

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине «Дискретная математика»**

для студентов направления подготовки
09.03.02 «Информационные системы и технологии»
Профиль «Прикладное программирование и интернет-технологии»

Ставрополь, 2026

Содержание

1. Введение	3
2. Практическое занятие 1	4
3. Практическое занятие 2	6
4. Практическое занятие 3	9
5. Практическое занятие 4	13
6. Практическое занятие 5	16
7. Практическое занятие 6	20
8. Практическое занятие 7	22
9. Практическое занятие 8	24
10. Практическое занятие 9	26
11. Практическое занятие 10	28
12. Практическое занятие 11	30
13. Практическое занятие 12	32
14. Практическое занятие 13	33
15. Практическое занятие 14	35
16. Практическое занятие 15	36
17. Практическое занятие 16	38
18. Практическое занятие 17	40
19. Практическое занятие 18	42

Введение

Практические занятия - это целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки.

Практические занятия предназначены для углубленного изучения учебных дисциплин и играют важную роль в выработке у студентов умений и навыков применения полученных знаний для решения практических задач совместно с педагогом. Кроме того, они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Цель практических занятий - углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.

Данные методические указания к практическим занятиям разработаны в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Дискретная математика» для студентов направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Занятие 1.

Тема: Операции над множествами

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над множествами для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения:

Множество; способы задания множеств; подмножество; множество подмножеств (булеан); универсум; операции над множествами; свойства операций над множествами; круги Эйлера; диаграммы Венна.

Практические задания на занятие.

1. С помощью кругов Эйлера показать:

а) $A \cap B \subset A \cup B$

б) $A + A = \emptyset$

в) $(M \setminus N) \cap (N \setminus M) = \emptyset$

г) если $A \cap B = C$, то $C \subset A$ и $C \subset B$.

2. Покажите справедливость тождеств:

$$\overline{A \cap B} \cup B = \bar{A} \cup B$$

$$(A \cap B \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) = B \cap C$$

$$\overline{(A \cap \bar{X}) \cup (B \cap \bar{X})} = (\bar{A} \cup X) \cap (\bar{B} \cup X)$$

3. Исходя из отношений принадлежности, докажите справедливость следующих выражений:

$$A \cup (B \setminus A) = A \cup B$$

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

3. Решить с помощью кругов Эйлера.

А) При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читает журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журналы

А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В и С. Сколько студентов: 1) не читает ни один из журналов; 2) читает в точности два журнала; 3) читает не менее двух журналов?

В) Группа студентов проходила производственную практику на предприятиях А и В. Половина студентов проходила практику на А. На обоих предприятиях было 11 студентов, 27 студентов на В. Сколько студентов в группе, если все прошли практику?

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 2.

Тема: Операции над отношениями

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над отношениями для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения:

Бинарные отношения; область определения; область значений; частные случаи отношений; формы представления отношений; операции над отношениями; свойства отношений.

Практические задания на занятия

1. Даны два множества $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ и $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ и определено бинарное отношение $A = \{(x_1, y_2), (x_2, y_1), (x_2, y_2), (x_4, y_2), (x_4, y_3), (x_5, y_1), (x_5, y_3)\}$. Для данного отношения A :

А) записать область определения и область значений;

Б) определить сечения по каждому элементу из X ;

В) определить сечения по подмножествам $X' = \{x_1, x_4\}$ и $X'' = \{x_2, x_3, x_5\}$ множества X ;

Г) записать матрицу и нарисовать граф;

Д) определить симметричное отношение A^{-1} .

2. Пусть X – множество студентов; Y – множество дисциплин и соотношение xAy , где $x \in X$ и $y \in Y$, означает «студент x изучает дисциплину y ». Дайте словесное описание областей определения и значений, сечений и обратного отношения, полученных в задаче 1.

3. Записать композицию $C = BA$ отношений $A = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 3)\}$ и $B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (4, 2), (4, 3)\}$. Проверить результат с помощью операций над матрицами и графами заданных отношений.

4. Какими общими свойствами обладают бинарные отношения, заданные в некотором множестве людей X и выражающиеся соотношениями $(x_i, x_j \in X)$:

- а) « x_i похож на x_j »;
- б) « x_i знаком с x_j »;
- в) « x_i родственник x_j »;
- г) « x_i сосед x_j »;
- д) « x_i живет в одном доме с x_j »;
- е) « x_i весит больше, чем x_j »;
- ж) « x_i подчинен x_j ».

По свойствам определить какие из этих отношений являются отношениями эквивалентности, порядка, толерантности.

5. Приведите примеры рефлексивных, антирефлексивных, симметричных, асимметричных, антисимметричных и транзитивных отношений.

6. Пусть отношение A задано в множестве действительных чисел R . Тогда на плоскости каждой упорядоченной паре будет соответствовать точка с координатами x и y , если $(x, y) \in A$. Отношение A изобразится графиком, представляющим собой подмножество точек плоскости (области, линии или отдельные точки). При этом отношение записывается как $A = \{(x, y) \in R \times R \mid P(x, y)\}$, где $P(x, y)$ — определяющее свойство отношения A , выражаемое обычно алгебраическими уравнениями и неравенствами.

Постройте графики для следующих отношений (в тех случаях, когда график является частью плоскости, эта часть штрихуется):

- а) $\{(x, y) \in R \times R \mid x=y\}$;
- б) $\{(x, y) \in R \times R \mid y \geq x\}$;
- в) $\{(x, y) \in R \times R \mid y \geq x \text{ и } x \geq 0\}$;
- г) $\{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1\}$;

7. Докажите следующие свойства симметризации и композиции отношений:

- а) $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$;
- б) $(A \cup B)^{-1} = A^{-1} \cup B^{-1}$;
- в) $(A \cap B)^{-1} = A^{-1} \cap B^{-1}$;

г) $(A^{-1})^{-1}=A$.

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 3.

Тема: Функциональные отношения

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над функциональными отношениями и отображениями для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения:

Функциональное отношение, отображение, типы отображений, операции над отображениями, образы и прообразы, подстановки.

Практические задания на занятие.

I. В множестве $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ заданы отношения:

- а) $\{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (5, 1)\}$;
- б) $\{(2, 1), (3, 4), (4, 4), (5, 3)\}$;
- в) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 3), (5, 1)\}$;
- г) $\{(1, 2), (2, 3), (4, 1), (4, 5), (5, 5)\}$;
- д) $\{(1, 5), (2, 1), (3, 4), (4, 3), (5, 2)\}$.

Какие из этих отношений являются функциями и какие — отображениями?

2. К какому типу относятся отображения из задачи I?

3. Какие из приведенных ниже отношений в множестве действительных чисел R являются функциями?

- а) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 2x + 1\}$;
 б) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2\}$;
 в) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x| + |y| = 1\}$;
 г) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ и } y \geq 0\}$.

4. Какие из отношений $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid P(x, y)\}$, заданные графиками на рис. 45, являются функциями? Какие из функций взаимно-однозначны?

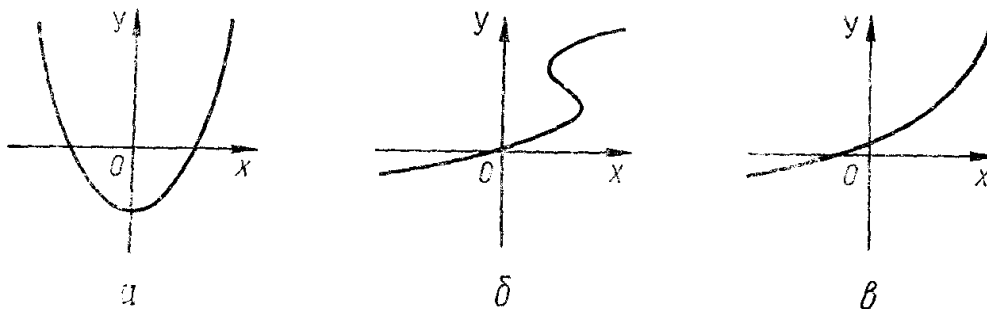


Рис. 45. Графики отношений к задаче 4.

5. Пусть X — множество столиц стран СНГ и Y — множество букв русского алфавита. Отображение $f: X \rightarrow Y$ ставит каждой столице в соответствие первую букву ее названия, так что $f = \{(\text{Москва}, \text{М}), (\text{Киев}, \text{К}), (\text{Минск}, \text{М}), (\text{Баку}, \text{Б}), (\text{Тбилиси}, \text{Т}), (\text{Ереван}, \text{Е}), (\text{Астана}, \text{А}), (\text{Бишкек}, \text{Б}), (\text{Ташкент}, \text{Т}), (\text{Ашхабад}, \text{А}), (\text{Душанбе}, \text{Д}), (\text{Кишинев}, \text{К})\}$. Для данного отображения определить:

- а) область значений $D_3(f)$;
 б) образ множества $X' = \{\text{Москва}, \text{Киев}, \text{Тбилиси}, \text{Кишинев}\} \subset X$;
 в) полные прообразы для всех элементов из области значений;
 г) полный прообраз множества $Y' = \{A, M, T\} \subset D_3(f)$;

6. Пусть X — множество неупорядоченных троек (a, b, c) натуральных чисел и N — множество натуральных чисел. Отображение $f: X \rightarrow N$ ставит в соответствие каждой тройке (a, b, c) сумму $a + b + c$. Записать прообраз для каждого из первых шести натуральных чисел.

7. Показать, что каждая из следующих функции имеет обратную ($\mathbb{R}$ — множество действительных чисел):

- а) $f: R \rightarrow R$, где $f(x) = 2x + 1$;
 б) $\{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2, x \geq 0\}$;
 в) $\{(x, \sqrt{1-x^2}) \mid 0 \leq x \leq 1\}$;
 г) $\left\{ \left(x, \frac{x}{x-1} \right) \mid -2 \leq x \leq 1 \right\}$.

Найти области определения и значений обратных функций и начертить их графики.

8. Представить в виде композиции функций следующие функции:

- а) $f(x) = \left(1 + \left(\frac{x}{1-x} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$;
 б) $f(x) = (1 - e^{2x})^3$.

9. Определите множество действительных чисел, на котором функции $f(x) = x^2 - 1$ и $g(x) = 2x^2 - x - 3$ равны.

10. Пусть A — множество жителей нашей страны. Указать, какие из $f(x)$ можно считать функциями, если они означают:

- а) $f(x)$ = отец x ;
 б) $f(x)$ = сын x ;
 в) $f(x)$ = брат x ;
 г) $f(x)$ = муж x .

11. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 12345 \\ 35142 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 12345 \\ 45213 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
 б) разложите подстановки в циклы;
 в) запишите композиции подстановок ab и ba ;
 г) постройте графы подстановок и их композиций.

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. -

Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 4.

Тема: Контрольное занятие по разделу 1

Цель занятия. Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 1.

Практические задания на занятие.

Вариант 1

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера
$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$
2. Задано бинарное отношение: $A = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ на множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Определить свойства данного отношения.
3. Дано множество $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ записать отношение, одновременно обладающее свойствами: рефлексивности и транзитивности
4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок ab и ba ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

Вариант 2

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера
$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

2. Задано бинарное отношение: $B = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}$ на множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Определить свойства данного отношения.
3. Дано множество $X = \{e, \kappa, \lambda, \mu, \eta\}$ записать отношение, одновременно обладающее свойствами: рефлексивности и симметричности.
4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок ab и ba ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

Вариант 3

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера

$$(A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap C$$

2. Задано бинарное отношение: $A = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$ на множестве $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Определить свойства данного отношения.

3. Дано множество $X = \{a, б, в, г, д\}$ записать отношение, одновременно обладающее свойствами: антирефлексивности и транзитивности.

4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок ab и ba ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 5.

Тема: Представление графов машинными описаниями

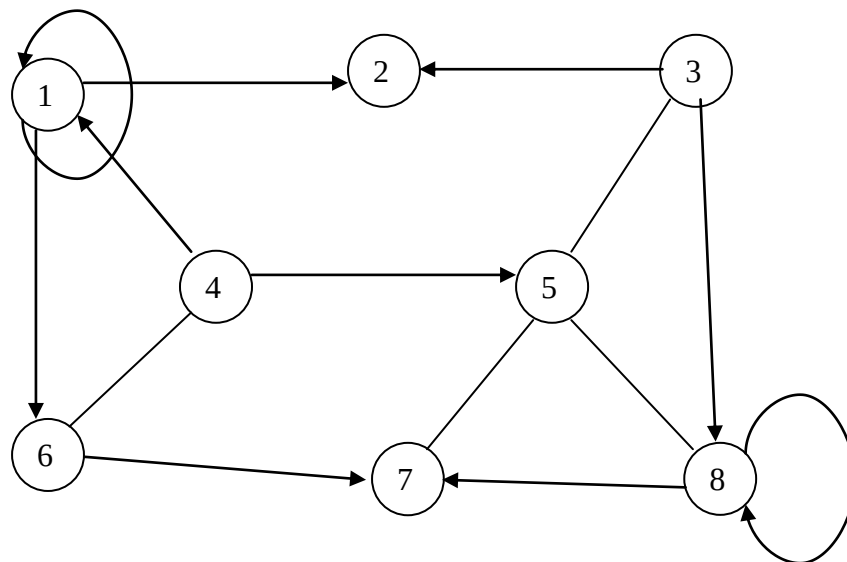
Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах представления графа для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные определения теории графов: граф, смежные вершины, инцидентные вершина и ребро, петля, кратные ребра, простой граф, мультиграф, эйлеров цикл, полуэйлеров граф, гамильтонов граф, маршрут, цепь, путь, диаметр, центр, радиус графа, способы представления графа.

Практические задания на занятия

1) Задан граф:



Построить все способы представления графов

2) Задан граф:

0	6							
	0	4	5					
		0			6			
2			0	4				
	3	2		0	4			
					0		5	5
			1	3		0		
				2		4	0	
							1	0

1 2 3

4 5 6

7 8 9

Построить остальные виды описаний графа.

3. Построить эйлеров цикл

0	1		1					
1	0	1	1	1				
	1	0			1			
1	1		0	1		1		
	1		1	0	1		1	
		1		1	0		1	1
			1			0	1	
				1	1	1	0	1
					1		1	0

1 2 3

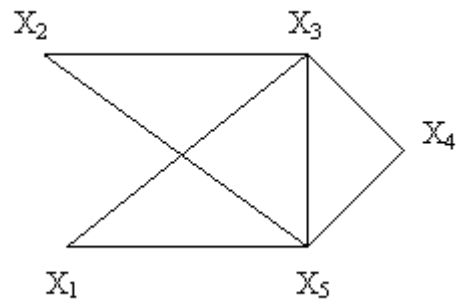
4 5 6

7 8 9

4. Начиная с вершины 2 постройте эйлеров цикл.

0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0

5. Определить цикломатическое число графа. $\nu = m - n + 1$



$$\nu = m - n + 1 = 7 - 5 + 1 = 3$$

Независимые циклы: 1-3-5-1, 2-3-5-2, 3-5-4-3

3. Построить эйлеров цикл

0	1		1					
1	0	1	1	1				
	1	0			1			
1	1		0	1		1		
	1		1	0	1		1	
		1		1	0		1	1
			1			0	1	
				1	1	1	0	1
					1		1	0

1 2 3

4 5 6

7 8 9

4. Начиная с вершины 2 постройте эйлеров цикл.

0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 6.

Тема: Определение связности вершин графа

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения связности графа для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения: связности вершин, метод поиска в глубину, метод поиска в ширину, метод построения дерева путей, построение минимального покрывающего дерева.

Практические задания на занятия:

1. Определить связность заданной начальной вершины S с остальными вершинами графа методами:

- поиска в глубину;
- поиска в ширину;
- построения дерева путей.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		1			1			1				
2	1				1							
3		1				1						
4			1							1		
5	1							1				
6					1				1			
7						1				1		
8												1
9						1		1				1
10				1			1					
11										1		
12					1				1			

Задание 1: S=1

Задание 2: S=4

Задание 3: S=11

Задание 4. Построить минимальное покрывающее дерево для графа.

0	6	1	4	6	3	7	6	8
	0	4	5	4	6	3	7	5
		0	2	3	6	5	8	6
			0	4	2	4	5	7
				0	4	3	6	6
					0	1	5	5
						0	4	5
							0	3
								0

1 2 3

4 5 6

7 8 9

Задание 5. Построить минимальное покрывающее дерево для графа.

1	1. Ставрополь													
2	99	2. Александровское												
3	262	309	3. Арзгир											
4	145	75	87	4. Благодарный										
5	290	106	74	74	5. Буденновск									
6	209	98	185	185	111	6. Георгиевск								
7	34	81	228	111	185	236	7. Грачевка							
8	167	214	95	164	169	280	133	8. Дивное						
9	55	154	317	200	345	264	89	222	9. Донское					
10	206	95	257	170	166	73	176	309	261	10. Ессентуки				
11	187	76	215	223	149	54	157	290	242	24	11. Железноводск			
12	241	130	135	135	61	50	211	225	296	105	88	12. Зеленокумск		
13	56	129	318	201	275	227	90	223	23	250	243	382	13. Изобильный	
14	124	171	138	121	195	306	90	43	179	219	247	301	180	14. Ипатово
15	231	120	259	267	193	82	201	334	286	42	56	132	287	291 15. Кисловодск

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 7.

Тема: Определение кратчайших путей в графе

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения кратчайших путей в графе для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и сущность методов: кратчайший путь, метод Форда-Беллмана, метод Дейкстры.

Практические задания на занятия:

1. Определить кратчайшие пути между заданными вершинами S и T для графа методами
 - Форда-Беллмана;
 - Дейкстры.

0	6		2					
	0	4	5					
		0		2	6			
2			0	4		1		
	3	2		0	4			
					0		5	5
			1	3		0	4	
				2		4	0	1
							1	0

1 2 3

4 5 6

7 8 9

Задание 1: S= 1; T = 9.

Задание 2: S= 9; T = 1.

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров :

учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 8.

Тема: Определение максимального потока в сети

Цель занятия. Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения максимального потока в графе для решения практических задач.

Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия: поток в графе, в дуге; дивергенция потока в вершине, в разрезе; определение потока в графе; теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе; алгоритм наращивания потока.

Практические задания на занятия:

1. Определить максимальный поток между заданными вершинами $S=1$ и $T=9$ для графа

0	6							
	0	4	5					
		0			6			
2			0	4				
	3	2		0	4			
					0		5	5
			1	3		0		
				2		4	0	
							1	0

1 2 3

4 5 6

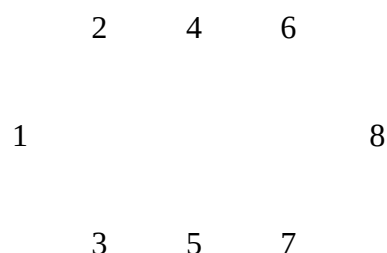
7 8 9

Величина пропускной способности для всех дуг одинакова и равняется $c_{ij}=9$

2. Задание на самостоятельную работу

Определить максимальный поток между заданными вершинами $S=1$ и $T=8$ для графа

0		11					
1	0			13			
	12	0					
	2		0		10		
		1	5	0		8	
			7	1	0	3	
						0	11
					1		0



Величина пропускной способности для всех дуг одинакова и равняется $c_{ij}=16$

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Занятие 9.

Тема: Алгоритмы раскраски графов

Рассмотреть основные понятия и определения: правильная раскраска графов; хроматическое число графа; определение хроматического числа графа; 1-хроматичность; 2-хроматичность; независимое множество вершин; максимальное независимое множество вершин.

Практические задания на занятия: задан граф

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1		1			1			1			1						
2	1		1		1												
3		1		1	1	1											
4			1			1	1			1							
5	1	1	1			1		1	1								
6			1	1	1		1		1	1							
7				1		1				1				1			
8	1				1				1		1	1			1		
9					1	1		1				1	1			1	
10				1		1	1						1	1			1
11	1							1				1			1		
12					1			1	1		1		1		1	1	
13						1			1	1		1				1	1
14							1			1							1
15								1			1	1				1	
16									1			1	1		1		1
17										1			1	1		1	

1. Раскрасить граф с использованием независимых множеств вершин.
2. Раскрасить граф с учетом степени вершин.
3. Определить хроматическое число графа.

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров :

учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3)Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 10

Тема: Решение комбинаторных задач

Рассмотреть основные понятия и определения:

Выборка элементов; r -перестановка; r -сочетание; правило суммы; правило произведения; выражения для перестановок и сочетаний.

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Из города A в город B ведут пять дорог, а из города B в город C — три дороги. Сколько путей, проходящих через B , ведут из A в C ?
2. Из 3 экземпляров учебника алгебры, 7 экземпляров учебника геометрии и 7 экземпляров учебника дискретной математики надо выбрать по одному экземпляру каждого учебника. Сколькими способами это можно сделать?
3. В букинистическом магазине лежат 6 экземпляров романа И. С. Тургенева «Рудин», 3 экземпляра его же романа «Дворянское гнездо» и 4 экземпляра романа «Отцы и дети». Кроме того, есть 5 томов, содержащих романы «Рудин» и «Дворянское гнездо», и 7 томов, содержащих романы «Дворянское гнездо» и «Отцы и дети». Сколькими способами можно сделать покупку, содержащую по одному экземпляру каждого из этих романов?
4. Та же задача, если, кроме того, в магазине есть 3 тома, в которые входят «Рудин» и «Отцы и дети».
5. Сколькими способами можно выбрать три различные краски из имеющихся пяти?
6. Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов? Та же задача, если одна из полос должна быть красной?
7. Пять девушек и трое юношей участвуют в соревнованиях. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

8. У одного студента есть 7 книг по математике, а у другого— 9 книг. Сколькими способами они могут обменять книгу одного на книгу другого?

9. Определите количество 6-сочетаний (перестановок) в алфавите **{a,b,c,d}**, в которых буква **a** встречается на один раз больше, чем буква **b**.

10. Определите количество 7-сочетаний (перестановок) в алфавите **{a,b,c}**, в которых буква **a** встречается не менее 3 раз и не больше 6 раз.

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

ОГаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 11

Тема: Методы решения комбинаторных задач

Рассмотреть основные методы решения комбинаторных задач: метод включений и исключений, полиномиальные производящие функции, экспоненциальные производящие функции.

Практические задания на занятие

1. Решить задачи используя метод включений и исключений.

А). При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читает журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журналы А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В и С. Сколько студентов: 1) не читает ни один из журналов; 2) читает в точности два журнала; 3) читает не менее двух журналов?

Б). На одной из кафедр университета работают 13 человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро – немецкий, шестеро – французский. Пятеро знают английский и немецкий, четверо – английский и французский, трое – немецкий и французский. Сколько человек: 1) знают все три языка; 2) знают ровно два языка; 3) знают только английский язык?

2. Решить задачи используя полиномиальные производящие функции.

А) Определите количество 6-сочетаний в алфавите $\{a, b, c, d\}$, в которых буква **a** встречается на один раз больше, чем буква **b**.

Б) Определите количество 7-сочетаний в алфавите $\{a,b,c,d\}$, в которых буква **a** встречается столько же раз, сколько буквы **b** и **c** вместе взятые.

В) Определите количество 5-сочетаний в алфавите $\{a,b,c,d\}$, в которые буква **a** входит не менее 3 раз.

3. Решить задачи используя экспоненциальные производящие функции.

А) Определите количество 6-перестановок в алфавите $\{a,b,c,d\}$, в которых буква **a** встречается на один раз больше, чем буква **b**.

Б) Определите количество 7-перестановок в алфавите $\{a,b,c,d\}$, в которых буква **a** встречается столько же раз, сколько буквы **b** и **c** вместе взятые.

В) Определите количество 5-перестановок в алфавите $\{a,b,c,d\}$, в которые буква **a** входит не менее 3 раз.

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

0 Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 12

Тема: Алгоритмы генерации выборок элементов

Рассмотреть основные методы генерации перестановок: лексикографический порядок, антилексикографический порядок, метод вложенных циклов и транспозиция смежных элементов

Практические задания на занятия.

1. Сгенерировать перестановки в лексикографическом порядке, антилексикографическом порядке, методом вложенных циклов и транспозицией смежных элементов $n=5$.
2. Определить следующие в лексикографическом и антилексикографическом порядке перестановки для а) $n=3$, $\langle 231 \rangle$; б) $n=5$, $\langle 25431 \rangle$; в) $n=7$, $\langle 4523167 \rangle$; г) $n=8$, $\langle 24368751 \rangle$; д) $n=9$ $\langle 123987654 \rangle$; е) $n=13$ $\langle 12,4,3,5,13,11,10,9,8,7,6,2,1 \rangle$; ж) $n=15$ $\langle 1,2,12,14,9,8, 15, 10,13,11,10,7,6,5,4,3 \rangle$

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0
- Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 13

Тема: Способы задания логических функций

Рассмотреть основные способы задания логических функций, основные функции одной и двух переменных.

Практические задания на занятия.

1. Представить различными способами логическую функцию трёх переменных которая принимает значение 1 на тех наборах, в которых число 1 равно 2, значение 0 на тех наборах, в которых число 0 равно 2, на остальных наборах значение функции не определено.

2. Представить различными способами логическую функцию, описывающую работу схемы, которая запрещает поступление на вход системы управления тетрадь двоично-десятичного кода, у которых количество единиц в тетрадах больше двух.

Формализация словесного задания

В моменты поступления тетрадь на выходе схемы должен формироваться сигнал равный 1, который запрещает прохождение этой тетради на вход системы управления в случаях, если в тетраде содержится количество единиц больше двух или равно двум, во всех остальных случаях – выходной сигнал должен быть равен 0.

2. Функции представлены в числовой форме:

$$f_1(x, y, z) = \sum_0(3, 5, 7)$$

$$f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 9, 11, 14, 15) + \sum_5(3, 5, 10, 13)$$

Представить остальными способами.

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0
Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 14

Тема: Преобразование логических функций

Рассмотреть основные понятия и определения:

ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ

Практические задания на занятия.

Преобразовать двумя способами: 1) с помощью тождественных преобразований (используя законы и аксиомы алгебры логики); 2) с помощью таблиц истинности.

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \rightarrow y)yz \rightarrow (\overline{xy} \vee z)$$

2. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee \overline{y} \vee \overline{xy}) \rightarrow (\overline{x \rightarrow x}) \vee y\overline{z}$$

3. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (\overline{xy} \rightarrow \overline{x}) \wedge (\overline{xy} \rightarrow \overline{y}) \wedge \overline{z}$$

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4
- 3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0
- Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 15

Тема. Минимизация ЛФ методом Квайна

Рассмотреть порядок минимизации логических функций методом Квайна

Практические задания на занятия

Минимизировать методом Квайна

1. $f_1(x, y, z) = \sum_0(3, 5, 6, 7)$
2. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 15) + \sum_\delta(1, 2, 13)$
3. $f(x, y, z, v) = \sum_0(0, 1, 3, 5, 9, 10, 11, 12, 21, 23, 24, 29, 31)$
4. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 9, 11, 14, 15) + \sum_\delta(3, 5, 10, 13)$

Этапы минимизации логической функции:

1. Представление логической формулы в виде СКНФ или СДНФ.
2. Получение сокращенной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы.
3. Нахождение всех возможных тупиковых дизъюнктивных (конъюнктивных) нормальных форм.
4. Выбор из полученных тупиковых форм минимальной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы.

Сокращенной дизъюнктивной нормальной формой называется дизъюнкция всех простых импликант данной функции.

Импликантой функции F называется функция I , которая может принимать значение единицы лишь на тех наборах, на которых принимает значение единицы функция F . В свою очередь функция F называется имплицентой функции I .

Пример. Пусть дана функция $F = XYZ + XY\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$.

X	0	0	0	0	1	1	1	1
Y	0	0	1	1	0	0	1	1
Z	0	1	0	1	0	1	0	1
F(X, Y, Z)	0	1	1	0	1	0	1	1
I(X, Y, Z)	0	0	1	0	1	0	1	0

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0
Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 16

Тема. Минимизация ЛФ методом карт Карно

Рассмотреть порядок минимизации логических функций методом карт Карно

1. Применение карт Карно для минимизации ЛФ.
2. Минимизация НОФ.
3. Минимизация совокупности функций.

Практические задания на занятия.

Минимизировать с помощью карт Карно.

1.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

2. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 7, 11, 14, 15)$

3. $f(x, y, z, v) = \sum_\delta(1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15)$

4. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 3, 4, 6, 7, 11, 14, 15) + \sum_\delta(1, 2, 13)$

5. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 9, 11, 14) + \sum_\delta(3, 5, 10, 13)$

6. $f(x, y, z, v, w) = \sum_0(0, 3, 4, 6, 7, 10, 15, 19, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 31)$

7. $f_1(x, y, z) = \sum_0(3, 5, 7)$

$f_2(x, y, z) = \sum_0(0, 3, 5, 7)$

$f_3(x, y, z) = \sum_0(2, 3, 5, 7, 6)$

$f_4(x, y, z) = \sum_0(1, 3, 5, 7)$

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков.

- 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 17

Тема. Построение комбинационных схем ПФ

Рассмотреть порядок синтеза комбинационных схем.

Практические задания на занятия.

Построить комбинационные схемы ПФ.

$$f(x, y, z) = \bar{x} \vee \bar{x}y \vee x\bar{y}z$$

$$f(x, y, z) = (\overline{x \vee z})(x \vee \bar{y} \vee z) \vee \bar{z}$$

1. $f_1(x, y, z) = \sum_0(1, 5, 6, 7)$
2. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 7, 11, 14, 15)$
3. $f(x, y, z, v, w) = \sum_0(0, 1, 3, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 21, 22, 23, 24, 29, 31)$
4. $f(x, y, z, v) = \sum_0(1, 2, 4, 6, 9, 11, 14, 15) + \sum_\delta(3, 5, 10, 13)$

Последовательность синтеза КС:

1. Формализация словесного задания.
2. Составление таблицы истинности.
3. Запись ЛФ в СДНФ или СКНФ.
4. Выбор ФПС логических элементов.
5. Минимизация логической функции.
6. Построение КС, соответствующей ЛФ.
7. Проверка правильности работы схема.

Формализация словесного задания сводится к выяснению наборов переменных, на которых функция равна 1 или 0.

После этого стандартным способом записывается таблица истинности. В том случае, если функция на некоторых наборах не определена, то процесс ее доопределения решается в процессе минимизации функции, как это рассматривалось ранее. Выполнение операций третьего этапа основано на использовании правил составления СДНФ и СКНФ.

Обоснование выбора ФП логических элементов определяется наличием элементов. Первоначально следует реализовать ЛФ в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Даже проводится минимизация одним из рассмотренных методов.

Построение КС по заданной ЛФ включает в себя выполнение всех логических операций, указанных в выражении функции.

Список литературы для подготовки к занятию:

1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.

2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-

0 Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992

Занятие 18

Тема. Контрольное занятие по разделу 4

Решить задания согласно вариантов.

Вариант 1

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = \overline{(x + y)}yz \rightarrow \overline{(xy + z)}$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_0(0,1,2,5,7,8,11,12,15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_0(0,1,2,5,7,8,11,12,15) + \sum_\delta(3,4)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций

$$\{x \vee y, x(y \oplus z) \oplus (y|z)\}$$

Вариант 2

1. Преобразовать логическую функцию в СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee xy) \rightarrow \overline{(x \rightarrow \bar{x}) \vee y\bar{z}}$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \prod_0(0,1,2,5,6,11,13)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \prod_0(0,1,2,5,6,11,13) + \prod_\delta(1,4,15)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций

$$\{x, xy \vee z(x \oplus y)\}$$

Вариант 3

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = \overline{(xy \rightarrow \bar{x})} \wedge \overline{(xy \rightarrow \bar{y})} \wedge \bar{z}$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_0(2,3,4,5,11,13,14,15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (2, 3, 4, 5, 11, 13, 14, 15) + \sum_\delta (0, 1)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций
 $\{x \approx y, (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \oplus z\}$

Вариант 4

1. Преобразовать логическую функцию в СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee zy) \wedge (y \rightarrow xz)$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \prod_o (1, 3, 4, 5, 11, 2, 14)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \prod_o (1, 3, 4, 5, 11, 2, 14) + \prod_\delta (6, 7)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций
 $\{x \rightarrow y, x(y|z)\}$

Вариант 5

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = (\overline{xz} \vee y) \rightarrow (y \vee xz)$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (0, 1, 2, 5, 7, 8, 11, 2, 15) + \sum_\delta (3, 4)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций
 $\{x \approx y, (x \rightarrow (y \vee z)) \oplus 1\}$

Список литературы для подготовки к занятию:

- 1) Бережной, В.В. Дискретная математика Электронный ресурс : учебное пособие / А.В. Шапошников / В.В. Бережной. - Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. - 199 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks.
- 2) Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров :

учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. - 2-е изд. - Москва [и др.] : Питер, 2014. - 400 с. : ил., табл. - (Учебник для вузов). - На тит. л. и обл.: Стандарт третьего поколения. - Гриф: Рек. УМО. - Библиогр.: с. 386-387. - Предм. указ.: с. 388-399. - ISBN 978-5-496-00015-4

3) Просветов, Г. И. Дискретная математика: задачи и решения : учебно-практическое пособие / Г. И. Просветов. - 2-е изд., доп. - Москва : Альфа-Пресс, 2015. - 240 с. : ил. - Библиогр.: с. 233-234. - ISBN 978-5-94280-419-0

Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. М.: Наука, 1992