

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ
по дисциплине «**Аналитическая геометрия**»
для студентов направления подготовки
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»
направленность (профиль)
«Анализ данных и искусственный интеллект»

Введение

Целью практических занятий является формирование соответствующих общепрофессиональных компетенций (ОПК-1) будущего бакалавра по направлению подготовки 020301 – Математика и компьютерные науки путем освоения теоретических геометрических знаний и методов решения геометрических задач для применения в области математики, информатики и компьютерных технологий.

Задачи освоения дисциплины:

- формирование научного мировоззрения;
- понимание и восприятие основных понятий геометрии;
- формирование математической культуры студентов: умения логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения практических задач;
- освоение основ современного математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач, связанных с применением геометрических методов в прикладной математике и других дисциплинах естественнонаучного содержания;
- создание условий для развития профессионального творчества и опыта самостоятельной деятельности по усвоению содержания геометрического образования.

Место дисциплины: дисциплина изучается в 1,2 семестрах.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

ЗНАТЬ

Основные понятия и специально-математические знания - совокупность частных теорий, законов, правил, положений, определяющих, статическое состояние геометрической и графической науки.

Получить методологические знания - совокупность принципов, методов, средств, приемов, позволяющих структурировать первую группу и получать новые знания.

УМЕТЬ

- применять алгебраические методы для решения геометрических задач;
- применять алгебраические и геометрические методы для решения прикладных задач, а так же производить оценку качества полученных решений;
- анализировать ситуации и делать выводы;
- ставить новые вопросы и видеть проблемы в традиционных ситуациях;
- владеть основными методиками решения учебно-исследовательских задач;
- вести поиск альтернативных средств и способов решения;
- абстрагировать содержание и выделять существенное;
- стимулировать фантазию;
- систематизировать результаты наблюдений и экспериментов;
- планировать самостоятельную работу;
- осуществлять самоконтроль за работой, объективно оценивать ее результат;
- демонстрировать способность к абстракции, в том числе умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними.

ВЛАДЕТЬ

Методами аналитической геометрии.

Тема 1. ВЕКТОРЫ И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

Практическое занятие. Векторы. Операции над векторами.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Изучить:

Глава 1. Аналитическая геометрия на плоскости

§ 1.1. Векторы

§ 1.2. Операции над векторами

1. Определение и свойства суммы двух векторов.
2. Сумма n векторов.
3. Разность векторов.
4. Определение умножения вектора на число.
5. Необходимое и достаточное условия коллинеарности двух векторов (в векторной форме).
6. Свойства умножения вектора на число.

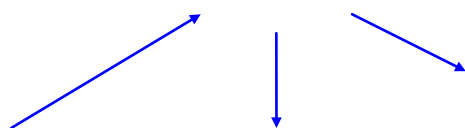
Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Направленные отрезки. Векторы. Коллинеарные и компланарные векторы.
2. Сложение векторов (Определение и свойства).
3. Вычитание векторов.
4. Умножение вектора на число (Определение и свойства).
5. Теорема о коллинеарных векторах.

Задачи:

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ заданы своими направленными отрезками.



Построить:

- а) $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу треугольника)
- б) $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу параллелограмма)
- в) $\vec{a} - \vec{b}$ (первый способ)
- г) $\vec{a} - \vec{c}$ (второй способ)
- д) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- е) $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 0,5\vec{c}$

2. Дописать равенства:

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{MN} + \underline{\hspace{2cm}} = \vec{MK}$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{AB} + \vec{NA} + \vec{BC} + \vec{CA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\vec{AB} - \vec{CB} - \vec{DC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. Написать векторные равенства, связывающие векторы.

4. Представить в виде суммы (разности) двух векторов векторы $\vec{AB}, \vec{CB}, \vec{AC}$.
5. Дан правильный шестиугольник ABCDEF. Обозначив $\vec{AB} = \vec{q}, \vec{BC} = \vec{p}$ выразить через них векторы $\vec{CD}, \vec{DE}, \vec{EF}, \vec{FA}, \vec{AC}, \vec{AD}$.

Задание для самостоятельного выполнения.

1. ABCDEF- правильный шестиугольник. $OA = \vec{a}$, $OB = \vec{b}$, где О - точка пересечения диагоналей. Выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ следующие векторы: ОС, ОД, ОЕ, ОF, АВ, ВС, ЕД, ЕС, СА, ДА.
2. Дан произвольный треугольник ABC, EF - средняя линия треугольника. Обозначив $AE = \vec{a}$, $AF = \vec{b}$, выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы АВ, ВС, АС.
3. ABCD - параллелограмм. О - точка пересечения AC и BD. Обозначить $AO = \vec{a}$, $BO = \vec{b}$. Выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы АВ, ВС, CD, ДА.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. – 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семина-

- ры, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
 7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Практическое занятие. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов.

Цель: сформировать основные представления о линейной зависимости векторов.

Знания и умения, приобретаемые обучающимся: Применение знаний о линейной зависимости векторов к использованию свойств линейной зависимости и независимости векторов.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение геометрических знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Изучить:

§ 1.3. ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЕКТОРОВ

1. Определение.
2. Свойства линейной зависимости векторов.
3. Теоремы о линейной зависимости векторов.

§ 1.4. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

1. Векторное пространство, векторное подпространство.
2. Координаты вектора.
3. Свойства координат вектора.

§ 1.5. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

1. Определения и свойства скалярного произведения.
2. Выражение скалярного произведения в координатах.
3. Длина вектора.

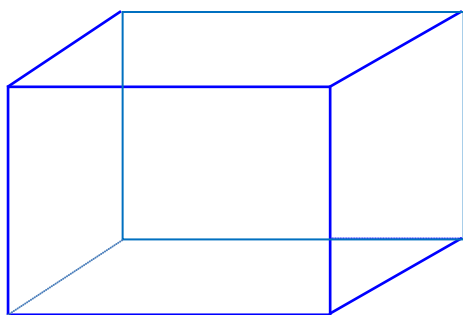
Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Линейная зависимость векторов (Определение и свойства).
2. Теоремы о линейной зависимости двух, трех, четырех векторов.
3. Векторное пространство.
4. Векторное подпространство.
5. Базис и размерность векторного пространства.
6. Базис и размерность векторного подпространства.
7. Примеры векторных подпространств.
8. Определение координат вектора. Свойства координат.
9. Скалярное произведение векторов.

Задачи:

1. Установить какие векторы линейно зависимы.



$\vec{AB}$ и $\vec{AD}$
 $\vec{AD}$ и $\vec{AM}$
 $\vec{AM}$ и $\vec{AA_1}$
 $\vec{AD}$, $\vec{AB}$, $\vec{AC}$
 $\vec{AD}$, $\vec{AB}$, $\vec{AA_1}$
 $\vec{AD}$, $\vec{AB}$, $\vec{BD}$
 $\vec{DC}$, $\vec{CC_1}$, $\vec{A_1D_1}$
 $\vec{DC}$, $\vec{D_1C_1}$, $\vec{AA_1}$

- В треугольнике ABC проведена медиана BK и средняя линия MN параллельная AC. Прямые MN и BK пересекаются в точке O. Найти координаты векторов CM, OB, KM, CB, NC, AN, принимая векторы OC и OM за базис $B(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- Дано: $\vec{a}(1, 2, -3)$, $\vec{b}(3, 0, 1)$, $\vec{c}(0, 2, -4)$. Найти координаты векторов $2\vec{a}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.
- Даны векторы $\vec{a}(3, -2)$, $\vec{b}(-2, 1)$, $\vec{c}(7, -4)$. Разложить вектор $\vec{c}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- Дано: $\varphi(\vec{a}, \vec{b}) = 2\pi/3$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Найти $\vec{a}\vec{b}$, $\vec{a}^2$, $\vec{b}^2$, $(\vec{a} + \vec{b})^2$.
- Дано: $\vec{a}(1, 5, 1)$, $\vec{b}(1, -5, 2)$, $\vec{c}(2, 1, \frac{3}{2})$. Вычислить их попарные скалярные произведения и по этим произведениям определить, какой будет угол: прямой, острый или тупой.
- Найти угол $\alpha = (\vec{a}, \vec{b})$, если: а) $\vec{a}(8, 4, 1)$, $\vec{b}(2, -2, 1)$.
б) $\vec{a}(2, 5, 4)$, $\vec{b}(6, 0, -3)$.
- В треугольнике ABC: AD - высота, AM - медиана, AB(5;2), BC(2;-4). Найти векторы AM и AD и их длины.

Задание для самостоятельного выполнения.

- В треугольнике ABC проведена медиана BK и средняя линия MN параллельная AC. Прямые MN и BK пересекаются в точке O. Найти координаты векторов CM, OB, KM, CB, NC, AN, принимая векторы KN и KC за базис $B(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- Дано: $\vec{a}(2, 3, -1)$, $\vec{b}(0, 1, 4)$, $\vec{c}(1, 0, 3)$. Найти координаты векторов: а) $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{c}$
б) $\vec{q} = \vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$
- В треугольнике ABC: BH - высота, BM - медиана, AB(4, 2, 5), AC(2; -2, 0). Найти координаты векторов BM и BH и их длины.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

- Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
- Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
- Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
- Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
- Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Практическое занятие. Аффинная система координат. Прямоугольная декартова система координат. Полярная система координат.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Изучить:

Глава 2. Аффинные и евклидовы пространства.

2.1. Системы координат.

1. Аффинная система координат на плоскости и в пространстве.

2. Прямоугольная декартова система координат. Расстояние между точками.

3. Полярная система координат. Другие системы координат.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Дайте определение аффинной системы координат на плоскости.

2. Дайте определение аффинной системы координат в пространстве.
3. Какой вектор называется радиус-вектором?
4. Дайте определение координат точки в аффинной системе координат.
5. Как найти координаты вектора, зная координаты его начала и конца?
6. Дайте определение прямоугольной декартовой системы координат в пространстве.
7. Как найти расстояние между точками в прямоугольной декартовой системе координат?
8. Дайте определение полярной системы координат.

Задачи:

1. В аффинной системе координат на плоскости построить точки $A(2,1)$, $B(-1,3)$, $C(4,0)$.
2. В аффинной системе координат в пространстве построить точки $A(2,1,3)$, $B(-2,-1,2)$, $C(3,0,1)$, $D(2,0,0)$.
3. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(2,3,1)$, $B(1,-1,4)$.
4. В прямоугольной декартовой системе координат найти координаты точек, симметричных точкам $A(2,-1,3)$, $B(1,-3,4)$, $C(2,0,-2)$ относительно:
 - а) оси OX ;
 - б) оси OY ;
 - в) начала координат.
5. Определить расстояние между точками $A_1(2,-1)$ и $A_2(1,2)$; $B_1(1,5)$ и $B_2(1,1)$.
6. Определить расстояние между точками $A_1(3,-2,-4)$ и $A_2(1,-1,3)$, $B_1(2,-1,5)$ и $B_2(1,1,1)$, $C_1(-3,1,5)$ и $C_2(1, 3,-2)$.
7. В полярной системе координат $O r \varphi$:

а) изобразить координатные линии $r = 1, r = 2, r = 3, \varphi = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{\pi}{2}$;

б) изобразить точки M_1, M_2 с полярными координатами

$$r_1 = 3, \varphi_1 = \frac{9\pi}{4}, r_2 = 3, \varphi = -\frac{7\pi}{4}.$$

Найти главные значения полярных углов этих точек;

в) найти прямоугольные координаты точек M_1, M_2 .

8. Даны полярные координаты $\varphi_A = \frac{\pi}{3}, r_A = 4$ и $\varphi_B = \frac{2\pi}{3}, r_B = 2$ точек A и B .

Найти: а) скалярное произведение $\langle \vec{OA}, \vec{OB} \rangle$;
б) длину отрезка AB .

9. На координатной плоскости Oxy отмечена точка $A(4, -3)$. Найти полярные координаты точки A' , образа точки A при повороте радиус-вектора $\vec{OA}$ на угол $\frac{\pi}{3}$ вокруг начала координат.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

4. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
5. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
6. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Практическое занятие. Преобразование аффинной системы координат. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

§ 2.2. Ориентация плоскости и пространства.

1. Условие компланарности 3-х векторов.
2. Матрица перехода от одного базиса к другому.
3. Ориентация плоскости и пространства.
4. Угол между векторами на ориентированной плоскости.

§ 2.3. Формулы преобразования координат точек.

§ 2.4. Преобразования прямоугольных систем координат на плоскости.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Формулы, выражающие связь полярной и прямоугольно-декартовой систем координат.
2. Формулы преобразования аффинной системы координат на плоскости и в пространстве.

3. Частные случаи преобразования аффинной системы координат на плоскости и в пространстве.
4. Формулы преобразования прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве.

Задачи:

1. Записать формулы преобразования аффинной системы координат, если заданы координаты нового центра и новых базисных векторов относительно старой системы координат:
 - а) $e_1'(4,3)$, $e_2'(0,5)$, $O'(3,-1)$.
 - б) $e_1'(4,-1)$, $e_2'(1,2)$, $O'(2,5)$.
 - в) $e_1'(-2,1)$, $e_2'(3,-2)$, $O'(1,2)$.
2. Пусть OAB - произвольный треугольник. Записать формулы преобразования при переходе от системы координат O , $e_1=OA$, $e_2=OB$ к следующей системе координат:
 - а) $O'=A$, $e_1'=AB$, $e_2'=AO$.
 - б) $O'=O$, $e_1'=OB$, $e_2'=OA$.
 - в) $O'=C$, $e_1'=CA$, $e_2'=CB$, где C - середина отрезка AB .
3. Записать формулы преобразования при переносе начала координат:
 - а) $O'(-1,2)$; б) $O'(2,-3)$; в) $O'(-2,4)$.
4. Написать формулы преобразования аффинной системы при повороте вокруг начала координат:
 - а) $e_1'(-3,3)$, $e_2'(1,2)$.
 - б) $e_1'(1,2)$, $e_2'(-1,-2)$.
 - в) $e_1'(2,-1)$, $e_2'(2,-2)$.
5. Написать формулы преобразования прямоугольной системы координат в каждом из следующих случаев:
 - а) $i'=\sqrt{2}/10i+\sqrt{2}/10j$, $O'(-3, \sqrt{2})$ системы координат имеют одну и ту же ориентацию.
 - б) $\angle(i,i')=30^\circ$, $O'(0, -2)$, системы имеют различные ориентации.
 - с) $\angle(i,i')=45^\circ$, $O'(0, 0)$, системы имеют одну и ту же ориентацию.
 - д) $i'=2/\sqrt{5}i-2/\sqrt{5}j$, $O'(2, -12)$ системы имеют различные ориентации.
6. В прямоугольной декартовой системе координат $R=(O,i,j)$ дано множество точек уравнением $5x^2+8xy+5y^2-9=0$. Найти уравнение того же множества в прямоугольной декартовой системе, которая получается из данной поворотом на: а) $+45^\circ$; б) $+30^\circ$.
7. В системе координат $g=(O, e_1, e_2)$ даны линии уравнениями: а) $x-2y+1=0$; б) $x+y=0$; с) $y-3=0$. Найти уравнения тех же линий в системе $R'=(O', e'_1, e'_2)$, если $O'(1,0)$, $e'_1(1,-3)$, $e'_2(4,4)$.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8.
Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 3. СМЕШАННОЕ И ВЕКТОРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ

Практическое занятие. *Смешанное и векторное произведения векторов.*

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

§ 2.5. Смешанное произведение векторов.

1. Определение смешанного произведения векторов.
2. Выражение смешанного произведения в координатах.
3. Свойства смешанного произведения векторов.
4. Объем тетраэдра.

§ 2.6. Векторное произведение векторов.

1. Определение векторного произведения векторов.
2. Связь векторного, смешанного и скалярного произведений векторов.
3. Выражение векторного произведения в координатах.
4. Свойства векторного произведения векторов.
5. Площадь треугольника.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Дайте определение смешанного произведения векторов.
2. Свойства смешанного произведения векторов.
3. Выражение смешанного произведения векторов в координатах.
4. Объем параллелепипеда.
5. Дайте определение векторного произведения векторов.
6. Теорема о связи смешанного, векторного и скалярного произведения векторов.
7. Свойства векторного произведения векторов.
8. Выражение векторного произведения векторов в координатах.
9. Площадь треугольника.

Задачи:

1. Пусть $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 3$. Вычислить: а) $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} + \vec{c})(\vec{c} + \vec{a})$; б) $\vec{a}\vec{b}(\vec{c} + 2\vec{a} - 3\vec{b})$
2. Найти $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ и определить ориентацию тройки векторов, если $\vec{a}(1; -1; 3)$, $\vec{b}(-2; 2; 1)$, $\vec{c}(3; -2; 5)$.
3. Вычислить объем тетраэдра, если вершины находятся в точках $A(2; -1; -1)$, $B(5; -1; 2)$, $C(3; 0; -3)$, $D(6; 0; -1)$.
4. Упростить: а) $[2\vec{a} - 3\vec{b}, 3\vec{a} - 4\vec{b}]$; б) $[\vec{a} - \vec{b}, \vec{a} + \vec{b}]$.
5. Определить координаты и длины векторов $[\vec{a}, \vec{c}]$; $[\vec{b}, \vec{d}]$; $[\vec{d}, \vec{a}]$, если $\vec{a}(0; 1; 0)$, $\vec{b}(2; -1; 3)$, $\vec{c}(0; 5; -2)$, $\vec{d}(1; 2; -3)$.
6. Найти $\sin(\vec{a}, \vec{b})$, если $\vec{a}(2; -2; 1)$, $\vec{b}(2; 3; 6)$.
7. Вычислить площадь треугольника ABC, если $A(1; 2; 0)$, $B(-3; -6; 4)$, $C(-2; 4; 1)$.

Задание для самостоятельного выполнения.

1. Найти $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]]$, если $\vec{a}(1; 0; 0)$, $\vec{b}(0; 3; 1)$, $\vec{c}(2; 0; 1)$.
2. Вычислить $[\vec{a}(\vec{b} + \vec{c} - \vec{a})]$.
3. Вычислить площадь треугольника ABC, если $A(4; 2; 3)$, $B(5; 7; 0)$, $C(2; 8; -1)$.
4. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ и определить ориентацию тройки векторов, если $\vec{a}(2; -3; 1)$, $\vec{b}(1; 2; 1)$, $\vec{c}(3; -1; 1)$.
5. В треугольной пирамиде ABCD векторы $\vec{AB}(1; -2; 0)$ и $\vec{AC}(1; 1; -1)$ определяют основание, а $\vec{AD}(2; -1; 4)$ направлен по боковому ребру. Найти объем пирамиды и площади всех граней.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 4. ПРЯМАЯ ЛИНИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Практическое занятие. Прямая линия на плоскости.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Глава 3. Прямая линия на плоскости.

§3.1. Уравнение прямой на плоскости.

1. Каноническое уравнение прямой.
2. Параметрическое уравнение прямой.
3. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Вектор нормали. Уравнение прямой, заданной точкой и вектором нормали
7. Общее уравнение прямой.

§ 3.2. Взаимное расположение двух прямых.

§ 3.3. Расстояние от точки до прямой.

§ 3.4. Угол между прямыми.

1. Угол и направленный угол между прямыми.
2. Нахождение угла между прямыми, заданными общими уравнениями.
3. Нахождение угла между прямыми, заданными уравнениями с угловым коэффициентом.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Различные способы задания уравнения прямой на плоскости (вывод каждой из формул).
2. Общее уравнение прямой на плоскости (теоремы с доказательством).
3. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
4. Расстояние от точки до прямой (вывод формулы - теорема).
5. Угол между прямыми.

Задачи:

1. Дана прямая $l: 3x - y - 5 = 0$. Найти координаты точек пересечения с осями координат и построить прямую в аффинной системе координат.
 2. Написать уравнения прямых, проходящих:
 - а) через точки $A(-1, 1)$ и $B(2, 5)$;
 - б) через начало координат и точку $A(3, 2)$;
 - в) через точку $A(2, -6)$ и параллельно вектору $\vec{p}(1, -1)$;
 - г) через точку $A(3, 5)$ и параллельно оси OX ;
 - д) через точку $A(1, -5)$ и параллельно прямой $x - 3y + 1 = 0$
 3. Задано общее уравнение прямой. Написать уравнение этой прямой в параметрическом виде:
 - а) $3x - y + 5 = 0$
 - б) $x + y - 3 = 0$
 4. Найти угловой коэффициент и отрезок, отсекаемый этой прямой на оси ординат:
 - а) $2x + y + 5 = 0$
 - б) $x - 3y + 6 = 0$
 5. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1, 4)$ и перпендикулярно вектору $\vec{n}(2, 1)$.
 6. Выяснить взаимное расположение прямых:
 - а) $x + y - 3 = 0$ и $2x - 2y - 6 = 0$
 - б) $x + 2y + 1 = 0$ и $x + 2y + 3 = 0$
 - в) $\frac{\sqrt{3}}{2}x - 3y + \sqrt{3} = 0$ и $x - 2\sqrt{3}y + 2 = 0$
 7. Написать уравнение окружности с центром в точке $C(6, -3)$ и касающуюся прямой $3x - 4y - 15 = 0$.
 8. Найти расстояние между параллельными прямыми $3x - y + 6 = 0$ и $6x - 2y - 1 = 0$.
 9. Написать уравнение множества точек, удаленных от прямой $3x - 2y + 4 = 0$ на 3 единицы.
 10. Найти ориентированный угол между прямыми $3x + y - 6 = 0$ и $2x - y + 5 = 0$.
- Составить уравнение катетов равнобедренного прямоугольного треугольника, зная уравнение гипотенузы $3x - y + 5 = 0$ и вершину прямого угла $C(4, -1)$.

Задание для самостоятельного выполнения.

1. Написать уравнения прямых, проходящих через вершины треугольника ABC , параллельно противоположной стороне, если $A(-1, 2)$, $B(0, 3)$, $C(1, 1)$.
2. Даны две вершины треугольника ABC : $A(-1, 5)$, $B(3, 2)$ и точка $H(5, -3)$ - точка пересечения его высот. Составить уравнения сторон треугольника.
3. Даны две вершины параллелограмма $A(1, -2)$ и $B(3, 2)$ и точка $P(1, 1)$ - точка пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон параллелограмма.

4. Показать, что прямые $2x-3y+5=0$ и $4x-6y-25=0$ параллельны и найти расстояние между ними.
5. Написать уравнения множества точек, удаленных от прямой $4x-3y=0$ на 4 единицы.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. – 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 5. УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОСТИ

Практическое занятие. Плоскости в пространстве.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Изучить:

Глава 4. Плоскости и прямые в пространстве.

§ 4.1. Плоскости в пространстве.

1. Уравнение плоскости, заданной точкой и направляющим подпространством.
2. Параметрическое уравнение плоскости.
3. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
4. Уравнение плоскости, заданной точкой и вектором нормали.
5. Уравнение плоскости в отрезках.
6. Общее уравнение плоскости.

§ 4.2. Взаимное расположение двух плоскостей.

§ 4.3. Метрические задачи теории плоскостей.

1. Расстояние от точки до плоскости.
2. Угол между плоскостями.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Различные способы задания уравнения плоскости (вывод каждой из формул).
2. Общее уравнение плоскости (теоремы с доказательством).
3. Расстояние от точки до плоскости (вывод).
4. Взаимное расположение двух плоскостей.
5. Взаимное расположение трех плоскостей.

Задачи:

1. *Найти уравнение плоскости:*

- а) проходящей через точку $A(2,0,3)$ и параллельной векторам $p_1(1,0,1)$ и $p_2(2,1,3)$;
- б) проходящей через точку $A(1,2,3)$ и параллельной векторам $p_1(1,2,2)$ и $p_2(4,1,1)$;
- в) проходящей через точки $M_1(-1,0,0)$ и $M_2(0,0,1)$ и параллельной вектору $p(1,2,2)$;
- г) проходящей через точки $M_1(1,2,3)$ и $M_2(2,-1,3)$ и параллельной вектору $p(2,1,2)$;
- д) проходящей через точки $A(1,2,3)$, $B(2,1,4)$, $C(0,-1,2)$;
- е) проходящей через точки $A(0,0,3)$, $B(1,1,2)$, $C(3,0,2)$.
- ж) проходящей через точку $M(2,3,-1)$ и перпендикулярной вектору $p(1,2,-4)$.
- з) проходящей через точку $M(2,-3,6)$ и перпендикулярной вектору $p(0,-2,3)$.

2. *Найти уравнения плоскостей:*

- а) проходящих через точку $A(1,2,-1)$ и параллельных каждой из координатных плоскостей;
- б) проходящих через точки $M_1(1,2,-4)$, $M_2(2,0,-3)$ и параллельных каждой из координатных осей;
- в) проходящих через точку $M(2,1,-5)$ и через каждую из координатных осей.

3. *В каждом из следующих случаев написать уравнение плоскости в «отрезках»:* а) $2x-y+3z+2=0$; б) $x-2y+4z+4=0$ в) $5x+2y+5z-10=0$

4. Даны вершины тетраэдра $A(4,0,2)$, $B(0,5,1)$, $C(4,-1,3)$ и $D(3,-1,5)$. Написать уравнение плоскостей, проходящих через каждую из вершин, параллельно противоположной грани.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1,-1,3)$, $B(1,2,4)$ и перпендикулярной плоскости: а) $2x-y+3z-1=0$; б) $x+2y+z=0$.

6. Составить уравнение касательной плоскости к сфере:

- а) $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=24$ в точке $M(0,1,3)$
- б) $(x)^2+(y)^2+(z+1)^2=49$ в точке $M(2,-3,6)$.

7. Найти расстояние от точки до плоскости в каждом из следующих случаев:
 а) $M(1, -2, 2)$, $2x + y + 2z - 7 = 0$; б) $M(3, 0, 4)$, $2x + 3y + 8 = 0$;
 в) $M(-1, 2, \sqrt{2})$, $5x - 3y + \sqrt{2}z = 0$.
8. Вычислить расстояние между следующими параллельными плоскостями:
 а) $x - 2y + 2z - 6 = 0$, $x - 2y + 2z + 18 = 0$; б) $x - 2y + 5z + 27 = 0$, $x - 2y + 5z - 54 = 0$
 в) $2x - 3y + 6z - 14 = 0$, $4x - 6y + 12z - 21 = 0$.
9. На каждой из осей найти точку, равноудаленную от точки $M(1, 1, 1)$ и от плоскости $2x - 2y + z - 12 = 0$.
10. Установить расположение плоскости $2x - 2y - z + 9 = 0$ относительно сферы:
 а) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$ б) $(x+2)^2 + (y)^2 + (z-3)^2 = 9$
 в) $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математи-

ке on-line).

7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 6. УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Тема 7. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПЛОСКОСТЕЙ И ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ

Практическое занятие. Уравнение прямой в пространстве.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

§ 4.4. Уравнение прямой в пространстве.

1. Каноническое уравнение прямой.
2. Уравнение прямой, заданной двумя точками.
3. Уравнение прямой, заданной двумя плоскостями.
4. Параметрическое уравнение прямой.

§ 4.5. Взаимное расположение прямых в пространстве.

§ 4.6. Взаимное расположение прямой и плоскости.

§ 4.7. Угол между прямыми в пространстве.

§ 4.8. Угол между прямой и плоскостью

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Различные способы задания уравнения прямой в пространстве.
2. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
3. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Задачи:

1. Составить уравнение прямой:

а) проходящей через точки $M(2, -3, 1/2)$ и $K(3, 5, 3/2)$;

б) проходящей через точки $A(1, -3, 4)$ и $B(3, -1, 2)$;

в) проходящей через точку $A(2, 1, -3)$ и параллельно вектору $p(1, -3, 2)$;

г) проходящей через точку $A(1, 2, -1)$ и параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{3}$;

д) образованной пересечением плоскости $x+3y-z+1=0$ с плоскостью, проходящей через точки $A(2, 0, 3)$, $B(1, 1, 1)$, $C(2, 4, -3)$. Записать эти уравнения в каноническом и параметрическом виде;

е) образованной пересечением плоскости $x+3y-z+1=0$ с координатными плоскостями. Записать эти уравнения в каноническом и параметрическом виде.

2. Через точку $M(1, -3, 4)$ провести прямую, параллельную прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$.

3. Установить взаимное расположение:

а) двух прямых l : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ и t : $\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$

б) прямой $l: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскости $\pi: 2x-y+z+1=0$.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую

$t: \frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{2}$ и параллельно прямой $l: \begin{cases} x-y+z-3=0 \\ x+2y-3z+5=0 \end{cases}$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2,3,-1)$ параллельно прямой $l: \begin{cases} x+y-3z-1=0 \\ 2x-y-9z-2=0 \end{cases}$ и перпендикулярно плоскости $\pi: 2x-2y+3z-4=0$

6. Даны две прямые $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{2}$; $z-1=0$. Доказать, что они скрещиваются и написать уравнения плоскостей, проходящих через каждую из них, параллельно другой прямой.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. - 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.

5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 8. ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Практическое занятие. *Линии второго порядка.*

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Глава 5. Линии второго порядка.

§ 5.1 Эллипс.

1. Определение и каноническое уравнение.
2. Исследование форм эллипса.
3. Эксцентриситет и директрисы.

§ 5.2. Гипербола.

1. Определение и каноническое уравнение.
2. Исследование форм гиперболы.
3. Равносторонние гиперболы.
4. Сопряженные гиперболы.
5. Эксцентриситет и директрисы гиперболы.

§ 5.3. Парабола.

1. Определение и каноническое уравнение.
2. Исследование форм параболы.

§ 5.4. Фокально-директориальное свойство эллипса, гиперболы, параболы.

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Определение и каноническое уравнение эллипса (вывод).
2. Свойства эллипса.
3. Определение и каноническое уравнение гиперболы (вывод).
4. Свойства гиперболы.
5. Определение и каноническое уравнение параболы (вывод).
6. Свойства параболы.

Задачи:

1. Найти уравнение множества точек, для каждой из которых сумма расстояний до двух данных точек $F_1(4,0)$ и $F_2(-4,0)$ равна 10.
2. Эллипс задан каноническим уравнением $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Найти фокусы, эксцентриситет, директрисы. Построить эллипс.
3. Составить уравнения эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная что:

- а) его полуоси равны 5 и 2.
 б) его малая ось равна 24, а расстояние между фокусами равно 10.
 в) его большая ось равна 20, а эксцентриситет равен $\frac{3}{5}$.
4. Составить уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси ординат, симметрично относительно начала координат, зная что:
 а) его полуоси равны 7 и 2.
 б) его большая ось равна 10, а расстояние между фокусами равно 8. Построить его.
5. Составить уравнение множества точек, для каждой из которых модуль разности расстояний до двух данных точек $F_1(5,0)$ и $F_2(-5,0)$ равно 6. Найти эксцентриситет, асимптоты, директрисы. Построить линию.
6. Составить уравнение гиперболы, сопряженной данной в задаче 5. Найти ее фокусы, эксцентриситет, асимптоты, директрисы и построить ее.
7. Составить уравнение гиперболы с действительной осью OX , если:
 а) ее действительная ось равна 10, а мнимая 8.
 б) расстояние между фокусами равно 10, а мнимая ось равна 8.
 в) расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен $\frac{3}{2}$.
8. Найти фокальный параметр параболы, фокус, директрису и построить параболу:
 а) $y^2=6x$; б) $x^2=10y$; в) $y^2=-4x$; г) $x^2=-2y$.
9. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная что парабола симметрична относительно оси OX и проходит через точку $B(-1,5)$.

Задание для самостоятельного выполнения.

1. Составить уравнения эллипса, фокусы которого лежат на оси абсцисс, симметрично относительно начала координат, зная что:
 а) его полуоси равны 7 и 3.
 б) его большая ось равна 25, а расстояние между фокусами равно 8.
 в) расстояние между фокусами равно 24, а эксцентриситет равен $\frac{12}{13}$.
2. Построить эллипс $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$. Найти его фокусы, директрисы, эксцентриситет.
3. Составить уравнение гиперболы с действительной осью OX , если:
 а) ее действительная ось равна 7, а мнимая 4.
 б) расстояние между директрисами равно $22\frac{2}{13}$, а между фокусами равно 26.
 в) действительная ось равна 16, а эксцентриситет равен $\frac{5}{4}$. Составить уравнение сопряженной ей гиперболы. Найти ее фокусы, эксцентриситет, асимптоты, директрисы и построить ее.
4. Найти фокальный параметр параболы, фокус, директрису и построить параболу:
 а) $y^2=8x$; б) $x^2=4y$; в) $y^2=-16x$; г) $x^2=-6y$.
5. Составить уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, зная что парабола симметрична относительно оси OY и проходит через точку $M(1,1)$

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8.
Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. – 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Методическая литература:

1. Хлопонина Э.П. **Электронное учебное пособие «Линии и поверхности второго порядка»** / ГОУ ВПО Ставропольский государственный университет.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Практическое занятие. Приведение общего уравнения линий второго порядка к каноническому виду.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

§ 5.5. Приведение общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду

1. Общее уравнение линии второго порядка.
2. Приведение уравнения к виду, не содержащему произведения координат.
3. Упрощение уравнения путем переноса начала координат.

Пример. Привести к каноническому виду уравнение

$$5x^2 + 8xy + 5y^2 - 9 = 0.$$

Построить линию и записать формулы преобразования координат точек.

Решение. Так как в заданном уравнении коэффициент $a_{12}=4$, т.е. не равен 0, то применяем преобразование поворота системы координат.

1. Выпишем коэффициенты уравнения и найдем инварианты I_1 и I_2 :

$$a_{11}=5, a_{12}=4, a_{22}=5, a_{10}=0, a_{20}=0, a_{00}=9, I_1=a_{11}+a_{22}=10, I_2=9.$$

2. Составим характеристическое уравнение и найдём его корни:

$$\lambda^2 - I_1\lambda + I_2 = 0, \lambda^2 - 10\lambda + 9 = 0. \text{ Отсюда } \lambda_1=1, \lambda_2=9.$$

3. Найдём направление новых осей координат:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} = \frac{1-5}{4} = -1 \Rightarrow \alpha = -45^\circ, \sin \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\vec{i}'(\cos \alpha, \sin \alpha) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \vec{p}'(1, -1) \text{ определяет направление оси } Ox'.$$

$$\vec{j}'(\sin \alpha, \cos \alpha) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \vec{g}'(-1, 1) \text{ определяет направление оси } Oy'.$$

4. Найдём новые коэффициенты a_{10}' и a_{20}' по формулам из (4):

$$a_{10}' = a_{10} \cos \alpha + a_{20} \sin \alpha,$$

$$a_{20}' = -a_{10} \sin \alpha + a_{20} \cos \alpha,$$

$$a_{10}' = 0, \quad a_{20}' = 0.$$

5. Запишем уравнение линии в новой системе координат:

$$\lambda_1(x')^2 + \lambda_2(y')^2 + 2a_{10}'x' + 2a_{20}'y' + a_{00} = 0$$

$$\frac{(x')^2}{9} + \frac{(y')^2}{1} = 1. \text{ Получили уравнение эллипса, полуоси которого, } a=3, b=1.$$

6. Построим линию.

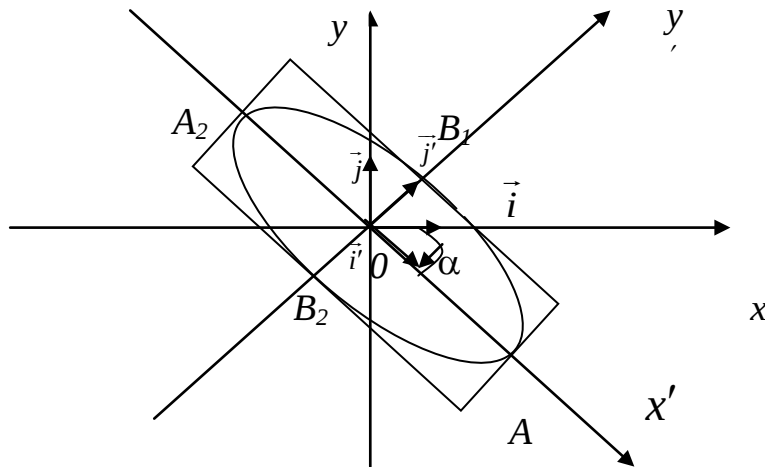


Рис.1. Эллипс, заданный уравнением.

7. Запишем формулы преобразования координат точек в виде (2):

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} x' + \frac{\sqrt{2}}{2} y', \quad y = -\frac{\sqrt{2}}{2} x' + \frac{\sqrt{2}}{2} y'.$$

Пример. Привести к простейшему виду, записать формулы преобразования координат точек и построить линию, заданную уравнением $2x^2 - 8x + 4y + 12 = 0$.

Решение. Так как $a_{12}=0$, то применим преобразование параллельного переноса осей координат.

Дополним до полного квадрата слагаемые с переменной x :

$$2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 4y + 12 = 0,$$

$$2(x-2)^2 - 8 + 4y + 12 = 0,$$

$$2(x-2)^2 + 4(y+1) = 0,$$

введем новые переменные:

$$\bar{x} = x-2, \quad \bar{y} = y+1. \Rightarrow x = \bar{x} + 2, y = \bar{y} - 1 \Rightarrow \bar{O} = (2, -1).$$

Уравнение линии примет вид:

$$\bar{x}^2 = -2\bar{y}.$$

Получили уравнение параболы, параметр которой $p=1$, $\bar{y} \leq 0$,

$$F(0, -\frac{1}{2}), D(0, \frac{1}{2}).$$

Точки F и D заданы относительно новой системы координат $\overline{Ox}\overline{y}$.

Построим линию.

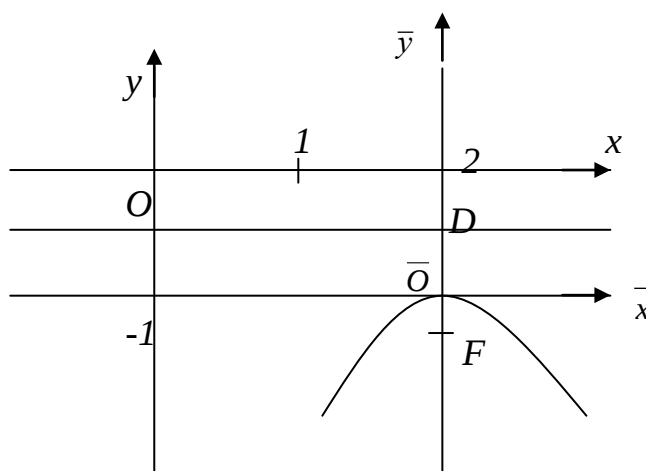


Рис.2.Парабола, заданная уравнением

Задачи:

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Общее уравнение линий второго порядка.
2. Приведение общего уравнения линий второго порядка к каноническому виду.
3. Классификация линий второго порядка.

Задачи:

1. Привести общее уравнение линии второго порядка к каноническому виду:

а) путем поворота системы координат.

1. $9x^2 - 6xy + y^2 - 3\sqrt{10}x - 9\sqrt{10}y - 90 = 0$
2. $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 9 = 0$
3. $2x^2 + 12xy - 7y^2 + 20 = 0$
4. $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x + 30y = 0$
5. $4x^2 - 4xy + y^2 - 15 = 0$
6. $x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 2y = 0$

б) путем переноса начала координат.

1. $2x^2 - 3y^2 + 4x + 12y - 16 = 0$
2. $3x^2 - 6x - 5y + 13 = 0$
3. $4x^2 - 24x + 27 = 0$
4. $2x^2 - 8x + 4y + 9 = 0$
5. $x^2 + 6y^2 - 6x + 12y + 13 = 0$

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8.

Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>

4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. – 304 с.

Дополнительная литература:

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Методическая литература:

1. Хлопонина Э.П. **Электронное учебное пособие «Линии и поверхности второго порядка»** / ГОУ ВПО Ставропольский государственный университет.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

Тема 9. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Практическое занятие. Поверхности второго порядка.

Цель: сформировать основные представления о векторе, их геометрическом изображении.

Знания и умения, приобретаемые обучающимися: конструктивные определения операций над векторами. Уметь выполнять построения суммы, разности векторов; вектора, равного произведению данного вектора на действительное число.

Актуальность темы: необходимость ознакомиться с основными понятиями и определениями; приобретение начальных знаний и умений по дисциплине.

Теоретическая часть:

Изучить:

Глава 6. Поверхности второго порядка.

§ 6.1. Поверхности второго порядка. Метод сечений.

§ 6.2. Цилиндрические поверхности.

§ 6.3. Конические поверхности,

§ 6.4. Эллипсоид.

§ 6.5. Гиперболоиды

1. Однополостный гиперболоид.

2. Двуполостный гиперболоид.

§ 6.6. Параболоиды.

1. Эллиптический параболоид.

2. Гиперболический параболоид.

§ 6.7. Классификация поверхностей второго порядка

Вопросы и задания:

Вопросы для обсуждения:

1. Определение поверхностей второго порядка.
2. Метод сечений.
3. Определение поверхности вращения.
4. Цилиндрические поверхности.
5. Классификация цилиндрических поверхностей.
6. Конические поверхности.
7. Эллипсоид.
8. Однополостный гиперболоид.
9. Двуполостный гиперболоид.
10. Эллиптический параболоид.
11. Гиперболический параболоид.
12. Классификация поверхностей второго порядка.

Задачи:

1. Составить уравнение цилиндрической поверхности:

а) ось которой совпадает с осью OZ, а направляющей служит линия

$$\gamma: \begin{cases} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1 \\ z = 0 \end{cases}$$

б) образующая параллельна оси OY, а направляющей служит линия

$$\gamma: \begin{cases} \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

2. Написать уравнение конической поверхности с вершиной в начале координат и направ-

ляющей: а) $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ z = 5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{16} = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

3. Составить уравнение круглого конуса, вершина которого лежит в начале координат, OZ - является его осью, точка M(3,-4,7) лежит на его поверхности.
4. Исследовать методом сечения координатными плоскостями и построить следующие поверхности:

а) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{4} = 1$

б) $x^2 - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$

в) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = -1$

г) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 2z$

д) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 2z$

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

Основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: Наука, 2010.
3. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8.
Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2012. - 320 с.
5. Привалов И.И. Аналитическая геометрия. Издательство Лань, 2014. – 304 с.

Дополнительная литература:

4. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Электрон.текстовые данные. - Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. - 180 с. - ISBN 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
5. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>.
6. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. - Электрон.текстовые данные. - Саратов: Научная книга, 2012. - 159 с. - 2227-8397. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Методическая литература:

1. Хлопонина Э.П. Электронное учебное пособие «Линии и поверхности второго порядка» / ГОУ ВПО Ставропольский государственный университет.

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «**Аналитическая геометрия**»
для студентов направления подготовки
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»
направленность (профиль)
«**Анализ данных и искусственный интеллект**»

Введение

Место дисциплины: дисциплина изучается в 1,2 семестрах

Целью самостоятельной работы обучающихся является формирование соответствующей общепрофессиональной компетенции (ОПК-1) будущего бакалавра по направлению подготовки 02.03.01 – Математика и компьютерные науки путем освоения теоретических геометрических знаний и методов решения геометрических задач для применения в области математики, информатики и компьютерных технологий.

Задачи освоения дисциплины:

- формирование научного мировоззрения;
- понимание и восприятие основных понятий геометрии;
- формирование математической культуры студентов: умения логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения практических задач;
- освоение основ современного математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач, связанных с применением геометрических методов в прикладной математике и других дисциплинах естественнонаучного содержания;
- создание условий для развития профессионального творчества и опыта самостоятельной деятельности по усвоению содержания геометрического образования.

Общая характеристика самостоятельной работы

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студента).

Самостоятельная работа студента является важным видом учебной и научной деятельности студента. Федеральным государственным образовательным стандартом предусматривается значительный объем времени из общей трудоемкости дисциплины на самостоятельную работу. В связи с этим, обучение включает в себя две, практически одинаковые по объему и взаимовлиянию части – процесса обучения и процесса самообучения. Поэтому самостоятельная работа должна стать эффективной и целенаправленной работой студента.

Концепцией модернизации российского образования определены основные задачи профессионального образования – подготовка квалифицированного работника соответствующего уровня и профиля, конкурентоспособного на рынке труда, компетентного, ответственного, свободно владеющего своей профессией и ориентированного в смежных областях деятельности, способного к эффективной работе по специальности на уровне мировых стандартов, готового к постоянному профессиональному росту, социальной и профессиональной мобильности.

Решение этих задач невозможно без повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, за стимулирование профессионального роста студентов, воспитание творческой активности и инициативы.

Самостоятельная работа студента предполагает, прежде всего, его научно-исследовательскую и практическую деятельность, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят к самостоятельному выполнению профессиональных задач. Конечной целью самостоятельной работы является организация самостоятельной познавательной деятельности, формирование умения самостоятельно анализировать информацию, выделять главное и второстепенное.

Основными формами самостоятельной работы студентов по дисциплине «**Аналитическая геометрия**» является подготовка к практическим занятиям, написание контрольных работ, подготовка к экзамену.

В результате изучения дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции (в соответствии с образовательным стандартом):

ОПК-1 – готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия и специально-математические знания - совокупность частных теорий, законов, правил, положений, определяющих, статическое состояние геометрической и графической науки.

Получить методологические знания - совокупность принципов, методов, средств, приемов, позволяющих структурировать первую группу и получать новые знания.

Уметь: применять алгебраические методы для решения геометрических задач; применять алгебраические и геометрические методы для решения прикладных задач, а так же производить оценку качества полученных решений; анализировать ситуации и делать выводы; ставить новые вопросы и видеть проблемы в традиционных ситуациях; владеть основными методиками решения учебно-исследовательских задач; вести поиск альтернативных средств и способов решения; абстрагировать содержание и выделять существенное; стимулировать фантазию; систематизировать результаты наблюдений и экспериментов; планировать самостоятельную работу; осуществлять самоконтроль за работой, объективно оценивать ее результат; демонстрировать способность к абстракции, в том числе умение логически развивать отдельные формальные теории и устанавливать связь между ними.

Владеть: Методами аналитической геометрии.

Общая характеристика самостоятельной работы обучающегося при изучении дисциплины «Аналитическая геометрия»

Самостоятельная работа проводится в виде выполнения двух аудиторных контрольных работ по темам дисциплины «**Аналитическая геометрия**» и подготовки к экзамену в 1 семестре. Основной целью этих видов самостоятельной работы является улучшение профессиональной подготовки бакалавров высшей квалификации, направленное на формирование действенной системы фундаментальных и профессиональных знаний, умений и навыков, которые они могли бы свободно и самостоятельно применять в практической деятельности.

Цели самостоятельной работы:

- научить студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.
- закрепление, расширение и углубление знаний, умений и навыков, полученных студентами на аудиторных занятиях под руководством преподавателей;
- изучение студентами дополнительных материалов по изучаемым дисциплинам и умение выбирать необходимый материал из различных источников; воспитание у студентов самостоятельности, организованности, самодисциплины, творческой активности, потребности развития познавательных способностей и упорства в достижении поставленных целей.

Предлагаемый подход к освоению материала усиливает мотивацию к аудиторной и внеаудиторной активности, что обеспечивает необходимый уровень знаний по изучаемым дисциплинам и позволяет повысить готовность студентов к сдаче экзаменов.

Приступая к изучению учебной дисциплины «**Аналитическая геометрия**», обучающиеся должны познакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке, получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Принимать активное участие в обсуждении учебных вопросов, касающихся содержания темы занятия. В ходе своего выступления использовать технические средства обучения, доску и мел. С целью более глубокого усвоения изучаемого материала задавать вопросы преподавателю. После подведения итогов семинара устранить недостатки, отмеченные преподавателем. При подготовке к экзамену (в конце 1 семестра) повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на экзамен и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

В ходе организации самостоятельной работы **решаются следующие задачи:**

- углублять и расширять их профессиональные знания;
- формировать у них интерес к учебно-познавательной деятельности;

- развивать у бакалавров самостоятельность, активность, ответственность;
- развивать познавательные способности специалистов.

Учебный процесс в высшем учебном заведении в значительной степени строится на самостоятельной работе студентов, без которой трудно в полной мере овладеть сложным программным материалом и научиться в дальнейшем постоянно совершенствовать приобретенные знания и умения. Самостоятельная работа является внеаудиторной и предназначена для самостоятельного ознакомления студента с определенными разделами дисциплины **«Аналитическая геометрия»** по рекомендованным преподавателем материалам и подготовки к выполнению индивидуальных заданий.

Контрольные точки и виды отчетности по ним

Подготовка к написанию студентом контрольных работ осуществляется на **практических занятиях**. Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка. После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

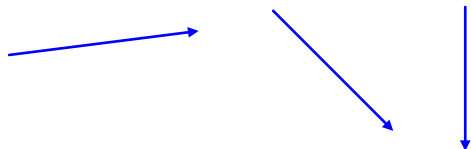
Консультации. Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него

разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Типовые варианты контрольной работы № 1

Вариант 1

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ заданы своими направленными отрезками.



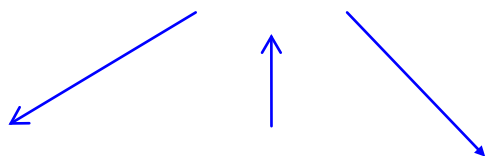
Построить:

- $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу треугольника)
- $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу параллелограмма)
- $\vec{a} - \vec{b}$ (первый способ)
- $\vec{a} - \vec{c}$ (второй способ)
- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 0,5\vec{c}$

- В треугольнике ABC проведена медиана BK и средняя линия MN параллельная AC. Прямые MN и BK пересекаются в точке O. Найти координаты векторов MK, BC, принимая векторы OC и OM за базис $B(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- Даны векторы $\vec{a}(3, -2), \vec{b}(-2, 1), \vec{c}(7, -4)$. Разложить вектор $\vec{c}$ по векторам $\vec{b}$ и $\vec{a}$.
- В треугольнике ABC: AD - высота, AM - медиана, $AB(-5; 2), BC(3; -4)$. Найти векторы AM и AD и их длины.
- В аффинной системе координат в пространстве построить точку $B(-2, -1, 4)$.
- В полярной системе координат построить точку $M(3; -\pi/3)$.
- Найти $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]]$, если $\vec{a}(1; 2; 1), \vec{b}(1; 3; 1), \vec{c}(2; 1; 1)$.
- Определить расстояние между точками $B_1(2, -1, 5)$ и $B_2(1, 1, 1)$.
- Пусть OAB - произвольный треугольник. Записать формулы преобразования при переходе от системы координат $O, e_1=OB, e_2=OA$ к следующей системе координат: $O'=C, e_1'=CA, e_2'=CB$, где C - середина отрезка AB.

Вариант 2

1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ заданы своими направленными отрезками.



Построить:

- $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу треугольника)
- $\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу параллелограмма)
- $\vec{a} - \vec{b}$ (первый способ)
- $\vec{a} - \vec{c}$ (второй способ)
- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 0,5\vec{c}$

- В треугольнике ABC проведена медиана BK и средняя линия MN параллельная AC. Прямые MN и BK пересекаются в точке O. Найти координаты векторов CN, NA, принимая векторы OC и OM за базис $B(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
- Даны векторы $\vec{a}(3, -2), \vec{b}(-2, 1), \vec{c}(7, -4)$. Разложить вектор $\vec{b}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{c}$.
- В треугольнике ABC: AD - высота, AM - медиана, $AB(3; 5), BC(-3; -7)$. Найти векторы AM и AD и их длины.
- В аффинной системе координат в пространстве построить точку $C(-3, 4, 1)$.
- В полярной системе координат построить точку $M(2; -\pi/6)$.
- Найти $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]]$, если $\vec{a}(1; -2; 3), \vec{b}(1; 3; 1), \vec{c}(2; 2; 1)$.
- Определить расстояние между точками $C_1(-3, -2, -4)$ и $C_2(1, 1, 3)$.

9. Пусть OAB - произвольный треугольник. Записать формулы преобразования при переходе от системы координат $O, e_1 = OA, e_2 = OB$ к следующей системе координат: $O' = C, e_1' = CA, e_2' = CB$, где C - середина отрезка AB .

Типовые варианты контрольной работы № 2

Вариант 1

1. Составить уравнение плоскости, проходящей: а) через точку $A(2,1,3)$ и параллельной векторам $\vec{p}_1(1,0,1)$ и $\vec{p}_2(2,-1,0)$; б) через точки $A(1,2,3), B(2,1,-1), C(2,-1,2)$; в) через ось OX и параллельной вектору $\vec{a}(1,2,2)$; г) через точку $A(2,3,-1)$ и ось OY ; д) через точку $B(1,1,2)$ и параллельно плоскости XOZ ; е) через точку $A(2,-3,6)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(2,-2,3)$.
2. На оси OX найти точку, равноудаленную от точки $M(1,1,1)$ и от плоскости $x-2y+z-4=0$.
3. Составить уравнение прямой: а) проходящей через точки $M(2,-3,1/2)$ и $K(3,5,3/2)$; б) проходящей через $A(2,1,-3)$ и параллельно вектору $\vec{p}(1,-3,2)$ (в параметрическом и каноническом видах); в) образованной пересечением плоскости $2x+3y-2z+1=0$ с плоскостью, проходящей через точки $A(1,0,3), B(1,1,1), C(2,2,-3)$; г) проходящей через точку $A(-1,2,-2)$ и параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+3}{3}$;

4. Установить взаимное расположение:

а) двух прямых l :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \text{ и } t: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{3}$$

б) прямой l :
$$\begin{cases} x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - 3z + 5 = 0 \end{cases} \text{ и плоскости } \pi: 2x - y + z + 1 = 0.$$

5. Составить уравнение цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с осью OZ ,

а направляющей служит линия γ :
$$\begin{cases} \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1 \\ z = 0 \end{cases}.$$
 Построить поверхность.

6. Исследовать методом сечения и построить поверхность $x^2 - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$.

Вариант 2

1. Составить уравнение плоскости, проходящей: а) через $A(-2,2,3)$ и параллельной векторам $\vec{p}_1(1,2,1)$ и $\vec{p}_2(2,-1,1)$; б) через точки $M(1,2,3), K(2,1,-1), P(2,-1,2)$; в) через ось OY и параллельной вектору $\vec{a}(2,3,2)$; г) через точку $A(-2,3,1)$ и ось OZ ; д) через точку $B(3,-1,2)$ и параллельно плоскости YOZ ; е) через точку $A(2,-3,2)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(3,-2,4)$.
2. На оси OY найти точку, равноудаленную от точки $M(1,1,1)$ и от плоскости $2x-2y+z-1=0$.
3. Составить уравнение прямой: а) проходящей через точки $A(1,-3,4)$ и $B(3,-1,2)$; б) проходящей через $A(1,1,3)$ и параллельно вектору $\vec{p}(1,3,-2)$ (в параметрическом и каноническом видах); в) образованной пересечением плоскости $x+y-2z+3=0$ с плоско-

стью, проходящей через точки $A(-1,1,3)$, $B(1,1,1)$, $C(2,0,-3)$; г) проходящей через точку $M(1,2,-3)$ параллельно прямой l :
$$\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}.$$

4. Установить взаимное расположение:

а) двух прямых l : $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{3}$ и t :
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

б) прямой l : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ и плоскости π : $2x - y + z + 1 = 0$.

5. Написать уравнение конической поверхности с вершиной в начале координат и

направляющей γ :
$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ z = 5 \end{cases}.$$
 Построить поверхность.

6. Исследовать методом сечения и построить поверхность $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = -1$.

Методические рекомендации по изучению теоретического материала

Как уже отмечалось, самостоятельная работа по изучению теоретического материала (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать».

- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).

- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

- Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

- Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

• Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

• «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

• Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

1. **Информационно-поисковый** (задача – найти, выделить искомую информацию)
2. **Усваивающая** (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
3. **Аналитико-критическая** (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
4. **Творческая** (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

1. **Библиографическое** – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
2. **Просмотровое** – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
3. **Ознакомительное** – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
4. **Изучающее** – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
5. **Аналитико-критическое и творческое чтение** – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает

направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Методические указания по видам работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины

Проверка знаний материала лекционных и практических занятий проводится в виде экзамена (по всем темам). Предполагается, что отдельные вопросы тем дисциплины изучаются студентами самостоятельно. Знания указанных вопросов проверяется наличием конспектов и собеседованием. Ниже приведены вопросы для собеседования по всем темам дисциплины «Аналитическая геометрия». Ответы на теоретические вопросы в рамках каждого практического занятия (собеседование) показывают умения и навыки студентов анализировать теоретический материал и готовность к применению теоретических знаний в практической деятельности.

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции:

ОПК-1- Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.

Данное оценочное мероприятие проводится на каждом практическом занятии на основании материалов и знаний, полученных на лекциях, а также при изучении основной и дополнительной литературы.

При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования материалами лекций, основной и дополнительной литературы, а также интернет-ресурсов.

При проверке задания оцениваются:

- правильность ответов;
- чёткое знание терминологии;
- умение грамотно, четко и последовательно излагать материал;
- использование дополнительной литературы при подготовке;
- умение анализировать теоретический материал и сопоставлять его с практикой;
- умение приводить конкретные примеры.

В процессе самостоятельного изучения отдельных вопросов тем дисциплины рекомендуется работа с литературой, перечень которой приведен в конце методических указаний. При подготовке к собеседованию предлагается следующая литература.

Рекомендации по работе с литературой при организации СРС

п/п	Темы для самостоятельного изучения	Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
		Основная	Дополнительная	Методическая	Интернет-ресурсы
1	Различные системы координат	2	3	-	2

2	Линии на плоскости.	2	3	-	1
3	Овальные кривые второго порядка	1,2	1	1	4,5
4	Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка	1	1,2	1,2	3

Вопросы для собеседования

1. Полярная система координат. Формулы, выражающие связь полярной и прямоугольно-декартовой систем координат.
2. Сферическая и цилиндрическая системы координат.
3. Приведение общего уравнения линий второго порядка к каноническому виду путем поворота системы координат.
4. Приведение общего уравнения линий второго порядка к каноническому виду путем переноса системы координат.
5. Привести общее уравнение линии второго порядка к каноническому виду:
 $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 9 = 0$
 $2x^2 + 12xy - 7y^2 + 20 = 0$
 $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x + 30y = 0$
 $4x^2 - 4xy + y^2 - 15 = 0$
 $x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 2\sqrt{3}x + 2y = 0$

Методические указания по подготовке к экзамену

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к экзамену:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими рискованно. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательные аргументированные точки зрения.

Критерии оценивания компетенций

Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой дисциплины. При проверке усвоения этого материала производится выявление полноты, прочности усвоения студентами теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.

При оценке в первую очередь учитываются показанные студентами знания и умения (их полноту, глубину, прочность, использование). Оценка также зависит от наличия и характера погрешностей. Среди погрешностей выделяют ошибки и недочеты. Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что студент не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе.

К недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или о отсутствии знаний не считающихся основными в соответствии с программой. Недочетами также являются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного студентом задания или способа его выполнения, неаккуратная запись, небрежное выполнение чертежа, графика.

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а устное изложение и письменная запись ответа математически грамотна и отличается последовательностью и аккуратностью.

Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

Оценка на экзамене выставляется в соответствии с соответствующим критерием.

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, если студент

- имеет глубокие и всесторонние знания фундаментальных и специальных разделов аналитической геометрии, позволяющие эффективно решать разнообразные профессиональные задачи с использованием соответствующего математического аппарата;

- умеет применять фундаментальные методы аналитической геометрии для решения задач в профессиональной сфере, в том числе в области компьютерных наук; умеет использовать на высоком уровне методы анализа и синтеза для решения творческих логических задач прикладного значения;
- уверенно владеет проблемно-задачной формой представления логических знаний; навыками решения творческих и нестандартных задач аналитической геометрии; навыками использования на высоком уровне современных образовательных и информационных технологий в области изучения аналитической геометрии.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если студент

- показывает наличие твердых знаний фундаментальных разделов аналитической геометрии при недостаточно уверенном владении некоторыми понятиями и категориями;
- умеет решать базовые задачи аналитической геометрии, но при этом допускает нарушение последовательности действий и недостаточно полно использует понятия, свойства и определения;
- владеет проблемно-задачной формой представления базовых знаний аналитической геометрии и навыками решения основных типов задач; на достаточном уровне владеет навыками использования современных образовательных и информационных технологий в области изучения аналитической геометрии.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если студент

- в основном предмет знает, однако знания имеют разрозненный, поверхностный и не систематизированный характер;
- имеет основные умения, однако допускает отдельные ошибки и погрешности при решении практических задач и применении соответствующих теоретических положений на практике;
- в основном владеет проблемно-задачной формой представления базовых знаний аналитической геометрии и навыками решения соответствующих базовых задач, но при этом допускаются фрагментарность и непоследовательность, ошибки и недочеты, недостаточно используются современные образовательные и информационные технологии в процессе изучения дисциплины.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если студент

- не знает базовые понятия, определения и теоремы аналитической геометрии;
- не умеет решать базовые задачи аналитической геометрии;
- не владеет проблемно-задачной формой представления базовых знаний аналитической геометрии и навыками решения соответствующих базовых задач.

Описание шкалы оценивания

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55**. Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	88-100
Хороший	72-87
Удовлетворительный	53-71
Неудовлетворительный	<53

Список рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Ивлева А.М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. – Электрон.текстовые данные. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014. – 180 с. – 978-5-7782-2409-4. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45380.html>.
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра / С.Б. Кадомцев. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Физматлит, 2011. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-1290-1. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69319>

Дополнительная литература

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. - 12-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2009. - 309 с. - ISBN 978-5-9221-0979-6. Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83040>
2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: учебное пособие / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – Москва: Физматлит, 2009. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3). - ISBN 978-5-9221-0511-8
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797>
3. Щербакова Ю.В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.В. Щербакова. – Электрон.текстовые данные. – Саратов: Научная книга, 2012. – 159 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6259.html>.

Методическая литература

1. Хлопонина Э.П. Электронное учебное пособие «Линии и поверхности второго порядка» / ГОУ ВПО Ставропольский государственный университет.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.
2. <http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.
3. <http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.
4. <http://www.mathedu.ru/> Интернет-библиотека.
5. <http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Основные разделы: журналы, персоналии, организации, конференции, семинары, видеотека, библиотека.
6. <http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).
7. <http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.