

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Северо-Кавказский федеральный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям

по дисциплине «Стратегическое и территориальное планирование»

для студентов направления подготовки

23.03.01 Технология транспортных процессов

(Направленность (профиль) «Транспортная логистика»)

Ставрополь, 2026

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Прогнозирование на транспорте» разработаны в соответствии с образовательный стандарт высшего образования Северо-Кавказского федерального университета по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов, квалификация (степень) – бакалавр.

Методические указания содержат план семинаров и темы докладов по различным разделам дисциплины.

Составитель к. т. н., доцент А. А. Папаскуа

Рецензент к. э. н., доцент В.М. Павленко

Содержание

Введение	3
Практическая работа 1. прогнозирование с помощью методов экстраполяции	4
Практическая работа 2. прогнозирование методом скользящего среднего	23
Практическая работа 3. временные ряды экономических показателей в прогнозировании, прогнозирование по аддитивной модели	29
Практическая работа 4. временные ряды экономических показателей в прогнозировании, прогнозирование по мультипликативной модели	39
Практическая работа 5. Метод экспоненциального сглаживания	50
Практическая работа 6. Прогнозирование с использованием экспертных оценок	61
Практическая работа 7. Комбинированный прогноз	72
Список литературы.	79

Введение

Целью изучения дисциплины «Прогнозирование на транспорте» является подготовка студентов к решению сложных проблем, требующих использования методологии системного анализа транспортных систем и процессов в рамках общепрофессиональной компетенции ОПК-2.

Задачи изучения дисциплины – усвоение положений современной теории автотранспортных средств. В результате изучения дисциплины студент должен знать принципы системного анализа, подходы и методы построения и развития организаций, закономерности функционирования транспортных систем.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования с помощью методов экстраполяции.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Установить цели и задачи исследования.
2. Подготовить исходные данные.
3. Осуществить фильтрацию исходного временного ряда.
4. Осуществить отбор видов аппроксимирующей функции.
5. Оценить параметры математической модели прогнозирования.
6. Выбрать математическую модель прогнозирования.
7. Осуществить точечный и интервальный прогнозы.
8. Осуществить верификацию прогноза.

2 Теоретическое обоснование

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов.

Временные ряды бывают моментными (например, списочная численность работников на начало месяца) и интервальными (например, заработная плата в определенные месяцы).

Модели, построенные по данным, характеризующим один объект за ряд последовательных моментов (периодов), называются моделями временных рядов.

Если во временном ряду проявляется длительная тенденция изменения экономического показателя, то говорят, что имеет место тренд. Таким образом, под трендом понимается изменение, определяющее общее

направление развития, основную тенденцию временных рядов.

В связи с этим экономико-математическая динамическая модель, в которой развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд ее основных показателей, называется трендовой моделью.

В самом общем случае временной ряд экономических показателей можно разложить на три компоненты:

1. Тренд, составляющий которого будем обозначать T_t ; $t = \overline{1, n}$.
2. Сезонная (циклическая) компонента – S_t ; $t = \overline{1, n}$.
3. Случайная (стохастическая) компонента – E_t ; $t = \overline{1, n}$.

Различают следующие виды моделей:

1. Тренд: $y(t) = T(t) + E(t)$.
2. Сезонность (циклическость): $y(t) = S(t) + E(t)$.
3. Тренда и сезонности: $y(t) = T(t) + S(t) + E(t)$,
 $y(t) = T(t) S(t) E(t)$.

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренд. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда.

Для построения трендов чаще всего применяют следующие функции:

- 1) линейный тренд:

$$y(t) = a + bt; \quad (1.1)$$

- 2) гиперболическая:

$$y(t) = a + \frac{b}{t}; \quad (1.2)$$

- 3) степенная:

$$y(t) = a \cdot t^b; \quad (1.3)$$

- 4) экспоненциальная:

$$y(t) = a \cdot b^t; \quad (1.4)$$

5) парабола второго и более высоких порядков:

$$y(t) = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k. \quad (1.5)$$

Параметры каждого из перечисленных выше трендов можно определить при помощи МНК, используя в качестве независимой переменной время $t=1, 2, 3, \dots, n$, а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда y_t . Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Критерием отбора наилучшей формы тренда является наибольшее значение скорректированного коэффициента детерминации $\bar{R}^2$, рассчитанное для нескольких форм тренда.

Среди большого разнообразия экономико-математических методов, используемых в эконометрике, особое место занимают методы и модели прогнозирования. Для математических методов прогнозирования характерен подбор и обоснование математической модели исследуемого процесса, а также способов определения ее неизвестных параметров. *Задача прогнозирования* при этом сводится к решению уравнений, описывающих данную модель для заданного момента времени.

Среди математических методов прогнозирования в особую группу выделяются *методы экстраполяции*, которые отличаются простотой, наглядностью и легко реализуемы на ЭВМ.

Прогнозирование с помощью методов экстраполяции должно включать в себя следующие этапы работ:

1. Установление цели и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.
2. Подготовка исходных данных.
3. Фильтрация исходного временного ряда.
4. Логический отбор видов аппроксимирующей функции.

5. Оценка параметров математической модели прогнозирования.
6. Выбор математической модели прогнозирования.
7. Получение точечного и интервального прогнозов.
8. Верификация прогноза.

Подробнее прогнозирование с помощью методов экстраполяции рассмотрено в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогноз произвести на примере выпуска продукции предприятием (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Фактические данные выпуска продукции

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, U_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1997	15,1	12,1	12,8	13,6	15,9	16,6	17,4	18,1	18,9	11,3	9
1998	16,5	13,2	14	14,9	17,3	18,2	19	19,8	20,6	12,4	9,9
1999	18,5	14,8	15,7	16,7	19,4	20,4	21,3	22,2	23,1	13,9	11,1
2000	25,4	20,3	21,6	22,9	26,7	27,9	29,2	30,5	31,8	19,1	15,3
2001	30,8	24,6	26,2	27,7	32,3	33,9	35,4	37	38,5	23,1	18,5
2002	34,1	27,3	29	30,7	35,8	37,5	39,2	40,9	42,6	25,6	20,5
2003	35,1	28,1	29,8	31,6	36,9	38,6	40,4	42,1	43,9	26,3	21

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Установление целей и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.

Цель исследования: изучение динамики выпуска продукции и прогнозирование соответствующего показателя на 2004 год.

Задачи исследования:

- построение аппроксимирующих функций, адекватно описывающих исходный динамический ряд;
- выполнение трендового анализа;
- построение прогноза выпуска продукции на 2004 год.

Объектом исследования является выпуск продукции промышленным предприятием.

5.4 Подготовка исходных данных.

Исходные данные представлены в виде динамических рядов за последние семь лет (период 1997 – 2003 г.г.). Динамические ряды представлены в таблице 1.1.

На основе данных таблицы 1.1 необходимо создать электронную таблицу в Excel (рисунок 1.1).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1		Годы							
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1	
5									
6									

Рисунок 1.1 – Вид электронной таблицы с исходными данными

5.5 Фильтрация исходного временного ряда.

Фильтрация исходного динамического ряда проводится с использованием процедур сглаживания и выравнивания в автоматическом режиме.

5.6 Логический отбор видов аппроксимирующих функций.

На основании изучения статистических данных таблицы 1.1 и логического отбора протекания изучаемого процесса из заданного массива функций отбирают наиболее приемлемые виды уравнений связи. Этот этап

необходим, т. к. позволяет при отборе функции учесть основные условия протекания рассматриваемого процесса и требования, предъявляемые к математической модели.

В Excel в качестве аппроксимирующих чаще всего используются следующие функции:

полиномиальная $y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i t^i$;

линейная $y(t) = a + bt$;

степенная $y(t) = at^b$;

экспоненциальная $y(t) = a \exp(bt)$;

логарифмическая $y(t) = a + b \ln(t)$.

Для подбора линии тренда необходимо построить график динамики выпуска продукции (рисунок 1.2).



Рисунок 1.2 – Динамика выпуска продукции

После чего необходимо добавить линию тренда.

Когда это возможно, при выборе вида аппроксимирующей функции прибегают к графическому способу подбора по виду точек временного ряда, расположенных на плоскости $y(t)$. Предварительный вывод о качестве подбора линии тренда можно сделать по R^2 (величина достоверности

аппроксимации) – чем ближе значение показателя к единице, тем лучше выполнен подбор уравнения.

Результаты подбора двух уравнений тренда представлены на рисунках 1.3 и 1.4.

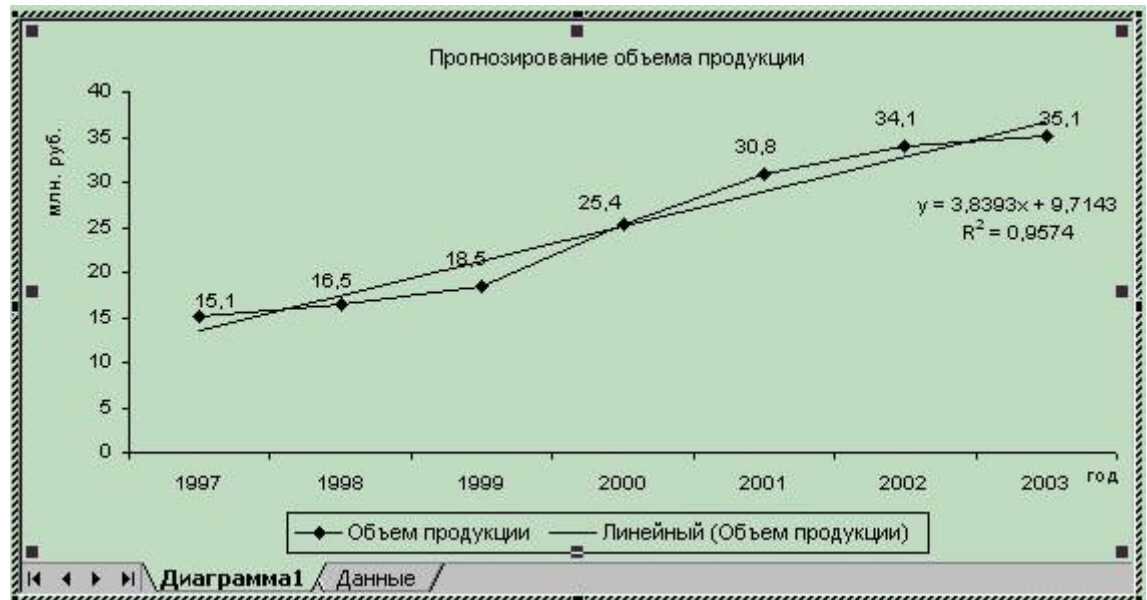


Рисунок 1.3 – Линейный тренд

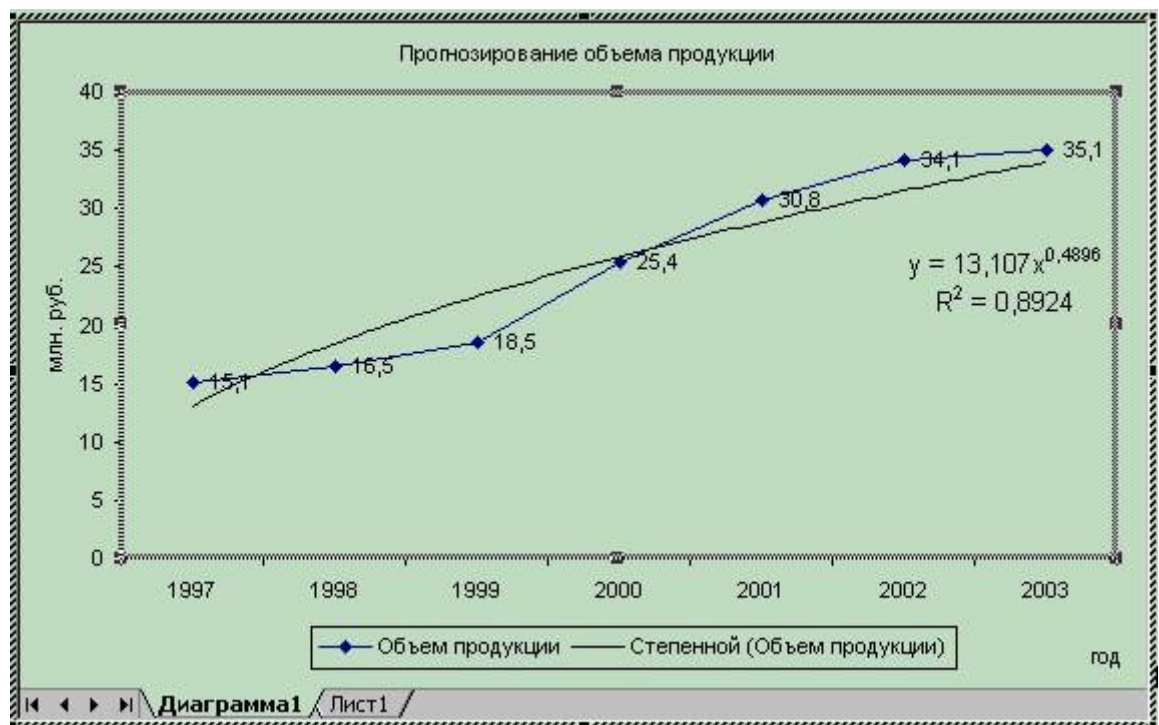


Рисунок 1.4 – Степенной тренд

Окончательное решение о виде аппроксимирующей функции будет принято после оценки ее качества и точности.

5.7 Оценка параметров математической модели прогнозирования.

На этом этапе исследования определяют параметры различных видов аппроксимирующих функций.

В нашем случае оценка параметров математической модели прогнозирования осуществлялась в автоматическом режиме при построении линии тренда. Результаты определения функций представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Результаты оценки параметров уравнений тренда

Вид тренда	Уравнение тренда	Величина достоверности аппроксимации
Линейная	$y = 3,8393x + 9,7143$	$R^2 = 0,9574$
Степенная	$y = 13,107 x^{0,4896}$	$R^2 = 0,8924$

5.8 Выбор математической модели прогнозирования.

Выбор моделей прогнозирования базируется на оценке их качества. Независимо от метода оценки параметров моделей экстраполяции (прогнозирования), их качество определяется на основе исследования свойств остаточной компоненты – $\varepsilon_t = y_t^{\text{факт}} - y_t^{\text{теор}}$ ($t = 1, 2, \dots, n$), т. е. величины расхождений на участке аппроксимации (построения модели) между фактическими уровнями и их расчетными значениями.

Трендовая модель конкретного временного ряда y_t считается адекватной, если остаточная компонента удовлетворяет свойствам случайной компоненты временного ряда:

- 1) случайность колебаний уровней остаточной последовательности;
- 2) соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;
- 3) равенство математического ожидания случайной компоненты нулю;
- 4) независимость значений уровней случайной компоненты.

Проведем оценку качества и точности линейного тренда:

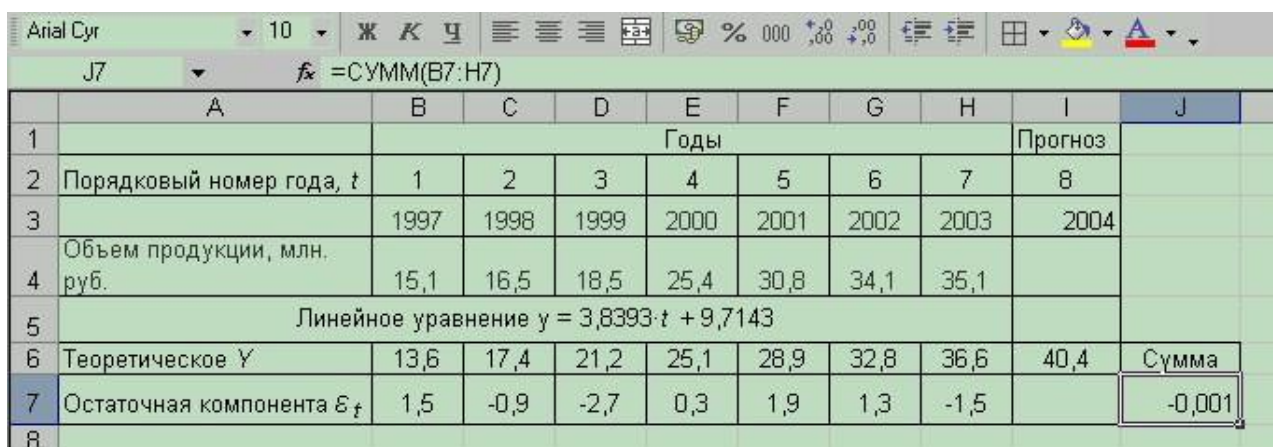
$$y = 3,8393 \cdot t + 9,7143.$$

Перед оценкой качества трендовых моделей необходимо рассчитать величину остаточной компоненты. Расчет проводится в следующей последовательности:

5.8.1 Рассчитаем теоретические значения каждого уровня динамического ряда. Для этого в таблице с исходными данными (рисунок 1.1) в ячейку B6 необходимо ввести формулу для расчета, при этом вместо фактора времени t необходимо указать порядковый номер года (ячейка B2), скопировать полученную формулу в диапазон ячеек C6:I6.

5.8.2 Рассчитать остаточную компоненту временного ряда.

Результаты расчета представлены на рисунке 1.5.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_t	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8										

Рисунок 1.5 – Результаты расчета остаточной компоненты

5.9 Оценка качества трендовой модели включает в себя четыре этапа:

5.9.1 Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек.

Критерием случайности с доверительной вероятностью 95% является выполнение неравенства:

$$K > \left| \frac{(2n-4)}{3} - 2 \cdot \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right|, \quad (1.5)$$

где K – количество поворотных точек в остаточной последовательности.

Квадратные скобки означают целую часть числа.

Если это неравенство не выполняется, трендовая модель считается неадекватной.

Уровень остаточной последовательности считается поворотной точкой, если он одновременно больше (меньше) двух соседних уровней. В нашем случае $K=2$, т. к. уровни ε_3 и ε_5 являются поворотными точками ($\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_4 < \varepsilon_5 > \varepsilon_6$).

$$2 > \left\lfloor \frac{2n-4}{3} - 2 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right\rfloor, \text{ следовательно } \left\lfloor \frac{2 \cdot 7 - 4}{3} - 2 \sqrt{\frac{16 \cdot 7 - 29}{90}} \right\rfloor = [1,]41.$$

Так как $2 > 1$, то модель считается адекватной.

5.9.2 Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения может быть произведена с помощью исследования показателей асимметрии – A_c и эксцесса – $\mathcal{E}_k$:

$$A_c = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^3}}, \quad (1.6)$$

$$\mathcal{E}_k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^2} - 3. \quad (1.7)$$

Если эти коэффициенты близки к нулю или равны нулю, то ряд остатков распределен в соответствии с нормальным законом.

Промежуточные расчеты произведем с помощью электронной таблицы Excel (рисунок 1.6).

Воспользовавшись расчетами в таблице, имеем:

$$A_c = \frac{\frac{1}{7} \cdot (-11,476)}{\sqrt{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371 \right)^3}} = -0,38; \quad \mathcal{E}_k = \frac{\frac{1}{7} \cdot 83,071}{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371 \right)^2} - 3 = -1,28.$$

C11	fx =C7-B7									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_f в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_f в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_f в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49
13										

Рисунок 1.6 – Фрагмент листа «Оценка адекватности модели»

Для оценки близости этих коэффициентов к нулю вычисляют средние квадратические отклонения:

$$\sigma_{Ac} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_{\mathcal{E}k} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}. \quad (1.9)$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{Ac} = \sqrt{\frac{6 \cdot (7-2)}{(7+1) \cdot (7+3)}} = 0,61; \quad \sigma_{\mathcal{E}k} = \sqrt{\frac{24 \cdot 7 \cdot (7-2) \cdot (7-3)}{(7+1)^2 \cdot (7+3) \cdot (7+5)}} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|Ac| < 1,5\sigma_{Ac} \text{ и } \left| \mathcal{E}_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\mathcal{E}k}. \quad (1.10)$$

$$|-0,38| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,28 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66.$$

Так как оба неравенства выполняются, то гипотеза признается, и

модель считается **адекватной**.

5.9.3 Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты 0, если она распределена по нормальному закону распределения, осуществляется на основе t -критерия Стьюдента:

$$t = \left| \frac{\sum \varepsilon_t}{n} \right| \cdot \frac{\sqrt{n}}{S_\varepsilon}, \quad (1.11)$$

где S_ε – стандартное (среднеквадратическое) отклонение для этой последовательности.

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t^2}{n-1}}. \quad (1.12)$$

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{18,371}{7-1}} = 1,7498,$$

$$\text{отсюда } t = \left| \frac{-0,001}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{1,7498} = 0,000107.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным. Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы, равную $f = n - 1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469 (при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$).

Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

5.9.4 Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона рассчитывается по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}. \quad (1.13)$$

Подставляя в формулу для расчета данных, имеем

$$d = \frac{29,49}{18,371} = 1,6.$$

Согласно методу Дарбина – Уотсона существует верхний d_g и нижний d_n пределы значимости статистики d . Эти критические значения зависят от уровня значимости α , объема выборки n и числа объясняющих переменных m (для трендовых моделей $m=1$).

Расчетное значение d сравнивается с d_n и d_g . При этом руководствуются правилами:

1. $d_g \leq d \leq 4 - d_g$ принимается гипотеза: автокорреляция отсутствует.
2. $0 \leq d \leq d_n$ принимается гипотеза о существовании положительной автокорреляции остатков.
3. $d_n \leq d \leq d_g$ и $4 - d_g \leq d \leq 4 - d_n$ при выбранном уровне значимости нельзя прийти к определенному выводу.
4. $4 - d_n \leq d \leq 4$ принимается гипотеза о существовании отрицательной автокорреляции остатков.

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней, равны $d_n = 0,7$ и $d_g = 1,36$.

В нашем случае расчетное значение критерия попало в следующий промежуток: $1,36 \leq 1,6 \leq 4 - 1,36$, следовательно, принимается гипотеза об отсутствии автокорреляции. Модель признается **адекватной**.

5.9.5 Оценка точности модели с помощью ошибки аппроксимации

Ошибка аппроксимации рассчитывается по следующей формуле:

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i^{\text{факт}} - y_i^{\text{теор}}}{y_i^{\text{факт}}} \right| \cdot 100, \% . \quad (1.14)$$

Последовательность расчета ошибки аппроксимации аналогична расчету ошибки аппроксимации в многофакторной корреляционно-регрессионной модели. Результаты расчетов представлены на рисунке 1.7.

В нашем случае ошибка аппроксимации равна 6,58%. Так как ошибка аппроксимации меньше критических значений (8 – 10%), то выбранное уравнение тренда достаточно точно описывает исходную информацию.

B13		$f_x = \text{ABS}(B7/B4*100)$								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_f в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_f в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_f в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	10,24	5,41	14,77	1,29	6,13	3,96	4,24		46,05
14	Средняя ошибка аппроксимации	6,58								
15										
16										

Рисунок 1.7 – Расчет ошибки аппроксимации

Проведенный анализ показал, что линейный тренд адекватно и точно описывает исходный динамический ряд, и его можно использовать для прогнозирования.

5.10 Проведем оценку качества и точности степенного тренда:

$$y = 13,107 \cdot t^{0,4896}.$$

Проверка осуществляется аналогично. Результаты промежуточных расчетов представлены на рисунке 1.8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Степенной тренд $y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$									
6	Теоретическое Y	13,1	18,4	22,4	25,8	28,8	31,5	34,0	36,3	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	2,0	-1,9	-3,9	-0,4	2,0	2,6	1,1		1,390
8	ε_f в квадрате	3,97	3,62	15,56	0,19	3,91	6,69	1,25		35,197
9	ε_f в третьей степени	7,92	-6,89	-61,35	-0,08	7,74	17,32	1,39		-33,958
10	ε_f в четвертой степени	15,78	13,11	241,98	0,04	15,32	44,81	1,56		332,593
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-3,90	-2,04	3,51	2,42	0,61	-1,47		
12	Квадрат числителя		15,18	4,17	12,29	5,84	0,37	2,16		40,01
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	13,20	11,53	21,32	1,73	6,42	7,59	3,18		64,97
14	Средняя ошибка аппроксимации	9,28								

Рисунок 1.8 – Фрагмент листа «Оценка адекватности степенного тренда»

5.10.1 Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек

В нашем случае количество поворотных точек $K=2$, так как $\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_5 < \varepsilon_6 > \varepsilon_7$

Так как $2 > 1$, то модель считается **адекватной**.

5.10.2 Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения.

Коэффициент асимметрии равен:

$$A_c = \frac{-4,85108}{\sqrt{5,028108^3}} = 0,4302; \quad \mathcal{E}_k = \frac{47,51327}{5,028108^2} - 3 = -1,1206.$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{A_c} = 0,61; \quad \sigma_{\mathcal{E}_k} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|A_c| < 1,5\sigma_{A_c} \text{ и } \left| \varepsilon_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\varepsilon_k},$$

$$|-0,43| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,12 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66,$$

$$|-0,43| < 0,915 \text{ и } |-0,37| < 0,99.$$

Так как оба неравенства выполняются, гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты признается, и модель считается адекватной.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	
1		Годы							Прогноз		
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8		
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004		
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1			
5	Степенной тренд $y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$										
6	Теоретическое Y	13,1	18,4	22,4	25,8	28,8	31,5	34,0	36,3	Сумма	
7	Остаточная компонента ε_f	2,0	-1,9	-3,9	-0,4	2,0	2,6	1,1		1,390	
8	ε_f в квадрате	3,97	3,62	15,56	0,19	3,91	6,69	1,25		35,197	
9	ε_f в третьей степени	7,92	-6,89	-61,35	-0,08	7,74	17,32	1,39		-33,958	
10	ε_f в четвертой степени	15,78	13,11	241,98	0,04	15,32	44,81	1,56		332,593	
11	Числитель Дарбина-Уотсона		-3,90	-2,04	3,51	2,42	0,61	-1,47			
12	Квадрат числителя		15,18	4,17	12,29	5,84	0,37	2,16		40,01	
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	13,20	11,53	21,32	1,73	6,42	7,59	3,18		64,97	
14	Средняя ошибка аппроксимации	9,28									
15											

Рисунок 1.9 – Фрагмент листа «Оценка адекватности степенного тренда»

5.10.3 Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю, если она распределена по нормальному закону распределения.

Расчетное значение критерия Стьюдента равно:

$$t = \left| \frac{1,39}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{2,422} = 0,2168,$$

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{35,197}{7-1}} = 2,422.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным. Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы равную $f = n - 1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469 (при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$). Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

5.10.4 Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона равен:

$$d = \frac{40,01}{35,197} = 1,14.$$

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней равны $d_n = 0,7$ и $d_g = 1,36$.

В данном случае расчетное значение критерия Дарбина – Уотсона попало в третий интервал, когда $d_n \leq d \leq d_g$, т.е. $0,7 \leq 1,14 \leq 1,36$. В этой ситуации нельзя прийти к определенному уровню.

Следовательно, необходимо рассчитать коэффициент автокорреляции по формуле:

$$r_a = 1 - \frac{d}{2}, \quad (1.15)$$

$$r_a^{расч} = 1 - \frac{1,14}{2} = 0,43.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным $r_a^{табл}$. Табличное значение коэффициента автокорреляции имеет одну степень свободы $f = n = 7$. Так как расчетное значение больше табличного ($r_a^{табл} = 0,370$), то

гипотеза об отсутствии автокорреляции в остаточной последовательности отвергается и модель признается **неадекватной**.

5.10.5 Оценка точности модели с помощью ошибки аппроксимации.

Воспользовавшись расчетами в таблице (рисунок 1.9), находим, что ошибка аппроксимации равна 9,28%.

Проведенный анализ показал, что степенную модель нельзя использовать для дальнейшего прогнозирования, так как в исходных данных присутствует автокорреляция уровней и значение средней ошибки аппроксимации достаточно близко к критическому значению (8 – 10%).

Следовательно, для прогнозирования необходимо оставить линейное уравнение тренда.

5.11 Получение точечного прогноза.

Сделаем прогноз на последующий 2004 год, используя при этом выбранную нами адекватную модель – линейную функцию.

Для этого в уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$ подставить прогнозное значение t , которое в нашем случае равно 8.

Итак, $y = 3,8393 \cdot 8 + 9,7143 = 40,43$, млн руб.

Следовательно, в следующем году при сложившихся тенденциях работы промышленного предприятия объем выпуска продукции составит 40,43 млн руб.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Цели и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.

6.2 Логический отбор видов аппроксимирующей функции.

6.3 Оценку параметров математической модели прогнозирования.

6.4 Выбор математической модели прогнозирования.

6.5 Точечный прогноз.

6.6 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Дать определение временного ряда.

7.2 Дать определение тренда.

7.3 Компоненты временного ряда.

7.4 Этапы прогнозирования при помощи методов экстраполяции.

7.5 Наиболее распространенные функции для построения тренда.

7.6 Что такое остаточная компонента?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕТОДОМ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования по методу скользящего среднего.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить теоретические основы метода.
2. Произвести выравнивание ряда.
3. Найти прогнозируемое значение.
4. Произвести оценку качества и точности модели.
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

При использовании этой методики основное положение состоит в том, что временной ряд является устойчивым в том смысле, что его члены y_t являются реализациями следующего случайного процесса:

$$y_t = b + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

где b – неизвестный постоянный параметр, который оценивается на основе представленной информации,

ε_t – случайный компонент (или шум) в момент времени t .

Предполагается, что случайная ошибка ε_t имеет нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию. Кроме того, предполагается, что данные для различных периодов времени не коррелированы.

Метод с использованием скользящего среднего предполагает, что последние n наблюдений являются равнозначно важными для оценки параметра b . Другими словами, если в текущий момент времени t последними n наблюдениями есть $y_{t-n+1}, y_{t-n+2}, \dots, y_t$, тогда оцениваемое

значение для момента $t+1$ вычисляется по формуле:

$$y_{t+1}^* = \frac{y_{t-n+1} + y_{t-n+2} + \dots + y_t}{n}. \quad (2.2)$$

Не существует четкого правила для выбора числа n – базы метода, использующего скользящее среднее. Если есть весомые основания предполагать, что наблюдения в течение достаточно длительного периода времени удовлетворяют модели $y_t = b + \varepsilon_t$, то рекомендуется выбирать большие значения n . Если же необходимые значения удовлетворяют приведенной модели в течение коротких периодов времени, может быть приемлемым и малое значение n . На практике величина n обычно принимается в пределах от 2 до 10.

Чтобы проверить применимость метода скользящего среднего проанализируем данные таблицы 2.1

Таблица 2.1 – Исходные данные

Месяц, t	Спрос, y_t	Месяц, t	Спрос, y_t
1	46	13	54
2	56	14	42
3	54	15	64
4	43	16	60
5	57	17	70
6	56	18	66
7	67	19	57
8	62	20	55
9	50	21	52
10	56	22	62
11	47	23	70
12	56	24	72

Данные показывают, что наблюдается возрастание значений y_t с

течением времени. Это, вообще-то означает, что скользящее среднее не будет хорошим предсказателем для будущего спроса. В частности, использование большой базы n для скользящего среднего не приемлемо в этом случае, так как это приведет к подавлению наблюдаемой тенденции в изменении данных. Следовательно, если мы используем небольшое значение для базы n , то будем находиться в лучшем положении с точки зрения отображения упомянутой тенденции в изменении данных.

Если мы используем значение $n=3$ в качестве базы скользящего среднего, то оценка спроса на следующий месяц ($t=25$) будет равна средней величине спроса за 22, 23 и 24 месяца:

$$y_{25}^* = \frac{62 + 70 + 72}{3} = 68 \text{ единиц.}$$

Оценка величины спроса в 68 единиц для 25 месяца будет использоваться также при прогнозе спроса для $t=26$:

$$y_{26}^* = \frac{70 + 72 + 68}{3} = 70 \text{ единиц.}$$

Когда значение реального спроса в 25 месяце будет известно, его следует использовать для вычисления новой оценки объема спроса для 26 месяца в виде средней величины спроса 23, 24 и 25 месяцев.

Средство вычисления скользящего среднего является составной частью надстройки *Пакет анализа* Excel. Для его использования выполните команду **Сервис** → **Анализ данных** → **Скользящее среднее**. В открывшемся одноименном диалоговом окне укажите местоположение на рабочем листе исходных данных (в поле ввода *Входной интервал*). Для вывода графика установите флажок *Вывод графика*. На рисунке 2.1 показано заполненное окно *Скользящее среднее*, результаты работы этого средства представлены на рисунке 2.2.

Скользящее среднее

Входные данные

Входной интервал:

☐ Метки в первой строке

Интервал:

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

☒ Вывод графика ☐ Стандартные погрешности

OK Отмена Справка

Рисунок 2.1 – Пример заполнения диалогового окна *Скользящего среднего*

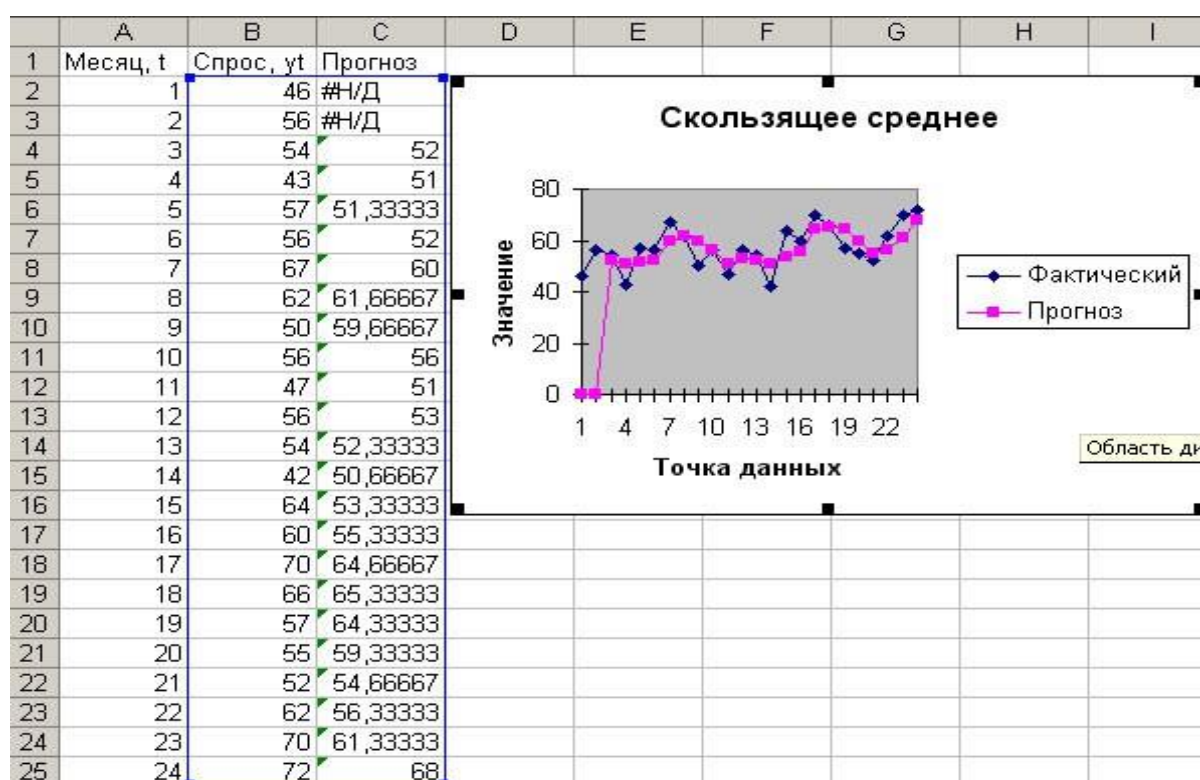


Рисунок 2.2 – Результаты расчетов.

Оценка качества и точности модели производится аналогично оценке, проведенной в лабораторной работе 1.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере изменения спроса на товар за последние 2 года (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Изменение спроса на товар за последние 2 года.

Месяц, t	Спрос, y_t (№ варианта)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	41,4	51,1	48,4	43,7	39,1	54,1	70,8	27,6	32,2	65,7
2	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
3	48,6	60	56,8	51,3	45,9	63,5	83,1	32,4	37,8	77,1
4	38,7	47,8	45,3	40,9	36,6	50,6	66,2	25,8	30,1	61,4
5	51,3	63,3	60	54,2	48,5	67,1	87,7	34,2	39,9	81,4
6	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
7	60,3	74,4	70,5	63,7	57	78,8	103,1	40,2	46,9	95,7
8	55,8	68,9	65,3	58,9	52,7	72,9	95,4	37,2	43,4	88,6
9	45	55,6	52,6	47,5	42,5	58,8	76,9	30	35	71,4
10	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
11	42,3	52,2	49,5	44,7	40	55,3	72,3	28,2	32,9	67,1
12	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
13	48,6	60	56,8	51,3	45,9	63,5	83,1	32,4	37,8	77,1
14	37,8	46,7	44,2	39,9	35,7	49,4	64,6	25,2	29,4	60
15	57,6	71,1	67,4	60,8	54,4	75,3	98,5	38,4	44,8	91,4
16	54	66,7	63,2	57	51	70,6	92,3	36	42	85,7
17	63	77,8	73,7	66,5	59,5	82,4	107,7	42	49	100
18	59,4	73,3	69,5	62,7	56,1	77,6	101,5	39,6	46,2	94,3
19	51,3	63,3	60	54,2	48,5	67,1	87,7	34,2	39,9	81,4
20	49,5	61,1	57,9	52,3	46,8	64,7	84,6	33	38,5	78,6
21	46,8	57,8	54,7	49,4	44,2	61,2	80	31,2	36,4	74,3
22	55,8	68,9	65,3	58,9	52,7	72,9	95,4	37,2	43,4	88,6
23	63	77,8	73,7	66,5	59,5	82,4	107,7	42	49	100
24	64,8	80	75,8	68,4	61,2	84,7	110,8	43,2	50,4	102,9

5.2 Создать новый документ Excel.

5.3 Внести данные, как показано на рисунке 2.2.

5.4 Открыть диалоговое окно скользящее среднее и заполнить, как показано на рисунке 2.1.

5.5 Произвести оценку качества и точности модели.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Исходные данные и прогнозируемые значения.

6.2 График результатов расчета.

6.3 Расчеты по оценке качества и точности модели.

6.4 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Каковы условия применимости метода?

7.2 Как определить оцениваемое значение для определенного момента времени?

7.3 Каковы правила выбора базы метода?

7.4 Какой алгоритм прогнозирования методом скользящей средней с применением программного обеспечения MS Excel?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПО АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки построения и прогнозирования по аддитивной модели временного ряда.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выровнять исходный ряд методом скользящей средней.
2. Определить значения сезонной компоненты.
3. Устранить сезонную компоненту из исходных уровней ряда и получить выровненные данные $(T+E)$ в аддитивной модели.
4. Аналитически выровнять уровни $(T+E)$ и рассчитать значения T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Определить полученные по модели значения $(T+S)$.
6. Определить абсолютные и относительные ошибки.
7. Осуществить прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего года.

2 Теоретическое обоснование

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные или циклические колебания. Простейший подход – расчет значений сезонной компоненты методом скользящей средней и построение аддитивной или мультипликативной модели временного ряда. Общий вид аддитивной модели следующий:

$$Y = T + S + E. \quad (3.1)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как сумма трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Построение аддитивной модели сводится к расчету значений T , S и E для каждого уровня ряда.

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги:

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных ($T+E$).
4. Аналитическое выравнивание уровней ($T+E$) и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений ($T+S$).
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.

Подробнее методика построения аддитивной модели рассмотрена в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере потребления электроэнергии жителями района за последние четыре года (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Потребления электроэнергии жителями района за последние четыре года

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, y_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	6,0	4,8	5,1	5,4	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	4,5	4,8
2	4,4	3,5	3,7	4	4,6	4,8	5,1	5,3	5,5	3,3	3,5
3	5,0	4	4,3	4,5	5,3	5,5	5,8	6	6,3	3,8	4
4	9,0	7,2	7,7	8,1	9,5	9,9	10,4	10,8	11,3	6,8	7,2
5	7,2	5,8	6,1	6,5	7,6	7,9	8,3	8,6	9	5,4	5,8
6	4,8	3,8	4,1	4,3	5	5,3	5,5	5,8	6	3,6	3,8
7	6,0	4,8	5,1	5,4	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	4,5	4,8
8	10,0	8	8,5	9	10,5	11	11,5	12	12,5	7,5	8
9	8,0	6,4	6,8	7,2	8,4	8,8	9,2	9,6	10	6	6,4
10	5,6	4,5	4,8	5	5,9	6,2	6,4	6,7	7	4,2	4,5
11	6,4	5,1	5,4	5,8	6,7	7	7,4	7,7	8	4,8	5,1
12	11,0	8,8	9,4	9,9	11,6	12,1	12,7	13,2	13,8	8,3	8,8
13	9,0	7,2	7,7	8,1	9,5	9,9	10,4	10,8	11,3	6,8	7,2
14	6,6	5,3	5,6	5,9	6,9	7,3	7,6	7,9	8,3	5	5,3
15	7,0	5,6	6	6,3	7,4	7,7	8,1	8,4	8,8	5,3	5,6
16	10,8	8,6	9,2	9,7	11,3	11,9	12,4	13	13,5	8,1	8,6

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1. Объемы потребления электроэнергии в осенне-зимний период времени (I и IV кварталы) выше, чем весной и летом (II и III кварталы). По графику этого ряда (рисунок 3.1) можно установить наличие приблизительно равной амплитуды колебаний.

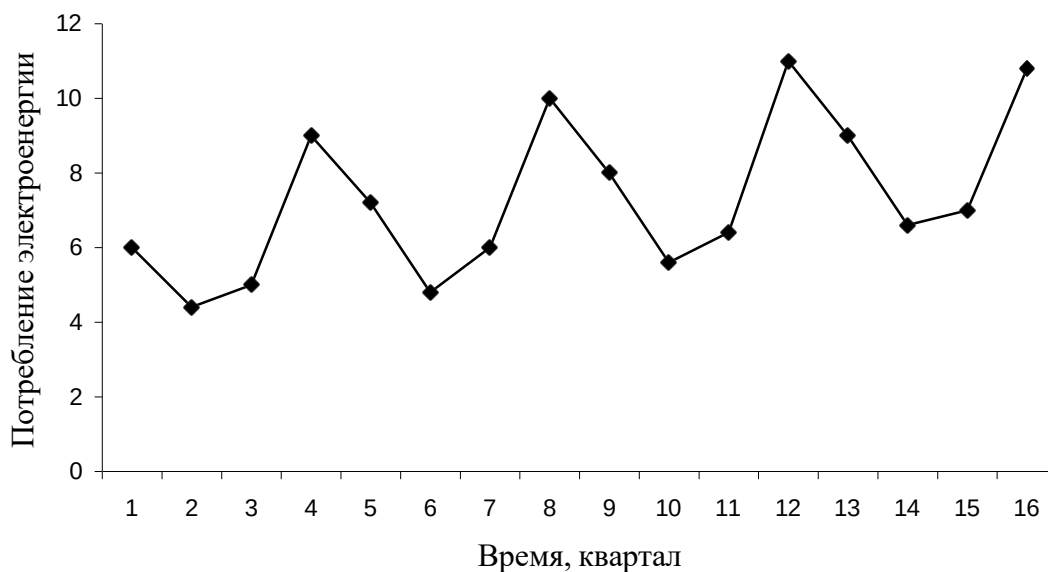


Рисунок 3.1 – Потребление электроэнергии жителями района

Это свидетельствует о возможном существовании в ряде аддитивной модели. Рассчитаем ее компоненты.

5.3 Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого:

а) просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные годовые объемы потребления электроэнергии (гр. 3 таблицы 3.2);

б) разделив полученные суммы на 4, найдем скользящие средние (гр. 4 таблицы 3.2). Отметим, что полученные таким образом выровненные значения уже не содержат сезонной компоненты;

в) приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних — центрированные скользящие средние (гр. 5 таблицы 3.2).

Таблица 3.2 – Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной модели

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, U_i	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	6,0				
2	4,4	24,4	6,10		
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250
4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0				
16	10,8				

5.4 Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими уровнями ряда и центрированными скользящими средними (гр. 6 таблицы 3.2). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (таблица 3.3). Для этого найдем средние за каждый квартал (по всем годам) оценки сезонной компоненты S_t . В моделях с сезонной компонентой обычно предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна нулю.

Для данной модели имеем:

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$\kappa = 0,075 / 4 = 0,01875.$$

Рассчитаем скорректированные значения сезонной компоненты как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом k :

$$S_i = S_i - k \quad (3.2)$$

где $i=1, 2, \dots, 4$.

Таблица 3.3 – Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатели	Год	№ квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	–	–	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875
	4	0,675	-1,775	–	–
Итого за i -й квартал (за все годы)		1,800	-5,875	-3,825	8,125
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала, S_i		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Скорректированная сезонная компонента, S_i		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Проверим условие равенства нулю суммы значений сезонной компоненты:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Таким образом, получены следующие значения сезонной компоненты:

I квартал: $S_1=0,581$;

II квартал: $S_2= -1,977$;

III квартал: $S_3 = -1,294$;

IV квартал: $S_4= 2,690$.

Занесем полученные значения в таблицу 3.3 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.5 Элиминируем влияние сезонной компоненты, вычитая ее значение из каждого уровня исходного временного ряда. Получим величины $T + E = Y - S$ (гр. 4 таблицы 3.4). Эти значения рассчитываются за каждый момент времени и содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 3.4 – Расчет выравненных значений T и ошибок E в аддитивной модели

t	y_i	S_i	$T+E=y_i-S_i$	T	$T+S$	$E=y_i-(T+S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,0	0,581	5,419	5,902	6,483	-0,483	0,2333
2	4,4	-1,977	6,337	6,088	4,111	0,289	0,0835
3	5,0	-1,294	6,294	6,275	4,981	0,019	0,0004
4	9,0	2,690	6,310	6,461	9,151	-0,151	0,0228
5	7,2	0,581	6,619	6,648	7,229	-0,029	0,0008
6	4,8	-1,977	6,777	6,834	4,857	-0,057	0,0032
7	6,0	-1,294	7,294	7,020	5,727	0,273	0,0745
8	10,0	2,690	7,310	7,207	9,896	0,104	0,0108
9	8,0	0,581	7,419	7,393	7,974	0,026	0,0007
10	5,6	-1,977	7,577	7,580	5,603	-0,030	0,0009
11	6,4	-1,294	7,694	7,766	6,472	-0,072	0,0052
12	11,0	2,690	8,310	7,952	10,642	0,358	0,1282
13	9,0	0,581	8,419	8,139	8,720	0,280	0,0784
14	6,6	-1,977	8,577	8,325	6,348	0,252	0,0635
15	7,0	-1,294	8,294	8,519	7,218	-0,218	0,0475
16	10,8	2,690	8,110	8,698	11,388	-0,588	0,3457

5.6 Определим компоненту T данной модели. Для этого проведем аналитическое выравнивание ряда $(T + E)$ с помощью линейного тренда.

Результаты аналитического выравнивания следующие:

Константа	5,715416
Коэффициент регрессии	0,186421
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,015188
R-квадрат	0,914971
Число наблюдений	16
Число степеней свободы	14

Таким образом, имеем следующий линейный тренд: $T=5,715 + 0,186t$.

Подставляя в это уравнение значения $t = 1, \dots, 16$, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 таблицы 3.4). График уравнения тренда приведен на рисунке 3.2.

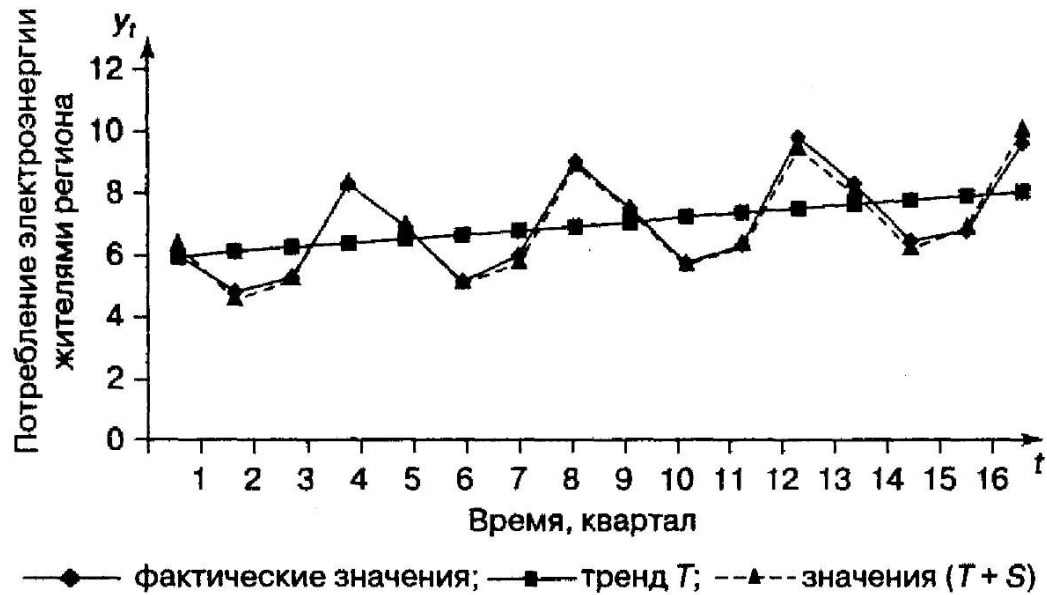


Рисунок 3.2 – Потребление электроэнергии жителями района

5.7 Найдем значения уровней ряда, полученные по аддитивной модели. Для этого прибавим к уровням T значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов. Графически значения $(T+S)$ представлены на рисунке 2.2.

5.8 В соответствии с методикой построения аддитивной модели расчет ошибки производится по формуле:

$$E = Y - (T + S). \quad (3.3)$$

Это абсолютная ошибка. Численные значения абсолютных ошибок приведены в гр. 7 таблицы 3.4.

По аналогии с моделью регрессии для оценки качества построения модели или для выбора наилучшей модели можно применять сумму квадратов полученных абсолютных ошибок. Для данной аддитивной модели сумма квадратов абсолютных ошибок равна 1,10. По отношению к общей сумме квадратов отклонений уровней ряда от его среднего уровня, равной 71,59, эта величина составляет чуть более 1,5%: $(1-1,10/71,59) \cdot 100 = 1,536$.

Следовательно, можно сказать, что аддитивная модель объясняет 98,5% общей вариации уровней временного ряда потребления электроэнергии за последние 16 кварталов.

5.9 Прогнозирование по аддитивной модели.

Предположим, требуется дать прогноз потребления электроэнергии жителями района в течение первого полугодия ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в аддитивной модели в соответствии с соотношением (3.1) есть сумма трендовой и сезонной компонент.

Объем электроэнергии, потребленной в течение первого полугодия ближайшего следующего, т. е. пятого, года, рассчитывается как сумма объемов потребления электроэнергии в I и во II кварталах пятого года, соответственно F_{17} и F_{18} . Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда: $T=5,715 + 0,186 \cdot t$.

Получим:

$$T_{17} = 5,715 + 0,186 \cdot 17 = 8,877;$$

$$T_{18} = 5,715 + 0,186 \cdot 18 = 9,063.$$

Значения сезонной компоненты равны: $S_1 = 0,581$ (I квартал); $S_2 = -1,977$ (II квартал). Таким образом,

$$T_{17} = T_{17} + S_1 = 8,877 + 0,581 = 9,458;$$

$$T_{18} = T_{18} + S_2 = 9,063 - 1,977 = 7,086.$$

Прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего (пятого) года составит:

$$(9,458 + 7,086) = 16,544 \text{ млн кВт} \cdot \text{ч}.$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Выровненный исходный ряд методом скользящей средней.

6.2 Расчет значений сезонной компоненты.

6.3 Выравненные данные $(T+E)$ модели.

6.4 Расчет значений T .

6.5 График потребления электроэнергии жителями района (фактические, выровненные и полученные по аддитивной модели значения уровней ряда).

6.6 Расчет ошибок.

6.7 Прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего года.

6.8 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Сформулируйте общий вид аддитивной модели временного ряда.

7.2 Как производится расчет абсолютных ошибок?

7.3 Перечислить основные этапы построения аддитивной модели.

7.4 С какими целями проводятся выявление и устранение сезонного эффекта?

7.5 Как осуществляется прогноз по данной модели?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПО МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки построения и прогнозирования по мультипликативной модели временного ряда.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выровнять исходный ряд методом скользящей средней.
2. Определить значения сезонной компоненты.
3. Устранить сезонную компоненту из исходных уровней ряда и получить выровненные данные $(T \cdot E)$ в мультипликативной модели.
4. Аналитически выровнять уровни $(T \cdot E)$ и рассчитать значения T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Определить полученные по модели значения $(T \cdot S)$.
6. Определить абсолютные и относительные ошибки.
7. Осуществить прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

2 Теоретическое обоснование

Общий вид мультипликативной модели выглядит так:

$$Y = T \cdot S \cdot E. \quad (4.1)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты.

Построение мультипликативной моделей аналогично аддитивной сводится к расчету значений T , S и E для каждого уровня ряда.

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги:

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных $(T \cdot E)$.
4. Аналитическое выравнивание уровней $(T \cdot E)$ и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений $(T \cdot S)$.
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.

Подробнее методика построения мультипликативной модели рассмотрена в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере прибыли компании за последние четыре года (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Прибыль компании за последние четыре года

№ квартала, t	Прибыль компании, U_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	72	58	61	65	76	79	83	86	90	54	43
2	100	80	85	90	105	110	115	120	125	75	60
3	90	72	77	81	95	99	104	108	113	68	54
4	64	51	54	58	67	70	74	77	80	48	38
5	70	56	60	63	74	77	81	84	88	53	42
6	92	74	78	83	97	101	106	110	115	69	55
7	80	64	68	72	84	88	92	96	100	60	48
8	58	46	49	52	61	64	67	70	73	44	35
9	62	50	53	56	65	68	71	74	78	47	38
10	80	64	68	72	84	88	92	96	100	60	48
11	68	54	58	61	71	75	78	82	85	51	41
12	48	38	41	43	50	53	55	58	60	36	29
13	52	42	44	47	55	57	60	62	65	39	31
14	60	48	51	54	63	66	69	72	75	45	36
15	50	40	43	45	53	55	58	60	63	38	30
16	30	24	26	27	32	33	35	36	38	23	18

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

Пусть имеются поквартальные данные о прибыли компании за последние четыре года (таблица 4.2).

Таблица 4.2 – Прибыль компании, тыс. долл. США

Год \ Квартал	I	II	III	IV
	I	II	III	IV
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30

График данного временного ряда (рисунок 4.1) свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен 4) и общей убывающей тенденции уровней ряда. Прибыль компании в весенне-летний период выше, чем в осенне-зимний период. Поскольку амплитуда сезонных

колебаний уменьшается, можно предположить существование мультипликативной модели. Определим ее компоненты.



Рисунок 4.1 – Прибыль компании

5.3 Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Методика, применяемая на этом шаге, полностью совпадает с методикой аддитивной модели. Результаты расчетов оценок сезонной компоненты представлены в таблице 4.3.

5.4 Найдём оценки сезонной компоненты как частное от деления фактических уровней ряда на центрированные скользящие средние (гр. 6 таблицы 4.3). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (таблица 4.4). Для этого найдём средние за каждый квартал оценки сезонной компоненты S_t . Взаимопогашаемость сезонных воздействий в мультипликативной модели выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна числу периодов в цикле. В данном случае число периодов одного цикла (год) равно 4 (четыре квартала).

Таблица 4.3 – Расчет оценок сезонной компоненты в мультипликативной модели

№ квартала, t	Прибыль компании, y_t	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированн ая скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	72				
2	100	326	81,5		
3	90	324	81,0	81,25	1,108
4	64	316	79,0	80,00	0,800
5	70	306	76,5	77,75	0,900
6	92	300	75,0	75,75	1,215
7	80	292	73,0	74,00	1,081
8	58	280	70,0	71,50	0,811
9	62	268	67,0	68,50	0,905
10	80	258	64,5	65,75	1,217
11	68	248	62,0	63,25	1,075
12	48	228	57,0	59,50	0,807
13	52	210	52,5	54,75	0,950
14	60	192	48,0	50,25	1,194
15	50				
16	30				

Таблица 4.4 – Расчет сезонной компоненты в мультипликативной модели

Показатели	Год	№ квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	–	–	1,108	0,800
	2	0,900	1,215	1,081	0,817
	3	0,905	1,217	1,075	0,807
	4	0,950	1,194	–	–
Итого за i -й квартал (за все годы)		2,755	3,626	3,264	2,424
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала, S_i		0,918	1,209	1,088	0,808
Скорректированная сезонная компонента, S		0,913	1,202	1,082	0,803

Имеем:

$$0,918 + 1,209 + 1,088 + 0,808 = 4,023.$$

Определим корректирующий коэффициент: $\kappa = 4/4,023 = 0,9943$.

Определим скорректированные значения сезонной компоненты, умножив ее средние оценки на корректирующий коэффициент κ .

$$S_i = Si \cdot \kappa \quad (4.2)$$

где $i = 1, 2, \dots, 4$.

Проверим условие равенства 4 суммы значений сезонной компоненты:

$$0,913 + 1,202 + 1,082 + 0,803 = 4.$$

Получим следующие значения сезонной компоненты:

I квартал: $S_1 = 0,913$;

II квартал: $S_2 = 1,202$;

III квартал: $S_3 = 1,082$;

IV квартал: $S_4 = 0,803$.

Занесем полученные значения в таблицу 4.5 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.5 Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. Тем самым мы получим величины $T \cdot E = Y/S$ (гр. 4 таблица 4.5), которые содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Занесем полученные значения в таблицу 4.5 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.6 Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. Тем самым мы получим величины $T \cdot E = Y/S$ (гр. 4 таблицы 4.5), которые содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 4.5 – Расчет выравненных значений T и ошибок E в мультипликативной модели

t	y_t	S_i	$T \cdot E =$ $= y_t / S_i$	T	$T \cdot S$	$E =$ $= y_t / (T \cdot S)$	$E =$ $= y_i - (T \cdot S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	72	0,913	78,86	87,80	80,16	0,898	-8,16	66,66
2	100	1,202	83,19	85,03	102,20	0,978	-2,20	4,86
3	90	1,082	83,18	82,25	89,00	1,011	1,00	1,00
4	64	0,803	79,70	79,48	63,82	1,003	0,18	0,03
5	70	0,913	76,67	76,70	70,03	1,000	-0,03	0,00
6	92	1,202	76,54	73,93	88,86	1,035	3,14	9,85
7	80	1,082	73,94	71,15	76,99	1,039	3,01	9,08
8	58	0,803	72,23	68,38	54,91	1,056	3,09	9,57
9	62	0,913	67,91	65,60	59,90	1,035	2,10	4,43
10	80	1,202	66,56	62,83	75,52	1,059	4,48	20,08
11	68	1,082	62,85	60,05	64,98	1,047	3,02	9,14
12	48	0,803	59,78	57,28	45,99	1,044	2,01	4,03
13	52	0,913	56,96	54,50	49,76	1,045	2,24	5,02
14	60	1,202	49,92	51,73	62,18	0,965	-2,18	4,73
15	50	1,082	46,21	48,95	52,97	0,944	-2,97	8,79
16	30	0,803	37,36	46,18	37,08	0,809	-7,08	50,12

5.7 Определим компоненту T в мультипликативной модели. Для этого рассчитаем параметры линейного тренда, используя уровни $(T \cdot E)$.

Результаты аналитического выравнивания этого ряда представлены ниже:

Константа	90,585150
Коэффициент регрессии	-2,773250
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,225556
R-квадрат	0,915239
Число наблюдений	16
Число степеней свободы	14

Уравнение тренда имеет следующий вид: $T = 90,59 - 2,773 t$.

Подставляя в это уравнение значения $t = 1, \dots, 16$, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 таблицы 4.5). График уравнения тренда приведен на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 – Прибыль компании

5.8 Найдем уровни ряда по мультипликативной модели, умножив уровни T на значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов. Графически значения $(T \cdot S)$ представлены на рисунке 4.2.

5.9 Расчет ошибки в мультипликативной модели производится по формуле:

$$E = Y / (T \cdot S). \quad (4.3)$$

Численные значения ошибки приведены в гр. 7 таблицы 4.5. Если временной ряд ошибок не содержит автокорреляции, его можно использовать вместо исходного ряда для изучения его взаимосвязи с другими временными рядами. Для того чтобы сравнить мультипликативную модель и другие модели временного ряда, можно по аналогии с аддитивной моделью

использовать сумму квадратов абсолютных ошибок. Абсолютные ошибки в мультипликативной модели определяются как

$$E = y_t - (T \cdot S). \quad (4.4)$$

В данной модели сумма квадратов абсолютных ошибок составляет 207,40. Общая сумма квадратов отклонений фактических уровней этого ряда от среднего значения равна 5023. Таким образом, доля объясненной дисперсии уровней ряда равна: $(1 - 207,40/5023) = 0,959$, или 95,9%.

Выявление и устранение сезонного эффекта (в некоторых источниках применяется термин «десезонализация уровней ряда») используются в двух направлениях. *Во-первых*, воздействие сезонных колебаний следует устранять на этапе предварительной обработки исходных данных при изучении взаимосвязи нескольких временных рядов. Поэтому в российских и международных статистических сборниках часто публикуются данные, в которых устранено влияние сезонной компоненты (если это помесечная или поквартальная статистика), например, показатели объемов производства в отдельных отраслях промышленности, уровня безработицы и т. д. *Во-вторых*, это анализ структуры одномерных временных рядов с целью прогнозирования уровней ряда в будущие моменты времени.

5.10 Прогнозирование по мультипликативной модели.

Необходимо сделать прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в мультипликативной модели в соответствии с соотношением (4.1) есть произведение трендовой и сезонной компонент. Для определения трендовой компоненты за каждый квартал воспользуемся уравнением тренда $T = 90,59 - 2,773 \cdot t$.

Получим:

$$T_{17} = 90,59 - 2,773 \cdot 17 = 43,401;$$

$$T_{18} = 90,59 - 2,773 \cdot 18 = 40,626.$$

Значения сезонной компоненты равны $S_1=0,913$ (I квартал); $S_2=1,202$ (II квартал).

Таким образом:

$$F_{17} = T_{17} \cdot S_1 = 43,401 \cdot 0,913 = 39,626;$$

$$F_{18} = T_{17} \cdot S_2 = 40,626 \cdot 1,202 = 48,832.$$

Прогноз ожидаемой прибыли компании на первое полугодие ближайшего следующего года составит:

$$(39,626 + 48,832) = 88,458 \text{ тыс. долл. США.}$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Выровненный исходный ряд методом скользящей средней.

6.2 Расчет значений сезонной компоненты.

6.3 Выравненные данные $(T + E)$ модели.

6.4 Расчет значений T .

6.5 График потребления электроэнергии жителями района

(фактические, выровненные и полученные по аддитивной модели значения уровней ряда).

6.6 Расчет ошибок.

6.7 Прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

6.8 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Сформулируйте общий вид мультипликативной модели временного ряда.

7.2 Как производится расчет абсолютных ошибок?

7.3 Перечислить этапы построения мультипликативной модели.

7.4 С какими целями проводятся выявление и устранение сезонного эффекта?

7.5 Как осуществляется прогноз по данной модели?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5

МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования при помощи метода экспоненциального сглаживания.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выбрать аппроксимирующую функцию.
2. Определить параметры уравнения.
3. Определить расчетные значения тренда.
4. Определить параметр сглаживания.
5. Определить окончательную модель прогноза.

2 Теоретическое обоснование

Метод экспоненциального сглаживания является одним из наиболее эффективных, надежных и широко применяемых методов прогнозирования. Он позволяет получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения, и при этом отличается простотой вычислительных операций.

Сущность метода заключается в сглаживании исходного динамического ряда взвешенной скользящей средней, веса которой (ω_i) подчиняются экспоненциальному закону (рисунок 5.1).

Пусть исходный динамический ряд описывается полиномом вида:

$$y_t = b_0 + b_1 t + \frac{b_2}{2!} t^2 + \dots + \frac{b_p}{p!} t^p + \varepsilon_t = \sum_{j=0}^p \frac{b_j}{j!} t^j + \varepsilon_t \quad (5.1)$$

где $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ – коэффициенты;

p – порядок полинома;

ε_t – случайная ошибка.

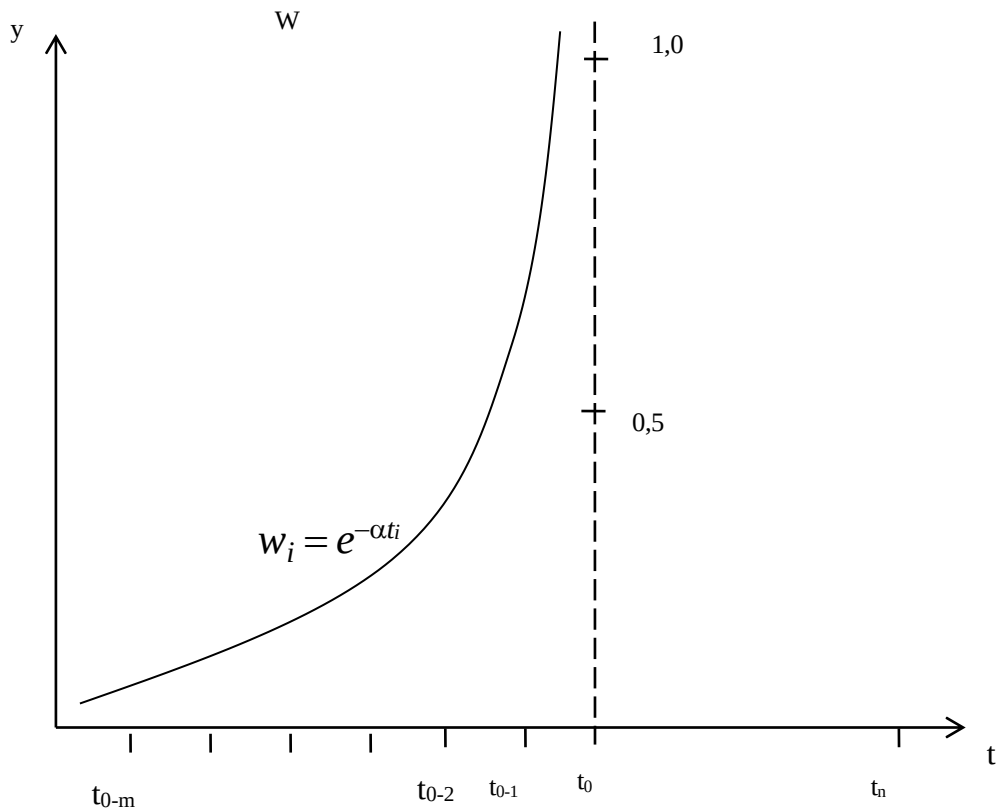


Рисунок 5.1 – Коэффициент экспоненциального сглаживания

Метод экспоненциального сглаживания позволяет построить такое описание процесса (5.1), при котором более поздним наблюдениям придаются большие веса по сравнению с ранними наблюдениями, причем веса наблюдений убывают по экспоненте.

Выражение

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^n (1-\alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]}(y) \quad (5.2)$$

называется экспоненциальной средней k -го порядка для ряда y_t , где α – параметр сглаживания.

В расчетах экспоненциальную среднюю определяют, пользуясь рекуррентной формулой, полученной Брауном:

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[k]}(y) \quad (5.3)$$

Использование соотношения (5.3) предполагает задание начальных условий $S_0^{[1]}, S_0^{[2]}, S_0^{[k]}$, которые могут быть определены по формуле

Брауна-Мейера:

$$S_t^{[k]}(y) = \sum_{p=0}^n (-1)^p \cdot \frac{b_p}{p!} \cdot \frac{\alpha(1-\alpha)}{(k-1)!} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} j^p (1-\alpha)^j \frac{(p-1+j)!}{j!}, \quad (5.4)$$

где $p=1,2,\dots, n+1$;

b – оценки коэффициентов.

Оценки коэффициентов прогнозирующего полинома определяют через экспоненциальные средние по фундаментальной теореме Брауна-Мейера. В этом случае коэффициенты b_j находят решением системы $(p-1)$ уравнений с $(p+1)$ неизвестными, связывающей параметры полинома с исходной информацией.

Рассмотрим применение метода экспоненциального сглаживания для двух наиболее употребительных случаев, когда тренд описывается линейной функцией и параболой.

Линейная модель Брауна

$$y_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t. \quad (5.5)$$

Начальные приближения для случая линейного тренда равны (по формуле (5.4)):

$$S_0^{[1]}(y) = b_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} b_1, \quad (5.6)$$

$$S_0^{[2]}(y) = b_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} b_1. \quad (5.7)$$

Зная начальные условия $S_0^{[1]}$ и $S_0^{[2]}$ и значение параметра α , вычисляют экспоненциальные средние 1-го и 2-го порядка:

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{[1]}(y), \quad (5.8)$$

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha S_t^{[1]} + (1-\alpha)S_{t-1}^{[2]}(y). \quad (5.9)$$

Оценки коэффициентов линейного тренда

$$l_0 = 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y), \quad (5.10)$$

$$b_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)]. \quad (5.11)$$

Прогноз на ℓ шагов (на время t_1) равен $y_t = b_0 + b_1 t$.

Ошибка прогноза:

$$\sigma = \sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\alpha}{(2-\alpha)^3} [1 + 4(1-\alpha) + 5(1-\alpha)^2 + 2\alpha(4-3\alpha)t_\ell + 2\alpha^2 t_\ell^2]}. \quad (5.12)$$

Для метода экспоненциального сглаживания основным и наиболее трудным моментом является выбор параметра сглаживания α , начальных условий и степени прогнозирующего полинома.

Параметр сглаживания α определяет оценки коэффициентов модели, а следовательно, результаты прогноза.

В зависимости от величины параметра прогнозные оценки по-разному учитывают влияние исходного ряда наблюдений: чем больше α , тем больше вклад последних наблюдений в формирование тренда, а влияние начальных условий убывает быстро. При малом α прогнозные оценки учитывают все наблюдения, при этом уменьшение влияния более ранней информации происходит медленно.

Для приближенной оценки α известны два основных соотношения:

1) соотношение Брауна, выведенное из условия равенства скользящей и экспоненциальной средних:

$$\alpha = \frac{2}{N+1}, \quad (5.13)$$

где N – число точек ряда, для которых динамика ряда считается однородной и устойчивой (число точек в интервале сглаживания);

Иногда $\alpha = \frac{2}{n+1}$, где n – число наблюдений (точек) в ретроспективном динамическом ряду;

2) соотношение Мейера:

$$\alpha = \frac{\sigma_n}{\sigma_\varepsilon}, \quad (5.14)$$

где σ_n – среднеквадратическая ошибка модели;

σ_ε – среднеквадратическая ошибка исходного ряда.

Однако достоверно определить σ_n и σ_ε из исходной информации очень сложно, поэтому использование соотношения (5.14) затруднено.

Очевидно, что выбор параметра α нужно связывать с точностью прогноза, поэтому для более обоснованного выбора α можно использовать процедуру обобщенного сглаживания. В этом случае получаются следующие соотношения, связывающие дисперсию прогноза $\sigma_{x\tau}^2$ и параметр сглаживания α :

для линейной модели

$$\sigma_{x\tau}^2 = \frac{\alpha}{(1+\beta)^2} [1+4\beta+5\beta^2+2\alpha(1+3\beta)\tau+2\alpha^2\tau^3] \sigma_\varepsilon^2, \quad (5.15)$$

где $\beta = 1-\alpha$;

τ – период прогноза;

σ_ε – среднеквадратическая ошибка аппроксимации исходного динамического ряда.

При $\alpha=0$ выражения, стоящие в правой части формулы (5.15) обращаются в нуль, следовательно, для уменьшения ошибки прогноза необходимо выбирать минимальное α .

В то же время, чем меньше α , тем ниже точность определения начальных условий, а следовательно, ухудшается и качество прогноза.

Таким образом, использование формулы (5.15) приводит к противоречию при определении параметра сглаживания. В ряде случаев параметр α выбирают так, чтобы минимизировать ошибку прогноза, рассчитанного по ретроспективной информации.

Качество прогноза во многом зависит от выбора порядка прогнозирующего полинома. Известно, что превышение второго порядка модели не приводит к существенному увеличению точности прогноза, но значительно усложняет расчет.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогнозирование произвести на примере прибыли компании за последние четыре года (таблица 5.1).

Таблица 5.1 – Прибыль компании за последние четыре года

Год	Период времени, t	Прибыль компании, U_i (№ варианта)										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	1	40	32	34	36	42	44	46	48	50	30	24
2004	2	43	34	37	39	45	47	49	52	54	32	26
2005	3	46	37	39	41	48	51	53	55	58	35	28
2006	4	48	38	41	43	50	53	55	58	60	36	29

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Выбор аппроксимирующей функции.

Можно считать, что аппроксимирующая функция описывается линейной функцией (рисунок 5.1).

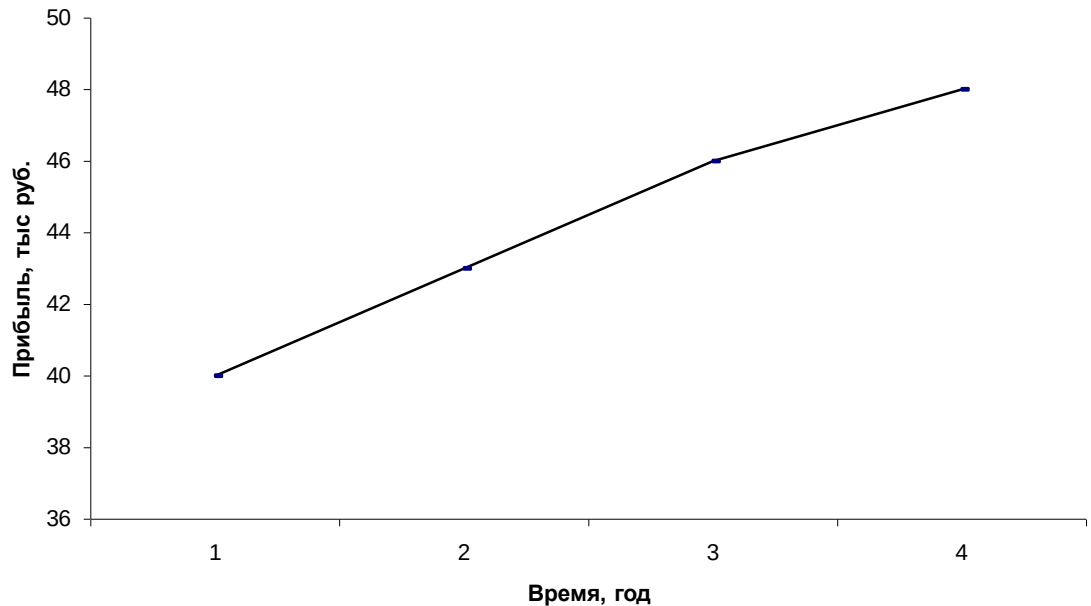


Рисунок 5.1 – Прибыль компании

5.4 Определим коэффициенты прямой $y = a_0 + a_1 t$ по методу наименьших квадратов. Для этого вычислим ряд промежуточных значений и их суммы. Результаты занесены в таблицу 5.2.

$$D_0 = \begin{vmatrix} n & \sum t_i \\ \sum t_i & \sum t_i^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 30 \end{vmatrix} = 120 - 100 = 20;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \sum y_i & \sum t_i \\ \sum y_i t_i & \sum t_i^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 177 & 10 \\ 456 & 30 \end{vmatrix} = 750;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} n & \sum y_i \\ \sum t_i & \sum t_i y_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 177 \\ 10 & 456 \end{vmatrix} = 54;$$

$$a_0 = \frac{D_1}{D_0} = 37,5;$$

$$a_1 = \frac{D_2}{D_0} = 2,7.$$

Окончательно уравнение тренда имеет вид:

$$y = 37,5 + 2,7t.$$

Подставив в него значения $t=1, 2, 3, 4$, получим расчетные значения тренда таблица 5.2.

Таблица 5.2 – Расчетные значения тренда

Год	Период времени, t	Фактическое значение y_t	Прибыль компании, Y_i			
			t	t_{y_t}	$y = 37,5 + 2,7t$	$\Delta y = y - y_t$
2003	1	40	1	40	40,2	0,2
2004	2	43	4	86	42,9	-0,1
2005	3	46	9	138	45,6	-0,4
2006	4	48	16	192	48,3	0,3
Итого	10	177	30	456	—	—

5.5 Определим основную ошибку:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{0,2^2 + (-0,1)^2 + (-0,4)^2 + 0,3^2}{3}} = 0,3.$$

5.6 Определим параметр сглаживания:

$$\alpha = \frac{2}{N+1} = \frac{2}{4+1} = 0,4.$$

5.7 Определим начальные условия:

$$S_0^{[1]} = 37,5 - \frac{1-0,4}{0,4} \cdot 2,7 = 33,45,$$

$$S_0^{[2]} = 37,5 - \frac{2(1-0,4)}{0,4} \cdot 2,7 = 29,4.$$

5.8 Для $t = 2$:

5.8.1 Определим экспоненциальные средние:

$$S_2^{[1]} = 0,4 \cdot 40 + 0,6 \cdot 33,45 = 36,$$

$$S_2^{[2]} = 0,4 \cdot 36 + 0,6 \cdot 29,4 = 32.$$

5.8.2 Значения коэффициентов:

$$\alpha_0 = 2 \cdot 36 - 32 = 40,$$

$$a = \frac{0,4}{1-0,4} (36 - 32) = 2,6.$$

5.8.3 Прогнозируемые значения:

$$y_2^* = 40 + 2,6 \cdot 1 = 42,6.$$

5.8.4 Отклонения от фактического значения:

$$\Delta y_2^* = 42,6 - 43 = -0,4.$$

5.9 Результаты сводятся в таблицу 5.3.

Таблица 5.3 – Типовая таблица для построения прогноза по методу экспоненциального сглаживания

Год	Период времени, t	Фактическое значение y_t	Прибыль компании, U_i					
			$S_t^{[1]}$	$S_t^{[2]}$	a_0	a_1	y_t^*	$\Delta y^* = y_t^* - y_t$
2003	1	40						
2004	2	43	36	32	40	2,6	42,6	-0,4
2005	3	46	38,6	34,6	42,6	2,7	45,3	-0,7
2006	4	48	41,6	37,4	45,8	2,8	48,6	0,6
2007	$l=1$	—	44,2	40,1	48,3	2,7	51	—

5.10 Аналогично производится расчет для остальных периодов.

5.10.1 Для $t=3$

$$S_3^{[1]} = 0,4 \cdot 43 + 0,6 \cdot 33 = 38,6;$$

$$S_3^{[2]} = 0,4 \cdot 38,6 + 0,6 \cdot 32 = 34,6$$

$$a_0 = 42,6; a_1 = 2,7;$$

$$y_3^* = 42,6 + 2,7 \cdot 1 = 45,3;$$

$$\Delta y^* = -0,7.$$

5.10.2 Для $t=4$:

$$S_4^{[1]} = 0,4 \cdot 46 + 0,6 \cdot 38,6 = 41,6;$$

$$S_4^{[2]} = 0,4 \cdot 41,6 + 0,6 \cdot 34,6 = 37,4;$$

$$a_0 = 45,8; a_1 = 2,8;$$

$$y_4^* = 45,8 + 2,8 \cdot 1 = 48,6;$$

$$\Delta y_4^* = 0,6.$$

5.11 Для построения модели прогноза на 2007 г. ($l=1$)

$$S_5^{[1]} = 0,4 \cdot 48 + 0,6 \cdot 41,6 = 44,2 ;$$

$$S_5^{[2]} = 0,4 \cdot 44,2 + 0,6 \cdot 37,4 = 40,1 ;$$

$$a_0 = 48,3; a_1 = 2,7.$$

5.12 Окончательная модель прогноза имеет вид:

$$y_{t+l} = 48,3 + 2,7 \cdot l$$

где $l=1, 2, \dots$ (что соответствует 2007, 2008 ... гг.)

5.13 Ошибка прогноза

$$\sigma_{y^*} = 0,3 \sqrt{\frac{0,4}{1,6^3} [1 + 4 \cdot 0,6 + 50 \cdot 0,6^2 + 0,8 \cdot 2,8 \cdot 1 + 0,32 \cdot 1^2]} = 0,3 \cdot 0,87 = 0,46$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Выбор аппроксимирующей функции.
- 6.2 Определение параметров уравнения.
- 6.3 Определение расчетных значений тренда.
- 6.4 Расчет основной ошибки.
- 6.5 Определение параметра сглаживания.
- 6.6 Расчет начальных условий.
- 6.7 Определение экспоненциальных средних.
- 6.8 Расчет прогнозируемых значений.
- 6.9 Расчет отклонения от фактического значения.
- 6.10 Определение окончательной модели прогноза.
- 6.11 Расчет ошибки прогноза.
- 6.12 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 В чем заключается сущность метода экспоненциального сглаживания?

7.2 Как определяется экспоненциальная средняя?

7.3 Как определить параметр сглаживания?

7.4 Основные преимущества метода экспоненциального сглаживания.

7.5 Перечислить этапы прогнозирования методом экспоненциального сглаживания.

7.6 Как выбирается аппроксимирующая функция?

7.7 С помощью какого метода рассчитывались коэффициенты уравнения тренда?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования с использованием экспертных оценок.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить метод прогнозирования с использованием экспертных оценок.
2. Оценить важность параметров в баллах.
3. Сформировать базовую таблицу и определить среднее значение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию.
4. Определить значения коэффициентов вариабельности.
5. Определить значения коэффициентов веса.
6. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Эвристический метод прогнозирования основан на использовании мнения специалистов в данной области знания и, как правило, используется для прогнозирования потоков, формализацию которых нельзя провести к моменту прогнозирования.

Основным достоинством метода эвристического прогнозирования является важность избежать грубых ошибок, особенно в области скачкообразных изменений прогнозируемой величины. Это объясняется тем, что опрашиваются, как правило, высококвалифицированные специалисты данной области знания. Однако метод субъективен и весьма сложен.

Алгоритм получения экспертных оценок можно представить в виде блок-схемы (рисунок 6.1).



Рисунок 6.1 – Блок-схема прогноза на основе экспертных опросов

Одной из основных составляющих эвристического метода является механизм формирования группы экспертов. Немаловажным является как персональный отбор, так и число экспертов. Полученная ошибка результата прогноза не должна превышать E , где $0 < E < 1$. Тогда рекомендуемое число экспертов может быть определено по формуле:

$$N_{\min} = 2,5 + \frac{1,5}{E}. \quad (6.1)$$

Подставляя в формулу предельные значения E , находим $N_{\max} (E = 0) \rightarrow \infty$, $N_{\min} (E = 1) = 4$. Таким образом, минимальное количество экспертов равно 4. Для того, чтобы определить максимальную численность экспертной группы, используем неравенство:

$$N_{\max} \leq 3 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{2K_{\max}}, \quad (6.2)$$

где K_i – компетентность i -го эксперта, рассчитываемая на основе анкеты самооценки;

$K_{\max}$ – максимально возможная компетентность по используемой шкале компетентности экспертов.

Алгоритм определения оптимального числа экспертов изложен ниже.

Выдвигается гипотеза о том, что начиная с некоторого числа экспертов N , будет наблюдаться стабилизация средних значений оцениваемых параметров.

Достижение искомой стабилизации происходит при выполнении условия: включение или исключение эксперта из группы не изменяет относительную оценку искомой величины более чем на E , т. е.

$$\frac{|X_n - X_n^*|}{X_{\max}} < E, \quad (6.3)$$

где X_n – средняя оценка прогнозируемой величины в баллах, данная экспертной группой;

X_n^* – средняя оценка, данная экспертной группой, из которой исключен (или включен) один эксперт;

E – заданная величина изменения средней ошибки при включении одного эксперта.

Последовательный перебор значений от $N_{\min}$ позволит определить оптимальное число экспертов.

Обработка данных экспертного прогноза включает следующие этапы:

1). Определяется сумма рангов каждого значения прогнозного спроса на материальные ресурсы:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} + \dots + a_{nj}, \quad (6.4)$$

где a_{ij} – ранг, присвоенный каждому j -му значению спроса i -м экспертом,

n – число экспертов, участвовавших в оценке.

2). Определяется среднее значение суммы рангов:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}}{m}. \quad (6.5)$$

3). Определяется сумма квадратов отклонений сумм рангов:

$$S = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n a_{ij} - \bar{a} \right)^2. \quad (6.6)$$

4). Определяется множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации), позволяющий оценить степень согласованности мнений экспертов:

$$W = \frac{12S}{n^2 (m^3 - m)}, \quad (6.7)$$

Коэффициент конкордации может изменяться в пределах от 0 до 1. Если он существенно отличается от 0, то можно считать, что между мнениями экспертов существует определенное согласие.

5). Производится оценка неслучайности согласия мнений экспертов с помощью критерия Пирсона при числе степеней свободы $t=(m-1)$, заданном уровне значимости $\alpha=0,05$ и доверительной вероятности $p=(1-\alpha)$:

$$\chi^2 = \frac{12S}{m \cdot n \cdot (m-1)}, \quad (6.8)$$

После проведенных преобразований определяется весовой коэффициент (степень важности) для каждого варианта прогнозного спроса объемов потребления материальных ресурсов:

$$\lambda_j = \frac{2(m-j+1)}{m \cdot (m+1)}, j=1,2,\dots,m, \quad (6.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel, Statistica 6.0.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогнозирование произвести на примере спроса на деталь (таблица 6.1).

Таблица 6.1 – Оценка спроса на деталь экспертами.

№ вариан та	№ экспер та	Оценка в баллах спроса на деталь					
		336	340	344	348	352	356
1	1	2	3	5	5	4	4
	2	6	7	10	8	7	5
	3	4	5	8	9	7	6
	4	6	7	8	8	8	8
	5	5	4	10	10	9	5
2	1	3	8	7	4	5	3
	2	5	6	10	10	3	3
	3	4	4	10	10	8	4
	4	2	5	10	7	8	6

	5	4	4	9	7	9	4
3	1	2	5	9	6	6	5
	2	5	3	10	10	4	4
	3	3	4	10	7	6	2
	4	3	4	10	9	7	2
	5	3	3	6	9	8	3
4	1	3	5	7	8	3	5
	2	4	5	8	10	3	2
	3	2	5	9	6	3	6
	4	4	5	5	5	7	6
	5	5	8	10	6	9	5
5	1	4	7	6	5	7	4
	2	4	5	8	10	7	4
	3	3	3	8	6	8	3
	4	4	6	6	7	9	4
	5	3	7	10	9	8	5
6	1	5	8	10	10	3	3
	2	3	5	8	8	7	2
	3	2	7	10	8	4	4
	4	4	5	6	8	6	3
	5	2	3	7	5	8	7
7	1	3	6	7	5	3	7
	2	4	4	9	10	9	6
	3	5	7	6	10	6	3
	4	5	7	6	9	7	6
	5	1	7	10	5	9	3
8	1	2	6	6	10	8	6
	2	2	5	10	10	8	4

	3	3	8	8	10	3	3
	4	3	7	10	9	6	3
	5	4	4	10	8	9	6

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Оценка важности параметров в баллах изложена ниже.

При оценке важности параметров в баллах каждый эксперт оценивает параметры по десятибалльной системе. При этом оценка, назначаемая каждым экспертом каждому параметру, не связана с оценками, которые он же назначает другим параметрам. Например, всем параметрам можно назначить одинаковую оценку.

5.4 Сформировать таблицу по форме, представленной на рисунке 6.2, в которую вносятся оценки всех параметров в баллах, сделанные каждым экспертом.

	A	B	C	D	E	F
1	Оценка в баллах					
2	Эксперт	Параметры				Сумма
3		1	2	...	k	
4	1					СУММ(B4:E4)
5	2					СУММ(B5:E5)
6	...					
7	n					СУММ(B7:E7)

Рисунок 6.2 – Исходные данные

В ячейках F4:F7 введены функции суммирования.

5.5 Сделать таблицу по форме, представленной на рисунке 6.3, которая будет базовой.

	A	B	C	D	E
1	Базовая таблица				
2	Эксперт	параметры			
3		1	2	...	к
4	1	B4\$F4	C4\$F4		E4\$F4
5	2	B5\$F5	C5\$F5		E5\$F5
6	...				
7	n	B7\$F7	C7\$F7		E7\$F7
8	коэф. Веса	CPЗНАЧ(B4:B7)	CPЗНАЧ(C4:C7)		CPЗНАЧ(E4:E7)
9	ср. кв. откл.	СТАНДОТКЛОН(B4:B7)	СТАНДОТКЛОН(C4:C7)		СТАНДОТКЛОН(E4:E7)
10	дисперсия	ДИСП(B4:B7)	ДИСП(C4:C7)		ДИСП(E4:E7)
11	коэф. вариаб.	B9/B8	C9/C8		E9/E8

Рисунок 6.3 – Базовая таблица

5.6 Ввести функции Excel, определяющие среднее значение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию, как это показано в ячейках C8:E10. Введённые в ячейки B4:E7 формулы обеспечивают переход от оценок параметров в баллах к значениям коэффициентов веса, сумма которых для всех параметров равна единице у каждого эксперта.

5.7 В ячейки C11:E11 ввести формулы для определения коэффициента вариабельности.

Значение коэффициента вариабельности показывает величину разброса экспертных оценок. При $V \leq 0,2$ оценки экспертов можно считать согласованными. В случае $V \geq 0,2$ целесообразно провести с экспертами содержательное обсуждение важности оцениваемых параметров, после чего повторить экспертизу.

5.8 Для прогноза с помощью метода экспертного опроса составим ряд вероятностного спроса на запасную часть. Такой ряд можно получить с помощью системы STATISTICA в среде WINDOWS. Для этого в меню системы существует панель **Probability Distribution Calculator**. (рисунок 6.4)

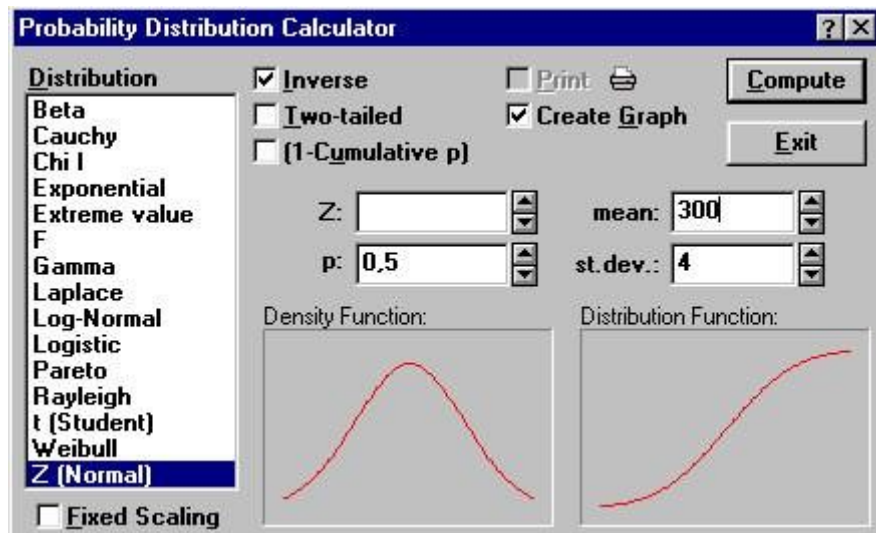


Рисунок 6.4 – Панель Вероятностный калькулятор

5.9 Выбрать нормальный закон распределения и вводя среднее значение прогноза и среднее квадратическое отклонение прогноза, получаем кривую плотности распределения (рисунок 6.5)

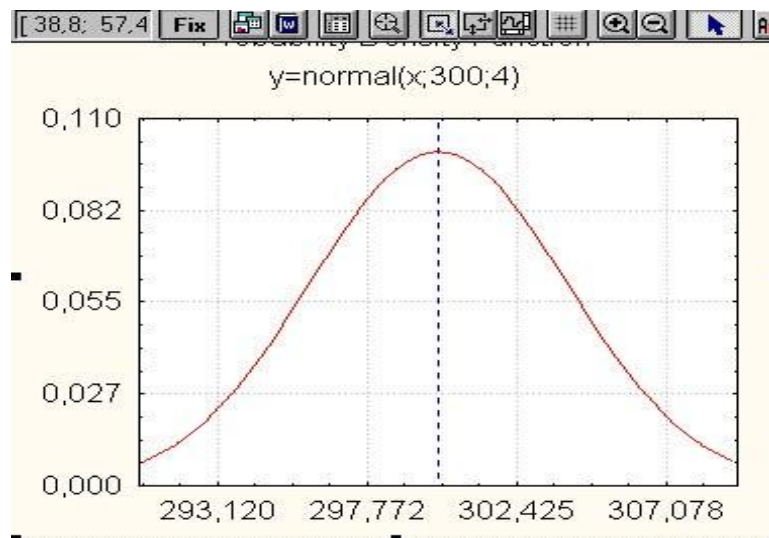


Рисунок 6.5 – Кривая плотности распределения

Значение функции распределения выдаётся в верхнем левом углу рисунка.

Ряд вероятностного спроса на деталь для полученного среднего значения – 347 шт. и среднего квадратического отклонения – 4 представлен на рисунке 6.6.

В качестве экспертов были привлечены пять менеджеров по снабжению из автотранспортных предприятий и станций технического обслуживания автомобилей. Наиболее предпочтительный вариант оценивался ими 10 баллами, а наименее предпочтительный – 1 баллом.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Оценка в баллах							
2	Эксперт	Спрос на деталь "подшипник", шт.						Сумма
3		336	340	344	348	352	356	
4	1	2	3	5	5	4	4	23
5	2	6	7	10	8	7	5	43
6	3	4	5	8	9	7	6	39
7	4	6	7	8	8	8	8	45
8	5	5	4	10	10	9	5	43

Рисунок 6.6 – Результаты опроса экспертов о прогнозном спросе на деталь «подшипник»

12	Оценка в весовых коэффициентах						
13	Эксперт	Спрос на деталь "подшипник", шт.					
14		336	340	344	348	352	356
15	1	0,087	0,1304	0,2174	0,2174	0,1739	0,1739
16	2	0,1395	0,1628	0,2326	0,186	0,1628	0,1163
17	3	0,1026	0,1282	0,2051	0,2308	0,1795	0,1538
18	4	0,1333	0,1556	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778
19	5	0,1163	0,093	0,2326	0,2326	0,2093	0,1163
20	коэф. Веса	0,1157	0,134	0,2131	0,2089	0,1807	0,1476
21	ср. кв. откл.	0,0217	0,0275	0,0228	0,0255	0,0173	0,03
22	дисперсия	0,0005	0,0008	0,0005	0,0007	0,0003	0,0009
23	коэф. вариаб	0,1872	0,205	0,1072	0,1221	0,0957	0,2033

Рисунок 6.7 – Оценка в весовых коэффициентах

5.10 Произведённые расчёты свидетельствуют о том, что прогнозное значение спроса на деталь «подшипник», полученное с помощью эвристического прогноза, составит 344 шт.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Исходные данные.
- 6.2 Расчет средних значений.
- 6.3 Расчет средних квадратических отклонений.
- 6.4 Расчет дисперсий.
- 6.5 Расчет коэффициентов вариабельности.
- 6.6 Расчет коэффициентов веса.
- 6.7 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 На чем основан метод прогнозирования?
- 7.2 Каковы достоинства метода?
- 7.3 Каковы недостатки метода?
- 7.4 Изложить алгоритм получения экспертных оценок?
- 7.5 Изложить механизм формирования группы экспертов?
- 7.6 Как определяется оптимальное число экспертов?
- 7.7 Какие этапы включает в себя обработка данных экспертного прогноза?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7

КОМБИНИРОВАННЫЙ ПРОГНОЗ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки использования комбинированного прогнозирования.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить метод комбинированного прогнозирования.
2. Определить плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по методу экстраполяции и экспертных оценок и построить график.
3. Определить весовые коэффициенты комбинированного прогноза.
4. Определить вероятности для комбинированного прогноза.
5. Сделать выводы

2 Теоретическое обоснование

Комбинированный прогноз является сочетанием количественных и качественных методов прогнозирования и позволяет компенсировать недостатки одних способов достоинствами других.

Алгоритм комбинированного прогноза изложен ниже.

С помощью экстраполяционного прогноза находится среднее значение прогноза $\bar{Q}$. Помимо среднего значения прогноза рассчитывается среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_i^{\hat{}} - Q_i^t)^2}{N-1}}, \quad (7.1)$$

где Q_i^t – теоретические значения прогноза.

Составляется ряд вероятностного спроса на запасные части и рассчитывается значение функции распределения прогнозируемого спроса $F(Q)$ при условии, что она подчиняется нормальному закону распределения

$$F(Q_i) = \frac{1}{\sigma_Q \sqrt{2\pi}} a^{-\frac{(Q_i - Q)^2}{2\sigma_Q^2}}, \quad (7.2)$$

где Q_i – величина середины i -го интервала.

Производится экспертная оценка значимости каждого варианта спроса на запасную часть.

Производится статистическая обработка мнений экспертов и после ранжирования каждому Q_i присваивается новый номер в порядке убывания; т.е. интервалу Q_i с наименьшей суммой баллов присваивается номер 1 и т.д.

Положим, что интервалу Q_1 соответствует наиболее правдоподобная гипотеза (Π_1), затем вторая (Π_2) и т.д.

Вероятности гипотез (Π_1), (Π_2), ..., (Π_n) определяются по формуле:

$$q_i = \frac{2(n-i+1)}{n(n+2)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.3)$$

Восстанавливают функцию распределения экспертного прогноза спроса на запасную часть $F(Q_{yi})$.

Для восстановления «экспертной» функции находят среднее значение $Q_{\bar{y}}$ и дисперсию $D_{\bar{y}q}$.

Статистические параметры экспертного прогноза рассчитываются с использованием формул для среднего значения:

$$Q_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^n Q_i F(Q_{yi}). \quad (7.4)$$

и среднего квадратического отклонения:

$$\sigma_{Q_{\bar{y}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{\bar{y}})^2 F(Q_{yi})}. \quad (7.5)$$

Весовые коэффициенты комбинированного прогноза определяются по следующим формулам:

$$\mu_1 = \frac{D_{\bar{y}q}}{D_q + D_{\bar{y}q}}. \quad (7.6)$$

$$\mu_2 = \frac{D_q}{D_q + D_{\bar{y}q}}. \quad (7.7)$$

где μ_1 и D_q – весовой коэффициент и дисперсия экстраполяционного прогноза;

μ_2 и D_{yq} – весовой коэффициент и дисперсия экспертного прогноза.

Вероятности $F^*(Q_i)$ для комбинированного прогноза рассчитываются следующим образом:

$$F^*(Q_i) = \mu_1 F(Q_i) + \mu_2 F(Q_{yi}). \quad (7.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel, Statistica 6.0.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 В качестве исходных использовать данные приведенные в предыдущей работе

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Результаты прогнозирования с помощью метода экспоненциального сглаживания свидетельствуют о том, что прогнозное значение спроса на деталь на следующий квартал составит 347,25 шт. Округлив, примем $Q = 347$. Среднее квадратическое отклонение прогноза в данном случае составит $\sigma_Q = 4$.

5.4 Следующим этапом комбинированного прогнозирования является опрос экспертов.

5.5 С учётом полученных коэффициентов веса присвоим новые ранжированные номера i каждому значению величины спроса на деталь (таблица 7.1).

На основании полученных расчётов можно составить комбинированный прогноз вероятностей спроса на деталь.

5.6 Рассчитаем прогнозные вероятности.

Так, для первой строки таблицы при $i = 6$ находим:

$$F(Q_{yi}) = \frac{2(6-6+1)}{6(6+1)} = 0,048.$$

5.7 Рассчитанные значения остальных прогнозных вероятностей представлены в таблице 7.1.

Таблица 7.1 – Комбинированный прогноз вероятностей спроса на деталь «подшипник»

Спрос на деталь, шт.	Прогноз вероятностей по динамическому ряду $F(Q_i)$	Экспертные оценки		Комбинированный прогноз вероятностей
		Ранжированный ряд	Прогноз вероятностей $F(Q_{yi})$	
1	2	3	4	5
336	0,0023	6	0,048	0,048
340	0,0215	5	0,095	0,095
344	0,075	1	0,286	0,286
348	0,096	2	0,238	0,238
352	0,045	3	0,190	0,045
356	0,007	4	0,143	0,143

5.8 Плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по двум методам представлены на графике (рисунок 7.1).

5.9 Рассчитаем статистические параметры экспертного прогноза с использованием формул для среднего значения и среднего квадратического отклонения.

При подстановке в формулы данных таблицы 7.1, находим:

$$\bar{Q}_y = 336 \cdot 0,048 + 340 \cdot 0,095 + 344 \cdot 0,286 + 348 \cdot 0,238 + 352 \cdot 0,190 + 356 \cdot 0,143 = 347,424$$

$$\sigma_{Q_{yi}} = 0,024$$

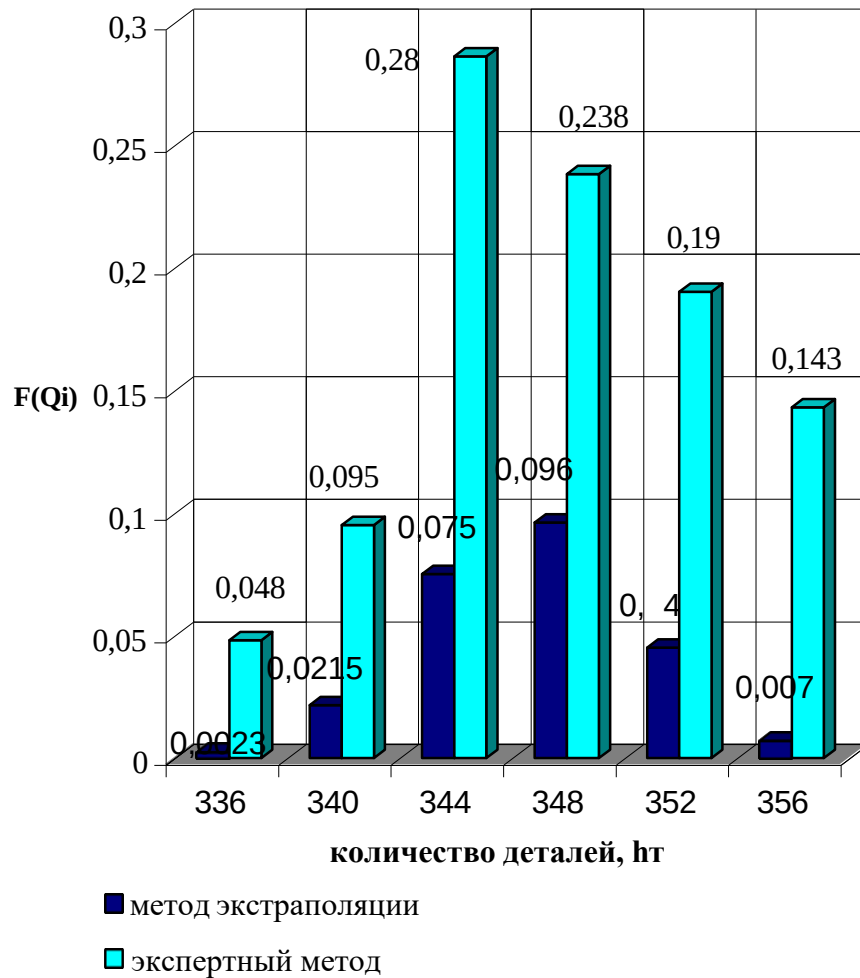


Рисунок 7.1 – Вероятности прогнозного спроса на деталь.

5.10 Определим весовые коэффициенты комбинированного прогноза.

Учитывая то, что дисперсия равна квадрату среднего квадратического отклонения, найдём значения весовых коэффициентов:

$$\mu_1 = \frac{0,024^2}{4^2 + 0,024^2} = 0,0000359;$$

$$\mu_2 = \frac{4^2}{4^2 + 0,024^2} = 0,9999641.$$

5.11 С учётом полученных весовых коэффициентов рассчитаем статистические параметры спроса на деталь на следующий квартал по результатам экстраполяционного и экспертного прогнозов:

Среднее значение

$$Q^* = \mu_1 Q + \mu_2 Q_y = 0,0000359 \cdot 347 + 0,9999641 \cdot 347,424 = 347,44;$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_Q^* = \sqrt{(\mu_1 \sigma_Q^2) + (\mu_2 \sigma_{Q_2}^2)} = \sqrt{(0,0000359 \cdot 4)^2 + (0,9999641 \cdot 0,024)^2} = 1,02$$

5.12 Рассчитаем вероятности $F^*(Q_i)$ для комбинированного прогноза.

Так, для первой строки таблицы находим:

$$F^*(Q_i) = 0,0000359 \cdot 0,0023 + 0,9999641 \cdot 0,048 = 0,048.$$

Остальные рассчитанные значения приведены в таблице 7.1.

Из проведенных расчётов следует, что по данным комбинированного прогноза, можно принять среднеквартальный спрос на деталь равным 347 шт.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Исходные данные.

6.2 Результаты прогнозирования с помощью метода экспоненциального сглаживания.

6.3 Результаты опроса экспертов.

6.4 Расчет прогнозных вероятностей.

6.5 График плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по двум методам.

6.6 Расчет статистические параметры экспертного прогноза.

6.7 Расчет весовых коэффициентов комбинированного прогноза.

6.8 Расчет вероятности для комбинированного прогноза.

6.9 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 На чем основан метод прогнозирования?

7.2 Каковы достоинства метода?

7.3 Каковы недостатки метода?

7.4 Изложить алгоритм получения экспертных оценок?

7.5 Изложить механизм формирования группы экспертов?

7.6 Как определяется оптимальное число экспертов?

7.7 Какие этапы включает в себя обработка данных экспертного прогноза?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бережная Е. В., Бережной В. И., Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2001.
2. Бережной В. И., Бережная Е. В., Бутова О. О. Прогнозирование экономических показателей в Excel – 97: Учебное пособие / СКИ БУПК. – Ставрополь: Кавказский край, 2000.
3. Айвазян А. С., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику. – М.: Финансы и статистика, 1999.
5. Практикум по эконометрике: Учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.
6. Эконометрика: Учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.
7. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебное пособие для вузов / В. В. Федосеева, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбергов и др.; Под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ по дисциплине

«ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ТРАНСПОРТЕ»

для студентов направления подготовки /специальности

23.03.01 – Технология транспортных процессов

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Прогнозирование на транспорте» разработаны в соответствии с образовательный стандарт высшего образования Северо-Кавказского федерального университета по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов, квалификация (степень) – бакалавр.

Методические указания содержат план семинаров и темы докладов по различным разделам дисциплины.

Составитель к. т. н., доцент А. А. Папаскуа

Рецензент к. э. н., доцент В.М. Павленко

Содержание

Введение	3
Практическая работа 1. прогнозирование с помощью методов экстраполяции	4
Практическая работа 2. прогнозирование методом скользящего среднего	23
Практическая работа 3. временные ряды экономических показателей в прогнозировании, прогнозирование по аддитивной модели	29
Практическая работа 4. временные ряды экономических показателей в прогнозировании, прогнозирование по мультипликативной модели	39
Практическая работа 5. Метод экспоненциального сглаживания	50
Практическая работа 6. Прогнозирование с использованием экспертных оценок	61
Практическая работа 7. Комбинированный прогноз	72
Список литературы.	79

Введение

Целью изучения дисциплины «Прогнозирование на транспорте» является подготовка студентов к решению сложных проблем, требующих использования методологии системного анализа транспортных систем и процессов в рамках общепрофессиональной компетенции ОПК-2.

Задачи изучения дисциплины – усвоение положений современной теории автотранспортных средств. В результате изучения дисциплины студент должен знать принципы системного анализа, подходы и методы построения и развития организаций, закономерности функционирования транспортных систем.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 1

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования с помощью методов экстраполяции.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Установить цели и задачи исследования.
2. Подготовить исходные данные.
3. Осуществить фильтрацию исходного временного ряда.
4. Осуществить отбор видов аппроксимирующей функции.
5. Оценить параметры математической модели прогнозирования.
6. Выбрать математическую модель прогнозирования.
7. Осуществить точечный и интервальный прогнозы.
8. Осуществить верификацию прогноза.

2 Теоретическое обоснование

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов.

Временные ряды бывают моментными (например, списочная численность работников на начало месяца) и интервальными (например, заработная плата в определенные месяцы).

Модели, построенные по данным, характеризующим один объект за ряд последовательных моментов (периодов), называются моделями временных рядов.

Если во временном ряду проявляется длительная тенденция изменения экономического показателя, то говорят, что имеет место тренд. Таким образом, под трендом понимается изменение, определяющее общее

направление развития, основную тенденцию временных рядов.

В связи с этим экономико-математическая динамическая модель, в которой развитие моделируемой экономической системы отражается через тренд ее основных показателей, называется трендовой моделью.

В самом общем случае временной ряд экономических показателей можно разложить на три компоненты:

1. Тренд, составляющий которого будем обозначать T_t ; $t = \overline{1, n}$.
2. Сезонная (циклическая) компонента – S_t ; $t = \overline{1, n}$.
3. Случайная (стохастическая) компонента – E_t ; $t = \overline{1, n}$.

Различают следующие виды моделей:

1. Тренд: $y(t) = T(t) + E(t)$.
2. Сезонность (циклическость): $y(t) = S(t) + E(t)$.
3. Тренда и сезонности: $y(t) = T(t) + S(t) + E(t)$,
 $y(t) = T(t) S(t) E(t)$.

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренд. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда.

Для построения трендов чаще всего применяют следующие функции:

- 1) линейный тренд:

$$y(t) = a + bt; \quad (1.1)$$

- 2) гиперболическая:

$$y(t) = a + \frac{b}{t}; \quad (1.2)$$

- 3) степенная:

$$y(t) = a \cdot t^b; \quad (1.3)$$

- 4) экспоненциальная:

$$y(t) = a \cdot b^t; \quad (1.4)$$

5) парабола второго и более высоких порядков:

$$y(t) = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k. \quad (1.5)$$

Параметры каждого из перечисленных выше трендов можно определить при помощи МНК, используя в качестве независимой переменной время $t=1, 2, 3, \dots, n$, а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда y_t . Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Критерием отбора наилучшей формы тренда является наибольшее значение скорректированного коэффициента детерминации $\bar{R}^2$, рассчитанное для нескольких форм тренда.

Среди большого разнообразия экономико-математических методов, используемых в эконометрике, особое место занимают методы и модели прогнозирования. Для математических методов прогнозирования характерен подбор и обоснование математической модели исследуемого процесса, а также способов определения ее неизвестных параметров. *Задача прогнозирования* при этом сводится к решению уравнений, описывающих данную модель для заданного момента времени.

Среди математических методов прогнозирования в особую группу выделяются *методы экстраполяции*, которые отличаются простотой, наглядностью и легко реализуемы на ЭВМ.

Прогнозирование с помощью методов экстраполяции должно включать в себя следующие этапы работ:

1. Установление цели и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.
2. Подготовка исходных данных.
3. Фильтрация исходного временного ряда.
4. Логический отбор видов аппроксимирующей функции.

5. Оценка параметров математической модели прогнозирования.
6. Выбор математической модели прогнозирования.
7. Получение точечного и интервального прогнозов.
8. Верификация прогноза.

Подробнее прогнозирование с помощью методов экстраполяции рассмотрено в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогноз произвести на примере выпуска продукции предприятием (таблица 1.1).

Таблица 1.1 – Фактические данные выпуска продукции

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, U_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1997	15,1	12,1	12,8	13,6	15,9	16,6	17,4	18,1	18,9	11,3	9
1998	16,5	13,2	14	14,9	17,3	18,2	19	19,8	20,6	12,4	9,9
1999	18,5	14,8	15,7	16,7	19,4	20,4	21,3	22,2	23,1	13,9	11,1
2000	25,4	20,3	21,6	22,9	26,7	27,9	29,2	30,5	31,8	19,1	15,3
2001	30,8	24,6	26,2	27,7	32,3	33,9	35,4	37	38,5	23,1	18,5
2002	34,1	27,3	29	30,7	35,8	37,5	39,2	40,9	42,6	25,6	20,5
2003	35,1	28,1	29,8	31,6	36,9	38,6	40,4	42,1	43,9	26,3	21

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Установление целей и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.

Цель исследования: изучение динамики выпуска продукции и прогнозирование соответствующего показателя на 2004 год.

Задачи исследования:

- построение аппроксимирующих функций, адекватно описывающих исходный динамический ряд;
- выполнение трендового анализа;
- построение прогноза выпуска продукции на 2004 год.

Объектом исследования является выпуск продукции промышленным предприятием.

5.4 Подготовка исходных данных.

Исходные данные представлены в виде динамических рядов за последние семь лет (период 1997 – 2003 г.г.). Динамические ряды представлены в таблице 1.1.

На основе данных таблицы 1.1 необходимо создать электронную таблицу в Excel (рисунок 1.1).



	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І
1		Годы							
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1	
5									
6									

Рисунок 1.1 – Вид электронной таблицы с исходными данными

5.5 Фильтрация исходного временного ряда.

Фильтрация исходного динамического ряда проводится с использованием процедур сглаживания и выравнивания в автоматическом режиме.

5.6 Логический отбор видов аппроксимирующих функций.

На основании изучения статистических данных таблицы 1.1 и логического отбора протекания изучаемого процесса из заданного массива функций отбирают наиболее приемлемые виды уравнений связи. Этот этап

необходим, т. к. позволяет при отборе функции учесть основные условия протекания рассматриваемого процесса и требования, предъявляемые к математической модели.

В Excel в качестве аппроксимирующих чаще всего используются следующие функции:

полиномиальная $y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i t^i$;

линейная $y(t) = a + bt$;

степенная $y(t) = at^b$;

экспоненциальная $y(t) = a \exp(bt)$;

логарифмическая $y(t) = a + b \ln(t)$.

Для подбора линии тренда необходимо построить график динамики выпуска продукции (рисунок 1.2).



Рисунок 1.2 – Динамика выпуска продукции

После чего необходимо добавить линию тренда.

Когда это возможно, при выборе вида аппроксимирующей функции прибегают к графическому способу подбора по виду точек временного ряда, расположенных на плоскости $y(t)$. Предварительный вывод о качестве подбора линии тренда можно сделать по R^2 (величина достоверности

аппроксимации) – чем ближе значение показателя к единице, тем лучше выполнен подбор уравнения.

Результаты подбора двух уравнений тренда представлены на рисунках 1.3 и 1.4.

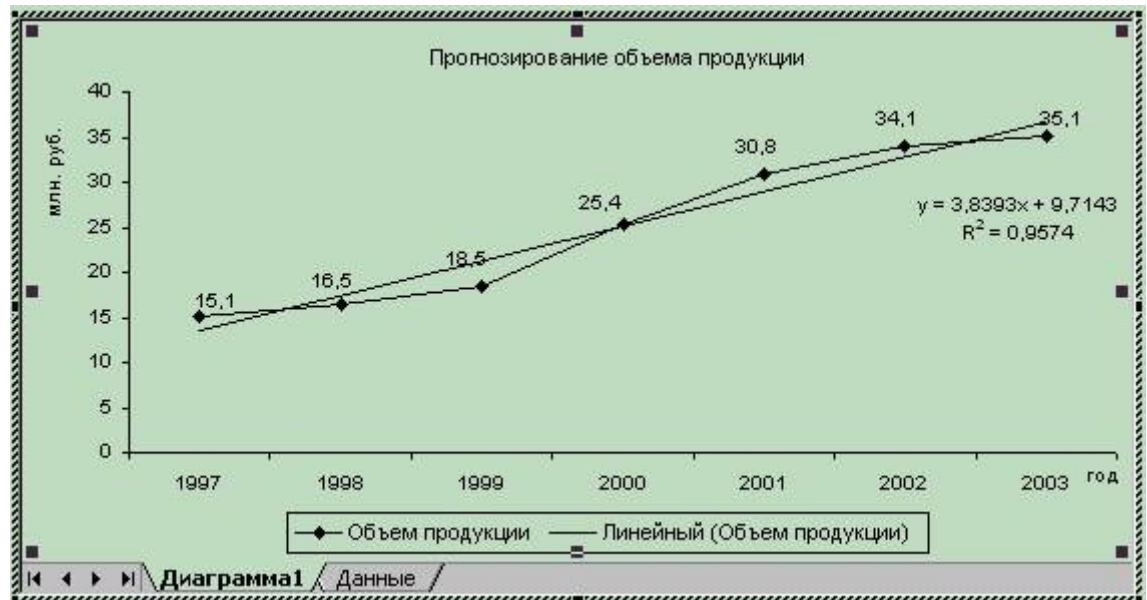


Рисунок 1.3 – Линейный тренд

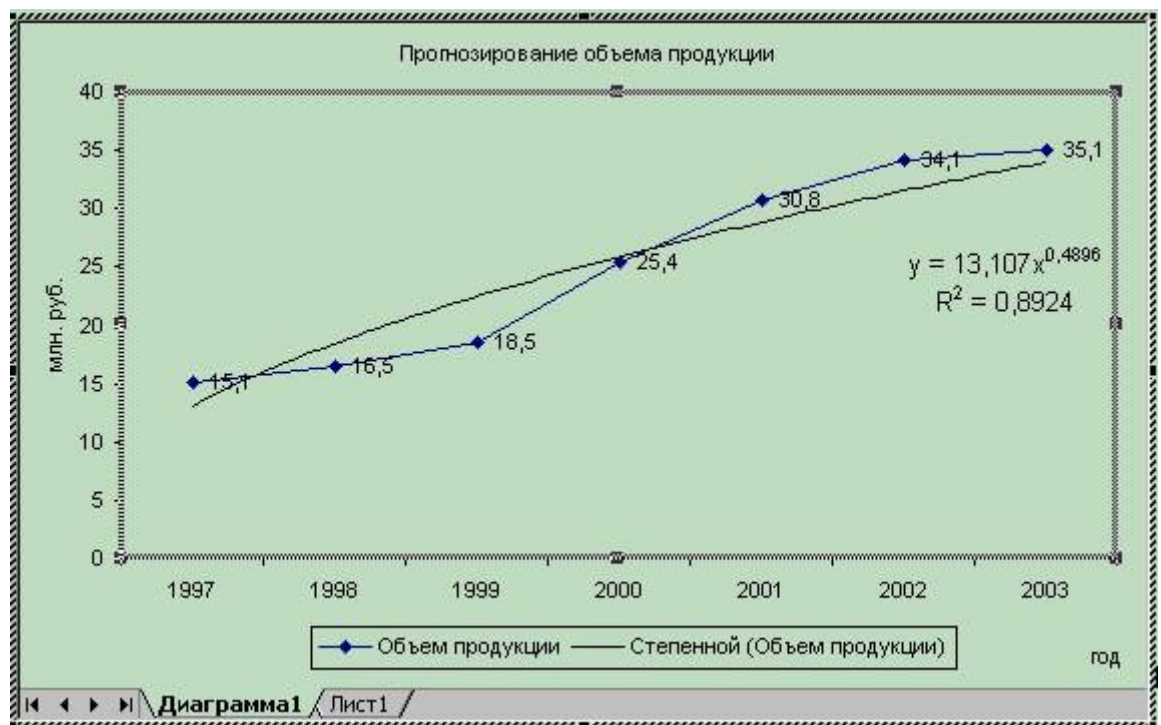


Рисунок 1.4 – Степенной тренд

Окончательное решение о виде аппроксимирующей функции будет принято после оценки ее качества и точности.

5.7 Оценка параметров математической модели прогнозирования.

На этом этапе исследования определяют параметры различных видов аппроксимирующих функций.

В нашем случае оценка параметров математической модели прогнозирования осуществлялась в автоматическом режиме при построении линии тренда. Результаты определения функций представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Результаты оценки параметров уравнений тренда

Вид тренда	Уравнение тренда	Величина достоверности аппроксимации
Линейная	$y = 3,8393x + 9,7143$	$R^2 = 0,9574$
Степенная	$y = 13,107 x^{0,4896}$	$R^2 = 0,8924$

5.8 Выбор математической модели прогнозирования.

Выбор моделей прогнозирования базируется на оценке их качества. Независимо от метода оценки параметров моделей экстраполяции (прогнозирования), их качество определяется на основе исследования свойств остаточной компоненты – $\varepsilon_t = y_t^{\text{факт}} - y_t^{\text{теор}}$ ($t = 1, 2, \dots, n$), т. е. величины расхождений на участке аппроксимации (построения модели) между фактическими уровнями и их расчетными значениями.

Трендовая модель конкретного временного ряда y_t считается адекватной, если остаточная компонента удовлетворяет свойствам случайной компоненты временного ряда:

- 1) случайность колебаний уровней остаточной последовательности;
- 2) соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;
- 3) равенство математического ожидания случайной компоненты нулю;
- 4) независимость значений уровней случайной компоненты.

Проведем оценку качества и точности линейного тренда:

$$y = 3,8393 \cdot t + 9,7143.$$

Перед оценкой качества трендовых моделей необходимо рассчитать величину остаточной компоненты. Расчет проводится в следующей последовательности:

5.8.1 Рассчитаем теоретические значения каждого уровня динамического ряда. Для этого в таблице с исходными данными (рисунок 1.1) в ячейку B6 необходимо ввести формулу для расчета, при этом вместо фактора времени t необходимо указать порядковый номер года (ячейка B2), скопировать полученную формулу в диапазон ячеек C6:I6.

5.8.2 Рассчитать остаточную компоненту временного ряда.

Результаты расчета представлены на рисунке 1.5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_t	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8										

Рисунок 1.5 – Результаты расчета остаточной компоненты

5.9 Оценка качества трендовой модели включает в себя четыре этапа:

5.9.1 Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек.

Критерием случайности с доверительной вероятностью 95% является выполнение неравенства:

$$K > \left| \frac{(2n-4)}{3} - 2 \cdot \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right|, \quad (1.5)$$

где K – количество поворотных точек в остаточной последовательности.

Квадратные скобки означают целую часть числа.

Если это неравенство не выполняется, трендовая модель считается неадекватной.

Уровень остаточной последовательности считается поворотной точкой, если он одновременно больше (меньше) двух соседних уровней. В нашем случае $K=2$, т. к. уровни ε_3 и ε_5 являются поворотными точками ($\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_4 < \varepsilon_5 > \varepsilon_6$).

$$2 > \left\lfloor \frac{2n-4}{3} - 2 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right\rfloor, \text{ следовательно } \left\lfloor \frac{2 \cdot 7 - 4}{3} - 2 \sqrt{\frac{16 \cdot 7 - 29}{90}} \right\rfloor = [1,]41.$$

Так как $2 > 1$, то модель считается адекватной.

5.9.2 Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения может быть произведена с помощью исследования показателей асимметрии – A_c и эксцесса – $\mathcal{E}_k$:

$$A_c = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^3}}, \quad (1.6)$$

$$\mathcal{E}_k = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 \right)^2} - 3. \quad (1.7)$$

Если эти коэффициенты близки к нулю или равны нулю, то ряд остатков распределен в соответствии с нормальным законом.

Промежуточные расчеты произведем с помощью электронной таблицы Excel (рисунок 1.6).

Воспользовавшись расчетами в таблице, имеем:

$$A_c = \frac{\frac{1}{7} \cdot (-11,476)}{\sqrt{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371 \right)^3}} = -0,38; \quad \mathcal{E}_k = \frac{\frac{1}{7} \cdot 83,071}{\left(\frac{1}{7} \cdot 18,371 \right)^2} - 3 = -1,28.$$

C11	fx =C7-B7									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_f в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_f в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_f в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49
13										

Рисунок 1.6 – Фрагмент листа «Оценка адекватности модели»

Для оценки близости этих коэффициентов к нулю вычисляют средние квадратические отклонения:

$$\sigma_{Ac} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_{\mathcal{E}k} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}. \quad (1.9)$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{Ac} = \sqrt{\frac{6 \cdot (7-2)}{(7+1) \cdot (7+3)}} = 0,61; \quad \sigma_{\mathcal{E}k} = \sqrt{\frac{24 \cdot 7 \cdot (7-2) \cdot (7-3)}{(7+1)^2 \cdot (7+3) \cdot (7+5)}} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|Ac| < 1,5 \sigma_{Ac} \text{ и } \left| \mathcal{E}_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5 \sigma_{\mathcal{E}k}. \quad (1.10)$$

$$|-0,38| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,28 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66.$$

Так как оба неравенства выполняются, то гипотеза признается, и

модель считается **адекватной**.

5.9.3 Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты 0, если она распределена по нормальному закону распределения, осуществляется на основе t -критерия Стьюдента:

$$t = \left| \frac{\sum \varepsilon_t}{n} \right| \cdot \frac{\sqrt{n}}{S_\varepsilon}, \quad (1.11)$$

где S_ε – стандартное (среднеквадратическое) отклонение для этой последовательности.

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_t^2}{n-1}}. \quad (1.12)$$

$$S_\varepsilon = \sqrt{\frac{18,371}{7-1}} = 1,7498,$$

$$\text{отсюда } t = \left| \frac{-0,001}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{1,7498} = 0,000107.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным. Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы, равную $f = n - 1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469 (при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$).

Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

5.9.4 Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона рассчитывается по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}. \quad (1.13)$$

Подставляя в формулу для расчета данных, имеем

$$d = \frac{29,49}{18,371} = 1,6.$$

Согласно методу Дарбина – Уотсона существует верхний d_u и нижний d_l пределы значимости статистики d . Эти критические значения зависят от уровня значимости α , объема выборки n и числа объясняющих переменных m (для трендовых моделей $m=1$).

Расчетное значение d сравнивается с d_l и d_u . При этом руководствуются правилами:

1. $d_u \leq d \leq 4 - d_u$ принимается гипотеза: автокорреляция отсутствует.
2. $0 \leq d \leq d_l$ принимается гипотеза о существовании положительной автокорреляции остатков.
3. $d_l \leq d \leq d_u$ и $4 - d_u \leq d \leq 4 - d_l$ при выбранном уровне значимости нельзя прийти к определенному выводу.
4. $4 - d_l \leq d \leq 4$ принимается гипотеза о существовании отрицательной автокорреляции остатков.

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней, равны $d_l = 0,7$ и $d_u = 1,36$.

В нашем случае расчетное значение критерия попало в следующий промежуток: $1,36 \leq 1,6 \leq 4 - 1,36$, следовательно, принимается гипотеза об отсутствии автокорреляции. Модель признается **адекватной**.

5.9.5 Оценка точности модели с помощью ошибки аппроксимации

Ошибка аппроксимации рассчитывается по следующей формуле:

$$A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i^{\text{факт}} - y_i^{\text{теор}}}{y_i^{\text{факт}}} \right| \cdot 100, \% . \quad (1.14)$$

Последовательность расчета ошибки аппроксимации аналогична расчету ошибки аппроксимации в многофакторной корреляционно-регрессионной модели. Результаты расчетов представлены на рисунке 1.7.

В нашем случае ошибка аппроксимации равна 6,58%. Так как ошибка аппроксимации меньше критических значений (8 – 10%), то выбранное уравнение тренда достаточно точно описывает исходную информацию.

B13		$f_x = \text{ABS}(B7/B4*100)$								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
5	Линейное уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$									
6	Теоретическое Y	13,6	17,4	21,2	25,1	28,9	32,8	36,6	40,4	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	1,5	-0,9	-2,7	0,3	1,9	1,3	-1,5		-0,001
8	ε_f в квадрате	2,39	0,80	7,46	0,11	3,57	1,82	2,22		18,371
9	ε_f в третьей степени	3,70	-0,71	-20,40	0,04	6,74	2,46	-3,30		-11,476
10	ε_f в четвертой степени	5,72	0,64	55,72	0,01	12,74	3,32	4,92		83,071
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-2,44	-1,84	3,06	1,56	-0,54	-2,84		
12	Квадрат числителя		5,95	3,38	9,37	2,44	0,29	8,06		29,49
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	10,24	5,41	14,77	1,29	6,13	3,96	4,24		46,05
14	Средняя ошибка аппроксимации	6,58								
15										
16										

Рисунок 1.7 – Расчет ошибки аппроксимации

Проведенный анализ показал, что линейный тренд адекватно и точно описывает исходный динамический ряд, и его можно использовать для прогнозирования.

5.10 Проведем оценку качества и точности степенного тренда:

$$y = 13,107 \cdot t^{0,4896}.$$

Проверка осуществляется аналогично. Результаты промежуточных расчетов представлены на рисунке 1.8.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Годы							Прогноз	
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8	
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1		
5	Степенной тренд $y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$									
6	Теоретическое Y	13,1	18,4	22,4	25,8	28,8	31,5	34,0	36,3	Сумма
7	Остаточная компонента ε_f	2,0	-1,9	-3,9	-0,4	2,0	2,6	1,1		1,390
8	ε_f в квадрате	3,97	3,62	15,56	0,19	3,91	6,69	1,25		35,197
9	ε_f в третьей степени	7,92	-6,89	-61,35	-0,08	7,74	17,32	1,39		-33,958
10	ε_f в четвертой степени	15,78	13,11	241,98	0,04	15,32	44,81	1,56		332,593
11	Числитель Дарбина- Уотсона		-3,90	-2,04	3,51	2,42	0,61	-1,47		
12	Квадрат числителя		15,18	4,17	12,29	5,84	0,37	2,16		40,01
13	Составляющие для ошибки аппроксимации	13,20	11,53	21,32	1,73	6,42	7,59	3,18		64,97
14	Средняя ошибка аппроксимации	9,28								

Рисунок 1.8 – Фрагмент листа «Оценка адекватности степенного тренда»

5.10.1 Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности с помощью критерия поворотных точек

В нашем случае количество поворотных точек $K=2$, так как $\varepsilon_2 > \varepsilon_3 < \varepsilon_4$ и $\varepsilon_5 < \varepsilon_6 > \varepsilon_7$

Так как $2 > 1$, то модель считается **адекватной**.

5.10.2 Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения.

Коэффициент асимметрии равен:

$$A_c = \frac{-4,85108}{\sqrt{5,028108^3}} = 0,4302; \quad \mathcal{E}_k = \frac{47,51327}{5,028108^2} - 3 = -1,1206.$$

Средние квадратические отклонения равны:

$$\sigma_{A_c} = 0,61; \quad \sigma_{\mathcal{E}_k} = 0,66.$$

Гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты принимается, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$|A_c| < 1,5\sigma_{A_c} \text{ и } \left| \varepsilon_k + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\varepsilon_k},$$

$$|-0,43| < 1,5 \cdot 0,61 \text{ и } \left| -1,12 + \frac{6}{7+1} \right| < 1,5 \cdot 0,66,$$

$$|-0,43| < 0,915 \text{ и } |-0,37| < 0,99.$$

Так как оба неравенства выполняются, гипотеза о нормальном характере распределения случайной компоненты признается, и модель считается **адекватной**.

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	І	Ј	
1		Годы							Прогноз		
2	Порядковый номер года, t	1	2	3	4	5	6	7	8		
3		1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004		
4	Объем продукции, млн. руб.	15,1	16,5	18,5	25,4	30,8	34,1	35,1			
5	Степенной тренд $y = 13,107 \cdot t^{0,4896}$										
6	Теоретическое Y	13,1	18,4	22,4	25,8	28,8	31,5	34,0	36,3	Сумма	
7	Остаточная компонента ε_f	2,0	-1,9	-3,9	-0,4	2,0	2,6	1,1		1,390	
8	ε_f в квадрате	3,97	3,62	15,56	0,19	3,91	6,69	1,25		35,197	
9	ε_f в третьей степени	7,92	-6,89	-61,35	-0,08	7,74	17,32	1,39		-33,958	
10	ε_f в четвертой степени	15,78	13,11	241,98	0,04	15,32	44,81	1,56		332,593	
11	Числитель Дарбина-Уотсона		-3,90	-2,04	3,51	2,42	0,61	-1,47			
12	Квадрат числителя		15,18	4,17	12,29	5,84	0,37	2,16		40,01	
13	Составляющие для аппроксимации ошибки										
14	Средняя ошибка аппроксимации	13,20	11,53	21,32	1,73	6,42	7,59	3,18		64,97	
15		9,28									

Рисунок 1.9 – Фрагмент листа «Оценка адекватности степенного тренда»

5.10.3 Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю, если она распределена по нормальному закону распределения.

Расчетное значение критерия Стьюдента равно:

$$t = \left| \frac{1,39}{7} \right| \cdot \frac{\sqrt{7}}{2,422} = 0,2168,$$

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{35,197}{7-1}} = 2,422.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным. Табличное значение критерия Стьюдента имеет степень свободы равную $f = n - 1$ и уровень значимости α . В данном случае табличное значение критерия равно 2,4469 (при $f = 6$ и $\alpha = 0,05$). Так как расчетное значение меньше табличного, модель считается **адекватной**.

5.10.4 Проверка независимости значений уровней остаточной последовательности по критерию Дарбина – Уотсона.

Критерий Дарбина – Уотсона равен:

$$d = \frac{40,01}{35,197} = 1,14.$$

Табличные значения критерия Дарбина – Уотсона для временного ряда, содержащего 7 уровней равны $d_n = 0,7$ и $d_g = 1,36$.

В данном случае расчетное значение критерия Дарбина – Уотсона попало в третий интервал, когда $d_n \leq d \leq d_g$, т.е. $0,7 \leq 1,14 \leq 1,36$. В этой ситуации нельзя прийти к определенному уровню.

Следовательно, необходимо рассчитать коэффициент автокорреляции по формуле:

$$r_a = 1 - \frac{d}{2}, \quad (1.15)$$

$$r_a^{расч} = 1 - \frac{1,14}{2} = 0,43.$$

Расчетное значение сравнивается с табличным $r_a^{табл}$. Табличное значение коэффициента автокорреляции имеет одну степень свободы $f = n = 7$. Так как расчетное значение больше табличного ($r_a^{табл} = 0,370$), то

гипотеза об отсутствии автокорреляции в остаточной последовательности отвергается и модель признается **неадекватной**.

5.10.5 Оценка точности модели с помощью ошибки аппроксимации.

Воспользовавшись расчетами в таблице (рисунок 1.9), находим, что ошибка аппроксимации равна 9,28%.

Проведенный анализ показал, что степенную модель нельзя использовать для дальнейшего прогнозирования, так как в исходных данных присутствует автокорреляция уровней и значение средней ошибки аппроксимации достаточно близко к критическому значению (8 – 10%).

Следовательно, для прогнозирования необходимо оставить линейное уравнение тренда.

5.11 Получение точечного прогноза.

Сделаем прогноз на последующий 2004 год, используя при этом выбранную нами адекватную модель – линейную функцию.

Для этого в уравнение $y = 3,8393 \cdot t + 9,7143$ подставить прогнозное значение t , которое в нашем случае равно 8.

Итак, $y = 3,8393 \cdot 8 + 9,7143 = 40,43$, млн руб.

Следовательно, в следующем году при сложившихся тенденциях работы промышленного предприятия объем выпуска продукции составит 40,43 млн руб.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Цели и задачи исследования, анализ объекта прогнозирования.

6.2 Логический отбор видов аппроксимирующей функции.

6.3 Оценку параметров математической модели прогнозирования.

6.4 Выбор математической модели прогнозирования.

6.5 Точечный прогноз.

6.6 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Дать определение временного ряда.

7.2 Дать определение тренда.

7.3 Компоненты временного ряда.

7.4 Этапы прогнозирования при помощи методов экстраполяции.

7.5 Наиболее распространенные функции для построения тренда.

7.6 Что такое остаточная компонента?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 2

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕТОДОМ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования по методу скользящего среднего.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить теоретические основы метода.
2. Произвести выравнивание ряда.
3. Найти прогнозируемое значение.
4. Произвести оценку качества и точности модели.
5. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

При использовании этой методики основное положение состоит в том, что временной ряд является устойчивым в том смысле, что его члены y_t являются реализациями следующего случайного процесса:

$$y_t = b + \varepsilon_t, \quad (2.1)$$

где b – неизвестный постоянный параметр, который оценивается на основе представленной информации,

ε_t – случайный компонент (или шум) в момент времени t .

Предполагается, что случайная ошибка ε_t имеет нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию. Кроме того, предполагается, что данные для различных периодов времени не коррелированы.

Метод с использованием скользящего среднего предполагает, что последние n наблюдений являются равнозначно важными для оценки параметра b . Другими словами, если в текущий момент времени t последними n наблюдениями есть $y_{t-n+1}, y_{t-n+2}, \dots, y_t$, тогда оцениваемое

значение для момента $t+1$ вычисляется по формуле:

$$y_{t+1}^* = \frac{y_{t-n+1} + y_{t-n+2} + \dots + y_t}{n}. \quad (2.2)$$

Не существует четкого правила для выбора числа n – базы метода, использующего скользящее среднее. Если есть весомые основания предполагать, что наблюдения в течение достаточно длительного периода времени удовлетворяют модели $y_t = b + \varepsilon_t$, то рекомендуется выбирать большие значения n . Если же необходимые значения удовлетворяют приведенной модели в течение коротких периодов времени, может быть приемлемым и малое значение n . На практике величина n обычно принимается в пределах от 2 до 10.

Чтобы проверить применимость метода скользящего среднего проанализируем данные таблицы 2.1

Таблица 2.1 – Исходные данные

Месяц, t	Спрос, y_t	Месяц, t	Спрос, y_t
1	46	13	54
2	56	14	42
3	54	15	64
4	43	16	60
5	57	17	70
6	56	18	66
7	67	19	57
8	62	20	55
9	50	21	52
10	56	22	62
11	47	23	70
12	56	24	72

Данные показывают, что наблюдается возрастание значений y_t с

течением времени. Это, вообще-то означает, что скользящее среднее не будет хорошим предсказателем для будущего спроса. В частности, использование большой базы n для скользящего среднего не приемлемо в этом случае, так как это приведет к подавлению наблюдаемой тенденции в изменении данных. Следовательно, если мы используем небольшое значение для базы n , то будем находиться в лучшем положении с точки зрения отображения упомянутой тенденции в изменении данных.

Если мы используем значение $n=3$ в качестве базы скользящего среднего, то оценка спроса на следующий месяц ($t=25$) будет равна средней величине спроса за 22, 23 и 24 месяца:

$$y_{25}^* = \frac{62 + 70 + 72}{3} = 68 \text{ единиц.}$$

Оценка величины спроса в 68 единиц для 25 месяца будет использоваться также при прогнозе спроса для $t=26$:

$$y_{26}^* = \frac{70 + 72 + 68}{3} = 70 \text{ единиц.}$$

Когда значение реального спроса в 25 месяце будет известно, его следует использовать для вычисления новой оценки объема спроса для 26 месяца в виде средней величины спроса 23, 24 и 25 месяцев.

Средство вычисления скользящего среднего является составной частью надстройки *Пакет анализа* Excel. Для его использования выполните команду **Сервис** → **Анализ данных** → **Скользящее среднее**. В открывшемся одноименном диалоговом окне укажите местоположение на рабочем листе исходных данных (в поле ввода *Входной интервал*). Для вывода графика установите флажок *Вывод графика*. На рисунке 2.1 показано заполненное окно *Скользящее среднее*, результаты работы этого средства представлены на рисунке 2.2.

Скользящее среднее

Входные данные

Входной интервал:

☐ Метки в первой строке

Интервал:

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

☒ Вывод графика ☐ Стандартные погрешности

OK
Отмена
Справка

Рисунок 2.1 – Пример заполнения диалогового окна *Скользящего среднего*

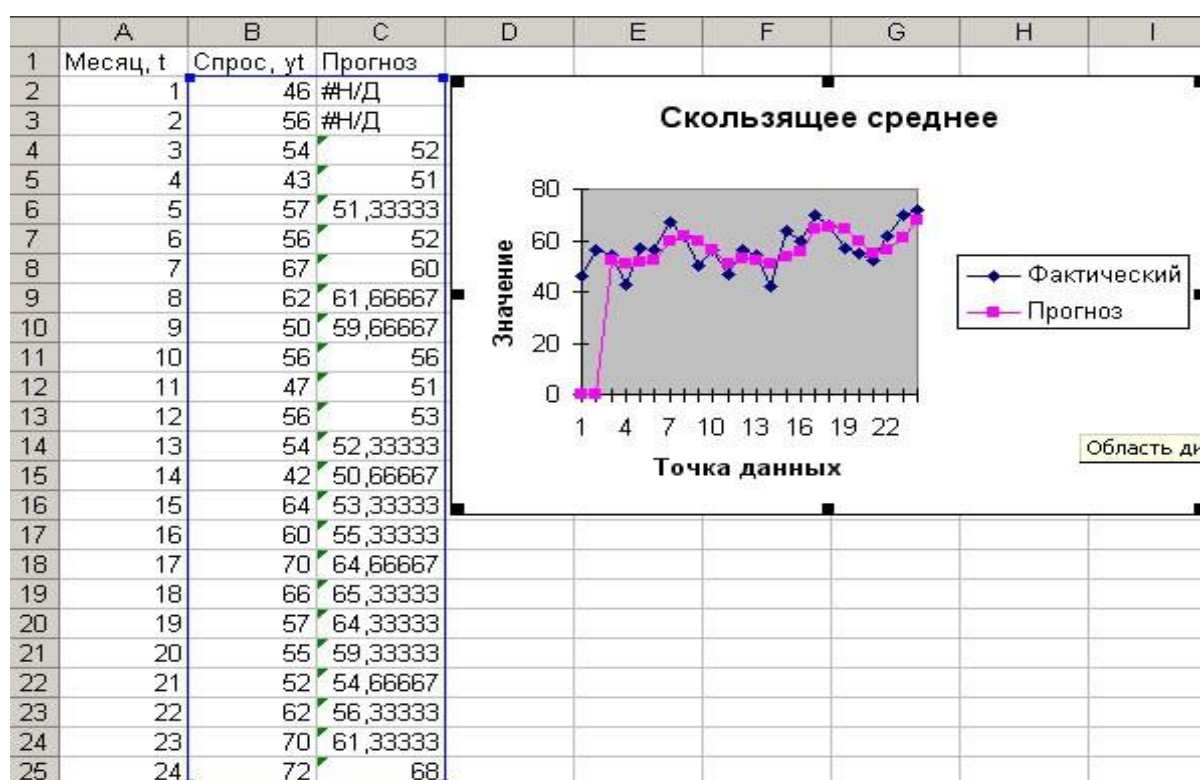


Рисунок 2.2 – Результаты расчетов.

Оценка качества и точности модели производится аналогично оценке, проведенной в лабораторной работе 1.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере изменения спроса на товар за последние 2 года (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Изменение спроса на товар за последние 2 года.

Месяц, t	Спрос, y_t (№ варианта)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	41,4	51,1	48,4	43,7	39,1	54,1	70,8	27,6	32,2	65,7
2	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
3	48,6	60	56,8	51,3	45,9	63,5	83,1	32,4	37,8	77,1
4	38,7	47,8	45,3	40,9	36,6	50,6	66,2	25,8	30,1	61,4
5	51,3	63,3	60	54,2	48,5	67,1	87,7	34,2	39,9	81,4
6	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
7	60,3	74,4	70,5	63,7	57	78,8	103,1	40,2	46,9	95,7
8	55,8	68,9	65,3	58,9	52,7	72,9	95,4	37,2	43,4	88,6
9	45	55,6	52,6	47,5	42,5	58,8	76,9	30	35	71,4
10	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
11	42,3	52,2	49,5	44,7	40	55,3	72,3	28,2	32,9	67,1
12	50,4	62,2	58,9	53,2	47,6	65,9	86,2	33,6	39,2	80
13	48,6	60	56,8	51,3	45,9	63,5	83,1	32,4	37,8	77,1
14	37,8	46,7	44,2	39,9	35,7	49,4	64,6	25,2	29,4	60
15	57,6	71,1	67,4	60,8	54,4	75,3	98,5	38,4	44,8	91,4
16	54	66,7	63,2	57	51	70,6	92,3	36	42	85,7
17	63	77,8	73,7	66,5	59,5	82,4	107,7	42	49	100
18	59,4	73,3	69,5	62,7	56,1	77,6	101,5	39,6	46,2	94,3
19	51,3	63,3	60	54,2	48,5	67,1	87,7	34,2	39,9	81,4
20	49,5	61,1	57,9	52,3	46,8	64,7	84,6	33	38,5	78,6
21	46,8	57,8	54,7	49,4	44,2	61,2	80	31,2	36,4	74,3
22	55,8	68,9	65,3	58,9	52,7	72,9	95,4	37,2	43,4	88,6
23	63	77,8	73,7	66,5	59,5	82,4	107,7	42	49	100
24	64,8	80	75,8	68,4	61,2	84,7	110,8	43,2	50,4	102,9

5.2 Создать новый документ Excel.

5.3 Внести данные, как показано на рисунке 2.2.

5.4 Открыть диалоговое окно скользящее среднее и заполнить, как показано на рисунке 2.1.

5.5 Произвести оценку качества и точности модели.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Исходные данные и прогнозируемые значения.

6.2 График результатов расчета.

6.3 Расчеты по оценке качества и точности модели.

6.4 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Каковы условия применимости метода?

7.2 Как определить оцениваемое значение для определенного момента времени?

7.3 Каковы правила выбора базы метода?

7.4 Какой алгоритм прогнозирования методом скользящей средней с применением программного обеспечения MS Excel?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 3

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПО АДДИТИВНОЙ МОДЕЛИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки построения и прогнозирования по аддитивной модели временного ряда.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выровнять исходный ряд методом скользящей средней.
2. Определить значения сезонной компоненты.
3. Устранить сезонную компоненту из исходных уровней ряда и получить выровненные данные $(T+E)$ в аддитивной модели.
4. Аналитически выровнять уровни $(T+E)$ и рассчитать значения T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Определить полученные по модели значения $(T+S)$.
6. Определить абсолютные и относительные ошибки.
7. Осуществить прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего года.

2 Теоретическое обоснование

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные или циклические колебания. Простейший подход – расчет значений сезонной компоненты методом скользящей средней и построение аддитивной или мультипликативной модели временного ряда. Общий вид аддитивной модели следующий:

$$Y = T + S + E. \quad (3.1)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как сумма трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Построение аддитивной модели сводится к расчету значений T , S и E для каждого уровня ряда.

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги:

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных ($T+E$).
4. Аналитическое выравнивание уровней ($T+E$) и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений ($T+S$).
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.

Подробнее методика построения аддитивной модели рассмотрена в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере потребления электроэнергии жителями района за последние четыре года (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Потребления электроэнергии жителями района за последние четыре года

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, y_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	6,0	4,8	5,1	5,4	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	4,5	4,8
2	4,4	3,5	3,7	4	4,6	4,8	5,1	5,3	5,5	3,3	3,5
3	5,0	4	4,3	4,5	5,3	5,5	5,8	6	6,3	3,8	4
4	9,0	7,2	7,7	8,1	9,5	9,9	10,4	10,8	11,3	6,8	7,2
5	7,2	5,8	6,1	6,5	7,6	7,9	8,3	8,6	9	5,4	5,8
6	4,8	3,8	4,1	4,3	5	5,3	5,5	5,8	6	3,6	3,8
7	6,0	4,8	5,1	5,4	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	4,5	4,8
8	10,0	8	8,5	9	10,5	11	11,5	12	12,5	7,5	8
9	8,0	6,4	6,8	7,2	8,4	8,8	9,2	9,6	10	6	6,4
10	5,6	4,5	4,8	5	5,9	6,2	6,4	6,7	7	4,2	4,5
11	6,4	5,1	5,4	5,8	6,7	7	7,4	7,7	8	4,8	5,1
12	11,0	8,8	9,4	9,9	11,6	12,1	12,7	13,2	13,8	8,3	8,8
13	9,0	7,2	7,7	8,1	9,5	9,9	10,4	10,8	11,3	6,8	7,2
14	6,6	5,3	5,6	5,9	6,9	7,3	7,6	7,9	8,3	5	5,3
15	7,0	5,6	6	6,3	7,4	7,7	8,1	8,4	8,8	5,3	5,6
16	10,8	8,6	9,2	9,7	11,3	11,9	12,4	13	13,5	8,1	8,6

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1. Объемы потребления электроэнергии в осенне-зимний период времени (I и IV кварталы) выше, чем весной и летом (II и III кварталы). По графику этого ряда (рисунок 3.1) можно установить наличие приблизительно равной амплитуды колебаний.

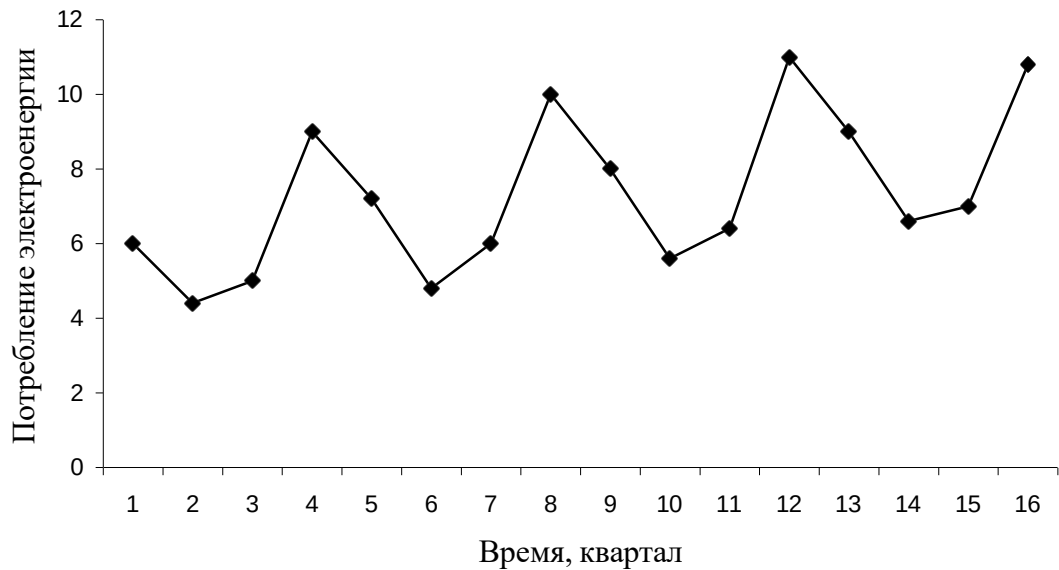


Рисунок 3.1 – Потребление электроэнергии жителями района

Это свидетельствует о возможном существовании в ряде аддитивной модели. Рассчитаем ее компоненты.

5.3 Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Для этого:

а) просуммируем уровни ряда последовательно за каждые четыре квартала со сдвигом на один момент времени и определим условные годовые объемы потребления электроэнергии (гр. 3 таблицы 3.2);

б) разделив полученные суммы на 4, найдем скользящие средние (гр. 4 таблицы 3.2). Отметим, что полученные таким образом выровненные значения уже не содержат сезонной компоненты;

в) приведем эти значения в соответствие с фактическими моментами времени, для чего найдем средние значения из двух последовательных скользящих средних — центрированные скользящие средние (гр. 5 таблицы 3.2).

Таблица 3.2 – Расчет оценок сезонной компоненты в аддитивной модели

№ квартала, t	Потребление электроэнергии, U_i	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	6,0				
2	4,4	24,4	6,10		
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250
4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0				
16	10,8				

5.4 Найдем оценки сезонной компоненты как разность между фактическими уровнями ряда и центрированными скользящими средними (гр. 6 таблицы 3.2). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (таблица 3.3). Для этого найдем средние за каждый квартал (по всем годам) оценки сезонной компоненты S_t . В моделях с сезонной компонентой обычно предполагается, что сезонные воздействия за период взаимопогашаются. В аддитивной модели это выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна нулю.

Для данной модели имеем:

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Определим корректирующий коэффициент:

$$\kappa = 0,075 / 4 = 0,01875.$$

Рассчитаем скорректированные значения сезонной компоненты как разность между ее средней оценкой и корректирующим коэффициентом k :

$$S_i = S_i - k \quad (3.2)$$

где $i=1, 2, \dots, 4$.

Таблица 3.3 – Расчет значений сезонной компоненты в аддитивной модели

Показатели	Год	№ квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	–	–	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875
	4	0,675	-1,775	–	–
Итого за i -й квартал (за все годы)		1,800	-5,875	-3,825	8,125
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала, S_i		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Скорректированная сезонная компонента, S_i		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Проверим условие равенства нулю суммы значений сезонной компоненты:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Таким образом, получены следующие значения сезонной компоненты:

I квартал: $S_1=0,581$;

II квартал: $S_2= -1,977$;

III квартал: $S_3 = -1,294$;

IV квартал: $S_4= 2,690$.

Занесем полученные значения в таблицу 3.3 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.5 Элиминируем влияние сезонной компоненты, вычитая ее значение из каждого уровня исходного временного ряда. Получим величины $T + E = Y - S$ (гр. 4 таблицы 3.4). Эти значения рассчитываются за каждый момент времени и содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 3.4 – Расчет выравненных значений T и ошибок E в аддитивной модели

t	y_i	S_i	$T+E=y_i-S_i$	T	$T+S$	$E=y_i-(T+S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,0	0,581	5,419	5,902	6,483	-0,483	0,2333
2	4,4	-1,977	6,337	6,088	4,111	0,289	0,0835
3	5,0	-1,294	6,294	6,275	4,981	0,019	0,0004
4	9,0	2,690	6,310	6,461	9,151	-0,151	0,0228
5	7,2	0,581	6,619	6,648	7,229	-0,029	0,0008
6	4,8	-1,977	6,777	6,834	4,857	-0,057	0,0032
7	6,0	-1,294	7,294	7,020	5,727	0,273	0,0745
8	10,0	2,690	7,310	7,207	9,896	0,104	0,0108
9	8,0	0,581	7,419	7,393	7,974	0,026	0,0007
10	5,6	-1,977	7,577	7,580	5,603	-0,030	0,0009
11	6,4	-1,294	7,694	7,766	6,472	-0,072	0,0052
12	11,0	2,690	8,310	7,952	10,642	0,358	0,1282
13	9,0	0,581	8,419	8,139	8,720	0,280	0,0784
14	6,6	-1,977	8,577	8,325	6,348	0,252	0,0635
15	7,0	-1,294	8,294	8,519	7,218	-0,218	0,0475
16	10,8	2,690	8,110	8,698	11,388	-0,588	0,3457

5.6 Определим компоненту T данной модели. Для этого проведем аналитическое выравнивание ряда $(T + E)$ с помощью линейного тренда.

Результаты аналитического выравнивания следующие:

Константа	5,715416
Коэффициент регрессии	0,186421
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,015188
R-квадрат	0,914971
Число наблюдений	16
Число степеней свободы	14

Таким образом, имеем следующий линейный тренд: $T=5,715 + 0,186t$.

Подставляя в это уравнение значения $t = 1, \dots, 16$, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 таблицы 3.4). График уравнения тренда приведен на рисунке 3.2.

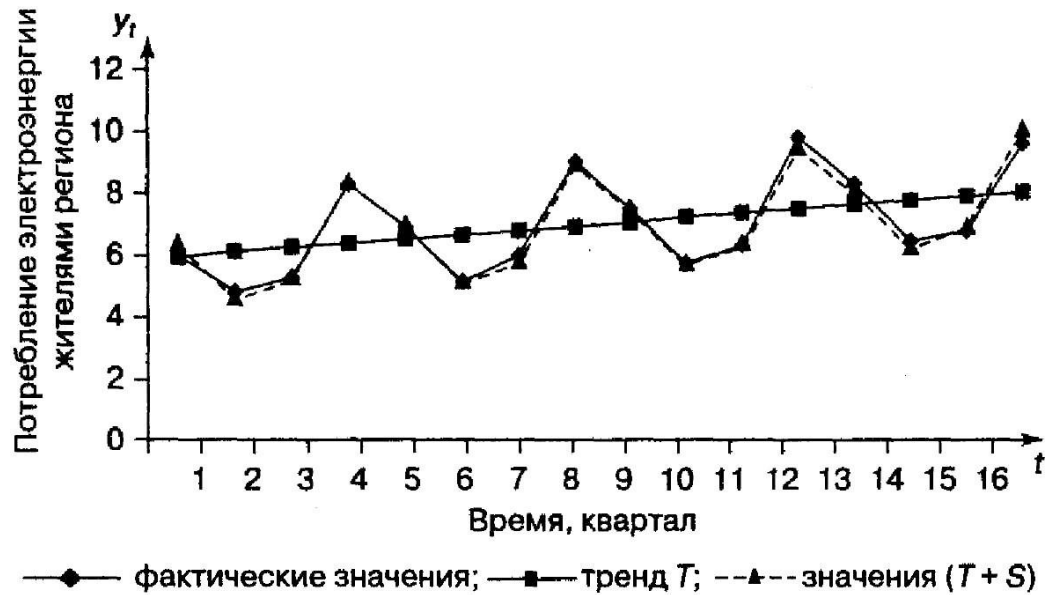


Рисунок 3.2 – Потребление электроэнергии жителями района

5.7 Найдем значения уровней ряда, полученные по аддитивной модели. Для этого прибавим к уровням T значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов. Графически значения $(T+S)$ представлены на рисунке 2.2.

5.8 В соответствии с методикой построения аддитивной модели расчет ошибки производится по формуле:

$$E = Y - (T + S). \quad (3.3)$$

Это абсолютная ошибка. Численные значения абсолютных ошибок приведены в гр. 7 таблицы 3.4.

По аналогии с моделью регрессии для оценки качества построения модели или для выбора наилучшей модели можно применять сумму квадратов полученных абсолютных ошибок. Для данной аддитивной модели сумма квадратов абсолютных ошибок равна 1,10. По отношению к общей сумме квадратов отклонений уровней ряда от его среднего уровня, равной 71,59, эта величина составляет чуть более 1,5%: $(1,10/71,59) \cdot 100 = 1,536$.

Следовательно, можно сказать, что аддитивная модель объясняет 98,5% общей вариации уровней временного ряда потребления электроэнергии за последние 16 кварталов.

5.9 Прогнозирование по аддитивной модели.

Предположим, требуется дать прогноз потребления электроэнергии жителями района в течение первого полугодия ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в аддитивной модели в соответствии с соотношением (3.1) есть сумма трендовой и сезонной компонент.

Объем электроэнергии, потребленной в течение первого полугодия ближайшего следующего, т. е. пятого, года, рассчитывается как сумма объемов потребления электроэнергии в I и во II кварталах пятого года, соответственно F_{17} и F_{18} . Для определения трендовой компоненты воспользуемся уравнением тренда: $T=5,715 + 0,186 \cdot t$.

Получим:

$$T_{17} = 5,715 + 0,186 \cdot 17 = 8,877;$$

$$T_{18} = 5,715 + 0,186 \cdot 18 = 9,063.$$

Значения сезонной компоненты равны: $S_1 = 0,581$ (I квартал); $S_2 = -1,977$ (II квартал). Таким образом,

$$T_{17} = T_{17} + S_1 = 8,877 + 0,581 = 9,458;$$

$$T_{18} = T_{18} + S_2 = 9,063 - 1,977 = 7,086.$$

Прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего (пятого) года составит:

$$(9,458 + 7,086) = 16,544 \text{ млн кВт} \cdot \text{ч}.$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Выровненный исходный ряд методом скользящей средней.

6.2 Расчет значений сезонной компоненты.

6.3 Выравненные данные $(T+E)$ модели.

6.4 Расчет значений T .

6.5 График потребления электроэнергии жителями района (фактические, выровненные и полученные по аддитивной модели значения уровней ряда).

6.6 Расчет ошибок.

6.7 Прогноз объема потребления электроэнергии на первое полугодие ближайшего следующего года.

6.8 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Сформулируйте общий вид аддитивной модели временного ряда.

7.2 Как производится расчет абсолютных ошибок?

7.3 Перечислить основные этапы построения аддитивной модели.

7.4 С какими целями проводятся выявление и устранение сезонного эффекта?

7.5 Как осуществляется прогноз по данной модели?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 4

ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПО МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ МОДЕЛИ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки построения и прогнозирования по мультипликативной модели временного ряда.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выровнять исходный ряд методом скользящей средней.
2. Определить значения сезонной компоненты.
3. Устранить сезонную компоненту из исходных уровней ряда и получить выровненные данные $(T \cdot E)$ в мультипликативной модели.
4. Аналитически выровнять уровни $(T \cdot E)$ и рассчитать значения T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Определить полученные по модели значения $(T \cdot S)$.
6. Определить абсолютные и относительные ошибки.
7. Осуществить прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

2 Теоретическое обоснование

Общий вид мультипликативной модели выглядит так:

$$Y = T \cdot S \cdot E. \quad (4.1)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент.

Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты.

Построение мультипликативной моделей аналогично аддитивной сводится к расчету значений T , S и E для каждого уровня ряда.

Процесс построения модели включает в себя следующие шаги:

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.
2. Расчет значений сезонной компоненты S .
3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных $(T \cdot E)$.
4. Аналитическое выравнивание уровней $(T \cdot E)$ и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.
5. Расчет полученных по модели значений $(T \cdot S)$.
6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.

Подробнее методика построения мультипликативной модели рассмотрена в п. 5 данной работы.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Моделирование произвести на примере прибыли компании за последние четыре года (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Прибыль компании за последние четыре года

№ квартала, t	Прибыль компании, U_i (№ варианта)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	72	58	61	65	76	79	83	86	90	54	43
2	100	80	85	90	105	110	115	120	125	75	60
3	90	72	77	81	95	99	104	108	113	68	54
4	64	51	54	58	67	70	74	77	80	48	38
5	70	56	60	63	74	77	81	84	88	53	42
6	92	74	78	83	97	101	106	110	115	69	55
7	80	64	68	72	84	88	92	96	100	60	48
8	58	46	49	52	61	64	67	70	73	44	35
9	62	50	53	56	65	68	71	74	78	47	38
10	80	64	68	72	84	88	92	96	100	60	48
11	68	54	58	61	71	75	78	82	85	51	41
12	48	38	41	43	50	53	55	58	60	36	29
13	52	42	44	47	55	57	60	62	65	39	31
14	60	48	51	54	63	66	69	72	75	45	36
15	50	40	43	45	53	55	58	60	63	38	30
16	30	24	26	27	32	33	35	36	38	23	18

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

Пусть имеются поквартальные данные о прибыли компании за последние четыре года (таблица 4.2).

Таблица 4.2 – Прибыль компании, тыс. долл. США

Год \ Квартал				
	I	II	III	IV
1	72	100	90	64
2	70	92	80	58
3	62	80	68	48
4	52	60	50	30

График данного временного ряда (рисунок 4.1) свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен 4) и общей убывающей тенденции уровней ряда. Прибыль компании в весенне-летний период выше, чем в осенне-зимний период. Поскольку амплитуда сезонных

колебаний уменьшается, можно предположить существование мультипликативной модели. Определим ее компоненты.



Рисунок 4.1 – Прибыль компании

5.3 Проведем выравнивание исходных уровней ряда методом скользящей средней. Методика, применяемая на этом шаге, полностью совпадает с методикой аддитивной модели. Результаты расчетов оценок сезонной компоненты представлены в таблице 4.3.

5.4 Найдём оценки сезонной компоненты как частное от деления фактических уровней ряда на центрированные скользящие средние (гр. 6 таблицы 4.3). Используем эти оценки для расчета значений сезонной компоненты S (таблица 4.4). Для этого найдём средние за каждый квартал оценки сезонной компоненты S_t . Взаимопогашаемость сезонных воздействий в мультипликативной модели выражается в том, что сумма значений сезонной компоненты по всем кварталам должна быть равна числу периодов в цикле. В данном случае число периодов одного цикла (год) равно 4 (четыре квартала).

Таблица 4.3 – Расчет оценок сезонной компоненты в мультипликативной модели

№ квартала, t	Прибыль компании, y_t	Итого за четыре квартала	Скользящая средняя за четыре квартала	Центрированн ая скользящая средняя	Оценка сезонной компоненты
1	2	3	4	5	6
1	72				
2	100	326	81,5		
3	90	324	81,0	81,25	1,108
4	64	316	79,0	80,00	0,800
5	70	306	76,5	77,75	0,900
6	92	300	75,0	75,75	1,215
7	80	292	73,0	74,00	1,081
8	58	280	70,0	71,50	0,811
9	62	268	67,0	68,50	0,905
10	80	258	64,5	65,75	1,217
11	68	248	62,0	63,25	1,075
12	48	228	57,0	59,50	0,807
13	52	210	52,5	54,75	0,950
14	60	192	48,0	50,25	1,194
15	50				
16	30				

Таблица 4.4 – Расчет сезонной компоненты в мультипликативной модели

Показатели	Год	№ квартала, i			
		I	II	III	IV
	1	–	–	1,108	0,800
	2	0,900	1,215	1,081	0,817
	3	0,905	1,217	1,075	0,807
	4	0,950	1,194	–	–
Итого за i -й квартал (за все годы)		2,755	3,626	3,264	2,424
Средняя оценка сезонной компоненты для i -го квартала, S_i		0,918	1,209	1,088	0,808
Скорректированная сезонная компонента, S		0,913	1,202	1,082	0,803

Имеем:

$$0,918 + 1,209 + 1,088 + 0,808 = 4,023.$$

Определим корректирующий коэффициент: $\kappa = 4/4,023 = 0,9943$.

Определим скорректированные значения сезонной компоненты, умножив ее средние оценки на корректирующий коэффициент κ .

$$S_i = Si \cdot k \quad (4.2)$$

где $i = 1, 2, \dots, 4$.

Проверим условие равенства 4 суммы значений сезонной компоненты:

$$0,913 + 1,202 + 1,082 + 0,803 = 4.$$

Получим следующие значения сезонной компоненты:

I квартал: $S_1 = 0,913$;

II квартал: $S_2 = 1,202$;

III квартал: $S_3 = 1,082$;

IV квартал: $S_4 = 0,803$.

Занесем полученные значения в таблицу 4.5 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.5 Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. Тем самым мы получим величины $T \cdot E = Y/S$ (гр. 4 таблица 4.5), которые содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Занесем полученные значения в таблицу 4.5 для соответствующих кварталов каждого года (стр. 3).

5.6 Разделим каждый уровень исходного ряда на соответствующие значения сезонной компоненты. Тем самым мы получим величины $T \cdot E = Y/S$ (гр. 4 таблицы 4.5), которые содержат только тенденцию и случайную компоненту.

Таблица 4.5 – Расчет выравненных значений T и ошибок E в мультипликативной модели

t	y_t	S_i	$T \cdot E =$ $= y_t / S_i$	T	$T \cdot S$	$E =$ $= y_t / (T \cdot S)$	$E =$ $= y_i - (T \cdot S)$	E^2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	72	0,913	78,86	87,80	80,16	0,898	-8,16	66,66
2	100	1,202	83,19	85,03	102,20	0,978	-2,20	4,86
3	90	1,082	83,18	82,25	89,00	1,011	1,00	1,00
4	64	0,803	79,70	79,48	63,82	1,003	0,18	0,03
5	70	0,913	76,67	76,70	70,03	1,000	-0,03	0,00
6	92	1,202	76,54	73,93	88,86	1,035	3,14	9,85
7	80	1,082	73,94	71,15	76,99	1,039	3,01	9,08
8	58	0,803	72,23	68,38	54,91	1,056	3,09	9,57
9	62	0,913	67,91	65,60	59,90	1,035	2,10	4,43
10	80	1,202	66,56	62,83	75,52	1,059	4,48	20,08
11	68	1,082	62,85	60,05	64,98	1,047	3,02	9,14
12	48	0,803	59,78	57,28	45,99	1,044	2,01	4,03
13	52	0,913	56,96	54,50	49,76	1,045	2,24	5,02
14	60	1,202	49,92	51,73	62,18	0,965	-2,18	4,73
15	50	1,082	46,21	48,95	52,97	0,944	-2,97	8,79
16	30	0,803	37,36	46,18	37,08	0,809	-7,08	50,12

5.7 Определим компоненту T в мультипликативной модели. Для этого рассчитаем параметры линейного тренда, используя уровни $(T \cdot E)$.

Результаты аналитического выравнивания этого ряда представлены ниже:

Константа	90,585150
Коэффициент регрессии	-2,773250
Стандартная ошибка коэффициента регрессии	0,225556
R-квадрат	0,915239
Число наблюдений	16
Число степеней свободы	14

Уравнение тренда имеет следующий вид: $T = 90,59 - 2,773 t$.

Подставляя в это уравнение значения $t = 1, \dots, 16$, найдем уровни T для каждого момента времени (гр. 5 таблицы 4.5). График уравнения тренда приведен на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 – Прибыль компании

5.8 Найдем уровни ряда по мультипликативной модели, умножив уровни T на значения сезонной компоненты для соответствующих кварталов. Графически значения $(T \cdot S)$ представлены на рисунке 4.2.

5.9 Расчет ошибки в мультипликативной модели производится по формуле:

$$E = Y / (T \cdot S). \quad (4.3)$$

Численные значения ошибки приведены в гр. 7 таблицы 4.5. Если временной ряд ошибок не содержит автокорреляции, его можно использовать вместо исходного ряда для изучения его взаимосвязи с другими временными рядами. Для того чтобы сравнить мультипликативную модель и другие модели временного ряда, можно по аналогии с аддитивной моделью

использовать сумму квадратов абсолютных ошибок. Абсолютные ошибки в мультипликативной модели определяются как

$$E = y_t - (T \cdot S). \quad (4.4)$$

В данной модели сумма квадратов абсолютных ошибок составляет 207,40. Общая сумма квадратов отклонений фактических уровней этого ряда от среднего значения равна 5023. Таким образом, доля объясненной дисперсии уровней ряда равна: $(1 - 207,40/5023) = 0,959$, или 95,9%.

Выявление и устранение сезонного эффекта (в некоторых источниках применяется термин «десезонализация уровней ряда») используются в двух направлениях. *Во-первых*, воздействие сезонных колебаний следует устранять на этапе предварительной обработки исходных данных при изучении взаимосвязи нескольких временных рядов. Поэтому в российских и международных статистических сборниках часто публикуются данные, в которых устранено влияние сезонной компоненты (если это помесечная или поквартальная статистика), например, показатели объемов производства в отдельных отраслях промышленности, уровня безработицы и т. д. *Во-вторых*, это анализ структуры одномерных временных рядов с целью прогнозирования уровней ряда в будущие моменты времени.

5.10 Прогнозирование по мультипликативной модели.

Необходимо сделать прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

Прогнозное значение F_t уровня временного ряда в мультипликативной модели в соответствии с соотношением (4.1) есть произведение трендовой и сезонной компонент. Для определения трендовой компоненты за каждый квартал воспользуемся уравнением тренда $T = 90,59 - 2,773 \cdot t$.

Получим:

$$T_{17} = 90,59 - 2,773 \cdot 17 = 43,401;$$

$$T_{18} = 90,59 - 2,773 \cdot 18 = 40,626.$$

Значения сезонной компоненты равны $S_1=0,913$ (I квартал); $S_2=1,202$ (II квартал).

Таким образом:

$$F_{17} = T_{17} \cdot S_1 = 43,401 \cdot 0,913 = 39,626;$$

$$F_{18} = T_{17} \cdot S_2 = 40,626 \cdot 1,202 = 48,832.$$

Прогноз ожидаемой прибыли компании на первое полугодие ближайшего следующего года составит:

$$(39,626 + 48,832) = 88,458 \text{ тыс. долл. США.}$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Выровненный исходный ряд методом скользящей средней.

6.2 Расчет значений сезонной компоненты.

6.3 Выравненные данные $(T + E)$ модели.

6.4 Расчет значений T .

6.5 График потребления электроэнергии жителями района

(фактические, выровненные и полученные по аддитивной модели значения уровней ряда).

6.6 Расчет ошибок.

6.7 Прогноз ожидаемой прибыли компании за первое полугодие ближайшего следующего года.

6.8 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 Сформулируйте общий вид мультипликативной модели временного ряда.

7.2 Как производится расчет абсолютных ошибок?

7.3 Перечислить этапы построения мультипликативной модели.

7.4 С какими целями проводятся выявление и устранение сезонного эффекта?

7.5 Как осуществляется прогноз по данной модели?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 5

МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования при помощи метода экспоненциального сглаживания.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Выбрать аппроксимирующую функцию.
2. Определить параметры уравнения.
3. Определить расчетные значения тренда.
4. Определить параметр сглаживания.
5. Определить окончательную модель прогноза.

2 Теоретическое обоснование

Метод экспоненциального сглаживания является одним из наиболее эффективных, надежных и широко применяемых методов прогнозирования. Он позволяет получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения, и при этом отличается простотой вычислительных операций.

Сущность метода заключается в сглаживании исходного динамического ряда взвешенной скользящей средней, веса которой (ω_i) подчиняются экспоненциальному закону (рисунок 5.1).

Пусть исходный динамический ряд описывается полиномом вида:

$$y_t = b_0 + b_1 t + \frac{b_2}{2!} t^2 + \dots + \frac{b_p}{p!} t^p + \varepsilon_t = \sum_{j=0}^p \frac{b_j}{j!} t^j + \varepsilon_t \quad (5.1)$$

где $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ – коэффициенты;

p – порядок полинома;

ε_t – случайная ошибка.

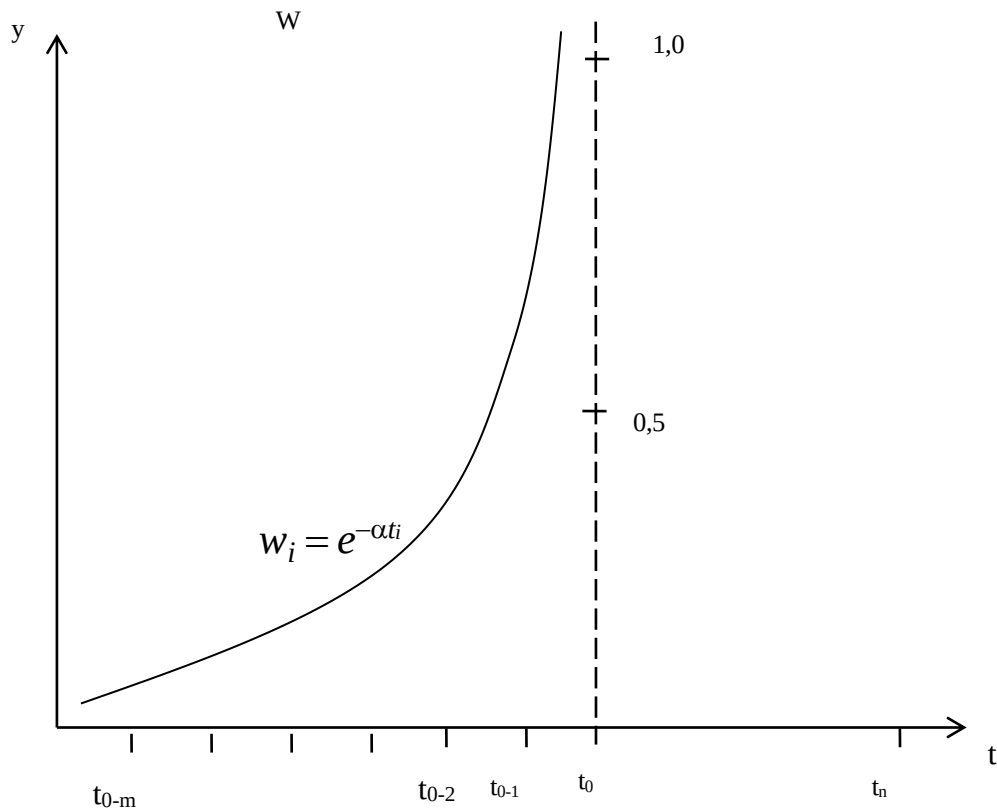


Рисунок 5.1 – Коэффициент экспоненциального сглаживания

Метод экспоненциального сглаживания позволяет построить такое описание процесса (5.1), при котором более поздним наблюдениям придаются большие веса по сравнению с ранними наблюдениями, причем веса наблюдений убывают по экспоненте.

Выражение

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^n (1-\alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]}(y) \quad (5.2)$$

называется экспоненциальной средней k -го порядка для ряда y_t , где α – параметр сглаживания.

В расчетах экспоненциальную среднюю определяют, пользуясь рекуррентной формулой, полученной Брауном:

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[k]}(y) \quad (5.3)$$

Использование соотношения (5.3) предполагает задание начальных условий $S_0^{[1]}, S_0^{[2]}, S_0^{[k]}$, которые могут быть определены по формуле

Брауна-Мейера:

$$S_t^{[k]}(y) = \sum_{p=0}^n (-1)^p \cdot \frac{b_p}{p!} \cdot \frac{\alpha(1-\alpha)}{(k-1)!} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} j^p (1-\alpha)^j \frac{(p-1+j)!}{j!}, \quad (5.4)$$

где $p=1,2,\dots, n+1$;

b – оценки коэффициентов.

Оценки коэффициентов прогнозирующего полинома определяют через экспоненциальные средние по фундаментальной теореме Брауна-Мейера. В этом случае коэффициенты b_j находят решением системы $(p-1)$ уравнений с $(p+1)$ неизвестными, связывающей параметры полинома с исходной информацией.

Рассмотрим применение метода экспоненциального сглаживания для двух наиболее употребительных случаев, когда тренд описывается линейной функцией и параболой.

Линейная модель Брауна

$$y_t = b_0 + b_1 t + \varepsilon_t. \quad (5.5)$$

Начальные приближения для случая линейного тренда равны (по формуле (5.4)):

$$S_0^{[1]}(y) = b_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha} b_1, \quad (5.6)$$

$$S_0^{[2]}(y) = b_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha} b_1. \quad (5.7)$$

Зная начальные условия $S_0^{[1]}$ и $S_0^{[2]}$ и значение параметра α , вычисляют экспоненциальные средние 1-го и 2-го порядка:

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha y_t + (1-\alpha) S_{t-1}^{[1]}(y), \quad (5.8)$$

$$S_t^{[2]}(y) = \alpha S_t^{[1]} + (1-\alpha)S_{t-1}^{[2]}(y). \quad (5.9)$$

Оценки коэффициентов линейного тренда

$$l_0 = 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y), \quad (5.10)$$

$$b_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} [S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)]. \quad (5.11)$$

Прогноз на ℓ шагов (на время t_1) равен $y_t = b_0 + b_1 t$.

Ошибка прогноза:

$$\sigma = \sigma_{\varepsilon_t} \sqrt{\frac{\alpha}{(2-\alpha)^3} \left[1 + 4(1-\alpha) + 5(1-\alpha)^2 + 2\alpha(4-3\alpha)t_\ell + 2\alpha^2 t_\ell^2 \right]}. \quad (5.12)$$

Для метода экспоненциального сглаживания основным и наиболее трудным моментом является выбор параметра сглаживания α , начальных условий и степени прогнозирующего полинома.

Параметр сглаживания α определяет оценки коэффициентов модели, а следовательно, результаты прогноза.

В зависимости от величины параметра прогнозные оценки по-разному учитывают влияние исходного ряда наблюдений: чем больше α , тем больше вклад последних наблюдений в формирование тренда, а влияние начальных условий убывает быстро. При малом α прогнозные оценки учитывают все наблюдения, при этом уменьшение влияния более ранней информации происходит медленно.

Для приближенной оценки α известны два основных соотношения:

1) соотношение Брауна, выведенное из условия равенства скользящей и экспоненциальной средних:

$$\alpha = \frac{2}{N+1}, \quad (5.13)$$

где N – число точек ряда, для которых динамика ряда считается однородной и устойчивой (число точек в интервале сглаживания);

Иногда $\alpha = \frac{2}{n+1}$, где n – число наблюдений (точек) в ретроспективном динамическом ряду;

2) соотношение Мейера:

$$\alpha = \frac{\sigma_n}{\sigma_\varepsilon}, \quad (5.14)$$

где σ_n – среднеквадратическая ошибка модели;

σ_ε – среднеквадратическая ошибка исходного ряда.

Однако достоверно определить σ_n и σ_ε из исходной информации очень сложно, поэтому использование соотношения (5.14) затруднено.

Очевидно, что выбор параметра α нужно связывать с точностью прогноза, поэтому для более обоснованного выбора α можно использовать процедуру обобщенного сглаживания. В этом случае получаются следующие соотношения, связывающие дисперсию прогноза $\sigma_{x\tau}^2$ и параметр сглаживания α :

для линейной модели

$$\sigma_{x\tau}^2 = \frac{\alpha}{(1+\beta)^2} [1+4\beta+5\beta^2+2\alpha(1+3\beta)\tau+2\alpha^2\tau^3] \sigma_\varepsilon^2, \quad (5.15)$$

где $\beta = 1-\alpha$;

τ – период прогноза;

σ_ε – среднеквадратическая ошибка аппроксимации исходного динамического ряда.

При $\alpha=0$ выражения, стоящие в правой части формулы (5.15) обращаются в нуль, следовательно, для уменьшения ошибки прогноза необходимо выбирать минимальное α .

В то же время, чем меньше α , тем ниже точность определения начальных условий, а следовательно, ухудшается и качество прогноза.

Таким образом, использование формулы (5.15) приводит к противоречию при определении параметра сглаживания. В ряде случаев параметр α выбирают так, чтобы минимизировать ошибку прогноза, рассчитанного по ретроспективной информации.

Качество прогноза во многом зависит от выбора порядка прогнозирующего полинома. Известно, что превышение второго порядка модели не приводит к существенному увеличению точности прогноза, но значительно усложняет расчет.

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогнозирование произвести на примере прибыли компании за последние четыре года (таблица 5.1).

Таблица 5.1 – Прибыль компании за последние четыре года

Год	Период времени, t	Прибыль компании, U_i (№ варианта)										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2003	1	40	32	34	36	42	44	46	48	50	30	24
2004	2	43	34	37	39	45	47	49	52	54	32	26
2005	3	46	37	39	41	48	51	53	55	58	35	28
2006	4	48	38	41	43	50	53	55	58	60	36	29

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Выбор аппроксимирующей функции.

Можно считать, что аппроксимирующая функция описывается линейной функцией (рисунок 5.1).

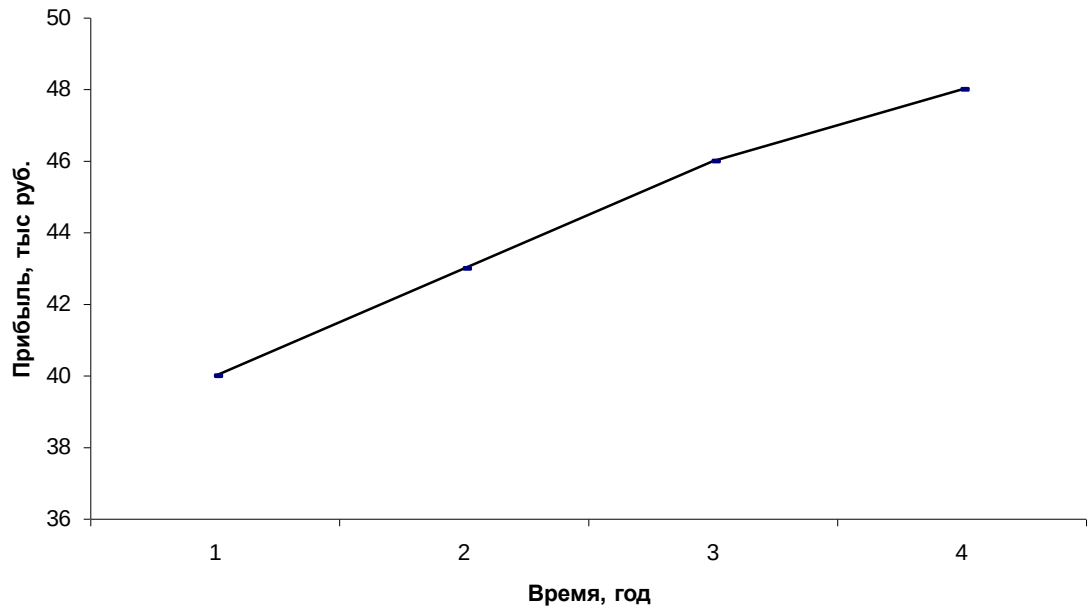


Рисунок 5.1 – Прибыль компании

5.4 Определим коэффициенты прямой $y = a_0 + a_1 t$ по методу наименьших квадратов. Для этого вычислим ряд промежуточных значений и их суммы. Результаты занесены в таблицу 5.2.

$$D_0 = \begin{vmatrix} n & \sum t_i \\ \sum t_i & \sum t_i^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 10 \\ 10 & 30 \end{vmatrix} = 120 - 100 = 20;$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} \sum y_i & \sum t_i \\ \sum y_i t_i & \sum t_i^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 177 & 10 \\ 456 & 30 \end{vmatrix} = 750;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} n & \sum y_i \\ \sum t_i & \sum t_i y_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 177 \\ 10 & 456 \end{vmatrix} = 54;$$

$$a_0 = \frac{D_1}{D_0} = 37,5;$$

$$a_1 = \frac{D_2}{D_0} = 2,7.$$

Окончательно уравнение тренда имеет вид:

$$y = 37,5 + 2,7t.$$

Подставив в него значения $t=1, 2, 3, 4$, получим расчетные значения тренда таблица 5.2.

Таблица 5.2 – Расчетные значения тренда

Год	Период времени, t	Фактическое значение y_t	Прибыль компании, U_i			
			t	t_{y_t}	$y = 37,5 + 2,7t$	$\Delta y = y - y_t$
2003	1	40	1	40	40,2	0,2
2004	2	43	4	86	42,9	-0,1
2005	3	46	9	138	45,6	-0,4
2006	4	48	16	192	48,3	0,3
Итого	10	177	30	456	—	—

5.5 Определим основную ошибку:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{0,2^2 + (-0,1)^2 + (-0,4)^2 + 0,3^2}{3}} = 0,3.$$

5.6 Определим параметр сглаживания:

$$\alpha = \frac{2}{N+1} = \frac{2}{4+1} = 0,4.$$

5.7 Определим начальные условия:

$$S_0^{[1]} = 37,5 - \frac{1-0,4}{0,4} \cdot 2,7 = 33,45,$$

$$S_0^{[2]} = 37,5 - \frac{2(1-0,4)}{0,4} \cdot 2,7 = 29,4.$$

5.8 Для $t = 2$:

5.8.1 Определим экспоненциальные средние:

$$S_2^{[1]} = 0,4 \cdot 40 + 0,6 \cdot 33,45 = 36,$$

$$S_2^{[2]} = 0,4 \cdot 36 + 0,6 \cdot 29,4 = 32.$$

5.8.2 Значения коэффициентов:

$$\alpha_0 = 2 \cdot 36 - 32 = 40,$$

$$a_1 = \frac{0,4}{1-0,4} (36 - 32) = 2,6.$$

5.8.3 Прогнозируемые значения:

$$y_2^* = 40 + 2,6 \cdot 1 = 42,6.$$

5.8.4 Отклонения от фактического значения:

$$\Delta y_2^* = 42,6 - 43 = -0,4.$$

5.9 Результаты сводятся в таблицу 5.3.

Таблица 5.3 – Типовая таблица для построения прогноза по методу экспоненциального сглаживания

Год	Период времени, t	Фактическое значение y_t	Прибыль компании, U_i					
			$S_t^{[1]}$	$S_t^{[2]}$	a_0	a_1	y_t^*	$\Delta y^* = y_t^* - y_t$
2003	1	40						
2004	2	43	36	32	40	2,6	42,6	-0,4
2005	3	46	38,6	34,6	42,6	2,7	45,3	-0,7
2006	4	48	41,6	37,4	45,8	2,8	48,6	0,6
2007	$l=1$	—	44,2	40,1	48,3	2,7	51	—

5.10 Аналогично производится расчет для остальных периодов.

5.10.1 Для $t=3$

$$S_3^{[1]} = 0,4 \cdot 43 + 0,6 \cdot 33 = 38,6 ;$$

$$S_3^{[2]} = 0,4 \cdot 38,6 + 0,6 \cdot 32 = 34,6$$

$$a_0 = 42,6; a_1 = 2,7;$$

$$y_3^* = 42,6 + 2,7 \cdot 1 = 45,3 ;$$

$$\Delta y^* = -0,7.$$

5.10.2 Для $t=4$:

$$S_4^{[1]} = 0,4 \cdot 46 + 0,6 \cdot 38,6 = 41,6 ;$$

$$S_4^{[2]} = 0,4 \cdot 41,6 + 0,6 \cdot 34,6 = 37,4 ;$$

$$a_0 = 45,8; a_1 = 2,8;$$

$$y_4^* = 45,8 + 2,8 \cdot 1 = 48,6 ;$$

$$\Delta y_4^* = 0,6.$$

5.11 Для построения модели прогноза на 2007 г. ($l=1$)

$$S_5^{[1]} = 0,4 \cdot 48 + 0,6 \cdot 41,6 = 44,2 ;$$

$$S_5^{[2]} = 0,4 \cdot 44,2 + 0,6 \cdot 37,4 = 40,1 ;$$

$$a_0 = 48,3; a_1 = 2,7.$$

5.12 Окончательная модель прогноза имеет вид:

$$y_{t+l} = 48,3 + 2,7 \cdot l$$

где $l=1, 2, \dots$ (что соответствует 2007, 2008 ... гг.)

5.13 Ошибка прогноза

$$\sigma_{y^*} = 0,3 \sqrt{\frac{0,4}{1,6^3} [1 + 4 \cdot 0,6 + 50 \cdot 0,6^2 + 0,8 \cdot 2,8 \cdot 1 + 0,32 \cdot 1^2]} = 0,3 \cdot 0,87 = 0,46$$

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Выбор аппроксимирующей функции.
- 6.2 Определение параметров уравнения.
- 6.3 Определение расчетных значений тренда.
- 6.4 Расчет основной ошибки.
- 6.5 Определение параметра сглаживания.
- 6.6 Расчет начальных условий.
- 6.7 Определение экспоненциальных средних.
- 6.8 Расчет прогнозируемых значений.
- 6.9 Расчет отклонения от фактического значения.
- 6.10 Определение окончательной модели прогноза.
- 6.11 Расчет ошибки прогноза.
- 6.12 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 В чем заключается сущность метода экспоненциального сглаживания?

7.2 Как определяется экспоненциальная средняя?

7.3 Как определить параметр сглаживания?

7.4 Основные преимущества метода экспоненциального сглаживания.

7.5 Перечислить этапы прогнозирования методом экспоненциального сглаживания.

7.6 Как выбирается аппроксимирующая функция?

7.7 С помощью какого метода рассчитывались коэффициенты уравнения тренда?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 6

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки прогнозирования с использованием экспертных оценок.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить метод прогнозирования с использованием экспертных оценок.
2. Оценить важность параметров в баллах.
3. Сформировать базовую таблицу и определить среднее значение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию.
4. Определить значения коэффициентов вариабельности.
5. Определить значения коэффициентов веса.
6. Сделать выводы.

2 Теоретическое обоснование

Эвристический метод прогнозирования основан на использовании мнения специалистов в данной области знания и, как правило, используется для прогнозирования потоков, формализацию которых нельзя провести к моменту прогнозирования.

Основным достоинством метода эвристического прогнозирования является важность избежать грубых ошибок, особенно в области скачкообразных изменений прогнозируемой величины. Это объясняется тем, что опрашиваются, как правило, высококвалифицированные специалисты данной области знания. Однако метод субъективен и весьма сложен.

Алгоритм получения экспертных оценок можно представить в виде блок-схемы (рисунок 6.1).



Рисунок 6.1 – Блок-схема прогноза на основе экспертных опросов

Одной из основных составляющих эвристического метода является механизм формирования группы экспертов. Немаловажным является как персональный отбор, так и число экспертов. Полученная ошибка результата прогноза не должна превышать E , где $0 < E < 1$. Тогда рекомендуемое число экспертов может быть определено по формуле:

$$N_{\min} = 2,5 + \frac{1,5}{E}. \quad (6.1)$$

Подставляя в формулу предельные значения E , находим $N_{\max} (E = 0) \rightarrow \infty$, $N_{\min} (E = 1) = 4$. Таким образом, минимальное количество экспертов равно 4. Для того, чтобы определить максимальную численность экспертной группы, используем неравенство:

$$N_{\max} \leq 3 \cdot \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{2K_{\max}}, \quad (6.2)$$

где K_i – компетентность i -го эксперта, рассчитываемая на основе анкеты самооценки;

$K_{\max}$ – максимально возможная компетентность по используемой шкале компетентности экспертов.

Алгоритм определения оптимального числа экспертов изложен ниже.

Выдвигается гипотеза о том, что начиная с некоторого числа экспертов N , будет наблюдаться стабилизация средних значений оцениваемых параметров.

Достижение искомой стабилизации происходит при выполнении условия: включение или исключение эксперта из группы не изменяет относительную оценку искомой величины более чем на E , т. е.

$$\frac{|X_n - X_n^*|}{X_{\max}} < E, \quad (6.3)$$

где X_n – средняя оценка прогнозируемой величины в баллах, данная экспертной группой;

X_n^* – средняя оценка, данная экспертной группой, из которой исключен (или включен) один эксперт;

E – заданная величина изменения средней ошибки при включении одного эксперта.

Последовательный перебор значений от $N_{\min}$ позволит определить оптимальное число экспертов.

Обработка данных экспертного прогноза включает следующие этапы:

1). Определяется сумма рангов каждого значения прогнозного спроса на материальные ресурсы:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} + \dots + a_{nj}, \quad (6.4)$$

где a_{ij} – ранг, присвоенный каждому j -му значению спроса i -м экспертом,

n – число экспертов, участвовавших в оценке.

2). Определяется среднее значение суммы рангов:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n a_{ij}}{m}. \quad (6.5)$$

3). Определяется сумма квадратов отклонений сумм рангов:

$$S = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^n a_{ij} - \bar{a} \right)^2. \quad (6.6)$$

4). Определяется множественный коэффициент ранговой корреляции (коэффициент конкордации), позволяющий оценить степень согласованности мнений экспертов:

$$W = \frac{12S}{n^2 (m^3 - m)}, \quad (6.7)$$

Коэффициент конкордации может изменяться в пределах от 0 до 1. Если он существенно отличается от 0, то можно считать, что между мнениями экспертов существует определенное согласие.

5). Производится оценка неслучайности согласия мнений экспертов с помощью критерия Пирсона при числе степеней свободы $t=(m-1)$, заданном уровне значимости $\alpha=0,05$ и доверительной вероятности $p=(1-\alpha)$:

$$\chi^2 = \frac{12S}{m \cdot n \cdot (m-1)}, \quad (6.8)$$

После проведенных преобразований определяется весовой коэффициент (степень важности) для каждого варианта прогнозного спроса объемов потребления материальных ресурсов:

$$\lambda_j = \frac{2(m-j+1)}{m \cdot (m+1)}, j=1,2,\dots,m, \quad (6.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel, Statistica 6.0.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 Прогнозирование произвести на примере спроса на деталь (таблица 6.1).

Таблица 6.1 – Оценка спроса на деталь экспертами.

№ вариан та	№ экспер та	Оценка в баллах спроса на деталь					
		336	340	344	348	352	356
1	1	2	3	5	5	4	4
	2	6	7	10	8	7	5
	3	4	5	8	9	7	6
	4	6	7	8	8	8	8
	5	5	4	10	10	9	5
2	1	3	8	7	4	5	3
	2	5	6	10	10	3	3
	3	4	4	10	10	8	4
	4	2	5	10	7	8	6

	5	4	4	9	7	9	4
3	1	2	5	9	6	6	5
	2	5	3	10	10	4	4
	3	3	4	10	7	6	2
	4	3	4	10	9	7	2
	5	3	3	6	9	8	3
4	1	3	5	7	8	3	5
	2	4	5	8	10	3	2
	3	2	5	9	6	3	6
	4	4	5	5	5	7	6
	5	5	8	10	6	9	5
5	1	4	7	6	5	7	4
	2	4	5	8	10	7	4
	3	3	3	8	6	8	3
	4	4	6	6	7	9	4
	5	3	7	10	9	8	5
6	1	5	8	10	10	3	3
	2	3	5	8	8	7	2
	3	2	7	10	8	4	4
	4	4	5	6	8	6	3
	5	2	3	7	5	8	7
7	1	3	6	7	5	3	7
	2	4	4	9	10	9	6
	3	5	7	6	10	6	3
	4	5	7	6	9	7	6
	5	1	7	10	5	9	3
8	1	2	6	6	10	8	6
	2	2	5	10	10	8	4

	3	3	8	8	10	3	3
	4	3	7	10	9	6	3
	5	4	4	10	8	9	6

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Оценка важности параметров в баллах изложена ниже.

При оценке важности параметров в баллах каждый эксперт оценивает параметры по десятибалльной системе. При этом оценка, назначаемая каждым экспертом каждому параметру, не связана с оценками, которые он же назначает другим параметрам. Например, всем параметрам можно назначить одинаковую оценку.

5.4 Сформировать таблицу по форме, представленной на рисунке 6.2, в которую вносятся оценки всех параметров в баллах, сделанные каждым экспертом.

	A	B	C	D	E	F
1	Оценка в баллах					
2	Эксперт	Параметры				Сумма
3		1	2	...	к	
4	1					СУММ(B4:E4)
5	2					СУММ(B5:E5)
6	...					
7	n					СУММ(B7:E7)

Рисунок 6.2 – Исходные данные

В ячейках F4:F7 введены функции суммирования.

5.5 Сделать таблицу по форме, представленной на рисунке 6.3, которая будет базовой.

	A	B	C	D	E
1	Базовая таблица				
2	Эксперт	параметры			
3		1	2	...	к
4	1	B4\$F4	C4\$F4		E4\$F4
5	2	B5\$F5	C5\$F5		E5\$F5
6	...				
7	n	B7\$F7	C7\$F7		E7\$F7
8	коэф. Веса	CPЗНАЧ(B4:B7)	CPЗНАЧ(C4:C7)		CPЗНАЧ(E4:E7)
9	ср. кв. откл.	СТАНДОТКЛОН(B4:B7)	СТАНДОТКЛОН(C4:C7)		СТАНДОТКЛОН(E4:E7)
10	дисперсия	ДИСП(B4:B7)	ДИСП(C4:C7)		ДИСП(E4:E7)
11	коэф. вариаб.	B9/B8	C9/C8		E9/E8

Рисунок 6.3 – Базовая таблица

5.6 Ввести функции Excel, определяющие среднее значение, среднее квадратическое отклонение, дисперсию, как это показано в ячейках C8:E10. Введённые в ячейки B4:E7 формулы обеспечивают переход от оценок параметров в баллах к значениям коэффициентов веса, сумма которых для всех параметров равна единице у каждого эксперта.

5.7 В ячейки C11:E11 ввести формулы для определения коэффициента вариабельности.

Значение коэффициента вариабельности показывает величину разброса экспертных оценок. При $V \leq 0,2$ оценки экспертов можно считать согласованными. В случае $V \geq 0,2$ целесообразно провести с экспертами содержательное обсуждение важности оцениваемых параметров, после чего повторить экспертизу.

5.8 Для прогноза с помощью метода экспертного опроса составим ряд вероятностного спроса на запасную часть. Такой ряд можно получить с помощью системы STATISTICA в среде WINDOWS. Для этого в меню системы существует панель **Probability Distribution Calculator**. (рисунок 6.4)

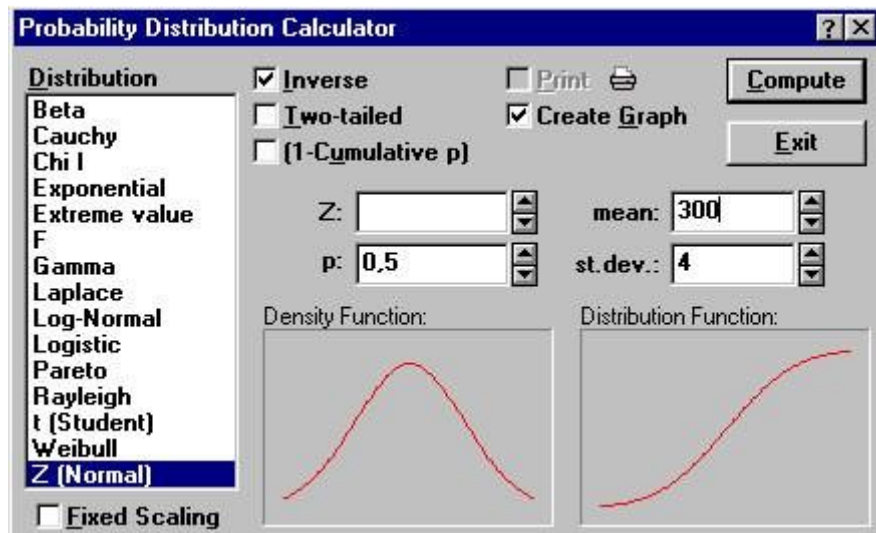


Рисунок 6.4 – Панель Вероятностный калькулятор

5.9 Выбрать нормальный закон распределения и вводя среднее значение прогноза и среднее квадратическое отклонение прогноза, получаем кривую плотности распределения (рисунок 6.5)

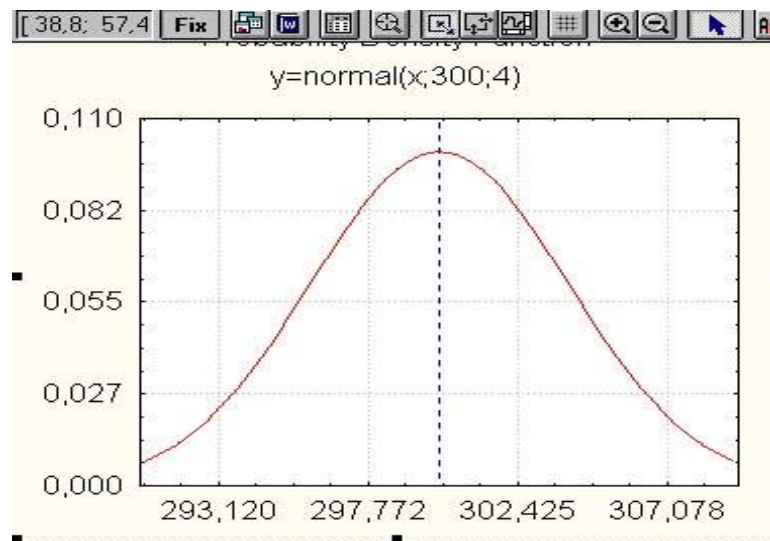


Рисунок 6.5 – Кривая плотности распределения

Значение функции распределения выдаётся в верхнем левом углу рисунка.

Ряд вероятностного спроса на деталь для полученного среднего значения – 347 шт. и среднего квадратического отклонения – 4 представлен на рисунке 6.6.

В качестве экспертов были привлечены пять менеджеров по снабжению из автотранспортных предприятий и станций технического обслуживания автомобилей. Наиболее предпочтительный вариант оценивался ими 10 баллами, а наименее предпочтительный – 1 баллом.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Оценка в баллах							
2	Эксперт	Спрос на деталь "подшипник", шт.						Сумма
3		336	340	344	348	352	356	
4	1	2	3	5	5	4	4	23
5	2	6	7	10	8	7	5	43
6	3	4	5	8	9	7	6	39
7	4	6	7	8	8	8	8	45
8	5	5	4	10	10	9	5	43

Рисунок 6.6 – Результаты опроса экспертов о прогнозном спросе на деталь «подшипник»

12	Оценка в весовых коэффициентах						
13	Эксперт	Спрос на деталь "подшипник", шт.					
14		336	340	344	348	352	356
15	1	0,087	0,1304	0,2174	0,2174	0,1739	0,1739
16	2	0,1395	0,1628	0,2326	0,186	0,1628	0,1163
17	3	0,1026	0,1282	0,2051	0,2308	0,1795	0,1538
18	4	0,1333	0,1556	0,1778	0,1778	0,1778	0,1778
19	5	0,1163	0,093	0,2326	0,2326	0,2093	0,1163
20	коэф. Веса	0,1157	0,134	0,2131	0,2089	0,1807	0,1476
21	ср. кв. откл.	0,0217	0,0275	0,0228	0,0255	0,0173	0,03
22	дисперсия	0,0005	0,0008	0,0005	0,0007	0,0003	0,0009
23	коэф. вариаб	0,1872	0,205	0,1072	0,1221	0,0957	0,2033

Рисунок 6.7 – Оценка в весовых коэффициентах

5.10 Произведённые расчёты свидетельствуют о том, что прогнозное значение спроса на деталь «подшипник», полученное с помощью эвристического прогноза, составит 344 шт.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

- 6.1 Исходные данные.
- 6.2 Расчет средних значений.
- 6.3 Расчет средних квадратических отклонений.
- 6.4 Расчет дисперсий.
- 6.5 Расчет коэффициентов вариабельности.
- 6.6 Расчет коэффициентов веса.
- 6.7 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

- 7.1 На чем основан метод прогнозирования?
- 7.2 Каковы достоинства метода?
- 7.3 Каковы недостатки метода?
- 7.4 Изложить алгоритм получения экспертных оценок?
- 7.5 Изложить механизм формирования группы экспертов?
- 7.6 Как определяется оптимальное число экспертов?
- 7.7 Какие этапы включает в себя обработка данных экспертного прогноза?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА 7

КОМБИНИРОВАННЫЙ ПРОГНОЗ

1 Цель и содержание

Цель работы – приобрести навыки использования комбинированного прогнозирования.

В результате выполнения работы студенты должны:

1. Изучить метод комбинированного прогнозирования.
2. Определить плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по методу экстраполяции и экспертных оценок и построить график.
3. Определить весовые коэффициенты комбинированного прогноза.
4. Определить вероятности для комбинированного прогноза.
5. Сделать выводы

2 Теоретическое обоснование

Комбинированный прогноз является сочетанием количественных и качественных методов прогнозирования и позволяет компенсировать недостатки одних способов достоинствами других.

Алгоритм комбинированного прогноза изложен ниже.

С помощью экстраполяционного прогноза находится среднее значение прогноза $\bar{Q}$. Помимо среднего значения прогноза рассчитывается среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Q_i^{\hat{o}} - Q_i^t)^2}{N-1}}, \quad (7.1)$$

где Q_i^t – теоретические значения прогноза.

Составляется ряд вероятностного спроса на запасные части и рассчитывается значение функции распределения прогнозируемого спроса $F(Q)$ при условии, что она подчиняется нормальному закону распределения

$$F(Q_i) = \frac{1}{\sigma_Q \sqrt{2\pi}} a^{-\frac{(Q_i - Q)^2}{2\sigma_Q^2}}, \quad (7.2)$$

где Q_i – величина середины i -го интервала.

Производится экспертная оценка значимости каждого варианта спроса на запасную часть.

Производится статистическая обработка мнений экспертов и после ранжирования каждому Q_i присваивается новый номер в порядке убывания; т.е. интервалу Q_i с наименьшей суммой баллов присваивается номер 1 и т.д.

Положим, что интервалу Q_1 соответствует наиболее правдоподобная гипотеза (Π_1), затем вторая (Π_2) и т.д.

Вероятности гипотез (Π_1), (Π_2), ..., (Π_n) определяются по формуле:

$$q_i = \frac{2(n-i+1)}{n(n+2)}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7.3)$$

Восстанавливают функцию распределения экспертного прогноза спроса на запасную часть $F(Q_{yi})$.

Для восстановления «экспертной» функции находят среднее значение $Q_{\bar{y}}$ и дисперсию $D_{\bar{y}q}$.

Статистические параметры экспертного прогноза рассчитываются с использованием формул для среднего значения:

$$Q_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^n Q_i F(Q_{yi}). \quad (7.4)$$

и среднего квадратического отклонения:

$$\sigma_{Q_{\bar{y}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{\bar{y}})^2 F(Q_{yi})}. \quad (7.5)$$

Весовые коэффициенты комбинированного прогноза определяются по следующим формулам:

$$\mu_1 = \frac{D_{\bar{y}q}}{D_q + D_{\bar{y}q}}. \quad (7.6)$$

$$\mu_2 = \frac{D_q}{D_q + D_{\bar{y}q}}. \quad (7.7)$$

где μ_1 и D_q – весовой коэффициент и дисперсия экстраполяционного прогноза;

μ_2 и D_{yq} – весовой коэффициент и дисперсия экспертного прогноза.

Вероятности $F^*(Q_i)$ для комбинированного прогноза рассчитываются следующим образом:

$$F^*(Q_i) = \mu_1 F(Q_i) + \mu_2 F(Q_{yi}). \quad (7.8)$$

3 Аппаратура и материалы

Микрокалькулятор, программное обеспечение MS Excel, Statistica 6.0.

4 Указания по технике безопасности

При выполнении работы студенты должны руководствоваться общими для учебных аудиторий правилами техники безопасности.

5 Методика и порядок выполнения работы

5.1 В качестве исходных использовать данные приведенные в предыдущей работе

5.2 В качестве наглядного примера рассмотрим вариант №1.

5.3 Результаты прогнозирования с помощью метода экспоненциального сглаживания свидетельствуют о том, что прогнозное значение спроса на деталь на следующий квартал составит 347,25 шт. Округлив, примем $Q = 347$. Среднее квадратическое отклонение прогноза в данном случае составит $\sigma_Q = 4$.

5.4 Следующим этапом комбинированного прогнозирования является опрос экспертов.

5.5 С учётом полученных коэффициентов веса присвоим новые ранжированные номера i каждому значению величины спроса на деталь (таблица 7.1).

На основании полученных расчётов можно составить комбинированный прогноз вероятностей спроса на деталь.

5.6 Рассчитаем прогнозные вероятности.

Так, для первой строки таблицы при $i = 6$ находим:

$$F(Q_{yi}) = \frac{2(6-6+1)}{6(6+1)} = 0,048.$$

5.7 Рассчитанные значения остальных прогнозных вероятностей представлены в таблице 7.1.

Таблица 7.1 – Комбинированный прогноз вероятностей спроса на деталь «подшипник»

Спрос на деталь, шт.	Прогноз вероятностей по динамическому ряду $F(Q_i)$	Экспертные оценки		Комбинированный прогноз вероятностей
		Ранжированный ряд	Прогноз вероятностей $F(Q_{yi})$	
1	2	3	4	5
336	0,0023	6	0,048	0,048
340	0,0215	5	0,095	0,095
344	0,075	1	0,286	0,286
348	0,096	2	0,238	0,238
352	0,045	3	0,190	0,045
356	0,007	4	0,143	0,143

5.8 Плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по двум методам представлены на графике (рисунок 7.1).

5.9 Рассчитаем статистические параметры экспертного прогноза с использованием формул для среднего значения и среднего квадратического отклонения.

При подстановке в формулы данных таблицы 7.1, находим:

$$\bar{Q}_y = 336 \cdot 0,048 + 340 \cdot 0,095 + 344 \cdot 0,286 + 348 \cdot 0,238 + 352 \cdot 0,190 + 356 \cdot 0,143 = 347,424$$

$$\sigma_{Q_{yi}} = 0,024$$

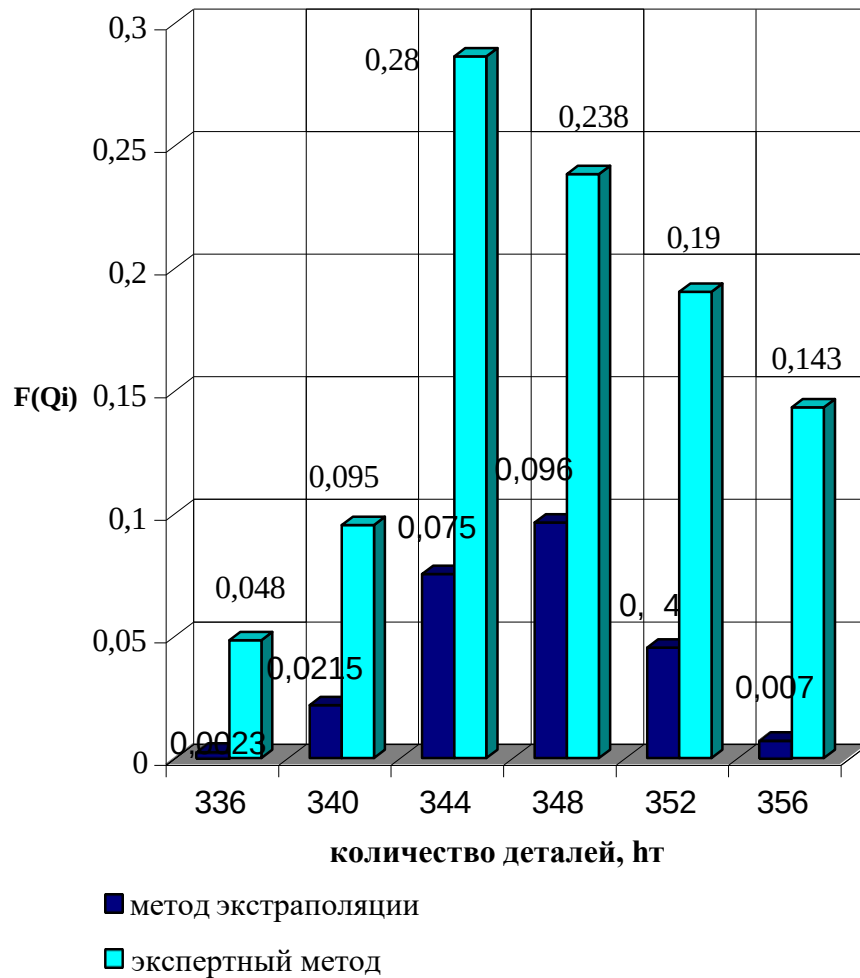


Рисунок 7.1 – Вероятности прогнозного спроса на деталь.

5.10 Определим весовые коэффициенты комбинированного прогноза.

Учитывая то, что дисперсия равна квадрату среднего квадратического отклонения, найдём значения весовых коэффициентов:

$$\mu_1 = \frac{0,024^2}{4^2 + 0,024^2} = 0,0000359;$$

$$\mu_2 = \frac{4^2}{4^2 + 0,024^2} = 0,9999641.$$

5.11 С учётом полученных весовых коэффициентов рассчитаем статистические параметры спроса на деталь на следующий квартал по результатам экстраполяционного и экспертного прогнозов:

Среднее значение

$$Q^* = \mu_1 Q + \mu_2 Q_y = 0,0000359 \cdot 347 + 0,9999641 \cdot 347,424 = 347,44;$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_Q^* = \sqrt{(\mu_1 \sigma_Q^2) + (\mu_2 \sigma_{Q_i}^2)} = \sqrt{(0,0000359 \cdot 4)^2 + (0,9999641 \cdot 0,024)^2} = 1,02$$

5.12 Рассчитаем вероятности $F^*(Q_i)$ для комбинированного прогноза.

Так, для первой строки таблицы находим:

$$F^*(Q_i) = 0,0000359 \cdot 0,0023 + 0,9999641 \cdot 0,048 = 0,048.$$

Остальные рассчитанные значения приведены в таблице 7.1.

Из проведенных расчётов следует, что по данным комбинированного прогноза, можно принять среднеквартальный спрос на деталь равным 347 шт.

6 Содержание отчета и его форма

Отчет должен содержать:

6.1 Исходные данные.

6.2 Результаты прогнозирования с помощью метода экспоненциального сглаживания.

6.3 Результаты опроса экспертов.

6.4 Расчет прогнозных вероятностей.

6.5 График плотности распределения прогнозной величины спроса на деталь по двум методам.

6.6 Расчет статистических параметров экспертного прогноза.

6.7 Расчет весовых коэффициентов комбинированного прогноза.

6.8 Расчет вероятности для комбинированного прогноза.

6.9 Выводы.

7 Контрольные вопросы и защита работы

7.1 На чем основан метод прогнозирования?

7.2 Каковы достоинства метода?

7.3 Каковы недостатки метода?

7.4 Изложить алгоритм получения экспертных оценок?

7.5 Изложить механизм формирования группы экспертов?

7.6 Как определяется оптимальное число экспертов?

7.7 Какие этапы включает в себя обработка данных экспертного прогноза?

Защита работы проводится в устной форме, состоит в предоставлении студентом правильно выполненного отчета по работе, коротком докладе и в ответах на вопросы, представленные выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бережная Е. В., Бережной В. И., Математические методы моделирования экономических систем. – М.: Финансы и статистика, 2001.
2. Бережной В. И., Бережная Е. В., Бутова О. О. Прогнозирование экономических показателей в Excel – 97: Учебное пособие / СКИ БУПК. – Ставрополь: Кавказский край, 2000.
3. Айвазян А. С., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику. – М.: Финансы и статистика, 1999.
5. Практикум по эконометрике: Учебное пособие / Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.
6. Эконометрика: Учебник / Под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Финансы и статистика, 2001.
7. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебное пособие для вузов / В. В. Федосеева, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбергов и др.; Под ред. В. В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999.