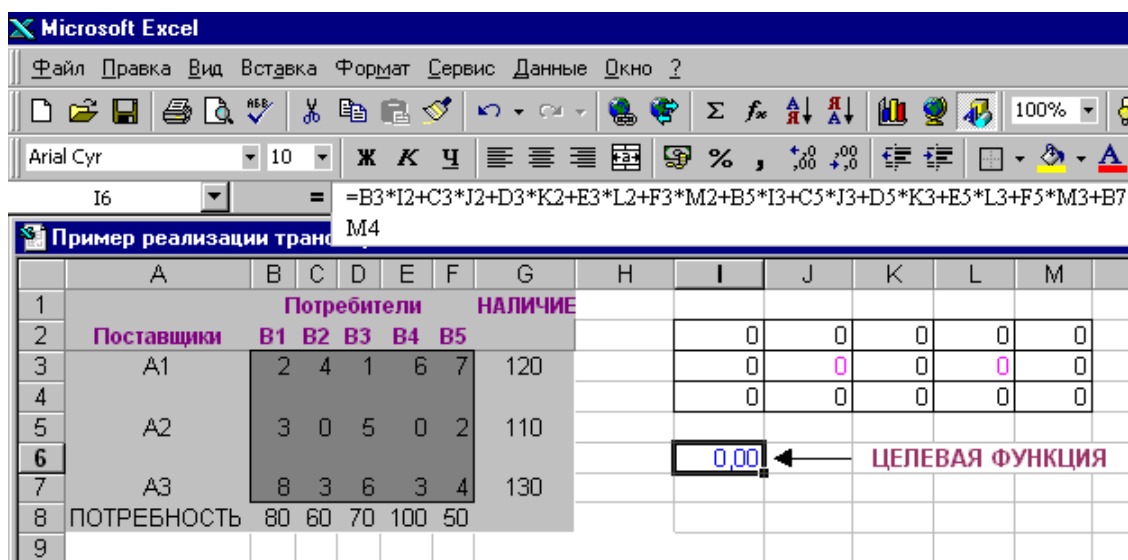


Рисунок 5.3 – Ввод формулы целевой функции

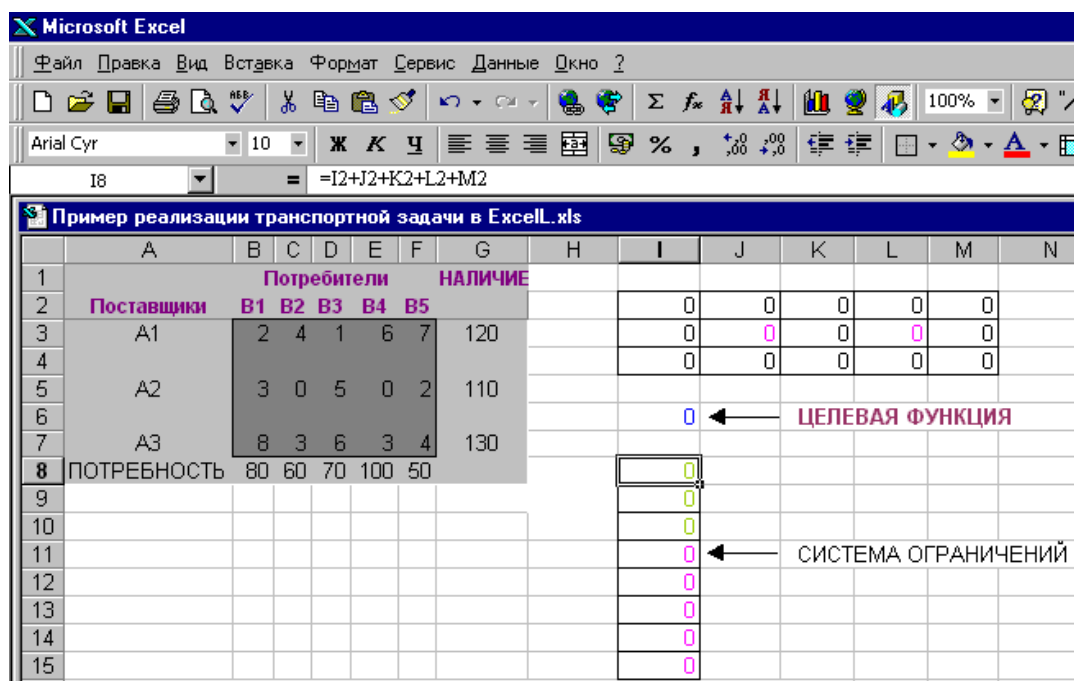


Рисунок 5.4 – Ввод условий ограничений

5. Найти оптимальный план задачи с помощью инструментального средства **Поиск решения**.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания.

Задание 1. Найти первоначальный опорный план (методами: северо-западного угла; минимальной стоимости; двойного предпочтения) следующей задачи:

Пусть имеется три пункта отправления (поставщика) A_1, A_2, A_3 и четыре пункта назначения (потребителя) B_1, B_2, B_3, B_4 . Известны расстояния (в км) от каждого поставщика до каждого потребителя. Эти расстояния приведены ниже в таблице 4.8 в левом верхнем углу клеток. Требуется составить такой план перевозок груза, при котором общий грузооборот (в т.км) был бы минимальным.

Таблица 5.8 – Матрица стоимостей

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	6	12	20	22	1500
A_2	10	18	18	17	2800
A_3	1	4	6	11	1700
Потребности b_j	1830	1160	1610	1400	

Задание 2. Найти оптимальный план задачи, используя инструмент «Поиск решения» табличного процессора .Excel.

Задание 3. Индивидуальное задание: Используя таблицу из своего варианта, постройте математическую модель заданной экономической системы. Постройте опорный план методами: северо-западного угла; минимальной стоимости; двойного предпочтения, найдите оптимальный план с помощью инструмента «Поиск инструмента».

- | Поставщики | Потребители | | | | Запасы
a_i |
|-------------------|-------------|-------|-------|-------|-----------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | |
| A_1 | 5 | 2 | 8 | 3 | 1200 |
| A_2 | 7 | 3 | 9 | 4 | 1800 |
| A_3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1000 |
| Потребности b_j | 330 | 1060 | 1410 | 1200 | |
- | Поставщики | Потребители | | | | Запасы
a_i |
|-------------------|-------------|-------|-------|-------|-----------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | |
| A_1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1100 |
| A_2 | 8 | 7 | 9 | 10 | 1900 |
| A_3 | 4 | 2 | 10 | 12 | 1000 |
| Потребности b_j | 300 | 1000 | 1500 | 1200 | |
- | Поставщики | Потребители | | | | Запасы
a_i |
|------------|-------------|-------|-------|-------|-----------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 | |
| A_1 | 5 | 2 | 8 | 3 | 1200 |

	A_2	7	3	9	4	1800
	A_3	3	2	1	2	1000
	Потребности b_j	330	1060	1410	1200	
4.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	2	1	4	3	1200
	A_2	6	4	3	7	1700
	A_3	4	2	5	9	1100
	Потребности b_j	340	1050	1510	1100	
5.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	5	2	8	3	1100
	A_2	7	3	9	4	1800
	A_3	3	2	1	2	1100
	Потребности b_j	330	1060	1410	1200	
6.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	5	2	8	3	1050
	A_2	7	3	9	4	1600
	A_3	3	2	1	2	1350
	Потребности b_j	1000	300	1450	1250	
7.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	3	2	1	4	1150
	A_2	9	6	4	5	1750
	A_3	6	2	2	7	1100
	Потребности b_j	450	1140	1310	1100	
8.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	4	2	4	3	1130
	A_2	7	4	9	4	1670
	A_3	11	12	3	10	1200
	Потребности b_j	640	1060	1100	1200	
9.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	3	7	2	7	1090
	A_2	7	3	1	3	1900
	A_3	5	2	5	4	1010
	Потребности b_j	330	1060	1410	1200	
10.	Поставщики	Потребители				Запасы
		B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
	A_1	2	5	6	3	1200
	A_2	7	3	7	6	1800

A_3	8	9	3	1	1000
Потребности b_j	330	1060	1410	1200	4000

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) название работы;
- 2) цель лабораторной работы;
- условия выполненных заданий и их решение;
- выводы;
- ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Сформулировать транспортную задачу в общем виде.
2. Сформулировать алгоритм нахождения первоначального опорного плана транспортной задачи методом северо-западного угла.
3. Сформулировать алгоритм нахождения первоначального опорного плана транспортной задачи методом минимальной стоимости.
4. Сформулировать алгоритм нахождения первоначального опорного плана транспортной задачи методом двойного предпочтения.
5. Как проверить найденный план на оптимальность?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6

Решение транспортной задачи методом потенциалов

Цель работы: научиться решать задачи методом потенциалов.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: линейное программирование, транспортная задача, метод потенциалов

Теоретическая часть

Можно показать, что задача линейного программирования двойственная классической транспортной задаче (5.1, 5.2) состоит в максимизации целевой функции:

$$\varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_m, \beta_1, \dots, \beta_n) = \sum_{i=1}^{m=4} a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^{n=5} b_j \beta_j \quad (6.1)$$

при ограничениях

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}, \quad (6.2)$$

где числа $\alpha_i, i = \overline{1, m}$ и $\beta_j, j = \overline{1, n}$ называются соответственно потенциалами поставщиков и потребителей. Для того чтобы решение классической транспортной задачи было оптимальным необходимо выполнение следующей теоремы:

Теорема. Если план $\vec{X}^* = (x_{ij}^*)$ транспортной задачи является оптимальным, то ему соответствует система из $m+n$ чисел $\alpha_i, i = \overline{1, m}$ и $\beta_j, j = \overline{1, n}$, удовлетворяющих условиям:

$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij}, \text{ для } x_{ij}^* > 0, \quad (6.3)$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \text{ для } x_{ij}^* = 0. \quad (6.4)$$

Из теоремы следует: для того, чтобы первоначальный опорный план был оптимальным, необходимо выполнение следующих условий:

- для каждой занятой клетки сумма потенциалов должна быть равна стоимости единицы перевозки, стоящей в этой клетке $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$;
- для каждой незанятой клетки сумма потенциалов должна быть меньше или равна стоимости единицы перевозки, стоящей в этой клетке $\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}$.

Если хотя бы одна незанятая клетка не удовлетворяет этому условию, то опорный план не является оптимальным и его можно улучшить, перемещая в эту клетку некоторое количество груза.

Используя первое условие теоремы, построим систему потенциалов (таблица 6.2), используя таблицу 6.1, предварительно проверив, сколько занятых клеток имеет таблица. Если занятых клеток меньше, чем $m+n-1$ заполняем недостающие клетки нулевыми перевозками.

Систему потенциалов можно построить только для невырожденного плана, который, как известно, содержит $m+n-1$ занятых клеток, поэтому для него можно составить систему из $m+n-1$ независимых уравнений $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$ с $m+n$ неизвестными.

Уравнений на одно меньше, чем неизвестных, поэтому система является неопределенной и одному неизвестному (обычно α_i) присваивают нулевое значение, после этого остальные потенциалы определяются однозначно.

Пусть известен потенциал α_i , тогда $\beta_j = c_{ij} - \alpha_i$, если известен потенциал β_j , то $\alpha_i = c_{ij} - \beta_j$.

Таким образом, для определения неизвестного потенциала от величины c_{ij} надо вычесть известный потенциал.

Так как в нашем примере $m = 4$, $n = 5$, то для того, чтобы найденный в таблице 6.1 план был невырожденным, он должен содержать $4 + 5 - 1 = 8$ занятых клеток.

В таблице 6.1 всего шесть занятых клеток, следовательно, в две не занятые клетки необходимо поместить нулевые перевозки.

Заполним нулевыми перевозками клетки A_2B_2 и A_2B_4 , так как во второй строке среди незанятых клеток они имеют минимальную стоимость перевозок, а именно: 6 и 7.

Запишем целевую функцию двойственной задачи, которую необходимо максимизировать.

$$\varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_4, \beta_1, \dots, \beta_5) = \sum_{i=1}^4 a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^5 b_j \beta_j = 100 \cdot \alpha_1 + 250 \cdot \alpha_2 + 200 \cdot \alpha_3 + 300 \cdot \alpha_4 + 200 \cdot \beta_1 + 200 \cdot \beta_2 + 100 \cdot \beta_3 + 100 \cdot \beta_4 + 250 \cdot \beta_5 (\max)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \beta_4 \leq 1 \\ \alpha_2 + \beta_1 \leq 2 \\ \alpha_2 + \beta_2 \leq 7 \\ \alpha_2 + \beta_4 \leq 6 \\ \alpha_2 + \beta_5 \leq 11 \\ \alpha_3 + \beta_5 \leq 2 \\ \alpha_4 + \beta_2 \leq 8 \\ \alpha_4 + \beta_3 \leq 12. \end{cases}$$

Получили систему из восьми неравенств и девяти неизвестных. Выберем в качестве свободной переменной $\alpha_2 = 0$, тогда потенциалы $\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ определятся однозначно. Запишем найденные значения потенциалов в таблицу 6.2.

Проверим выполнение условия $\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}$ (6.4) теоремы для незанятых клеток, если условие не выполняется, найдем разность $(\alpha_i + \beta_j) - c_{ij}$ и запишем в соответствующую клетку (таблица 6.3).

Таблица 6.2 – Построение системы потенциалов

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=7$	$B_3, \beta_3=11$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=11$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4	1 100	4	100
$A_2, \alpha_2=0$	2 200	7 0	10	6 0	11 50	250
$A_3, \alpha_3=-9$	8	5	3	2	2 200	200
$A_4, \alpha_4=1$	11	8 200	12 100	16	13	300
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

Таблица 6.3 – Проверка является ли найденный план оптимальным

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=7$	$B_3, \beta_3=11$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=11$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4	1	4	100
			2	100	2	
$A_2, \alpha_2=0$	2	7	10	6	11	250
	200	0	1	0	50	
$A_3, \alpha_3=-9$	8	5	3	2	2	200
					200	
$A_4, \alpha_4=1$	11	8	12	16	13	300
		200	100			
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

Условие оптимальности не выполняется для трех клеток A_1B_3 , A_1B_5 и A_2B_3 . Разности для этих клеток соответственно равны 2, 2, 1. Выберем клетку, в которую необходимо перераспределить перевозку. Для этого определим $\max[(\alpha_i + \beta_j) - c_{ij}] = \max[2, 2, 1] = 2$, значит любую из клеток A_1B_3 , A_1B_5 можно сделать занятой. Возьмем клетку A_1B_5 , так как в этом случае легче построить цикл, отметим ее знаком «+». Клетка A_1B_5 присоединяется к занятым клеткам, которых становится $m+n$. Таким образом, появляется цикл, все вершины которого, за исключением одной, которая находится на клетке, отмеченной знаком «+», лежат на занятых клетках, причем этот цикл единственный.

Находим цикл и, двигаясь от клетки отмеченной знаком «+», поочередно проставляем знаки «-», «+» в клетках с вершинами цикла (таблица 6.8). Находим $\min x_{ij} = \min[100, 50] = 50$ – минимальное значение среди перевозок, стоящих в вершинах цикла, отмеченных знаком «-».

Таблица 6.4 – Построение цикла

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=7$	$B_3, \beta_3=11$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=11$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4	1 – 100	4 +	100
$A_2, \alpha_2=0$	2 200	7 0	10	6 + 0	11 – 50	250
$A_3, \alpha_3=-9$	8	5	3	2	2 200	200
$A_4, \alpha_4=1$	11	8 200	12 100	16	13	300
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

К перевозкам, стоящим в занятых клетках, прибавляем 50, а из перевозок, стоящих в незанятых клетках, вычитаем 50, получаем новый план (таблица 6.5).

Таблица 6.5 – Новый опорный план

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=7$	$B_3, \beta_3=11$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=9$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4 2	1 50	4 50	100
$A_2, \alpha_2=0$	2 200	7 0	10 1	6 50	11	250
$A_3, \alpha_3=-7$	8	5	3	2	2 200	200
$A_4, \alpha_4=1$	11	8 200	12 100	16	13	300
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

Пересчитываем потенциалы, так клетка A_2B_5 стала не занятой, а клетка A_1B_5 прибавилась к занятым клеткам. Проверяем является ли найденный план оптимальным. Условие оптимальности не выполняется для двух клеток A_1B_3 и A_2B_3 . Разности для этих клеток соответственно равны

2, 1. Выберем клетку, в которую необходимо перераспределить перевозку. Для этого определим $\max[(\alpha_i + \beta_j) - c_{ij}] = \max[2, 1] = 2$, значит клетку A_1B_3 надо сделать занятой. Отметим ее знаком «+». Клетка A_1B_3 присоединяется к занятым клеткам, которых становится $m+n$. Таким образом, появляется цикл все вершины которого, за исключением одной, которая находится на клетке, отмеченной знаком «+», лежат на занятых клетках, причем этот цикл единственный (таблица 6.10). Находим цикл и, двигаясь от клетки отмеченной знаком «+», поочередно проставляем знаки «-», «+» в клетках с вершинами цикла.

Таблица 6.6– Построение цикла

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=7$	$B_3, \beta_3=11$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=9$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4 +	1 – 50	4 50	100
$A_2, \alpha_2=0$	2 200	7 – 0	10 1	6 + 50	11	250
$A_3, \alpha_3=-7$	8	5	3	2	2 200	200
$A_4, \alpha_4=1$	11	8 + 200	12 – 100	16	13	300
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

Определяем $\min x_{ij} = \min[0, 100, 50] = 0$ – минимальное значение среди перевозок, стоящих в вершинах цикла, отмеченных знаком «-». Значит, нулевую перевозку необходимо переместить в клетку A_1B_3 , сделав ее занятой, и опять пересчитать потенциалы (таблица 6.11).

Проверяем найденный план на оптимальность. Для всех незанятых клеток условие оптимальности выполняется. Значит, найденный план является оптимальным.

Находим значение целевой функции.

Таблица 6.7 – Построение новой системы потенциалов

Поставщики, A_i	Потребители, B_j					Запасы a_i
	$B_1, \beta_1=2$	$B_2, \beta_2=5$	$B_3, \beta_3=9$	$B_4, \beta_4=6$	$B_5, \beta_5=9$	
$A_1, \alpha_1=-5$	10	7	4	1	4	100
			0	50	50	
$A_2, \alpha_2=0$	2	7	10	6	11	250
	200			50		
$A_3, \alpha_3=-7$	8	5	3	2	2	200
					200	
$A_4, \alpha_4=3$	11	8	12	16	13	300
		200	100			
Потребности b_i	200	200	100	100	250	

$$F_{\min} = 1 \cdot 50 + 4 \cdot 50 + 6 \cdot 50 + 2 \cdot 200 + 2 \cdot 200 + 8 \cdot 200 + 12 \cdot 100 = 4150.$$

$$\Psi_{\max} = -5 \cdot 100 + 0 \cdot 250 - 7 \cdot 200 + 3 \cdot 300 + 2 \cdot 200 + 5 \cdot 200 + 9 \cdot 100 + 6 \cdot 100 + 9 \cdot 250 = 4150.$$

Так как $F_{\min} = \Psi_{\max} = 4150$, т.е. целевая функция и прямой, и двойственной задачи имеет одно и тоже значение и выполняется условие оптимальности для незанятых клеток таблицы 6.11, значит, найденный план является оптимальным.

Ответ: $F_{\min} = 4150$ при: $x_{14} = 50$, $x_{15} = 50$, $x_{12} = 200$, $x_{14} = 50$, $x_{35} = 200$, $x_{42} = 200$, $x_{43} = 100$.

Проверим полученный результат, решив задачу с помощью инструмента «Поиск решения» табличного процессора Excel.

Для того чтобы загрузить инструмент «Поиск решения» необходимо выполнить команду: Файл/ Параметры (рисунок 6.2).

В появившемся окне диалога «Параметры Excel» выбрать команду **Надстройки**, затем в поле «Надстройки» перейти в раздел «Неактивные надстройки приложений» выбрать **Поиск решения** и нажать кнопку **Перейти**.

В появившемся окне диалога «Надстройки» поставить флажок напро-

тив инструмента «Поиск решений» и нажать кнопку **ОК** (рисунок 4.3). Затем перейти в меню на вкладку «Данные» (рисунок 6.4) заполнить окно диалога «Поиск решения» и нажать кнопку **Найти решение**. Появится окно диалога «Результаты поиска решения» (рисунок 6.5), в котором необходимо нажать кнопку **ОК**.

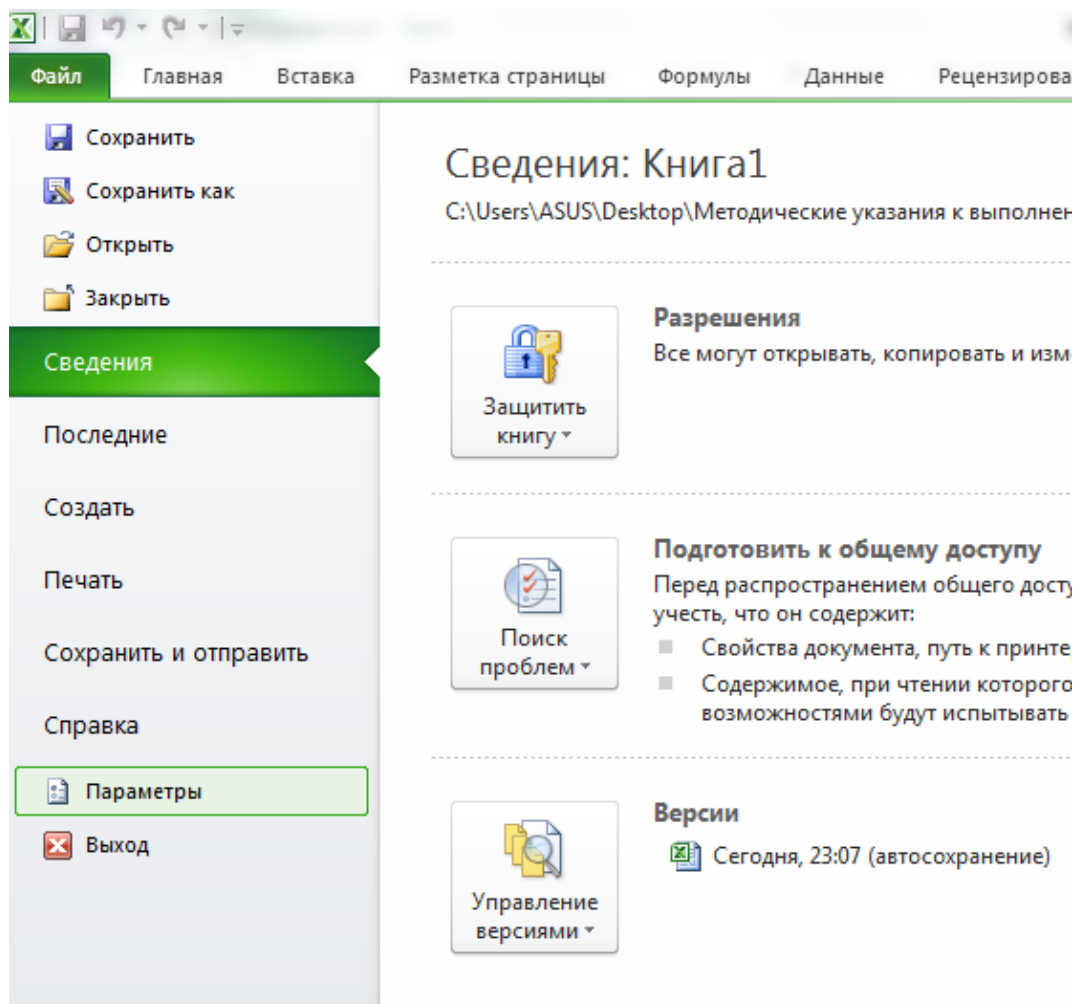


Рисунок 6.2 – Выбор команды **Параметры** из меню **Файл**

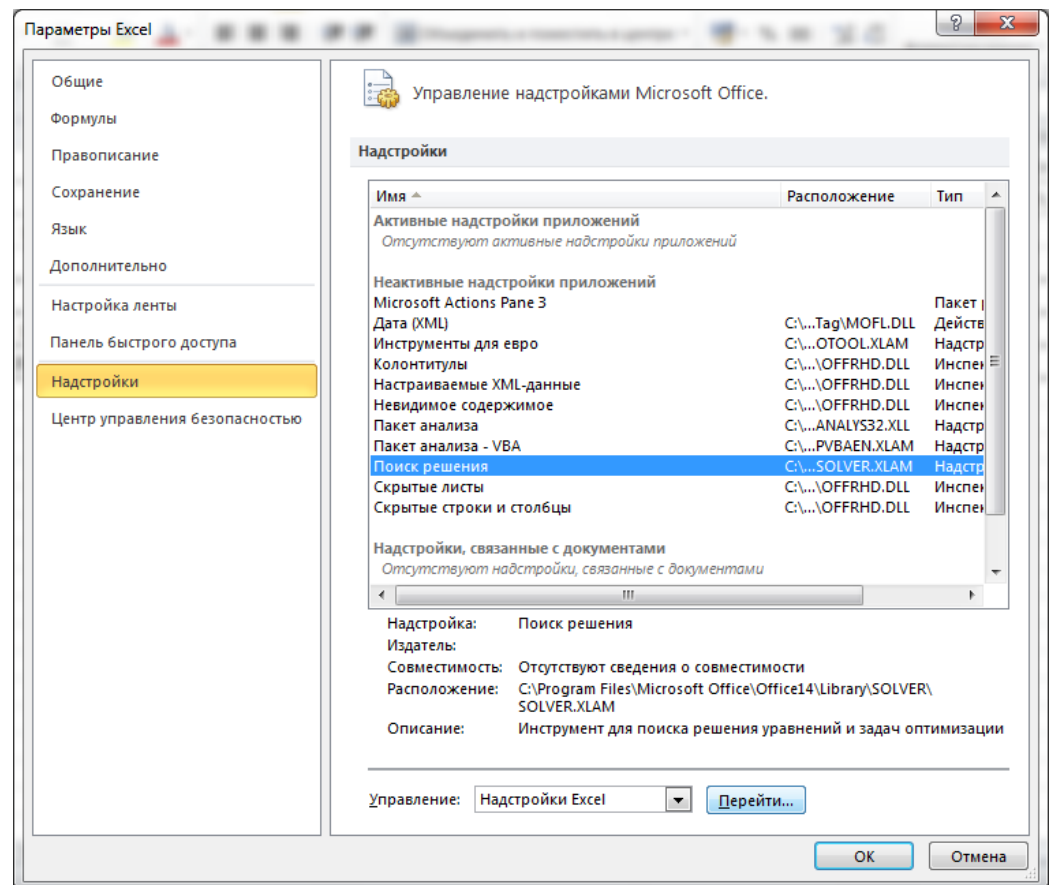


Рисунок 6.3 – Окно диалога «Параметры Excel»

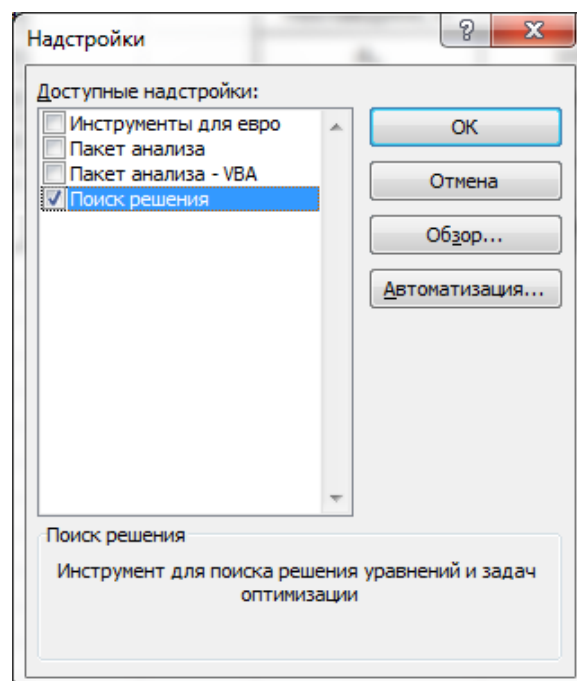


Рисунок 6.4 – Окно диалога «Надстройки»

Книга1 - Microsoft Excel

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид

Получение внешних данных Подключения Сортировка и фильтр Работа с данными Структура Анализ

ИЗ Access ИЗ Интернета ИЗ других источников СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДКЛЮЧЕНИЯ ОБНОВИТЬ ВСЕ ПОДКЛЮЧЕНИЯ СВОЙСТВА ИЗМЕНИТЬ СВЯЗИ ПОДКЛЮЧЕНИЯ СВОЙСТВА ИЗМЕНИТЬ СВЯЗИ СОРТИРОВКА ФИЛЬТР ОЧИСТИТЬ ПОВТОРИТЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНО ТЕКСТ ПО СТОЛБЦАМ УДАЛИТЬ ДУБЛИКАТЫ ПРОВЕРКА ДАННЫХ КОНСОЛИДАЦИЯ АНАЛИЗ "ЧТО ЕСЛИ" ГРУППИРОВАТЬ РАЗГРУППИРОВАТЬ ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ ИТОГ ПОИСК РЕШЕНИЯ

А10 fx =СУММПРОИЗ

	A	B	C	D
1		Потребители, B_j		
2	Поставщики, A_i	B_1	B_2	B_3
3	A_1	10	7	4
4	A_2	2	7	10
5	A_3	8	5	3
6	A_4	11	8	12
7	Потребности b_j	200	200	100
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию: $SA\$10$

До: ☐ Максимум ☒ Минимум ☐ Значения: 0

Изменяя ячейки переменных: $SK\$3:SO\$6$

В соответствии с ограничениями:

- $SK\$3:SO\$6 = \text{целое}$
- $SK\$3:SO\$6 \geq 0$
- $SK\$7 = SB\$7$
- $SL\$7 = SC\$7$
- $SM\$7 = SD\$7$
- $SN\$7 = SE\$7$
- $SO\$7 = SF\$7$
- $SP\$3 = SG\$3$
- $SP\$5 = SG\$5$
- $SP\$4 = SG\$4$
- $SP\$6 = SG\$6$

☒ Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ

Метод решения

Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка Найти решение Закрыть

Лист1 Лист2 Лист3

Укажите

RU 0:08 24.03.2011

Рисунок 6.5 – Рабочий лист с введенными данными и окно диалога «Поиск решений»

Рабочий лист с решением задачи, представленной матрицей планирования (таблица 6.1), в системе компьютерной математики Mathcad представлен на рисунке 6.6.

Mathcad - [1]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

$n := 5$ $m := 4$

$a := \begin{pmatrix} 100 \\ 250 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$ $b := \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \\ 100 \\ 100 \\ 250 \end{pmatrix}$ $c := \begin{pmatrix} 10 & 7 & 4 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 10 & 6 & 11 \\ 8 & 5 & 3 & 2 & 2 \\ 11 & 8 & 12 & 16 & 13 \end{pmatrix}$

$x_{m-1, n-1} := 0$ $F(x) := \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} (x_{i,j} \cdot c_{i,j})$

$f(x) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..m-1 \\ f_i \leftarrow \sum_{j=0}^{n-1} x_{i,j} \\ f \end{cases}$ $g(x) := \begin{cases} \text{for } j \in 0..n-1 \\ g_j \leftarrow \sum_{i=0}^{m-1} x_{i,j} \\ g \end{cases}$

Given

$f(x) = a$ $g(x) = b$ $x \geq 0$

$y := \text{Minimize}(F, x)$

$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 50 & 50 \\ 200 & 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 200 \\ 0 & 200 & 100 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$F(y) = 4.15 \times 10^3$

$f(y) = \begin{pmatrix} 100 \\ 250 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}$ $g(y) = \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \\ 100 \\ 100 \\ 250 \end{pmatrix}$

Matrix

$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ x_n x_n^{-1} $|x|$

$f(t)$ M^T M^T $m..n$

$a+b$ $a \cdot x + b$ $\sum$ $\int$

Calculus

$\frac{d}{dx}$ $\frac{d^n}{dx^n}$ ∞

$\int_a^b$ $\sum_{i=1}^n$ $\prod_{i=1}^n$

$\int$ $\sum_n$ $\prod_n$

$\lim_{x \rightarrow a}$ $\lim_{x \rightarrow a^+}$ $\lim_{x \rightarrow a^-}$

$\nabla_x f$

Programming

Add Line $\leftarrow$

if otherwise

for while

break continue

return on error

Boolean

$=$ $<$ $>$ $\leq$ $\geq$

$\neq$ $\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\oplus$

Math

$\frac{d}{dx}$ $\frac{d^n}{dx^n}$ $x =$ $\int$ $\sum$ $\prod$ $\lim$ ∇

Рисунок 6.6 – Алгоритм решения задачи в Mathcad

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания.

Решить методом потенциалов задачу своего варианта из лабораторной работы №5

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Как строится система потенциалов?
2. Как проверить является ли найденный опорный план оптимальным?
3. Алгоритм метода потенциалов?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

Элементы теории игр в задачах моделирования

Цель работы: рассмотреть варианты принятия решения в условиях неопределенности.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: принятие решений, условия неопределенности, теория игр

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя материал, изложенный ниже.

Теорией игр называют математическую дисциплину, занимающуюся

обоснованием оптимальных решений, принимаемых в тех или иных конфликтных ситуациях. Под *конфликтной ситуацией* понимается такая ситуация, в которой необходимо принимать решения в условиях, когда целям одной стороны противостоят противоположные цели другой стороны. Подобные ситуации характерны для военных действий, игровых видов спорта, практической деятельности. Во всех подобных случаях происходит столкновение противоположных интересов, принятие решения каждой из сторон связано с преодолением конфликта. Принятие решения в конфликтной ситуации затрудняется из-за неопределенности поведения противника. Теория игр позволяет точным математическим языком описать правила игры, дать формулы, оценивающие ее ситуации и указывающие правильный путь к победе. Эта теория позволяет с некоторой долей точности учесть многие обстоятельства, влияющие на борьбу и предсказать ее исход с определенной степенью достоверности.

Основные понятия теории игр. Классификация и описание игр

В основе теории игр лежит *конфликт*, который выступает как нечто формализуемое, объективно анализируемое и просчитываемое при необходимости достижения цели. Для математического анализа конфликта строится упрощенная модель конфликтной ситуации, которую называют *игрой*. Ее участников по традиции называют *игроками*. Игру ведут по определенным правилам. Результат игры называют *выигрышем* или *платежом*. Одну реализацию игры – *партией*. Выбор игроком того или иного действия – *ходом*. Различают два вида ходов – личные и случайные. *Личный ход* предполагает сознательный выбор игроком того или иного действия, разрешенного правилами игры. *Случайный ход* не зависит от воли игрока и является результатом того или иного случайного процесса (например, сдача карт). Игры, состоящие только из случайных ходов, называются *азартными*. Игры, в которых имеются личные ходы, называются *стратегическими*. Существуют также стратегические игры, состоящие, как из личных, так и случайных ходов. Тео-

рия игр занимается стратегическими играми. Каждый игрок располагает конечным или бесконечным набором допустимых решений, называемых **стратегиями**. Выигрыш каждого игрока определяется его платежной функцией, значения которой зависят от стратегий всех участников игры.

Фактически игра представляет собой совокупность правил, известных всем игрокам. Эти правила, с одной стороны, определяют множества стратегий игроков, а с другой – последствия и выигрыши в результате выбора каждой из стратегий. Задача теории игр определить такую стратегию игрока, при которой его шансы на выигрыш оказались бы наибольшими.

В теории игр рассматриваются игры двух и игры многих лиц, игры, в которых каждый игрок может делать лишь один ход, и игры с множеством ходов. Стратегии игроков могут использовать или не использовать случайный механизм. В конфликтных ситуациях, в которых допустимо применение случайного механизма, последствия игры определяются средним выигрышем при многократном повторении игры. В таких играх выбор стратегии предусматривает также выбор функции распределения используемого случайного механизма.

Классификацию игр проводят по различным признакам: по числу игроков; по числу стратегий; по свойствам платежной функции; по характеру предварительной договоренности между игроками.

Игру, в которой участвует n игроков, называют **игрой с n участниками**. В игре могут возникать как конфликтные ситуации, так и необходимость в координированных действиях (**кооперация**). Если в игре участвует не менее трех игроков, то могут создаваться **коалиции**, т.е. группы из двух или более игроков, имеющих общую цель и координирующих свои стратегии.

По количеству стратегий различают **игры конечные и бесконечные**. Если хотя бы один из игроков располагает бесконечным множеством стратегий, то игру называют бесконечной. Если же каждый из игроков располагает конечным множеством стратегий, то игру называют конечной.

Еще один способ классификации игр – по свойствам платежной функции. В *игре с нулевой суммой* общая сумма выигрышей всех игроков равна нулю. В игре с нулевой суммой и двумя участниками выигрыш одного из них равен проигрышу другого. Таким образом, в играх с нулевой суммой существует конфликт между игроками и поэтому их называют также *антагонистическими играми*. В общем случае в игре с нулевой суммой, как правило, имеют место и конфликты, и согласованные действия игроков. Прямой противоположностью играм с нулевой суммой являются *игры* двух игроков *с постоянной разностью*, в которых оба игрока выигрывают или проигрывают одновременно. Поэтому игрокам выгодно действовать согласованно.

В зависимости от характера предварительной договоренности между игроками различают *кооперативные и некооперативные игры*. Игра кооперативная, если до ее начала игроки образуют коалиции и принимают взаимобязывающие соглашения о координации своих стратегий. В противном случае игра будет некооперативной.

Существуют два основных способа описания и анализа любой конкретной игры.

Первый способ предполагает:

- перечисление ходов, которые могут делать игроки;
- определение информации, которой располагают игроки в процессе игры;
- определение возможных вариантов действий игроков;
- указание предельных размеров платежей в конце игры.

Игру, описанную подобным образом, называют *игрой в развернутой* или *экстенсивной форме*, а само описание, как правило, составляют в виде *дерева игры*. Игры в развернутой форме называют также *позиционными играми*.

Игру в развернутой форме называют *игрой с полной информацией*, если в ней нельзя делать одновременно несколько ходов и если участникам

известны выборы, сделанные при предшествующих ходах, включая и случайные ходы. Примером игры с полной информацией являются шахматы. Покер представляет собой *игру с неполной информацией*, так как игрокам неизвестно, какие карты находятся на руках у противника.

Второй способ описания игры предполагает рассмотрение всех возможных стратегий каждого игрока и определение платежей, соответствующих любым возможным комбинациям стратегий всех игроков. Игру, описанную вторым способом, обычно называют игрой **в нормальной форме**. Естественно, зная развернутую форму игры, всегда можно представить ее в нормальной форме.

Нормальная форма игры двух участников состоит из двух матриц, содержащих суммы выигрышей и проигрышей каждого из игроков для любой из возможных пар стратегий. Обычно эти две матрицы объединяются в одну, называемую *платежной матрицей игры*.

Платежная матрица игры. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса (максимина)

Рассмотрим платежную матрицу игры на примере простейшей игры. Простейшие игры – это игры двух лиц с нулевой суммой, т.е. *парные игры*, в которых выигрыш одного игрока совпадает с проигрышем другого.

Результаты конечной игры (парной) с нулевой суммой можно задавать матрицей, строки и столбцы которой соответствуют различным отражениям, а ее элементы – соответствующие выигрыши одной стороны (равные проигрышам другой стороны). Эта матрица называется платежной матрицей или матрицей игры. При этом удобно проигрыш первой стороны рассматривать как ее отрицательный выигрыш, а выигрыш второй – как ее отрицательный проигрыш. Если первая сторона имеет m стратегий, а вторая n , то говорят, что мы имеем дело с игрой $m \times n$. Итак, пусть первый игрок имеет m стратегий $i = 1, 2, \dots, m$, второй имеет n стратегий $j = 1, 2, \dots, n$. Каждой паре стратегий (i, j) поставлено в соответствие число a_{ij} , выражающее выигрыш первого

игрока за счёт второго игрока, если первый игрок примет свою i -ю стратегию, а второй – свою j -ю стратегию. В случае выигрыша первого игрока – $a_{ij} > 0$, а в случае его проигрыша – $a_{ij} < 0$.

Каждая стратегия игрока $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$ часто называется чистой стратегией.

Если рассмотреть матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

то проведение каждой партии матричной игры с матрицей A сводится к выбору первым игроком i -й строки, а вторым игроком j -го столбца и получения первым игроком (за счёт второго игрока) выигрыша a_{ij} .

Главным в исследовании игр является понятие оптимальных стратегий игроков. В это понятие интуитивно вкладывается такой смысл: стратегия игрока является оптимальной, если применение этой стратегии обеспечивает ему наибольший гарантированный выигрыш при всевозможных стратегиях другого игрока. Исходя из этих позиций, первый игрок исследует матрицу выигрышей A следующим образом: для каждого значения i ($i = \overline{1, m}$) определяется минимальное значение выигрыша в зависимости от применяемых стратегий второго игрока $\min_j a_{ij}$, ($i = \overline{1, m}$), т.е. определяется минимальный выигрыш для первого игрока при условии, что он примет свою i -ю чистую стратегию, затем из этих минимальных выигрышей отыскивается такая стратегия, при которой этот минимальный выигрыш будет максимальным, т.е. находится максимин: $\max_i \min_j a_{ij} = \underline{\alpha}$ – нижняя цена игры.

Число $\underline{\alpha}$, называется **нижней ценой игры** и показывает, какой минимальный выигрыш может гарантировать себе первый игрок, применяя свои чистые стратегии при всевозможных действиях второго игрока.

Второй игрок при оптимальном своём поведении должен стремиться по возможности за счёт своих стратегий максимально уменьшить выигрыш первого игрока. Поэтому для второго игрока отыскивается $\max_i a_{ij}$, т.е. определяется $\max$ выигрыш первого игрока при условии, что второй игрок применит свою j -ю чистую стратегию, затем второй игрок отыскивает такую свою стратегию, при которой первый игрок получит $\min$ выигрыш, т.е. находит минимакс: $\min_j \max_i a_{ij} = \bar{\alpha}$.

Число $\bar{\alpha}$ называется **верхней ценой игры** и показывает, какой максимальный выигрыш за счёт своих стратегий может себе гарантировать первый игрок.

Другими словами, применяя свои чистые стратегии, первый игрок может обеспечить себе выигрыш не меньше $\underline{\alpha}$, а второй игрок за счёт применения своих чистых стратегий может не допустить выигрыш первого игрока больше, чем $\bar{\alpha}$.

Стратегия, соответствующая минимаксу, называется минимаксной стратегией.

Принцип, диктующий игрокам выбор наиболее «осторожных» минимаксной и максиминной стратегий, называется принципом минимакса.

Если в игре с матрицей A $\underline{\alpha} = \bar{\alpha}$, то говорят, что эта игра имеет седловую точку, т.е. решение в чистых стратегиях и цену игры $v = \underline{\alpha} = \bar{\alpha}$.

Седловая точка – это пара чистых стратегий соответственно первого и второго игроков, при которых достигается равенство $\underline{\alpha} = \bar{\alpha}$. В это понятие вложен следующий смысл: если один из игроков придерживается стратегии, соответствующей седловой точке, то другой игрок не сможет поступить лучше, чем придерживаться стратегии, соответствующей седловой точке.

Таким образом, седловой элемент является минимальным в i -й строке и максимальным в j -м столбце в матрице A . Отыскание седловой точки матрицы A происходит следующим образом: в матрице A последовательно в

каждой строке находят минимальный элемент и проверяют, является ли этот элемент максимальным в своём столбце. Если да, то он и есть седловый элемент, а пара стратегий, ему соответствующая, образует седловую точку. Пара чистых стратегий первого и второго игроков, образующая седловую точку и седловый элемент a_{ij} , называется **решением игры**.

Пример 1

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 9 & 8 \\ 6 & 9 & 6 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \min_j a_{ij} \\ \parallel \\ 1 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} \max_i a_{ij} \\ \downarrow \\ 6 \\ 9 \\ 8 \end{matrix} \right\} \max_i \min_j a_{ij} = 6$$

$$\min_j \max_i a_{ij} = 6.$$

Седловой точкой является пара $(i = 3; j = 1)$, при которой $\underline{v} = \underline{\alpha} = \bar{\alpha} = 6$.

Заметим, что хотя выигрыш в ситуации (3;3) также равен 6, однако она не является седловой точкой, т.к. этот выигрыш не является максимальным среди выигрышей третьего столбца.

Пример 2

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \min_j a_{ij} \\ \rightarrow \\ 1 \\ 2 \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} \max_i a_{ij} \\ \downarrow \\ 4 \\ 3 \end{matrix} \right\} \max_i \min_j a_{ij} = 2$$

$$\min_j \max_i a_{ij} = 3.$$

Из анализа матрицы выигрышей видно, что $\underline{\alpha} < \bar{\alpha}$, т.е. данная матрица не имеет седловой точки.

Итак, исследование в матричных играх начинается с нахождения её седловой точки в чистых стратегиях. Если матричная игра имеет седловую точку в чистых стратегиях, то нахождением этой седловой точки заканчивается исследование игры. Если же в игре нет седловой точки в чистых стратегиях, то можно найти нижнюю и верхнюю чистые цены этой игры, которые указывают, что первый игрок не должен надеяться на выигрыш больший, чем верхняя цена игры, и может быть уверен в получении выигрыша не меньше нижней цены игры. Улучшение решений матричных игр следует ис-

кать в использовании секретности применения чистых стратегий и возможности многократного повторения игр в виде партии. Этот результат достигается путём применения чистых стратегий случайно, с определённой вероятностью.

В игре двух лиц с нулевой суммой и конечным числом стратегий у каждого игрока под оптимальными стратегиями естественно понимать стратегии, при которых достигается максимально возможный гарантированный выигрыш в наименее благоприятных условиях. Этот принцип называется принципом максимина. В игре двух лиц с нулевой суммой существование оптимальной (максимальной) стратегии в каждой отдельной партии гарантируются только в играх с полной информацией. В игре с неполной информацией максимальная стратегия обеспечивается лишь при применении случайного механизма для выбора очередного хода и многократном повторении игры. В этом случае говорят об использовании смешанных стратегий.

В более сложных играх поиск оптимальных стратегий поведения связан с понятием рационального, справедливого решения игры (так называемый принцип в оптимальной игре), определяемого в зависимости от конкретных содержательных особенностей конфликта.

Принципы оптимальности в теории игр вводятся как некоторые правдоподобные описания представления о фактическом поведении игроков, принимающих решения в условиях конфликта или неопределенности. Все предложенные до сих пор принципы оптимальности прямо или косвенно отражают идею устойчивости ситуации, удовлетворяющей этим принципам. Однако в различных принципах оптимальности интуитивно оправданная идея устойчивости реализуется по-разному.

Многие принципы оптимального поведения игроков, представляющихся на первый взгляд вполне разумными, в действительности могут оказаться нереализуемыми и поэтому неприменимыми. В связи с этим изучение условий, при которых те или иные интуитивно оправданные принципы опти-

мальности оказываются реализуемыми, и доказательства соответствующих теорем существования решения игры являются центральной проблемой теории игр, тесно связанной с проблемой выбора из множества допустимых альтернатив и проблемой группового выбора.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания.

Задание 1. В задачах 1 – 6 для следующих платежных матриц определить нижнюю и верхнюю цены игры, минимаксные стратегии и оптимальные решения игры в чистых стратегиях, если существует седловая точка.

$$\begin{vmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.8 \\ 0.9 & 0.4 & 0.2 \\ 0.7 & 0.5 & 0.4 \end{vmatrix}$$

1

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

2

$$\begin{vmatrix} 8 & 9 & 9 & 4 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

3

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 10 & 8 & 11 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

4

$$\begin{vmatrix} 4 & 9 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & 6 & 9 \\ 7 & 4 & 2 & 6 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

5

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 6 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

6

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования с помощью надстроек Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое теория игр?
2. Что понимают под конфликтной ситуацией?
3. Что лежит в основе теории игр?
4. Перечислите основные понятия теории игр и дайте им определение.
5. По каким признакам проводят классификацию игр?

6. Назовите известные Вам классификации.
7. Какие основные способы описания и анализа игры Вы знаете?
8. Что такое платежная матрица игры?
9. Как определить по платежной матрице нижнюю и верхнюю цену игры?
10. С чего начинают решение игры?
11. В каком случае игра имеет решение в чистых стратегиях?

Лабораторная работа 8

Поиск оптимальной смешанной стратегии

Цель работы: решение задачи теории игр в смешанных стратегиях, проверка найденного решения с помощью надстройки «Поиск решения».

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: теория игр, смешанные стратегии, надстройка «Поиск решения».

Теоретическая часть

Так как каждый раз применение игроком одной чистой стратегии исключает применение другой, то чистые стратегии являются несовместными событиями. Кроме того, они являются единственными возможными событиями.

Смешанной стратегией игрока называется полный набор вероятностей применения его чистых стратегий.

Рассмотрим поиск оптимальной смешанной стратегии на примере матрицы, приведенной выше. Пусть первый игрок имеет m чистых стратегий. Для получения наибольшего эффекта он должен использовать все или некоторые из этих стратегий случайным образом, но не с одинаковыми, а с разными (специально вычисленными) вероятностями. Пусть первая стратегия

используется с вероятностью p_1 , вторая с вероятностью p_2 и т.д. Говорят, что первый игрок применил свою смешанную стратегию $S_1(p_1, p_2, \dots, p_m)$. Аналогично, смешанная стратегия второго игрока, который имеет n чистых стратегий – $S_2(q_1, q_2, \dots, q_n)$.

Для определения оптимальной смешанной стратегии первого игрока необходимо найти вероятности: $p_1, p_2, \dots, p_m$ применения соответствующих чистых стратегий и цену игры v , которая больше нижней цены игры, но меньше верхней цены игры. При этом $\sum_{i=1}^m p_i = 1$.

Чистая стратегия есть частный случай смешанной стратегии. Действительно, если в смешанной стратегии какая-либо i -я чистая стратегия применяется с вероятностью 1, то все остальные чистые стратегии не применяются. И эта i -я чистая стратегия является частным случаем смешанной стратегии. Для соблюдения секретности каждый игрок применяет свои стратегии независимо от выбора другого игрока.

Допустим, второй игрок выбирает свою первую чистую стратегию, тогда средний выигрыш первого игрока будет равен: $a_{11} \cdot p_1 + a_{21} \cdot p_2 + \dots + a_{i1} \cdot p_i + \dots + a_{m1} \cdot p_m \geq v$, используем первый столбец платежной матрицы. Если второй игрок выбирает вторую чистую стратегию, то средний выигрыш первого игрока составит: $a_{12} \cdot p_1 + a_{22} \cdot p_2 + \dots + a_{i2} \cdot p_i + \dots + a_{m2} \cdot p_m \geq v$, используем второй столбец платежной матрицы и т.д., всего получится система, состоящая из n неравенств. Разделим каждое неравенство системы и уравнение $\sum_{i=1}^m p_i = 1$ на v . Введем

обозначения: $y_1 = \frac{p_1}{v}, y_2 = \frac{p_2}{v}, \dots, y_m = \frac{p_m}{v}$, в результате получим:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot y_1 + a_{21} \cdot y_2 + \dots + a_{m1} \cdot y_m \geq 1 \\ \vdots \\ a_{1j} \cdot y_1 + a_{2j} \cdot y_2 + \dots + a_{mj} \cdot y_m \geq 1 \\ \vdots \\ a_{1n} \cdot y_1 + a_{21} \cdot y_2 + \dots + a_{mn} \cdot y_m \geq 1 \end{cases}$$

и $y_1 + y_2 + \dots + y_m = \frac{1}{v}$. Для того, чтобы цена игры v была как можно больше

необходимо, чтобы $1/v$ была как можно меньше.

Поскольку первый игрок стремится найти такие значения y_i и, следовательно, p_i , чтобы цена игры v была максимальной, то решение первой задачи сводится к нахождению таких неотрицательных значений y_i ($i = \overline{1, m}$), при

которых $\sum_{i=1}^m y_i \rightarrow \min, \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \geq 1.$

Поскольку второй игрок стремится найти такие значения x_j и, следовательно, q_j , чтобы цена игры v была наименьшей, то решение второй задачи сводится к нахождению таких неотрицательных значений x_j , $(j = \overline{1, n})$, при

которых $\sum_{j=1}^n x_j \rightarrow \max, \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq 1.$

Таким образом, поиск оптимальной смешанной стратегии первого игрока свелся к решению следующей задачи линейного программирования:

$$\phi = \sum_{i=1}^m y_i(\min)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot y_i \geq 1 \ (j = \overline{1, n})$$

$$y_i \geq 0 \ (i = \overline{1, m}).$$

Аналогично для второго игрока:

$$F = \sum_{i=1}^n x_i(\max)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \leq 1 \quad (i = \overline{1, m})$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, n}).$$

Найдя решения полученных задач линейного программирования, вычисляют цену игры и соответствующие вероятности по формулам:

$$v = \frac{1}{\sum_{i=1}^m y_i} \quad \text{или} \quad v = \frac{1}{\sum_{j=1}^n x_j}; \quad \frac{y_i}{v} = p_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad \frac{x_j}{v} = q_j \quad (j = \overline{1, n}).$$

При решении произвольной конечной игры размера $m \times n$ рекомендуется придерживаться следующей схемы:

1. Исключить из платежной матрицы заведомо невыгодные стратегии по сравнению с другими стратегиями. Такими стратегиями для первого игрока (второго игрока) являются те, которым соответствуют строки (столбцы) с элементами, заведомо меньшими (большими) по сравнению с элементами других строк (столбцов).
2. Определить верхнюю и нижнюю цены игры и проверить, имеет ли игра седловую точку. Если седловая точка есть, то соответствующие ей стратегии игроков будут оптимальными, а цена совпадает с верхней (нижней) ценой.
3. Если седловая точка отсутствует, то решение следует искать в смешанных стратегиях.

Пример 1. Найти решение игры, определяемой матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Решение. При решении этой игры к каждому элементу матрицы A прибавим 1 и получим следующую матрицу:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как игра не имеет седловой точки, составим теперь пару взаимно-

двойственных задач:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \min \\ y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 1, \\ 2y_1 + y_3 \geq 1, \\ y_3 \geq 1, \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_3 \leq 1, \\ 2x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Рассмотрим пример решения задачи с использованием инструмента «Поиск решения» электронной таблицы Excel.

Для определения оптимального плана второй задачи необходимо:

1. Записать целевую функцию в следующем виде:

$$f(c_1, c_2, c_3) = c_1 + c_2 + c_3,$$

а ограничения – неравенства, следующим образом:

$$\begin{aligned} c_1 + 2 * c_2 &\leq 1 \\ c_1 + c_3 &\leq 1 \\ 2 * c_1 + c_2 &\leq 1 \\ c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, c_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

2. Выполнить следующие действия:

а) ввести в ячейку A₁ выражение для целевой функции: =c₁ + c₂ + c₃;

б) ввести ограничения в ячейки A₃ : A₉ и нулевые значения в ячейки C₁ : C₃;

в) выполнить команду **Сервис/Поиск решения** и заполнить параметры в окне диалога **Поиск решений** (рисунок 7.1). Установить целевую ячейку A1, равной максимальному значению, в поле ввода **Изменяя ячейки:** ввести: c1:c3. Перейти в поле ввода **Ограничения:** и выполнить команду **Добавить**. Заполнить появившееся окно диалога, последовательно вводя ячейки, в которых находятся неравенства системы ограничений;

г) решить задачу, выбрав команду **Выполнить**, в появившемся окне **Результаты поиска решения** выбрать тип отчета **Результаты**;

д) вычислить значение цены игры. Для этого в ячейку e2 ввести формулу: =1/A1. Цена игры равна 0,67;

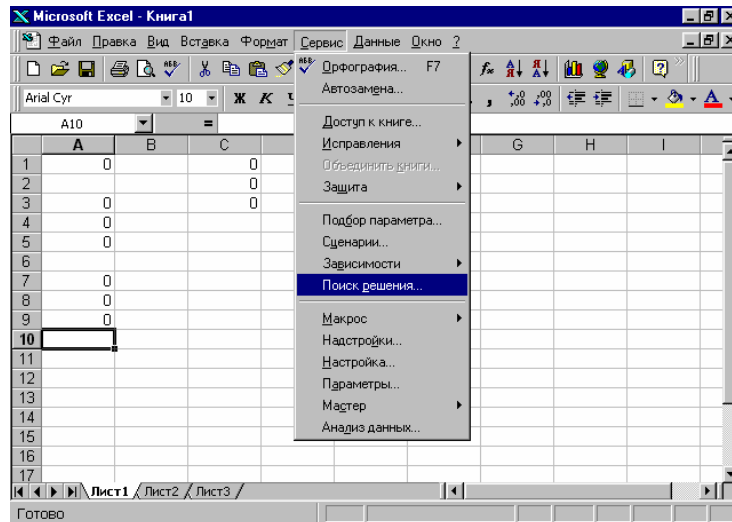


Рисунок 8.1 – Рабочий лист с введенным условием задачи

е) рассчитать значения вероятностей использования игроком своих стратегий. Для этого ввести в ячейки E4:E6 соответственно: $=c1 \cdot e2$; $=c2 \cdot e2$; $=c3 \cdot e2$. Вероятность использования игроком первой стратегии равна 0, второй стратегии – 0,33, третьей – 0,67.

Аналогично решая задачу, находим вероятность использования своих стратегий вторым игроком. Вероятность использования игроком первой стратегии равна 0,33, второй стратегии – 0,67, третьей – 0.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните задание 1

Задание 1. Найти решения игр, рассмотренных в лабораторной работе №7, не имеющих седловые точки, путем сведения их к задаче линейного программирования.

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач линейного программирования средствами Excel, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое смешанная стратегия?
2. В чем заключается поиск оптимальной смешанной стратегии?

Лабораторная работа 9

Моделирование движения потоков данных на предприятии в стандарте DFD. Модель AS-IS

Цель работы: изучение основных характеристик и основ работы с DFD-моделями в графическом редакторе Microsoft Visio.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: модель потоков данных, стандарт DFD, модель AS-IS, Microsoft Visio.

Теоретическая часть

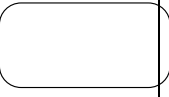
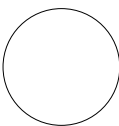
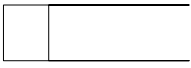
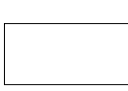
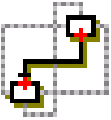
Изучите теоретический материал по данной теме, используя литературу [1, 2] и материал, изложенный ниже.

Запустить редактор MS Visio. Далее необходимо выбрать категорию шаблонов «Программное обеспечение», шаблон «Схема потоков данных», нажать на кнопку «Создать».

Странице нового документа дать название «DFD контекст».

1. Создать новую модель в стандарте DFD. В данной работе допускается рассмотрение DFD-модели не с самого верхнего уровня, а непосредственно с уровня той задачи, которая исследуется в лабораторных работах, например: «Учет материальных ценностей». Разместить на данной странице элементы DFD-диаграммы в соответствии с обозначениями в таблице 9.1

Таблица 9.1 – Элементы диаграммы потоков данных

1.	Название элемента			Обозначение		
	В стандарте DFD	В редакторе Visio		В стандарте DFD	В редакторе Visio	
		Нотация Гейна-Сарсона	Схема модели потоков данных		Нотация Гейна-Сарсона	Схема модели потоков данных
2.	Функция	Процесс	Процесс обработки данных			
3.	Внешняя сущность	Интерфейс	Внешний элемент			
4.	Хранилище данных	Хранилище данных	Хранилище данных			
5.	Стрелка	Поток данных	Динамический соединитель	→		

Студент на свое усмотрение может выбрать любую из представленных в MS Visio нотаций (Гейна-Сарсона или Йордана-Де Марко), так как ни одна из них полностью не соответствует стандарту DFD по внешнему виду элементов. Предпочтительней использовать нотацию Гейна-Сарсона, так как она больше подходит по внешнему виду. Основной недостаток реализации данной нотации в MS Visio в том, что ее основные фигуры («Функция», «Интерфейс» и «Хранилище данных») по умолчанию не имеют точек соединения, поэтому MS Visio при связывании этих фигур с помощью элементов «Поток данных» выстраивает линию соединения не всегда рационально. Но этот недостаток устраняется просто: достаточно добавить на соединяемые фигуры в нужном месте необходимые точки соединения. Тогда концы соеди-

нительных стрелок (потоков данных) будут четко присоединены к этим точкам, а отрезки ломанной соединительной линии можно подвинуть, так чтобы это выглядело красиво и аккуратно, потянув за зеленый курсор в середине отрезка.

На контекстной диаграмме «DFD контекст» разместить только один функциональный блок «Процесс», внешние сущности «Интерфейсы», и потоки данных, их соединяющие. Для элементов «Внешняя сущность», «Интерфейс» рекомендуется задать тень, так как это сильнее будет подчеркивать их визуальное отличие от функциональных блоков, и более будет приближено к стандарту DFD. Для задания тени нужно выделить элемент «Внешняя сущность», нажать клавишу F3 и в левой части окна в разделе «Формат фигуры», в категории «Тень» выбрать необходимый стиль. Причем цвет тени не обязательно делать абсолютно черным, чтобы тень не сливалась со стрелкой. Для корректного отображения стрелок на DFD-диаграмме в нотации Гейна-Сарсона на соединяемые фигуры нужно добавить точки соединения, а для смещения подписей использовать изменение полей или элемент «Подписи» из шаблона «Фигуры схемы IDEF0». трелки подписей в виде молний можно не отображать если задать им цвет белый или прозрачный. В результате проделанных действий контекстная диаграмма будет выглядеть примерно так, как показано на рисунке 9.1.



Рисунок 9.1 – Контекстная диаграмма DFD AS-IS

Общие правила построения DFD-диаграмм:

- на DFD-диаграммах рассматривается движение (циркуляция) потоков данных при выполнении каких-либо процессов. Поэтому в отличие от IDEF0-диаграмм, на DFD-диаграммах нет явного начала и конца, и стрелки не должны приходить «из ниоткуда» и уходить «в никуда»;
- хотя на DFD-диаграммах в общем случае допускается отображать материальные потоки и процессы;
- сначала должны быть рассмотрены функции (процессы), затем данные (хранилища), необходимые для выполнения этих функций. Подход «от данных к функциям» ведет к неправильному пониманию диаграммы;
- не должно быть связей между внешними сущностями. Во внешних сущностях не должно быть обработки информации;
- для хранилищ данных должен быть вход и выход. Должен соблюдаться закон сохранения информации: нельзя использовать того, чего нет в хранилище. Все что хранится, нужно использовать. Запросы к хранилищу данных на диаграммах не отображаются;
- нужно избегать пересечений стрелок, для этого можно создавать копии хранилищ данных. Множественные однородные потоки данных можно объединять в один;
- на диаграммах DFD не должно быть изолированных (несвязанных) объектов (внешних сущностей, подсистем, процессов, хранилищ данных).

К названиям элементов DFD-диаграмм предъявляются следующие требования:

Стрелки на DFD-диаграммах символизируют потоки данных, поэтому должны обозначать какой-то документ или информацию в именительном падеже, например: «Заказ от клиента», «Счет клиенту», «Запрос от поставщика» и др. Стрелки (то есть потоки данных) обязательно должны быть куда-то направлены (в функциональный блок, хранилище данных или внешнюю сущность) и откуда-то исходить.

Функциональные блоки символизируют функции по обработке потоков, направленных в них. Таким образом, в блок должен входить определенный документ или информация (например: «Заказ клиента»), а выходить другой документ, полученный в результате работы функционального блока (например: «Данные заказа»). Название блока должно отражать выполняемую им функцию, например: «Обработать заказы», «Проконтролировать оплату» и т.п. Или возможен иной вариант наименования функций: «Обработка заказов», «Контроль оплаты» и т.п.

Внешние сущности моделируют взаимодействие с теми частями системы (или другими системами), которые выходят за границы моделирования, они являются источниками или приемниками информации для работы моделируемой системы. Примерами названий внешних сущностей являются названия «Поставщики», «Клиенты» и др. В случае моделирования потоков данных в определенном подразделении предприятия в качестве названий внешних сущностей могут использоваться названия других (внешних по отношению к нему) подразделений, взаимодействующих с ним, например «Бухгалтерия», «Склад» и др. На одной DFD-диаграмме одна внешняя сущность может повторяться несколько раз, что позволяет сократить количество линий, соединяющих объекты на диаграмме.

Хранилища данных представляют собой объекты, собирающие и хранящие информацию. Роль хранилища данных на DFD-диаграмме следующая: в рамках движения информации потоки переходят от одной функции к другой, причем каждая из них совершает определенные преобразования над данной информацией. Часто бывает необходимо сохранить временно или постоянно какую-то информацию на пути ее движения от одной функции к другой (например, зафиксировать в базе данных поступивший заказ, или информацию об оплате счета). Для этого на DFD-диаграммах и используются хранилища данных. Они могут являться аналогами таблиц в схеме базы данных (на DFD-диаграммах AS-IS и TO-BE), а также бумажных хранителей

информации (допускается только на DFD-диаграммах AS-IS). Названия хранилищ данных должны быть конкретными, и отражать суть хранимой в них информации. Например: «Клиенты», «Заказы» и др. Не допускаются «глобальные» и расплывчатые названия, такие как: «База данных», «Информационная система», «Архив» и т.п. Фрагмент DFD-диаграммы, иллюстрирующий название хранилищ данных показан на рисунке. На одной DFD-диаграмме также допускается отображать одно и то же хранилище данных несколько раз.

Названия внешних сущностей и хранилищ данных могут совпадать, например «Клиенты». В этом случае нужно понимать, что внешняя сущность «Клиенты» описывает конкретных клиентов, обращающихся к системе, а хранилище данных «Клиенты» представляет собой таблицу (т.е. информационную модель клиентов), в которой хранятся данные о клиентах.

Для соединения элементов посредством потоков данных нужно использовать элемент «Динамический соединитель» («Поток данных»). Подпись потока данных можно задать, щелкнув один или два раза по нему, и введя соответствующий текст.

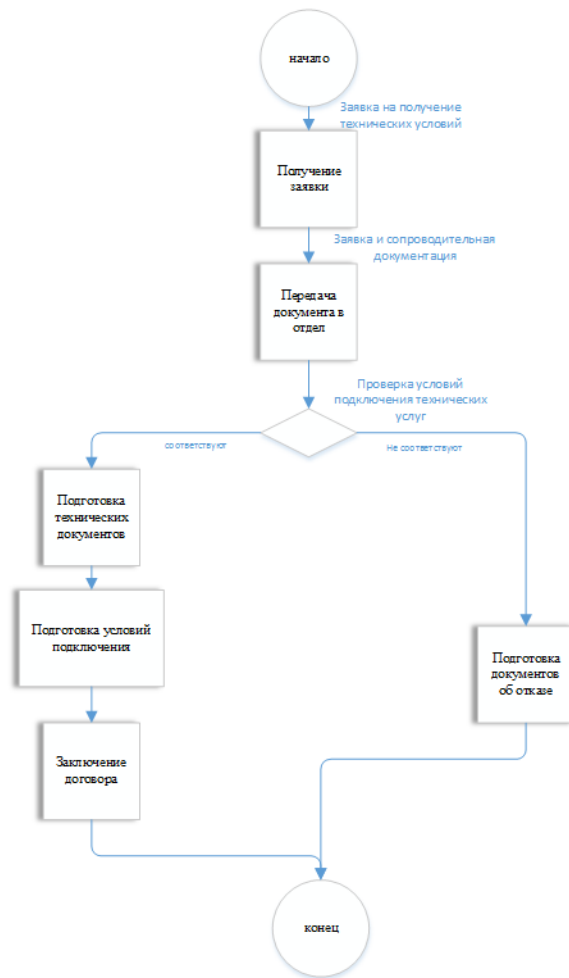


Рисунок 9.1 – Пример названия хранилищ данных. Фрагмент диаграммы

Произвести анализ недостатков существующей модели AS-IS (наличие лишних функциональных блоков и отсутствие необходимых; наличие лишних потоков и отсутствие необходимых; дублирование функций, отсутствие необходимых хранилищ данных, не учтено поступление информации от внешних источников и т.п.).

Для каждого хранилища данных, представленного на DFD-диаграмме AS-IS привести описание с указанием его типа (бумажный носитель, таблица Excel, таблица базы данных, созданной в определенной СУБД и др.), и роли в перемещении и хранении потоков данных.

Методика и порядок выполнения работы

Задание 1. Изучить способы создания DFD-модели в редакторе MS Visio.

Задание 2. Изучить состав диаграмм DFD, назначение элементов каждого вида и способы их размещения на диаграмме в MS Visio.

Задание 3. Изучить возможности изменения внешнего вида элементов DFD-диаграмм и управления внешним видом соединений

Задание 4. Необходимо разработать бизнес- процесс основной деятельности фирмы и построить контекстную и декомпозированную DFD-диаграммы по следующим направлениям, согласно варианту задания:

Вариант	Направления деятельности фирмы
1	Туристическая фирма
2	Автомойка
3	ТСЖ
4	Магазин (продажа продуктов питания)
5	Юридическая фирма
6	Страховая компания
7	Аптека
8	Автовокзал
9	Консалтинговая компания
10	Государственное учреждение (Например: управление здравоохранения)
11	Салон красоты
12	Автомастерская
13	Кондитерский цех
14	Банк
15	Стоматологическая клиника

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач и заданий своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условие и решение задач; технологию решения задач с помощью прикладного программного обеспечения; следующие диаграммы: контекстная DFD-диаграмма A0; декомпозированная DFD-диаграмма A0; модель AS-IS. Данная диаграмма должна представлять текущее движение потоков данных при выполнении рассматриваемого процесса. К диаграммам должны быть приведены необхо-

димые комментарии, включающие анализ недостатков существующей организации движения данных. Представленные на DFD-диаграмме элементы должны быть описаны в соответствии с их назначениями, как это было рассмотрено в общих правилах построения DFD-диаграмм.

6) ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение стандарта DFD?
2. В чем основные отличия стандартов IDEF0 и DFD?
3. Каким образом в MS Visio создается схема DFD? Какие для этого используются нотации?
4. Какова роль основных элементов в стандарте DFD?
5. Для чего строится DFD-модель AS-IS, что она показывает?
6. Какие элементы представляются на DFD-модели, каково их назначение?
7. Что является логическим развитием диаграммы потоков данных модели AS-IS?

Лабораторная работа 10

Моделирование движения потоков данных в стандарте DFD. Модель TO-BE

Цель работы: исследование возможностей редактирования DFD-моделей в графическом редакторе Microsoft Visio.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: модель движения потоков данных, стандарт DFD, модель TO-BE, Microsoft Visio.

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя литературу [1, 2]

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания, если на уровне А0 (рисунок 11.1) модели ТО-ВЕ существующая организация информационного взаимодействия с внешними сущностями остается без изменений, то создавать новую страницу для этого не нужно. В противном случае (например, добавилась новая внешняя сущность или изменилась структура потоков данных от внешних сущностей) необходимо добавить новую страницу, дать ей название «DFD контекст ТО-ВЕ», скопировать на нее контекстную диаграмму DFD и произвести на ней надлежащие изменения, описав их в отчете.

Добавить страницу, дать ей имя DFD ТО-ВЕ. На основе анализа DFD-модели AS-IS, проведенного в предыдущей работе, необходимо предложить меры по повышению эффективности движения потоков данных для рассматриваемой задачи. Эти меры должны быть отражены в модели ТО-ВЕ. На DFD-диаграмме ТО-ВЕ обязательно наличие хранилищ данных, соответствующих таблицам в базе данных, которая будет рассматриваться в далее соответствующих лабораторных работах. DFD-диаграмма ТО-ВЕ должна отражать внедрение (или более эффективное использование) информационных технологий для решения рассматриваемой экономической задачи.

После построения модели ТО-ВЕ привести ее текстовое описание. Произвести сравнительный анализ DFD-моделей AS-IS и ТО-ВЕ и показать планируемые улучшения, достигаемые путем реорганизации модели бизнес-процессов от AS-IS к ТО-ВЕ за счет более эффективного использования информационных технологий. В связи с этим DFD-диаграмма ТО-ВЕ должна отличаться от диаграммы AS-IS не только наличием новых хранилищ данных, но и структурой процессов, которая обязательно должна измениться с

внедрением информационной системы использования в ней базы данных.

Для каждого хранилища данных, представленного на DFD-диаграмме ТО-БЕ привести описание с указанием роли в перемещении и хранении потоков данных. Напоминаю, что каждое хранилище данных на DFD-диаграмме ТО-БЕ должно соответствовать конкретной таблице в будущей базе данных, которая будет являться ядром проектируемой информационной системы.

Содержание отчета и его форма

Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; диаграммы: контекстная DFD-диаграмма A0 ТО-БЕ, если она претерпела изменения по сравнению с AS-IS-моделированием; декомпозированная DFD-диаграмма A0; модель ТО-БЕ; комментарии к приведенным диаграммам и описания элементов DFD-диаграммах в соответствии с их назначениями; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Изучить возможности создания в редакторе MS Visio модели DFD ТО-БЕ на основе анализа недостатков модели AS-IS.
2. Изучить операции по копированию и редактированию DFD-диаграмм в программе MS Visio.
3. Для чего строятся диаграммы потоков данных модели ТО-БЕ?
4. На основании чего строится модель ТО-БЕ?
5. В чем выражается отличие моделей AS-IS и ТО-БЕ на DFD?
6. Какие элементы DFD на схемах AS-IS и ТО-БЕ имеют существенные отличия, а какие нет?
7. Что является логическим развитием диаграммы потоков данных модели ТО-БЕ?

Лабораторная работа 11

Моделирование структуры реляционной базы данных в стандарте IDEF1X

Цель работы: изучение основ работы со структурами баз данных в графическом редакторе Microsoft Visio.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: моделирование структуры реляционной базы данных в стандарте IDEF1X

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя литературу [1, 2].

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания:

Задание 1. Создать модель базы данных в Visio: Категория «Базы данных» – «Нотация IDEF1X базы данных».

Примечание. Стандарт IDEF1X предпочтительней, так как в нем неидентифицирующая связь внешне отличается от идентифицирующей

Задание 2. Определить сущности, которые будут представлены на диаграмме. Сущности на ER-диаграммах должны, главным образом, соответствовать хранилищам данных, представленным на DFD-диаграмме модели ТО-ВЕ.

Задание 3. Разместить сущности на рабочем листе модели данных. Присвоить им имена.

Задание 4. Определить атрибуты сущностей. Задать первичные ключи. Задать типы данных для атрибутов.

Задание 5. Разместить на рабочем листе связи (элемент «Отношение») и установить их между сущностями. Задать имена связей. На ER-диаграмме в

Microsoft Visio допускаются только отношения «один-ко-многим» (1:M), причем на схеме должны быть представлены связи обоих видов: идентифицирующей и неидентифицирующей. По умолчанию ставится неидентифицирующая связь, в случае необходимости нужно изменить тип связи: в нижней части экрана Свойства Базы данных – Категории – Прочее – Тип отношения – идентифицирующее.

Задание 6. Отобразить установки ссылочной целостности: База данных – Показать параметры – Отношение – Показывать – Действия ссылочной целостности.

Задание 7. Привести модель к требуемому уровню нормальной формы (достаточно 3НФ).

Задание 8. Убрать тени, заливку и другое цветовое оформление.

Задание 9. Рассмотреть ER-диаграмму на наличие циклических связей. Если они присутствуют, это чаще всего говорит об ошибке в построении модели. Если есть уверенность, что все правильно и никакой ошибки нет, то нужно прокомментировать циклическую связь на ER-диаграмме.

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условие и решение задач; технологию решения задач с помощью прикладного программного обеспечения; ответы на контрольные вопросы.

Отчет по лабораторной работе должен содержать одну ER-диаграмму логической модели базы данных и необходимые комментарии к ней.

Диаграммы из Visio в текстовый документ Microsoft Word нужно вставлять не с помощью клавиши PrintScreen на клавиатуре (в этом случае копируется много лишнего и качество изображения невысокое), а следующим образом: После того, как модель базы данных сформирована, выбрать на панели инструмент Выделение () , выделить на рабочем листе Visio пря-

моугольную область так, чтобы в нее попали все необходимые сущности, скопировать выделенный фрагмент в буфер обмена (Ctrl+C), переключиться в Microsoft Word, и вставить в нужное место содержимое буфера обмена (Ctrl+V).

Для каждой связи необходимо представить описание.

Например: Связь Отдел–Сотрудник.

Отдел Состоит Из Сотрудников

Сотрудник Работает В Отделе

Связь вида один-ко-многим: в одном отделе может работать много сотрудников, но один сотрудник может работать только в одном отделе. Связь идентифицирующая, это означает, что в базе данных не может существовать запись о сотруднике, без ссылки на какой-то отдел, так как сотрудник обязательно должен работать в одном отделе.

Установки ссылочной целостности должны быть описаны для каждого вида связи, представленного на диаграмме: для любой одной идентифицирующей связи 1:M и для любой одной неидентифицирующей связи 1:M.

Должны быть описаны все установки со стороны родительской и со стороны дочерних сущностей.

Например: для связи Отделы–Сотрудники.

Со стороны родительской сущности:

D:R – нельзя удалить из таблицы «Отделы» запись о каком-либо отделе, если в нем работают какие-то сотрудники.

U:R – нельзя изменить значение ключевого атрибута для какого-либо отдела, если в нем работают какие-то сотрудники.

Со стороны дочерней сущности:

I:R – нельзя вставить запись о новом сотруднике, без указания во внешнем ключе (КодОтдела) ссылки на конкретный существующий отдел.

U:R – нельзя изменить в записи о сотруднике, значение во внешнем ключе (КодОтдела) на несуществующее значение.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение стандарта IDEF1X?
2. В чем основные отличия стандартов IDEF1X и DFD?
3. Каким образом в MS Visio создается схема IDEF1X?
4. На основании чего строится диаграмма IDEF1X?
5. Каким образом устанавливаются связи между сущностями? Что при этом происходит?
6. Какие виды связей применяются в стандарте IDEF1X ? В чем их основное отличие?
7. Что такое ссылочная целостность? Как она задается?

Лабораторная работа № 12

Функциональное моделирование в стандарте IDEF0. Модель AS-IS

Цель работы: изучение основных характеристик и основ работы с IDEF0-моделями в графическом редакторе Microsoft Visio.

Организационная форма занятий: решение проблемных задач, разбор конкретных ситуаций.

Вопросы для обсуждения на лабораторном занятии: функциональное моделирование, стандарте IDEF0, модель AS-IS, Microsoft Visio.

Теоретическая часть

Изучите теоретический материал по данной теме, используя литературу [1, 2] и материал, изложенный ниже.

Методика и порядок выполнения работы

Выполните предложенные задания:

1. Создать новую модель в программе MS Visio: категория «Блок схема» – шаблон «Схема IDEF0». Дать файлу краткое название по моделируемому процессу, например «Туристическая фирма».
2. Переименовать текущую страницу, дав ей название «A0 контекст».
3. Разместить на странице блок заголовка. Задать для него параметры:

узел – A0; Заголовок – Название моделируемого процесса; Номер можно не задавать. Если необходимо изменить параметры рамки, нужно щелкнуть по ней правой кнопкой мыши и выбрать команду меню «Задать сведения о схеме». Если размещаемые фигуры будут иметь какую-то заливку, ее желательно убрать: выделить элемент – клавиша F3 (или Контекстное меню – Формат – Заливка) – Цвет Белый или Прозрачный.

В некоторых версиях Microsoft Visio по умолчанию номер узла в блоке действия (функции) отображается слева внизу, хотя классически в стандарте IDEF0 он должен находиться справа внизу. Для придания схеме большей корректности нужно проделать следующее: выделить блок действия, затем щелкнуть по номеру (A0), чтобы его прямоугольная область выделилась зеленой пунктирной линией, а затем нажать сочетание клавиш Ctrl + Shift + R (выравнивание по правому краю) или нажать на одноименную кнопку на панели инструментов. В дальнейшем аналогичные действия необходимо проделать со всеми функциональными блоками IDEF0, которые будут представлены на диаграммах.

4. Разместить блок действия (рамку). Задать для него параметры: Имя процесса – Краткое название основной (профильной) деятельности предприятия (например: «Предоставление банковских услуг»); Идентификатор процесса – A0; Идентификатор подчиненной схемы можно не задавать. Если необходимо изменить параметры функционального блока, нужно щелкнуть по нему правой кнопкой мыши и выбрать команду меню «Задать сведения о процессе».

5. Разместить стрелки («Односторонний соединитель» из набора элементов IDEF0). Задать для стрелок подпись, один или два раза щелкнув по ним и набрав соответствующий текст. В случае необходимости сместить подпись стрелок за счет изменения полей: выделить элемент – клавиша F11 (или Контекстное меню – Формат – Текст) – вкладка «Блок текста» – Поля. Так, для поднятия подписи вверх нужно увеличить нижнее поле и наоборот.

Для того чтобы при увеличении полей название стрелки не переносилось в две и более строк нужно увеличить длину этой стрелки (растянув ее начало или конец).

6. Добавить новую страницу, переименовать ее в «А0 декомпозиция» и установить для нее ориентацию «Альбомная». Разместить блок заголовка, задав для него параметры: Узел – А0; Заголовок – Название декомпозируемого функционального блока; Номер можно не задавать.

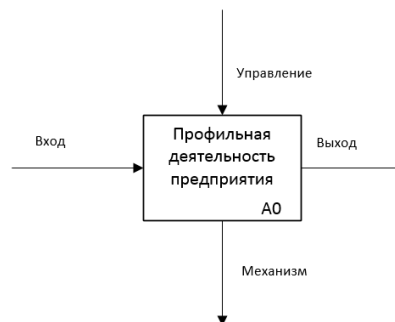


Рисунок 12.1– Схематичное представление контекстной диаграммы

7. Разместить элементы «Блок действия» в направлении от верхнего левого угла к нижнему правому, как показано на рисунке 2. Для каждого из этих элементов задать идентификатор, соответствующий номеру блока (например: А1, А2 и т.д.), а в качестве заголовка блока дать название соответствующей функции. Разместить на странице элементы «Односторонний соединитель» в необходимом количестве. Направить их на вход первого блока, на управления, механизмы и выходы.

Стрелки сверху (Управление) должны соответствовать региональному и федеральному законодательству а также нормативным документам предприятия в рассматриваемой предметной области. Стрелки снизу должны обозначать исполнителей конкретной функции, а также используемое для этого программное и аппаратное обеспечение.

8. Для соединения функциональных блоков между собой на диаграмме декомпозиции нужно использовать элемент «Соединительная линия IDEF0». Например, выход некоторого функционального блока является входом для последующего, и соответствующим образом они должны быть соединены.

Для создания разветвляющегося потока (например, механизма) необходимо разместить элемент «Односторонний соединитель», добавить на него точку соединения, разместить элемент «Соединительная линия IDEF0», конец которого (стрелку) соединить с соответствующей стороной соединяемого блока, а начало направить на созданную точку соединения для одностороннего соединителя. Для подписи стрелок на диаграмме декомпозиции можно использовать элемент «Подпись» из набора элементов IDEF0. Причем стрелки подписей в виде молний можно не отображать, если задать им цвет белый или прозрачный.



Рисунок 12.2 – IDEF0-диаграмма первого уровня

Важно помнить, что в стандарте IDEF0 допускается разветвление потоков, но не альтернатива. Например, в обобщенной схеме, представленной на рисунке 2, выходной поток «Выход 3» разветвляется на два: «Выход 4» и «Выход 5». Но в любом случае существует выходной поток «Выход 5», являющийся входом для «Функции 4», которая обязательно должна быть выполнена. Аналогично выходной поток «Выход 7» формируется из трех потоков: «Выход 2», «Выход 4» и «Выход 6». Например, на выходе каждой функции формируются определенные документы, которые в совокупности обра-

зуют некоторый набор документов соответствующий «Выходу 7».

9. Для удобства работы с функциональными блоками и перехода по страницам, можно задать переход по двойному щелчку на соответствующую страницу декомпозиции.

10. Среди представленных на декомпозированной диаграмме A0 (рисунок 2) процессов (функциональных блоков) предприятия нужно выбрать один, эффективность которого требуется повысить за счет внедрения информационных технологий (название этого процесса должно быть отражено в названиях лабораторных работ). Именно для этого выполняется построение и сравнение моделей AS-IS и TO-BE. Дать новой странице название по номеру рассматриваемого процесса с добавлением подписи AS-IS (например: «A2 AS-IS»). Произвести декомпозицию выбранного блока и представить ее на новой странице аналогично тому, как это было описано в п. 6. Например, если для декомпозиции и последующей реорганизации выбран блок A2, то на соответствующей диаграмме декомпозиции (A2AS-IS) должны быть представлены блоки с номерами A2.1, A2.2. и т.д., как это показано на рисунок 3. Также для декомпозируемого блока на диаграмме «A0 декомпозиция» задать переход по двойному щелчку на соответствующую диаграмму декомпозиции.

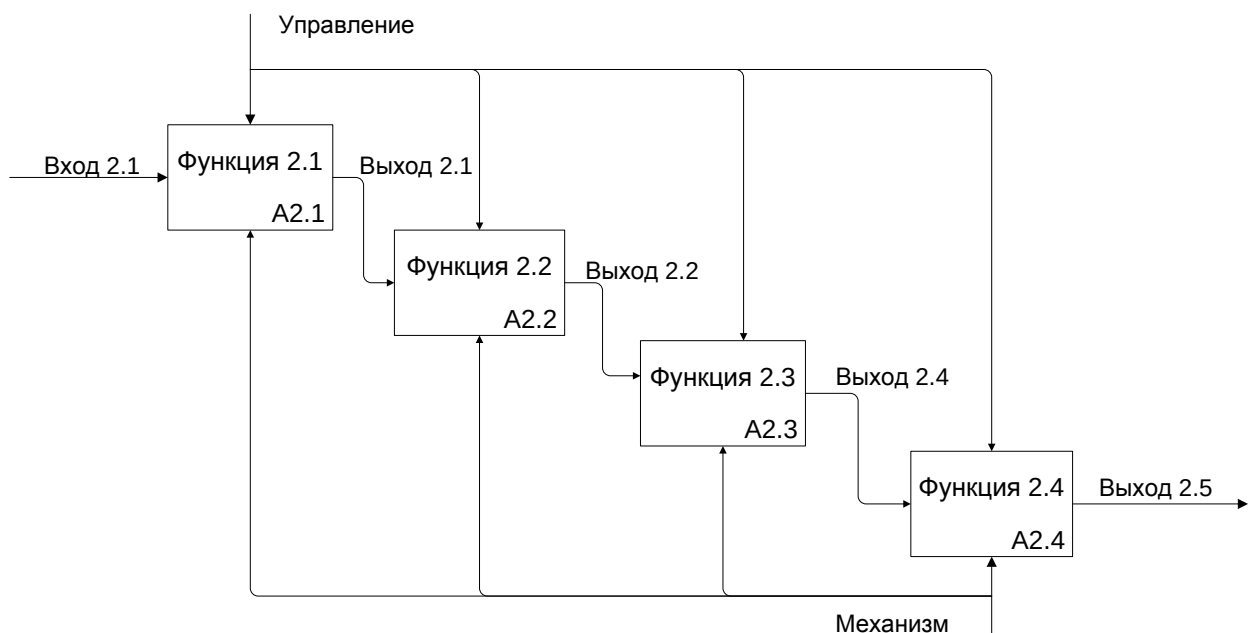


Рисунок 12.2 – Диаграмма второго уровня. Модель AS-IS

11. Если предприятие большое, и рассматриваемый процесс сложен и многообразен, то можно произвести еще одну декомпозицию до третьего уровня, выполнив аналогичные действия.

12. Произвести предварительный анализ всех диаграмм на согласованность с помощью команд меню «Процесс» (для MSVisio 2013). Данная группа команд меню появляется, если выбрать категорию элементов «Схема IDEF0». По возможности устранить найденные программой недостатки

13. Произвести анализ недостатков существующей модели (наличие лишних блоков и отсутствие необходимых; наличие лишних стрелок и отсутствие необходимых; дублирование функций, нерациональность связей и т.п.)

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие диаграммы:

1. Контекстная диаграмма, содержащая единственный блок с номером A0 (рисунок 12.1). Для диаграмм IDEF0 в текстовых отчетах приводить блок заголовка (рамку) не нужно. Достаточно на диаграмме выделить только функциональные блоки и окружающие их стрелки с подписями, скопировать в буфер обмена, а затем вставить в текстовый файл отчета.

2. Диаграмма первого уровня – декомпозированная диаграмма A0, на которой крупно показаны основные процессы предприятия, обеспечивающие ее профильную деятельность (рисунок 12.2).

3. Диаграмма второго уровня, иллюстрирующая декомпозицию выбранного блока. На данной диаграмме должна быть представлена модель AS-IS (рисунок 12.3), показывающая, как рассматриваемая экономическая задача выполняется на предприятии сейчас, без использования на должном уровне информационных технологий.

4. В случае сложности рассматриваемой экономической задачи и наличия диаграммы декомпозиции третьего уровня – привести ее, с необходимыми комментариями.

Все входы и выходы функций должны быть подписаны, причем их названия должны соответствовать информации, документам или файлам, а функции должны обрабатывать эти данные. Также ко всем диаграммам нужно привести необходимые комментарии, включающие анализ недостатков существующей организации рассматриваемого процесса на предприятии.

Содержание отчета и его форма

Подготовьте отчет, в котором опишите технологию решения задач, используя задания своего варианта. Отчет по лабораторной работе должен содержать: название работы; цель лабораторной работы; условия выполненных заданий и их решение; выводы; ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Каково назначение стандарта IDEF0?
2. Каким образом в MS Visio создается схема IDEF0?
3. Какова роль интерфейсных стрелок в стандарте IDEF0?
4. Для чего строится IDEF0-модель AS-IS, что она показывает?
5. Что является логическим развитием диаграммы потоков данных модели TO-BE?

Список литературы

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Информационные технологии: учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, В. В. Цехановский; С.-Петербург. гос. электротехн. ун-т. – 6-е изд. – Москва : Юрайт, 2013. – 262, [1] с.: ил. ; 22. – (Бакалавр). – Гриф: Доп–. МО. – Библиогр.: с. 260-261. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

2. Советов, Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев ; СПбГЭТУ. – 7-е изд. – М.: Юрайт, 2013. – 343 с. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

3. Советов, Б. Я. Представление знаний в информационных системах : учебник для вузов / Б.Я. Советов, В.В. Цехановский, В.Д. Чертовской. – 2-е изд., стер. – Москва : Академия, 2012. – 141 с. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

Дополнительная литература

1. Теория информационных процессов и систем / Ю. Ю. Громов, В. Е. Дидрих, О. Г. Иванова, В. Г. Однолько; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. - 172 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277939>

2. Шкундин, С. З., Берикашвили, В. Ш.. Теория информационных процессов и систем: учебное пособие [Электронный ресурс] / М.: Горная книга, 2012. – 475 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=229031

3. Васильев, Н.С. Двойственность в линейном программировании и теория матричных игр: учебное пособие / Н. С. Васильев, В. В. Станцо ; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

; под ред. Р.С. Исмагилов. - М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010.
- 48 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256841>

4. Теория информационных процессов и систем: учебник для студентов высших учебных заведений/ Б. Я. Советов, В. А. Дубенецкий, В. В. Цехановский и др.; под ред. Б. Я. Советова. - М.: Издательский центр «Академия», 2010.– 432 с. (электронный каталог СКФУ)

5. Соловьев, И. В. Проектирование информационных систем: фундаментальный курс: [учеб. пособие] / Московский гос. ун-т геодезии и картографии. – М.: Академический Проект, 2009. – 399 с. (электронный каталог СКФУ)

6. Мишин, В. М. Исследование систем управления: учебник / В. М. Мишин. – 2-е изд. – М.: ЮНИТИ, 2010. – 527 с. (электронный каталог СКФУ)

7. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: [учебник для вузов]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 574 с. (электронный каталог СКФУ)

Интернет-ресурсы

1) <http://www.window.edu.ru> – единое окно доступа к образовательным ресурсам;

2) <http://www.citforum.ru> – сервер информационных технологий

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к самостоятельной работе по дисциплине
«Теория информационных процессов и систем»
для студентов направления
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

ВВЕДЕНИЕ

Цель освоения дисциплины «Теория информационных процессов и систем» – обучение студентов основным принципам и методам построения информационных систем, необходимых при создании, исследовании и эксплуатации систем различной природы, в том числе технических, социально-экономических, экологических.

Задачи дисциплины:

- изучение основных понятий теории информационных процессов и систем на базе системного анализа;
- освоение различных способов описания, базовых принципов и методов построения информационных систем;
- приобретение теоретических и практических знаний по формализации структуры и формированию соответствующих моделей для описания информационных процессов и систем;
- обучение студентов основным принципам и методам построения информационных систем, необходимых при создании, исследовании и эксплуатации систем различной природы, в том числе технических, социально-экономических, экологических;
- приобретение практических навыков по применению современных информационных технологий для решения практических задач;
- формирование набора профессиональных компетенций

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы:

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-1 – способен обосновать принимаемое проектное решение, применить критерии оценки эффективности проектного ре-	ПК-1 _{ИД-1.1} Демонстрирует знания методик обоснования принимаемых проектных решений	Имеются знания методик обоснования принимаемых проектных решений
	ПК-1 _{ИД-1.2} Применяет критерии оценки эффективности проектного	Использует критерии оценки эффективности проектного

шения при проектировании отдельных программно-аппаратных компонентов информационных систем в соответствии с техническим заданием	решения при проектировании отдельных программно-аппаратных компонентов информационных систем в соответствии с техническим заданием	решения при проектировании отдельных программно-аппаратных компонентов информационных систем в соответствии с техническим заданием
	ПК-1_{ИД-1.3} Обосновывает принимаемое проектное решение	Осуществляет выбор проектного решения и обосновывает его
	ПК-1_{ИД-1.4} Принимает проектные решения в соответствии с техническим заданием	Реализует проектные решения проектные решения в соответствии с техническим заданием
ПК-2 – способен использовать современные инструментальные средства и технологии программирования при разработке прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения	ПК-2_{ИД-2-1} Проводит классификацию и осуществляет выбор современных инструментальных средств разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения	Проводит классификацию современных инструментальных средств разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения Осуществляет выбор современных инструментальных средств разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения
	ПК-2_{ИД-2-2} Демонстрирует знания технологий программирования, разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения	Имеются знания технологий программирования Разрабатывает прикладное программное обеспечение вычислительные средства и системы различного функционального назначения
	ПК-2_{ИД-2-3} Использует современные инструментальные средства разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения	Демонстрирует знания современных инструментальных средств разработки прикладного программного обеспечения вычислительных средств Применяет инструментальные средства разработки систем различного функционального назначения
	ПК-2_{ИД-2-4} Применяет технологии программирования при разработке прикладного программного обеспечения вычислительных средств и систем различного функционального назначения	Использует современные технологии программирования при разработке прикладного программного обеспечения вычислительных средств Применяет современные технологии программирования для разработки систем различного функционального назначения

ПК-10 – способен проводить анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований, связанных с объектами профессиональной деятельности	ПК-10 _{ИД-10.1} Демонстрирует знания способов анализа состояния научно-технической проблемы путём подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников по тематике исследований	Имеются знания о способах анализа состояния научно-технической проблемы путём подбора, изучения и анализа литературных и патентных источников по тематике исследований
	ПК-10 _{ИД-10.2} Проводит анализ отечественного и зарубежного опыта по тематике исследований	Анализирует отечественный и зарубежный опыт по тематике исследований
	ПК-10 _{ИД-10.3} Использует научно-техническую информацию, анализ отечественного и зарубежного опыта для выбора методики и формулировки конкретных задач по тематике исследования	Присутствуют навыки использования научно-технической информации Анализирует отечественный и зарубежный опыт для выбора методики и формулировки конкретных задач по тематике исследования
ПК-11 – способен разрабатывать модели объектов профессиональной деятельности с использованием инструментальных средств компьютерного моделирования	ПК-11 _{ИД-11.1} Выбирает модели объектов профессиональной деятельности	Осуществляет выбор моделей объектов профессиональной деятельности
	ПК-11 _{ИД-11.2} Демонстрирует знания методов, технологий и средств разработки моделей объектов профессиональной деятельности с использованием инструментальных средств компьютерного моделирования	Имеются знания методов, технологий и средств разработки моделей объектов профессиональной деятельности с использованием инструментальных средств компьютерного моделирования
	ПК-11 _{ИД-11.3} Разрабатывает модели объектов профессиональной деятельности с использованием инструментальных средств компьютерного моделирования	Осуществляется модели объектов профессиональной деятельности с использованием инструментальных средств компьютерного моделирования

Содержание дисциплины

Раздел 1. Основные определения и базовые понятия дисциплины «Теория информационных процессов и систем»

Тема 1. Введение. Основные задачи теории информационных процессов и систем.

Тема 2. Теория систем как междисциплинарная наука. Терминология теории систем

Тема 3. Информационные системы и процессы. Системный подход при анализе информационных процессов и систем.

Тема 4. Информационные процессы и методы их моделирования.

Раздел 2. Системный анализ. Методы описания сложных систем

Тема 5. Системный подход. Системный анализ.

Тема 6. Методы описания сложных систем.

Раздел 3. Управление в организационных системах. Методологические основы принятия решений.

Тема 7. Управление в организационных системах. Основные понятия теории принятия решений.

Тема 8. Информационные модели принятия решений.

Тема 9. Принятие решений в условиях определенности.

Тема 10. Принятие решений в условиях неопределенности.

Раздел 4. Базовые информационные процессы, их характеристика и модели

Тема 11. Извлечение и транспортирование информации.

Тема 12. Обработка информации.

Тема 13. Хранение информации.

Раздел 5. Архитектура информационных систем

Тема 14. Архитектура информационных систем.

Раздел 6. Представление данных о предметной области

Тема 15. Предметная область и способы ее представления.

Тема 16. Моделирование предметной области на основе бизнес-процессов.

Тема 17. Моделирование предметной области на основе онтологий.

Тема 18. Представление знаний о предметной области.

Раздел 7. Модели функционального и структурного анализа информационных систем

Тема 19. Информационно-логическая модель информационной системы.

Тема 20. Функциональная модель информационной системы.

Тема 21. Объектно-ориентированная модель информационной системы

Раздел 8. Методология проектирования информационных систем

Тема 22. Жизненный цикл информационных систем. Модели жизненного цикла информационных систем.

Тема 23. Методология и технология разработки информационных систем.

Тема 24. Общая характеристика процесса проектирования информационных систем

Тема 25. Стандарты и методики

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельная работа студентов является важнейшим условием формирования научного способа познания. Она проводится накануне каждого практического занятия и изучение теоретического материала, приведенного в практической работе, а также выполнения индивидуального задания.

Подготовленный материал, практическое задание оформляются в конспекте.

Самостоятельные занятия (СЗ) являются одной из активных форм обучения.

Самостоятельные занятия по дисциплине "Теория информационных процессов и систем" имеют целью:

- закрепить и углубить знания, полученные студентами на лекциях и в процессе лабораторных занятий;
- сформировать практические навыки при работе с инструментальными средствами для обработки экспериментальных данных.

Самостоятельные занятия проводятся в лабораториях, оборудованных современными средствами вычислительной техники и возможностью выхода в сеть Internet, в библиотеке.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Методические указания должны включать следующие разделы:

- цель работы;
- задание, которое должно быть выполнено студентом в результате проведения самостоятельной работы;
- варианты индивидуальных заданий;
- основные теоретические положения, необходимые для выполнения задания, они должны быть краткими и содержать ссылки на литературу, в которой эти положения изложены в объеме, достаточном для выполнения самостоятельной работы;
- этапы выполнения задания с указанием конкретных сроков выполнения каждого из этапов и всего задания в целом;
- требования к оформлению графической и текстовой части самостоятельной работы;
- пример выполнения одного из вариантов задания и оформления отчета;
- библиографический список использованных источников.

3. СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1 Самостоятельное изучение тем лекционного курса

Базовый уровень

Тема: «Понятие об информатике, информации, ее видах и способах оценки»

1. Понятие о информатике как научном направлении

2. Информация и ее основные виды

3. Подходы к измерению и оценки ценности информации

Тема: *«Общая характеристика информационных процессов, систем и технологий»*

1. Информационные технологии как основа проектирования информационных систем

2. Информационные процессы как основа функционирования информационных систем

3. Методы анализа и исследования информационных систем

Тема: *«Элементы теории систем»*

1. Закономерности теории систем

2. Подходы к анализу и проектированию систем

Тема: *«Теоретические основы построения и проектирования документальных информационно-поисковых систем научно-технической информации»*

1. Виды и основные особенности научно-технической информации

2. Информационные потребности и информационное обслуживание

3. Понятие о документальном информационном поиске

4. Понятие об информационно-поисковой системе и ее структуре

Тема: *«Принципы построения и проектирования документально-фактографических информационно-поисковых систем»*

1. Понятие о документально-фактографических информационно-поисковых системах

2. Автоматизированные системы нормативно-методического обеспечения управления предприятиями и организациями

Тема: *«Профили открытых информационных систем»*

1. Понятие профиля информационной системы.

2. Принципы формирования профиля информационной системы.

3. Структура профилей информационной системы

Тема: *«Состояние и перспективные направления развития теории информационных систем»*

1. Анализ применения подходов и методов моделирования при разработке информационных систем
2. Концепция архитектуры предприятия и ее применение для развития теории информационных систем
3. Концепция многоуровневой информационной системы организации
4. Концепция ситуационных центров

Повышенный уровень

Тема: *«Понятие об информатике, информации, ее видах и способах оценки»*

1. Диалектическая ценность информации

Тема: *«Элементы теории систем»*

1. Методы моделирования систем

Тема: *«Информационные процессы и методы их моделирования»*

1. Модели информационных процессов, основанные на методе алгебраического агрегирования
2. Модели информационных процессов, базирующихся на основе теории выдвижения и проверке статистических гипотез А. Вальда
3. Закономерности информетрии и их применение для исследования информационных потоков

Тема: *«Теоретические основы построения и проектирования документальных информационно-поисковых систем научно-технической информации»*

1. Информационно-поисковый язык
2. Системы индексирования
3. Логика информационно-поисковых систем.

4. Оценки качества информационного поиска и информационно-поисковых систем

5. Разработка и отладка информационно-поисковых систем

Тема: *«Методология проектирования информационных систем»:*

1. Модели MRP/ERP

2. Модели PLM

Тема: *«Состояние и перспективные направления развития теории информационных систем»*

1. Концепция ситуационных центров

В процессе самостоятельного изучения тем лекционного курса студент изучает предложенные им по рекомендуемому преподавателем списку литературы и предоставляет преподавателю краткий конспект, по которому в дальнейшем проводится индивидуальное собеседование.

3.2 Коллоквиум

Коллоквиум – это форма проверки и оценивания знаний учащихся в системе образования и представляет собой мини-экзамен, проводимый в середине семестра и имеющий целью уменьшить список тем, выносимых на дифференцированный зачет или экзамен.

Коллоквиум как одна из форм самостоятельной работы решает следующие задачи:

- проверка и контроль знаний, полученных студентами по изучаемой теме;
- расширение проблематики в рамках дополнительных вопросов по данной теме;
- углубление знаний при помощи дополнительных материалов при подготовке к занятию;
- студенты должны продемонстрировать умения работать с различными видами литературных источников;

- формирование навыков коллективного обсуждения (поддерживать диалог в микрогруппах, находить компромиссное решение и т.д.).

Коллоквиум может проводиться в двух формах – устной и письменной.

При проведении коллоквиума в устной форме ответы студентов оцениваются по традиционной шкале («неудовлетворительно» – «отлично») по билетам, которые могут содержать как теоретические вопросы, так и практические задания. На коллоквиум рекомендуется выносить лишь часть теоретического материала. Полученная по итогам его сдачи оценка влияет на итоговую по дисциплине.

Коллоквиум в письменной форме также проводится по билетам, в который могут быть включены теоретические вопросы, предполагающие короткий ответ, а также практические задания.

Критериями оценки знаний студентов на коллоквиуме являются:

Оценка «отлично» может быть выставлена, если студент демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала, дает полные, последовательные грамотные и логически излагаемые ответы при видоизменении задания, свободно справляется с поставленными задачами и правильно применяет знания материала, четко обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.

Оценка «хорошо» по итогам сдачи коллоквиума студент может получить, если показывает хорошее знание программного материала, грамотно излагает без существенных неточностей в ответ на поставленный вопрос, правильно применяет теоретические знания, владеет необходимыми навыками при выполнении практических задач.

Оценка «удовлетворительно» может быть выставлена, если студент показал удовлетворительный уровень усвоения основного материала, допускает неточности при ответе на поставленные вопросы и в ответе присутству-

ют недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала, испытывает затруднения в выполнении практических заданий

Коллоквиумы по дисциплине «Теория информационных процессов и систем» проводится в форме собеседования в устной форме. При сдаче коллоквиума студент должен дать ответы на вопросы базового и повышенного уровней.

В процессе изучения дисциплины «Теория информационных процессов и систем» студент должен сдать два коллоквиума, один из которых проводится по разделам – *«Основные определения и базовые понятия дисциплины «Теория информационных процессов и систем»*; *«Системный анализ. Методы описания сложных систем»* – в 4 семестре; второй по разделу *«Представление данных о предметной области»* – 5 семестре

Вопросы к коллоквиуму 1

Базовый уровень

1. Терминология теории систем. Основные понятия и определения. Система. Элемент. Подсистема. Структура и связь. Иерархия, состояние, поведение, внешняя среда.
2. Открытые и закрытые системы.
3. Информация, сигналы, данные.
4. Информационная система.
5. Классификация информационных систем.
6. Этапы развития информационных систем.
7. Виды информационных систем в организации.
8. Взаимосвязь информационных процессов, систем и технологий.
9. Системный подход.
10. Системный анализ.
11. Принципы системного анализа.

12. Методы системного анализа.

13. Качественные методы.

14. Количественные методы.

Повышенный уровень

1. Терминология теории систем. Управление

2. Терминология теории систем. Модель и цель системы.

3. Закономерности теории систем.

4. Подходы к анализу и проектированию систем.

5. Методы моделирования систем.

6. Исследование информационных процессов на основе метода постепенной формализации модели.

7. Информационно-процессно-ориентированные технологии.

8. Методы и подходы, реализующие этапы системного анализа

9. Системотехника и исследование операций.

Вопросы к коллоквиуму 2

Базовый уровень

1. Предметная область и способы ее представления. Основные определения.

2. Способы представления предметной области.

3. Модели предметных областей.

4. Основные понятия теории бизнес-процессов.

5. Модель IDEF0.

6. Модель IDEF3.

7. Модель DFD.

8. Моделирование предметной области на основе онтологий. Управление знаниями. Онтологии.

9. Онтологии верхнего уровня.

10. Онтологии, ориентированные на задачу.

11. Представление знаний и искусственный интеллект.
12. Основные определения и понятия.
13. Функциональные семантические сети
14. Фреймы. Сети фреймов.
15. Логическая модель представления знаний.

Повышенный уровень

1. Модель с классификацией информационных объектов.
2. Модель КОДАСИЛ (CODASYL).
3. Прикладные онтологии.
4. Методология IDEF5.
5. Онтологические языки SL и EL.
6. Формальная модель онтологии
7. Поиск решений методом доказательства теорем.
8. Искусственные нейронные сети.
9. Мультиагентные системы

3.3 Индивидуальные домашние задания

Базовый уровень

Примерный перечень вопросов для индивидуального домашнего задания

1. Системный анализ – как методологическая дисциплина.
2. Плохо структурируемые и формализуемые информационные системы.
3. Свойства информационных систем, их актуальность и необходимость. Примеры.
4. Этапы системного анализа, их основные цели, задачи.
5. Функционирование систем, развитие и саморазвитие систем: сравнительный анализ.
6. Гибкость и связность систем: сравнительный анализ.
7. Эквивалентность и инвариантность систем: сравнительный анализ.
8. Классификация информационных систем.

9. Большая и сложная система.
10. Информация – мера порядка и организации в системе.
11. Информация – мера разнообразия в системе.
12. Информация – мера структурированности и неопределенности в системе.
13. Энтропия и мера беспорядка в системе. Информация и мера порядка в системе.
14. Семантические и несемантические меры.
15. Цели, задачи, этапы и правила управления системой.
16. Устойчивость систем.
17. Классификация информационных систем и методов их проектирования.
18. Жизненный цикл проектирования информационной системы и содержание его этапов.
19. Философские аспекты самоорганизации.
20. Самоорганизация социально-экономических систем и их значение.

Примерный перечень заданий для практической части индивидуального домашнего задания

Задание 1. Информационные модели принятия решений в условиях определенности.

1. Постройте математическую модель заданной системы.
2. Найдите опорный план методами: северо-западного угла; минимальной стоимости; двойного предпочтения.
3. Постройте систему потенциалов и проверьте найденные планы на оптимальность.
4. Найдите оптимальный план с помощью инструмента «Поиск решения» табличного процессора Excel.
5. Сделайте вывод.

Вариант 1

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	2	8	3	120
A_2	7	3	9	4	180
A_3	3	2	1	2	160
Потребности b_j	40	160	140	120	

Вариант 2

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	2	1	3	210
A_2	8	7	9	10	190
A_3	4	2	10	12	100
Потребности b_j	130	100	150	120	

Вариант 3

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	2	1	3	210
A_2	8	7	9	10	190
A_3	4	2	10	12	100
Потребности b_j	130	100	150	120	

Вариант 4

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	2	8	3	120
A_2	7	3	9	4	180
A_3	3	2	1	2	150
Потребности b_j	130	100	170	50	

Вариант 5

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	1	4	3	120
A_2	6	4	3	7	170
A_3	4	2	5	9	110
Потребности b_j	50	90	150	110	

Вариант 6

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	2	8	3	110

A_2	7	3	9	4	180
A_3	3	2	1	2	210
Потребности b_j	140	100	140	120	

Вариант 7

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	2	8	3	100
A_2	7	3	9	4	160
A_3	3	2	1	2	140
Потребности b_j	100	200	50	50	

Вариант 8

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	2	1	4	110
A_2	9	6	4	5	150
A_3	6	2	2	7	140
Потребности b_j	20	140	130	110	

Вариант 9

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	4	2	4	3	130
A_2	7	4	9	4	170
A_3	11	12	3	10	120
Потребности b_j	70	140	110	100	

Вариант 10

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	5	6	3	150
A_2	7	4	3	8	100
A_3	8	2	3	1	150
Потребности b_j	180	60	40	120	

Вариант 11

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	5	6	3	120

A ₂	5	9	3	4	180
A ₃	3	2	7	2	100
Потребности b_j	80	60	140	120	

Вариант 12

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	
A ₁	2	7	5	1	100
A ₂	4	2	3	7	190
A ₃	9	6	2	8	150
Потребности b_j	80	120	100	140	

Вариант 13

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	
A ₁	1	4	8	6	140
A ₂	8	2	4	5	150
A ₃	5	1	3	7	150
Потребности b_j	80	120	140	100	

Вариант 14

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	
A ₁	2	7	6	7	140
A ₂	7	1	8	3	170
A ₃	5	2	5	1	150
Потребности b_j	80	100	140	140	

Вариант 15

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	
A ₁	3	8	2	7	140
A ₂	7	2	7	1	190
A ₃	4	3	5	4	110
Потребности b_j	40	120	140	140	

Вариант 16

Поставщики	Потребители				Запасы
------------	-------------	--	--	--	--------

	B_1	B_2	B_3	B_4	a_i
A_1	9	6	5	3	160
A_2	5	3	6	4	130
A_3	3	2	1	8	210
Потребности b_j	140	180	140	40	

Вариант 17

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	7	2	7	140
A_2	7	3	1	3	190
A_3	5	2	5	4	150
Потребности b_j	80	120	140	140	

Вариант 18

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	3	7	2	7	140
A_2	1	8	3	9	150
A_3	5	1	2	1	150
Потребности b_j	80	100	120	140	80

Вариант 19

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	1	6	3	3	140
A_2	5	2	4	1	240
A_3	4	8	6	5	150
Потребности b_j	130	120	140	140	

Вариант 20

Поставщики	Потребители				Запасы a_i
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2	1	3	5	100
A_2	7	3	1	3	190
A_3	5	7	6	4	190
Потребности b_j	100	120	120	140	

Задание 2. Принятие решений в условиях неопределенности

1. Исследуйте платежную матрицу игры:

- определите нижнюю и верхнюю цены игры;
- определите минимаксные и макси-минные стратегии;
- определите оптимальные решения игры в чистых стратегиях, если существует седловая точка.

2. Найдите решения игры, не имеющей седловую точку, путем сведения ее к задаче линейного программирования:

- запишите модели прямой и двойственной задачи;
- найдите решение обеих задач;
- проанализируйте правильность найденного решения с помощью двух теорем двойственности.

3. Сделайте вывод.

Вариант	Платежная матрица игры		Вариант	Платежная матрица игры	
1	$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 2 & 8 \\ 9 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	11	$A = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 8 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 6 & 9 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
2	$A = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 8 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 7 & 1 & 8 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$	12	$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 3 & 9 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 9 \\ 3 & 2 & 8 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$
3	$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 9 \\ 7 & 2 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 5 \end{vmatrix}$	13	$A = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 7 & 1 & 8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 7 \\ 7 & 2 & 8 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}$
4	$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	14	$A = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 7 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 6 & 2 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$
5	$A = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 8 \\ 6 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 3 & 2 & 7 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	15	$A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 8 & 7 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 9 & 7 & 3 \end{vmatrix}$
6	$A = \begin{vmatrix} 9 & 2 & 8 \\ 3 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 8 \\ 7 & 2 & 8 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$	16	$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 4 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 9 \\ 7 & 3 & 5 \\ 6 & 6 & 9 \end{vmatrix}$
7	$A = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 7 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	17	$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 4 & 4 & 5 \\ 5 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 9 \end{vmatrix}$
8	$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 4 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	18	$A = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 7 & 7 \end{vmatrix}$

9	$A = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 7 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & 4 \end{vmatrix}$	19	$A = \begin{vmatrix} 3 & 9 & 8 \\ 7 & 3 & 5 \\ 5 & 4 & 6 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
10	$A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 9 \\ 4 & 2 & 8 \\ 3 & 7 & 4 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 7 & 2 & 8 \\ 9 & 7 & 7 \end{vmatrix}$	20	$A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 4 \end{vmatrix}$	$B = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 7 & 2 & 8 \\ 9 & 9 & 3 \end{vmatrix}$

Повышенный уровень

Задание 1. Информационные модели принятия решений в условиях определенности:

1. Найдите оптимальный план:

- с помощью системы компьютерной математики Mathcad;
- методом потенциалов, взяв за первоначальный любой из опорных планов, не являющихся оптимальным.

2. Сделайте вывод.

Задание 2. Принятие решений в условиях неопределенности:

1. Исследуйте платежную матрицу игры:

- определите нижнюю и верхнюю цены игры;
- определите минимаксные и макси-минные стратегии;
- определите оптимальные решения игры в чистых стратегиях, если существует седловая точка.

2. Найдите решения игры, не имеющей седловую точку, путем сведения ее к задаче линейного программирования с помощью системы компьютерной математики Mathcad:

- запишите модели прямой и двойственной задачи;
- найдите решение обеих задач;
- проанализируйте правильность найденного решения с помощью двух теорем двойственности.

4. ПЛАН-ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ СРС

№	Форма самостоятельной работы	Срок ее сдачи
1	Индивидуальное собеседование по результатам самостоятельного изучения тем лекций	по итогам изучения соответствующего раздела лекционного курса
2	Коллоквиум	по итогам изучения соответствующих разделов курса
3	Индивидуальное домашнее задание	по итогам изучения соответствующих разделов курса

5. ОРГАНИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

5.1. Формы контроля знаний студентов

Контроль и оценка знаний, умений и навыков студентов осуществляется на практических занятиях и при подготовке к сдаче зачета. В ходе контроля знаний преподаватель оценивает понимание студентом содержания дисциплины «Теория информационных процессов и систем», его способность использовать приближенные методы для решения научных и практических задач.

Контроль знаний студентов может осуществляться в следующих формах:

- текущий контроль знаний;
- итоговый контроль знаний.

Текущий контроль знаний студентов имеет целью:

- дать оценку работы каждого студента по усвоению им учебного материала, выявить недостатки в его подготовке и оказать практическую помощь в их устранении;

Основными формами текущего контроля знаний студентов являются:

- устный контрольный опрос;
- письменный контрольный блиц-опрос;
- защита лабораторных работ;
- проверка конспектов лекций.

Устный контрольный опрос студентов проводится на лекциях и практических занятиях. По его результатам преподаватель оценивает качество подготовки студента к занятию.

Письменный контрольный блиц-опрос студентов проводится в течение пяти минут на лабораторных занятиях путем письменного ответа их на пять вопросов, заданных преподавателем. Результаты его проведения отмечаются в журнале. На лабораторных занятиях знания и практические навыки студентов оцениваются по 5-балльной системе. Полученные оценки выставляются в журнале.

При этом для оценки сформированных у студентов компетенций используются следующие критерии:

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент

твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80
Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

При проверке конспектов лекций дается анализ качества их ведения. Отмечаются допущенные ошибки, в рецензии преподавателя оценивается ка-

чество конспектирования учебного материала, даются рекомендации по улучшению качества конспектирования лекционного материала.

5.2. Рекомендации по подготовке к экзамену

Подготовка к зачету начинается с начала изучения дисциплины. Для получения зачета необходимо посещать все лекции и лабораторные занятия, а так же предоставить отчеты о выполнении лабораторных работ, индивидуального домашнего задания и сдать коллоквиумы.

Экзамен, как итоговый контроль знаний студентов имеет целью проверить и оценить учебную работу студентов, уровень полученных знаний и практических навыков. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и практическое задание.

6. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ С ЛИТЕРАТУРОЙ И ИСТОЧНИКАМИ

6.1. Рекомендации студентам по организации работы с литературой и источниками

Изучение литературы и источников необходимо начинать с прочтения соответствующих глав учебных изданий, учебных пособий или литературы, рекомендованной в качестве основной или дополнительной по дисциплине «Теория информационных процессов и систем», которые прямо или косвенно относятся к изучаемой теме.

Изучая литературу и источники, студенту рекомендуется вести краткий конспект. Однако не следует переписывать все содержание изучаемой темы,

нужно выписывать лишь основные идеи и главные на ваш взгляд мысли. В отдельных случаях, когда встречаются важные определения, понятия, необходимый фактический материал и примеры, статистическая информация, имеющие отношение к изучаемой теме, студенту следует выписать их в виде цитат с полным указанием библиографических источников.

Конспектирование рекомендуемой литературы и источников необходимо вести с распределением собранных материалов по отдельным главам и параграфам согласно учебно-тематическому плану. Необходимо выписывать все выходные данные по используемой литературе и источникам.

Работа с учебно-иллюстрационными материалами имеет следующие этапы.

1. Изучение теоретических основ учебного материала в аудитории: изложение преподавателем изучаемого материала студентам с объяснением по опорному конспекту;

2. Самостоятельная работа: индивидуальная работа студентов по опорному конспекту; фронтальное закрепление по блокам опорного конспекта.

3. Первое повторение - воспроизведение содержания заданной темы опорного конспекта по памяти.

4. Устное проговаривание материала опорного конспекта - необходимый этап внешнеречевой деятельности при усвоении учебного материала.

5. Второе повторение - взаимопрос и взаимопомощь студентов друг другу.

Применение учебно-иллюстрационных материалов позволяет обобщить сложный по содержанию материал, активизировать мыслительную деятельность студентов.

Необходимо помнить, что главное для студента в самостоятельной работе с рекомендуемой литературой и источниками - это формирование своего индивидуального стиля, который может стать основой в будущей профессиональной деятельности.

6.2 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Информационные технологии: учебник для бакалавров / Б. Я. Советов, В. В. Цехановский; С.-Петерб. гос. электротехн. ун-т. – 6-е изд. – Москва : Юрайт, 2013. – 262, [1] с.: ил. ; 22. – (Бакалавр). – Гриф: Доп–. МО. – Библиогр.: с. 260-261. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

2. Советов, Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев ; СПбГЭТУ. – 7-е изд. – М.: Юрайт, 2013. – 343 с. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

3. Советов, Б. Я. Представление знаний в информационных системах : учебник для вузов / Б.Я. Советов, В.В. Цехановский, В.Д. Чертовской. – 2-е изд., стер. – Москва : Академия, 2012. – 141 с. (Электронный каталог библиотеки СКФУ)

Дополнительная литература

1. Теория информационных процессов и систем / Ю. Ю. Громов, В. Е. Дидрих, О. Г. Иванова, В. Г. Однолько; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет». - Тамбов: Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. - 172 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277939>

2. Шкундин, С. З., Берикашвили, В. Ш.. Теория информационных процессов и систем: учебное пособие [Электронный ресурс] / М.: Горная книга, 2012. – 475 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=229031

3. Васильев, Н.С. Двойственность в линейном программировании и теория матричных игр : учебное пособие / Н. С. Васильев, В. В. Станцо ; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана ; под ред. Р.С. Исмагилов. - М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. - 48 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256841>

4. Теория информационных процессов и систем: учебник для студентов высших учебных заведений/ Б. Я. Советов, В. А. Дубенецкий, В. В. Цехановский и др.; под ред. Б. Я. Советова. - М.: Издательский центр «Академия», 2010.– 432 с. (электронный каталог СКФУ)

5. Соловьев, И. В. Проектирование информационных систем : фундаментальный курс : [учеб. пособие] / Московский гос. ун-т геодезии и картографии. – М. : Академический Про-ект, 2009. – 399 с. (электронный каталог СКФУ)

6. Мишин, В. М. Исследование систем управления: учебник / В. М. Мишин. – 2-е изд. – М.: ЮНИТИ, 2010. – 527 с. (электронный каталог СКФУ)

7. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: [учебник для вузов]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 574 с. (электронный каталог СКФУ)

6.2 Internet-ресурсы

- 1) <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт;
- 2) <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет «ИНТУИТ»;
- 3) <http://www.window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам.

6.3 Материально-техническое обеспечение дисциплины

К материально-техническому уровню освоения содержания дисциплины «Теория информационных процессов и систем» можно отнести:

- индивидуальное взаимодействие со студентами в процессе проведения лекционных и лабораторных занятий;
- использование на лекциях и лабораторных занятиях мультимедийного оборудования;
- включение в лабораторные работы индивидуального поиска, систематизации и анализа информации через Internet;
- авторские презентации к лекциям;
- аудитория для проведения лекционных и лабораторных занятий должна быть оборудована проектором для проведения занятий в интерактивной форме;
- Microsoft Office - Word, Excel;
- пакет автоматизации математических вычислений – MathCAD;
- ОС Windows;
- компьютерный класс с предустановленным программным обеспечением.

