

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению лабораторных работ по дисциплине «ФИЗИКА»
для студентов специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
специализация «Информационно-аналитическая и техническая экспертиза
компьютерных систем»

Ставрополь
2026

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Законы сохранения в механике (Упругие и неупругие удары)	4
Лабораторная работа № 2. Механические колебания и волны (Механические колебания)	7
Лабораторная работа № 3. Законы сохранения в механике	10
Лабораторная работа №4. Механика твердого тела	12
Лабораторная работа № 5. Механические колебания и волны	18
Лабораторная работа 6. Основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики (Распределение Максвелла)	24
Лабораторная работа № 7. Теплоемкость. (Первое начало термодинамики)	32
Лабораторная работа № 8. Энтропия. (Второе и третье начала термодинамики)	35
Лабораторная работа № 9. Элементы геометрической и волновой оптики (Дифракция и интерференция)	48

РАЗДЕЛ 1. Физические основы механики

Лабораторная работа № 1. Законы сохранения в механике (Упругие и неупругие удары)

Цель работы: ознакомиться с понятием фотоэффект, изучить его законы, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Фотоэффект – испускание электронов веществом под действием света (или любого другого электромагнитного излучения). В конденсированных (твёрдых и жидких) веществах выделяют внешний и внутренний фотоэффект. Для фотоэффекта существует 3 закона.

Формулировка 1-го закона фотоэффекта: Сила фототока прямо пропорциональна плотности светового потока.

Согласно 2-му закону фотоэффекта, максимальная кинетическая энергия вырываемых светом электронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности.

3-й закон фотоэффекта: для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, то есть минимальная частота света (или максимальная длина волны λ_0), при которой ещё возможен фотоэффект, и если, то фотоэффект уже не происходит.

Теоретическое объяснение этих законов было дано в 1905 году Эйнштейном. Согласно ему, электромагнитное излучение представляет собой поток отдельных квантов (фотонов) с энергией $h\nu$ каждый, где h – постоянная Планка. При фотоэффекте часть падающего электромагнитного излучения от поверхности металла отражается, а часть проникает внутрь поверхностного слоя металла и там поглощается. Поглотив фотон, электрон получает от него энергию и, совершая работу выхода φ , покидает металл:

$$h\nu = \varphi + W_e$$

где W_e – максимальная кинетическая энергия, которую имеет электрон при вылете из металла.

Фотоэффект был объяснён в 1905 году Альбертом Эйнштейном (за что в 1921 году он, благодаря номинации шведского физика Карла Вильгельма Озеена, получил Нобелевскую премию) на основе гипотезы Макса Планка о квантовой природе света. В работе Эйнштейна содержалась важная новая гипотеза – если Планк в 1900 году предположил, что свет излучается только квантованными порциями, то Эйнштейн уже считал, что свет и существует только в виде квантованных порций. Из закона сохранения энергии, при представлении света в виде частиц (фотонов), следует формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = \varphi + \frac{mv^2}{2},$$

где φ – т. н. работа выхода (минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из вещества),

$$\frac{mv^2}{2}$$

Исследования фотоэффекта были одними из самых первых квантово-механических исследований.

Внешним фотоэффектом (фотоэлектронной эмиссией) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитных излучений. Электроны, вылетающие из вещества при внешнем фотоэффекте, называются фотоэлектронами, а электрический ток, образуемый ими при упорядоченном движении во внешнем электрическом поле, называется фототоком. Фотокатод – электрод вакуумного электронного прибора, непосредственно подвергающийся воздействию электромагнитных излучений и эмитирующий электроны под действием этого излучения.

Зависимость спектральной чувствительности от частоты или длины волны электромагнитного излучения называют спектральной характеристикой фотокатода.

Законы внешнего фотоэффекта

1. Закон Столетова: при неизменном спектральном составе электромагнитных излучений, падающих на фотокатод, фототок насыщения пропорционален энергетической освещённости катода (иначе: число фотоэлектронов, выбиваемых из катода за 1 с, прямо пропорционально интенсивности излучения):

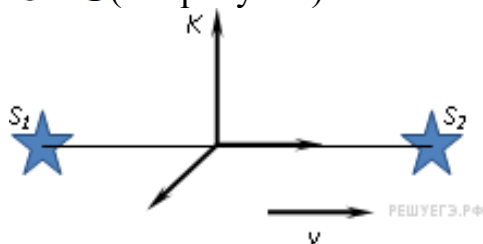
$$I_n \propto E_e \propto n_{\text{сек}} E_e$$

2. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой.

3. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, то есть минимальная частота света (зависящая от химической природы вещества и состояния поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Практические задания

Задание 1. Система отсчета К, в которой находится наблюдатель, движется со скоростью вдоль прямой, соединяющей неподвижные источники света S_1 и S_2 (см. рисунок).



С какой скоростью движутся фотоны, излучаемые неподвижными

источниками S_1 и S_2 , движущиеся в системе отсчета К?

Задание 2. Энергия фотона, поглощенного при фотоэффекте, равна E . Кинетическая энергия электрона, вылетевшего с поверхности металла под действием этого фотона?

Задание 3. Как изменится минимальная частота света, при которой возникает внешний фотоэффект, если пластинке сообщить отрицательный заряд?

Задание 4. В опытах по фотоэффекту взяли пластину из металла с работой выхода 3,5 эВ и стали освещать ее светом с частотой $3 \cdot 10^{15}$ Гц. Затем частоту падающей на пластину световой волны увеличили в 2 раза, оставив неизменной интенсивность светового пучка. В результате этого что случилось с максимальной кинетической энергией фотоэлектронов?

Задание 5. В опытах по фотоэффекту взяли пластину из металла с работой выхода $5,4 \cdot 10^{-19}$ Дж и стали освещать её светом частотой $3 \cdot 10^{14}$ Гц. Затем частоту света увеличили в 2 раза, одновременно увеличив в 1,5 раза число фотонов, падающих на пластину за 1 с. При этом максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов?

Лабораторная работа № 2. Механические колебания и волны (Механические колебания)

Цель работы: ознакомиться эффект Комптона, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Эффект Комптона – рассеяние электромагнитного излучения на свободном электроне, сопровождающееся уменьшением частоты излучения (открыт А. Комптоном в 1923 г.). В этом процессе электромагнитное излучение ведёт себя как поток отдельных частиц – корпускул (которыми в данном случае являются кванты электромагнитного поля - фотоны), что доказывает двойственную – корпускулярно-волновую – природу электромагнитного излучения. С точки зрения классической электродинамики рассеяние излучения с изменением частоты невозможно.

Комптоновское рассеяние – это рассеяние на свободном электроне отдельного фотона с энергией $E = h\nu = hc/\lambda$ (h – постоянная Планка, ν – частота электромагнитной волны, λ – её длина, c – скорость света) и импульсом $p = E/c$. Рассеиваясь на покоящемся электроне, фотон передаёт ему часть своей энергии и импульса и меняет направление своего движения. Электрон в результате рассеяния начинает двигаться. Фотон после рассеяния будет иметь энергию $E' = h\nu'$ (и частоту) меньшую, чем его энергия (и частота) до рассеяния. Соответственно после рассеяния длина волны фотона λ' увеличится. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что длина волны фотона после рассеяния увеличится на величину

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

где θ – угол рассеяния фотона, а m_e – масса электрона $h/m_e c = 0.024 \text{ \AA}$ называется комптоновской длиной волны электрона.

Изменение длины волны при комптоновском рассеянии не зависит от λ и определяется лишь углом θ рассеяния γ -кванта. Кинетическая энергия электрона определяется соотношением

$$E_e = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_\gamma \sin^2 \frac{\theta}{2}}}.$$

Эффективное сечение рассеяния γ -кванта на электроне не зависит от характеристик вещества поглотителя. Эффективное сечение этого же процесса, рассчитанное на один атом, пропорционально атомному номеру (или числу электронов в атоме) Z .

Сечение комптоновского рассеяния убывает с ростом энергии γ -кванта: $\sigma_k \sim 1/E_\gamma$.

Обратный Комптон-эффект

Если электрон, на котором рассеивается фотон, является ультрарелятивистским $E_e \gg E_\gamma$, то при таком столкновении электрон теряет энергию, а фотон приобретает энергию. Такой процесс рассеяния используется для получения моноэнергетических пучков γ -квантов высокой энергии. С этой целью поток фотонов от лазера рассеивают на большие углы на пучке ускоренных электронов высокой энергии, выведенных из ускорителя. Такой источник γ -квантов высокой энергии и плотности называется **Laser-Electron- Gamma-Source (LEGS)**. В работающем в настоящее время источнике LEGS лазерное излучение с длиной волны 351.1 мкм (~ 0.6 эВ) в результате рассеяния на электронах, ускоренных до энергий 3 ГэВ, превращается в поток γ квантов с энергиями 400 МэВ).

Энергия рассеянного фотона E_γ зависит от скорости v ускоренного пучка электронов, энергии $E_{\gamma 0}$ и угла столкновения θ фотонов лазерного излучения с пучком электронов, угла между ϕ специальностями движения первичного и рассеянного фотона

$$E_\gamma \approx E_{\gamma 0} \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \theta}{1 - \frac{v}{c} \cos (\theta - \phi)}.$$

При «лобовом» столкновении

$$E_\gamma \approx 4E_0 \left(\frac{E_0}{mc^2} \right)^2,$$

E_0 – полная энергия электрона до взаимодействия, mc^2 – энергия покоя электрона. Если направление скоростей начальных фотонов изотропно, то средняя энергия рассеянных фотонов $\bar{E}_\gamma$ определяется соотношением

$$\bar{E}_\gamma = (4E_0/3) \cdot (E_0/mc^2).$$

При рассеянии релятивистских электронов на микроволновом реликтовом излучении образуется изотропное рентгеновское космическое излучение с энергией $E_\gamma = 50\text{--}100$ кэВ.

Эксперимент подтвердил предсказанное изменение длины волны фотона, что свидетельствовало в пользу корпускулярного представления о механизме эффекта Комптона. Эффект Комптона наряду с фотоэффектом явился убедительным доказательством правильности исходных положений квантовой теории о корпускулярно-волновой природе частиц микромира.

Практические задания

Задание 1. Рентгеновское излучение длиной волны $\lambda = 55,8$ пм рассеивается плиткой графита (Комптон-эффект). Определить длину волны λ' света, рассеянного под углом $\theta = 60^\circ$ к направлению падающего пучка света.

Задание 2. Длина волны λ фотона равна комптоновской длине λ_C электрона. Определить энергию ε и импульс p фотона.

Задание 3. Энергия ε падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю w_1 энергии падающего фотона, которую

сохранит рассеянный фотон, и долю w_2 этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния θ равен: 1) 60° ; 2) 90° ; 3) 180° .

Задание 4. Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол $\theta=180^\circ$? Энергия ε фотона до рассеяния равна $0,255$ МэВ.

Лабораторная работа № 3. Законы сохранения в механике

Цель работы: ознакомиться со спектральными излучениями водорода, ознакомиться с моделями атома, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Спектр электромагнитного излучения (ЭМИ) называется совокупность электромагнитных волн, излучаемых или поглощаемых атомами (молекулами) данного вещества.

Линейчатый спектр состоит из отдельных компонент (линий), близких к гармоническим. Расстояние между линиями (по шкале длин волн или частот) много больше ширины линий. Такой спектр излучают атомарные газы.

Кроме линейчатого выделяют еще полосатый спектр, который излучают молекулярные газы и сплошной спектр, излучаемый нагретыми твердыми телами.

Планетарная Модель атома: в центре атома расположено очень малое положительно заряженное ядро, вокруг которого по определенным (разрешенным) стационарным орбитам движутся электроны, масса которых во много раз меньше массы ядра. При движении по орбите электрон не испускает электромагнитного излучения (ЭМИ). При поглощении ЭМИ (фотона) электрон переходит на более «высокую» разрешенную орбиту, на которой его энергия становится больше на величину $DE_{эл}$, равную энергии поглощенного фотона $E_{ф}$. При обратном переходе электрон испускает фотон с такой же энергией $E_{ф} = |DE_{эл}|$.

Квантовая модель атома отличается от планетарной в первую очередь тем, что в ней электрон не имеет точно определенной координаты и скорости, поэтому бессмысленно говорить о траектории его движения. Можно определить (и нарисовать) только границы области его преимущественного движения (орбитали).

Уравнение Шредингера для движения электрона в кулоновском поле ядра атома водорода используется для анализа квантовой модели атома. В результате решения этого уравнения получается волновая функция, которая зависит не только от координаты и времени t , но и от 4-х параметров, имеющих дискретный набор значений и называемых квантовыми числами. Они имеют названия: главное, азимутальное, магнитное и магнитное спиновое.

Главное квантовое число n может принимать целочисленные значения 1, 2. Оно определяет величину энергии электрона в атоме, где E_i – энергия ионизации атома водорода (13.6 эВ). Частота излучаемого фотона:

$$\nu_{n,m} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

Азимутальное (Орбитальное) квантовое число l определяет модуль

момента импульса электрона при его орбитальном движении. Оно принимает целочисленные значения $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

Магнитное квантовое число m_l определяет проекцию вектора момента импульса орбитального движения электрона L_z на направление внешнего магнитного поля. Оно принимает положительные и отрицательные целочисленные значения, по модулю меньшие или равные l , где $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

Магнитное спиновое квантовое число m_s определяет проекцию вектора собственного момента импульса электрона на направление внешнего магнитного поля:

$S_z = m_s$ и принимает только 2 значения: $m_s = +1/2, -1/2$. Для модуля спина, где s – спиновое квантовое число, которое у каждой частицы имеет только одно значение. Например, для электрона $s = 1/2$ (аналогично, для протона и нейтрона). Для фотона $s = 1$.

Вырожденными называются состояния электрона с одинаковой энергией. Кратность Вырождения равна количеству состояний с одной и той же энергией. Правило Отбора азимутального квантового числа $\Delta l = \pm 1$. Электрон в атоме может переходить только между состояниями, удовлетворяющему указанному правилу.

Практические задания

Задание 1. Вычислите и запишите в табл. 332.3 обратные длины волн $1/\lambda$ и $1/n^2$.

Задание 2. Определите, переходу между какими квантовыми состояниями электрона в атоме водорода соответствует каждая линия излучения. Запишите в таблицу значения n .

Задание 3. Постройте график зависимости обратной длины волны ($1/\lambda$) от обратного квадрата главного квантового числа ($1/n^2$) для данной спектральной серии.

Задание 4. Рассчитайте погрешности определения постоянной Ридберга.

РАЗДЕЛ 2. Механика

Лабораторная работа №4. Механика твердого тела

Цель работы: ознакомиться законом движения с постоянным ускорением приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Пусть материальная точка движется вдоль заданной прямой линии так, что ее ускорение остается постоянным. Такое движение точки называется равноускоренным, или равнопеременным движением. По-прежнему направим ось X вдоль прямой, по которой движется точка, и введем обычным образом координаты на этой прямой.

Используя определение ускорения

$$a = (v_1 - v_0)/(t_1 - t_0) = \Delta v / \Delta t \quad (1)$$

и учитывая, что при постоянном ускорении это отношение не зависит от значения интервала времени, мы можем выразить значение скорости в произвольный момент времени t (опуская индексы «1»):

$$v = v_0 + a(t - t_0). \quad (2)$$

Это выражение определяет скорость как функцию времени. Как следует из полученного уравнения, зная только ускорение, нельзя однозначно определить скорость в произвольный момент времени. Для этого необходимо задать дополнительное условие – скорость v_0 в некоторый момент времени t_0 . Часто это условие называют начальным и, полагая $t_0 = 0$, называют величину v_0 начальной скоростью.

Графиком зависимости скорости от времени при равноускоренном движении (то есть графиком функции (2)) является прямая линия, проходящая через точку A с координатами (t_0, v_0) , коэффициент наклона которой равен ускорению точки (рис. 1).

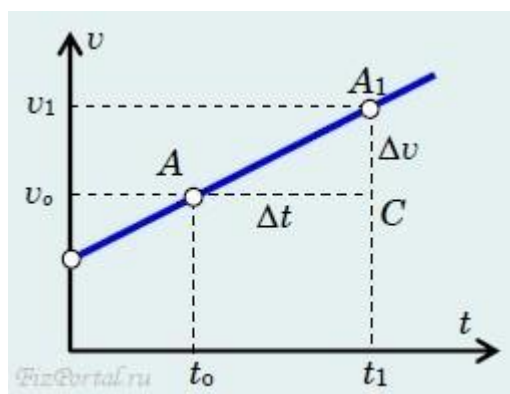


Рисунок 1

Как было показано ранее – площадь под графиком зависимости скорости от времени равна изменению координаты точки. Воспользуемся этим правилом для того, чтобы решить основную задачу кинематики – найти закон движения для равноускоренного движения. Изменение координаты Δx в данном случае численно равно площади трапеции $t_0 t_1 A_1 A$, которая вычисляется как произведение полусуммы оснований на высоту:

$$\Delta x = (v_0 + v_1)/2 \times (t_1 - t_0) = ((v_0 + v_0 + a(t_1 - t_0))/2) \times (t_1 - t_0) = v_0(t_1 - t_0) + a(t_1 - t_0)^2/2. \quad (3)$$

При выводе этого соотношения мы учли, что

$$v_1 = v_0 + a(t_1 - t_0).$$

При равноускоренном движении полученное соотношение справедливо для любого момента времени t_1 , поэтому вместо конкретного значения t_1 можно подставить переменную величину – текущее время.

Изменение координаты, по определению, равно: $\Delta x = x - x_0$,

следовательно, закон движения имеет вид

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2. \quad (4)$$

В той формуле x_0 – координата, а v_0 – скорость в момент времени t_0 .

Часто эти параметры называют начальными.

Обратите внимание: чтобы найти закон движения при постоянном ускорении, помимо значения ускорения необходимо задать два дополнительных условия – координату и скорость в некоторый момент времени. Закон движения (4) можно использовать не только для $t > t_0$, но и в любые другие моменты времени, если, конечно, вы уверены, что в это время характер движения не изменялся.

Вернемся к цепочке преобразований (3). Из уравнения (2) следует:

$$t_1 - t_0 = (v_1 - v_0)/a.$$

Подставим это выражение в формулу (3):

$$\Delta x = ((v_0 + v_1)/2) \times (t_1 - t_0) = ((v_0 + v_1)/2) \times ((v_1 - v_0)/2) = (v_1^2 - v_0^2)/(2a). \quad (5)$$

Мы получили важное соотношение, позволяющее найти изменение координаты тела по известным начальной и конечной скоростям и

ускорению

Так, например, тормозной путь автомобиля S может быть легко подсчитан по этой формуле: полагая конечную скорость равной нулю и учитывая, что при торможении ускорение отрицательно $-a = -|a|$, из формулы (5) следует, что

$$S = v_0^2 / (2|a|).$$

Рассмотрим подробнее характер движения при различных значениях параметров равноускоренного движения. Выбор начала отсчета времени, как и выбор начала отсчета координаты, произволен, поэтому при изучении движения одного тела мы можем положить $t_0 = 0$ и $x_0 = 0$. Таким образом, рассмотрим закон движения в форме

$$x = v_0 t + at^2/2. \quad (6)$$

При этом скорость тела изменяется по закону

$$v = v_0 + at. \quad (7)$$

Удобно одновременно исследовать обе функции – зависимости от времени скорости и координаты. С графиками функции (7) мы уже познакомились – это прямые линии. В общем случае, координата зависит от времени по квадратичному закону, поэтому графиком этой функции является парабола.

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Начальная скорость $v_0 = 0$.

В этом случае исследуемые функции имеют вид $v = at$, $x = at^2/2$.

Прямые зависимостей $v(t)$ проходят через начало координат, вершины парабол зависимостей $x(t)$ совпадают с началом координат (естественно, своих). Увеличение ускорения приводит к увеличению коэффициента наклона прямой $v(t)$ и увеличению крутизны парабол $x(t)$. При отрицательном значении ускорения наклон прямых $v(t)$ становится отрицательным, а ветви парабол $x(t)$ опускаются вниз.

На рис. 2 показаны описанные зависимости для значений ускорения $0,5 \text{ м/с}^2$, $1,0 \text{ м/с}^2$, $1,5 \text{ м/с}^2$ (графики 1, 2, 3) и отрицательных ускорений $-0,5 \text{ м/с}^2$, $-1,0 \text{ м/с}^2$, $-1,5 \text{ м/с}^2$ (графики 4, 5, 6).

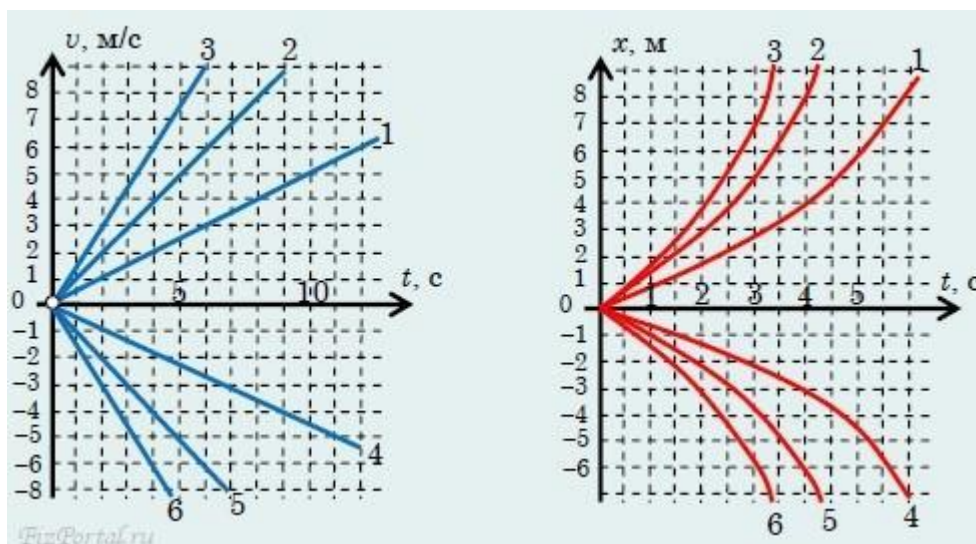


Рисунок 2

2. Положительное ускорение $a > 0$, начальная скорость отлична от нуля – $v_0 \neq 0$.

Пусть $v_0 > 0$. Тогда график зависимости скорости от времени имеет вид прямой, показанной на рис. 49.

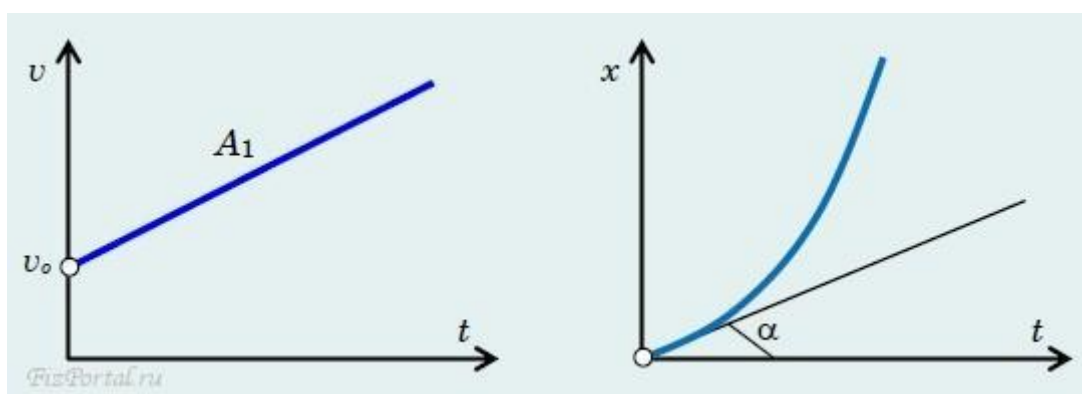


Рисунок 3

Значение начальной скорости равно длине отрезка, который отсекает график на оси скорости. График зависимости координаты от времени является параболой, ветви которой направлены вверх, проходящей через начало координат. Проведем касательную к этой параболе в начальной точке. Как мы показали ранее, коэффициент наклона касательной равен мгновенной скорости. В момент времени $t = 0$ коэффициент наклона касательной, следовательно, совпадает с начальной скоростью v_0 . В рассматриваемом случае он положителен, поэтому парабола стремится вверх.

Рассмотрим теперь случай, когда ускорение осталось прежним – $a > 0$, но начальная скорость отрицательна – $v_0 < 0$. В этом случае прямая зависимости $v(t)$ «стартует» с отрицательных значений скорости. Поэтому касательная к параболе зависимости $x(t)$ в начальный момент имеет отрицательный наклон, хотя

ветви параболы по-прежнему направлены вверх. До тех пор, пока скорость отрицательна (на рис. 50 – до момента времени t_1), координата убывает, достигая минимального значения в момент времени, когда скорость становится равной нулю. Это и понятно, с точки зрения здравого смысла: до момента времени t_1 точка двигалась в отрицательном направлении оси, а затем стала двигаться в противоположном направлении, следовательно, в момент времени t_1 она находилась на максимальном удалении от начала отсчета. Это утверждение является универсальным правилом – если скорость точки изменяет знак, то в момент времени, когда скорость равна нулю, точка находится в своем крайнем положении (координата минимальна или максимальна).

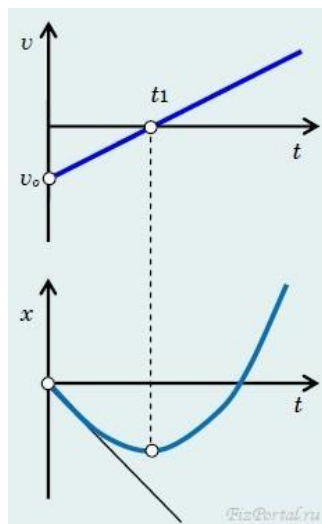


Рисунок 4

Посмотрите, как изменяются графики зависимостей скорости и координаты при изменении начальной скорости. На рис. 5 построены зависимости $v(t)$ и $x(t)$ при одинаковом ускорении $a = 1,0 \text{ м/с}^2$, но при разных начальных скоростях. Заметьте, что прямые $v(t)$ параллельны, а все параболы $x(t)$ одинаковы – они отличаются только положением вершины.

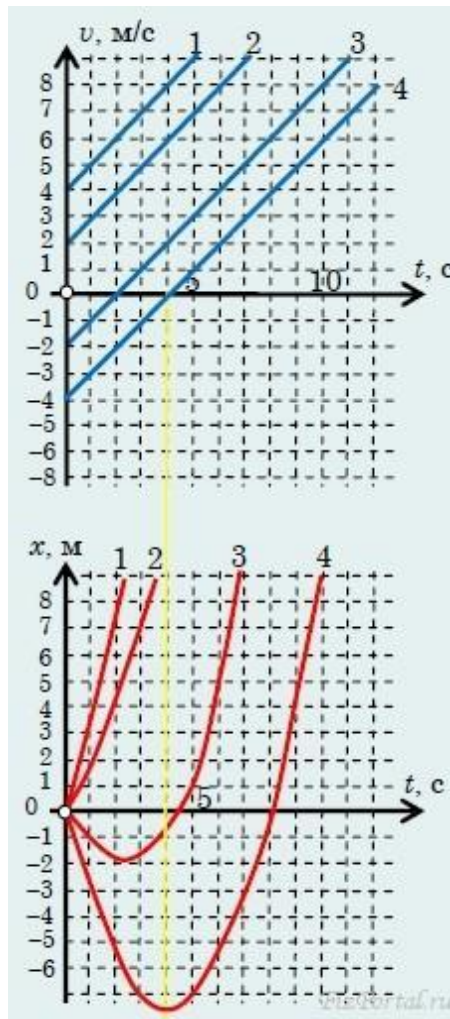


Рисунок 5

Другие комбинации начальных параметров можно рассмотреть аналогично: в частности, случай $a < 0$, $v_0 \neq 0$ является зеркальным отражением только что рассмотренной ситуации – его можно свести к рассмотренному варианту, просто изменив направление оси X.

Итак, мы рассмотрели еще одну модель – равноускоренное движение. Надо отметить, что движение, близкое к равноускоренному, довольно часто встречается в окружающем нас мире. Так, если тело движется под действием постоянных сил, то его движение является равноускоренным. Например, скатывание шара с наклонной плоскости.

Если направить ось координат z вертикально вверх, то ускорение тела (при отсутствии сопротивления воздуха) будет постоянно, отрицательно и по модулю равно ускорению свободного падения: $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Поэтому закон движения тела будет иметь вид

$$z = z_0 + v_0 t - gt^2/2, \quad (8)$$

где z_0 – высота, с которой брошено тело, v_0 – начальная скорость.

Практические задания

Задание 1. Тело движется с постоянным ускорением и нулевой начальной скоростью. Показать графически, что пути, проходимые телом за последовательные равные промежутки времени, относятся как последовательные нечетные числа.

Задание 2. За пятую секунду равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью тело проходит путь $S_2=36$ м. Какой путь S_1 проходит тело за первую секунду этого движения.

Задание 3. Свободно падающее тело за последнюю секунду падения прошло $1/3$ своего пути. Найти время падения t и высоту h , с которой упало тело.

Задание 4. Воздушный шар поднимается с поверхности Земли вертикально вверх с ускорением $a=2$ м/с². Через $t=10$ с после начала движения от корзины шара оторвался предмет. На какую максимальную высоту h_m поднимется этот предмет? Через какое время t_1 и с какой скоростью v_1 он упадет на Землю?

Задание 5. С каким промежутком времени оторвались от карниза крыши две капли воды, если спустя две секунды после начала падения второй капли расстояние между ними было $S=25$ м?

Задание 6. По наклонной доске пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии $l=30$ см от начала броска шарик побывал дважды: через $t_1=1$ с и через $t_2=2$ с после начала движения. Определить начальную скорость v_0 и ускорение a шарика, считая его постоянным.

Задание 7. Поезд, двигаясь равноускоренно, через $t_1=10$ с после начала движения приобретает скорость $v_1=0,6$ м/с. Через сколько времени t_2 от начала движения скорость поезда станет равна $v_2=3$ м/с ?

Задание 8. За какое время автомобиль, двигаясь с ускорением $a=0,4$ м/с², увеличит свою скорость с $v_1=12$ м/с до $v_2=20$ м/с ?

Задание 9. Во сколько раз скорость пули в середине ствола винтовки меньше, чем при вылете из ствола? Движение пули в стволе считать равноускоренным.

Задание 10. Во сколько раз путь тела за первую половину времени движения меньше пути за вторую половину времени при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью?

Лабораторная работа № 5. Механические колебания и ВОЛНЫ

Цель работы: ознакомиться законами упругого и неупругого соударения двух тел при столкновении, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Упругое соударение (лобовое центральное)

Соударение – это столкновение двух тел. При соприкосновении тела обмениваются энергией и импульсом. После соударения они движутся со скоростями, которые отличаются по направлению и величине от их скоростей до столкновения.

При лобовом центральном соударении центры масс обоих тел движутся вдоль одной линии. Силы взаимодействия, возникающие при соударении, параллельны направлению движения. Если применить к такой системе двух тел закон сохранения импульса, то полный импульс системы будет равен алгебраической сумме импульсов обоих тел.

При упругом соударении на протяжении кратковременного соприкосновения тела движутся с общей скоростью, затем они разлетаются и продолжают двигаться с разными скоростями.

Если

m_1 – масса первого тела,

m_2 – масса второго тела,

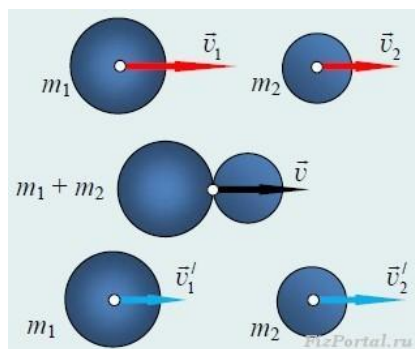
v_1 – скорость первого тела до соударения,

v_2 – скорость второго тела до соударения,

v – общая скорость обоих тел в момент соударения,

v_1' – скорость первого тела после соударения,

v_2' – скорость второго тела после соударения,



то из закона сохранения импульса следует или

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2). \quad (1)$$

Из закона сохранения энергии получаем

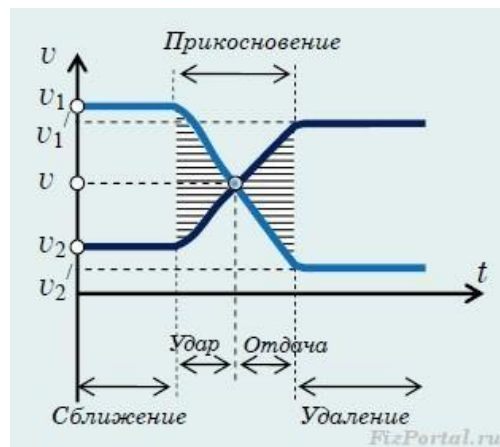
$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2),$$

Воспользовавшись законом сохранения импульса (1)

$$m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2(v_2' - v_2)(v_2' + v_2).$$

Вывод: Сумма скоростей до и после соударения одинакова при любом соударении тел.



Из формулы (2) следует

$$v_2' = v_1' + v_1 - v_2,$$

$$v_1' = v_2' + v_2 - v_1.$$

Подставив эти выражения в видоизмененный закон сохранения импульса, получим

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_1' + v_1 - v_2 - v_2'),$$

$$m_1(v_1 - v_2 - v_2' + v_1) = m_2(v_2' - v_2).$$

откуда, разрешив относительно v_1' и v_2' , найдем

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_2 + m_1}.$$

Неупругое соударение (лобовое центральное) m_1 – масса первого тела, m_2 – масса второго тела,

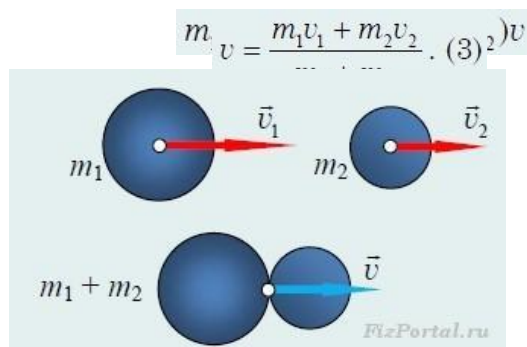
v_1 – скорость первого тела до соударения,

v_2 – скорость второго тела до соударения,

v – общая скорость обоих тел после соударения,

то, согласно формуле закона сохранения импульса

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots = \vec{p}_{\text{полн}} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}.$$



Согласно закону сохранения энергии кинетическая энергия системы после соударения меньше, чем до него, так как часть энергии расходуется на неупругую деформацию тел.

Если

W_1 – сумма кинетических энергий обоих тел до соударения,

W_2 – сумма кинетических энергий обоих тел после соударения,

ΔW – потеря энергии, равная работе, затраченной на деформацию, то, согласно закону изменения кинетической энергии

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}.$$

Подставив в это равенство выражение (3) для v преобразовав его, получим выражение для работы, затраченной на деформацию:

$$\Delta W = W_1 - W_2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2. \quad (4)$$

Обратите внимание: При противоположном направлении движения скорость считается отрицательной.

Частично упругое соударение (лобовое центральное).

При упругом соударении сумма энергий соударяющихся тел не изменяется, а при неупругом соударении, для которого выполняется условие

$$v_1' = v_2' = v,$$

большая часть полной энергии затрачивается на деформацию тел. Оба этих процесса представляют собой идеализированные частные случаи.

В реальных процессах более или менее значительная часть энергии растрчивается на создание небольших деформаций и на преодоление сил внутреннего трения.

Часть работы, затраченной на деформацию тел при неупругом соударении

снова прекращается в кинетическую энергию, а именно

Если

$$(W_1 - W_2)k^2.$$

W – потеря энергии при частично упругом рассеянии,

m_1 – масса первого тела,

m_2 – масса второго тела,

v_1 – скорость первого тела до соударения, v_2 – скорость второго тела до соударения, v_1' – скорость второго тела до соударения, k – коэффициент восстановления, то

$$W = (W_1 - W_2) - (W_1 - W_2)k^2,$$

или

$$W = (W_1 - W_2)(1 - k^2).$$

С учетом формулы (4) получаем

$$W = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 (1 - k^2).$$

Вследствие потери энергии скорости тел после частично упругого соударения будут меньше, чем после абсолютно упругого соударения. Формула (2) для данного случая принимает следующий вид:

$$(v_1 - v_2)k = v_2' - v_1'.$$

После

$$\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - (v_1 - v_2) m_2 k}{m_1 + m_2}, \\ v_2' &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + (v_1 - v_2) m_1 k}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (5)$$

Обратите внимание: Упругое соударение и неупругое соударение являются частными случаями частично упругого соударения. Выражения для W , v_1' и v_2' отличаются во всех трех случаях только значением коэффициента восстановления k :

неупругое соударение $k = 0$,

частично упругое соударение $0 < k < 1$,

абсолютно упругое соударение $k = 1$.

Коэффициент восстановления k является в определенном смысле мерой упругости тела, и его можно определить экспериментально.

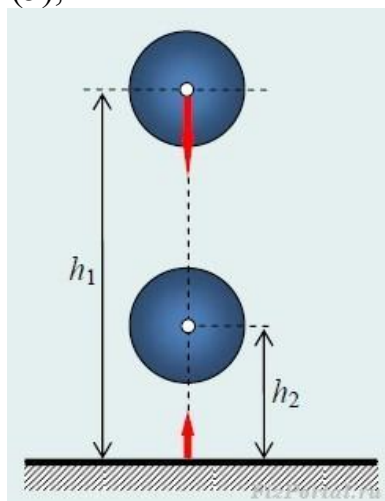
Для этого достаточно бросить шарик на пластинку из того же материала и определить высоту подскока.

Если

k – коэффициент восстановления,

h_1 – высота, с которой падает шарик,

h_2 – высота подскока шарика, то, поскольку $v_2 = 0$ и $m_2 \gg m_1$, согласно формуле (5), имеем



$$v = \sqrt{2gh},$$

$$k = -\frac{v_1'}{v_1},$$

$$k = \frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}},$$

$$k = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}.$$

и, наконец,

Практические занятия

Задание 1. Частица массой m с кинетической энергией K сталкивается с неподвижной частицей массой M . Найдите приращение Q внутренней энергии системы частиц в результате абсолютно неупругого столкновения.

Задание 2. Найдите минимальную относительную скорость двух одинаковых метеоритов, необходимую для их нагрева и полного испарения в результате абсолютно неупругого соударения. Удельная теплота нагревания и испарения вещества метеоритов $q = 10^6$ Дж/кг.

Задание 3. На гладком горизонтальном столе лежит твёрдая шайба. На неё налетает мягкая, довольно упругая шайба такой же массы и между ними происходит центральный удар. Скорость мягкой шайбы после удара уменьшилась в 5 раз. Какая часть максимальной энергии деформации перешла в тепло при этом ударе? Считайте, что тепло выделяется в мягкой шайбе в процессе деформации.

Задание 4. На гладкой горизонтальной поверхности лежит шар массой M . На него налетает шар массой m , движущийся со скоростью $\vec{V}$. Между шарами происходит упругий центральный удар. Найдите скорости $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ шаров после соударения. При каком условии налетающий шар будет двигаться после соударения в прежнем направлении?

Задание 5. Две гладкие упругие круглые шайбы движутся по гладкой горизонтальной поверхности со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$. Найдите скорости шайб

после абсолютно упругого нецентрального соударения. Массы шайб m_1 и m_2 .

Задание 6. Лёгкий пластмассовый шарик массой m_1 роняют с нулевой начальной скоростью с высоты h . В нижней точке траектории по нему ударяют ракеткой снизу вверх, после чего шарик подпрыгивает на высоту в раз большую первоначальной. Определите скорость ракетки перед ударом. Масса m_2 ракетки во много раз больше массы шарика. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Задание 7. Гладкая круглая шайба массы m_1 движется со скоростью $\vec{V}$ вдоль хорды, расстояние до которой от центра гладкого тонкого однородного обруча равно $R/2$ (рис.2). Обруч массы и радиуса R лежит на гладком горизонтальном столе. Через какое время τ после первого удара шайба окажется на минимальном расстоянии от центра движущегося обруча? Каково это расстояние? Удар считайте абсолютно упругим.

Задание 8. Каков максимальный угол θ упругого рассеяния α - частицы на дейтроне? Дейтрон – ядро одного из изотопов водорода – дейтерия, состоит из протона и нейтрона; α – частица – ядро гелия, состоит из двух протонов и двух нейтронов. Считайте, что масса дейтрона в 2 раза меньше массы – частицы.

Лабораторная работа № 6. Основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики (Распределение Максвелла)

Цель работы: ознакомиться законами кинематики колебательного движения, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Рассмотрим простейшую кинематическую модель колебательного движения материальной точки, движущейся вдоль прямой. Условия, при которых эта модель адекватно описывает реальные колебания, могут быть получены только на основании физических законов, в частности, законов динамики.

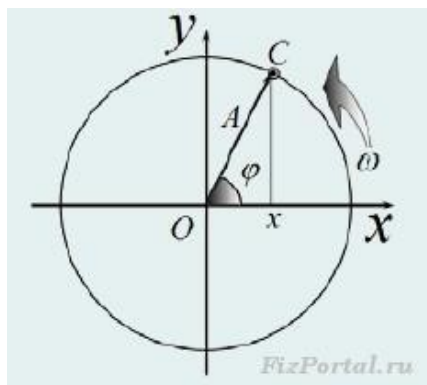


Рисунок 1

Для построения этой модели обратим внимание, что равномерное движение точки по окружности является периодическим процессом. Действительно, пусть материальная точка С движется с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиуса A . При этом угловая координата точки будет изменяться по линейному закону

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t, \quad (1)$$

где φ_0 – начальная координата точки. Несмотря на то, что угол поворота монотонно возрастает, через равные промежутки времени, равные периоду вращения $T = 2\pi/\omega$ точка возвращается в исходное положение, в котором ее кинематические характеристики (скорость, ускорение) принимают исходные значения. Если радиус-вектор точки, векторы ее скорости и ускорения изменяются по периодическому закону, то и их проекции также изменяются по периодическим законам. Иными словами, движение проекции точки на любую из осей координат является колебательным движением вдоль прямой. Такое колебательное движение проекции можно наблюдать в реальном эксперименте. Для этого необходимо поместить вращающийся по окружности шарик перед плоским экраном и осветить его световым потоком, параллельным плоскости вращения (рис. 1).

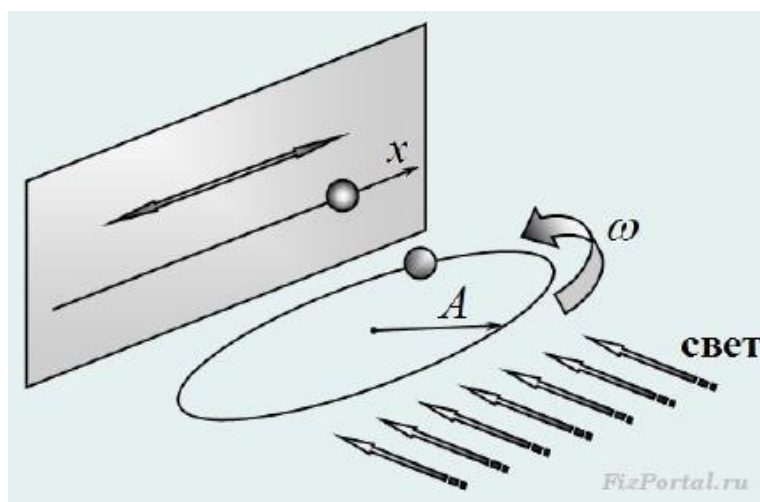


Рисунок 1

В этом случае тень от шарика будет совершать колебания вдоль одной прямой. Даже будучи не знакомы с тригонометрическими функциями, достаточно легко построить график закона движения тени шарика. Для этого необходимо изобразить окружность, отметить на ней равноотстоящие точки, а затем нанести на график временной зависимости их координаты через равноотстоящие интервалы времени (рис. 2).

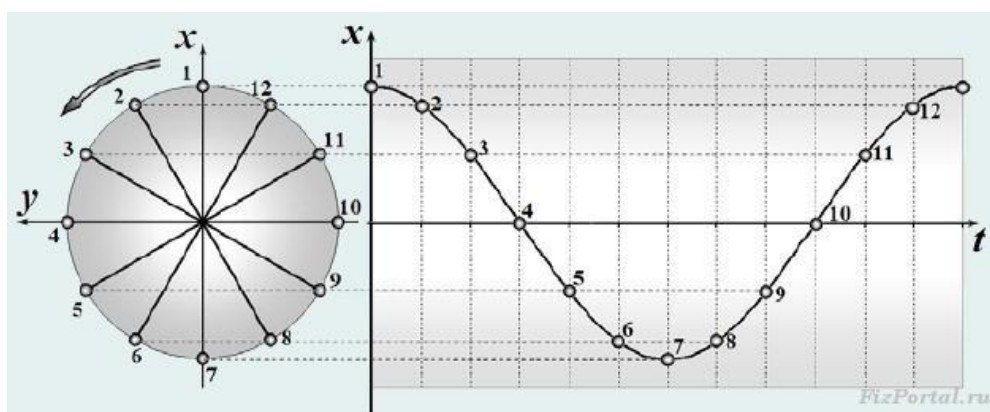


Рисунок 2

Изобразим часть окружности радиуса A , по которой движется материальная точка C (рис. 3).

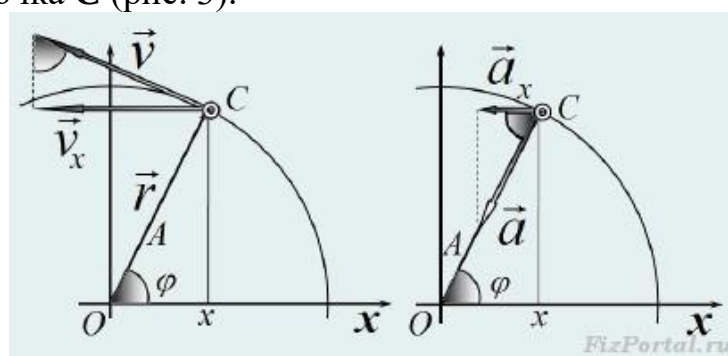


Рисунок 3

Положение точки задается радиус-вектором $\mathbf{r}$, направленным под переменным углом φ к оси Ox . Проекция этого вектора на ось Ox равна

$$x = A \cos \varphi. \quad (2)$$

Учитывая, что угол поворота изменяется в соответствии с формулой (1), получим закон изменения координаты точки от времени

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (3)$$

Движение, при котором координата точки изменяется по закону косинуса (или синуса) называется гармоническим колебанием. Таким образом, при равномерном движении точки по окружности ее проекция совершает гармонические колебания.

Как следует из вида функции (3), гармоническое колебание точки определяется тремя параметрами, каждый из которых имеет наглядный смысл. Параметр A называется **амплитудой колебаний**, он равен максимальному отклонению точки от центрального положения. Эта величина имеет ту же размерность, что и координата x , то есть размерность длины. Изменяющаяся величина $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется **фазой колебания**, а величина φ_0 — начальной фазой.

Параметр ω называется **круговой частотой** колебаний. Так как период косинуса равен 2π , то при изменении аргумента косинуса на эту величину значения функции принимает прежнее значение. Это обстоятельство позволяет выразить круговую частоту через время одного колебания T (которое также называется **периодом колебаний**). Для этого следует учесть, что при изменении времени на период $\Delta t = T$ фаза колебания изменяется на $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2\pi$, то есть $\omega T = 2\pi$. Таким образом, круговая частота связана с периодом колебания соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4)$$

Более наглядной характеристикой колебаний является обычная **частота ν — число колебаний в единицу времени**. Если период — это время одного колебания, то величина обратная периоду равна числу колебаний в единицу времени, то есть частоте колебаний

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (5)$$

С помощью соотношений (4)-(5) легко связать круговую и обычную частоты колебаний

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (6)$$

Очевидно, что круговая и обычные частоты являются размерными физическими величинами, их размерность обратная размерности времени

$$[\omega] = [\nu] = [T] = \text{с}^{-1}.$$

Для обычной частоты колебаний единица ее измерения называется

Герц (сокращенно Гц): частота колебаний 1 Герц означает одно колебание в секунду.

На основании полученного соотношения (6) иногда говорят, что круговая частота колебаний равна числу колебаний за 2π секунд. Однако, по нашему мнению, такое определение является излишним, потому что, **во-первых**, попробуйте точно отмерить указанное количество секунд, а, **во-вторых**, время не обязательно измерять в секундах. Поэтому к этой величине следует относиться как к удобной вспомогательной математической величине – если везде использовать только физически наглядную частоту колебаний ν , то во всех формулах придется дописывать множитель 2π , что приводит к необоснованному перерасходу чернил и бумаги. Также не следует искать особого наглядного смысла в фазе колебаний.

Отметим, что подобные замечания касательно угловой скорости вращения ω (аналогом которой является круговая частота) не обоснованы, так угловая скорость имеет явный физический смысл – угол поворота (измеренный в радианах) в единицу времени.

При движении по окружности вектор скорости точки направлен по касательной к окружности (см. рис. 589), его модуль равен $v = \omega A$ (напомним, здесь A – радиус окружности). Если проекция радиус-вектора r есть координата точки x , то проекция вектора скорости v на ту же ось будет равна скорости движения проекции. Из рисунка не сложно определить, что проекция вектора скорости на ось Ox равна $v_x = -v \sin \phi$. Используя выражения для модуля скорости и выражение для угла поворота, определяем, что скорость точки при гармоническом колебании (3) зависит от времени по закону

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi_0). \quad (7)$$

Величина $\omega A = v_0$ равна максимальной скорости движения точки при гармонических колебаниях. Отметим также, что при гармонических колебаниях скорость точки также изменяется по гармоническому закону. Аналогичным образом найдем ускорение точки, совершающей гармонические колебания. Так при равномерном движении по окружности ускорение точки является центростремительным, то есть вектор ускорения a направлен к центру окружности, а его модуль равен $a = \omega^2 A$. Из рис. 589 следует, про

екция вектора ускорения на выбранную ось Ox равна $a_x = -a \cos \phi$. Следовательно, зависимость ускорения от времени при гармонических колебаниях

имеет вид

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (8)$$

Полученные функции зависимости скорости и ускорения точки от времени можно получить непосредственно из закона движения (3). Действительно, мгновенная скорость является первой производной координаты по времени, поэтому функция (7) является первой производной от функции (3).

$$v(t) = (x(t))' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (7a)$$

Аналогично зависимость ускорения от времени (8) является первой производной от скорости (7) или второй производной координаты (3).

$$a(t) = (v(t))' = (x(t))'' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (8a)$$

На рис. 4 показаны графики зависимостей координаты $x(t)$, скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ точки, совершающей гармонические колебания.

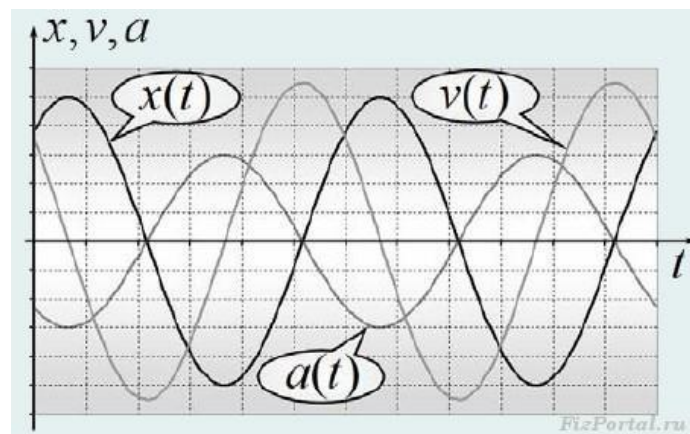


Рисунок 4

Все эти зависимости описываются гармоническими функциями одного периода (одинаковой частоты), сдвинутыми друг относительно друга на четверть периода, (которой соответствует сдвиг фазы на $\pi/2$). Между нулями и экстремумами этих функций существуют очевидные соответствия: координата движущейся точки достигает максимального и минимального значения, когда ее скорость обращается в нуль; модуль скорости максимален, когда точка проходит через нулевую координату; модуль ускорения максимален, когда скорость равна нулю, а отклонение точки максимально. Теперь обратим внимание, на чрезвычайно интересное и важное соотношение между ускорением точки и ее координатой, которое следует из сравнения функций (8) и (3):

$$a = -\omega^2 x. \quad (9)$$

При гармонических колебаниях ускорение точки пропорционально его координате, с отрицательным коэффициентом пропорциональности.

При изучении механического движение мы неоднократно подчеркивали, что известная зависимость ускорения тела $\mathbf{a}(\mathbf{t}, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ от времени, координат, скорости при известных начальных условиях позволяет однозначно найти закон движения – зависимость координат от времени $\mathbf{r}(\mathbf{t})$, то есть решить основную задачу механики. Уравнение (9) является частным случаем этой задачи: ускорение зависит от координаты, причем элементарным образом, оно просто пропорционально ей. Следовательно, если на основании динамических законов нам удастся показать, что в некоторой реальной физической системе выполняется уравнение (9), то мы можем однозначно утверждать, что эта система может совершать гармонические колебания.

Мы получили это важнейшее уравнение исходя из рассмотрения закона движения (3). Теперь мы можем решить обратную задачу: если при движении материальной точки ее ускорение связано с координатой соотношением (9), то зависимость координаты от времени описывается функцией:

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (10)$$

В этом выражении параметры A_0 (амплитуда колебаний) и φ_0 (начальная фаза) могут быть любыми – при любых значениях этих параметров, функция (10) удовлетворяет уравнению (9).

Не смотря на указанный произвол в решении уравнения (9), само уравнение уже немало говорит о возможных движениях системы: во-первых, оно указывает, что движение есть гармоническое колебание, во-вторых, однозначно указывает частоту колебаний. Коэффициент пропорциональности в этом уравнении есть квадрат круговой частоты, взятый с противоположным знаком.

Пусть все силы, действующие на тело постоянны, и по величине, и по направлению. В этом случае из законов динамики следует, что движение тела является равноускоренным, причем величина ускорения также определяется на основании этих же законов. Однако, для однозначного нахождения закона движения требуется задание начальных условий.

Чтобы однозначно определить закон движения при гармонических колебаниях необходимо произвольные параметры A_0 и φ_0 выразить через начальные условия. Итак, пусть заданы начальные условия:

$$\text{при } t = 0 \quad \begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases}. \quad (11)$$

Используя тригонометрическую формулу для косинуса суммы, перепишем выражение (10) в виде

$$\begin{aligned} x(t) &= A_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = A_0 (\cos \varphi_0 \cdot \cos \omega t - \sin \varphi_0 \cdot \sin \omega t) = \\ &= A \cos \omega t + B \sin \omega t \end{aligned} \quad (12)$$

в котором вместо двух произвольных параметров A_0 и φ_0 введены два

новых параметра:

$$\begin{aligned} A &= A_o \cos \varphi_o \\ B &= -A_o \sin \varphi_o \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогичным образом можно преобразовать выражение для скорости частицы (7)

$$\begin{aligned} v &= -\omega A_o \sin(\omega t + \varphi_o) = -\omega A_o (\sin \omega t \cdot \cos \varphi_o + \cos \omega t \cdot \sin \varphi_o) = \\ &= -\omega A \sin \omega t + \omega B \cos \omega t \end{aligned} \quad (14)$$

Подставим в функции (12) и (14) начальные условия (11) получим выражения

$$\begin{aligned} x(0) &= x_o = A \cos 0 + B \sin 0 = A \\ v(0) &= v_o = -\omega A \cos 0 + \omega B \sin 0 = \omega B \end{aligned}$$

из которых следуют искомые формулы для параметров функции (12):

$$A = x_o, \quad B = \frac{v_o}{\omega}.$$

Таким образом, решение уравнения (9) с начальными условиями (11) имеет вид

$$x(t) = x_o \cos \omega t + \frac{v_o}{\omega} \sin \omega t. \quad (15)$$

Не составляет труда представить эту же функцию в виде (10). Так амплитуда колебаний при заданных начальных условиях определяется выражением

$$A_o = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{x_o^2 + \left(\frac{v_o}{\omega}\right)^2}, \quad (16)$$

а начальная фаза удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \varphi_o = \frac{\sin \varphi_o}{\cos \varphi_o} = -\frac{B}{A} = -\frac{v_o}{\omega x_o}. \quad (17)$$

Подчеркнем еще одно важнейшее свойство гармонических колебаний, описываемых уравнением (9) – период и частота этих колебаний не зависят от их амплитуды. Если амплитуда колебаний определяется начальными условиями, то их частота полностью определяется коэффициентом пропорциональности между ускорением и координатой точки. Формально с математической точки уравнение (9) можно рассматривать в общем виде. Пусть некоторая функция удовлетворяет условию, что ее вторая производная пропорциональна самой функции (с отрицательным коэффициентом пропорциональности)

$$X'' = -\omega^2 X, \quad (10)$$

тогда эта функция изменяется по гармоническому закону

$$X(t) = A \cos(\omega t + \varphi_o),$$

в котором параметры **A** и **φ_o** находят из начальных условий, а круговая частота определяется самим уравнением.

Практические задания:

Задание 1. Математический маятник (см. рис.) совершает колебания с амплитудой 3 см. Определите смещение маятника за время, равное $T/2$ и T . Начальная фаза колебаний равна π рад.

Задание 2. Груз на пружине (см. рис.) совершает колебания с амплитудой 4 см. Определите смещение груза за время, равное $T/2$ и T . Начальная фаза колебаний равна нулю.

Задание 3. На вращающемся диске укреплен шарик. Какое движение совершает тень шарика на вертикальном экране? Определите смещение тени шарика за время, равное $T/2$ и T , если расстояние от центра шарика до оси вращения равно 10 см. Начальная фаза колебания тени шарика равна π рад.

Задание 4. Математический маятник за $T/2$ смещается на 20 см. С какой амплитудой колеблется маятник? Начальная фаза колебаний равна π . \Задание 5. Груз на пружине за $T/2$ смещается на 6 см. С какой амплитудой колеблется груз? Начальная фаза колебаний равна π рад. Какой из двух маятников, изображенных на рисунке, колеблется с большей частотой?

Задание 6. По какой траектории будет двигаться шарик, если пережечь нить в момент прохождения маятником положения равновесия? Что можно сказать о периоде колебаний маятников, изображенных на рисунке ($m_2 > m_1$)?

Задание 7. Первый маятник Фуко (1891, Париж) имел период колебаний 16 с. Определите длину маятника. Примите $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Задание 8. Два маятника, длины которых отличаются на 22 см, совершают в одном и том же месте Земли за некоторое время один 30 колебаний, другой 36 колебаний. Найдите длины маятников.

Задание 9. Груз массой 200 г совершает колебания на пружине с жесткостью 500 Н/м. Найдите частоту колебаний и наибольшую скорость движения груза, если амплитуда колебаний 8 см.

Задание 10. Определите ускорение свободного падения на Луне, если маятниковые часы идут на ее поверхности в 2,46 раза медленнее, чем на Земле.

Задание 11. Пружина под действием груза удлинилась на 1 см. Определите, с каким периодом начнет совершать колебания этот груз на пружине, если его вывести из положения равновесия.

Задание 12. Груз висит на пружине и колеблется с периодом 0,5 с. На сколько укоротится пружина, если снять с нее груз?

Задание 13. Пружина под действием прикрепленного к ней груза массой 5 кг, совершает 45 колебаний в минуту. Найдите коэффициент жесткости пружины.

РАЗДЕЛ 3. Молекулярная физика

Лабораторная работа № 7. Теплоемкость. (Первое начало термодинамики)

Цель работы: ознакомиться с законом Максвелла распределения молекул в газах, приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Скорости молекул газа имеют различные значения и специальности, причем из-за огромного числа соударений, которые каждую секунду испытывает молекула, скорость ее постоянно изменяется. Поэтому нельзя определить число молекул, которые обладают точно заданной скоростью v в данный момент времени, но можно подсчитать число молекул, скорости которых имеют значение, лежащее между некоторыми скоростями v_1 и v_2 . На основании теории вероятности Максвелл установил закономерность, по которой можно определить число молекул газа, скорости которых при данной температуре заключены в некотором интервале скоростей.

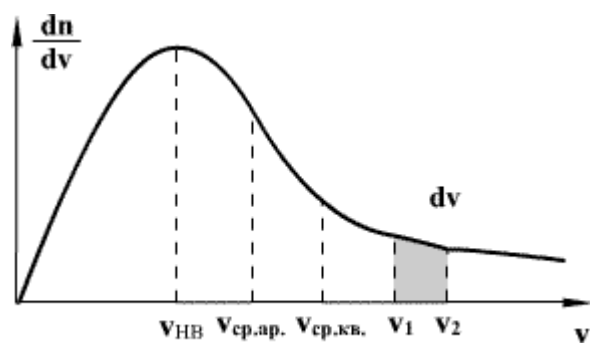


рис. 11.1

Распределение Максвелла достигает максимума при скорости $v_{не} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$, т.е. такой скорости, к которой близки скорости большинства молекул. Площадь заштрихованной полоски с основанием dV покажет, какая часть от общего числа молекул имеет скорости, лежащие в данном интервале. Конкретный вид функции распределения Максвелла зависит от рода газа (массы молекулы) и температуры. Давление и объем газа на распределение молекул по скоростям не влияет.

Кривая распределения Максвелла позволит найти среднюю арифметическую скорость

$$v_{ср.ар.} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

Таким образом,

$$v_{не} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \quad v_{ср.ар.} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (1)$$

С повышением температуры наиболее вероятная скорость возрастает, поэтому максимум распределения молекул по скоростям сдвигается в сторону больших скоростей, а его абсолютная величина уменьшается. Следовательно, при нагревании газа доля молекул, обладающих малыми скоростями, уменьшается, а доля молекул с большими скоростями увеличивается.

Практические задания

Задание 1. Найти относительное число молекул идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на $\delta = 1\%$ от значения средней квадратичной скорости. Какова вероятность w того, что скорость молекулы газа лежит в указанном интервале?

Задание 2. Найти относительное число молекул идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на $\delta = 3\%$ от значения средней тепло вой скорости.

Задание 3. С помощью распределения Максвелла найти среднее значение величины обратной скорости молекул идеального газа $1/v$ при температуре T , если масса каждой молекулы m_0 . Сравнить полученную величину с величиной, обратной к средней скорости.

Задача 4. Найти отношение числа молекул азота, находящихся при нормальных условиях, модули скорости которых лежат в интервале 1) от 99 м/с до 101 м/с; 2) от 499 м/с до 501 м/с. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 5. Найти относительное число молекул N идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на $\delta = 1\%$ от значения средней квадратичной скорости. Какова вероятность w того, что скорость молекулы газа лежит в указанном интервале?

Задача 6. Какая часть от общего числа молекул идеального газа имеет скорости а) меньше наиболее вероятной; б) больше наиболее вероятной?

Задача 8. Найти относительное число молекул идеального газа, кинетическая энергия которых отличаются от наиболее вероятного значения энергии E_v не более, чем на $\delta = 1\%$.

Задача 7. В сосуде находится $m = 8$ г кислорода при температуре $T = 1600$ К. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какое число молекул N имеет кинетическую энергию поступательного движения, превышающую $E_0 = 2 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Задание 8. Вычислить среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул идеального газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho = 1$ г/л.

Задание 9. Вычислить среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул идеального газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho = 1$ г/л.

Задание 10. Определить температуру водорода, при которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на

$v = 400$ м/с. Найти среднюю арифметическую скорость молекул водорода при этой температуре. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 11. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $v = 50$ м/с? Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 12. При какой температуре газа, состоящего из смеси азота и кислорода, наиболее вероятные скорости молекул азота и кислорода будут отличаться друг от друга на $v = 30$ м/с. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Лабораторная работа № 8. Энтропия (Второе и третье начала термодинамики)

Цель работы: ознакомиться с законами обратимости круговых процессов (цикл Карно), приобрести навыки решения задач по теме.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Тепловым двигателем называется устройство, способное превращать полученное количество теплоты в механическую работу. Механическая работа в тепловых двигателях производится в процессе расширения некоторого вещества, которое называется рабочим телом. В качестве рабочего тела обычно используются газообразные вещества (пары бензина, воздух, водяной пар). Рабочее тело получает (или отдает) тепловую энергию в процессе теплообмена с телами, имеющими большой запас внутренней энергии. Эти тела называются тепловыми резервуарами.

Как следует из первого закона термодинамики, полученное газом количество теплоты Q полностью превращается в работу A при изотермическом процессе, при котором внутренняя энергия остается неизменной ($\Delta U = 0$):

$$A = Q.$$

Но такой однократный акт преобразования теплоты в работу не представляет интереса для техники. Реально существующие тепловые двигатели (паровые машины, двигатели внутреннего сгорания и т. д.) работают циклически. Процесс теплопередачи и преобразования полученного количества теплоты в работу периодически повторяется. Для этого рабочее тело должно совершать круговой процесс или термодинамический цикл, при котором периодически восстанавливается исходное состояние. Круговые процессы изображаются на диаграмме (p, V) газообразного рабочего тела с помощью замкнутых кривых (рис. 1).

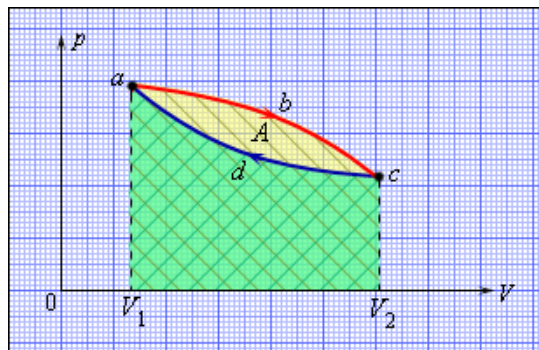


Рисунок 1 – Круговой процесс на диаграмме (p, V). abc – кривая расширения, cda – кривая сжатия. Работа A в круговом процессе равна площади фигуры $abcd$

При расширении газ совершает положительную работу A_1 , равную площади под кривой abc , при сжатии газ совершает отрицательную работу A_2 , равную по модулю площади под кривой cda . Полная работа за цикл $A = A_1 + A_2$ на диаграмме (p, V) равна площади цикла. Работа A положительна, если цикл обходится по часовой стрелке, и A отрицательна, если цикл обходится в противоположном направлении.

Общее свойство всех круговых процессов состоит в том, что их невозможно провести, приводя рабочее тело в тепловой контакт только с одним тепловым резервуаром. Их нужно, по крайней мере, два. Тепловой резервуар с более высокой температурой называют нагревателем, а с более низкой – холодильником. Совершая круговой процесс, рабочее тело получает от нагревателя некоторое количество теплоты $Q_1 > 0$ и отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < 0$. Полное количество теплоты Q , полученное рабочим телом за цикл, равно

$$Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|.$$

При обходе цикла рабочее тело возвращается в первоначальное состояние, следовательно, изменение его внутренней энергии равно нулю ($\Delta U = 0$). Согласно первому закону термодинамики,

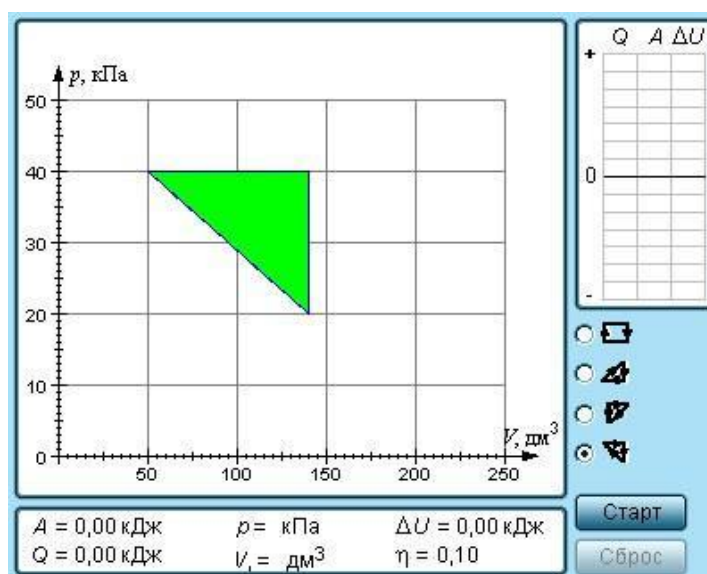
$$\Delta U = Q - A = 0.$$

Отсюда следует:

$$A = Q = Q_1 - |Q_2|.$$

Работа A , совершаемая рабочим телом за цикл, равна полученному за цикл количеству теплоты Q . Отношение работы A к количеству теплоты Q_1 , полученному рабочим телом за цикл от нагревателя, называется коэффициентом полезного действия η тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$



Модель. Термодинамические циклы

Коэффициент полезного действия указывает, какая часть тепловой энергии, полученной рабочим телом от «горячего» теплового резервуара,

превратилась в полезную работу. Остальная часть $(1 - \eta)$ была «бесполезно» передана холодильнику. Коэффициент полезного действия тепловой машины всегда меньше единицы ($\eta < 1$). Энергетическая схема тепловой машины изображена на рис. 2.

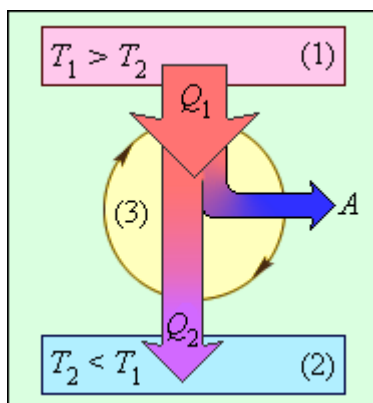


Рисунок 2 -
Энергетическая схема тепловой машины: 1 –
нагреватель; 2 – холодильник; 3 – рабочее
тело, совершающее круговой процесс.
 $Q_1 > 0$, $A > 0$, $Q_2 < 0$; $T_1 > T_2$

В двигателях, применяемых в технике, используются различные круговые процессы. На рис. 3.11.3 изображены циклы, используемые в бензиновом карбюраторном и в дизельном двигателях. В обоих случаях рабочим телом является смесь паров бензина или дизельного топлива с воздухом. Цикл карбюраторного двигателя внутреннего сгорания состоит из двух изохор (1–2, 3–4) и двух адиабат (2–3, 4–1). Дизельный двигатель внутреннего сгорания работает по циклу, состоящему из двух адиабат (1–2, 3–4), одной изобары (2–3) и одной изохоры (4–1). Реальный коэффициент полезного действия у карбюраторного двигателя порядка 30 %, у дизельного двигателя – порядка 40 %.

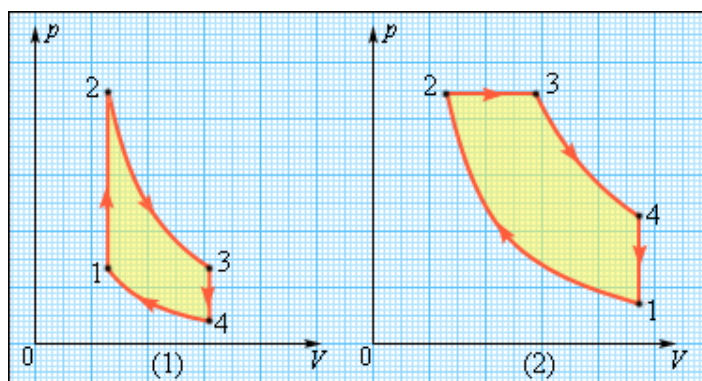


Рисунок 3 – Циклы карбюраторного двигателя внут-
реннего сгорания (1) и дизельного двигателя (2)

В 1824 году французский инженер С. Карно рассмотрел круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, который сыграл важную роль в развитии учения о тепловых процессах. Он называется циклом Карно (рис. 4).

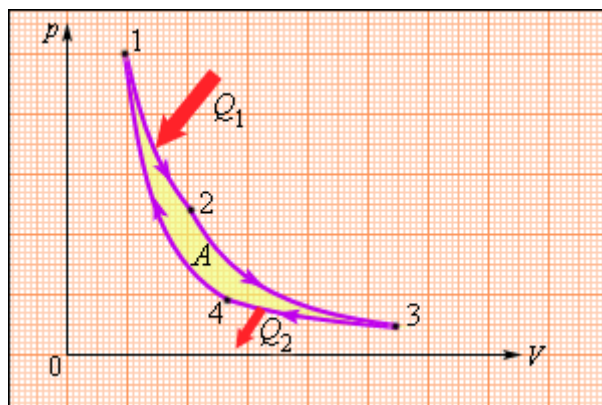


Рисунок 4 – Цикл Карно

Цикл Карно совершает газ, находящийся в цилиндре под поршнем. На изотермическом участке (1–2) газ приводится в тепловой контакт с горячим тепловым резервуаром (нагревателем), имеющим температуру T_1 . Газ изотермически расширяется, совершая работу A_{12} , при этом к газу подводится некоторое количество теплоты $Q_1 = A_{12}$. Далее на адиабатическом участке (2–3) газ помещается в адиабатическую оболочку и продолжает расширяться в отсутствие теплообмена. На этом участке газ совершает работу $A_{23} > 0$. Температура газа при адиабатическом расширении падает до значения T_2 . На следующем изотермическом участке (3–4) газ приводится в тепловой контакт с холодным тепловым резервуаром (холодильником) при температуре $T_2 < T_1$. Происходит процесс изотермического сжатия. Газ совершает работу $A_{34} < 0$ и отдает тепло $Q_2 < 0$, равное произведенной работе A_{34} . Внутренняя энергия газа не изменяется. Наконец, на последнем участке адиабатического сжатия газ вновь помещается в адиабатическую оболочку. При сжатии температура газа повышается до значения T_1 , газ совершает работу $A_{41} < 0$. Полная работа A , совершаемая газом за цикл, равна сумме работ на отдельных участках:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}.$$

На диаграмме (p , V) эта работа равна площади цикла.

Процессы на всех участках цикла Карно предполагаются квазистатическими. В частности, оба изотермических участка (1–2 и 3–4) проводятся при бесконечно малой разности температур между рабочим телом (газом) и тепловым резервуаром (нагревателем или холодильником).

Как следует из первого закона термодинамики, работа газа при адиабатическом расширении (или сжатии) равна убыли ΔU его внутренней энергии. Для 1 моля газа

$$A = -\Delta U = -C_V (T_2 - T_1),$$

где T_1 и T_2 – начальная и конечная температуры газа.

Отсюда следует, что работы, совершенные газом на двух адиабатических участках цикла Карно, одинаковы по модулю и

противоположны по знакам $A_{23} = -A_{41}$.

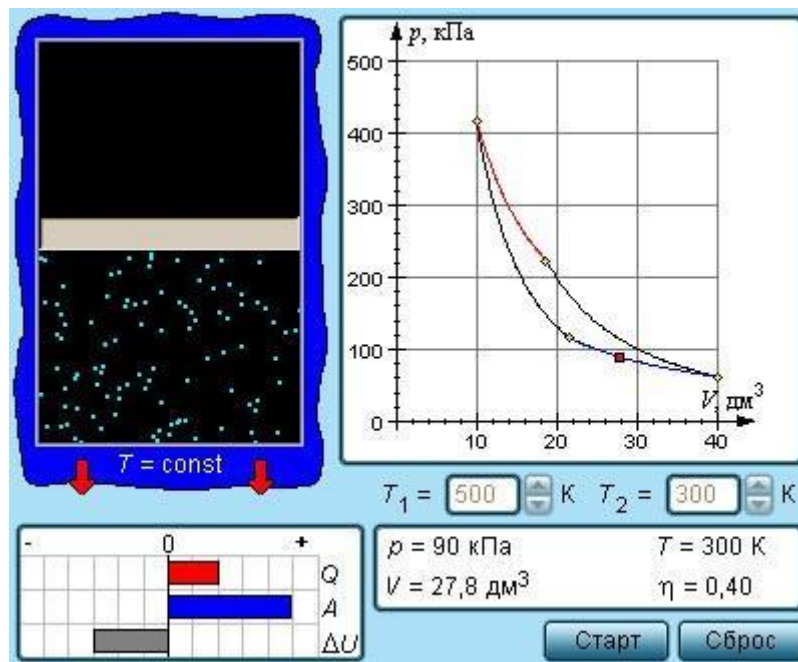
По определению, коэффициент полезного действия η цикла Карно есть

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_{12} + A_{34}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

С.Карно выразил коэффициент полезного действия цикла через температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2 :

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Цикл Карно замечателен тем, что на всех его участках отсутствует соприкосновение тел с различными температурами. Любое состояние рабочего тела (газа) на цикле является квазиравновесным, т.е. бесконечно близким к состоянию теплового равновесия с окружающими телами (тепловыми резервуарами или термостатами). Цикл Карно исключает теплообмен при конечной разности температур рабочего тела и окружающей среды (термостатов), когда тепло может передаваться без совершения работы. Поэтому цикл Карно – наиболее эффективный круговой процесс из всех возможных при заданных температурах нагревателя и холодильника: $\eta_{\text{Карно}} = \eta_{\text{max}}$.



Модель. Цикл Карно

Любой участок цикла Карно и весь цикл в целом может быть пройден в обоих направлениях. Обход цикла по часовой стрелке соответствует тепловому двигателю, когда полученное рабочим телом тепло частично превращается в полезную работу. Обход против часовой стрелки соответствует холодильной машине, когда некоторое количество теплоты

отбирается от холодного резервуара и передается горячему резервуару за внешней работы. Поэтому идеальное устройство, работающее по циклу Карно, называют обратной тепловой машиной.

В реальных холодильных машинах используются различные циклические процессы. Все холодильные циклы на диаграмме (p, V) обходятся против часовой стрелки. Энергетическая схема холодильной машины представлена на рис.5.

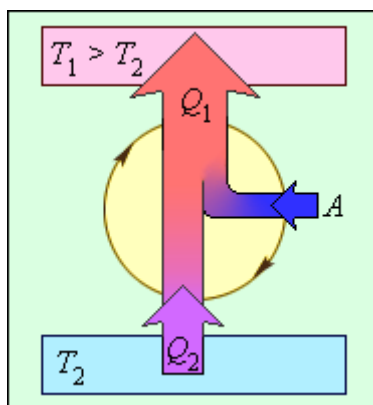


Рисунок 5 – Энергетическая схема холодильной машины. $Q_1 < 0$, $A < 0$, $Q_2 > 0$, $T_1 > T_2$

Устройство, работающее по холодильному циклу, может иметь двойное предназначение. Если полезным эффектом является отбор некоторого количества тепла $|Q_2|$ от охлаждаемых тел (например, от продуктов в камере холодильника), то такое устройство является обычным холодильником. Эффективность работы холодильника можно охарактеризовать отношением

$$\beta_x = \frac{|Q_2|}{|A|},$$

т.е. эффективность работы холодильника – это количество тепла, отбираемого от охлаждаемых тел на 1 джоуль затраченной работы. При таком определении β_x может быть и больше, и меньше единицы. Для обращенного цикла Карно

$$\beta_x = \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Если полезным эффектом является передача некоторого количества тепла $|Q_1|$ нагреваемым телам (например, воздуху в помещении), то такое устройство называется тепловым насосом. Эффективность β_T теплового насоса может быть определена как отношение

$$\beta_T = \frac{|Q_1|}{|A|},$$

т.е. количеством теплоты, передаваемым более теплым телам на 1 джоуль затраченной работы. Из первого закона термодинамики следует:

$$|Q_1| > |A|,$$

следовательно, β_T всегда больше единицы. Для обращенного цикла Карно

$$\beta_T = \frac{1}{\eta} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}.$$

Примеры решения расчетных задач

Задача 1. Рабочее вещество, внутренняя энергия которого U связана с давлением P и объемом V соотношением $U = kPV$, совершает термодинамический цикл, состоящий из изобары, изохоры и адиабаты (рис. 1). Работа, совершаемая веществом во время изобарного процесса, в $m = 5$ раз превышает работу внешних сил по сжатию вещества, совершенную при адиабатическом процессе. К.п.д. цикла $\eta = 1/4$. Определите k .

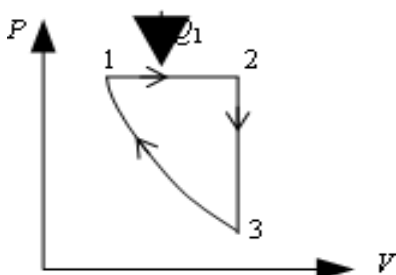


Рис. 1

Решение:

К.п.д. цикла по определению равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \quad (1)$$

Полезная работа, совершенная веществом за цикл

$$A = A_{12} - A_{31} \quad (2)$$

где A_{12} - работа, совершаемая веществом на изобаре $1 \rightarrow 2$, A_{31} - работа, совершенная над рабочим веществом на адиабате $3 \rightarrow 1$ ($A_{31} < 0$).

В данном цикле тепло Q_1 подводится к рабочему веществу только на изобарическом участке цикла. Согласно 1-му началу термодинамики

$$Q_1 = \Delta U_{12} + A_{12} \quad (3)$$

где U_{12} - изменение внутренней энергии рабочего вещества на участке цикла $1 \rightarrow 2$.

Используя заданную в условии задачи связь внутренней энергии рабочего вещества с давлением и объемом на изобаре $1 \rightarrow 2$, можно записать

$$\Delta U_{12} = kP(V_2 - V_1) = kP\Delta V = kA_{12} \quad (4)$$

Тогда

$$Q_1 = (k + 1)A_{12} \quad (5)$$

Учитывая, что, согласно условию задачи, $A_{31} = \frac{A_{12}}{m}$, уравнение (2) можно представить в виде

$$A = A_{12} - \frac{A_{12}}{m} = \frac{(m-1)}{m} A_{12} \quad (6)$$

Подставляя (5) и (6) в (1) и решая относительно k , находим

$$k = \frac{m-1-\eta m}{\eta m} = 2,2$$

Ответ: $k=2,2$.

Задача 2.

Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами T и T_1 ($T_1 > T$) (рис. 2). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна $T_2 = 200$ К ($T_2 < T$). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = \alpha(T - T_2)$, где $\alpha = 1$ кВт/К. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при $T_1 = 800$ К. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических - весьма мала, найдите температуру "холодной" изотермы T , при которой мощность тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

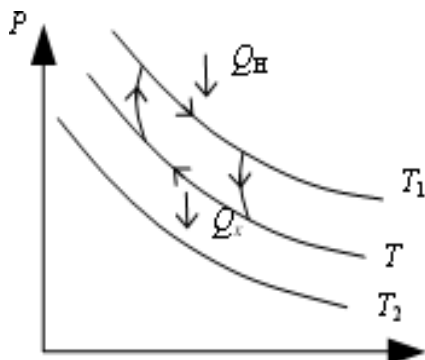


Рис. 2

Решение:

За время холодильник получает количество теплоты

$$Q_x = \alpha(T - T_2)\tau \quad (1)$$

К.п.д. цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1} \quad (2)$$

Полезная работа тепловой машины за цикл равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) \quad (3)$$

Преобразуем (3), выразив Q_H через Q_x , используя (2):

$$A = Q_x \left(1 - \frac{T}{T_1} \right) \frac{T_1}{T} \quad (4)$$

Подставив в (4) Q_x из (1), получаем

$$A = \alpha(T - T_2) \tau \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right) \quad (5)$$

Полное время цикла, за которое совершается эта работа, равно τ , следовательно, мощность равна

$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha \tau (T - T_2) \left(\frac{T_1}{T} - 1 \right)}{2\tau} = \frac{\alpha}{2} \left(T_1 - \frac{T_2 T_1}{T} - T + T_2 \right) \quad (6)$$

$$N = N_{\max} \text{ при } \frac{dN}{dt} = 0 \text{ и } \frac{d^2 N}{dt^2} < 0$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{T_2 T_1}{T^2} - 1 = 0 \quad (7)$$

Из (7) видно, что $N = N_{\max}$ при $T = \sqrt{T_2 T_1} = 400 \text{ К}$.

$$N_{\max} = \frac{\alpha}{2} (T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2} + T_2) = 100 \text{ кВт.}$$

Ответ: наибольшая мощность машины равна 100 кВт.

Задача 3.

В тепловой машине ν молей идеального одноатомного газа совершают замкнутый цикл, состоящий из процессов $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$, в которых давление P газа линейно зависит от занимаемого им объема V , и изохорического процесса $3 \rightarrow 1$ (рис. 3). Величины P_0 и V_0 считаются известными. Найдите:

1. температуру и давление газа в точке 3;
2. работу, совершенную газом за цикл;
3. к.п.д. машины.

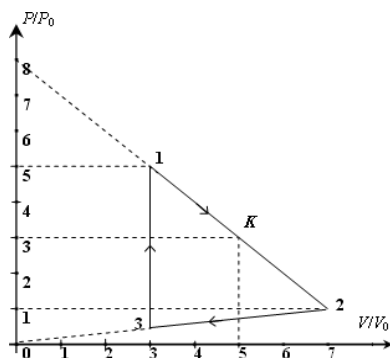


Рис.3

Решение:

Давление, объем и температуру в точках 1, 2 и 3 обозначим через P , V и

T с соответствующими индексами.

Поскольку на участке 2→3 давление линейно, но зависит от занимаемого объема, то можно записать

$$\frac{P_2}{V_2} = \frac{P_3}{V_3} \quad (1)$$

Из рисунка видно, что

$$V_3 = 3V_0, P_2 = P_0, V_2 = 7V_0.$$

Подставляя эти значения в (1), находим P_3

$$P_3 = \frac{P_2 V_3}{V_2} = \frac{3P_0}{7} \quad (2)$$

Из уравнения состояния идеального газа, используя (2), получаем T_3 .

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R} = \frac{9P_0 V_0}{7\nu R} \quad (3)$$

Работа газа за цикл численно равна площади треугольника 123. Эту площадь можно вычислить как сумму площадей двух прямоугольных треугольников

$$A = \frac{1}{2}(P_1 - P_2)(V_2 - V_1) + \frac{1}{2}(P_2 - P_3)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(P_1 - P_3)(V_2 - V_3) = \frac{64P_0 V_0}{7} \quad (4)$$

$$y = \frac{P}{P_0}, \quad x = \frac{V}{V_0}$$

Для вычисления к.п.д. цикла нужно найти количество теплоты, полученное газом.

$$y = \frac{P}{P_0} = 8$$

Количество тепла, полученное газом на участке 3→1, равно

$$Q_{3 \rightarrow 1} = \nu C_V (T_1 - T_3) = \nu \frac{3}{2} R (T_1 - T_3) = \frac{144}{7} P_0 V_0 \quad (5)$$

Покажем, что на участке цикла 1→2 есть точка К с соответствующим объемом V_K таким, что газ при $V < V_K$ получает тепло, а при $V > V_K$ отдает тепло.

Найдем аналитическое выражение процесса, соответствующего участку 1→2. Как видно из рисунка, участку 1→2 соответствует линейная функция

$$y = kx + b \quad (6)$$

Введем обозначения и найдем параметры k и b , воспользовавшись данными, указанными на рисунке.

При $x = 0$, следовательно, $b = 8$;

$y = 0 \Rightarrow 0 = kx + 8$, следовательно, $k = -1$.

Таким образом, (6) представляется в виде

$$\frac{P}{P_0} = -\frac{V}{V_0} + 8 \quad Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + P \Delta V$$

или

$$P = -\frac{P_0}{V_0} V + 8P_0 \quad (7)$$

Подставив P в виде (7) в уравнение состояния идеального газа $PV = \nu RT$, получаем

$$8P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 = \nu RT$$

Из уравнения (8) в приращениях

$$\nu R \Delta T = \left(8P_0 - \frac{2P_0}{V_0} V \right) \Delta V \quad (9)$$

С учетом полученных соотношений (7) и (9) уравнение 1-го закона термодинамики на участке 1→2 можно представить в виде

$$Q = \left(20P_0 - \frac{4P_0}{V_0} V \right) \Delta V \quad (10)$$

Из полученного уравнения видно, что на участке 1→2 $Q_{1K} > 0$ при $V < 5V_0$ и $Q_{K2} < 0$ при $V > 5V_0$, следовательно,

$$V_K = 5V_0, \quad P_K = 3P_0 \quad \text{и} \quad T_K = \frac{P_K V_K}{\nu R} = \frac{15P_0 V_0}{\nu R}.$$

Воспользовавшись этими значениями, найдем количество теплоты, получаемое газом на участке 1→К, предварительно определив T_1 из уравнения состояния идеального газа

$$Q_{1 \rightarrow K} = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1) + \frac{P_1 + P_K}{2} (V_K - V_1) = 8P_0 V_0 \quad (11)$$

Итак, совершая полный цикл, газ получает тепло на участках 3→1 и 1→

>К. Количество полученного на этих участках тепла определяется равенствами (5) и (11).

Работа, совершенная газом за цикл, найдена в (4). Теперь есть все данные для определения к.п.д. цикла.

$$\eta = \frac{A}{Q_{3-1} + Q_{1-2}} = 0,32$$

Ответ: к.п.д. рассмотренного цикла равен 32 %.

Задача 4.

Идеальная холодильная машина имеет в качестве холодильника резервуар с водой при 0°C, а в качестве нагревателя - резервуар с кипящей водой. Какую работу надо совершить, чтобы превратить в лед 1 кг воды? Какое количество воды в нагревателе превратится при этом в пар? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ кДж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2260$ кДж/кг.

Решение:

Холодильная машина работает по такому принципу: за счет внешней механической работы тепло отнимается от более холодного резервуара и передается более горячему резервуару.

Полезный эффект холодильной машины определяется количеством теплоты Q_x , отобранном у охлаждаемого тела, а затраченная энергия - это внешняя работа A , совершенная над рабочим телом. Отношение

$$\varepsilon = \frac{Q_x}{A}$$

обычно называют холодильным коэффициентом.

Если холодильная машина работает по так называемому идеальному циклу - обратному циклу Карно (цикл Карно теперь обходится против часовой стрелки), то

$$\varepsilon = \frac{T_x}{T_H - T_x}$$

Из этой формулы видно, что ε может быть меньше, больше или равен 100 %. Действительно, возможно построить холодильную машину, у которой разность температур нагревателя и холодильника будет больше, меньше или равна температуре холодильника.

Тот факт, что ε может быть больше 100 %, иногда вызывает вопрос - не нарушается ли при этом закон сохранения энергии. На самом деле никакого противоречия с законом сохранения энергии нет. Тепло, отработанное у охлаждаемого тела, и энергия, затраченная на совершение работы извне, вовсе не переходят друг в друга, а отдаются нагревателю (обычно у холодильных машин им является окружающая среда).

Холодильный коэффициент идеальной машины, работающей в заданном по условию задачи температурном интервале, равен

$$\varepsilon = \frac{T_x}{T_H - T_x} = \frac{273 \text{ К}}{100 \text{ К}} = 2,73$$

$$Q_x = \lambda m = 340 \text{ кДж.}$$

При замерзании 1 кг воды выделяется количество теплоты Совершенная при этом работа

$$A = \frac{Q_x}{\varepsilon} \approx 125 \text{ кДж.}$$

Нагреватель получает количество теплоты Q_H

$$Q_H = Q_x + A \approx 465 \text{ кДж.}$$

Следовательно, в пар превратится масса воды

$$m_1 = \frac{Q_H}{r} \approx 0,2 \text{ кг.}$$

Практические задания

Задание 1. Тепловая машина имеет коэффициент полезного действия (к.п.д.) $\eta = 20 \%$. Каким станет ее к.п.д., если количество теплоты, потребляемое за цикл, увеличится на 40 %, а количество теплоты, отдаваемое холодильнику, уменьшится на 20 %?

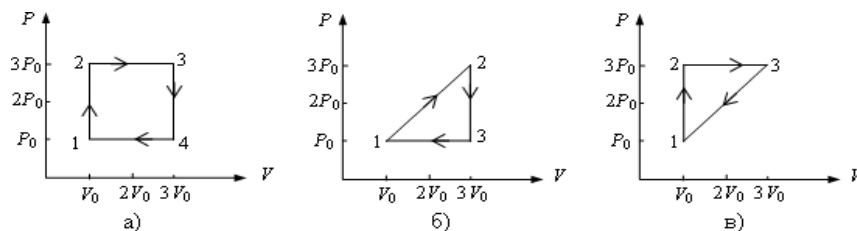


Рис. 4

Задание 2. Рассчитайте к.п.д. циклов, представленных на рис. 4.

Задание 3. На рис. 5 показаны два замкнутых термодинамических цикла, произведенных с идеальным одноатомным газом $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ и $1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 1$. У какого из циклов коэффициент полезного действия выше? Во сколько раз?

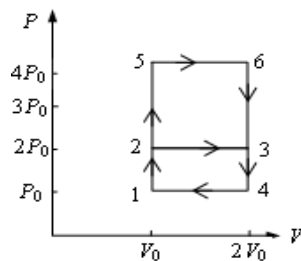


Рис. 5

Задание 4. Найдите к.п.д. цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат (рис. 6). Рабочим веществом является азот. Известно, что в пределах цикла объем газа изменяется в 10 раз, то есть $V_{\max} / V_{\min} = 10$.

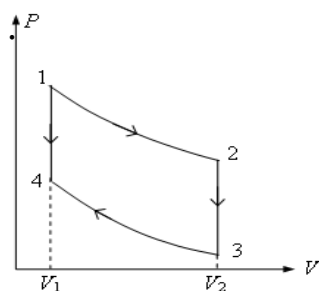


Рис. 6

Задание 5. Определите к.п.д. цикла, показанного на рис. 7. Газ идеальный одноатомный. Участки 2→3 и 4→5 на чертеже представляют собой дуги окружностей с центрами в точках O_1 и O_2 .

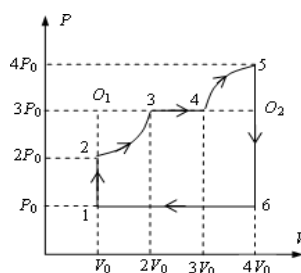


Рис. 7

Лабораторная работа № 9. Элементы геометрической и волновой оптики (Дифракция и интерференция)

Цель работы: научиться рассчитывать изменение работы, энергии и температуры при протекании адиабатических процессов.

Продолжительность занятия: 2 часа

Теоретические основы

Внутренняя энергия макроскопической системы качественно отличается от механической энергии частиц, образующих систему. Это проявляется в существовании двух форм изменения внутренней энергии – работы и теплопередачи (теплообмена). Работа совершается в тех случаях, когда при взаимодействии системы с окружающими телами возникает какое-либо упорядоченное движение. В частности, газ совершает работу только при изменении его объема. В процессе теплопередачи также может происходить изменение внутренней энергии, обусловленное изменением энергии частиц, образующих систему, и не связанное с совершением работы. Изменение внутренней энергии в этом случае измеряется количеством тепла.

Закон сохранения энергии, в котором учитывается особая форма передачи энергии путем теплопередачи, является фундаментальным законом физики и называется первым началом термодинамики: «Количество тепла, полученное системой, расходуется на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами (системами)».

Первое начало сформулировано на основании обобщения опытных фактов и справедливо для всех тепловых процессов. Последнее соотношение является термодинамическим определением внутренней энергии системы.

«Внутренняя энергия системы является функцией ее состояния, определенной с точностью до произвольной постоянной, приращение которой равно разности между количеством тепла, полученным системой, и работой, совершенной системой в ходе теплового процесса».

Изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояний системы. Работа и количество тепла зависят от вида процесса, переводящего систему из начального состояния в конечное, т.е. они не являются функциями состояния системы.

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то $\Delta U=0$ и $A=Q$, т.е. нельзя построить вечный двигатель, который совершал бы большую по величине работу, чем количество сообщенной ему извне энергии.

По форме обмена энергией можно выделить три вида систем:

- 1) изолированные ($\delta Q=0$, $\delta A=0$),
- 2) теплоизолированные (адиабатические) ($\delta Q=0$, $\delta A \neq 0$),
- 3) тепловые резервуары ($\delta A=0$, $\delta Q \neq 0$).

Практические задания

Задание 1. Сосуд емкостью $V=10^{-2} \text{ м}^3$ разделен пополам полунепроницаемой перегородкой. В одну половину сосуда введено 2 г водорода и 4 г гелия. Через перегородку может диффундировать только водород. Во время процесса поддерживается температура 100°C . Считая газы идеальными, определить установившееся давление в обеих частях сосуда.

Задание 2. Полагая температуру воздуха и ускорение свободного падения не зависящими от высоты, определить, на какой высоте h над уровнем моря плотность воздуха меньше своего значения на уровне моря в 2 раза. Температура воздуха $t=0^\circ\text{C}$.

Задание 3. Температура окиси азота NO равна 300 К. Определить долю молекул, скорость которых находится в интервале от $u_1=820 \text{ м/с}$ до $u_2=830 \text{ м/с}$.

Задание 4. В баллоне вместимостью 10 дм^3 находится гелий массой 2 г. Определить среднюю длину свободного пробега молекул гелия.

Задание 5. Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянном объеме c_v и давлении c_p , принимая эти газы за идеальные.

Задание 6. Двухатомному газу сообщено 500 кал тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу расширения газа.

Задание 7. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80 % тепла, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно

$6,3 \cdot 10^6$ Дж . Найти КПД цикла.

Задание 8. Определить изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении кислорода массой $m=10$ г от объема $V_1=25$ л до объема $V_2=100$ л.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по проведению практических занятий по дисциплине «ФИЗИКА»
для студентов специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
специализация «Информационно-аналитическая и техническая экспертиза
компьютерных систем»

**Ставрополь
2025**

СОДЕРЖАНИЕ

Занятие 1. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела.....	55
Занятие 2. Динамика поступательного и вращательного движения твердого тела	75
Занятие 3. Законы сохранения импульса и момента импульса. Энергия. Работа. Мощность.....	89
Занятие 4. Уравнение состояния идеального газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории	100
Занятие 5. Явления переноса. Распределение молекул по энергиям	105
Занятие 6. Первое и второе начала термодинамики	111
Занятие 7. Виды процессов в термодинамике	122
Занятие 8. Закон Кулона. Теорема Остроградского – Гаусса	127
Занятие 9. Закон Био - Савара - Лапласа. Действие магнитного поля на ток и движущийся заряд.....	132
Занятие 10. Электромагнитная индукция. Самоиндукция. Взаимоиндукция.....	137
Занятие 11. Механические колебания	141
Занятие 12. Электромагнитные колебания и волны	145
Занятие 13. Интерференция света.....	150
Занятие 14. Дифракция света	154
Занятие 15. Поляризация света	159
Занятие 16. Тепловое излучение.....	163
Занятие 17. Фотоэффект. Эффект Комптона.....	166
Занятие 18. Элементы квантовой механики и атомной физики	169
Список рекомендуемой литературы.....	172

Занятие 1. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Что является предметом изучения кинематики?
2. Дайте определения понятиям: материальная точка, система отсчета, траектория, путь, перемещение, скорость.
3. Что называется поступательным движением твердого тела? Приведите примеры.
4. Каков физический смысл тангенциального и нормального ускорений материальной точки? Как направлены эти ускорения, и по каким формулам определяются их величины?
5. Какое движение называется равнопеременным? По каким формулам определяются ускорение, скорость и путь равнопеременного прямолинейного движения?
6. Что называется вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси?
7. Дайте определение, расчетные формулы и единицы измерения угловых кинематических параметров?
8. Напишите формулы связи между угловыми и линейными кинематическими параметрами.

Краткие теоретические сведения и основные формулы

Кинематика – раздел механики, который изучает механическое движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обуславливают.

Материальной точкой называется тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называется **поступательным**. При таком движении любая прямая, мысленно проведенная в теле, остается параллельной самой себе.

Система отсчета (СО) – тело отсчета, связанная с ним система координат и прибор для измерения времени (часы).

Траектория – линия, вдоль которой движется тело. Траектория бывает прямолинейной и криволинейной.

Пройденный путь – длина участка траектории.

Перемещение тела ($\vec{S}$) – направленный отрезок прямой, соединяющий начальное и конечное положения тела.

Скорость – векторная физическая величина, характеризующая быстроту и направление движения.

Основная задача кинематики – установление способов задания движения точек или тел и определение соответствующих кинематических

характеристик этих движений (траекторий, скорости и ускорения движущихся точек, угловой скорости и углового ускорения вращающихся тел и др.)

Движение материальной точки в общем случае определяется тремя скалярными уравнениями – кинематическими уравнениями движения:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

При таком задании координат величины средней и мгновенной скорости прохождения пути определяются соответственно по формулам

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}; \quad (1.1)$$

$$v = \frac{dS}{dt}. \quad (1.2)$$

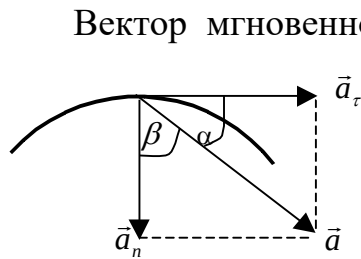


Рис. 1.1

Вектор мгновенной скорости в каждой точке траектории направлен по касательной к ней в сторону движения.

Для нахождения мгновенного ускорения $\vec{a}$ его раскладывают на две составляющих: тангенциальное (или касательное) $\vec{a}_\tau$ и нормальное (или центростремительное) $\vec{a}_n$ (рис. 1.1).

Касательное ускорение характеризует изменение скорости по величине в единицу времени, оно направлено по касательной к траектории (при $a_\tau > 0$ в сторону вектора скорости, при $a_\tau < 0$ в противоположную сторону).

Величина касательного ускорения определяется по формуле

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}. \quad (1.3)$$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению в единицу времени, оно направлено к центру кривизны траектории по радиусу и выражается формулой

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (1.4)$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Величина полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.5)$$

Формулы для определения параметров движения материальной точки при различных видах поступательного движения сведены в табл. 1.1.

Поступательное движение

Равномерное прямолинейное движение	Равнопеременное прямолинейное движение	Свободное падение
$x = x_0 + v_x \cdot t$	$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$	$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{g_y \cdot t^2}{2}$
$S = v \cdot t$	$S = v_0 t \pm \frac{a \cdot t^2}{2}$	$h = v_0 t \pm \frac{g \cdot t^2}{2}$
	$\pm a = \frac{v - v_0}{t}$	$\pm g = \frac{v - v_0}{t}$
	$v = v_0 \pm at$	$v = v_0 \pm gt$
	$S = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a}$	$h = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2g}$
	$S_n = \frac{a}{2}(2n-1)$	$h_n = \frac{g}{2}(2n-1)$
	$\langle v \rangle = v_{cp} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$	

Движение абсолютно твердого тела, при котором его точки описывают концентрические окружности, центры которых лежат на одной прямой, являющейся осью вращения, называется **вращательным движением** вокруг неподвижной оси.

Задача кинематики вращательного движения состоит в том, чтобы уметь определять угол поворота твердого тела в любой момент времени, если известен начальный угол поворота, т.е. угловую скорость:

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \text{ — при равномерном вращательном движении; } \quad (1.6)$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \text{ — при неравномерном вращательном движении, } \quad (1.7)$$

где φ — угол поворота.

Если угловая скорость постоянна, то угол поворота в любой момент времени определяется уравнением

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega t. \quad (1.8)$$

Если начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$, то

$$\varphi = \omega t. \quad (1.9)$$

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad (1.10)$$

где T – период вращения, ν – частота вращения, то есть число полных оборотов в единицу времени.

При неравномерном движении, подобно линейному касательному ускорению, вводится понятие углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.11)$$

Если движение равнопеременное, то

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}, \quad (1.12)$$

то есть угловое ускорение есть изменение угловой скорости в единицу времени.

Между линейными и угловыми кинематическими параметрами движения существует связь

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \quad \varphi = \frac{S}{R}, \quad \text{то} \quad \omega = \frac{dS}{R dt} = \frac{v}{R};$$

$$v = R\omega. \quad (1.13)$$

$$\text{Так как } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}; \quad \omega = \frac{v}{R}, \quad \text{то } \varepsilon = \frac{dv}{R dt};$$

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}; \quad a_\tau = \varepsilon R. \quad (1.14)$$

Центростремительное (нормальное) ускорение

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R; \quad a_n = \omega^2 R. \quad (1.15)$$

Алгоритм решения задач

1. Сделайте краткую запись условия задачи (дано).
2. Переведите величины в стандартную систему единиц (СИ).
3. Сделайте рисунок, если это необходимо.
4. Выберите систему координат, связанную с телом отсчета.
5. Запишите уравнения, связывающие отдельные кинематические характеристики, в проекциях на координатные оси.
6. Запишите дополнительные условия, связывающие кинематические величины.
7. Решите составленную систему уравнений относительно искомой величины.
8. Произведите вычисления. Оцените полученный результат.

Формулы для определения параметров движения материальной точки при различных видах вращательного движения сведены в табл. 1.2.

Т а б л и ц а 1.2

Вращательное движение

Равномерное вращательное движение	Равнопеременное вращательное движение
$\varphi = \omega \cdot t$	$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} = 2\pi N$
$T = \frac{t}{N}$	$\pm \varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
$\nu = \frac{N}{t}$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$
$\nu = \frac{1}{T}$	$\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\pm 2\varepsilon} = 2\pi N$
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	$a_\tau = \varepsilon R$
$\nu = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi\nu R$	$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$
$\nu = \omega R$	
$a_n \equiv a_{uc} = \frac{\nu^2}{R} = \omega^2 R = \omega \cdot R$	

Примеры решения задач

Задача 1. Уравнение движения материальной точки по прямой имеет вид $x = 4 + 2t + t^2 + 0,2t^3$ м. Найти:

- 1) положение точки в момент времени $t_1 = 2$ с, $t_2 = 5$ с;
- 2) среднюю скорость за время, протекающее между этими моментами;
- 3) мгновенные скорости в указанные моменты времени;
- 4) среднее ускорение за указанный промежуток времени;
- 5) мгновенные ускорения в указанные моменты времени.

Дано:

$$x = 4 + 2t + t^2 + 0,2t^3 \text{ м}$$

$$t_1 = 2 \text{ с}$$

$$t_2 = 5 \text{ с}$$

$$x_1 -? \quad x_2 -? \quad v_1 -? \quad v_2 -? \quad \langle v \rangle -?$$

$$\langle a \rangle -? \quad a_1 -? \quad a_2 -?$$

Решение

1) Положение точки определяется значением координаты x в указанные моменты времени. Подставим заданные моменты времени t_1 и t_2 в уравнение движения:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 + 4 + 0,2 \cdot 8) \text{ м} = 13,6 \text{ м};$$

$$x_2 = (4 + 2 \cdot 5 + 5^2 + 0,2 \cdot 5^3) \text{ м} = 64 \text{ м}.$$

2) Значение средней скорости $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, где Δx - изменение расстояния за промежуток времени Δt .

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (64 - 13,6) \text{ м} = 50,4 \text{ м}; \Delta t = t_2 - t_1 = 3 \text{ с};$$

$$\langle v \rangle = \frac{50,4}{3} \text{ м/с} = 16,8 \text{ м/с}.$$

3) Определим зависимость скорости от времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = 2 + 2t + 0,6t^2 \text{ м/с}.$$

Подставив в это выражение заданные значения времени, получим

$$v_1 = (2 + 2 \cdot 2 + 0,6 \cdot 2^2) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 8,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = (2 + 2 \cdot 5 + 0,6 \cdot 5^2) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 27 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4) Среднее ускорение $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, где Δv - изменение скорости за промежуток времени Δt .

$$\langle a \rangle = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{27 - 8,4}{3} \text{ м/с}^2 = 6,2 \text{ м/с}^2.$$

5) Общее выражение мгновенного ускорения имеет вид

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(2 + 2t + 0,6t^2) = 2 + 1,2t \text{ м/с}^2.$$

Подставив численное значение t_1 и t_2 , получим

$$a_1 = (2 + 1,2 \cdot 2) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a_2 = (2 + 1,2 \cdot 5) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $x_1 = 13,6 \text{ м}; x_2 = 64 \text{ м}; v_1 = 8,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v_2 = 27 \frac{\text{м}}{\text{с}},$

$\langle v \rangle = 16,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \langle a \rangle = 6,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; a_1 = 4,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; a_2 = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$

Задача 2. На рис. 1.2 изображен график скорости переменного прямолинейного движения некоторого тела. Начертите графики координаты и ускорения, соответствующие этому графику скорости. Принять $x_0 = 0$.

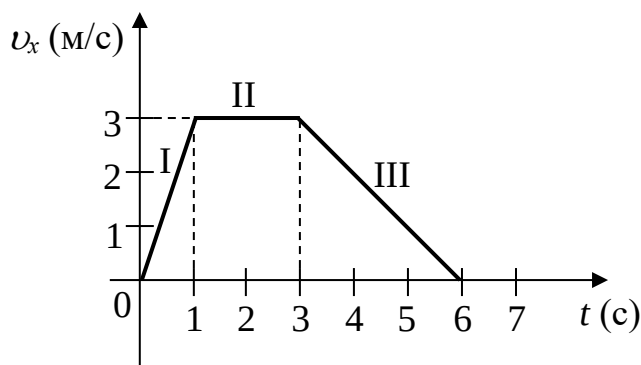


Рис. 1.2

Решение

По определению $a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_x - v_{0x}}{t - t_0}.$

На I участке: $a_{1x} = \frac{3-0}{1-0} = 3 \text{ м/с}^2.$

На II участке скорость тела не изменялась, следовательно, $a_{2x} = 0.$

На III участке: $a_{3x} = \frac{0-3}{6-3} = -1 \text{ м/с}^2.$

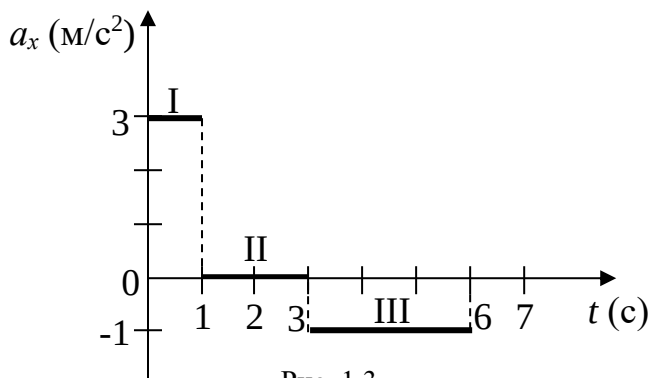


Рис. 1.3

Знак минус указывает на то, что движение тела равнозамедленное.

Построим график ускорений (рис. 1.3).

Уравнение движения при равноускоренном движении имеет вид

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Для I участка:

$$x_1 = 0 + 0 \cdot t + \frac{3t^2}{2} = 1,5t^2; \quad x_1 = 1,5 \cdot 1^2 = 1,5 \text{ м}.$$

Конечная координата на I участке есть начальное на II: $x_1 = x_{02}.$

На II участке тело двигалось равномерно, уравнение движения имеет вид:
 $x_2 = x_{02} + v_{2x} \cdot t$; $x_2 = 2 + 3 \cdot (3 - 1) = 8$ м.

Конечная координата на II участке есть начальное на III: $x_2 = x_{03}$.

Уравнение движения для второго участка $x_3 = 8 + 3t - \frac{t^2}{2}$ ($x_{03} = 8$ м, $v_{03x} = 3$ м/с, $a_{3x} = -1$ м/с²).

Время движения на III участке $t_3 = 3$ с.

Таким образом, $x_3 = 8 + 3 \cdot 3 - \frac{3^2}{2} = 12,5$ м.

Построим график $x = x(t)$ (рис. 1.4).

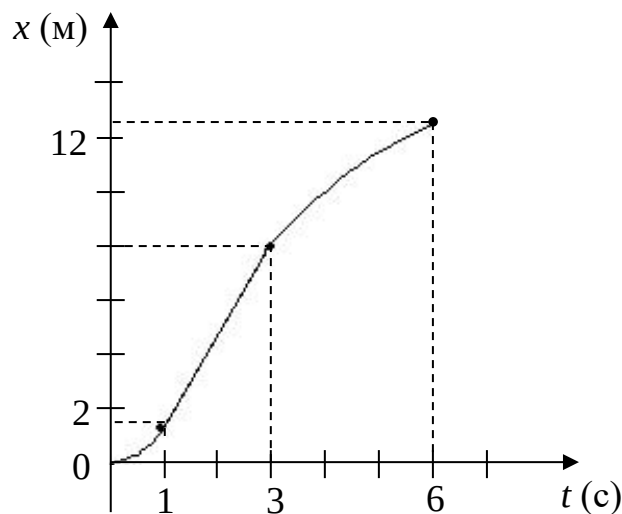


Рис. 1.4

Задача 3. Поезд движется с начальной скоростью $v_0 = 180$ км/ч. Внезапно на пути возникает препятствие, и машинист включает тормозной механизм. С этого момента скорость изменяется по закону $v = v_0 - at^2$. Каков тормозной путь поезда? Через какое время после начала торможения он остановится?

Дано:

$$v_0 = 180 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v = v_0 - at^2$$

$$a = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

S - ? t - ?

Решение

Поезд в условиях задачи можно принять за материальную точку. Движение поезда исследуется формально, без выяснения причин, обуславливающих изменение движения. Известен закон изменения одного из параметров движения – скорости. Нужно определить другие величины, характеризующие движение поезда.

Стоящая задача формулируется следующим образом: скорость материальной точки изменяется по закону $v = v_0 - \alpha t^2$. Определить время движения и путь, который она пройдет до остановки, если при $t = 0$, $x = 0$, $v = v_0$.

Для нахождения закона движения данной материальной точки имеем одно уравнение $v = \frac{dx}{dt}$; $dx = (v_0 - \alpha t^2) dt$.

Интегрируем уравнение с учетом начальных условий:

$$\int_0^x dx = \int_0^t (v_0 - \alpha t^2) dt;$$

$$x = v_0 t - \alpha t^3 / 3.$$

Время движения поезда определяется из условия, что скорость его равна 0 (остановка) $0 = v_0 - \alpha t^2$, отсюда $t = \sqrt{\frac{v_0}{\alpha}}$.

Подставив числовые значения, получаем $t = \sqrt{\frac{50}{1}} \approx 7 \text{ с}$.

Тормозной путь $S = x = 50 \cdot 7 - 1 \cdot 7^3 / 3 \approx 230 \text{ м}$.

Ответ: $t = 7 \text{ с}$, $S = 230 \text{ м}$.

Задача 4. Камень брошен вертикально вверх над колодцем глубиной $h = 10 \text{ м}$ с начальной скоростью $v_0 = 14 \text{ м/с}$. Через сколько времени камень достигнет дна колодца?

Дано:

$h = 10 \text{ м}$	
$v_0 = 14 \text{ м/с}$	
$t_{\text{к}} - ?$	

Решение

В течение всего времени, пока камень движется, его движение совершается по одному и тому же закону. Действительно, ускорение камня равно ускорению свободного падения, если пренебречь сопротивлением воздуха, все время остается неизменным, следовательно, движение камня является равнопеременным движением с отличной от нуля начальной скоростью. Закон движения не меняется в тот момент, когда скорость изменяет свое направление на противоположное первоначальному.

Движение камня проходит по закону

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}, \quad (1.16)$$

его скорость

$$v_y = \frac{dy}{dt} = v_{0y} + a_y t. \quad (1.17)$$

Знаки начальной скорости и ускорения и численное значение определяются выбором положительного направления оси и начала отсчета.

Рассмотрим эту задачу в трех случаях.

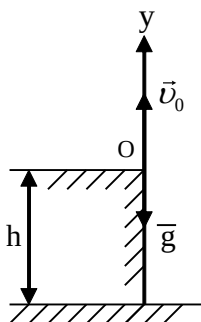
1) Ось ОУ направлена вверх, начало отсчета помещается на уровне земли (рис. 1.5) Тогда при $t = 0, y_0 = 0, v_{0y} = v_0, a_y = -g$.

Уравнения (1.16) и (1.17) примут вид

$$\begin{cases} y = v_0 t - \frac{g t^2}{2}; \\ v = v_0 - g t, \end{cases}$$

при $t = \tau, y = -h$

$$\begin{cases} -h = v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}; \\ \tau = v_0 - g \tau. \end{cases}$$



2) Ось ОУ направлена вниз, начало отсчета на уровне земли (рис. 1.5). Тогда при $t = 0, y_0 = 0, v_{0y} = -v_0, a_y = g$.

Уравнения имеют

$$\begin{cases} y = -v_0 t + \frac{g t^2}{2}; \\ v = -v_0 + g t, \end{cases}$$

при $t = \tau, y = +h$

$$\begin{cases} h = -v_0 \tau + \frac{g \tau^2}{2}; \\ v = -v_0 + g \tau. \end{cases}$$

3) Ось ОУ направлена вверх, начало отсчета на уровне дна колодца (рис. 1.6). Тогда при $t = 0, y_0 = h, v_{0y} = v_0, a = -g$.

Уравнение движения имеет вид

$$\begin{cases} y = h + v_0 t - \frac{g t^2}{2}; \\ v = v_0 - g t, \end{cases}$$

при $t = \tau, y = 0$, тогда

$$\begin{cases} 0 = h + v_0 \tau - \frac{g \tau^2}{2}; \\ v = v_0 - g \tau \end{cases}$$

Все три варианта дают одинаковые уравнения движения при $t = \tau$

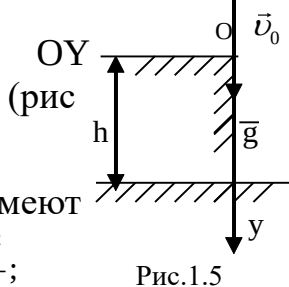


Рис.1.5

направлена вниз, начало отсчета на уровне земли (рис. 1.5). Тогда при $t = 0, y_0 = 0, v_{0y} = -v_0$,

вид

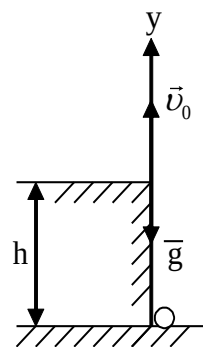


Рис. 1.6

$$\begin{cases} h = -v_{нач}\tau + \frac{g\tau^2}{2}; \\ v = v_{нач} - g\tau. \end{cases}$$

Для определения τ_2 решим квадратное уравнение

$$\frac{g\tau^2}{2} - v_0\tau - h = 0,$$

$$\tau_{1,2} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}.$$

Корень $\tau_2 = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} < 0$, его не учитываем, так как он не имеет физического смысла.

$$\tau = \frac{14 + \sqrt{14^2 + 2 \cdot 9,8 \cdot 10}}{9,8} \approx 3,4 \text{ с.}$$

а) Можно найти максимальную высоту подъема камня, исходя из того, что дискриминант $v_0^2 + 2gh \geq 0$.

Тогда $h \leq \frac{v_0^2}{2g}$, а максимальное значение

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{14^2}{2 \cdot 9,8} = 10 \text{ м};$$

б) Найти время, по истечении которого камень находится в любой промежуточной точке своего пути.

При $H > h \geq 0$, $t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$ имеет два значения, так как в каждой точке

камень бывает дважды за время движения.

Задача 5. Найти максимальную высоту подъема и дальность полета снаряда, выпущенного со скоростью 200 м/с под углом 45° к горизонту. Через какое время (t_1) снаряд окажется на высоте 40 м?

Дано:
 $v_0 = 200 \text{ м/с}$
 $\alpha = 45^\circ$
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$
 $h = 40 \text{ м}$
 $H_m - ?$ $S_m - ?$
 $t_1 - ?$

Решение

Выполним чертеж (рис. 1.7).

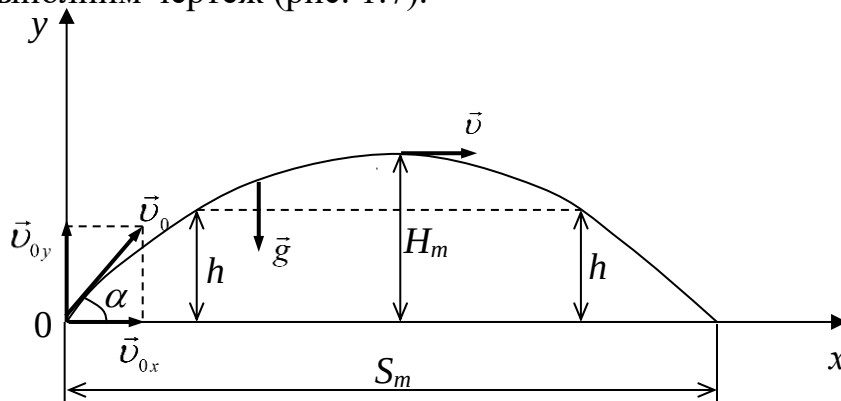


Рис. 1.7

Снаряд участвует в двух движениях: равномерном движении вдоль оси ox со скоростью $v_x = v_{ox} = v_0 \cos \alpha$ и равнопеременном вдоль оси oy с начальной скоростью $v_{oy} = v_0 \sin \alpha$.

Уравнения движения снаряда: $x = v_{0x} t$, ($x_0 = 0$, по горизонтали);

$$y = v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}, (y_0 = 0, \text{ по вертикали}).$$

Следовательно,

$$x = v_0 t \cos \alpha;$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2}{2}.$$

Так как $x_m = S$, а $y_m = H_m$,

$$S_m = v_0 t \cos \alpha, \quad (1.18)$$

где t – время движения снаряда до падения;

$$H_m = v_0 t_\epsilon \sin \alpha - \frac{g t_\epsilon^2}{2}, \quad (1.19)$$

где t_ϵ – время взлета снаряда.

Найдем время взлета снаряда.

Очевидно, что время взлета равно времени падения, т.е. $t_\epsilon = t_n = \frac{t}{2}$.

Так как вдоль оси ОУ движение равнопеременное, то $v_y = v_{0y} + g_y t_\epsilon$, в верхней точке траектории проекция скорости на ось ОУ равна нулю, следовательно, $0 = v_0 \sin \alpha - g t_\epsilon$.

Откуда

$$t_\epsilon = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Подставим время взлета во второе равенство:

$$H_m = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g};$$

$$H_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad H_m = \frac{200^2 \sin^2 45^\circ}{2 \cdot 9,8} = 1020 \text{ м}.$$

Определим дальность полета, для этого общее время движения подставим в равенство (1.18):

$$S_m = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

$$S_m = \frac{400^2 \sin 2 \cdot 45^\circ}{9,8} \approx 16327 \text{ м.}$$

Чтобы ответить, когда тело окажется на высоте h , запишем уравнение движения тела вдоль оси ОУ:

$$y = h = v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2};$$

$$h = v_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2}{2}.$$

Решим это уравнение относительно t :

$$g t^2 - 2 v_0 t \sin \alpha + 2 h = 0;$$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 g h}}{g};$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha - \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 g h}}{g};$$

$$t_2 = \frac{v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha - 2 g h}}{g},$$

где t_1 – время взлета тела на высоту h ; t_2 – время, когда тело вновь оказалось на высоте h , уже начав спускаться после прохождения максимальной высоты подъема.

$$t_1 = \frac{200 \sin 45^\circ - \sqrt{(200 \sin 45^\circ)^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 40}}{9,8} = 0,3 \text{ с};$$

$$t_2 = \frac{200 \sin 45^\circ + \sqrt{(200 \sin 45^\circ)^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 40}}{9,8} = 29 \text{ с.}$$

Ответ: $H_m = 1020 \text{ м}$; $S_m = 16327 \text{ м}$; $t_1 = 0,3 \text{ с}$; $t_2 = 29 \text{ с}$.

Задача 6. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = 10 + 20 t - 2 t^2$ рад. Найти: 1) Угловую скорость, угловое ускорение и полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $R = 0,1 \text{ м}$ от оси вращения, для момента времени $t_1 = 4 \text{ с}$ (рис. 1.8). 2) Через сколько времени тело остановится? 3) Сколько оборотов сделает до остановки?

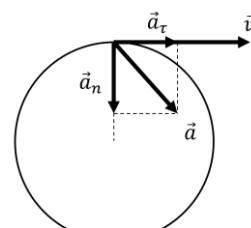
Дано:

$$\varphi = 10 + 20 t - 2 t^2, \text{ рад}$$

$$R = 0,1 \text{ м}$$

$$t_1 = 4 \text{ с}$$

$$\omega = 0$$



Решение

Угловую скорость ω найдем, взяв первую производную от углового пути φ по времени $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. В момент времени $t_1 = 4 \text{ с}$, $\omega_1 = 20 - 4 \cdot 4 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Угловое ускорение ε найдем, взяв первую производную от угловой скорости ω по времени $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Угловая скорость и угловое ускорение направлены вдоль оси вращения в разные стороны, так как движение равнозамедленное. Полное ускорение точки, движущейся по окружности, равно векторной сумме тангенциального (касательного) ускорения a_τ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n , направленного к центру окружности $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$. Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то модуль полного ускорения $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$. Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами: $a_\tau = \varepsilon R$, $a_n = \omega^2 R$, тогда

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Подставляя значения R , ε , ω , получим $a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1,65 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

В момент остановки $\omega = 0$, так как $\omega = 20 - 4t \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, то $0 = 20 - 4t$
 $t = \frac{20}{4} = 5 \text{ с}$, то есть через 5 с после начала движения тело остановится.

Определим, сколько оборотов сделало тело до полной остановки. Угловой путь φ равен $\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}$; с другой стороны $\varphi = 2\pi N$, где N – число оборотов.

Приравняв эти выражения, найдем N : $\omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = 2\pi N$; $N = \frac{2\omega_0 t - \varepsilon t^2}{4\pi}$.

Подставляя значения ω_0 , ε , t получим $N = \frac{2 \cdot 20 \cdot 5 - 4 \cdot 5^2}{4 \cdot 3,14} = 8$.

Ответ: $\omega_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\varepsilon = -4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $a = 1,65 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $t = 5 \text{ с}$; $N = 8$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Движение двух материальных точек выражается уравнениями $x_1 = 20 + 2t - 4t^2$ м и $x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2$ м. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

Ответ: $t = 0$; $v_1 = v_2 = 2 \frac{м}{с}$, $a_1 = -8 \frac{м}{с^2}$, $a_2 = 1 \frac{м}{с^2}$.

Задача 2. Две материальные точки движутся согласно уравнениям $x_1 = 4t + 8t^2 - 16t^3$ м и $x_2 = 2t - 4t^2 + t^3$ м. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости точек в этот момент.

Ответ: $t = 0,235$ с; $v_1 = 5,1 \frac{м}{с}$, $v_2 = 0,286 \frac{м}{с}$.

Задача 3. Движение материальной точки задано уравнением $x = 4t - 0,05t^2$ м. Определить момент времени, в который скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение точки в этот момент. Построить графики координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.

Ответ: $t = 40$ с; $x = 80$ м; $a = -0,1 \frac{м}{с^2}$.

Задача 4. Определить скорость и ускорение точки, движущейся по прямой, к концу пятой секунды, если уравнение движения имеет вид $x = 5t^3 + 2t^2 + 8t$, где x – в метрах, t – в секундах.

Ответ: $v = 403 \frac{м}{с}$, $a = 154 \frac{м}{с^2}$.

Задача 5. Скорость частицы, движущейся по прямой, изменяется по закону $v = 15t^2 + 4t + 8 \frac{м}{с}$. Определить путь s , который пройдёт частица за время $t = 2$ с.

Ответ: $s = 64$ м.

Задача 6*.. Движение точки по прямой задано уравнением $x = 2t - \frac{t^2}{2}$ м. Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

Ответ: $v_{cp} = 0,5 \frac{м}{с}$.

Задача 7. Машинист пассажирского поезда, который шёл со скоростью $30 \frac{км}{ч}$, увидел впереди товарный поезд, идущий на 180 м впереди с постоянной скоростью $9 \frac{м}{с}$. Машинист сразу затормозил, причём тормоза вызвали

ускорение пассажирского поезда, равное $-1,2 \frac{м}{с^2}$. Произойдёт ли крушение?

Реакция машиниста мгновенна.

Ответ: Крушение произойдёт, столкнутся через 15 с.

Задача 8. Поезд тронулся с места и на некотором участке пути двигался равноускоренно с ускорением $0,2 \frac{м}{с^2}$. Определить его скорость в конце второй минуты и путь, пройденный им за это время. Начертить графики координаты, пути и скорости.

Ответ: $v = 24 \frac{м}{с}$; $s = 1440$ м.

Задача 9. Самолёт садится на посадочную дорожку длиной 360 м. Какова скорость в момент приземления, если, двигаясь с постоянным отрицательным ускорением, самолёт останавливается в конце дорожки через 30 с после приземления?

Ответ: $v = 24 \frac{м}{с}$.

Задача 10. С какой высоты упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $t = 0,1$ с?

Ответ: $h = 5,51$ м.

Задача 11. Камень падает с высоты $h = 1200$ м. Какой путь пройдёт камень за последнюю секунду своего падения?

Ответ: $s = 150$ м.

Задача 12. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 20 \frac{м}{с}$. а) Через сколько секунд камень будет находиться на высоте $h = 15$ м? б) Какова будет скорость камня на этой высоте? Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять $g = 10 \frac{м}{с^2}$.

Ответ: $t_1 = 1$ с, $v_1 = 10 \frac{м}{с}$ (вверх); $t_2 = 3$ с, $v_2 = -10 \frac{м}{с}$ (при падении).

Задача 13. Вертикально вверх брошен камень с начальной скоростью $v_0 = 20 \frac{м}{с}$. Через 1 с после этого брошен вертикально вверх второй камень с такой же скоростью. На какой высоте h встретятся камни?

Ответ: $h = 19,2$ м.

Задача 14*. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте 8,6 м два раза с интервалом 3 с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

Ответ: $v_0 = 13 \frac{м}{с}$.

Задача 15. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 5 \frac{м}{с}$. Через 2 с мячик упал на землю. Определить высоту h балкона над землёй и скорость мячика в момент удара о землю.

Ответ: $h = 9,6$ м; $v = -15 \frac{м}{с}$.

Задача 16. Тело брошено с балкона вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10 \frac{м}{с}$. Высота балкона над поверхностью Земли $h = 12,5$ м. Написать уравнение движения и определить среднюю скорость v_{cp} с момента бросания до момента падения на Землю.

Ответ: $v_{cp} = 6,4 \frac{м}{с}$.

Задача 17. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через 2 с камень упал на землю на расстоянии 40 м от основания вышки. Определить начальную и конечную скорости камня.

Ответ: $v_0 = 20 \frac{м}{с}$; $v = 28 \frac{м}{с}$.

Задача 18. Тело, брошенное в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 20 \frac{м}{с}$, упало на землю на расстоянии s (от основания башни), вдвое большем, чем высота башни h . Найти высоту башни.

Ответ: $h = 20,4$ м.

Задача 19*. Тело брошено под углом α к горизонту. Найти величину этого угла, если горизонтальная дальность полёта s в 4 раза больше, максимальной высоты подъёма H .

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

Задача 20. Пули пущена с начальной скоростью $v_0 = 200 \frac{м}{с}$ под углом $\varphi = 60^\circ$ к плоскости горизонта. Определить наибольшую высоту подъёма H , дальность полёта s и радиус кривизны R траектории пули в её наивысшей точке. Соппротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $H = 1530$ м; $s = 3535$ м; $R = 1020$ м.

Задача 21*. Два тела движутся по одной прямой с ускорениями $a_1 = 1 \frac{м}{с^2}$, $a_2 = 3 \frac{м}{с^2}$. Некоторую точку A пути второе тело проходит спустя $\tau = 14$ с после первого тела в том же направлении. В точке A скорость первого тела

$u_A = 22 \frac{м}{с}$, скорость второго $u_a = 10 \frac{м}{с}$. Через сколько времени после прохождения первым телом точки A оба тела столкнутся?

Ответ: $t_1 = 51$ с (второе тело догоняет первое).

Задача 22*. Поезд начинает движение из состояния покоя и равномерно увеличивает свою скорость. На первом километре она возросла на $10 \frac{м}{с}$. На сколько она возрастает на втором километре?

Ответ: $v_2 - v_1 = 4,1 \frac{м}{с}$.

Задача 23*. Автомобиль начинает движение из состояния покоя и, двигаясь по прямой, проходит первый километр с ускорением a_1 , а второй – с ускорением a_2 . При этом на первом километре его скорость увеличивается на $10 \frac{м}{с}$, а на втором километре – на $5 \frac{м}{с}$. Какое ускорение больше: a_1 или a_2 ?

Ответ: $a_1 = 0,05 \frac{м}{с^2}$; $a_2 = 0,0625 \frac{м}{с^2}$.

Задача 24*. Камень брошен вертикально вверх. Какой должна быть его начальная скорость, чтобы подъём на высоту 29,4 м занял 6 с? Как изменится это число, если сократить время подъёма до 3 с? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: 1) $v_0 = 34,3 \frac{м}{с}$; 2) $v_0 = 24,5$ м.

Задача 25*. Ускорение материальной точки изменяется по закону $a = 3t^2$. Найти, на каком расстоянии от начала координат она будет находиться в момент времени $t = 1$ с, если $v_0 = 0$, $x_0 = 0$.

Ответ: $x = 0,25$ м.

Задача 26*. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 м от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на 1 м меньше высоты, с которой брошен мяч. 1) С какой скоростью был брошен мяч? 2) Под каким углом мяч подлетает к поверхности стенки? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: 1) $v_0 = 11,1 \frac{м}{с}$; 2) $\varphi = 68^{\circ}12'$.

Задача 27*. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15 \frac{м}{с}$. Найти нормальное и тангенциальное ускорение камня через 1 с после начала движения.

Ответ: $a_\tau = 5,4 \frac{м}{с^2}$; $a_n = 8,2 \frac{м}{с^2}$.

Задача 28. Камень, брошенный со скоростью $v_0 = 12 \frac{м}{с}$ под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, упал на Землю на расстоянии s от места бросания. С какой высоты h надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы он упал на то же место при той же начальной скорости v_0 ?

Ответ: $h = 7,4$ м.

Задача 29*. Под каким углом к горизонту нужно установить ствол орудия, чтобы поразить цель, находящуюся на расстоянии 10 км, если начальная скорость снаряда $v_0 = 500 \frac{м}{с}$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\alpha = 11,5^\circ$ или $78,5^\circ$.

Задача 30*. На высоте $h = 5000$ м летит прямолинейно самолёт с постоянной скоростью $v = 100 \frac{м}{с}$. В момент, когда самолёт находится над зенитной батареей, производится выстрел. Начальная скорость снаряда $v_0 = 500 \frac{м}{с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) Под каким углом к горизонту нужно установить ствол орудия, чтобы снаряд попал в самолёт (произошло пересечение траекторий)? б) На какую продолжительность полёта нужно поставить взрыватель, чтобы снаряд разорвался в момент встречи? в) На каком расстоянии от места встречи отстоит батарея?

Ответ: а) $\alpha = 78,5^\circ$; б) $t = 11,5$ с; в) $s = 1150$ м.

Задача 31. С вершины горы под углом $\alpha = 36^\circ$ к горизонту бросает камень с начальной скоростью $v_0 = 5 \frac{м}{с}$. Угол наклона горы к горизонту также составляет 36° . На каком расстоянии l от точки бросания упадёт камень?

Ответ: $l = 6,02$ м.

Задача 32. Скорость частицы, движущейся по прямой, изменяется по закону $v = 3 t^2 + 2 t \frac{м}{с}$. Определить путь, который частица пройдёт за 1 с.

Ответ: $s = 4$ м.

Задача 33*. На листе бумаги начерчен прямой угол. Линейка, оставаясь всё время перпендикулярной биссектрисе этого угла, движется по бумаге со скоростью $10 \frac{см}{с}$. Концы линейки пересекают стороны начерченного угла. С какой скоростью движутся по сторонам угла точки их пересечения с линейкой.

Ответ: $v_1 = v_2 = 14,1 \frac{см}{с}$.

Задача 34. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20 \frac{рад}{с}$ через $N = 10$ об после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

Ответ: $\varepsilon = 3,2 \frac{\text{pad}}{c^2}$.

Занятие 2. Динамика поступательного и вращательного движения твердого тела

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. В чём заключается основная задача динамики?
2. Дайте определение силы и поясните основные признаки и свойства силы.
3. Что понимается под массой?
4. Сформулируйте и объясните законы Ньютона. Запишите основное уравнение динамики.
5. Что называется инерциальными системами отсчёта?
6. Что называется импульсом тела? Импульсом силы? Их единицы измерения?
7. Что называется замкнутой (изолированной) системой тел?
8. Что называется моментом инерции материальной точки относительно оси вращения?
9. Дайте физическое толкование момента инерции тела. От чего он зависит? Единица измерения.
10. Что называется моментом силы относительно оси вращения? Как определить направление момента силы?
11. Запишите и сформулируйте основное уравнение динамики вращательного движения.
12. Определите направление углового ускорения в следующих примерах (рис. 2.1, 2.2, 2.3):

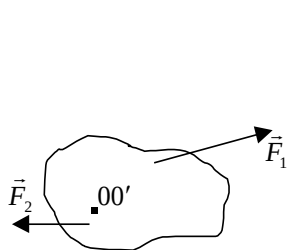


Рис. 2.1

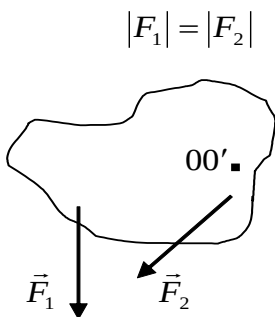


Рис. 2.2

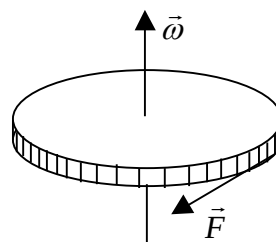


Рис. 2.3

Краткие теоретические сведения и основные формулы

Динамика — раздел механики, изучающий движение тел под действием приложенных к ним сил.

Основная задача динамики сводится к нахождению функциональной зависимости: пройденного пути как функции от времени и приложенной силы:

$$S = f(t, F).$$

Сила F – это векторная физическая величина, которая является мерой механического взаимодействия материальных объектов.

В основе динамики лежат законы Ньютона.

I закон Ньютона: всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения при отсутствии сил называется *инерцией*. Поэтому первый закон Ньютона называется *законом инерции*. Состояние покоя или равномерного прямолинейного движения обусловлено тем, что действующие на тело силы компенсируют друг друга, т.е. равнодействующая сила равна нулю $\left(\sum_{i=1}^n F_i = 0 \right)$.

Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета. Системы по отношению к которым он выполняется называются *инерциальными системами отсчета*.

Инерциальной системой отсчета является такая, которая либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно относительно какой-либо другой инерциальной системы отсчета.

II закон Ньютона решает основную задачу динамики, а его математическая запись является уравнением движения, позволяющим по известным силам, действующим на тело, и начальным условиям определить координаты тела в любой момент времени, а следовательно, и кинематические параметры.

II закон Ньютона: ускорение, приобретаемое телом, совпадает по направлению с действующей на него силой и равно отношению этой силы к массе тела:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (2.1)$$

где $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n F_i$ – равнодействующая всех сил, приложенных к телу; определяется по правилу сложения векторов.

Чем больше масса тела, тем большую силу к нему нужно приложить для сообщения определённого ускорения.

Масса – одна из универсальных характеристик материи, определяющая ее инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства, также мера энергосодержания.

Во II законе Ньютона масса выступает как **мера инертности** тел.

II закон Ньютона в классической физике ($m = \text{const}$) может быть записан в виде

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (2.2)$$

Векторное уравнение (2.2) для решения задач записывают в виде трёх уравнений, связывающих проекции ускорения и проекции силы на оси координат:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}; \\ F_y &= m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2}; \\ F_z &= m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Решая эти скалярные уравнения динамики с учётом начальных условий, можно определить координаты движущегося тела x , y , z в любой момент времени, то есть решить основную задачу динамики.

В общем случае при переменной массе II закон Ньютона выражается формулой

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}, \quad (2.4)$$

где $m\vec{v} = \vec{p}$ - **импульс тела** – физическая векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости.

С учетом последнего выражения второй закон Ньютона можно записать в виде

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2.5)$$

Скорость изменения импульса равна действующей силе и имеет одинаковое с ней направление.

Выражение (2.5) можно записать в виде

$$\vec{F}dt = d(\vec{p}). \quad (2.6)$$

Векторная величина, равная произведению силы и времени ее действия называется **импульсом силы** (Fdt , $N \cdot c$). Импульс силы равен изменению импульса тела – **второй закон Ньютона в импульсном виде**.

III закон Ньютона: тела действуют друг на друга с силами, которые численно равны и направлены в противоположные стороны вдоль прямой соединяющей центры этих тел:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.7)$$

Сила возникает как при непосредственном контакте (давление прижатых друг другу тел, трения), так и через посредство создаваемых телами полей (поле тяготения, электромагнитное поле).

Сила трения – сила сопротивления, направленная противоположно относительному перемещению данного тела и приложенная по касательной к соприкасающимся поверхностям:

$$F_{mp} = \mu N, \quad (2.8)$$

где μ – коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей; N – сила нормального давления.

Сила, вызванная деформацией тел и препятствующая изменению объёма или формы тела, называется силой упругости.

При небольших деформациях растяжения или сжатия x сила упругости прямо пропорциональна деформации и направлена в сторону, противоположную ей (закон Гука):

$$F_{упр} = -k x, \quad (2.9)$$

где k – коэффициент упругости, зависит от свойств материала и геометрии деформируемого тела.

Закон Гука может быть записан в виде

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma, \quad (2.10)$$

где $\varepsilon = \frac{x}{l_0} = \frac{|l - l_0|}{l_0}$ – относительная деформация; l_0 – длина тела до деформации (начальная длина); l – длина тела после деформации; $\sigma = \frac{F}{S}$ – напряжение, возникающее в твердом теле, S – площадь сечения, на которую действует сила F ; E – модуль Юнга.

Все тела притягиваются друг к другу. Для материальной точки (или шаров) закон всемирного тяготения имеет вид:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.11)$$

где m_1 и m_2 – массы тел, r – расстояние между материальными точками или

центрами шаров; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ – гравитационная постоянная.

Закон всемирного тяготения для тела находящегося у поверхности Земли

$$F_{тяг} = G \frac{m_m M_3}{R_3^2},$$

Если тело массой m находится над поверхностью Земли на высоте h , то на него действует сила тяготения

$$F = G \frac{mM}{(R + h)^2}, \quad (2.12)$$

где M – масса Земли, $R = 6,37 \cdot 10^6$ м – радиус Земли.

Вес ($\vec{P}$) – это сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения.

Эта сила равна $m\vec{g}$ лишь в том случае если тело и опора (или подвес) неподвижны относительно Земли.

В случае их движения с некоторым ускорением $\vec{a}$ вес $\vec{P}$ не будет равен $m\vec{g}$. Состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести, называется **состоянием невесомости**.

Законы механики Ньютона справедливы и для вращательного движения. Но поскольку вращательное движение тела относительно оси может вызвать не любая сила, а только та, которая не проходит через ось вращения или не параллельна ей, то вводится понятие момента силы.

Моментом силы ($\vec{M}$) относительно оси называется векторное произведение радиуса вектора $\vec{r}$, проведенного из точки 0 в точку приложения силы $\vec{F}$, и силы $\vec{F}$.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}, [H \cdot m], .$$

Момент силы $\vec{M}$ всегда перпендикулярен плоскости, в которой лежат $\vec{F}$ и $\vec{r}$. Направление вектора $\vec{M}$ определяется по правилу векторного произведения или по правилу правой руки: 4 согнутых пальца указывают направление, в котором сила $\vec{F}$ вращает тело, а большой отогнутый направление – момента силы $\vec{M}$.

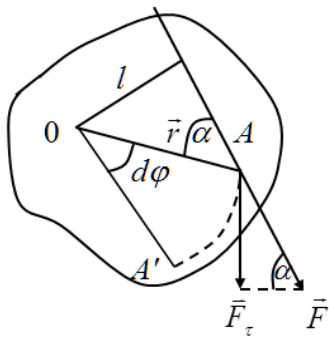


Рис. 2.4

Модуль момента силы (из геометрии) численно равен площади параллелограмма построенного на векторах $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Тогда модуль момента силы $M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$, где $r \cdot \sin \alpha = l$ – плечо силы – длина перпендикуляра, опущенного из точки 0 на линию действия силы $\vec{F}$. $\alpha = (\vec{r} \wedge \vec{F})$. $M = F \cdot l$.

Если на вращающееся тело действует несколько сил, то результирующий, или главный момент всех внешних сил равен векторной сумме

моментов сил, действующих на тело: $\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$.

Основным уравнением динамики вращательного движения является второй закон Ньютона.

Угловое ускорение, полученное вращающимся телом, прямо пропорционально суммарному (главному) моменту сил, действующих на это тело относительно оси вращения, и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно этой же оси вращения:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J},$$

где J – момент инерции тела относительно оси вращения; ε – угловое ускорение.

Момент инерции твёрдого тела равен сумме моментов инерции материальных точек, составляющих это тело:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad \text{кг} \cdot \text{м}^2,$$

где m_i – масса материальной точки; r_i – радиус вращения материальной точки.

Момент инерции тела характеризует инертность тела к изменению им угловой скорости под действием вращающего момента; момент инерции зависит от массы тела и её распределения относительно данной оси вращения.

Моменты инерции некоторых однородных тел вращения относительно заданных осей вращения приведены в табл. 2.1.

Т а б л и ц а 2.1

Тело	Положение оси вращения	J
Полый цилиндр (обруч)	Ось симметрии	$J = mR^2$
Сплошной однородный цилиндр (диск)	Ось симметрии	$J = \frac{1}{2} mR^2$
Сплошной однородный шар	Ось проходит через центр	$J = \frac{2}{5} mR^2$
Сферическая оболочка	Ось проходит через центр	$J = \frac{2}{3} mR^2$
Однородный тонкий стержень	Ось проходит через центр тяжести	$J = \frac{1}{12} ml^2$
Однородный тонкий стержень	Ось проходит через конец	$J = \frac{1}{3} ml^2$

Момент инерции J тела относительно любой оси вращения и момент инерции J_0 тела относительно оси, параллельной данной, и проходящей через центр инерции тела, связаны соотношением (теорема Штейнера)

$$J = J_0 + m d^2,$$

где m – масса тела; d – расстояние между осями.

Поскольку угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$, то

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}(J \vec{\omega}).$$

Произведение $J \vec{\omega} = \vec{L}$ называется моментом импульса тела.

Тогда $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$

Отсюда следует вторая формулировка основного закона динамики вращательного движения: скорость изменения момента импульса со временем равна суммарному моменту сил, действующих на тело.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Тело массой $m = 0,5$ кг движется по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10$ Н, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти ускорение тела. При какой силе F_0 движение будет равномерным? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен $\mu = 0,01$ (рис. 2.12).

Ответ: $a = 17,4 \frac{M}{c^2}$; $F_0 \approx 0,06$ Н.

Задача 2. К одному концу веревки привязан груз массой 10 кг. Веревка перекинута через блок. С какой силой нужно тянуть вниз другой конец веревки, чтобы груз поднимался с ускорением $a = 1 \frac{M}{c^2}$?

Ответ: $F = 108$ Н.

Задача 3. Две гири массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 6,8$ кг висят на концах нити, перекинутой через блок. Первая гиря находится на 2 м ниже второй. Гири пришли в движение без начальной скорости. Через какое время они окажутся на одной высоте?

Ответ: $t = 0,725$ с.

Задача 4. Тело массой m движется вверх по вертикальной стене под действием силы F , направленной под углом α к вертикали. Найти ускорение тела. Коэффициент трения между телом и стеной равен μ (рис. 2.13).

Ответ: $a = \frac{F(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{m} - g.$

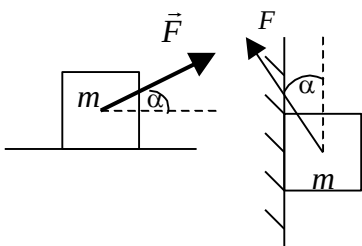


Рис. 2.12

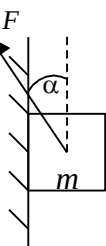


Рис. 2.13

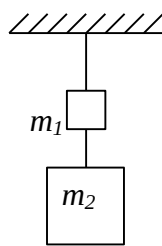


Рис. 2.14

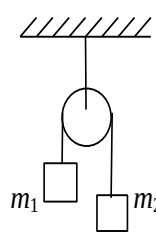


Рис. 2.15

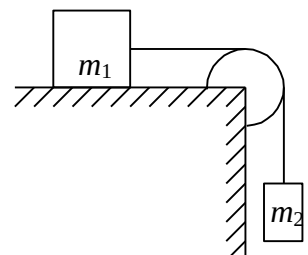


Рис. 2.16

Задача 5. Два тела $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг связаны невесомой и нерастяжимой нитью подвешены на другой нити к потолку движущегося лифта. Найти силу натяжения верхней нити, если сила натяжения нити между телами $T_1 = 9,8$ Н (рис. 2.14).

Ответ: $T_2 = 14,7$ Н.

Задача 6. Два тела связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Масса первого тела $m_1 = 0,1$ кг, масса второго тела $m_2 = 0,2$ кг. Определить ускорение тел и силу натяжения нити (рис. 2.15).

Ответ: $a = 3,3 \frac{M}{c^2}$; $T = 1,3$ Н.

Задача 7. Два тела связаны нитью, перекинутой через блок, укрепленный на краю стола. Тело массой $m_1 = 2$ кг скользит по поверхности стола. Коэффициент трения тела о стол равен $\mu = 0,1$. Второе тело имеет массу $m_2 = 3$ кг и спускается вниз (рис. 2.16). Определить ускорение тел и силу натяжения нити.

Ответ: $a = 5,6 \frac{M}{c^2}$; $T = 13,2$ Н.

Задача 8. Найти ускорение тела, соскальзывающего с наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,3$.

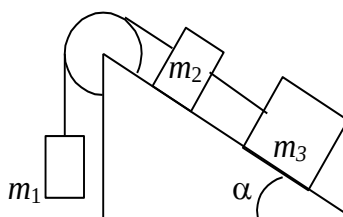
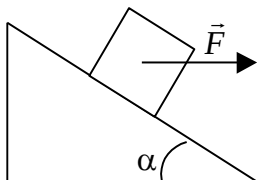
Ответ: $a = 2,4 \frac{M}{c^2}$.

Задача 9. По склону горы, имеющей длину $l = 50$ м и высоту $h = 10$ м, на веревке спускают без начальной скорости санки массой 60 кг. Найти силу натяжения веревки, если санки у основания горы имеют скорость $v = 5 \frac{M}{c}$, а сила трения $F_{тр}$ между санками и поверхностью горы составляет 10 % силы тяжести, действующей на санки.

Ответ: $T = 45$ Н.

Задача 10. На гладкой наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, находится тело массой $m = 50$ кг, на которое действует горизонтальная сила $F = 294$ Н (рис. 2.17). Найти ускорение тела и силу нормального давления тела на плоскость.

Ответ: $a = 10 \frac{M}{c^2}$; $N = 279$ Н.



Задача 11. Три груза массами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг и $m_3 = 3$ кг связаны нитью, перекинутой через блок (рис. 2.18). Плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Найти силу натяжения нити, связывающей грузы, находящиеся на наклонной плоскости. Коэффициент трения $\mu = 0,02$.

Ответ: $a = 2,3 \frac{M}{c^2}$; $T = 26,1$ Н.

Задача 12. Два груза связаны шнуром, перекинутым через блок. Масса первого груз $m_1 = 10$ кг, масса второго $m_2 = 5$ кг. В какую сторону будет двигаться система грузов (рис. 2.19)? $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 53^\circ$. Определить ускорение системы. Трением пренебречь. $g = 10 \frac{M}{c^2}$.

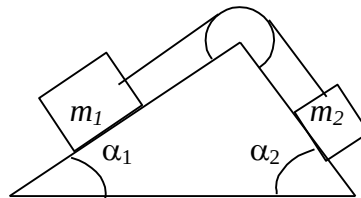


Рис. 2.19

Ответ: $a = 0,67 \frac{M}{c^2}$; $T = 43,3$ Н.

Задача 13. К концам нити, перекинутой через блок, подвешены два груза. Масса одного из грузов равна 12 кг. Под второй груз подведена подставка, удерживающая его на высоте 2,4 м от пола. Когда подставку убрали, груз стал опускаться с ускорением $1,2 \frac{M}{c^2}$. Определить: а) массу второго груза; б) натяжение нити во время движения грузов; в) скорость второго груза в момент его падения на пол.

Ответ: $m_2 = 15,35$ кг; $T = 132$ Н; $v = 2,4 \frac{M}{c}$.

Задача 14. Два груза массами $m_1 = 0,8$ кг и $m_2 = 1,6$ кг связаны шнуром и скользят по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения скольжения первого груза по плоскости $\mu_1 = 0,25$, второго груза $\mu_2 = 0,5$. Определить: а) ускорения грузов; б) натяжение шнура (принять $g = 10 \frac{M}{c^2}$).

Ответ: $a = 1,4 \frac{M}{c^2}$; $T = 1,14$ Н.

Задача 15. Мяч массой 100 г, летящий со скоростью $1,5 \frac{M}{c}$, пойман на лету. Какова сила удара мяча об руку, если он остановлен за 0,03 с?

Ответ: $F = 5$ Н.

Задача 16. Сила 40 Н действовала на тело в течение 5 с. Определить массу тела, если скорость за время действия силы изменилась на $8 \frac{м}{с}$.

Ответ: $m = 25$ кг.

Задача 17. На тележке массой $m_1 = 20$ кг, которая может свободно перемещаться вдоль рельс, лежит доска массой $m_2 = 4$ кг. Коэффициент трения между доской и тележкой $\mu = 0,2$. Доску тянут с силой F , направленной горизонтально. Найти ускорение доски и силу трения между доской и тележкой в двух случаях, если: 1) $F = 5,9$ Н;

2) $F = 19,6$ Н.

Ответ: 1) $F_{тр} = 5$ Н, $a = 0,24 \frac{м}{с^2}$; 2) $F_{тр} = 7,8$ Н, $a = 3 \frac{м}{с^2}$.

Задача 18. Автомобиль массой 2000 кг стоит на участке шоссе с наклоном 10° к горизонтальной поверхности. Максимальное значение коэффициента трения покоя 0,5. Определить силу трения покоя, действующую на автомобиль.

Ответ: 10000 Н.

Задача 19. Во сколько раз надо увеличить силу тяги двигателей самолета для увеличения скорости его движения в 2 раза, если сила сопротивления при движении в воздухе возрастает пропорционально квадрату скорости?

Ответ: в 4 раза.

Задача 20. Два груза массами $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 4$ кг связаны нитью и лежат на гладком столе (трением пренебречь). К первому грузу приложена сила $F_1 = 0,2$ Н, ко второму в противоположном направлении сила $F_2 = 0,5$ Н. С каким ускорением будут двигаться грузы и какова сила натяжения соединяющей их нити? Сделать вывод о силе натяжения, если $m_1 \ll m_2$.

Ответ: $a = 0,07 \frac{м}{с^2}$; $T = 0,22$ Н; $T \approx F_1$ ($m_1 \ll m_2$).

Задача 21. Доска массой m_1 может двигаться без трения по наклонной плоскости с углом α к горизонту. В каком направлении и с каким ускорением должна бежать по доске собака массой m_2 , чтобы доска не соскальзывала с наклонной плоскости?

Ответ: $a = g(1 + \frac{m_1}{m_2}) \sin \alpha$.

Задача 22*. Два бруска, связанные нерастяжимой и невесомой нитью, находятся на горизонтальной плоскости. Массы брусков $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 1$ кг. К ним приложены силы $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 20$ Н, составляющие с горизонтом углы $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 45^\circ$. Коэффициенты трения брусков о плоскость одинаковы, равны $\mu = 0,1$. Найти ускорение системы и натяжение нити (рис. 2.21).

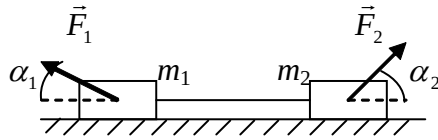


Рис. 2.21

Ответ: $a = 1,42 \frac{M}{c^2}$ (вправо); $T = 8,72 \text{ Н}$.

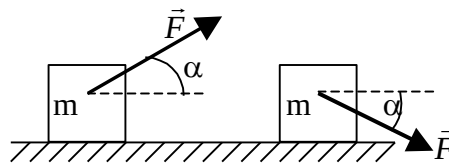
Задача 23*. За какое время тело соскользнет с наклонной плоскости под углом α горизонту высотой h , если по наклонной плоскости с углом наклона β оно движется равномерно.

Ответ: $t = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h}{g(1 - \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta)}}$.

Задача 24. Через неподвижный блок перекинута веревка, к одному концу которой привязан груз массой $m_1 = 60 \text{ кг}$. На другом конце повис человек массой $m_2 = 65 \text{ кг}$, который, выбирая веревку, поднимает груз, оставаясь при этом на одном и том же расстоянии от пола. Через сколько времени груз будет поднят на высоту $h = 12 \text{ м}$? Массой веревки и блока пренебречь.

Ответ: $t \approx 5,42 \text{ с}$.

Задача 25. Тело массой $m = 10 \text{ кг}$ движется прямолинейно с ускорением $a = 5 \frac{M}{c^2}$ по горизонтальной плоскости под действием некоторой силы F , образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Определить величину этой силы, если коэффициент трения между передвигаемым телом и плоскостью равен $\mu = 0,1$ (рис. 2.22).



а)

б)

Рис. 2.22

Ответ: а) $F = \frac{m(\mu g + a)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \approx 66,7 \text{ Н}$; б) $F = \frac{m(\mu g + a)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \approx 75 \text{ Н}$.

Задача 26. Материальная точка массой $m = 2 \text{ кг}$ движется под действием некоторой силы согласно уравнению $x = 2 + 5t + t^2 - 0,2t^3 \text{ м}$. Найти значение этой силы в момент времени $t_1 = 2 \text{ с}$ и $t_2 = 5 \text{ с}$. В какой момент времени сила равна нулю?

Ответ: $F_1 = -0,8 \text{ Н}$; $F_2 = -8 \text{ Н}$; $F = 0$ при $t = 1,67 \text{ с}$.

Задача 27. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью $v_0 = 20 \frac{м}{с}$, остановилась через $t = 40$ с. Найти коэффициент трения шайбы о лёд.

Ответ: $\mu = 0,051$.

Задача 28. Тело массой $m = 0,5$ кг брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20 \frac{м}{с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: а) импульс силы F , действующей на тело, за время полета тела; б) изменение импульса тела за время полета. Сравнить найденные величины между собой.

Ответ: $F \Delta t = 100 \text{ Н} \cdot \text{с}$; $\Delta p = 100 \frac{Н}{м}$.

Задача 29. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину 2 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за $t = 2$ с. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

Ответ: $\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2l}{g t^2 \cos \alpha} = 0,35$.

Задача 30*. Груз массой $m = 200$ г, привязанный к нити длиной $l = 40$ см, вращают в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью так, что нить описывает коническую поверхность. При этом угол отклонения нити от вертикали $\alpha = 30^\circ$. Найти угловую скорость вращения груза и силу натяжения нити.

Ответ: $\omega = 5,36 \text{ с}^{-1}$, $F_n = 2,26 \text{ Н}$.

Задача 31. Железнодорожный вагон тормозится и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 3,33$ с от $v_1 = 47,5 \frac{км}{ч}$ до $v_2 = 30 \frac{км}{ч}$. При каком предельном значении коэффициента трения между чемоданом и полкой чемодан при торможении начнет скользить по полке?

Ответ: $\mu = 0,15$.

Задача 32. Автомобиль весит 10^3 Н. Во время движения на автомобиль действует сила трения, равная 0,1 его веса. Найти силу тяги, развиваемую двигателем автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: а) в гору с уклоном в 1 м на каждые 25 м пути; б) под гору с тем же уклоном.

Ответ: а) $F = 1400 \text{ Н}$; б) $F = 600 \text{ Н}$.

Задача 33. Молекула массой $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$ кг, летящая со скоростью $v = 600 \frac{м}{с}$, ударяется о стенку сосуда под углом 60° к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от неё без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

Ответ: $F \Delta t = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с}$.

Задача 34. По наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ к горизонту тянут с постоянной скоростью ящик массой 20 кг. Коэффициент трения ящика о плоскость $\mu = 1$. Под каким углом β к наклонной плоскости сила тяги будет наименьшей? Чему равна сила тяги?

Ответ: $\beta = 45^\circ$; $F_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2} F$; $F = 272 \text{ Н}$.

Задача 35. Маховик радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ и массой 10 кг соединён с мотором с помощью приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно $T = 14,7 \text{ Н}$. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через 10 с после начала движения? Маховик – однородный диск. Трением пренебречь.

Ответ: $\nu = 23,5 \frac{\text{об}}{\text{с}}$.

Задача 36. Однородный стержень длиной $l = 1 \text{ м}$ и массой $m = 0,5 \text{ кг}$ вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если вращающий момент равен $0,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$?

Ответ: $\varepsilon = 2,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.

Задача 37. Диск радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ и массой 5 кг вращается с угловой скоростью, заданной уравнением $\omega = c + 4 t$, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Найти величину момента силы, если сила приложена к ободу диска.

Ответ: $M = 0,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Задача 38. На сплошной однородный цилиндр намотан трос. К свободному концу троса привязан груз массой $m_2 = 10 \text{ кг}$. С каким ускорением будет опускаться груз, если его предоставить самому себе? Масса цилиндра $m_1 = 20 \text{ кг}$.

Ответ: $a = 4,95 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 39. Какую постоянную силу нужно приложить по касательной к сечению вала радиусом $R_1 = 6 \text{ см}$, на котором укреплён маховик в форме диска радиусом $R_2 = 60 \text{ см}$, чтобы увеличить частоту вращения системы за 1 мин от 2 до 4 с^{-1} ? Масса маховика $m_2 = 150 \text{ кг}$, масса вала $m_1 = 5 \text{ кг}$.

Ответ: $F = 94,3 \text{ Н}$.

Задача 40. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ приложена касательная сила $F = 98,1 \text{ Н}$. При вращении на диск действует момент сил

трения $M_{тр} = 4,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$?

Ответ: $m = 7,36 \text{ кг}$.

Задача 41. Вал радиусом $R = 5 \text{ см}$ и массой $m = 100 \text{ кг}$ вращается с частотой $\nu = 8 \text{ с}^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F = 40 \text{ Н}$, под действием которой вал остановился через 10 с . Определить коэффициент трения μ .

Ответ: $\mu = 0,31$.

Задача 42. Масса диска $m = 0,5 \text{ кг}$, его диаметр $d = 40 \text{ см}$. Диск вращается с частотой $\nu = 25 \text{ с}^{-1}$. При торможении он останавливается через $t = 20 \text{ с}$. Определить тормозящий момент, считая его постоянным.

Ответ: $M = 0,0785 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Задача 43. Гребной вал диаметром $d = 0,2 \text{ м}$ и массой $m = 400 \text{ кг}$ вращается в подшипниках, делая $4 \frac{\text{об}}{\text{с}}$. Будучи предоставленным самому себе, он остановился через $t = 4 \text{ с}$. Определить силу трения в подшипниках.

Ответ: $F_{тр} = 125,6 \text{ Н}$.

Задача 44. Маховик в виде диска массой $m = 50 \text{ кг}$ и радиусом $R = 20 \text{ см}$ был раскручен до частоты $\nu_1 = 480 \frac{\text{об}}{\text{мин}}$ и затем предоставлен самому себе. Под влиянием трения, маховик остановился. Найти момент сил трения, считая его постоянным и принимая, что: а) маховик остановился через $t = 50 \text{ с}$, б) маховик до полной остановки сделал $N = 200 \text{ об}$.

Ответ: а) $M_{тр} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}$; б) $M_{тр} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Задача 45. На горизонтальную ось насажены маховик и лёгкий шкив радиусом $R = 5 \text{ см}$. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0,4 \text{ кг}$. Опускаясь равноускоренно, груз прошёл путь $S = 1,8 \text{ м}$ за время $t = 3 \text{ с}$. Определить момент инерции маховика, считая массу шкива пренебрежимо малой.

Ответ: $J = \frac{mgR^2t^2}{2S} = 0,024 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Занятие 3. Законы сохранения импульса и момента импульса. Энергия. Работа. Мощность

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Что называется импульсом тела и Импульсом силы? Их единицы измерения.
2. Сформулируйте определение замкнутой системы тел.
3. Сформулируйте и запишите закон сохранения импульса для системы тел?
4. Что называется коэффициентом восстановления? От чего он зависит?
5. Что называется ударом, упругим ударом, неупругим ударом?
6. Что называется моментом импульса? Единица измерения в СИ.
7. Сформулируйте и запишите закон сохранения момента импульса для системы тел и одного тела. Для каких систем он справедлив?
8. Поясните физический смысл понятий энергии, работы, мощности. Их единицы измерения.
9. Какие виды механической энергии известны? Чем они определяются?
10. Запишите и объясните формулы кинетической энергии поступательного и вращательного движения тела.
11. Каковы способы определения работы?
12. Как определяется работа сил упругой деформации и потенциальная энергия упруго деформированного тела?
13. По какой формуле можно определить потенциальную энергию гравитационного взаимодействия двух материальных точек (шаров)? Поясните, почему она является отрицательной величиной?
14. Дайте определение консервативной и диссипативной систем тел. Приведите примеры.
15. Сформулируйте, поясните и запишите закон сохранения энергии в механике.

Краткие теоретические сведения и основные формулы

Векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости, называется **импульсом (количеством движения) тела**:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}. \quad (3.1)$$

Импульс – это мера механического движения тела с заданной массой.

Импульс замкнутой механической системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени (**закон сохранения импульса**):

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \dots + \vec{p}'_n.$$

Или импульс (геометрическая сумма импульсов взаимодействующих тел) замкнутой системы тел до взаимодействия равен импульсу замкнутой системы тел после взаимодействия.

Следует отметить, что импульс остается постоянным и для незамкнутой системы при условии, что сумма внешних сил равна нулю.

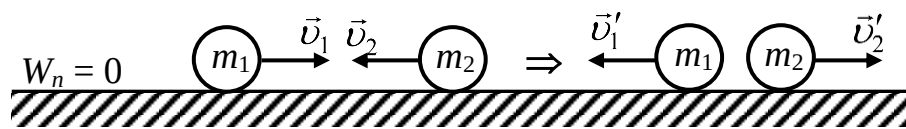
Этот закон является фундаментальным законом природы и справедлив не только в рамках классической механики.

Закон сохранения импульса нашёл широкое применение при ударе тел.

Удар - столкновение двух и более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время (бильярдные шары).

Центральный удар - это удар, при котором тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар - это столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую. Следует отметить, что это идеализация.



$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

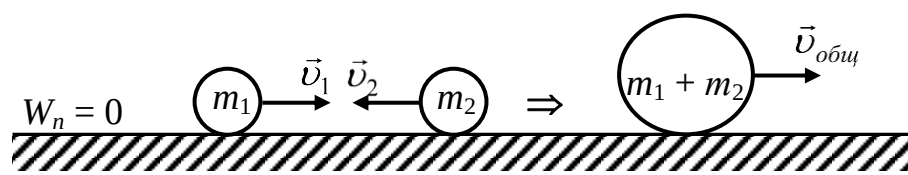
При упругом центральном ударе тела после удара будут двигаться с различными скоростями. Скорость первого тела после удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Скорость второго тела после удара

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Абсолютно неупругий удар - это столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и движутся как единое целое (шары из пластилина).



$$m_1 v_1 > m_2 v_2$$

При неупругом соударении закон

сохранения импульса имеет вид

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{общ}.$$

При неупругом соударении часть механической энергии переходит во внутреннюю. Если изменение внутренней энергии связано только с изменением температуры тела или его агрегатного состояния, то

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_{общ}^2}{2} + \Delta U.$$

Для учёта потерь энергии вводится коэффициент восстановления, который зависит только от физических свойств материала тел. Он определяется отношением нормальной составляющей (по отношению к поверхности соударения) относительной скорости после удара $\Delta V'_n$ к её величине до удара ΔV_n (рис. 3.1):

$$k = \frac{\Delta V'_n}{\Delta V_n} = \frac{|V'_{n1} - V'_{n2}|}{|V_{n1} - V_{n2}|}.$$

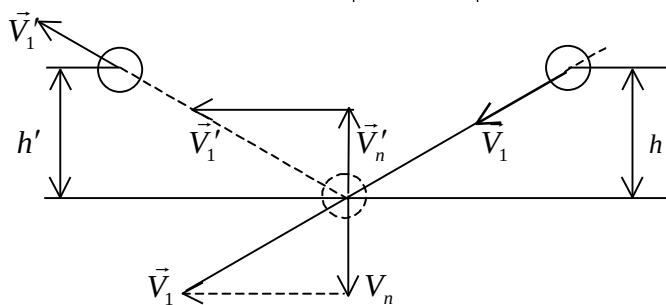


Рис. 3.1

Моментом импульса тела относительно неподвижной оси называется векторная физическая величина, равная произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость тела:

$$\vec{L} = J \vec{\omega}, \quad \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}.$$

Момент импульса системы тел есть векторная сумма моментов импульсов всех тел системы

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i.$$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы материальных точек остается постоянным, т.е. с течением времени не изменяется.

$$L = \sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = \text{const.}$$

Для двух тел:

$$J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 = J'_1 \vec{\omega}'_1 + J'_2 \vec{\omega}'_2,$$

где $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ – момент инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – те же величины после взаимодействия.

Для одного тела, момент инерции которого может меняться:

$$J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2,$$

где J_1 и J_2 – начальное и конечное значение момента инерции; ω_1 и ω_2 – начальная конечная угловые скорости тела.

Сопоставление основных величин и уравнений, определяющих вращательное движение тела вокруг неподвижной оси и его поступательное движение, подчёркивающее их аналогию, приведено в таб. 3.1.

Т а б л и ц а 3.1

Поступательное движение	Вращательное движение
Равнодействующая внешних сил - $\vec{F}$	Суммарный момент внешних сил – M
Основное уравнение динамики	Основное уравнение динамики:
$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$
$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0;$	$\vec{M}dt = J\vec{\omega} - J\vec{\omega}_0;$
$\vec{F} = m\vec{a}, \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2};$	$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}; \vec{M} = J\frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\frac{d^2\vec{\phi}}{dt^2};$
$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$	$\sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = const$

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия всех видов материи.

Механическая энергия может быть обусловлена двумя причинами:

- движением тела с некоторой скоростью (кинетическая энергия);
- нахождением тела в потенциальном поле сил (потенциальная энергия).

Кинетическая энергия тела массой m , движущегося поступательно со скоростью v

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Кинетическая энергия вращающегося вокруг неподвижной оси тела

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Энергию обусловленную взаимным расположением тел, называют **потенциальной**.

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h относительно тела отсчёта (например, Земли)

$$W_n = m g h.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$W_n = \frac{k x^2}{2},$$

где $k = \frac{F}{x}$ - **коэффициент упругости**, определяемый отношением упругой силы F к величине x упругой деформации.

Закон сохранения энергии в механике: полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, есть величина постоянная, т.е.

$$W = W_k + W_n = \text{const.}$$

Системы, в которых полная механическая энергия не сохраняется, называются **диссипативными**.

Мерой передачи движения, или мерой энергии, переданной от одного тела к другому, является **работа**.

На основании определения работы изменение полной механической энергии системы равно алгебраической сумме работ всех внешних и внутренних сил:

$$A = W_2 - W_1 \quad \text{Дж},$$

где W_2 и W_1 – полные энергии тел соответственно после и до взаимодействия.

Полная механическая энергия:

$$W = W_k + W_n,$$

тогда

$$A = (W_k + W_n)_2 - (W_k + W_n)_1.$$

Опыт показывает, что во всех процессах взаимодействия количество переданного движения пропорционально произведению силы взаимодействия и величины перемещения точки приложения силы (рис. 3.2):

$$A = F S \cos \alpha = F_\tau S,$$

где $F_\tau = F \cos \alpha$ – проекция силы на направление перемещения точки приложения силы (касательная составляющая силы); α – угол между направлением силы и направлением перемещения (касательной к траектории движения).

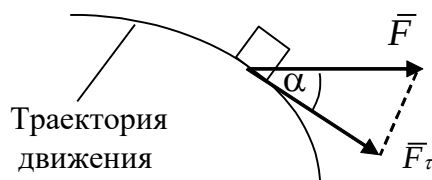


Рис. 3.2

В случае переменной силы F на пути s

$$A = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot \cos \alpha \cdot dS = \int_{S_1}^{S_2} F_{\tau} dS.$$

Графически работа A (рис. 3.3) численно равна площади фигуры, ограниченной графиком $F_{\tau} = f(S)$, осью S и ординатами, соответствующими началу и концу рассматриваемого пути.

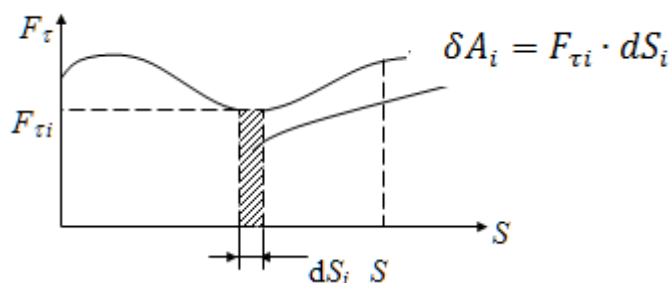


Рис. 3.3

В случае вращательного движения относительно неподвижной оси работа постоянного момента силы, действующей на тело,

$$A = M \cdot \varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

Для переменного момента силы:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi.$$

Для характеристики быстроты совершения работы вводится понятие мощности.

Мощность – это физическая величина, измеряемая работой, совершаемой в единицу времени

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

Учитывая, что элементарная работа

$$dA = F_{\tau} ds,$$

мощность

$$N = \frac{F_{\tau} ds}{dt} = F_{\tau} \frac{ds}{dt} = F_{\tau} v,$$

или

$$N = F v \cos \alpha,$$

где $\alpha = \left(\vec{F}, \vec{v} \right).$

Мощность, также как работа и энергия, - скалярная величина.

Для вращательного движения мощность постоянного момента сил равна

$$N = \frac{d(M\varphi)}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega.$$

Сопоставление уравнений динамики вращательного движения с уравнениями поступательного движения приведено в табл. 3.2.

Т а б л и ц а 3.2

Поступательное движение	Вращательное движение вокруг неподвижной оси
$W_k = \frac{mv^2}{2}$ $A = \int_{s_1}^{s_2} F_{\tau} ds$ $A = \Delta W_k + \Delta W_n$ $N = F_{\tau} v$	$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$ $A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi$ $A = \Delta W_k$ $N = M_{\varphi} \omega$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Шар массой $m = 10$ кг сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг. Скорость первого шара $v_1 = 4 \frac{м}{с}$, второго $v_2 = 12 \frac{м}{с}$. Найти общую скорость шаров после удара в двух случаях: а) когда малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; б) когда шары движутся навстречу друг другу. Удар считать прямым, центральным, неупругим.

Ответ: а) $v'_1 = 6,28 \frac{м}{с}$; б) $v'_2 = -0,572 \frac{м}{с}$.

Задача 2. В лодке массой $m_1 = 240$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Лодка плывёт со скоростью $v_1 = 2 \frac{м}{с}$. Человек прыгает из лодки в горизонтальном направлении со скоростью $4 \frac{м}{с}$ (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека: а) вперёд по движению лодки; б) в сторону, противоположную движению лодки.

Ответ: а) $v = 1 \frac{м}{с}$; б) $v = 3 \frac{м}{с}$.

Задача 3*. Шар массой $m_1 = 200$ г, движущийся со скоростью $v_1 = 10$ м/с, ударяет неподвижный шар массой $m_2 = 800$ г. Удар прямой, центральный, абсолютно упругий. Определить скорость шаров после удара.

Ответ: $v'_1 = -6 \frac{м}{с}$; $v'_2 = 4 \frac{м}{с}$.

Задача 4*. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса второго шара больше массы первого?

Ответ: в 4 раза.

Задача 5. Тело массой 0,2 кг падает с высоты 1 м с ускорением $8 \frac{м}{с^2}$. Найти изменение импульса тела.

Ответ: $\Delta(mv) = 0,8 \frac{кг \cdot м}{с}$.

Задача 6. Граната, летящая со скоростью $15 \frac{м}{с}$, разорвалась на два осколка массами 6 и 14 кг. Скорость большего осколка возросла до 24 м/с по направлению движения. Найти скорость и направление движения меньшего осколка.

Ответ: $v'_1 = -6 \frac{м}{с}$.

Задача 7. Метеорит и ракета движутся под углом 90^0 друг к другу. Ракета попадает в метеорит и застревает в нём. Масса метеорита m , масса ракеты $\frac{m}{2}$, скорость метеорита v , скорость ракеты $2v$. Определить импульс метеорита и ракеты после соударения.

Ответ: $p = \sqrt{2} mv$.

Задача 8. Какую скорость получит неподвижная лодка, имеющая вместе с грузом массу 200 кг, если находящийся в ней пассажир выстрелит в горизонтальном направлении? Масса пули 10 г, её скорость $800 \frac{M}{c}$.

Ответ: $v = 4 \cdot 10^{-2} \frac{M}{c}$.

Задача 9. Ракета, масса которой без заряда 400 г, при сгорании 50 г топлива поднимается на высоту 125 м. Определить скорость выхода газов из ракеты, считая, что сгорание топлива происходит мгновенно.

Ответ: $v = 400 \frac{M}{c}$.

Задача 10. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $15 \cdot 10^3$ кг. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60^0$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда 20 кг и он вылетает со скоростью $600 \frac{M}{c}$?

Ответ: $v = 0,4 \frac{M}{c}$.

Задача 11. Из орудия массой $m_1 = 5 \cdot 10^3$ кг вылетает снаряд массой $m_2 = 100$ кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете $7,5 \cdot 10^6$ Дж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

Ответ: $W = 150$ кДж.

Задача 12. Два тела движутся навстречу друг другу и соударяются неупруго. Скорости тел до удара были $v_1 = 2 \frac{M}{c}$ и $v_2 = 4 \frac{M}{c}$. Общая скорость тел после удара $1 \frac{M}{c}$ и по направлению совпадает с направлением скорости v_1 . Во сколько раз кинетическая энергия первого тела была больше кинетической энергии второго тела?

Ответ: в 1,25 раза.

Задача 13. Снаряд массой $m = 10$ кг обладал скоростью $v = 200 \frac{M}{c}$ в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая,

массой $m_1 = 3$ кг получила скорость $v_1 = 400 \frac{м}{с}$ в прежнем направлении. Найти скорость v_2 после разрыва второй, большей части.

Ответ: $v_2 = 114 \frac{м}{с}$.

Задача 14*. В предыдущей задаче найти, с какой скоростью и в каком направлении полетит большая часть снаряда, если меньшая полетела вперёд под углом $\varphi_1 = 60^\circ$ к горизонту.

Ответ: $v_2 = 250 \frac{м}{с}$ вниз, под углом 37° к горизонту.

Задача 15*. Абсолютно упругий шар массой $m_1 = 1,8$ кг сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы m_2 . В результате прямого удара шар потерял 36 % своей кинетической энергии. Определить массу большего шара.

Ответ: $m_2 = 7,2$ кг.

Задача 16. Два неупругих шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся со скоростями соответственно $v_1 = 8 \frac{м}{с}$ и $v_2 = 4 \frac{м}{с}$. Найти работу деформации шаров в двух случаях: а) меньший шар нагоняет больший; б) шары движутся навстречу друг другу.

Ответ: а) $A = 9,5$ Дж; б) $A = 86,4$ Дж.

Задача 17. Шар, летящий со скоростью $v_1 = 5 \frac{м}{с}$, ударяет неподвижный шар. Удар прямой, неупругий. Определить скорость шаров после удара и работу деформации. Какая доля кинетической энергии движущегося шара расходуется на работу деформации. Рассмотреть два случая: а) масса движущегося шара $m_1 = 2$ кг, неподвижного $m_2 = 8$ кг; б) масса движущегося шара $m_1 = 8$ кг, неподвижного $m_2 = 2$ кг.

Ответ: а) $v = 1 \frac{м}{с}$, $A = 20$ Дж, 0,8; б) $v = 4 \frac{м}{с}$, $A = 20$ Дж, 0,2.

Задача 18. В баллистический маятник массой $m_1 = 5$ кг попала пуля массой $m_2 = 10$ г и застряла в нём. Найти скорость пули, если маятник, отклонившись после удара, поднялся на высоту $h = 10$ см.

Ответ: $v_2 = 700 \frac{м}{с}$.

Задача 19. Масса снаряда $m_1 = 10$ кг, масса ствола орудия $m_2 = 600$ кг. При выстреле снаряд получает кинетическую энергию $W_1 = 1,8 \cdot 10^6$ Дж. Какую кинетическую энергию получает ствол орудия вследствие отдачи?

Ответ: $W = 3 \cdot 10^4$ Дж.

Задача 20. Шар массой 3 кг движется со скоростью $4 \frac{м}{с}$ и ударяется о неподвижный шар такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество тепла, выделившееся при ударе.

Ответ: $Q = 12$ Дж.

Задача 21. Тело массой 5 кг ударяется о неподвижное тело массой 2,5 кг. Кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара стала равна 5 Дж. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара.

Ответ: $W_1 = 7,5$ Дж.

Задача 22. Тело массой 2 кг движется со скоростью $3 \frac{м}{с}$ и нагоняет второе тело массой 3 кг, движущееся со скоростью $1 \frac{м}{с}$. Найти скорости тел после столкновения, если: а) удар был неупругим; б) удар упругий. Тела движутся по одной прямой. Удар центральный.

Ответ: а) $v = 1,8 \frac{м}{с}$; б) $v_1 = 0,6 \frac{м}{с}$, $v_2 = 2,6 \frac{м}{с}$.

Задача 23*. Каково должно быть соотношение между массами тел предыдущей задачи, чтобы при упругом ударе первое тело после удара остановилось?

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$.

Задача 24*. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара 0,2 кг, масса второго 0,1 кг. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту 4,5 см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: а) удар неупругий; б) удар упругий.

Ответ: а) $h = 2 \cdot 10^{-2}$ м; б) $h_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $h_2 = 8 \cdot 10^{-2}$ м.

Задача 25. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на лёгком жёстком стержне, и застревает в нём. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10^0 .

Ответ: $v = 550 \frac{м}{с}$.

Занятие 4. Уравнение состояния идеального газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Какой газ называется идеальным?
2. Какие физические величины характеризуют идеальный газ? Дайте их определения и единицы измерения.
3. Что называется процессом, изопроцессом?
4. Сформулируйте и запишите уравнения изопроцессов. Начертите диаграммы в координатах pV , VT , pT .
5. Запишите уравнение состояния идеального газа для произвольной массы.
6. Запишите выражение и сформулируйте закон Дальтона.
7. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории.
8. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Поясните физический смысл величин, входящих в это уравнение.
9. Почему это уравнение называется основным?
10. Дайте молекулярно-кинетическое толкование абсолютной температуры.
11. Запишите выражение для средней квадратичной скорости теплового движения молекул. Поясните его.
12. Запишите выражение для внутренней энергии идеального газа. От чего зависит внутренняя энергия?

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Объем воздуха в комнате 100 м^3 . Какова масса вышедшего из нее воздуха при повышении температуры от 10°C до 25°C , если атмосферное давление 10^5 Па .

Ответ: $m = 6,2 \text{ кг}$.

Задача 2. Определить плотность смеси, состоящей из 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7°C и давлении 93 кПа.

Ответ: $\rho = 0,48 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 3. В баллоне находится газ, давление которого $131,3 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а температура 30°C . Давление газа в баллоне понизилось до $2,02 \cdot 10^5 \text{ Па}$, а температура до -25°C . Какая часть газа осталась в баллоне?

Ответ: $m_2 = 0,019 m_1$.

Задача 4. До какой температуры нужно нагреть колбу, содержащую воздух при температуре 20°C , чтобы его плотность уменьшилась в 1,5 раза?

Ответ: $T \approx 440 \text{ К}$.

Задача 5. Определить плотность кислорода, находящегося в баллоне под давлением $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ при температуре 17°C .

Ответ: $\rho = 4,05 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 6. Определить разность масс воздуха, заполняющего помещение объемом в 50 м^3 , зимой и летом, если летом температура помещения достигает 40°C , а зимой падает до 0°C . Атмосферное давление считать нормальным.

Ответ: $\Delta m = 8,2 \text{ кг}$.

Задача 7. 5 г азота, находящегося в закрытом сосуде объемом 4 л при температуре 20°C , нагревается до температуры 40°C . Найти давление газа до и после нагревания.

Ответ: $p_1 = 1,08 \cdot 10^5 \text{ Па}$; $p_2 = 1,16 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 8. В сосуде находится 14 г азота и 9 г водорода при температуре 10°C и давлении 10^6 Па . Найти: 1) объем сосуда; 2) массу одного моля смеси.

Ответ: $V = 11,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $\mu = 4,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Задача 9. Найти массу атома: 1) водорода; 2) гелия; 3) кислорода; 4) азота.

Ответ: $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $6,68 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $26,72 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$; $23,38 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Задача 10. Имеются два сосуда с газом: один объемом 3 л , другой - 4 л . В первом сосуде газ находится под давлением 202 кПа , а во втором 101 кПа . Под каким давлением будет находиться газ, если эти сосуды соединить между собой? Считать, что температура в сосудах одинакова и постоянна.

Ответ: $p = 141 \cdot 10^3 \text{ Па}$.

Задача 11. В сосуде объемом 2 л находится 6 г углекислого газа (CO_2) и 5 г закиси азота (N_2O). Каково общее давление в сосуде при температуре 127°C ?

Ответ: $p = 4,15 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 12. В сосуде находится смесь 10 г углекислого газа и 15 г азота. Найти: 1) плотность смеси; 2) массу одного моля при температуре 27°C и давлении $1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Ответ: $\rho = 1,98 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; $\mu = 32,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Задача 13. В баллоне содержится газ при температуре 100°C . До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

Ответ: $T = 746 \text{ К}$.

Задача 14. Баллон емкостью 12 л содержит углекислый газ. Давление газа $9 \cdot 10^5 \text{ Па}$, температура 15°С . Определить массу газа.

Ответ: $m = 0,2 \text{ кг}$.

Задача 15. Какой объем занимает 1 кмоль идеального газа при давлении 10 атм и температуре 100°С .

Ответ: $V = 3 \text{ м}^3$.

Задача 16. Котел содержит перегретый водяной пар массой 10 кг при температуре 200°С . Емкость котла 2 м^3 . Определить давление пара в котле.

Ответ: $p = 10^6 \text{ Па}$.

Задача 17. Какой объем занимает смесь азота массой 1 кг и гелия массой 1 кг при нормальных условиях.

Ответ: $V = 6,4 \text{ м}^3$.

Задача 18. Баллон емкостью 15 л содержит смесь водорода и азота при температуре 27°С и давлении 12,3 атм. Масса смеси 145 г. Определить массу m_1 водорода и m_2 азота.

Ответ: $m_1 = 5 \text{ г}$, $m_2 = 140 \text{ г}$.

Задача 19. Один баллон емкостью 20 л содержит азот под давлением 24 атм, другой баллон емкостью 44 л содержит кислород под давлением 16 атм. Оба баллона были соединены между собой и газы смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов и полное давление смеси.

Ответ: $p_1 = 7,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $p_2 = 11 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $p = 18,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 20. Баллон емкостью 20 л содержит углекислый газ массой 500 г под давлением $1,3 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Определить температуру газа.

Ответ: $T = 278 \text{ К}$.

Задача 21. При температуре 35°С и давлении 7 атм плотность газа $\rho = 12,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить молярную массу газа.

Ответ: $\mu = 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Задача 22. Определить плотность насыщающего водяного пара в воздухе при температуре 27°С . Давление насыщающего водяного пара при этой температуре 26,7 мм рт. ст.

Ответ: $\rho = 2,6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 23. Найти массу воздуха, заполняющего аудиторию высотой 5 м и площадью пола 200 м². Давление воздуха 10⁵ Па, температура 17 °С.

Ответ: $m = 1200$ кг.

Задача 24. Каков может быть наименьший объем баллона, вмещающего 6,4 кг кислорода, если его стенки при температуре 20 °С выдерживают давление 1,6·10⁷ Па.

Ответ: $V = 3 \cdot 10^{-2}$ м³.

Задача 25. Плотность некоторого газа при температуре 10 °С и давлении 2·10⁵ Па равна 0,34 $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Чему равна масса одного моля этого газа?

Ответ: $\mu = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Задача 26. В закрытом сосуде вместимостью 20 л находятся водород массой 6 г и гелий массой 12 г. Определите: 1) давление; 2) молярную массу газовой смеси в сосуде, если температура смеси $T = 300$ К.

Ответ: 1) $p = 0,75$ МПа; 2) $\mu = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Задача 27. Определите плотность смеси газов водорода массой $m_1 = 8$ г и кислорода массой $m_2 = 64$ г при температуре $T = 290$ К и при давлении 0,1 МПа. Газы считать идеальными.

Ответ: $\rho = 0,498 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 28. В сосуде находятся 10⁻¹⁰ кмоль кислорода и 10⁻⁶ г азота. Температура смеси 100 °С, давление смеси 10⁻³ мм рт. ст. Найти: 1) объем сосуда; 2) парциальные давления O₂ и N₂; 3) концентрацию молекул.

Ответ: 1) $V = 3,16 \cdot 10^{-3}$ м³; 2) $p_1 = 0,1$ Па, $p_2 = 0,036$ Па;
3) $n = 2,6 \cdot 10^{19}$ м⁻³.

Задача 29. В сосуде объемом 2 л находится 10 г кислорода под давлением 0,9 · 10⁵ Па. Найти: 1) среднюю квадратичную скорость молекул газа; 2) число молекул, находящихся в сосуде; 3) плотность газа.

Ответ: 1) $v_{\text{кв}} = 230 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; 2) $N = 1,9 \cdot 10^{23}$; 3) $\rho = 5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 30. В сосуде находится смесь 10 г углекислого газа и 15 г азота. Найти плотность этой смеси при температуре 27 °С и давлении 1,5 · 10⁵ Па.

Ответ: $\rho = 1,98 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 31. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

Ответ: $\frac{v_{кв1}}{v_{кв2}} = 2,65$.

Задача 32. Средняя квадратичная скорость молекул газа $450 \frac{м}{с}$. Давление газа $5 \cdot 10^4$ Па. Найти плотность газа в этих условиях.

Ответ: $\rho = 0,74 \frac{кг}{м^3}$.

Задача 33. 1. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 750 мм рт.ст. равна $8,2 \cdot 10^{-5} \frac{г}{см^3}$. 2. Чему равна масса одного киломоля этого газа, если плотность задана при температуре $17^\circ C$?

Ответ: $1950 \frac{м}{с}$; $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$.

Задача 34. При какой температуре молекулы гелия имеют такую же среднюю квадратичную скорость, как молекулы водорода при температуре $t = 15^\circ C$?

Ответ: $T = 576$ К.

Задача 35. Колба емкостью 4 л содержит некоторый газ массой 0,6 г под давлением $2 \cdot 10^5$ Па. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа. Что это за газ? ($T = 273$ К).

Ответ: $\langle v_{кв} \rangle = 2000 \frac{м}{с}$; $\mu = 17 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$.

Задача 36. Сколько молекул воздуха выходит из комнаты объемом $120 м^3$ при повышении температуры от $t_1 = 15^\circ C$ до $t_2 = 25^\circ C$? Атмосферное давление 10^5 Па.

Ответ: $\Delta N = 0,1 \cdot 10^{27}$.

Задача 37. Определить давление идеального газа, имеющего концентрацию молекул $10^{25} м^{-3}$, если температура газа: 1) $T = 3$ К; 2) $T = 1000$ К.

Ответ: 1) $p = 4,14 \cdot 10^{-2}$ Па; 2) $p = 1,38 \cdot 10^{-5}$ Па.

Задача 38. Сколько молекул газа содержится в баллоне емкостью $V = 20$ л при температуре $t = 27^\circ C$ и давлении $p = 50$ атм?

Ответ: $N = 2,41 \cdot 10^{25}$ молекул.

Занятие 5. Явления переноса. Распределение молекул по энергиям

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Назовите и охарактеризуйте известные Вам явления переноса.
2. Какова причина возникновения любого из явлений переноса: диффузии, внутреннего трения, теплопроводности?
3. Каков физический смысл явления диффузии?
4. Сформулируйте и запишите закон переноса массы вещества (закон Фика).
5. Запишите выражение для определения массы вещества, перенесенной в результате диффузии через площадку S за время t .
6. Каков физический смысл явления теплопроводности?
7. Запишите и сформулируйте закон теплопроводности Фурье.
8. Запишите выражение для определения теплоты, прошедшей посредством теплопроводности через площадку S за время t .
9. Каков физический смысл явления внутреннего трения (вязкости)?
10. Запишите и поясните уравнение внутреннего трения.
11. Как вычисляется каждый из коэффициентов переноса? Запишите связь коэффициентов переноса друг с другом.
12. В чем состоит статистический метод исследования в молекулярной физике?
13. Каков физический смысл функции распределения молекул по скоростям?
14. Начертите график функции распределения молекул по скоростям и дайте его анализ
15. Дайте определение средней квадратичной, средней арифметической и наиболее вероятной скоростей молекул. Какими формулами они выражаются?
16. Запишите выражение закона распределения Больцмана. Что этот закон учитывает?
17. Запишите выражение зависимости атмосферного давления от высоты (барометрическая формула), поясните физический смысл величин, входящих в это выражение.
18. Начертите график зависимости давления от высоты для разных газов при данной температуре и для одного и того же газа при разных температурах.
19. В чем отличие распределений Максвелла и Больцмана?

Краткие теоретические сведения и основные формулы

В термодинамически неравновесных системах возникают особые необратимые процессы, называемые **явлениями переноса**, в результате которых происходит перенос либо массы вещества, либо теплоты, либо импульса (количества движения).

К явлениям переноса относятся диффузия, теплопроводность и внутреннее трение.

Все явления переноса обусловлены одним молекулярным механизмом – хаотическим движением и перемешиванием молекул.

1. Диффузия. Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел. Диффузия сводится к обмену масс частиц этих тел, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности $\frac{d\rho}{dx}$. Перенос массы вещества подчиняется закону Фика: масса вещества m , переносимая за единицу времени через единицу площади, прямо пропорциональна градиенту плотности

$$m = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (5.1)$$

где D – коэффициент диффузии. Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности.

Коэффициент диффузии D равен массе вещества, переносимого через единицу площади за единицу времени при градиенте плотности, равном единице. Согласно кинетической теории газов,

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda, \quad (5.2)$$

где $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул, λ – средняя длина свободного пробега.

Масса M вещества, перенесенная в результате диффузии через площадь S за время t , пропорциональна площади S , времени t и градиенту плотности $\frac{d\rho}{dx}$:

$$M = -D \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot t. \quad (5.3)$$

2. Теплопроводность. Явление теплопроводности заключается в передаче энергии от более нагретого тела к менее нагретому.

Процесс передачи энергии в форме теплоты подчиняется закону теплопроводности Фурье: количество теплоты q , которое переносится за единицу времени через единицу площади, прямо пропорционально $\frac{dT}{dx}$ – градиенту температуры, равному скорости изменения температуры на единицу длины x в направлении нормали к этой площади:

$$q = -\alpha \frac{dT}{dx}, \quad (5.4)$$

где α – коэффициент теплопроводности. Знак минус показывает, что при теплопроводности энергия переносится в сторону убывания температуры.

Коэффициент теплопроводности α равен количеству теплоты, переносимой через единицу площади за единицу времени при температурном градиенте, равном единице.

Можно показать, что

$$\alpha = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle, \quad (5.5)$$

где c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме), ρ – плотность газа, $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость теплового движения молекул, $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега.

Теплота Q , прошедшая посредством теплопроводности через площадку S за время t , пропорциональна площади S , времени t и градиенту температуры:

$$Q = -\alpha \frac{dT}{dx} S t. \quad (5.6)$$

3. Внутреннее трение (вязкость) – это явление возникновения силы трения между слоями газа (или жидкости), перемещающимися параллельно друг другу с разными по величине скоростями.

Внутреннее трение подчиняется закону Ньютона:

$$f = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (5.7)$$

где f – сила внутреннего трения, действующая на единицу площади поверхности слоя, η – коэффициент внутреннего трения, $\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости. Знак минус указывает, что сила трения направлена против скорости.

Коэффициент внутреннего трения η равен силе внутреннего трения, действующей на единицу площади поверхности слоя при градиенте скорости, равном единице. Он вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle. \quad (5.8)$$

Сила F , действующая на площадь S , пропорциональна этой площади и градиенту скорости $\frac{dv}{dx}$:

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} S. \quad (5.9)$$

Формулы (5.2), (5.5) и (5.8) связывают коэффициенты переноса и характеристики теплового движения молекул. Из этих формул вытекают простые зависимости между α , D и η :

$$\eta = \rho D. \quad (5.10)$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях.

Ответ: $D = 8,4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Задача 2. Найти среднюю длину свободного пробега молекул гелия при температуре 0°C и давлении 10^5 Па, если при этих условиях коэффициент внутреннего трения равен $1,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Г}}{\text{см} \cdot \text{с}}$.

Ответ: $\langle \lambda \rangle = 1,84 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 3. Найти диаметр молекулы кислорода, если известно, что для кислорода коэффициент внутреннего трения при 0°C равен $18,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$.

Ответ: $\sigma = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Задача 4. Найти коэффициент диффузии и коэффициент внутреннего трения воздуха при давлении 10^5 Па и температуре 10°C . Диаметр молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Ответ: $D = 1,48 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$; $\eta = 1,85 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

Задача 5. Во сколько раз коэффициент внутреннего трения кислорода больше коэффициента внутреннего трения азота? Температура газов одинакова.

Ответ: в 1,07 раза.

Задача 6. Коэффициенты диффузии и внутреннего трения водорода при некоторых условиях равны соответственно $D = 1,42 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ и

$\eta = 8,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$. Найти число молекул в 1 м^3 при этих условиях.

Ответ: $n = 1,8 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 7. Коэффициенты диффузии и внутреннего трения кислорода равны соответственно $D = 1,22 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ и $\eta = 1,95 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$. Найти при этих условиях: 1) плотность кислорода; 2) среднюю длину свободного пробега его молекул; 3) среднюю арифметическую скорость его молекул. $T = 273 \text{ К}$.

Задача 8. Во сколько раз коэффициент внутреннего трения кислорода больше коэффициента внутреннего трения водорода при одинаковой температуре?

Ответ: $\frac{\eta_1}{\eta_2} = 4$.

Задача 9. Во сколько раз коэффициент диффузии азота больше коэффициента диффузии водорода при одинаковой температуре?

Ответ: $\frac{D_2}{D_1} = 3,74$.

Задача 10. Вычислить коэффициент внутреннего трения азота при нормальных условиях?

Ответ: $\eta = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Задача 11. Вычислить коэффициент внутреннего трения кислорода, давление которого $7,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$, а плотность $1,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $\eta = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Задача 12. Вычислить коэффициент внутреннего трения водорода, температура которого 27°C , а коэффициент диффузии равен $10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Давление нормальное.

Ответ: $\eta = 8 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$.

Задача 13. Вычислить коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях.

Ответ: $D = 8,49 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Задача 14. Вычислить коэффициент диффузии азота, давление которого 10^5 Па , а плотность $1,25 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $D = 1,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Задача 15. Определить массу азота, диффундирующего через площадку 10^{-2} м^2 за 5 с при нормальных условиях и градиенте плотности, равном $1,26 \frac{\text{кг}}{\text{м}^4}$.

Ответ: $M = 9 \cdot 10^{-7} \text{ кг}$.

Задача 16. Через площадку 10 см^2 за 2 мин диффундирует $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$ кислорода, температура которого 27°C . Определить градиент плотности кислорода, если средняя длина свободного пробега его молекул 10^{-5} см .

Ответ: $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = 1,42 \frac{\text{кг}}{\text{м}^4}$.

Задача 17. Вычислить концентрацию молекул аргона, если коэффициент диффузии равен $10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, а коэффициент внутреннего трения $2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

Ответ: $n = 3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.

Задача 18. Вычислить температуру азота, давление которого $1,34 \cdot 10^5 \text{ Па}$, коэффициент диффузии $10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, коэффициент внутреннего трения $2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

Ответ: $T = 225 \text{ К}$.

Задача 19. Определить давление кислорода, если средняя квадратичная скорость его молекул равна $450 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, коэффициент диффузии $10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$, коэффициент внутреннего трения $2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

Ответ: $p = 1,35 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 20. Средняя длина свободного пробега молекул некоторого газа при 0°С равна $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, а коэффициент диффузии этого газа $0,91 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Что это за газ?

Ответ: $\mu = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ (водород).

Задача 21. Вычислить коэффициент теплопроводности гелия для условий, когда его коэффициент внутреннего трения равен $1,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{с}}$. $C_V = 1275 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$.

Ответ: $\alpha = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Задача 22. Коэффициент внутреннего трения водорода равен $8,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$. Найти коэффициент теплопроводности водорода при этих условиях. $C_V = 2075 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$.

Ответ: $\alpha = 8,81 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$.

Занятие 6. Первое и второе начала термодинамики

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Что является предметом термодинамики и в чем сущность термодинамического метода исследования физических явлений?
2. Дайте определения термодинамической системы, равновесного состояния, процесса. Почему неравновесные процессы нельзя изображать в диаграммах состояния?
3. Чем отличается внутренняя энергия реального газа от внутренней энергии идеального газа?
4. Сформулируйте и запишите выражения первого начала (закона) термодинамики.
5. Какой вид принимает уравнение первого начала термодинамики для изохорного, изобарного и изотермического процессов? По каким формулам можно рассчитать производимую работу, количество переданной теплоты и изменение внутренней энергии идеального газа при этих процессах?
6. Какая теплоемкость газа больше при постоянном объеме или при постоянном давлении и почему? Напишите уравнение Р. Майера.
7. Дайте определение адиабатного процесса. Какими формулами выражается связь между параметрами состояния идеального газа при адиабатном процессе?
8. При каком процессе происходит более значительное изменение давления в зависимости от изменения объема – при изотермическом или адиабатическом?

Краткие теоретические сведения и основные формулы

Первое начало (закон) термодинамики выражает закон сохранения энергии:

$$Q = \Delta U + A. \quad (6.1)$$

Теплота Q , сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии ΔU и на совершение ею работы против внешних сил.

Формулу (6.1) для малого изменения состояния системы можно записать в дифференциальной форме:

$$\partial Q = dU + \partial A. \quad (6.1a)$$

где dU – малое изменение внутренней энергии системы; ∂A – элементарная работа, совершенная системой; ∂Q – элементарное количество подведенной теплоты.

Количество теплоты, подводимое к рабочему телу, определяется по формуле

$$Q = c m \Delta T \text{ Дж}, \quad (6.2)$$

где m - масса тела, кг; $\Delta T = T_2 - T_1$ - изменение температуры, К; c - удельная теплоемкость, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Удельная теплоемкость c – физическая величина, равная количеству теплоты, необходимому 1 кг вещества для изменения его температуры на 1 К:

$$Q = C \frac{m}{\mu} \Delta T \text{ Дж}, \quad (6.3)$$

где C – молярная теплоемкость, $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Молярная теплоемкость C – физическая величина, равная количеству теплоты, необходимому 1 молю вещества для изменения его температуры на 1 К.

Молярная теплоемкость C и удельная теплоемкость c связаны между собой соотношением $C = \mu \cdot c$.

Работа, совершаемая системой:

- при бесконечно малом изменении объема

$$\partial A = p dV \text{ Дж}; \quad (6.4)$$

- при конечном изменении объема

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (6.5)$$

Работа и теплота представляют собой две количественно эквивалентные формы передачи энергии и в системе СИ измеряются в джоулях (Дж).

Количества работы и теплоты зависят от вида процесса, при котором система переходит из одного состояния в другое. В частности, в газах различают теплоемкость при постоянном давлении c_p и при постоянном объеме c_v .

Работа и теплота, в отличие от внутренней энергии, не являются функциями состояния и поэтому их элементарное приращение ∂A и ∂Q нельзя обозначить полным дифференциалом.

Изменение внутренней энергии идеального газа при любом процессе

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_v \frac{m}{\mu} \Delta T; \quad (6.6)$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad (6.7)$$

где i – число степеней свободы.

Изменение внутренней энергии однозначно определяется начальным и конечным состоянием системы. При совершении системой любого процесса, в результате которого она вновь возвращается в исходное состояние, полное изменение ее внутренней энергии равно нулю, т.е.

$$\oint dU = 0.$$

Изохорный процесс ($V = \text{const}$) характеризуется следующими соотношениями:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}; \quad (6.8)$$

$$dV = 0, \quad A = 0, \quad Q = \Delta U,$$

т.е. теплота, сообщенная газу, полностью идет на изменение его внутренней энергии.

Изобарный процесс ($p = \text{const}$):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (m = \text{const}, \mu = \text{const}). \quad (6.9)$$

При изобарном процессе работа газа при изменении объема, например от V_1 до V_2 , равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = p(V_2 - V_1), \quad (m = \text{const}, \mu = \text{const}). \quad (6.10)$$

Если использовать уравнения Менделеева – Клапейрона для выбранных состояний, то $pV_1 = \nu RT_1$, $pV_2 = \nu RT_2$, откуда

$$A = \nu R (T_2 - T_1). \quad (6.11)$$

Из этого выражения вытекает физический смысл молярной (универсальной) газовой постоянной

$$R = \frac{A}{\nu(T_2 - T_1)} \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

т.е. она численно равна работе расширения одного моля идеального газа в изобарном процессе при увеличении температуры на 1 К ($R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$)

На основании первого начала термодинамики

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T,$$

откуда вытекает уравнение Р. Майера для идеального газа:

$$R = C_p - C_v = \mu(c_p - c_v). \quad (6.12)$$

Изотермический процесс

$$(T = \text{const}) \quad pV = \text{const}; \quad (\tau = \text{const}, \mu = \text{const}); \\ \Delta T = 0, \Delta U = 0, Q = A, \quad (6.13)$$

т.е. теплота, сообщенная газу, полностью идет на совершение работы против внешних сил:

$$A = \frac{m}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} R T \ln \frac{p_1}{p_2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (6.14)$$

Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, при котором отсутствует теплообмен ($Q = 0$) между термодинамической системой и окружающей средой.

Из первого начала термодинамики для адиабатного процесса следует

$$A = -\Delta U, \quad (6.15)$$

т.е. работа газа против внешних сил совершается за счет убыли его внутренней энергии.

Соотношение между двумя параметрами состояния идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^\gamma = \text{const}; \quad (6.16)$$

$$T V^{\gamma-1} = \text{const}, \quad p T^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad (6.16a)$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$ - показатель адиабаты или коэффициент Пуассона.

Работа, совершаемая газом при адиабатном процессе:

$$A = -\Delta U = C_v \frac{m}{\mu} (T_1 - T_2) \quad (6.17)$$

или, учитывая, что $C_v = \frac{R}{\gamma-1}$

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma-1}; \quad (6.17a)$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]. \quad (6.176)$$

Теплоемкость одного моля и удельная теплоемкость при постоянном объеме определяются соответственно по формулам

$$C_V = \frac{i}{2} R, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad (6.18)$$

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}. \quad (6.19)$$

Теплоемкость одного моля и удельная теплоемкость при постоянном давлении:

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad (6.20)$$

$$c_p = \frac{i + 2}{2} \frac{R}{\mu} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}. \quad (6.21)$$

Отношение теплоемкости газа при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме и показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i + 2}{2}. \quad (6.22)$$

В формулах (6.18 - 6.22) i – число степеней свободы.

Методика решения задач

1. Определить вид процесса, происходящего в газе. Для этого найти, какая величина – p , V или T – остается постоянной.

2. Записать первое начало термодинамики в интегральной форме.

3. Применить первое начало к данному процессу. Для этого: а) определить, совершается ли в данном процессе работа. Элементарная работа $\delta A = p dV$. Если происходит изменение объема, значит, работа совершается. Записать формулу полной работы, взяв интеграл $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ с учетом процесса; б) найти

изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$ или $\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$; в) определить

количество теплоты, сообщенное газу, $Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T$ или $Q = \frac{i + 2}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$.

4. Решить задачу численно, найдя нужные параметры, используя при этом уравнения изопроцессов или уравнение Менделеева – Клапейрона $pV = \frac{m}{\mu} R T$.

Примеры решения задач

Задача 1. 10 г кислорода находятся под давлением $3 \cdot 10^5$ Па при температуре 10^0 С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем 10 л. Найти: 1) количество тепла, полученное газом; 2) изменение внутренней энергии газа; 3) совершенную газом работу.

Решение

Дано:
 $m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$
 $\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
 $p = 3 \cdot 10^5 \text{ Па} = \text{const}$
 $t = 10^0 \text{ С}; T = 283 \text{ К}$
 $V_2 = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3$
 $A - ? \Delta U - ? Q - ?$

1. $p = \text{const}$; процесс изобарный.
2. $Q = \Delta U + A$, где Q – количество тепла, сообщенное газу; ΔU – изменение внутренней энергии газа; A – совершенная газом работа.
3. а) Элементарная работа

$$\delta A = p \cdot dV,$$

где p – давление газа; dV – бесконечно малое изменение его объема. Из условия задачи видно, что $dV > 0$, т.е. газ расширяется, тогда работа $\delta A > 0$, т.е. работа совершается газом против внешних сил. Полная работа расширения

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1); p = \text{const}.$$

б) Изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T \quad \text{или} \quad \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T,$$

где ΔT – изменение температуры; i – число степеней свободы молекулы кислорода ($i = 5$, так как кислород – двухатомный газ).

в) Количество теплоты, полученное газом при нагревании, может быть найдено как сумма A и ΔU , или с помощью молярной теплоемкости C_p :

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T; \quad Q = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \Delta T.$$

4. Решим задачу численно, сделав некоторые преобразования формул и вычислив недостающие параметры газа.

$$A = p(V_2 - V_1).$$

Используем два уравнения Менделеева – Клапейрона для состояния 1 и 2:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1; \quad p_1 V_2 = \frac{m}{\mu} R T_2;$$

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1); \quad T_2 - T_1 = \Delta T;$$

$$A = \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

(Справедливо только для изобарного процесса).

$$\begin{cases} \Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{i}{2} A; \\ Q = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{i+2}{2} A. \end{cases}$$

Найдем ΔT : $\Delta T = T_2 - T_1$; $T_2 = \frac{p V_2 \mu}{m R}$ – из уравнения Менделеева – Клапейрона для второго состояния.

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{10^{-2} \cdot 8,31} - T_1 = 1155 - 283 = 872 \text{ К}.$$

Тогда работа

$$A = \frac{10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 872}{32 \cdot 10^{-3}} = 2265 \text{ Дж}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} A = 5660 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты

$$Q = \frac{i+2}{2} A = \frac{7}{2} A = 7920 \text{ Дж}.$$

$$p V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1; \quad V_1 = \frac{m}{\mu} \frac{R T_1}{p} = \frac{10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 283}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^5} = 2,45 \cdot 10^3 \text{ м}^3.$$

Ответ: $A = 2265 \text{ Дж}$; $\Delta U = 5660 \text{ Дж}$; $Q = 7920 \text{ Дж}$.

Задача 2. В закрытом сосуде объемом $V = 10 \text{ л}$ находится воздух при давлении 10^5 Па . Какое количество теплоты нужно сообщить газу, чтобы повысить его давление в 5 раз?

Дано:
 $V = 10^{-2} \text{ м}^3$
 $p_1 = 10^5 \text{ Па}$

Решение
 1) Из условия задачи следует, что процесс изохорный, так как сосуд закрытый. Следовательно, $V = \text{const}$.

$$\begin{aligned} p_2 &= 5p_1 \\ i &= 5 \\ Q &= ? \end{aligned}$$

2) $Q = \Delta U + A$ – первое начало термодинамики.

3) Применим I начало к изохорному процессу:

а) $\delta A = p dV$; $dV = 0$, следовательно, $\delta A = 0$;

$$\text{б) } \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1);$$

$$\text{в) } Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1).$$

4) Вычислим разность температур, пользуясь уравнениями состояния для 1 и 2 состояний:

$$\left. \begin{aligned} p_1 V &= \frac{m}{\mu} R T_1 \\ p_2 V &= \frac{m}{\mu} R T_2 \end{aligned} \right\} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) = p_2 V - p_1 V = V(p_2 - p_1).$$

Тогда

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} V (p_2 - p_1); \quad p_2 - p_1 = 5p_1 - p_1 = 4p_1;$$

$$Q = \frac{i}{2} V \cdot 4p_1 = \frac{5}{2} \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^5 = 10^4 \text{ Дж.}$$

Ответ: $Q = 10^4$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. В баллоне емкостью $V = 10 \text{ дм}^3$ находится кислород при температуре 27°C и давлении 10^7 Па . Нагреваясь солнечными лучами, кислород получил 8350 Дж тепла. Определить температуру и давление кислорода после нагревания.

Ответ: $T_2 = 310 \text{ К}$; $p_2 = 1,03 \cdot 10^7 \text{ Па}$.

Задача 2. В закрытом сосуде находится 28 г азота и 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии этой смеси при ее охлаждении на 28 К .

Ответ: $\Delta U = 1163 \text{ Дж}$.

Задача 3. Движение одного из видов торпеды в воде вызывается действием сжатого воздуха, находящегося в резервуаре при торпедо. Какую работу произведет сжатый воздух в двигателе торпеды, если давление в резервуаре $p_1 = 100 \text{ атм}$; $p_2 = 1 \text{ атм}$, объем резервуара $V_1 = 5 \text{ л}$. Температуру считать постоянной.

Ответ: $A = 2,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

Задача 4. Сколько теплоты поглощают 200 г водорода, нагреваясь в пределах $0 \dots 100^\circ\text{C}$ при постоянном давлении? Каков прирост внутренней энергии газа? Какую работу совершает газ?

Ответ: $Q = 2,91 \cdot 10^5 \text{ Дж}$; $\Delta U = 2,08 \cdot 10^5 \text{ Дж}$; $A = 8,32 \cdot 10^4 \text{ Дж}$.

Задача 5. Азот массой $m = 5$ кг, нагретый на $\Delta T = 150$ К, сохранил неизменный объем V . Найти теплоту Q , сообщенную газу, изменение внутренней энергии ΔU , и совершенную газом работу A .

Ответ: $Q = \Delta U = 5,56 \cdot 10^5$ Дж; $A = 0$.

Задача 6. Водород занимает объем $V = 10$ м³ при давлении $p_1 = 10^5$ Па. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2 = 3 \cdot 10^5$ Па. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом и теплоту, сообщенную газу.

Ответ: $\Delta U = 5 \cdot 10^6$ Дж; $A = 0$; $Q = 5 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 7. Кислород был нагрет при постоянном объеме $V = 50$ л. При этом давление газа изменилось на $\Delta p = 5$ атм. Найти теплоту, сообщенную газу.

Ответ: $Q = 63$ кДж.

Задача 8. Баллон емкостью $V = 20$ л содержит водород при температуре $t_1 = 27$ °С под давлением $p = 3,7$ атм. Каковы будут температура и давление, если газу сообщить теплоту $Q = 6,3 \cdot 10^3$ Дж.

Ответ: $t_2 = 129$ °С; $p = 5,02 \cdot 10^5$ Па

Задача 9. Кислород при неизменном давлении $p = 0,8 \cdot 10^5$ Па нагревается. Его объем увеличивается от $V_1 = 1$ м³ до $V_2 = 3$ м³. Определить изменение внутренней энергии кислорода, работу, совершенную им при расширении, а также теплоту, сообщенную газу.

Ответ: $\Delta U = 4 \cdot 10^5$ Дж; $A = 1,6 \cdot 10^5$ Дж; $Q = 5,6 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 10. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему была сообщена теплота $Q = 2,1 \cdot 10^4$ Дж. Какую работу совершил при этом газ? Каково было изменение внутренней энергии?

Ответ: $A = 6 \cdot 10^3$ Дж; $\Delta U = 1,5 \cdot 10^4$ Дж.

Задача 11. Гелий массой $m = 1$ г был нагрет на $\Delta T = 100$ К при постоянном давлении. Определить теплоту, переданную газу, работу расширения и приращение внутренней энергии газа.

Ответ: $Q = 520$ Дж; $A = 208$ Дж; $\Delta U = 312$ Дж.

Задача 12. Кислород массой $m = 2$ кг занимает объем $V_1 = 1$ м³ и находится под давлением $p_1 = 2$ атм. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м³, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 5$ атм. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную газом работу, и теплоту, переданную газу. Построить график процесса.

Ответ: $\Delta U = 3,27 \cdot 10^6$ Дж; $A = 4,04 \cdot 10^5$ Дж; $Q = 3,67 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 13. Водород массой $m = 4$ г нагрет на $\Delta T = 10$ К при постоянном давлении p . Определить работу расширения газа.

Ответ: $A = 166$ Дж.

Задача 14. Газ, занимавший объем $V = 11$ л под давлением $p = 1$ атм, был изобарически нагрет от $t_1 = 20$ °С до $t_2 = 100$ °С. Определить работу расширения газа.

Ответ: $A = 303$ Дж.

Задача 15*. Какая доля теплоты Q , подводимой к газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение внутренней энергии газа и какая – на работу расширения. Рассмотреть случаи: 1) одноатомного; 2) двухатомного и 3) трехатомного газа.

Ответ: 1) $\Delta U = 0,6Q$; $A = 0,4Q$; 2) $\Delta U = 0,71Q$; $A = 0,29Q$;

3) $\Delta U = 0,75Q$; $A = 0,25Q$.

Задача 16. Углекислый газ расширяется при постоянном давлении. Определить работу расширения, если газу передана теплота $Q = 4200$ Дж.

Ответ: $A = 1050$ Дж.

Задача 17. На нагревание кислорода массой $m = 160$ г на $\Delta T = 12$ К была затрачена теплота $Q = 1760$ Дж. Как протекал процесс: при постоянном объеме или при постоянном давлении?

Ответ: при $p = \text{const}$.

Задача 18. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой $m = 5$ г, взятого при температуре $t = 11$ °С, если объем газа увеличивается в три раза.

Ответ: $A = 6500$ Дж.

Задача 19. Азот массой $m = 200$ г расширяется изотермически при температуре $t = 7$ °С, причем объем газа увеличивается в 2 раза. Найти: 1) изменение внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении работу; 3) теплоту, полученную газом.

Ответ: $\Delta U = 0$; $A = 11600$ Дж; $Q = 11600$ Дж.

Задача 20. В цилиндре под поршнем находится азот массой $m = 0,6$ кг, занимающий объем $V_1 = 1,2$ м³ при температуре $T = 560$ К. В результате расширения газ занял объем $V_2 = 4,2$ м³, причем температура осталась неизменной. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу, и теплоту, сообщенную газу.

Ответ: $\Delta U = 0$; $A = 1,26 \cdot 10^5$ Дж; $Q = 1,26 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 21. Водород массой 10 г нагрели на $\Delta T = 200$ К, причем газу была передана теплота $Q = 3,35 \cdot 10^4$ Дж. Найти изменение внутренней энергии водорода и совершенную им работу.

Ответ: $\Delta U = 2,09 \cdot 10^4$ Дж; $A = 1,26 \cdot 10^4$ Дж.

Задача 22. При изотермическом расширении водорода массой $m = 1$ г, имевшего температуру $T = 280$ К, объем газа увеличился в три раза. Определить работу расширения газа.

Ответ: $A = 1280$ Дж.

Задача 23. Азот, занимавший объем $V_1 = 10$ л под давлением $p = 2$ атм, изотермически расширился до объема $V_2 = 28$ л. Определить работу расширения газа.

Ответ: $A = 2,08 \cdot 10^3$ Дж.

Задача 24. При изотермическом расширении одного моля кислорода, имевшего температуру $T = 300$ К, газ поглотил теплоту $Q = 1743$ Дж. Во сколько раз увеличился объем газа?

Ответ: $\frac{V_2}{V_1} = 2$.

Задача 25. Сколько теплоты выделится, если азот массой $m = 1$ г, взятый при температуре 273 К под давлением $p_1 = 1$ атм, изотермически сжать до давления $p_2 = 10$ атм?

Ответ: $Q = 187$ Дж.

Задача 26. Расширяясь, водород совершил работу $A = 4185$ Дж. Сколько теплоты Q было подведено к газу, если газ расширялся:

1) изобарически; 2) изотермически.

Ответ: 1) $Q = 14700$ Дж; 2) $Q = 4185$ Дж.

Задача 27. В процессе нагревания 10 г водорода сообщили $4,2 \cdot 10^4$ Дж теплоты. При этом его температура поднялась на $\Delta T = 200$ К. Определить изменение внутренней энергии газа и совершенную им работу.

Ответ: $\Delta U = 2,08 \cdot 10^4$ Дж; $A = 2,12 \cdot 10^4$ Дж.

Задача 28. При сжатии газовой смеси, содержащей по 160 г кислорода и метана, совершена работа $A = 4,187$ кДж. Температура смеси поднялась на $\Delta T = 1$ К. Сколько тепла выделилось в этом процессе?

Ответ: $Q = 4540$ Дж.

Занятие 7. Виды процессов в термодинамике

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. При каком процессе происходит более значительное изменение давления в зависимости от изменения объема – при изотермическом или адиабатическом?
2. Запишите формулы, по которым можно теоретически рассчитать теплоемкости идеальных газов и показатель адиабаты.
3. Какой процесс называется круговым (или циклом)? Изобразите цикл на диаграмме и поясните его.
4. В чем различие между обратимыми и необратимыми процессами? Почему все реальные процессы необратимы?
5. Каковы особенности прямого цикла? По какой формуле определяется термический КПД тепловой машины?
6. Каковы особенности обратного цикла? Что такое холодильный коэффициент и коэффициент перекачки теплового насоса?
7. Изобразите схематически цикл Карно в координатах pV и поясните его.
8. Приведите формулировки второго закона термодинамики. Чем он дополняет первый закон термодинамики?
9. Что такое энтропия? По каким формулам можно определить изменение энтропии идеального газа?

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. При адиабатическом сжатии кислорода массой $m = 1$ кг совершена работа $A = 10^5$ Дж. Какова будет конечная температура T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $t_1 = 27^\circ\text{C}$?

Ответ: $T_2 = 454$ К.

Задача 2. Водород при нормальных условиях имел объем $V_1 = 100$ м³. На сколько изменилась внутренняя энергия газа при адиабатическом изменении его объема до $V_2 = 150$ м³?

Ответ: $\Delta U = -3,8$ МДж.

Задача 3. Горючая смесь в двигателе дизеля воспламеняется при температуре $t_2 = 800^\circ\text{C}$. Начальная температура смеси $t_1 = 70^\circ\text{C}$. Во сколько раз нужно уменьшить объем смеси при сжатии, чтобы она воспламенилась? Сжатие считать адиабатическим. Принять для смеси $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 17,3$ раза.

Задача 4. Углекислый газ, находившийся под давлением $p_1 = 1$ атм при температуре $t_1 = 12$ °С, был адиабатически сжат до давления $p_2 = 2$ атм. Какова температура t_2 газа после сжатия?

Ответ: $T_2 = 339$ К.

Задача 5. Из баллона, содержащего водород под давлением $p_1 = 10$ атм при температуре $t_1 = 18$ °С, выпустили половину находящегося в нем количества газа. Определить конечную температуру T_2 и давление p_2 , считая процесс адиабатическим.

Ответ: $T_2 = 221$ К, $p_2 = 3,84 \cdot 10^5$ Па.

Задача 6. При адиабатическом сжатии газа его объем уменьшился в 10 раз, а давление увеличилось в 21,4 раза. Определить отношение теплоемкостей газа

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Ответ: $\gamma = 1,33$.

Задача 7. Воздух, находившийся под давлением $p_1 = 1$ атм, был адиабатически сжат до давления $p_2 = 10$ атм. Каково будет давление p_3 , когда сжатый воздух, сохраняя объем неизменным, охладится до первоначальной температуры?

Ответ: $p_3 = 5,25 \cdot 10^5$ Па.

Задача 8. Определить работу адиабатического расширения водорода массой $m = 4$ г, если температура снизилась на $\Delta T = 10$ К.

Ответ: $A = 416$ Дж.

Задача 9. Азот массой $m = 2$ г, имевший температуру $t_1 = 27$ °С, был адиабатически сжат так, что его объем уменьшился в 10 раз. Определить конечную температуру T_2 газа и работу сжатия.

Ответ: $T_2 = 754$ К; $A = 674$ Дж.

Задача 10. Кислород, занимавший объем $V_1 = 1$ л при давлении $p = 12$ атм, адиабатически расширился до объема $V_2 = 10$ л. Определить работу расширения газа.

Ответ: $A = 1820$ Дж.

Задача 11. Масса 1 кг воздуха, находящегося под давлением $p_1 = 150$ кПа и температуре $t_1 = 30$ °С, расширяется адиабатически, и давление при этом падает до $p_2 = 100$ кПа. Во сколько раз увеличился объем воздуха? Найти конечную температуру T_2 и работу, совершенную газом при расширении.

Ответ: $\frac{V_2}{V_1} = 1,33$; $T_2 = 270$ К; $A = 23$ кДж.

Задача 12. В месте взрыва атомной бомбы температура воздуха повысилась от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 10^6$ К. Найти изменение внутренней энергии 1 кмоль воздуха, считая процесс адиабатическим.

Ответ: $\Delta U = 2 \cdot 10^{10}$ Дж.

Задача 13. 321 г гелия, находившегося первоначально при температуре 20 °С и давлении $p_1 = 10^5$ Па, сжимают адиабатически до давления $p_2 = 10^7$ Па. Определить: 1) температуру газа T_2 ; 2) работу, совершенную газом; 3) во сколько раз уменьшился объем газа.

Ответ: $T_2 = 1826$ К; $\frac{V_2}{V_1} \approx 16$; $A = 1,56 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 14. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от 2 атм до 1 атм. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление возрастает до 1,22 атм. Определить отношение $\frac{C_p}{C_v}$ для этого газа и построить график процесса в координатах p, V .

Ответ: $\frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Задача 15. 1 кмоль азота, находящегося при нормальных условиях расширяется адиабатически от объема V_1 до объема $5V_1$. Найти: 1) изменение внутренней энергии; 2) работу, совершенную при расширении.

Ответ: $\Delta U = -2,69 \cdot 10^6$ Дж, $A = 2,69 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 16. 10 г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема $1,4 \cdot 10^{-3}$ м³. Найти давление и температуру кислорода после сжатия, если: 1) кислород сжимается изотермически; 2) кислород сжимается адиабатически. Найти работу сжатия в каждом из этих случаев.

Ответ: 1) $p_2 = 5$ атм, $T_2 = 273$ К, $A = -1140$ Дж; 2) $p_2 = 9,5$ атм, $T_2 = 520$ К, $A = -1600$ Дж.

Задача 17. При адиабатическом сжатии одного киломоля двухатомного газа была совершена работа в 146 Дж. На сколько увеличилась температура газа при сжатии,

Ответ: $\Delta T = 7$ К.

Задача 18. Во сколько раз возрастает длина свободного пробега молекул двухатомного газа, если его давление падает вдвое. Рассмотреть случаи: 1) газ расширяется изотермически; 2) газ расширяется адиабатически.

Ответ: 1) $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 2$; 2) $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1,64$.

Задача 19. Воздух, занимавший объем $V_1 = 10$ л при давлении $p_1 = 1$ атм, был адиабатически сжат до объема $V_2 = 1$ л. Под каким давлением p_2 находился воздух после сжатия?

Ответ: $p_2 = 25,4 \cdot 10^5$ Па.

Задача 20. В детандере воздух, расширяясь адиабатически, снижает свою температуру в пределах $+20 \dots -141$ °С. Каково должно быть начальное давление воздуха, если конечное 98 кПа?

Ответ: $p_1 = 0,6 \cdot 10^4$ Па.

Задача 21. При адиабатическом сжатии 1 кмоль сероводорода его давление увеличилось в 2 раза. Определить конечные параметры газа, если до сжатия он занимал объем $0,3$ м³ при температуре 27 °С.

Ответ: $V_2 = 0,178$ м³, $p_2 = 1,66 \cdot 10^7$ Па.

Задача 22. Определить необходимую степень сжатия $\frac{V_1}{V_2}$ воздуха в двигателе, работающем по циклу Дизеля, и конечное давление p_2 , если температура воспламенения топлива 630 °С. Перед сжатием воздух имеет параметры $p_1 = 10^5$ Па, $t_1 = 20$ °С. Сжатие адиабатическое.

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 16,5$; $p_2 = 50,6 \cdot 10^5$ Па.

Задача 23. Азот, адиабатически расширяясь, совершает работу, равную $4,80$ кДж. Определить конечную температуру газа, если до расширения он имел температуру $T_1 = 362$ К. Масса азота 12 кг.

Ответ: $T_2 = 308$ К.

Задача 24. При адиабатическом расширении $3,6$ кг водяного пара его температура падает на 200 К. Определить работу расширения пара.

Ответ: $A = 10^5$ Дж.

Задача 25. При адиабатическом расширении 1 моль какого газа: одно-, двух- или трехатомного будет получена большая работа, если изменение температуры у всех газов одинаковое?

Ответ: $A_1 : A_2 : A_3 = 3 : 5 : 6$.

Задача 26. Воздух при нормальных условиях занимал объем 100 л. Как изменилась его внутренняя энергия при адиабатическом расширении до объема 175 л?

Ответ: $\Delta U = 5 \cdot 10^3$ Дж.

Задача 27. Азот массой $m = 1$ кг занимает при температуре $T_1 = 300$ К объем $V_1 = 0,5$ м³. В результате адиабатного сжатия давление газа увеличилось в 3 раза. Определите: 1) конечный объем газа; 2) его конечную температуру; 3) изменение внутренней энергии газа.

Ответ: 1) $V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,228$ м³; 2) $T_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 411$ К;

3) $\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$.

Задача 28. Азот, находившийся при температуре 400 К, подвергли адиабатному расширению, в результате которого его объем увеличился в $n = 5$ раз, а внутренняя энергия уменьшилась на 4 кДж. Определите массу азота.

Ответ: $m = 28$ г.

Задача 29. Кислород, занимающий при давлении $p_1 = 1$ МПа объем $V_1 = 5$ л, расширяется в $n = 3$ раза. Определите конечное давление и работу, совершенную газом. Рассмотрите следующие процессы: 1) изобарный; 2) изотермический; 3) адиабатный.

Ответ: 1) $p = 1$ МПа, $A = 10$ кДж; 2) $p = 0,33$ МПа, $A = 5,5$ кДж; 3) $p = 0,21$ МПа, $A = 4,63$ кДж.

Занятие 8. Закон кулона. Теорема Остроградского – Гаусса

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Дайте определение, назовите основные свойства и единицу измерения электростатического заряда.
2. Сформулируйте и запишите закон сохранения заряда.
3. Сформулируйте и запишите закон Кулона.
4. Что называется электростатическим полем? Каковы его характеристики?
5. Что называется напряженностью? От чего зависит величина напряженности? Какова единица измерения напряженности в СИ?
6. Сформулируйте и поясните принцип суперпозиции электростатических полей.
7. Напишите выражение, устанавливающее связь между вектором электрического смещения и вектором напряженности. В чем измеряется электрическое смещение в СИ?
8. Дайте определение потока электрического смещения, назовите единицу измерения в СИ.
9. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса.
10. Напишите выражения для вычисления напряженности электростатических полей:
 - точечного заряда (заряженной сферы);
 - заряженной нити (длинного цилиндра);
 - заряженной плоскости.

Краткие теоретические сведения и основные формулы

Электрический заряд – физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитного взаимодействия заряженных частиц. Единица электрического заряда в СИ – кулон (Кл). 1 Кл – электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при токе силой 1 А за время 1 с,

$$q = I t. \quad (7.1)$$

Опытным путём американский физик Р. Милликен установил, что электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Электрон ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) и протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Из обобщения опытных данных был установлен фундаментальный закон природы, впервые сформулированный английским физиком М. Фарадеем, **закон сохранения заряда**: алгебраическая сумма электрических зарядов любой

замкнутой системы остаётся постоянной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const.} \quad (7.2)$$

Замкнутой называется система, не обменивающаяся зарядами с внешними телами.

Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует.

Взаимодействие точечных зарядов подчиняется закону Кулона.

Закон Кулона. Сила взаимодействия между двумя точечными зарядами пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \quad (7.3)$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды – величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в данной среде меньше силы взаимодействия между ними в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F} \geq 1. \quad (7.4)$$

Для вакуума $F_0 = F$ и $\varepsilon = 1$. ε – величина безразмерная, табличная; k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. В СИ он принимается равным $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2} \left(\frac{\Phi}{\text{м}} \right)$ – электрическая постоянная.

Тогда

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\Phi} \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}} \right). \quad (7.5)$$

Сила $\vec{F}$ направлена по прямой, соединяющей центры взаимодействующих зарядов, то есть является центральной. Она соответствует притяжению ($F < 0$) в случае разноимённых зарядов и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноимённых зарядов (рис. 7.1).

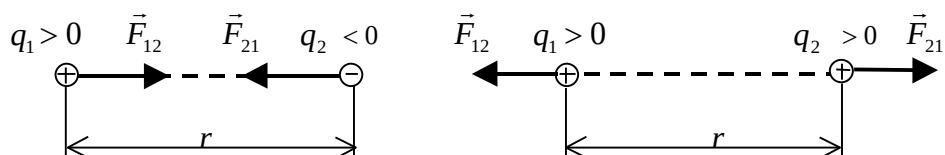


Рис. 7.1

Особый вид материи, являющейся носителем взаимодействия неподвижных электрически заряженных тел, называется **электростатическим полем**.

Электростатическое поле исследуется с помощью пробных зарядов. Пробным зарядом q_0 называется заряженное тело, настолько малое, что оно практически не вызывает (вследствие индукции) перераспределения зарядов на окружающих телах.

Электростатическое поле имеет две характеристики: силовую – напряжённость $\vec{E}$, энергетическую – потенциал φ .

Напряжённость электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный пробный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (7.6)$$

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Единица напряжённости электростатического поля – Ньютон на Кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл – напряжённость электростатического поля в точке, в которой на пробный заряд 1 Кл действует сила 1 Н (1 Н/Кл = 1 В/м).

Напряжённость поля точечного заряда q выражается формулой

$$E = k \frac{q}{\varepsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}. \quad (7.7)$$

Напряжённость пропорциональна заряду, создающему поле, и характеризует электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится, но не зависит от пробного заряда.

Для наглядности электростатическое поле изображают с помощью **линий напряжённости (силовых линий)**, которые проводят так, чтобы касательные к ним в каждой точке пространства совпадали по направлению с вектором напряжённости в данной точке поля (рис. 7.2).

Густота силовых линий принимается за величину напряжённости.

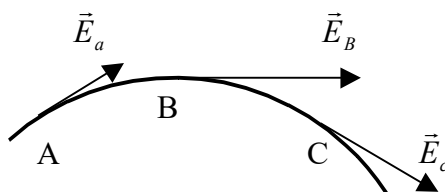


Рис. 7.2

Принцип суперпозиции электрических полей: напряжённость результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической

сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке A каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (7.8)$$

Принцип суперпозиции лежит в основе одного из методов расчёта электростатических полей.

Напряженность электрического поля зависит от свойств среды: нормальная составляющая напряженности поля при переходе из вакуума в среду всегда уменьшается во столько раз, во сколько возрастает диэлектрическая проницаемость. Вектор напряженности, переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчете электростатических полей.

Чтобы сохранить геометрическое изображение поля при наличии нескольких сред, вводят вспомогательное векторное поле, характеризующееся **вектором электрического смещения (вектором электрической индукции) $\vec{D}$** .

Для электрически изотропной среды

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}. \quad (7.9)$$

Электрическое смещение измеряется в СИ в $\frac{Кл}{м^2}$.

В отличие от напряженности $\vec{E}$, вектор электрического смещения $\vec{D}$ не зависит от свойств среды.

Как и поле $\vec{E}$, поле $\vec{D}$ изображается с помощью линий электрического смещения (линий индукции).

Линии индукции проводят так, чтобы в каждой точке их направление совпадало с направлением $\vec{D}$ в этой точке, а число линий (поток электрического смещения Φ_e), проходящих через единицу площади поверхности, перпендикулярной линиям индукции (густота линий индукции), равнялось бы численному значению вектора $\vec{D}$ в данной точке:

$$\vec{D} = \frac{d\Phi_e}{dS_n}. \quad (7.10)$$

Электрический поток через элементарную площадку dS

$$d\Phi_e = D dS_n = D_n dS = D \cos \alpha dS = \vec{D} d\vec{S}, \quad (7.11)$$

где $d\vec{S} = dS \vec{n}$ – площадь проекции элементарной поверхности dS на плоскость, перпендикулярную к вектору $\vec{D}$; $\vec{n}$ – единичный вектор, нормальный к площадке dS ; $\alpha = \left(\vec{D}, \vec{n} \right)$.

Полный поток Φ_e электрического смещения через поверхность S называется алгебраическая сумма электрических потоков через элементарные площадки, на которые может быть разбита поверхность S :

$$\Phi_e = \int_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(S)} D_n dS = \int_{(S)} D \cos \alpha dS. \quad (7.12)$$

Поток электрического смещения величина скалярная. В СИ измеряется в кулонах [Кл].

Для поля $\vec{D}$ также имеет место **принцип суперпозиции**: вектор электрической индукции суммарного поля нескольких зарядов равен геометрической сумме векторов электрической индукции, создаваемых в той же точке каждым из зарядов в отдельности, а поток электрического смещения равен алгебраической сумме потоков каждого из этих зарядов:

$$\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2 + \dots + \vec{D}_n = \sum_{i=1}^n \vec{D}_i; \quad (7.13)$$

$$\Phi_e = \Phi_{e1} + \Phi_{e2} + \dots + \Phi_{en} = \sum_{i=1}^n \Phi_{ei}. \quad (7.14)$$

Кроме принципа суперпозиции в основе расчета электростатических полей лежит также теорема Остроградского – Гаусса.

Поток вектора электростатического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов:

$$\Phi_e = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (7.15)$$

Занятие 9. Закон Био - Савара - Лапласа. Действие магнитного поля на ток и движущийся заряд

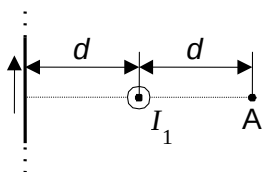
Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Сформулируйте, запишите математическое выражение закона Био - Савара - Лапласа и поясните его.
2. По какому правилу определяется направление вектора магнитной индукции (напряженности) элемента тока?
3. Сформулируйте и поясните принцип суперпозиции магнитных полей.
4. Сформулируйте, запишите выражение и поясните закон полного тока (теорему о циркуляции напряженности магнитного поля).
5. Сформулируйте и объясните правило выбора знаков токов, охватываемых данным контуром.
6. По какой формуле рассчитывается индукция (напряженность) магнитного поля:
 - прямого проводника конечной длины с током на расстоянии r от его оси;
 - бесконечно длинного проводника;
 - в центре прямоугольного проводника с током;
 - на оси кругового витка радиусом R с током I ;
 - в произвольной точке соленоида конечной длины с током I ?
7. Сформулируйте и объясните правило выбора знаков токов, охватываемых данным контуром (см. качественные задачи).
8. Сформулируйте, запишите и поясните закон Ампера.
9. Сформулируйте правило определения направления силы Ампера.
10. Дайте определение вектора магнитной индукции. Единица измерения $\vec{B}$.
11. Запишите формулу связи между вектором магнитной индукции и напряжённость магнитного поля.
12. Запишите формулу для определения магнитного потока и дайте определение его единицы измерения.
13. Дайте определение и запишите определяющую формулу магнитного момента контура с током (вращающейся рамки).
14. Как определяется направление вектора магнитного момента? Его единица измерения.
15. Как определяется величина и направление вращающего момента, действующего со стороны магнитного поля на рамку с током?

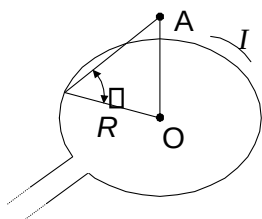
16. По какой формуле определяется сила взаимодействия между двумя бесконечно длинными проводниками с током?
17. Дайте определение единицы измерения силы тока.
18. По какой формуле определяется работа перемещения проводника с током в магнитном поле?
19. Запишите формулу определения работы перемещения контура с током в магнитном поле и поясните её.
20. Какая сила определяет действие магнитного поля на движущийся заряд? Как определяется её величина и направление?
21. Каков характер действия силы Лоренца?
22. Запишите и поясните формулу Лоренца.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи $I_1 = 100$ А и $I_2 = 200$ А. Определите магнитную индукцию в точке A (рис. 10.9). Расстояние $d = 10$ см.



Задача 2. По двум бесконечно длинным проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи $I_1 = 100$ А и $I_2 = 200$ А. Определите магнитную индукцию в точке A , равноудаленной от проводов на расстояние $d = 20$ см.



Задача 3. По тонкому кольцу радиусом $R = 20$ см течет ток $I = 100$ А. Определите магнитную индукцию на оси кольца в точке A . (рис. 10.11) Угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Рис. 10.11

Задача 4. По бесконечному прямому проводнику идёт ток 20 А. Проводник образует петлю, радиус которой $R = 2$ см. Определить индукцию магнитного поля в центре петли по величине и направлению (рис. 10.12).

Ответ: $B = 4,27 \cdot 10^{-4}$ Тл.

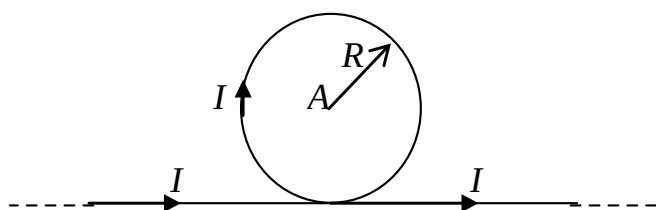


Рис.10.12

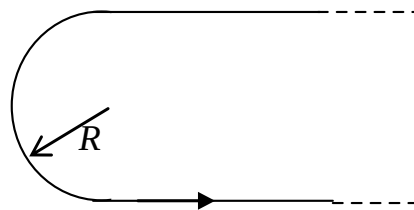


Рис.10.13

Задача 5. Два очень длинных прямых параллельных друг другу провода соединены на одном конце полукольцом радиусом $R = 2,5$ см. Чему равна индукция магнитного поля, созданного проводами в центре полукольца, если ток в проводах $I = 12$ А (рис. 10.13).

Ответ: $B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r} (2 + \pi) = 2,47 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 6. Прямой бесконечно длинный провод с током $I = 10$ А образует в середине кольцевой виток радиусом $R = 3$ см, плоскость которого перпендикулярна проводу. Определить индукцию магнитного поля по величине и направлению в точке, лежащей в центре витка

Задача 7. Два бесконечных прямых провода с токами $I_1 = 8$ А и $I_2 = 12$ А расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти индукцию магнитного поля в точке, лежащей на расстоянии 3 см от первого провода и 2 см от второго провода (рис. 10.15).

Ответ: $B = 13,1 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 8. По прямому бесконечно длинному проводу течёт ток $I_1 = 3,14$ А. Круговой виток с током $I_2 = 3$ А радиусом $R = 30$ см расположен так, что плоскость его параллельна прямому проводнику, а перпендикуляр, опущенный из центра витка на провод, является нормалью к плоскости витка. Расстояние от центра витка до провода равно $d = 20$ см.

Найти индукцию магнитного поля в центре витка (рис. 10.16).

Ответ: $B = 7 \cdot 10^{-6}$ Тл.

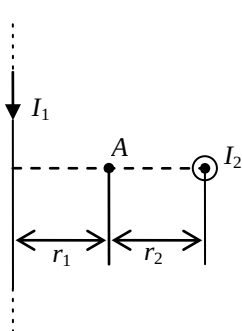


Рис. 10.15

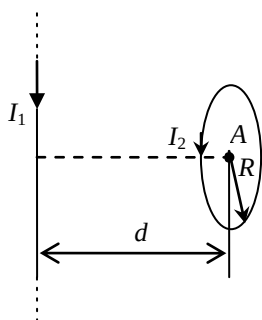


Рис. 10.16

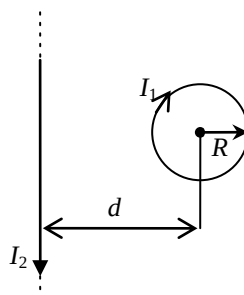


Рис. 10.17

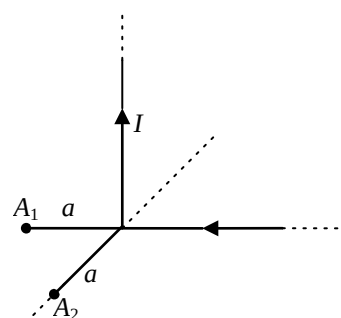


Рис. 10.18

Задача 9. Круговой виток радиусом $R = 3$ см с током $I_1 = 3$ А лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым током $I_2 = 6$ А. Расстояние от центра до провода равно $d = 10$ см. Определить индукцию магнитного поля в центре витка (рис. 10.17).

Ответ: $B = 1,83 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 10. Бесконечный прямой провод с током $I = 20$ А согнут под прямым углом. Определить индукцию магнитного поля в точке A_1 , лежащей на продолжении горизонтальной части провода, на расстоянии $a = 20$ см от вершины угла (рис. 10.18).

Ответ: $B_A = 10^{-5}$ Тл.

Задача 11. Бесконечный прямой провод с током $I = 100$ А согнут под прямым углом. Определить индукцию магнитного поля в точке A_2 (рис. 10.18), лежащей на биссектрисе угла на расстоянии $a = 10$ см от вершины угла.

Ответ: $B_A = 8,28 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 12. Провод согнут в виде прямоугольника со сторонами $a = 3$ см и $b = 4$ см. По проводу идёт ток $I = 50$ А. Определить величину и направление индукции магнитного поля в центре прямоугольника.

Ответ: $B = 1,67 \cdot 10^{-3}$ Тл.

Задача 13. Провод длиной 1 м согнут в виде квадрата. По проводу течёт ток $I = 10$ А. Определить индукцию магнитного поля в центре квадрата.

Ответ: $B = 4,5 \cdot 10^{-5}$ Тл.

Задача 14. По бесконечно длинному проводнику, согнутому, как показано на рис. 10.19, течёт ток $I = 100$ А. Определить магнитную индукцию B в точке A ,

если радиус закругления $R = 10$ см. Закругление представляет собой четверть окружности. Ответ: $B_A = 3,57 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Задача 15. Прямой бесконечно длинный проводник с током $I = 50$ А согнут так, что между частями его образовался угол $\alpha = 120^\circ$. Определить индукцию магнитного поля в точках, лежащих на биссектрисе угла и удалённых от вершины его на расстояние $a = 5$ см (рис. 10.20). Ответ: 1) $B_1 = 3,46 \cdot 10^{-4}$ Тл; 2) $B_2 = 1,16 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Занятие 10. Электромагнитная индукция. Самоиндукция. Взаимоиндукция

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Что является причиной возникновения индукционного тока? Поясните ответ опытами, проведенными Фарадеем.

$$\vec{B} \quad \vec{H}$$

2. Изменение какой из величин, или , определяет индукционный ток? Докажите это опытами Фарадея.

3. Сформулируйте и запишите закон Фарадея.

4. Сформулируйте и проиллюстрируйте опытом закон Ленца.

5. Запишите выражение и сформулируйте основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея - Ленца).

6. Докажите, что основной закон электромагнитной индукции является следствием закона сохранения энергии.

7. Поясните возникновение индукционного тока в проводниках, движущихся в магнитном поле и неподвижных проводниках.

8. Дайте определение явления самоиндукции; по какой формуле определяется ЭДС самоиндукции?

9. Каков физический смысл индуктивности L , в каких единицах измеряется?

10. От чего зависит индуктивность контура?

11. Запишите и поясните выражение для определения индуктивности бесконечно длинного соленоида.

12. Запишите закон изменения силы тока в цепи, содержащей последовательно включенные R и L при включении и выключении источника постоянного тока с ЭДС (E). Постройте график и поясните его.

13. Дайте определение явления взаимной индукции, напишите формулу определения ЭДС взаимной индукции.

14. Каков физический смысл взаимной индуктивности M , в каких единицах измеряется?

15. От чего зависит взаимная индуктивность?

16. Действие каких электрических приборов основано на явлении взаимной индукции.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Магнитный поток пронизывает замкнутый контур. Определить среднее значение величины ЭДС индукции, которая возникает в контуре, если поток изменится до нуля за время $\Delta t = 0,002$ с. $\Phi_1 = 4 \cdot 10^{-2}$ Вб. Ответ: $\langle E_i \rangle = 20$ В.

Задача 2. Прямой проводник длиной $l = 40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами проводника $U = 0,6$ В. Вычислить индукцию магнитного поля. Ответ: $B = 0,3$ Тл.

Задача 3. Между полюсами электромагнита, создающего магнитное поле с индукцией, равной 0,5 Тл, находится виток радиусом 4 см, плоскость которого перпендикулярна линиям индукции. Определить среднюю величину E_i , возникающей в витке при переключении полюсов электромагнита, если время переключения 0,1 с. Ответ: $\langle E_i \rangle = -0,05$ В.

Задача 4. С какой скоростью нужно перемещать проводник длиной 20 см перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля, чтобы на концах проводника возникла ЭДС индукции 0,05 В. Магнитная индукция равна 0,5 Тл. Ответ: $v = 0,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 5. Самолет, размах крыльев которого 60 м, летит горизонтально со скоростью $504 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна $5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Определить: а) значение ЭДС индукции, возникающей между концами крыльев самолета; б) что покажет вольтметр, соединенный с концами крыльев? Ответ: $E_i = 0,42$ В, $U = 0$.

Задача 6. Катушка, имеющая 1000 витков площадью поперечного сечения $S = 20$ см², поворачивается в магнитном поле Земли из положения, при котором площадь ее сечения перпендикулярна направлению магнитного поля, в положение, при котором плоскость ее сечения параллельна направлению магнитного поля. Определить среднее значение ЭДС индукции, возникающей в катушке, если индукция магнитного поля Земли $6 \cdot 10^{-5}$ Тл, а поворот на 90° катушка совершает за 0,02 с. Ответ: $\langle E_i \rangle = 6 \cdot 10^{-3}$ В.

*. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1$ Тл, **Задача 7** находится прямой проводник длиной $l = 20$ см. Концы проводника замкнуты проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи равно $R = 0,1$ Ом. Найти силу, которую нужно приложить к проводнику, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 2,5 \frac{м}{с}$. Ответ: $F = 1$ Н.

*. Прямой проводник длиной $l = 10$ см помещен в однородное **Задача 8** магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл. Концы проводника замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Какая мощность P потребуется для того, чтобы двигать проводник перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 20 \frac{м}{с}$? ($R=0,4$ Ом). Ответ: $P = 10$ Вт.

Задача 9. Виток площадью $S = 2$ см² расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Найти E_i в витке, если за время $\Delta t = 0,05$ с магнитная индукция равномерно убывает от $B_1 = 0,5$ Тл до $B_2 = 0,1$ Тл. Ответ: $\langle E_i \rangle = 1,6$ мВ.

Задача 10. Какой магнитный поток пронизывал каждый виток катушки, имеющей $N = 1000$ витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля в течение $\Delta t = 0,1$ с в катушке индуцируется ЭДС $\langle E_i \rangle = 10$ В? Ответ: $\Phi_m = 1$ мВб.

Задача 11. Рамка в форме равностороннего треугольника помещена в однородное магнитное поле с напряженностью $H = 64 \frac{кА}{м}$. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями индукции магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Найти длину стороны рамки a , если в рамке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 0,03$ с индуцируется $\langle E_i \rangle = 10$ мВ. Ответ: $a = 0,1$ м.

Задача 12. Квадратная рамка со стороной $a = 10$ см помещена в однородное магнитное поле. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями индукции угол $\alpha = 60^\circ$. Найти индукцию магнитного поля, если при выключении поля в течение $\Delta t = 0,01$ с в рамке индуцируется $\langle E_i \rangle = 50$ мВ. Ответ: $\langle B_l \rangle = 0,1$ Тл.

Задача 13. Плоский виток площадью $S = 10$ см² помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Сопротивление витка $R = 1$ Ом. Какой ток протечет по витку, если магнитная индукция будет убывать со скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,01 \frac{Тл}{с}$?
 Ответ: $I = 10^{-5}$ А.

Задача 14. Плоский виток площадью $S = 10 \text{ см}^2$ помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Напряженность

магнитного поля $H = 80 \frac{\text{кА}}{\text{м}}$. Сопротивление витка $R = 1 \text{ Ом}$.

Какой заряд протечет по витку, если поле будет исчезать с постоянной скоростью?

Ответ: $q = 0,1 \text{ мКл}$.

Задача 15. Проводник длиной $l = 2 \text{ м}$ движется в однородном магнитном поле

со скоростью $v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, перпендикулярной к проводнику и линиям индукции магнитного поля. Какая разность потенциалов возникает на концах проводника, если магнитная индукция $B = 0,1 \text{ Тл}$? Ответ: $E_i = 1 \text{ В}$.

Задача 16. С какой скоростью должен двигаться проводник длиной $l = 10 \text{ см}$ перпендикулярно линиям магнитной индукции однородного магнитного поля, чтобы между концами проводника возникла разность потенциалов $U = 0,01 \text{ В}$?

Скорость проводника составляет с направлением движения проводника угол $\alpha = 30^\circ$. Линии индукции перпендикулярны проводнику, индукция $B = 0,2 \text{ Тл}$.

Ответ: $v = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 17. Какой ток идет через гальванометр, присоединенный к железнодорожным рельсам, при приближении к нему поезда со скоростью $v =$

$60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$? Вертикальная составляющая индукции земного магнитного поля

$B = 50 \text{ мкТл}$. Сопротивление гальванометра $R = 100 \text{ Ом}$, расстояние между рельсами $1,2 \text{ м}$. Рельсы считать изолированными друг от друга и от земли.

Ответ: $I = 10 \text{ мкА}$.

Занятие 11. Механические колебания

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Какое движение называется колебательным?
2. Какое колебательное движение называется периодическим?
3. Какие колебания называются свободными (или собственными)?
4. Какие колебания называются гармоническими и какими параметрами они характеризуются?
5. Запишите дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний и его решение в тригонометрическом виде.
6. По каким формулам определяется смещение, скорость, ускорение при механическом гармоническом колебании?
7. Каков физический смысл амплитуды, частоты, периода и фазы колебаний?
8. Как графически изображаются гармонические колебания?
9. Постройте векторную диаграмму при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты, напишите уравнение результирующего колебания.
10. Напишите выражения, определяющие амплитуду и фазу результирующего колебания.
11. Приведите формулу полной энергии материальной точки, совершающей гармонические колебания.
12. Запишите дифференциальное уравнение затухающего колебания и его решение в тригонометрическом виде.
13. Что такое декремент затухания, логарифмической декремент затухания, время релаксации, добротность?
14. Какие колебания называются вынужденными?
15. Приведите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение в тригонометрическом виде. Поясните их.
16. Что такое резонанс? Чему равна при резонансе частота вынужденных колебаний? Амплитуда? Фаза?

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой $A = 5$ см, если за 1 минуту совершается 150 колебаний, начальная фаза колебаний 45° .

Ответ: $x = 5 \cos \left(5 \pi t + \frac{\pi}{4} \right)$ см.

Задача 2. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

$$x = A \sin \omega t.$$

Ответ: $t = \frac{1}{6} T$.

Задача 3. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая колебания по уравнению $x = 7 \sin 0,5 \pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

Ответ: $t = 1$ с.

Задача 4. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, $3 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальная сила, действующая на тело, $1,5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написать уравнение движения тела, если период колебаний 2 с и начальная фаза 60° .

Ответ: $x = 0,04 \cos \left(\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$ м.

Задача 5. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет:

1) $x = \frac{A}{4}$; 2) $x = \frac{A}{2}$; 3) $x = A$, где A – амплитуда колебаний? Начальная фаза колебаний равна нулю.

Ответ: 1) $\frac{W_k}{W_n} = 15$; 2) $\frac{W_k}{W_n} = 3$; 3) $\frac{W_k}{W_n} = 0$.

Задача 6. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки 2 см, полная энергия колебаний $3 \cdot 10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на точку действует сила $2,25 \cdot 10^{-5}$ Н? Ответ: $x = 1,5 \cdot 10^{-2}$ м.

Задача 7*. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных

уравнениями $x_1 = 0,02 \sin \left(5 \pi t + \frac{\pi}{2} \right)$ м и $x_2 = 0,03 \sin \left(5 \pi t + \frac{\pi}{4} \right)$ м.

Ответ: $A = 4,6 \cdot 10^{-2}$ м, $\alpha = 0,35$ рад.

Задача 8. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний $A_1 = 3$ см и $A_2 = 4$ см. Найти амплитуду результирующего колебания, если 1) колебания совершаются в одном направлении, 2) колебания взаимно перпендикулярны. Ответ: 1) $A = 7$ см; 2) $A = 5$ см.

Задача 9. За время $t = 8$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания. Ответ: $\beta = 0,0023$ с⁻¹.

Задача 10. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 5$ мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2 , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз? Ответ: $t_2 = 15$ мин.

Задача 11. Логарифмический декремент затухания колебаний маятника $L = 0,003$. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза.

Ответ: $N = 231$.

Задача 12. Определите отношение кинетической энергии T точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии Π , если известна фаза колебаний.

Ответ: $\frac{T}{\Pi} = \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Задача 13. Груз, подвешенный к спиральной пружине, колеблется по вертикали с амплитудой $A = 8$ см. Определите жесткость k пружины, если известно, что максимальная кинетическая энергия T_{max} груза составляет 0,8 Дж.

Ответ: $k = 250 \frac{H}{м}$.

Задача 14. Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода $T = 4$ с и одинаковой амплитуды $A = 5$ см составляет $\frac{\pi}{4}$. Напишите уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.

Ответ: $x = 9,24 \cos\left(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$ см.

Занятие 12. Электромагнитные колебания и волны

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Дайте определение и начертите колебательный контур.
2. Какой контур называется идеальным контуром Томсона? Поясните возникновение и поддержание электрических колебаний в идеальном контуре.
3. Запишите дифференциальное уравнение свободных незатухающих электромагнитных колебаний в идеальном контуре и его решение в тригонометрическом виде.
4. По каким формулам определяются собственная частота контура и период свободных незатухающих электромагнитных колебаний?
5. Напишите выражение для силы тока в идеальном колебательном контуре и напряжения на конденсаторе.
6. Приведите формулы энергии электрического и магнитного полей для идеального колебательного контура и запишите закон сохранения энергии при наличии свободных гармонических колебаний в нем.
7. Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний заряда в контуре и его решение в тригонометрической форме.
8. По каким формулам определяются частота затухающих колебаний и период затухания колебаний?
9. Приведите формулы логарифмического декремента затухания и добротности контура. От чего зависит коэффициент затухания?
10. Начертите схему включения переменного напряжения в колебательный контур.
11. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний в колебательном контуре и его решение в тригонометрическом виде. Поясните их.
12. По каким формулам определяются индуктивное, емкостное и полное сопротивления колебательного контура, сдвиг фаз между силой тока и напряжением?
13. Начертите векторную диаграмму для контура, содержащего последовательно соединенные источник питания, активное сопротивление, индуктивность и емкость. Запишите закон Ома для такого контура.
14. При какой частоте возникает явление резонанса? Начертите резонансные кривые напряжения и тока и поясните их.
15. Запишите уравнение плоской электромагнитной волны и поясните физический смысл величин.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. На какой диапазон волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность равна $2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$, а емкость может меняться от $6,2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}$ до $4,8 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$? Сопротивление контура ничтожно мало. Ответ: $L_1=2099 \text{ м}$, $L_2=5840 \text{ м}$.

Задача 2. Катушка, индуктивность которой $L = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластины $S = 100 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 0,1 \text{ мм}$. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур резонирует на волну длиной 750 м ? Ответ: $\epsilon = 6$.

Задача 3. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из соленоида длиной $l = 15 \text{ см}$, площадью поперечного сечения $S_1 = 1 \text{ см}^2$ и плоского конденсатора с площадью пластин $S_2 = 6 \text{ см}^2$ и расстоянием между ними $d = 0,1 \text{ см}$. Число витков соленоида $N = 1000$. Ответ: $\nu = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Гц}$.

Задача 4. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $U = 50 \cos 10^4 t \text{ В}$. Емкость конденсатора $C = 0,1 \text{ мкФ}$. Найти период T колебаний, индуктивность контура, закон изменения со временем t тока I в цепи и длину волны L , на которую резонирует этот контур. Ответ: $T = 0,2 \text{ мс}$; $L = 10,15 \text{ мГн}$; $I = -157 \sin 10^4 t \text{ мА}$; $L = 60 \cdot 10^3 \text{ м}$.

Задача 5. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $I = -0,02 \sin 400 t \text{ А}$. Индуктивность контура $l = 1 \text{ Гн}$. Найти период T колебаний, емкость C контура, максимальную энергию $W_{\text{магmax}}$ магнитного поля и максимальную энергию $W_{\text{элmax}}$ электрического поля.

Ответ: $T = 5 \text{ мс}$; $C = 0,63 \text{ мкФ}$; $U = 25,2 \text{ В}$; $W_{\text{магmax}} = 0,2 \text{ мДж}$; $W_{\text{элmax}} = 0,2 \text{ мДж}$.

Задача 6. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 0,2 \text{ мкФ}$ и катушки с индуктивностью $L = 5,07 \text{ мГн}$. При каком логарифмическом декременте затухания L разность потенциалов на обкладках

конденсатора за время $t = 1$ мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление контура? Ответ: $L = 0,22$; $R = 11,1$ Ом.

Задача 7. В сеть переменного тока напряжением 110 В включены последовательно конденсатор емкостью $5 \cdot 10^{-5}$ Ф и катушка индуктивностью 200 мГн и омическим сопротивлением 4 Ом. Определить: а) силу тока в цепи, если частота переменного тока 100 Гц; б) частоту переменного тока, при которой в данном контуре наступит резонанс напряжений; в) силу тока и напряжение на зажимах катушки и конденсатора при наступлении резонанса напряжений.

Ответ: $I = 1,17$ А; $f_{рез} = 50$ Гц; $I_p = 27,5$ А; $U_c = U_L = 1740$ В.

Задача 8. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2,22$ нФ и катушки длиной $l = 20$ см из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Найти логарифмический декремент затухания L колебаний. Ответ: $L = 0,018$.

Задача 9. Колебательный контур имеет емкость $1,1 \cdot 10^{-9}$ Ф и индуктивность $5 \cdot 10^{-3}$ Гн. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За какое время потеряется вследствие затухания 99 % энергии контура? Ответ: $t = 6,8$ мс.

Задача 10. Найти время, за которое амплитуда колебания тока в контуре с добротностью $Q = 5000$ уменьшится в 2 раза, если частота колебаний $f = 2,2$ МГц. Ответ: $t = 0,5$ мс.

Задача 11. Батарея, состоящая из двух одинаковых заряженных конденсаторов емкостью 10 мкФ каждый, включается в цепь, индуктивность и активное сопротивление которой равны соответственно 10 мГн и 40 Ом. Определить период возникающих в цепи электромагнитных колебаний и добротность цепи, если конденсаторы соединены: а) параллельно; б) последовательно. Ответ: $T_1 = 6,28$ мс; $Q_1 = 0,25$; $T_2 = 1,57$ мс; $Q_2 = 1$.

Задача 12. Катушка индуктивностью $L = 1$ мГн и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин радиусом 10 см каждая, соединены последовательно. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Определить период колебаний возникающих в контуре.
Ответ: $T = 1,05 \cdot 10^{-6}$ с.

Задача 13. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 1,6$ мГн и емкость $C = 0,04$ мкФ. Максимальное напряжение на пластинах конденсатора 200 В. Чему равна максимальная сила тока в контуре?

Сопротивление контура ничтожно мало. Ответ: $I_{\max} = 1 \text{ А}$.

Задача 14. Колебательный контур состоит конденсатора емкостью $0,2 \text{ мкФ}$ и катушки индуктивностью $5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на пластинах конденсатора за 10^{-3} с уменьшится в три раза? Чему при этом равно сопротивление контура?

Ответ: $L = 0,22$; $R = 11 \text{ Ом}$.

Задача 15. Колебательный контур состоит из индуктивности 10^{-2} Гн , емкости $0,405 \text{ мкФ}$ и сопротивления 2 Ом . Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время, равное одному периоду. Ответ: в $1,04$ раза.

Задача 16. Обмотка катушки состоит из 500 витков медного провода площадью поперечного сечения 1 мм^2 . Длина катушки $0,5 \text{ м}$ и ее диаметр 5 см . При какой частоте переменного тока полное сопротивление катушки вдвое больше ее активного сопротивления? Ответ: $\nu = 300 \text{ Гц}$.

Задача 17. Катушка длиной 25 см и радиусом 2 см состоит из 1000 витков медного провода площадью поперечного сечения 1 мм^2 . Катушка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц . $\square = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Какую часть полного сопротивления катушки составляет: а) активное сопротивление; б) индуктивное сопротивление.

Ответ: а) $0,74$; б) $0,68$.

Задача 18*. Конденсатор емкостью 20 мкФ и реостат, сопротивление которого 150 Ом , включены последовательно в цепь переменного тока частотой 50 Гц . Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе; 2) на реостате? Ответ: 1) $0,725$; 2) $0,685$.

Задача 19*. В цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно емкость $35,4 \text{ мкФ}$, активное сопротивление 100 Ом и индуктивность $0,7 \text{ Гн}$. Найти силу тока в цепи и падение напряжения на емкости, омическом сопротивлении и индуктивности.

Ответ: $I = 1,34 \text{ А}$; $U_c = 121 \text{ В}$; $U_R = 134 \text{ В}$; $U_L = 295 \text{ В}$.

Задача 20. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре $U = 500 \cos 10^4 \pi t \text{ В}$.

Емкость конденсатора $C = 0,1$ мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем тока в цепи. Ответ: $T = 0,2 \cdot 10^{-3}$ с; $L = 10^{-2}$ Гн; $I = -1,57 \sin 10^4 t$ А.

Занятие 13. Интерференция света

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Что представляет собой свет?
2. Изложите принцип Гюйгенса, на котором основывается волновая теория света?
3. Какое явление называется интерференцией света?
4. В чем состоит принцип получения когерентных волн?
5. Назовите способы получения когерентных волн и поясните один из них.
6. От чего зависит результат интерференции в некоторой точке экрана?
7. Напишите и поясните связь интенсивности света с амплитудой световой волны.
8. Напишите выражение для интенсивности результирующей световой волны и поясните его.
9. Дайте определение и запишите выражение оптической длины пути?
10. Что называется оптической разностью хода лучей и как она связана с разностью фаз двух когерентных волн?
11. Поясните, почему интерференция не наблюдается при наложении света от двух не лазерных источников (ламп накаливания, газоразрядных и т.п.).
12. Напишите и поясните условия интерференционного максимума и минимума.
13. Каковы условия для интерференционных максимумов и минимумов в отраженном и проходящем свете при интерференции в тонких пленках?
14. Чем объясняется окрашивание тонких пленок при наблюдении их в отраженном и проходящем свете?
15. Что называется полосами равного наклона и равной толщины?
16. При каких условиях можно наблюдать линии равного наклона, равной толщины, кольца Ньютона?
17. Что такое просветленная или «голубая» оптика? 18. Где применяется явление интерференции света?

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1*. Два когерентных источника света с длиной волны $L = 0,5$ мкм находятся на расстоянии 2 мм друг от друга. В 2 м от линии нахождения источников располагается экран. Точка А экрана располагается на одной прямой

с одним из источников. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление света; 2) что будет наблюдаться в точке A , если на пути одного из лучей перпендикулярно к нему поместить стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной $10,5 \text{ мкм}$?

Ответ: 1) в точке A будет максимум освещенности, $m = 2$; 2) в точке A будет минимум освещенности, $2m + 1 = 25$.

Задача 2. На толстую стеклянную ($n_m = 1,5$) пластинку, покрытую очень тонкой пленкой ($n_{пл} = 1,4$) падает нормально пучок лучей монохроматического света с длиной волны $L = 0,6 \text{ мкм}$. Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки. Ответ: $d = 0,11 \text{ мкм}$.

Задача 3. Сколько длин волн монохроматического света с частотой колебаний $\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ уложится на пути длиной $l = 1,2 \text{ мм}$: 1) в вакууме; 2) в стекле? ($n = 1,5$).

Ответ: 1) $N = 2000$; 2) $N = 3000$.

Задача 4. На пути какой длины в вакууме уложится столько же длин волн монохроматического света, сколько их укладывается на пути $l = 3 \text{ мм}$ в воде? ($n_{\text{воды}} = 1,33$). Ответ: $l = 4 \text{ мм}$.

Задача 5. Разность хода двух интерферирующих лучей монохроматического света $\Delta = 0,3L$. Определить разность фаз колебаний.

Ответ: $\Delta\varphi = 0,6\pi$.

Задача 6. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 1 \text{ мм}$, расстояние от щелей до экрана $l = 3 \text{ м}$, расстояние между максимумами яркости смежных интерференционных полос на экране $\Delta y = 1,5 \text{ мм}$.

Определить длину волны источника монохроматического света. Ответ: $L = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 7. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0,5 \text{ мм}$, расстояние от них до экрана $L = 3 \text{ м}$.

Длина волны $L = 0,6 \text{ мкм}$. Определить расстояние между смежными интерференционными максимумами на экране.

Ответ: $\Delta y = 3,6 \text{ мм}$.

Задача 8*. Пучок параллельных лучей с длиной волны $L = 0,6 \text{ мкм}$ падает под углом 30° на мыльную пленку ($n = 1,33$). При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут: а) максимально ослаблены интерференцией? б) максимально усилены? Ответ: а) $d = 0,25 \text{ мкм}$; б) $d = 0,125 \text{ мкм}$.

Задача 9*. Расстояние между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете 1 мм . Определить расстояние между десятым и девятым кольцами. Ответ: $r = 0,39 \text{ мм}$.

Задача 10. Плоско-выпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить толщину слоя воздуха там, где в отраженном свете с длиной волны $L = 0,6 \text{ мкм}$ видно первое светлое кольцо Ньютона. Ответ: $d = 0,15 \text{ мкм}$.

Задача 11. Расстояние между двумя источниками света в опыте Юнга $d = 0,15 \text{ мм}$. Расстояние от каждого источника до экрана $L = 4,8 \text{ м}$. Определить разность хода лучей, приходящих от источников в точку экрана, расположенную на расстоянии $y = 16 \text{ мм}$ от центра интерференционной картины. Ответ: $\Delta = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 12*. Определить толщину диэлектрической пленки, используемой в качестве зеркала в резонаторе гелиево-неонового лазера с длиной волны $L = 0,633 \text{ мкм}$. Показатель преломления пленки $n_{пл} = 2,62$. Пленка напыляется на стекло ($n_m = 1,52$).

Ответ: $d = 6 \cdot 10^{-8} \text{ м}$.

Задача 13*. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца. Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стало иметь кольцо с номером на единицу больше. Определить показатель преломления жидкости. Ответ: $n = 1,33$.

Задача 14. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны $R = 12,5 \text{ см}$ прижата к стеклянной пластинке выпуклой стороной. Диаметры десятого и

пятнадцатого темных колец Ньютона в отраженном свете равны $d_1 = 1 \text{ мм}$, $d_2 = 1,5 \text{ мм}$. Определить длину волны света.

Ответ: $L = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 16. Установка для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $L = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 10 \text{ м}$. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете равен $3,65 \text{ мм}$.
Ответ: $n = 1,33$.

Занятие 14. Дифракция света

Учебная цель: добиться понимания физической сущности явления

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Дайте определение явления дифракции. При каких размерах препятствий можно наблюдать дифракционную картину?
 2. Поясните принцип Гюйгенса и дополнение Френеля к принципу Гюйгенса.
 3. Каков результат наложения вторичных когерентных волн? При каком условии получится усиление интенсивности света в данной точке? А при каком - ослабление света?
 4. Как зависит интенсивность света от амплитуды интерферирующих волн?
 5. Поясните метод зон Френеля:
 - как строятся зоны Френеля?
 - от чего зависит величина амплитуды волны, приходящей в данную точку экрана от одной из зон?
 - зачем необходимо, чтобы радиусы соседних зон отличались на $\frac{L}{2}$?
- В 2
- каких фазах придут в одну точку волны от двух соседних зон?
- запишите суммарную амплитуду волны, если их m ?
 - сколько зон должно укладываться в препятствии, чтобы наблюдался максимум интенсивности света?
6. Дифракция на круглом отверстии:
- запишите и поясните выражение для амплитуды результирующего колебания в точке;
 - при каком числе зон в данной точке будет наблюдаться максимум интерференции света? А при каком – минимум интерференции света?
 - поясните дифракционную картину от круглого отверстия вблизи точки M (рис. 15.1).
7. В чем особенность построения зон Френеля при рассмотрении дифракции на диске?
8. Дифракция Фраунгофера на одной щели:
- когда наблюдается дифракция Фраунгофера?
 - как строятся зоны Френеля?
 - от чего зависит число зон Френеля?

- запишите и поясните условие дифракционного минимума (полная темнота) и условие дифракционного максимума.

9. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке:

- напишите и поясните выражение разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей;
- запишите и поясните условия: главного и дополнительных минимумов; главного максимума;
- как изменится распределение интенсивности в дифракционной картине при увеличении числа щелей?

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Определить длину световой волны, если в дифракционном спектре максимум второго порядка возникает при оптической разности хода волн 1,15 мкм. Ответ: 575 нм.

Задача 2. Вычислить радиусы первых пяти зон Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1 м. Длина волны $L = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ: $r_1 = 0,71$ мм; $r_2 = 1,0$ мм; $r_3 = 1,23$ мм; $r_4 = 1,42$ мм; $r_5 = 1,59$ мм.

Задача 3. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии 4 м от источника монохроматического света ($L = 5 \cdot 10^{-7}$ м). Посредине между источником и экраном помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

Ответ: $r = 10^{-3}$ м.

Задача 4. Монохроматический свет ($L = 0,5$ мкм) падает нормально на круглое отверстие диаметром $d = 1$ см. На каком расстоянии от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы в отверстии помещалась: 1) одна зона Френеля; 2) две зоны Френеля?

Ответ: 1) $R_0 = 50$ м; 2) $R_0 = 25$ м.

Задача 5. На круглое отверстие диаметром $d = 4$ мм падает параллельный пучок лучей ($L = 0,5$ мкм). Точка наблюдения находится от отверстия на расстоянии $R_0 = 1$ м. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое

пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран? Ответ: $k = 8$ зон; темное пятно.

Задача 6. На круглое отверстие радиусом 1 мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Ответ: $R_0 = 1$ м.

Задача 7. На щель шириной $a = 0,05$ мм падает нормально монохроматический свет ($L = 0,6$ мкм). Определить угол отклонения лучей, соответствующих четвертой темной дифракционной полосе. Ответ: $\varphi = 2^\circ 45'$.

Задача 8. На щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны L . Ширина щели равна $6 L$. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света? Ответ: $\varphi = 30^\circ$.

Задача 9. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если красная линия ($L = 7 \cdot 10^{-7}$ м) в спектре второго порядка наблюдается под углом 30° к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально. Ответ: $d = 2,8 \cdot 10^{-6}$ м; $n = 357$ штрихов/мм.

Задача 10*. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Под углом φ в поле зрения гониометра видна линия $L_1 = 4,4 \cdot 10^{-7}$ м в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим же углом какие-либо другие спектральные линии, соответствующие длинам волн, лежащим в пределах видимого спектра ($4 \cdot 10^{-7} \dots 7 \cdot 10^{-7}$ м)?

Ответ: $m_2 = 2$; $L_2 = 6,6 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 11. Дифракционная решетка, освещенная нормально монохроматическим светом, отклоняет спектр второго порядка на угол $\varphi = 14^\circ$. На какой угол она отклоняет спектр третьего порядка? Ответ: $\varphi = 21^\circ$.

Задача 12. Вычислить радиус пятидесятой зоны Френеля для плоского волнового фронта ($L = 0,5$ мкм), если построение делается для точки наблюдения, находящейся на расстоянии $R_0 = 1$ м от фронта волны.

Ответ: $r_{50} = 0,5$ см.

Задача 13. Точечный источник света с длиной волны $L = 550$ нм помещен на расстоянии $a_0 = 1$ м перед непрозрачной преградой с отверстием радиусом $r = 2$ мм. Определить: а) какое минимальное число открытых зон Френеля можно наблюдать при этих условиях? б) при каком расстоянии от отверстия до точки наблюдения получается минимальное число открытых зон? в) при каком радиусе отверстия в данной задаче может оказаться открытой только центральная зона Френеля? Ответ: а) $k = 7$; б) $R_0 = 1$ м; в) $r < 0,74$ мм.

Задача 14. Имеется круглое отверстие в непрозрачной преграде, на которую падает световая волна. За отверстием расположен экран. Что будет происходить с интенсивностью в центре наблюдаемой на экране дифракционной картины, если экран удалять от преграды?

Ответ: максимумы и минимумы будут поочередно сменять друг друга.

Задача 15. На непрозрачную преграду с отверстием радиусом $r = 1$ мм падает монохроматическая плоская световая волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно $R_{01} = 0,575$ м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до $R_{02} = 0,862$ м максимум сменяется минимумом. Определить длину волны L .
Ответ: $L = 580$ нм.

Задача 16*. Интенсивность, создаваемая на экране некоторой монохроматической световой волной в отсутствие преград, равна J_0 . Какова будет интенсивность в центре дифракционной картины, если на пути волны поставить преграду с круглым отверстием, открывающим:

а) 1-ю зону Френеля? б) полторы зоны Френеля? в) треть зоны Френеля? Ответ: а) $J = 4J_0$; б) $J = 2J_0$; в) $J = J_0$.

Задача 17. Дифракционная решетка имеет 50 штрихов на 1 мм. Под каким углом видны максимумы первого и второго порядков монохроматического излучения с длиной волны 400 нм?

Ответ: $\varphi_1 = 1,14^\circ$; $\varphi_2 = 2,29^\circ$.

Задача 18*. На дифракционную решетку, постоянная которой 0,01 мм, направлена перпендикулярно решетке плоская монохроматическая волна. Первый дифракционный максимум получен на экране смещенным на 3 см от

первоначального направления света. Определить длину волны света, если расстояние между экраном и решеткой равно 70 см. Ответ: $L = 430$ нм.

Задача 19. Определить длину волны линии в дифракционном спектре второго порядка, совпадающей с линией спектра третьего порядка, у которой длина волны 400 нм. Ответ: $L_1 = 600$ нм.

Задача 20. Определить длину световой волны, если в дифракционном спектре от дифракционной решетки максимум второго порядка возникает при оптической разности хода волн 1,45 мкм. Ответ: $L = 725$ нм.

Задача 21. Определить оптическую разность хода волн длиной 540 нм, прошедших через дифракционную решетку и образовавших максимум второго порядка. Ответ: $\Delta = 1,08$ мкм.

Задача 22. Определить оптическую разность хода волн, прошедших через дифракционную решетку, если максимум усиления волн виден под углом 11° . Постоянная дифракционной решетки 2 мкм. Ответ: $\Delta = 0,38$ мкм.

Задача 23. Через дифракционную решетку, имеющую 200 штрихов на 1 мм, пропущено монохроматическое излучение с длиной волны 750 нм. Определить угол, под которым виден максимум первого порядка этой волны.
 $\varphi = 9^\circ$.

Занятие 15. Поляризация света

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Как расположены векторы напряженности электрического E и магнитного H полей по отношению друг к другу и к направлению распространения волны?
2. Какая плоскость, проходящая через луч, называется плоскостью поляризации? Какой из векторов E или H лежит в этой плоскости?
3. Дайте определение естественного и поляризованного света.
4. Каким образом естественный свет можно преобразовать в поляризованный? Приведите и поясните один из опытов.
5. Запишите и поясните закон Малюса.
6. Как поляризованы отраженный и преломленный лучи? Покажите на рисунке плоскость поляризации отраженного и преломленного луча.
7. От чего зависит степень поляризации отраженного и преломленного лучей? Что такое угол максимальной (или полной) поляризации? 8. Запишите и сформулируйте закон Брюстера.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Естественный луч света падает на стеклянную пластинку, погруженную в жидкость. Отраженный луч идет в жидкости под углом 97° к падающему лучу. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Ответ: $n = 1,33$.

Задача 2. Луч света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом 54° . Определить угол преломления луча, если отраженный луч максимально поляризован. Ответ: $\beta = 36^\circ$.

Задача 3. На какой угловой высоте должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был максимально поляризован?

Ответ: $\theta = 37^\circ$, $i_b = 53^\circ$.

Задача 4. Луч света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения отраженный луч максимально поляризован? ($n_{\text{алм}} = 2,42$). Ответ: $i_b = 61^\circ$.

Задача 5. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57° . Определить скорость распространения света в этом кристалле. Ответ: $v = 1,95 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 6. Предельный угол полного отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43° . Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован? Ответ: $i_b = 55^\circ 45'$.

Задача 7. Анализатор в два раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора. Определить угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора. Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

Задача 8. Во сколько раз ослабляется свет, проходя через два николя, плоскости поляризации которых составляют угол 30° ? Ответ: в 2,67 раза.

Задача 9. Определить угол полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого равен 1,57. Ответ: $i_b = 57^\circ 30'$.

Задача 10. Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 30° ? Ответ: $n = 1,73$.

Задача 11. На какой угол нужно повернуть анализатор, чтобы интенсивность естественного света, прошедшего поляризатор и анализатор, уменьшилась в 3 раза? Ответ: $\alpha = 35^\circ$.

Задача 12. Чему равен предельный угол полного внутреннего отражения и угол полной поляризации в случае перехода луча из стекла в воду? (Показатель преломления стекла $n = 1,7$). Ответ: $\alpha_{np} = 51,5^\circ$, $i_b = 38^\circ$.

Задача 13. Определить предельный угол полного отражения при переходе луча из жидкости в воздух, если угол полной поляризации для этого случая равен 36°

19'. Чему равен показатель преломления жидкости? Ответ: $\alpha_{пред} = 47^\circ 18'$, $n = 1,36$.

Задача 14. Некоторый кристалл имеет предельный угол полного отражения $44^\circ 12'$. Определить угол падения луча внутри кристалла, при котором отраженный луч будет полностью поляризован.

Ответ: $i_b = 55^\circ 6'$.

Задача 15. Найти угол полной поляризации при отражении от границы стекло – вода ($n_m = 1,5$; $n_g = 1,33$). Ответ: $i_b = 41^\circ 15'$.

Задача 16. Определить показатель преломления: а) для непрозрачной эмали, если угол полной поляризации для нее равен 58° ; б) для прозрачного вещества, угол полной поляризации которого при падении света извне равен предельному углу полного внутреннего отражения. Ответ: а) $n = 1,6$; б) $n = 1,27$.

Задача 17*. Пучок плоскополяризованного света, длина волны которого в вакууме равна $5,89 \cdot 10^{-7}$ м, падает на пластину исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Найти длины волн обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатель преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$. Ответ: $L_o = 3,55 \cdot 10^{-7}$ м; $L_e = 3,95 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 18. Во сколько раз ослабляется естественный свет, проходя через два поляроида, плоскости поляризации которых составляют угол: а) 60° ; б) 45° ?
Ответ: а) в 8 раз; б) в 4 раза.

Задача 19. Найти угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность света, выходящего из анализатора, составляет 8 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор.
Ответ: $\alpha = 66^\circ 24'$.

Задача 20. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора равен α . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8 % падающего на них света. Найти угол α , если интенсивность света, выходящего из анализатора, составляет 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор.

Ответ: $\alpha = 62^{\circ} 30'$.

Занятие 16. Тепловое излучение

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Дайте определение теплового излучения.
2. Какие величины характеризуют тепловое излучение?
3. Что называется потоком энергии, энергетической светимостью, спектральной плотностью энергетической светимости (испускательной способностью)?
4. Как связаны между собой энергетическая светимость и спектральная плотность энергетической светимости?
5. Что называется абсолютно черным телом? Какова идеальная модель абсолютно черного тела?
6. Сформулируйте и запишите законы теплового излучения абсолютно черного тела:
 - закон Стефана–Больцмана;
 - законы Вина;
 - закон Планка.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. У некоторого металла фотоэффект начинается при частоте падающего света $\nu = 8,1 \cdot 10^4$ Гц. Определить работу выхода электрона из металла в электрон-вольтах.
Ответ: $A = 3,4$ эВ.

Задача 2. Длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_{кр} = 275$ нм. Найти минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект. Ответ: $\epsilon = 4,5$ эВ.

Задача 3. Найти длину волны λ_{max} света, соответствующую красной границе фотоэффекта, для лития. Работа выхода электронов из лития $A = 2,4$ эВ. Ответ: $\lambda_{max} = 517$ нм.

Задача 4. Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны $\lambda_{max} = 332$ нм. Определить работу выхода электрона A для этого металла

и длину световой волны L , при которой задерживающий потенциал $U_3 = 1,0$ В.
Ответ: $A = 3,74$ эВ; $L = 262$ нм.

Задача 5. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $L_{max} = 275$ нм. Найти работу выхода A электрона из металла, максимальную скорость v_{max} электронов, вырываемых из металла светом с длиной волны $L = 180$ нм, и максимальную кинетическую энергию W_{max} электронов. Ответ: $A = 4,5$ эВ, $v_{max} = 9,1 \cdot 10^5$ м/с, $W_{max} = 3,8 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 6. Найти частоту f света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U_3 = 3$ В.

Фотоэффект начинается при частоте света $f_{min} = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Найти работу выхода A электрона из металла. Ответ: $f = 1,32 \cdot 10^{15}$ Гц, $A = 2,48$ эВ.

Задача 7. Найти задерживающую разность потенциалов U_3 для электронов, вырываемых при освещении калия ($A = 2$ эВ) светом с длиной волны $L = 330$ нм. Ответ: $U_3 = 1,75$ В.

Задача 8. При фотоэффекте с платиновой поверхности ($A = 5,3$ эВ) электроны полностью задерживаются разностью потенциалов $U_3 = 0,8$ В. Найти длину волны L применяемого облучения и предельную длину волны L_{max} , при которой еще возможен фотоэффект.

Ответ: $L = 204$ нм, $L_{max} = 234$ нм.

Задача 9. Фотоны с энергией $\epsilon = 4,9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 4,5$ эВ. Найти максимальный импульс P_{max} , передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

Ответ: $P_{max} = 3,45 \cdot 10^{-25} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

Задача 10. Найти постоянную Планка h , если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $f = 2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6,6$ В, а вырываемый светом с частотой $f_2 = 4,6 \cdot 10^{15}$ Гц - разностью потенциалов $U_2 = 16,5$ В.

Ответ: $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж * с.

Задача 11. Какой длине волны электромагнитного излучения соответствует фотон, импульс которого совпадает с импульсом молекулы водорода при комнатной температуре $T = 300$ К? Масса молекулы водорода $m = 3,34 \cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: $L = 126$ пм.

Задача 12. Найти импульс P фотона красных лучей света ($L = 700$ нм). Ответ: $P = 0,95 \cdot 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

Задача 13. Найти энергию ϵ , импульс P фотона, если соответствующая ему длина волны $L = 1,6$ пм. Ответ: $\epsilon = 1,15 \cdot 10^{-13}$ Дж, $P = 4,1 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Задача 14. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны $L = 520$ нм? Ответ: $v = 9,2 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 15. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $L = 520$ нм? Ответ: $v = 1,4 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 16. При увеличении в два раза энергии фотона, падающего на металл, максимальная кинетическая энергия электронов увеличилась в три раза. Определить в электрон-вольтах работу выхода электронов из металла, если первоначальная энергия фотона равнялась 5 эВ. Ответ: $A = 2,5$ эВ.

Задача 17. При уменьшении в два раза длины волны света, падающего на металл, максимальная кинетическая энергия электронов увеличилась в три раза. Определить в электрон-вольтах первоначальную энергию фотонов. Работа выхода электрона равна 5 эВ. Ответ: $\epsilon = 10$ эВ.

Задача 18. Работа выхода электронов из металла равна 4,1 эВ. Определить минимальную задерживающую разность потенциалов при освещении поверхности металла фотонами с энергией 5,3 эВ. Ответ: $U = 1,2$ В.

Занятие 17. Фотоэффект. Эффект Комптона

Контрольные вопросы для подготовки к занятию

1. Начертите график зависимости спектральной плотности энергетической светимости от длины волны. Покажите на графике энергию, испускаемую в определенном интервале длин волн, и энергию, испускаемую всеми длинами волн в 1 с с единичной площади поверхности излучающего тела.
2. Изложите гипотезу Планка и на ее основе запишите выражения для спектральной плотности излучения (универсальной функции Кирхгофа).
3. Назовите виды фотоэффекта и дайте определение внешнего фотоэффекта.
4. Сформулируйте и поясните законы внешнего фотоэффекта.
5. Изложите гипотезу Эйнштейна и запишите уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
6. Что называется эффектом Комптона?
7. Поясните эффект Комптона с позиции квантовой теории света.
8. Напишите и поясните выражение для импульса и кинетической энергии электрона отдачи.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличится на 1 %?

Ответ: 4 %.

Задача 2. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела при температуре 0 °С? Ответ: $L = 1 \cdot 10^{-5}$ м.

Задача 3. Максимум спектральной плотности энергетической светимости звезды Арктур приходится на длину волны $5,8 \cdot 10^{-7}$ м. Принимая, что звезда излучает как абсолютно черное тело, определить температуру поверхности звезды. Ответ: $T = 5000$ К.

Задача 4. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с

24000 А на 8000 А . Как и во сколько раз изменилась: а) энергетическая светимость тела; б) максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости. Ответ: а) в 81 раз; б) в 243 раза.

Задача 5. Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела равно $4,16 \cdot 10^{11} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

На какую длину волны оно приходится?

Ответ: $L = 1,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Задача 6. Температура абсолютно черного тела увеличилась в два раза, в результате чего L_m уменьшается на 600 мкм. Определить начальную и конечную температуру тела.

Ответ: $T_1 = 2420 \text{ К}$, $T_2 = 4840 \text{ К}$.

Задача 7. Определить температуру абсолютно черной теплопроводящей пластинки, расположенной за пределами земной атмосферы перпендикулярно лучам Солнца, если при этом на каждый 1 см^2 ежеминутно падает 8,2 Дж энергии. Излучение считать равновесным. Ответ: $T = 332 \text{ К}$.

Задача 8. Какое количество энергии излучает Солнце за 1 мин? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К.

Ответ: $W = 6,5 \cdot 10^{21} \text{ кВт} \cdot \text{ч}$.

Задача 9. Раскаленная металлическая поверхность площадью в 10 см^2 излучает в одну минуту $4 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Температура поверхности 2500 К . Найти: а) каково было бы излучение этой поверхности, если бы она была абсолютно черной; б) каково отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Ответ: а) $W = 1,33 \cdot 10^5 \text{ Дж}$; б) $\alpha = 0,3$.

Задача 10. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке равна 2450 К. Отношение ее энергетической светимости к светимости абсолютно черного тела при данной температуре равно 0,31. Найти величину излучающей поверхности спирали. Ответ: $S = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$.

Задача 11. Мощность излучения абсолютно черного тела 10 кВт. Найти величину излучающей поверхности тела, если длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его энергетической светимости, равна $7 \cdot 10^{-7}$ м. Ответ: $S = 6 \text{ см}^2$.

Задача 12. а) Найти, на сколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения; б) считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится вдвое. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К.
Ответ: а) $1,4 \cdot 10^{17}$ кг; б) $t = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

Задача 13. Абсолютно черное тело находится при температуре $T_1 = 2900$ К. В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta L = 9$ мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело? Ответ: $T_2 = 290$ К.

Задача 14. Зачерненный шарик остывает от температуры 27°C до 20°C . На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости? Ответ: $\Delta L = 0,2$ мкм.

Задача 15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась в пределах $0,69 \dots 0,5$ мкм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела? Ответ: в 3,6 раза.

Задача 16. Температура абсолютно черного тела изменилась в пределах $1000 \dots 3000$ К. а) Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость? б) На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? в) Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости? Ответ: а) в 81 раз; б) от $L_1 = 2,9$ мкм до $L_2 = 0,97$ мкм; в) в 243 раза.

Задача 17. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм, определите: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в идее электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.
Ответ: 1) $T = 5,8$ кК; 2) $W = 2,34 \cdot 10^{29}$ кДж; 3) $m = 2,6 \cdot 10^{12}$ кг.

Занятие 18. Элементы квантовой механики и атомной физики

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Исходя из первого постулата Бора, вывести формулу, определяющую радиус n -й орбиты электрона в атоме водорода. Вычислить радиусы первых трех орбит.

Ответ: $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м; $r_2 = 2,12 \cdot 10^{-10}$ м; $r_3 = 4,77 \cdot 10^{-10}$ м.

Задача 2. Зная заряд электрона и радиус орбиты, определить потенциальную, кинетическую и полную энергии электрона, находящегося на первой орбите в атоме водорода.

Ответ: $W_n = -27,2$ эВ; $W_k = 13,6$ эВ; $W = -13,6$ эВ.

Задача 3. Определить длину волны, соответствующую третьей спектральной линии в серии Бальмера.

Ответ: $L = 4,34 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 4. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).

Ответ: $L_1 = 1,87 \cdot 10^{-6}$ м; $L_2 = 8,2 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 5. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый. Ответ: $W = 12,1$ эВ.

Задача 6. Определить наименьшее и наибольшее значения энергии фотона в ультрафиолетовой части спектра водорода (серии Лаймана). Ответ: $W_1 = 10,2$ эВ; $W_2 = 13,6$ эВ.

Задача 7. Атомарный водород, возбужденный светом с определенной длиной волны, при переходе в основное состояние испускает только три спектральные линии. Определить длины волн этих линий и указать, каким сериям они принадлежат.

Ответ: серия Лаймана $L_1 = 1,216 \cdot 10^{-7}$ м; $L_2 = 1,026 \cdot 10^{-7}$ м; серия Бальмера $L = 6,563 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 8. Фотон с энергией 16,5 эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома?

Ответ: $V = 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 9. Вычислить длину волны, которую испускает ион гелия He^+ при переходе со второго энергетического уровня на первый. Сделать такой же подсчет для иона лития Li^{++} .

Ответ: $L_1 = 0,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $L_2 = 0,135 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 10. Найти энергию E_i и потенциал U_i ионизации ионов He^+ и Li^{++} .

Ответ: гелий $E_i = 8,64 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 54 \text{ эВ}$; $U_i = 54 \text{ В}$; литий $E_i = 1,95 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} = 122 \text{ эВ}$; $U_i = 122 \text{ В}$.

Задача 11. Определить первый потенциал возбуждения атома водорода. Ответ: $U_1 = 10,2 \text{ В}$.

Задача 12. Найти: 1) радиусы первых трех боровских электронных орбит в атоме водорода; 2) скорость электрона на них.

Ответ: $r_1 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $r_2 = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $r_3 = 4,77 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $v_1 = 2,19 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_2 = 1,1 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_3 = 7,3 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 13. Вычислить кинетическую энергию электрона, находящегося на n -й орбите атома водорода. Задачу решить для $n = 1, 2, 3$.

Ответ: $W_1 = 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}$; $W_2 = 5,44 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,4 \text{ эВ}$; $W_3 = 2,42 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,51 \text{ эВ}$; $W_4 = 0$.

Задача 14. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

Ответ: $L_1 = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $L_2 = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Задача 15. 1) Найти наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода. 2) Какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия? Ответ: $L = 1,21 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $V = 1,9 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Задача 16. Определить потенциал ионизации атома водорода. Ответ: $U_i = 13,6 \text{ В}$.

Задача 17. 1) Какую наименьшую энергию (в электрон-вольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода? 2) Какую наименьшую скорость должны иметь эти электроны? Ответ: $v = 2,2 \cdot 10^6$; $W = 13,6$

Задача 18. В каких пределах должна лежать энергия бомбардирующих электронов, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию? Ответ: 10,2 эВ $\square$ 12,1 эВ.

Задача 19. Какую наименьшую энергию (в электрон-вольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел три спектральные линии? Найти длины волн этих линий. Ответ: $W = 12,1$ эВ; $L_1 = 1,21 \cdot 10^{-7}$ м; $L_2 = 1,03 \cdot 10^{-7}$ м; $L_3 = 6,56 \cdot 10^{-7}$ м.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Ивлиев, А.Д. Физика: учебное пособие для вузов / А.Д. Ивлиев. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 676 с.
2. Зисман, Г.А. Курс общей физики. В 3 т.: учебное пособие для вузов: в 3 томах / Г.А. Зисман, О.М. Тодес. – 9-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021 – Том 1: Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны – 2021. – 340 с.

Дополнительная литература

1. Никеров, В.А. Физика: современный курс: учебник / В.А. Никеров. – 2-е изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. – 452 с.: ил. – <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-394-02349-1
2. Савельев, И.В. Курс общей физики: [учеб. пособие]: в 4 т. / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 1, Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – М.: Кнорус, 2009. – 528 с.: ил. - На учебнике гриф: Доп.УМО. – Прил.: с. 505-515. - ISBN 978-5-85971-899-3
3. Савельев, И.В. Курс общей физики: [учеб. пособие]: в 4 т. / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 2, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Кнорус, 2009. - 576 с. - На учебнике гриф: Доп.УМО. – Прил.: с. 553-560. – Библиогр. в подстроч. примеч. - ISBN 978-5-85971-898-6
4. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 4 т.: [учеб. пособие] / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 3, Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: КНОРУС, 2009. – 368 с.: ил. – На учебнике гриф: Доп.МО. – Библиогр. в подстроч. примеч. - ISBN 978-5-85971-900-6
5. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб. пособие / Т.И. Трофимова. – 20-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 560 с. – На учебнике гриф: Рек.МО. – ISBN 978-5-4468-0627-0

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению самостоятельных работ
по дисциплине «ФИЗИКА»
для студентов специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность
специализация «Информационно-аналитическая и техническая
экспертиза компьютерных систем»

Ставрополь
2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

1. Общая характеристика самостоятельной работы студента
2. Технологическая карта самостоятельной работы студента
3. Самостоятельное изучение тем лекций
4. Паспорт фонда оценочных средств для проверки самостоятельной работы
5. Список рекомендуемой литературы

Введение

Целью изучения дисциплины «Физика» является приобретение знаний о методах научного познания; о современной физической картине мира; об основах фундаментальных физических теорий; развитие учащихся способностей к более глубокому пониманию сущности физических процессов, происходящих в технике; формирование научного способа мышления; овладение умениями проводить наблюдения, планировать и выполнять эксперименты, обрабатывать результаты экспериментов, применять теоретические знания при решении задач; развитие творческих способностей в процессе решения физических задач, выполнении экспериментальных заданий, подготовки рефератов, докладов; воспитание убежденности о необходимости разумного использования достижений науки и технологий для дальнейшего развития общества; отношения к физике как элементу общечеловеческой культуры; использования приобретенных знаний и умений для решения задач, возникающих в профессиональной деятельности, а также приобретение набора общекультурных и общепрофессиональных компетенций будущего специалиста 10.05.01 «Компьютерная безопасность». Задачами дисциплины являются:

1. Сформировать представление об основных компонентах комплексной дисциплины «Физика».
2. Раскрыть понятийный аппарат фундаментального и прикладного аспектов дисциплины.
3. Сформировать навыки работы в прикладных программах, предназначенных для моделирования физических процессов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Перечень компонентов	Технологии формирования компетенции	Средства и технологии оценки	
Знать: - смысл основных физических понятий и законов; - теории, определяющие строение вещества; - законы, лежащие в основе физических методов исследований; - методы обработки экспериментальных данных, в том числе с использованием ЭВМ;	лекции, самостоятельная работа	собеседование, письменный отчет	
	Уметь: - применять знание основных законов физики; - объяснять прикладное значение важнейших достижений в области физики для: развития энергетики, транспорта, средств связи, медицины, охраны окружающей среды; Владеть: -навыками применения современного математического инструментария для решения задач; -методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов (в части компетенций, соответствующих основным методам).	лабораторная работа, самостоятельная работа лабораторная работа, самостоятельная работа	собеседование, письменный отчет собеседование, письменный отчет

1. Общая характеристика самостоятельной работы студента

Основными видами учебной работы по достижению результатов освоения дисциплины являются лекции, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа студентов (СРС).

На лекциях раскрываются основные положения и понятия курса, формируются знания в области физики. На лабораторных и практических занятиях формируются умения и навыки, необходимые для решения задач профессиональной

деятельности.

Приступая к изучению учебной дисциплины, необходимо ознакомиться с учебной программой, получить в библиотеке рекомендованные учебные пособия, а также получить у ведущего преподавателя в электронном виде конспекты лекций, методические рекомендации к лабораторным и практическим занятиям и тестовые, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и выполнения лабораторных и практических занятий.

Для изучения дисциплины предлагается список основной и дополнительной литературы. Основная литература предназначена для обязательного изучения, дополнительная – поможет более глубоко освоить отдельные вопросы, подготовить исследовательские задания и выполнить задания для самостоятельной работы.

В ходе лекционных занятий студент обязан осуществлять конспектирование учебного материала, особое внимание, обращая на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных понятий, физических явлений, процессов, эффектов. В рабочих конспектах желательно оставлять поля, на которых следует делать пометки из рекомендованной литературы, дополнять материал прослушанной лекции, формулировать научные выводы и практические рекомендации. Студент имеет право задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Самостоятельная работа студентов над материалом учебной дисциплины является неотъемлемой частью учебного процесса и должна предполагать углубление знания учебного материала, излагаемого на аудиторных занятиях, и приобретение дополнительных знаний по отдельным вопросам самостоятельно. Основными видами самостоятельной работы курсантов по учебной дисциплине являются:

- самостоятельное изучение учебного материала по заданным темам;
- подготовка к лабораторным работам, оформление отчета по выполненному практическому занятию и подготовка к собеседованию по результатам работы.

Основными методами самостоятельной работы студентов являются:

1) для овладения знаниями:

- чтение текста (конспекта лекций, учебника, дополнительной литературы) и конспектирование текста;
- работа с нормативными документами;
- поиск информации в Интернет;

2) для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекции (обработка текста);
- повторная работа над учебным материалом (учебника, дополнительной литературы, слайдами);
- составление плана и тезисов ответа или графическое изображение

структуры ответа;

- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных документов;
- ответы на контрольные вопросы;

3) для формирования умений:

- подготовка к практическим и лабораторным занятиям;
- решение задач и практических и лабораторных заданий;
- подготовка отчетов по практическим и лабораторным занятиям;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

В случае пропуска учебного занятия студент может воспользоваться содержанием различных блоков учебно-методического комплекса (лекции, практические и лабораторные занятия, контрольные вопросы и тесты) для самоподготовки и освоения темы. Для самоконтроля необходимо использовать вопросы и задания, предлагаемые к практическим и лабораторным занятиям, а также варианты тестовых заданий.

2. Технологическая карта самостоятельной работы студента

№ п/п	Вид деятельности студентов	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Объем, часов
1	Подготовка к лабораторным работам № 1-9	Письменный отчет	Собеседование, отчёт	27
2	Самостоятельное изучение тем лекций	Конспект	Собеседование	18
3	Подготовка к практическим занятиям № 1-9	Письменный отчет	Решение типовых задач, собеседование	27
Итого за 1 семестр				72
Итого				72

3. Самостоятельное изучение тем лекций

№ п/п	Темы для самостоятельного изучения	Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
		Основная	Дополни- тельная	Методическая	Интернет- ресурсы
1 семестр					
1	Тема: Основные представления кинама- тики и динамики	2	1, 2		
2	Тема: Основы специальной теории относительности	3	1, 4, 7		
3	Тема: Физика колебаний	3, 4	4, 5, 7		
4	Тема: Основные представления электростатики	1, 3	2, 3, 6		
5	Тема: Тепловое излучение	1, 2	3, 4		
6	Тема: Элементы квантовой механики	4	4, 5		
7	Тема: Квантовые характеристики микрочастиц	2, 4	6, 7		

4. Паспорт фонда оценочных средств для проверки самостоятельной работы

Этап формирования компетенции (№ темы)	Тип контроля	Вид контроля	Компонент фонда оценочных средств	Количество элементов, шт.	
				Базовый уровень	Повышенный уровень
1 семестр					
2, 3, 5, 6	текущий	устный	Вопросы для собеседования по лабораторным работам	25	11
5, 6, 7	текущий	устный	Вопросы для собеседования по самостоятельному изучению тем лекций	23	12
3, 4	текущий	устный	Вопросы для собеседования по практическим занятиям	24	12
1-9	промежуточный	электронное тестирование	Вопросы к тесту	20	10

4.1 Вопросы для собеседования по лабораторным работам

1 семестр:

Лабораторная работа 2. Эффект Комптона

Базовый уровень:

1. Что такое эффект Комптона?
2. Что такое комптоновский сдвиг?
3. Что такое обратный эффект Комптона?
4. За что отвечает обратный эффект Комптона?

Повышенный уровень:

5. Записать закон сохранения энергии в случае эффекта Комптона.
6. Записать формулу Клейна-Нишины.

Лабораторная работа 3. Частица в потенциальной яме

Базовый уровень:

1. Что такое потенциальная яма?
2. Что такое одномерная потенциальная яма?
3. Что такое потенциальный барьер?
4. Чем будет обусловлена амплитуда колебаний?

Повышенный уровень:

1. Как поведёт себя частица при попадании в потенциальную яму?
2. Может ли частица покинуть потенциальную яму?

Лабораторная работа 5. Туннельный эффект

Базовый уровень:

1. Что такое туннельный эффект?
2. Упрощённое объяснение туннельного эффекта.
3. Макроскопические проявления туннельного эффекта

Повышенный уровень:

1. Написать уравнение Шрёдингера с постоянным потенциалом.
2. Написать уравнения для коэффициента прохождения через барьер.

Лабораторная работа 6. Опыт Резерфорда

Базовый уровень:

1. В чём заключался опыт Резерфорда?
2. Когда проводился опыт Резерфорда?
3. Результаты опыта Резерфорда.

Лабораторная работа 10. Закон распределения энергии по степеням свободы

Базовый уровень:

7. Что называется числом степеней свободы тела?
8. Какой характер носит движение молекул?
9. Энергия движения молекулы.

Повышенный уровень:

1. Средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы.
2. Закон Больцмана.

Лабораторная работа 12. Теплоёмкость идеального газа

Базовый уровень:

1. Что такое теплоёмкость?
2. Что такое молекулярная теплоёмкость?
3. Теплоёмкость идеального газа в изопроцессах.
4. Сколько существует способов изменения внутренней энергии тела?

Повышенный уровень:

3. Написать формулу работы внешних сил над газом.
4. Написать формул изопроцессов теплоёмкости идеального газа.

Лабораторная работа 13. Первое начало термодинамики

Базовый уровень:

1. Основная формулировка первого начала термодинамики.
2. Правила знаков для теплоты и работы.
3. Математическая запись первого закона термодинамики.
4. Какое соотношение устанавливает первое начало термодинамики?

Повышенный уровень:

5. Частные случаи первого закона термодинамики.

4.3 Вопросы для собеседования по самостоятельному изучению тем лекций

1 семестр:

Тема 5: Физика колебаний.

Базовый уровень:

1. Что такое колебания?
2. Классификация колебаний.
3. Параметры колебаний.
4. Что такое волна?
5. Что такое колебательный контур?

Повышенный уровень:

1. Что такое смещение?
2. Что такое фаза колебаний?
3. Что такое круговая (циклическая) частота?

Тема 6: Основные представления электростатики.

Базовый уровень:

1. Что такое электростатика?

2. Что такое электрический заряд?
3. Виды электрических зарядов.
4. Закон сохранения заряда.
5. Что такое изолированная система?

Повешенный уровень:

1. Что такое электризация?
2. Закон Кулона.
3. Что такое потенциал?

Тема 7: Постоянный ток.

Базовый уровень:

1. Что такое постоянный ток?
2. График постоянного тока.
3. Какие бывают источники постоянного тока?
4. Анод и катод.
5. Параметры постоянного тока.
6. Где применяется постоянный ток?

Повешенный уровень:

1. Что такое генераторы постоянного тока?
2. Что такое ионисторы?

Тема 13: Квантовые характеристики микрочастиц

Базовый уровень:

6. Что такое угловой момент?
7. Что такое вращательные уровни молекул?
8. Классификация состояния электронов.
9. Что такое спин электрона?

Повешенный уровень:

1. Свойства спина.
2. Перечислить вращательный уровни молекул.

Тема 14: Атом водорода

Базовый уровень:

1. Что такое атом водорода?
2. Какие виды математического описания атома водорода существуют?
3. Свойства атома водорода.

Повешенный уровень:

1. Модель Бора.
2. Строение атома водорода.

5 Список рекомендуемой литературы

5.1.1. Основная литература

1. Ивлиев, А.Д. Физика: учебное пособие для вузов / А.Д. Ивлиев. – 3-е изд., испр. и

доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 676 с.

2. Зисман, Г.А. Курс общей физики. В 3 т.: учебное пособие для вузов: в 3 томах / Г.А. Зисман, О.М. Тодес. – 9-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021 – Том 1: Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны – 2021. – 340 с.

5.1.2. Дополнительная литература

1. Никеров, В.А. Физика: современный курс: учебник / В.А. Никеров. – 2-е изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2016. – 452 с.: ил. – <http://biblioclub.ru/>. - ISBN 978-5-394-02349-1

2. Савельев, И.В. Курс общей физики: [учеб. пособие]: в 4 т. / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 1, Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – М.: Кнорус, 2009. – 528 с.: ил. - На учебнике гриф: Доп.УМО. – Прил.: с. 505-515. - ISBN 978-5-85971-899-3

3. Савельев, И.В. Курс общей физики: [учеб. пособие]: в 4 т. / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 2, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – М.: Кнорус, 2009. - 576 с. - На учебнике гриф: Доп.УМО. – Прил.: с. 553-560. – Библиогр. в подстроч. примеч. - ISBN 978-5-85971-898-6

4. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 4 т.: [учеб. пособие] / И.В. Савельев; под общ. ред. И.В. Савельева, Т. 3, Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: КНОРУС, 2009. – 368 с.: ил. – На учебнике гриф: Доп.МО. – Библиогр. в подстроч. примеч. - ISBN 978-5-85971-900-6

5. Трофимова, Т.И. Курс физики: учеб. пособие / Т.И. Трофимова. – 20-е изд., стер. – М.: Академия, 2014. – 560 с. – На учебнике гриф: Рек.МО. – ISBN 978-5-4468-0627-0

5.1.3. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Введение в лабораторный практикум по физике: методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Физика»: для студентов технических и технологических направлений подготовки (специальностей) / сост. И.М. Хабибулин, В.Н. Хабибулина, Е.Н. Беляева. – Ставрополь, 2018. – 585 с.

5.1.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО.

2. <http://e.lanbook.com/> – Электронно-библиотечная система «Издательство «Лань».

3. <http://window.edu.ru> – единое окно доступа к образовательным ресурсам

4. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование»

5. <http://www.en.edu.ru> – естественно-научный образовательный портал

5.1.5. Программное обеспечение

1	Операционная система: Microsoft Windows 8: Бессрочная лицензия. Договор № 01-эа/13 от 25.02.2013
2	Операционная система: Microsoft Windows 10: Бессрочная лицензия. Договор № 544-21 от 08.06.2021.
3	Базовый пакет программ Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint). Microsoft Office Standard 2013: договор № 01-эа/13 от 25.02.2013г., Лицензия Microsoft Office https://support.microsoft.com/ru-ru/lifecycle/search/16674