

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

по выполнению лабораторных
работ по дисциплине «ФИЗИКА»
для бакалавров направления подготовки
09.03.03 «Прикладная информатика» направленность (профиль)
"Прикладная информатика в экономике"

(ЭЛЕКТРОННЫЙ ДОКУМЕНТ)

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Физические основы механики

Лабораторная работа № 2. Колебания и волны

Лабораторная работа № 3. Основы МКТ и термодинамика

Лабораторная работа № 4. Электростатика

Лабораторная работа № 5. Постоянный ток

Лабораторная работа № 6. Магнетизм

Лабораторная работа № 7. Электромагнитные колебания и волны

Лабораторная работа № 8. Оптика

Лабораторная работа № 9. Основы квантовой физики.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид $x=A+Bt+Ct^3$, где $A=4$ м, $B=2$ м/с, $C=-0,5$ м/с². Для момента времени $t_1=2$ с определить: 1) координату x_1 точки, 2) мгновенную скорость v_1 , 3) мгновенное ускорение a_1 .

Решение. 1. Координату точки, для которой известно кинематическое уравнение движения, найдем, подставив в уравнение движения вместо t заданное значение времени t_1 :

$$x=A+Bt+Ct^3.$$

Подставим в это выражение значения A , B , C , t_1 и произведем вычисления: $x_1=4+2\cdot 2-0,5\cdot 2^3=4$ м.

2. Мгновенную скорость в произвольный момент времени найдем, продифференцировав координату x по времени: Тогда в заданный момент времени t_1 мгновенная скорость $v_1=B+3Ct_1^2$. Подставим сюда значения B , C , t_1 и произведем вычисления:

$$v_1=-4 \text{ м/с.}$$

Знак минус указывает на то, что в момент времени $t_1=2$ с точка движется в отрицательном направлении координатной оси.

3. Мгновенное ускорение в произвольный момент времени найдем, взяв вторую производную от координаты x по времени: Мгновенное ускорение в заданный момент времени t_1 равно $a_1=6Ct_1$. Подставим значения C , t_1 и произведем вычисления:

$$a_1=(-6\cdot 0,5\cdot 2) \text{ м/с} = -6 \text{ м/с}.$$

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси, причем в условиях данной задачи это имеет место для любого момента времени.

Пример 2. Автомобиль движется по закруглению шоссе, имеющему радиус кривизны $R=50$ м. Уравнение движения автомобиля $(t)=A+Bt+Ct^2$, где $A=10$ м, $B=10$ м/с, $C=-0,5$ м/с². Найти: 1) скорость v автомобиля, его тангенциальное, нормальное a_n и полное a ускорения в момент времени $t=5$ с; 2) длину пути s и модуль перемещения $|\Delta r|$ автомобиля за интервал времени $\Delta t=10$ с, отсчитанный с момента начала движения.

Решение. 1. Зная уравнение движения, найдем скорость, взяв первую производную от координаты по времени:

Подставим в это выражение значения B , C , t и произведем вычисления: $v=5$ м/с.

Тангенциальное ускорение найдем, взяв первую производную от скорости по времени: Подставив значение C , получим $a_t=-1$ м/с².

Нормальное ускорение определяется по формуле $a_n=v^2/R$. Подставим сюда найденное значение скорости и заданное значение радиуса кривизны траектории и произведем вычисления:

$$a_n=0,5 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение является геометрической суммой ускорений a_t и a_n : $a=a_t+a_n$.

Модуль ускорения $a=1,12$ м/с². Подставив в это выражение найденные значения a_t и a_n получим

2. Чтобы определить путь s , пройденный автомобилем, заметим, что в случае движения в одном направлении (как это имеет место в условиях данной задачи) длина

пути s равна изменению криволинейной координаты т. е.

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt, \text{ или}$$

Подставим в полученное выражение значения V, C , и произведем вычисления:
 $s = 50 \text{ м.}$

Рисунок 1.

Модуль перемещения, как это видно из рис. 1, равен $|r| = 2R \sin(\alpha/2)$, где α – угол между радиусами-векторами, определяющими начальное (0) и конечное положения автомашины на траектории. Этот угол (в радианах) находим как отношение длины пути s к радиусу кривизны R траектории, т. е. $\alpha = s/R$. Таким образом,

Подставим сюда значения R, s и произведем вычисления: $\alpha = 1.57 \text{ рад.}$

Пример 3. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид, $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5 \text{ м}$, $B = 4 \text{ м/с}$, $C = -1 \text{ м/с}^2$. 1. Построить график зависимости координаты x и пути s от времени. 2. Определить среднюю скорость $\langle v_x \rangle$ за интервал времени от $t_1 = 1 \text{ с}$ до $t_2 = 6 \text{ с}$. 3. Найти среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ за тот же интервал времени.

Решение. 1. Для построения графика зависимости координаты точки от времени найдем характерные значения координаты – начальное и максимальное и моменты времени, соответствующие указанным координатам и координате, равной нулю.

Начальная координата соответствует моменту $t = 0$. Ее значение равно

$$x_0 = x|_{t=0} = A = 5 \text{ м.}$$

Максимального значения координата достигает в тот момент, когда точка начинает двигаться обратно (скорость меняет знак). Этот момент времени найдем, приравняв нулю первую производную от координаты по времени:

$$\text{откуда } t = -B/2C = 2 \text{ с.}$$

$$\text{Максимальная координата } x_{\text{max}} = x|_{t=2} = 9 \text{ м.}$$

Момент времени t , когда координата $x = 0$, найдем из выражения $x = A + Bt + Ct^2 = 0$.

Решим полученное квадратное уравнение относительно t :

Подставим значения A, B, C и произведем вычисления:
 $t = (2 \pm 3) \text{ с.}$

Таким образом, получаем два значения времени: $t' = 5 \text{ с}$ и $t' = -1 \text{ с}$. Второе значение времени отбрасываем, так как оно не удовлетворяет условию задачи ($t \geq 0$).

График зависимости координаты точки от времени представляет собой кривую второго порядка. Для его построения необходимо иметь пять точек, так как уравнение кривой второго порядка содержит пять коэффициентов. Поэтому кроме трех вычисленных ранее характерных значений координаты найдем еще два значения координаты, соответствующие моментам $t_1 = 1 \text{ с}$ и $t_2 = 6 \text{ с}$:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^2 = 8 \text{ м}, \quad x_2 = A + Bt_2 + Ct_2^2 = -7 \text{ м.}$$

Полученные данные представим в виде таблицы:

Время, с	$t_0 = 0$	$t_1 = 1$	$t_B = 2$	$t = 5$	$t_2 = 6$
Координата, м	$x_0 = A = 5$	$x_1 = 8$	$x_{\max} = 9$	$x = 0$	$x_2 = -7$

Используя данные таблицы, чертим график зависимости координаты от времени (рис. 2).

Рисунок 2.

График пути построим, исходя из следующих соображений:

- 1) путь и координата до момента изменения знака скорости совпадают;
- 2) начиная с момента возврата (t_B) точки она движется в обратном направлении и, следовательно, координата ее убывает, а путь продолжает возрастать по тому же закону, по которому убывает координата.

Следовательно, график пути до момента времени $t_B = 2 \text{ с}$ совпадает с графиком координаты, а начиная с этого момента является зеркальным отображением графика координаты.

2. Средняя скорость $\langle v_x \rangle$ за интервал времени $t_2 - t_1$ определяется выражением $\langle v_x \rangle = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)$.

Подставим значения x_1, x_2, t_1, t_2 из таблицы и произведем вычисления $\langle v_x \rangle = (-7 - 8) / (6 - 1) \text{ м/с} = -3 \text{ м/с}$.

3. Среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ находим из выражения $\langle v \rangle = s / (t_2 - t_1)$,

где s – путь, пройденный точкой за интервал времени $t_2 - t_1$. Из графика на рис. 1.2 видно, что этот путь складывается из двух отрезков пути: $s_1 = x_{\max} - x_1$, который точка прошла за интервал времени $t_B - t_1$, и $s_2 = x_{\max} + |x_2|$, который она прошла за интервал $t_2 - t_B$. Таким образом, путь

$$s = s_1 + s_2 = (x_{\max} - x_1) + (x_{\max} + |x_2|) = 2x_{\max} + |x_2| - x_1.$$

Подставим в это выражение значения $x_{\max}$, $|x_2|$, x_1 и произведем вычисления :

$$\langle s \rangle = (2 \cdot 9 + 7 - 8) \text{ м} = 17 \text{ м}.$$

Тогда искомая средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = 17 / (6 - 1) \text{ м} = 3,4 \text{ м}.$$

Заметим, что средняя путевая скорость всегда положительна.

Пример 4. Маховик, вращавшийся с постоянной частотой $\nu_0 = 10 \text{ с}^{-1}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова стало равномерным, но уже с частотой $\nu = 6 \text{ с}^{-1}$. Определить угловое ускорение маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного движения маховик сделал $N = 50$ оборотов.

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной и конечной угловыми скоростями соотношением , откуда Но так как то

Подставив значения , ν , ν_0 , N и вычислив, получим

$$= 3,14(62 - 102) / 50 \text{ рад/с}^2 = -4,02 \text{ рад/с}^2.$$

Знак минус указывает на то, что маховик вращался замедленно. Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угол поворота со средней угловой скоростью $\langle \nu \rangle$ вращения и временем t : $\phi = \langle \nu \rangle t$. По условиям задачи, угловая скорость линейно зависит от времени и поэтому можно написать

, тогда

Откуда Подставив числовые значения и произведя вычисления, получим

Пример 5. В лифте на пружинных весах находится тело массой $m = 10 \text{ кг}$ (рис. 3). Лифт движется с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. Определить показания весов в двух случаях, когда ускорение лифта направлено: 1) вертикально вверх, 2) вертикально вниз.

Рисунок 3.

Решение. Определить показания весов – это значит найти вес тела G , т.е. силу, с которой тело действует на пружину. Но эта сила, по третьему закону Ньютона, равна по модулю и противоположна по направлению силе упругости N (силе реакции опоры), с которой пружина через посредство прикрепленной к ней чашки весов действует на тело, т.е.

$$G = -N, \text{ или } G = N. \quad (1)$$

Следовательно, задача определения показания весов сводится к нахождению реакции опоры N .

Задачу можно решать как в инерциальной, так и неинерциальной системе отсчета.

Решение в инерциальной системе отсчета. На тело действуют две силы: сила тяжести P и сила N . Направим ось z вертикально вверх и спроецируем на нее все силы, действующие на тело. Индекс z у проекции сил опустим, так как проекции и сами силы совпадают по величине. Направление сил учтем знаком плюс или минус. Напишем уравнение движения:

$$N - P = ma,$$

откуда равенств (1) и (2) следует

$$a \quad G = m(g + a).$$

При вычислении показания весов следует учесть знак ускорения:

1) ускорение направлено вертикально вверх ($a > 0$), тогда

$$N = P + m \quad G_1 = 10(9,81 + 2) \text{ Н} = 118 \text{ Н};$$

$a = m(g +$ 2) ускорение направлено вертикально вниз ($a < 0$), тогда

$$a). \quad G_2 = 10(9,81 - 2) \text{ Н} = 78 \text{ Н}. \quad (2)$$

И Отметим, что ни модуль, ни направление скорости лифта не влияют на показания

з

весов. Существенны лишь величина и направление ускорения.

Пример 6. При падении тела с большой высоты его скорость вуст установившемся движении достигает 80 м/с. Определить время, в течение которого начиная от момента начала падения скорость становится равной 1/2 вуст. Силу сопротивления воздуха принять пропорциональной скорости тела.

Рисунок 4.

Решение. На падающее тело действуют две силы (рис. 4, а): сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха по условиям задачи пропорциональна скорости тела и противоположна ей по направлению:

$$\vec{F}_c = -k \vec{v}, \quad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от размеров, формы тела и от свойств окружающей среды.

Напишем уравнение движения тела в соответствии со вторым законом Ньютона в

векторной форме: $m \vec{a} = \vec{F}_g + \vec{F}_c$. Заменяя согласно (1), получим

Спроецируем все векторные величины на вертикально направленную ось и напишем уравнение (2) для проекций:

После разделения переменных получим

Выполним интегрирование, учитывая, что при изменении времени от нуля до (искомое время) скорость возрастает от нуля до $1/2 v_{уст}$ (рис.4, б)

Подставим пределы интегрирования в левую часть равенства:

и найдем из полученного выражения искомое время:

Входящий сюда коэффициент пропорциональности k определим из следующих соображений. При установившемся движении (скорость постоянна) алгебраическая сумма проекций (на ось y) сил, действующих на тело, равна нулю, т. е. $mg - kv_{уст} = 0$, откуда $k = mg/v_{уст}$. Подставим найденное значение k в формулу (3):

После сокращений и упрощений получим

Проверка размерности в данном случае не обязательна, так как результат очевиден. Подставив в эту формулу все значения и произведя вычисления, получим $t = 5,66$ с.

Задача 7. Камень массой 1,05 кг, скользящий по поверхности льда со скоростью 2,44 м/с, под действием силы трения останавливается через 10 с. Найти силу трения, считая ее постоянной.

Решение. По второму закону Ньютона имеем

$$F \Delta t = m u_2 - m u_1,$$

где F – сила трения, под действием которой скорость тела массой m за время Δt меняется от u_1 до u_2 . В нашем случае $u_2 = 0$ и тогда

$$F = -m u_1 / \Delta t.$$

Знак «минус» указывает, что направление силы трения F противоположно направлению скорости u_1 . В системе СИ $m = 1,05$ кг, $u_1 = 2,44$ м/с и $\Delta t = 10$ с. Тогда

$$F = 1,05 \cdot 2,44 / 10 = -0,256 \text{ Н}.$$

Так как исходные данные взяты с точностью до третьей значащей цифры, то и ответ задачи надо вычислять с такой же точностью.

Задача 8. Человек и тележка движутся навстречу друг другу. Масса человека 64 кг,

масса тележки 32 кг. Скорость человека 5,4 км/ч, скорость тележки 1,8 км/ч. Человек прыгает на тележку и останавливается. Определить скорость тележки вместе с человеком.

Решение. По закону сохранения импульса

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u, \quad (1)$$

где m_1 – масса человека, u_1 – его скорость до прыжка, m_2 – масса тележки, u_2 – ее скорость до прыжка человека, u – общая скорость тележки и человека после прыжка человека на тележку.

Из (1) имеем

$$(2)$$

Отметим, что вследствие однородности формулы (2) безразлично, в каких единицах подставлять массы m_1 и m_2 необходимо только, чтобы эти единицы были одинаковые. Кроме того, из формулы (2) видно, что так как наименования масс сократятся, то наименование скорости u будет таким, как наименования скоростей u_1 и u_2 . Поэтому в этом случае нет необходимости все данные переводить в единицы СИ.

Первоначальные скорости тележки и человека имели, противоположные направления, поэтому знаки их скоростей были разные. Считая скорость человека положительной, имеем $u_1 = 5,4$ км/ч и $u_2 = -1,8$ км/ч. Кроме того, $m_1 = 64$ кг и $m_2 = 32$ кг.

Подставляя эти данные в (2), получим

$$u = \frac{64 \cdot 5,4 - 32 \cdot 1,8}{64 + 32} \text{ км/ч} = 3,0 \text{ км/ч} = 0,8 \text{ м/с.}$$

Скорость $u > 0$. Таким образом, после прыжка скорость тележки с человеком направлена в ту же сторону, куда бежал человек.

Пример 9. Два шара массами $m_1 = 2,5$ кг и $m_2 = 1,5$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Определить: 1) скорость шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров T_1 до и T_2 после удара; 3) долю кинетической энергии шаров, превратившейся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

Решение. 1. Неупругие шары не восстанавливают после удара своей первоначальной формы. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u . Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

откуда

$$u = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2).$$

Направление скорости первого шара примем за положительное, тогда при вычислении скорости второго шара, который движется навстречу первому, следует взять со знаком минус:

$$u = (2,5 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2) / (2,5 + 1,5) \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

2. Кинетические энергии шаров до и после удара определим по формулам $T_1 = m_1 v_1^2 / 2 + m_2 v_2^2 / 2$; $T_2 = (m_1 + m_2) u^2 / 2$.

Произведя вычисления по этим формулам, получим

$$T_1 = (2,5 \cdot 6^2 / 2 + 1,5 \cdot 2^2 / 2) \text{ Дж} = 48 \text{ Дж};$$

$$T_2 = (2,5 + 1,5) 3^2 \text{ Дж} = 18 \text{ Дж}.$$

3. Сравнение кинетических энергий шаров до и после удара показывает, что в результате неупругого удара шаров произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим из соотношения

Пример 10. Шар массой m_1 , движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 . Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из выражения (1), для определения надо найти u_2 . Воспользуемся тем, что при ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии.

По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился, имеем

. По закону сохранения энергии в механике,

Решая совместно два последних уравнения, найдем $u_2 = 2m_1 v_1 / (m_1 + m_2)$.

Подставив это выражение u_2 в равенство (1), получим

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Задача 11. Воду качают из колодца глубиной 20 м. Для откачки поставлен насос с мотором, мощность которого равна 5 л.с. Найти к.п.д. мотора, если известно, что за 7 ч работы насоса объем воды, поднятой из колодца, равен $3,8 \cdot 10^5$ л.

Решение. Мощность мотора N связана с работой A , которую он совершает за время t , соотношением

$$N = \frac{A}{t}, \quad (1)$$

где η – к. п. д. установки. Работа, которую надо затратить, чтобы поднять массу m воды на высоту h , равна

$$A = mgh. \quad (2)$$

При этом масса воды m занимает объем

$$m = \rho V, \quad (3)$$

где ρ – плотность воды. Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$N = \frac{\rho V g h}{t}. \quad (4)$$

Переведем данные задачи в СИ. При этом целесообразно арифметические вычисления производить в окончательной формуле, а не при переводе отдельных величин. В нашем случае

$$V = 3,8 \cdot 10^5 \text{ л} = 3,8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \quad \rho = 1 \text{ г/см}^3 = (10^{-3} / 10^{-6}) \text{ кг/м}^3, \quad N = 5 \text{ л. с.} = 5 \cdot 736 \text{ Вт}, \quad t = 7 \cdot 3600 \text{ с}, \quad g = 9,81 \text{ м/с}^2, \quad h = 20 \text{ м}.$$

Подставляя эти данные в (4), получим окончательно

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Какова средняя путевая скорость $\langle v \rangle$ автомобиля?

2. Уравнение прямолинейного движения имеет вид $x = At + Bt^2$, где $A = 3$ м/с, $B = 0,25$ м/с². Построить графики зависимости координаты и пути от времени для заданного движения.

3. Движение материальной точки задано уравнением $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = 0,05$ м/с². Определить момент времени, в который скорость v точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.

4. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_1 = 20$ м, $A_2 = 2$ м, $B_1 = B_2 = 2$ м/с, $C_1 = 4$ м/с², $C_2 = 0,5$ м/с². В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости v_1 и v_2 и ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

5. Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0,1$ м/с², человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1,5$ м/с. Через какое время t поезд догонит человека? Определить скорость v_1 поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.

6. Материальная точка движется по плоскости согласно уравнению

$$x = A + Bt + Ct^2. \quad \text{Написать зависимости: 1) } y(t); \quad 2) \text{ скорости } v(t).$$

7. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 0,5$ м/с². Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3$ м, если точка движется на этом участке со скоростью $v = 2$ м/с.

8. Движение точки по окружности радиусом $R = 4$ м задано уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ м, $B = 2$ м/с, $C = 1$ м/с². Найти тангенциальное a_t , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

9. По дуге окружности радиусом $R=10$ м движется точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n=4,9$ м/с²; в этот момент векторы полного и нормального ускорений образуют угол $=60^\circ$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение точки.

10. Диск радиусом $r=20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A+Bt+Ct^3$, где $A=3$ рад, $B=1$ рад/с, $C=0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t=10$ с.

11. Маховик начал вращаться равноускоренно и за промежуток времени $t=10$ с достиг частоты вращения $n=300$ мин⁻¹. Определить угловое ускорение маховика и число N оборотов, которое он сделал за это время.

12. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав $N=50$ полных оборотов, оно изменило частоту вращения от $n_1=4$ с⁻¹ до $n_2=6$ с⁻¹. Определить угловое ускорение колеса.

13. Диск вращается с угловым ускорением $\epsilon = 2$ рад/с². Сколько оборотов N сделает диск при изменении частоты вращения от $n_1=240$ мин⁻¹ до $n_2=90$ мин⁻¹? Найти время t , в течение которого это произойдет.

14. На гладком столе лежит брусок массой $m=4$ кг. К бруску привязан шнур, ко второму концу которого приложена сила $F=10$ Н, направленная параллельно поверхности стола. Найти ускорение a бруска.

15. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязали грузы массами $m_1=1,5$ кг и $m_2=3$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

16. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha=25^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l=2$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t=2$ с. Определить коэффициент трения f тела о плоскость.

17. Материальная точка массой $m=2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $C=1$ м/с², $D=-0,2$ м/с³. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1=2$ с и $t_2=5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

18. Шарик массой $m=100$ г упал с высоты $h=2,5$ м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс p , полученный плитой.

19. Ракета массой $m=1$ т, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, поднимается с ускорением $a=2g$. Скорость v струи газов, вырывающихся из сопла, равна 1200 м/с. Найти расход Q_m горючего.

20. Брусок массой $m_2=5$ кг может свободно скользить по горизонтальной поверхности без трения. На нем находится другой брусок массой $m_1=1$ кг. Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей брусков $f=0,3$. Определить максимальное значение силы $F_{\max}$ приложенной к нижнему бруску, при которой начнется соскальзывание верхнего бруска.

21. Шар массой $m=10$ кг, движущийся со скоростью $v_1=4$ м/с, сталкивается с шаром массой $m=4$ кг, скорость v_2 которого равна 12 м/с. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость и шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

22. В лодке массой $m_1=240$ кг стоит человек массой $m_2=60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v_1=2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v=4$ м/с (относительно лодки). Найти скорость и движения лодки после прыжка человека в двух случаях: 1) человек прыгает вперед по движению лодки и 2) в сторону, противоположную движению лодки.

23. Снаряд массой $m=10$ кг обладал скоростью $v=200$ м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой $m_1=3$ кг получила скорость $u_1=400$ м/с в прежнем направлении. Найти скорость u_2 второй, большей части после разрыва.

24. Диск радиусом $R=40$ см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения $f=0,4$, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

25. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом $r=4$ м. С какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не

сорваться?

26. Грузик, привязанный к нити длиной $l=1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол

$=60^\circ$ от вертикали.

27. Вал вращается с частотой $n=2400$ мин⁻¹. К валу перпендикулярно его длине прикреплен стержень очень малой массы, несущий на концах грузы массой $m=1$ кг каждый, находящиеся на расстоянии $r=0,2$ м от оси вала. Найти: 1) силу F , растягивающую стержень при вращении вала; 2) момент M силы, которая действовала бы на вал, если бы стержень был наклонен под углом $\alpha=89^\circ$ к оси вала.

28. Вычислить работу A , совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой $m=100$ кг на высоту $h=4$ м за время $t=2$ с.

29. Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной $l=2$ м, если масса m груза равна 100 кг, угол наклона $\alpha=30^\circ$, коэффициент трения $f=0,1$ и груз движется с ускорением $a=1$ м/с².

30. Под действием постоянной силы $F=400$ Н, направленной вертикально вверх, груз массой $m=20$ кг был поднят на высоту $h=15$ м. Какой потенциальной энергией P будет обладать поднятый груз? Какую работу A совершит сила F ?

31. Камень брошен вверх под углом $\alpha=60^\circ$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия T_0 камня в начальный момент времени равна 20 Дж. Определить кинетическую T и потенциальную P энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

32. При выстреле из орудия снаряд массой $m_1=10$ кг получает кинетическую энергию $T_1=1,8$ МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса m_2 ствола орудия равна 600 кг.

33. Два груза массами $m_1=10$ кг и $m_2=15$ кг подвешены на нитях длиной $l=2$ м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $=60^\circ$ и выпущен. Определить высоту h , на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

34. Молот массой $m_1=5$ кг ударяет небольшой кусок железа, лежащий на наковальне. Масса m_2 наковальни равна 100 кг. Массой куска железа пренебречь. Удар неупругий. Определить КПД удара молота при данных условиях.

35. Молотком, масса которого $m_1=1$ кг, забивают в стену гвоздь массой $m_2=75$ г. Определить КПД удара молотка при данных условиях.

Лабораторная работа № 2. Колебания и волны

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Точка совершает колебания по закону $x=A\cos(\omega t+\varphi)$, где $A=2$ см. Определить начальную фазу φ , если $x(0)=1$ см и $v(0)=0$ м/с. Построить векторную диаграмму для момента $t=0$.

Решение. Воспользуемся уравнением движения и выразим смещение в момент $t=0$ через начальную фазу:

Отсюда найдем начальную фазу:

Подставим в это выражение заданные значения $x(0)$ и A :
Значению аргумента φ удовлетворяют два значения угла: $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$.
Для того чтобы решить, какое из этих значений угла φ удовлетворяет еще и условию $v(0)=0$, найдем сначала:

Подставив в это выражение значение $t=0$ и поочередно значения начальных фаз

$\varphi=0$ и $\varphi=\pi$, найдем $v(0)$.

Так как всегда $A>0$ и $\omega>0$, то условию $v(0)=0$ удовлетворяет только первое

значение начальной фазы. Таким образом, искомая начальная фаза $\varphi=0$. По найденному значению φ построим векторную диаграмму (рис. 1).

Рисунок 1.

Пример 2. Материальная точка массой $m=5$ г совершает гармонические колебания с частотой $\nu=0,5$ Гц. Амплитуда колебаний $A=3$ см. Определить: 1) скорость u точки в момент времени, когда смещение $x=1,5$ см; 2) максимальную силу $F_{\max}$, действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1)$$

а формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$u = -A\omega \sin(\omega t + \phi) \quad (2)$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из формул (1) и (2) время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{u^2}{A^2\omega^2} = 1 \quad \text{или} \quad x^2 + \frac{u^2}{\omega^2} = A^2$$

Решив последнее уравнение относительно u , найдем

$$u = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

см/с.

Знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x , знак минус — когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x .

Смещение при гармоническом колебании кроме уравнения (1) может быть определено также уравнением $x = A \sin(\omega t + \phi)$. Повторив с этим уравнением такое же решение, получим тот же ответ.

2. Силу действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma \quad (3)$$

где a — ускорение точки, которое получим, взяв производную по времени от скорости:

или же ускорения в формулу (3), получим

$$F = -m\omega^2 x$$

Отсюда максимальное значение силы

Подставив в это уравнение значения величин m , ν , t и A , найдем

Подс мН.

3. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии $T_{\max}$:

$$E = T_{\max} \quad (4)$$

Максимальную скорость определим из формулы (2), положив $v = 0$.
Подставив выражение скорости в формулу (4), найдем

Подставив значения величин в эту формулу и произведя вычисления, получим
Дж.

Пример 3. На концах тонкого стержня длиной $l = 1$ м и массой $m_3 = 400$ г укреплены шарики малых размеров массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Стержень колеблется около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину (точка О на рис.2). Определить период T колебаний, совершаемых стержнем.

Рисунок 2.

Решение. Период колебаний физического маятника, каким является стержень с шариками, определяется соотношением

$$(1)$$

где J — момент инерции маятника относительно оси колебаний; m — его масса; l_C — расстояние от центра масс маятника до оси.

Момент инерции данного маятника равен сумме моментов инерции шариков J_1 и J_2 и стержня J_3 :

$$(2)$$

Принимая шарики за материальные точки, выразим моменты их инерции:

Так как ось проходит через середину стержня, то его момент инерции относительно этой оси $J_3 = \frac{1}{12} m_3 l^2$. Подставив полученные выражения J_1 , J_2 и J_3 в формулу (2), найдем общий момент инерции физического маятника:

Произведя вычисления по этой формуле, найдем $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.
 Масса маятника состоит из масс шариков и массы стержня:

кг.

Расстояние IC центра масс маятника от оси колебаний найдем, исходя из следующих соображений. Если ось x направить вдоль стержня и начало координат совместить с точкой O, то искомое расстояние l равно координате центра масс маятника, т.е.

или

Подставив значения величин m_1 , m_2 , m , l и произведя вычисления, найдем см.

Произведя расчеты по формуле (1), получим период колебаний физического маятника: с.

Пример 4. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемых

уравнениями ; , где $A_1=1$ см, $A_2=2$ см, с,

с, с-1. 1. Определить начальные фазы ϕ_1 и ϕ_2 составляющих колебаний. 2. Найти амплитуду A и начальную фазу ϕ результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид (1)

Преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

; (2)

Из сравнения выражений (2) с равенством (1) находим начальные фазы первого и второго колебаний:

рад и рад.

2. Для определения амплитуды A результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой, представленной на рис. 3. Согласно теореме косинусов, получим

(3)

,

где — разность фаз составляющих колебаний. Так как , то, подставляя

найденные значения φ_2 и φ_1 получим рад.

я A_1 , A_2 и в формулу (3) и произведем вычисления: $A=2,65$ Тангенс начальной
см. фазы φ результирующего колебания определим

Р
и
с
у
н
о
к

З

.

П

о

д

с

т

а

в

и

м

з

н

а

ч

е

н

и

непосредственно из рис. 6.4: , откуда начальная фаза

Подставим значения A_1 , A_2 , φ_1 , φ_2 и произведем вычисления:

рад.

Так как угловые частоты складываемых колебаний одинаковы, то результирующее колебание будет иметь ту же частоту ω . Это позволяет написать уравнение результирующего колебания в виде , где $A=2,65$ см, с-1, рад.

Пример 5. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v=15$ м/с. Период T колебаний точек шнура равен 1,2 с, амплитуда $A=2$ см. Определить:

1) длину волны ; 2) фазу колебаний, смещение , скорость , и ускорение , точки, отстоящей на расстоянии $x=45$ м от источника волн в момент $t=4$ с; 3) разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1=20$ м и $x_2=30$ м.

Решение. 1. Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из соотношения

Подставив значения величин и T , получим $\lambda=18$ м.

2. Запишем уравнение волны:

$$(1)$$

где — смещение колеблющейся точки; x — расстояние точки от источника волн; — скорость распространения волн.

Фаза колебаний точки с координатой x в момент времени t определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком косинуса:

, или

Произведя вычисления по последней формуле, получим

$$=5,24 \text{ рад, или } =300^\circ.$$

Смещение точки определим, подставив в уравнение (1) значения амплитуды A и фазы : $=1$ см.

Скорость точки находим, взяв первую производную от смещения по времени:

Подставив значения величин , A , T и и произведя вычисления, получим $=9$ см/с.

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

Произведя вычисления по этой формуле, найдем $=27,4$ см/с².

3. Разность фаз колебаний двух точек волны связана с расстоянием между этими точками соотношением

между

Подставив значения величин x_1 и x_2 и вычислив, получим $\Delta\varphi = 3,49$ рад, или $\Delta\varphi = 200^\circ$.

Пример 6. На расстоянии $l=4$ м от источника плоской волны частотой $\nu=440$ Гц перпендикулярно ее лучу расположена стена. Определить расстояния от источника волн до точек, в которых будут первые три узла и три пучности стоячей волны, возникшей в результате сложения бегущей и отраженной от стены волн. Скорость v волны считать равной 440 м/с.

Решение. Выберем систему координат так, чтобы ось x была направлена вдоль луча бегущей волны и начало O координат совпадало с точкой, находящейся на источнике MN плоской волны (рис. 4). С учетом этого, уравнение бегущей волны запишется в виде

(1)

Рисунок 4.

Поскольку в точку с координатой x волна возвратится, пройдя дважды расстояние $l-x$, и при отражении от стены, как среды более плотной, изменит фазу на π , то уравнение отраженной волны может быть записано в виде

(2)

После очевидных упрощений получим

Сложив уравнения (1) и (2), найдем уравнение стоячей волны:

Воспользовавшись формулой разности косинусов, найдем

Так как выражение не зависит от времени, то, взятое по модулю, оно может рассматриваться как амплитуда стоячей волны:

Зная выражение амплитуды, можем найти координаты узлов и пучностей.

Узлы возникнут в тех точках, где амплитуда стоячей волны равна нулю:

Это равенство выполняется для точек, координаты x_n которых удовлетворяют условию

$$(n=0, 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Но , или, так как ,

(4)

Подставив это выражение k в (3), получим

откуда координаты узлов

м координаты первых трех

узлов: $x_0=4$ м, $x_1=3,61$ м, $x_2=3,23$ м.

Пучности возникнут в тех точках, где амплитуда стоячей волны максимальна:

Подставив . Это равенство выполняется для точек, координаты x'_n которых
авив
сюда
нужны
е
значен
ия и
 $n=0, 1,$
2,
найде

удовлетворяют условию
получим

($n=0, 1, 2, 3, \dots$). Выразив здесь k по (4),

откуда координаты пучностей

Подставив сюда все значения и $n=0, 1, 2$, найдем координаты первых трех пучностей:
 $x'_0=3,81$ м, $x'_1=3,42$ м, $x'_2=3,04$ м.

Рисунок 5.

Границы максимальных смещений точек среды в зависимости от их координат изображены на рис. 5. Здесь же отмечены координаты $x_0, x_1, x_2, \dots$ узлов и координаты $x'_0, x'_1, x'_2, \dots$ пучностей стоячей волны.

Пример 7. Источник звука частотой $\nu=18$ кГц приближается к неподвижно установленному резонатору, настроенному на акустическую волну длиной $\lambda=1,7$ см. С какой скоростью должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора? Температура T воздуха равна 290 К.

Решение. Согласно принципу Доплера, частота ν звука, воспринимаемая прибором (резонатором), зависит от скорости источника звука и скорости прибора. Эта зависимость выражается формулой

$$(1)$$

где v — скорость звука в данной среде; ν_0 — частота звуковых волн, излучаемых источником.

Учитывая, что резонатор остается неподвижным ($v_{\text{пр}}=0$), из формулы (1) получим

, откуда

$$(2)$$

В этом выражении неизвестны значения скорости звука и частоты ν .

Скорость звука в газах зависит от природы газа и температуры и определяется по формуле

$$(3)$$

Чтобы волны, приходящие к резонатору, вызвали его колебания, частота воспринимаемых резонатором волн должна совпадать с собственной частотой резонатора, т. е.

$$(4)$$

где λ — длина волны собственных колебаний резонатора.

Подставив выражения λ и v из равенства (3) и (4) в формулу (2), получим

или

Взяв значения $\lambda = 1,4$, $M = 0,029$ кг/моль, а также значения R , T , v_0 , и подставив их в последнюю формулу, после вычислений получим $v_{ист} = 36$ м/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = A \cos(\omega t - \tau)$, где $\omega = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,2$ с. Определить период T и начальную фазу φ колебаний.
2. Точка совершает колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент $t = 0$ смещения $x(0) = 0$ и $v > 0$. Определить фазу для двух моментов времени: 1) когда смещение $x = 1$ см и $v > 0$; 2) когда скорость $v = 0$ см/с и $x < 0$.
3. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом $T = 6$ с. Диаметр d окружности равен 20 см. Написать уравнение движения проекции точки на ось x , проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось x равна нулю. Найти смещение x , скорость и ускорение проекции точки в момент $t = 1$ с.
4. Определить максимальные значения скорости и ускорения совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 3$ см и угловой частотой $\omega = 1$ с⁻¹ точки.
5. Точка совершает колебания по закону $x = A \sin(\omega t)$, где $A = 5$ см; $\omega = 1$ с⁻¹. Определить ускорение точки в момент времени, когда ее скорость $v = 8$ см/с.
6. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Найти разность фаз складываемых колебаний.
7. Определить амплитуду A и начальную фазу результирующего колебания, возникающего при сложении двух колебаний одинаковых направления и периода: $x_1 = A_1 \sin(\omega t)$ и $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 1$ см; $\omega = \pi$ с⁻¹; $\tau = 0,5$ с. Найти уравнение результирующего колебания.

8. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos(\omega t)$ и $y = A_2 \sin(\omega t)$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 1$ см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.
9. . Найти отношение длин двух математических маятников, если отношение периодов их колебаний равно 1,5.
10. Математический маятник длиной $l = 1$ м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 2,5$ м/с². Определить период T колебаний маятника.
11. Материальная точка массой $m = 50$ г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = A \cos \omega t$, где $A = 10$ см, $\omega = 5$ с⁻¹. Найти силу F , действующую на точку, в двух случаях: 1) в момент, когда фаза $\omega t = \pi/3$; 2) в положении наибольшего смещения точки.
12. Грузик массой $m = 250$ г, подвешенный к пружине, колеблется по вертикали с периодом $T = 1$ с. Определить жесткость k пружины.
13. Тело массой $m = 4$ кг, закрепленное на горизонтальной оси, совершало колебания с периодом $T_1 = 0,8$ с. Когда на эту ось был насажен диск так, что его ось совпала с осью колебаний тела, период T_2 колебаний стал равным 1,2 с. Радиус R диска равен 20 см, масса его равна массе тела. Найти момент инерции J тела относительно оси колебаний.
14. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1 = 5$ мин уменьшилась в два раза. За какое время t_2 , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?
15. За время $t = 8$ мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания δ .
16. Амплитуда колебаний маятника длиной $l = 1$ м за время $t = 10$ мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний Θ .
17. Гиря массой $m = 500$ г подвешена к спиральной пружине жесткостью $k = 20$ Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний $\Theta = 0,004$. Определить число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в $n = 2$ раза. За какое время t произойдет это уменьшение?
18. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $n = 1$ мм. При какой частоте вращения n якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?
19. Вагон массой $m = 80$ т имеет четыре рессоры. Жесткость k пружин каждой рессоры равна 500 кН/м. При какой скорости u вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина l рельса равна 12,8 м?
20. Определить логарифмический декремент колебаний Θ колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0 = 10$ кГц на $\Delta \nu = 2$ Гц.
21. Задано уравнение плоской волны $y = A \sin(2\pi \nu t - kx)$, где $A = 0,5$ см, $\nu = 628$ с⁻¹, $k = 2$ м⁻¹. Определить: 1) частоту колебаний ν и длину волны λ ; 2) фазовую скорость v ; 3) максимальные значения скорости $v_{\max}$ и ускорения $a_{\max}$ колебаний частиц среды.
22. Плоская звуковая волна возбуждается источником колебаний частоты $\nu = 200$ Гц. Амплитуда A колебаний источника равна 4 мм. Написать уравнение колебаний источника, если в начальный момент смещение точек источника максимально. Найти смещение x точек среды, находящихся на расстоянии $x = 100$ см от источника, в момент $t = 0,1$ с. Скорость звуковой волны принять равной 300 м/с. Затуханием пренебречь.

23. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=0,5$ кГц и амплитуду $A=0,25$ мм, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda=70$ см. Найти: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость $v_{\max}$ частиц среды.
24. Плоская звуковая волна имеет период $T=3$ мс, амплитуду $A=0,2$ мм и длину волны $\lambda=1,2$ м. Для точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $x=2$ м, найти: 1) смещение s в момент $t=7$ мс; 2) скорость v и ускорение a для того же момента времени. Начальную фазу колебаний принять равной нулю.
25. Поезд проходит мимо станции со скоростью $u=40$ м/с. Частота ν_0 тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту ν тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется.
26. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой $\nu_0=300$ Гц, проезжает поезд со скоростью $u=40$ м/с. Какова кажущаяся частота ν тона для пассажира, когда поезд приближается к электровозу? когда удаляется от него?

Лабораторная работа № 3. Основы МКТ и термодинамика

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить молярную массу M углекислого газа CO_2 .

Решение. Молярную массу данного вещества можно определить по формуле

$$M = M_r k, \quad (1)$$

где M_r – относительная молекулярная масса вещества; $k=10^{-3}$ кг/моль.

Относительную молекулярную массу найдем из соотношения

$$(2)$$

где p_i – число атомов i -го химического элемента, входящих в молекулу данного вещества; $A_{r,i}$ – относительная атомная масса i -го химического элемента.

В нашем случае для углекислого газа формула (2) примет вид

$$M_r = n_C A_{r,C} + n_O A_{r,O}, \quad (3)$$

где $n_C=1$ (число атомов углерода в молекуле углекислого газа); $n_O=2$ (число атомов кислорода в той же формуле); $A_{r,C}$ и $A_{r,O}$ – относительные атомные массы углерода и кислорода.

По таблице Д.И.Менделеева найдем $A_{r,C}=12$, $A_{r,O}=16$. После подстановки в формулу (3) значений n_C , n_O , $A_{r,C}$ и $A_{r,O}$ получим

$$M_r = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44.$$

Подставив это значение относительной молекулярной массы, а также значение k в формулу (1), найдем молярную массу углекислого газа:

$$M = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}.$$

Пример 2. Найти молярную массу M смеси кислорода массой $m_1=25$ г и азота массой $m_2=75$ г.

Решение. Молярная масса смеси $M_{\text{см}}$ есть отношение массы смеси $m_{\text{см}}$ к количеству вещества смеси $\nu_{\text{см}}$ т. е.

$$M_{\text{см}} = m_{\text{см}} / \nu_{\text{см}}. \quad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси $m_{\text{см}} = m_1 + m_2$. Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов.

Подставив в формулу (1) выражения $m_{\text{см}}$ и $\nu_{\text{см}}$, получим

Применив способ, использованный в примере 1, найдем молярные массы M_1 кислорода и M_2 , азота: $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $M_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Подставим значения величин во (2) и произведем вычисления:

Пример 3. Определить: 1) число N молекул воды, занимающей при температуре $t=4^\circ\text{C}$ объем $V=1$ мм³; 2) массу m_1 молекулы воды; 3) диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют форму шариков, соприкасающихся друг с другом.

Решение. 1. Число N молекул, содержащихся в теле некоторой массы m , равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν : . Так как

$\nu = m/M$, где M – молярная масса, то
произведение плотности на объем V , получим
(1)

. Выразив в этой формуле массу как

Все величины, кроме молярной массы воды, входящие в (1), известны: $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³ (см. справочную таблицу), $V = 1 \text{ мм}^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$, $\rho = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. Зная химическую формулу воды (H₂O), найдем молярную массу воды (см. пример 1):

$$M = M_{\text{r}}k = (2 \cdot 1 + 1 \cdot 16) \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (1) и произведем вычисления:

$$N = [1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9} / (18 \cdot 10^{-3})] \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул}.$$

2. Массу одной молекулы воды найдем делением ее молярной массы на постоянную Авогадро: $m_1 = M / N_A$. Произведя вычисления по этой формуле, получим

3. Будем считать, что молекулы плотно прилегают друг к другу, тогда на каждую молекулу диаметром d приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$. Отсюда
(1)

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_m вещества на число молекул в моле, т.е. на постоянную Авогадро: $V_1 = V_m / N_A$. Молярный объем равен отношению молярной

массы к плотности вещества, т.е. $V_m = M / \rho$. Поэтому можем записать, что
Подставив полученное выражение V_1 в формулу (1), получим
(2)

Теперь подставим значения величин в формулу (2) и произведем вычисления:
 $d = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм}.$

Пример 4. В баллоне объемом $V = 10 \text{ л}$ находится гелий под давлением $p = 1 \text{ МПа}$ при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$. После того как из баллона был израсходован гелий массой $m = 10 \text{ г}$, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290 \text{ К}$. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Клапейрона – Менделеева, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа. Для начального состояния уравнение имеет вид

$$(1)$$

а для конечного состояния –

$$(2)$$

где m_1 и m_2 – массы гелия в начальном и конечном состояниях.

Выразим массы m_1 и m_2 гелия из уравнений (1) и

$$(2): m_1 = M p_1 V / (R T_1); \quad (3)$$

$$m_2 = M p_2 V / (R T_2). \quad (4)$$

Вычитая из (3) равенство (4), получим

Отсюда найдем искомое давление:

В формуле (5) все величины, кроме молярной массы M гелия, известны. Найдем ее (см. пример 1). Для гелия как одноатомного газа относительная молекулярная масса равна его относительной атомной массе A_r .

Из таблицы Д.И.Менделеева найдем $A_r=4$. Следовательно, молярная масса гелия $M=A_r \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Подставив значения величин в (5), получим

Пример 5. В колбе вместимостью $V=0,5 \text{ л}$ находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

Решение. Средняя энергия поступательного движения всех молекул может быть выражена соотношением

$$(1)$$

где $\bar{\epsilon}$ – средняя энергия поступательного движения одной молекулы; N – число всех молекул, содержащихся в колбе.

Как известно,

$$(2)$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Число молекул, содержащихся в колбе, найдем по формуле

$$N = \nu N_A, \quad (3)$$

где ν – количество вещества кислорода; N_A – постоянная Авогадро.

Количество вещества ν найдем из таких соображений: известно, что при нормальных условиях молярный объем V_m равен $22,4 \cdot 10^{-3}$ м³/моль. Так как, по условию задачи, кислород в колбе находится при нормальных условиях, то количество вещества кислорода в колбе выражается соотношением

$$\nu = V/V_m. \quad (4)$$

Подставив выражение ν по (4) в (3), получим

$$N = V N_A / V_m. \quad (5)$$

С учетом (2) и (5) выражение (1) энергии поступательного движения молекул примет вид

$$(6)$$

Подставив значения величин в (6) и произведя вычисления, найдем

Пример 6. Найти среднюю кинетическую энергию одной молекулы аммиака NH_3 при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ и среднюю энергию вращательного движения этой молекулы при той же температуре.

Решение. Средняя полная энергия молекулы определяется по формуле

$$(1)$$

где i – число степеней свободы молекулы; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа: $T = t + T_0$, где $T_0 = 273$ К.

Число степеней свободы i четырехатомной молекулы, какой является молекула аммиака, равно 6.

Подставим значения величин в (1):

Средняя энергия вращательного движения молекулы определяется по формуле

$$(2)$$

где число 3 означает число степеней свободы поступательного движения.

Подставим в (2) значения величин и вычислим:

Заметим, что энергию вращательного движения молекул аммиака можно было получить иначе, разделив полную энергию (□) на две равные части. Дело в том, что у трех (и более) атомных молекул число степеней свободы, приходящихся на поступательное и вращательное движение, одинаково (по 3), поэтому энергии поступательного и вращательного движений одинаковы. В данном случае

Пример 7. Пылинки массой $m=10^{-18}$ г взвешены в воздухе. Определить толщину слоя воздуха, в пределах которого концентрация пылинок различается не более чем на 1 %. Температура T воздуха во всём объеме одинакова и равна 300 К.

Решение. При равновесном распределении пылинок концентрация их зависит только от координаты z по оси, направленной вертикально. В этом случае к распределению пылинок можно применить формулу Больцмана

$$(1)$$

Так как в однородном поле силы тяжести $U=mgz$, то

$$(2)$$

По условию задачи, изменение Δn концентрации с высотой мало по сравнению с n ($\Delta n/n=0,01$), поэтому без существенной погрешности изменение концентрации Δn можно заменить дифференциалом dn .

Дифференцируя выражение (2) по z , получим

Так как $n_0 e^{-mgz/(kT)}=n$, то

Отсюда находим интересующее нас изменение координаты:

Знак минус показывает, что положительным изменениям координаты ($dz>0$) соответствует уменьшение относительной концентрации ($dn<0$). Знак минус опустим (в данном случае он несуществен) и заменим дифференциалы dz и dn конечными приращениями Δz и Δn :

Подставим в эту формулу значения величин $\Delta n/n=0,01$, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, $T=300$ К, $m=10^{-21}$ кг, $g=9,81$ м/с² и, произведя вычисления, найдем $\Delta z=4,23$ мм.

Как видно из полученного результата, концентрация даже таких маленьких пылинок ($m=10^{-18}$ г) очень быстро изменяется с высотой.

Пример 8. В сосуде содержится газ, количество вещества ν которого равно 1,2 моль. Рассматривая этот газ как идеальный, определить число ΔN молекул, скорости Δv которых меньше 0,001 наиболее вероятной скорости $v_{\text{в.п.}}$.

Решение. Для решения задачи удобно воспользоваться распределением молекул по относительным скоростям u ($u=\Delta v/v_{\text{в.п.}}$). Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости u , которых заключены в пределах от u до du , определяется формулой

$$(1)$$

где N – полное число молекул.

По условию задачи, максимальная скорость интересующих нас молекул $u_{\max} = 0,001 \text{ м/с}$, откуда $u_{\max}/v = 0,001$. Для таких значений и выражение (1) можно существенно упростить. В самом деле, для $u \ll 1$ имеем $e^{-2} \approx 1 - u^2$. Пренебрегая значением $u^2 = (0,001)^2 = 10^{-6}$ по сравнению с единицей, выражение (1) запишем в виде

$$(2)$$

Интегрируя это выражение по u в пределах от 0 до $u_{\max}$, получим

$$, \quad (3)$$

или

Выразив в (3) число молекул N через количество вещества и постоянную Авогадро, найдем расчетную формулу:

$$(4)$$

Подставим в (4) значения величин v , N_A и произведем вычисления:

Пример 9. Зная функцию $f(p)$ распределения молекул по импульсам, определить среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$.

Решение. Среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$ можно определить по общему правилу вычисления среднего:

$$(1)$$

Функция распределения молекул по импульсам имеет вид

$$(2)$$

Эта функция распределения уже нормирована на единицу, т.е. $\int_0^\infty f(p) dp = 1$. С учетом нормировки формулу (1) перепишем иначе:

$$(3)$$

Подставим выражение $f(p)$ по уравнению (2) в формулу (3) и вынесем величины, не зависящие от p , за знак интеграла:

Этот интеграл можно свести к табличному

, положив .

В нашем случае это даст

После упрощений и сокращений найдем
 $\langle v^2 \rangle = 3mkT$.

Пример 10. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекулы углекислого газа при нормальных условиях равна 40 нм. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle v \rangle$ молекул и число z соударений, которые испытывает молекула в 1 с.

Решение. Средняя арифметическая скорость молекул определяется по формуле

где M – молярная масса вещества.

Подставив числовые значения, получим

$$\langle v \rangle = 362 \text{ м/с.}$$

Среднее число $\langle z \rangle$ соударений молекулы в 1 с определяется отношением средней скорости $\langle v \rangle$ молекулы к средней длине ее свободного пробега $\langle l \rangle$:

$$\langle z \rangle = \langle v \rangle / \langle l \rangle.$$

Подставив в эту формулу значения $\langle v \rangle = 362 \text{ м/с}$, $\langle l \rangle = 40 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ м}$, получим

$$\langle z \rangle = 9,05 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}.$$

Пример 11. Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной $l = 10 \text{ см}$ могут свободно вращаться вокруг их общей оси z . Радиус R большого цилиндра равен 5 см. Между цилиндрами имеется зазор размером $d = 2 \text{ мм}$. Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой $n_1 = 20 \text{ с}^{-1}$. Внешний цилиндр заторможен. Определить, через какой промежуток времени с момента освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения $n_2 = 1 \text{ с}^{-1}$. При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса m внешнего цилиндра равна 100 г.

Решение. При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем практически такую же линейную скорость, как и скорость точек на поверхности цилиндра, т.е. $v = 2\pi n_1(R - d)$. Так как $d \ll R$, то приближенно можно считать

$$v = 2\pi n_1 R. \quad (1)$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и в конечном счете внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр приобретает момент импульса $L = pR$, где p – импульс, полученный за Δt внешним цилиндром. Отсюда

$$p = L/R. \quad (2)$$

С другой стороны,

$$(3)$$

где η – динамическая вязкость; $\frac{dv}{dr}$ – градиент скорости; S – площадь поверхности цилиндра ($S=2\pi Rl$).

Приравняв правые части выражений (2) и (3) и выразив из полученного равенства искомый интервал Δt , получим

Найдем входящие в эту формулу величины L , J и S . Момент импульса $L=J\omega$, где J – момент инерции цилиндра ($J=mR^2$); m – его масса; ω – угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega=2\pi n$). С учетом этого запишем

$$L=mR^2\omega=2\pi mR^2n.$$

Градиент скорости $\frac{dv}{dr}=\frac{v}{r}$. Площадь цилиндра равна $S=2\pi Rl$. Подставив в (4) выражения L , J , S , получим

$$\Delta t = \frac{2\pi mR^2n}{2\pi Rl \eta \frac{v}{r}} \quad (4)$$

Заменив здесь v по (1), найдем

$$\Delta t = \frac{2\pi mR^2n}{2\pi Rl \eta \frac{v}{r}} \quad (5)$$

Динамическая вязкость воздуха $\eta=17,2 \text{ мкПа}\cdot\text{с}=1,72\cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$ (см. справочную таблицу).

Подставив в (5) значения входящих в нее величин и произведя вычисления, получим

Пример 12. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $p=79 \text{ кПа}$, благодаря чему летчик считает высоту h полета неизменной. Однако температура воздуха за бортом самолета изменилась с $t=5^\circ\text{C}$ до $t=1^\circ\text{C}$. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Давление p_0 у поверхности Земли считать нормальным.

Решение. Для решения задачи воспользуемся барометрической формулой

Барометр может показывать неизменное давление p при различных температурах T_1 и T_2 за бортом только в том случае, если самолет находится не на высоте h (которую летчик считает неизменной), а на некоторой другой высоте h_2 .

Запишем барометрическую формулу для этих двух случаев:

$$p = p_0 - \rho_0 g h; \quad p = p_0 - \rho_2 g h_2.$$

Найдем отношение ρ_0/ρ и обе части полученного равенства прологарифмируем:

Из полученных соотношений выразим высоты n_1 и n_2 и найдем их разность:

(1)

Подставим в (1) значения величин (давления в отношении p_0/p можно выразить в килопаскалях, это не повлияет на окончательный результат):

Знак « $\rightarrow$ » означает, что $n_2 < n_1$ и, следовательно, самолет снизился на 28,5 м по сравнению с предполагаемой высотой.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Определить относительную молекулярную массу M_r : 1) воды; 2) углекислого газа CO_2 ; 3) поваренной соли NaCl .
2. Определить массу m_1 молекулы: 1) углекислого газа; 2) поваренной соли.
3. В сосуде вместимостью $V=2$ л находится кислород, количество вещества ν которого равно 0,2 моль. Определить плотность газа.
4. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд вместимостью $V=3$ л, если плотность газа $\rho = 6,65 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
5. В сосуде вместимостью $V=5$ л находится однородный газ количеством вещества $\nu=0,2$ моль. Определить, какой это газ, если его плотность $\rho = 1,12$ кг/м³.
6. Определить среднее расстояние $\langle l \rangle$ между центрами молекул водяных паров при нормальных условиях и сравнить его с диаметром d самих молекул ($d=0,311$ нм).
7. В цилиндр длиной $l=1,6$ м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0 , начали медленно вдвигать поршень площадью $S=200$ см². Определить силу F , которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1=10$ см от дна цилиндра.
8. Колба вместимостью $V=300$ см³, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой $m=292$ г. Определить первоначальное давление p в колбе, если атмосферное давление $p_0=100$ кПа.
9. В баллоне содержится газ при температуре $t_1=100^\circ\text{C}$. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?
10. Полый шар вместимостью $V=10$ см³, заполненный воздухом при температуре $T_1=573$ К, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу m ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры $T_2=293$ К. Изменением вместимости шара пренебречь.
11. Какой объем V занимает идеальный газ, содержащий количество вещества $\nu=1$ кмоль при давлении $p=1$ МПа и температуре $T=400$ К?
12. Газ при температуре $T=309$ К и давлении $p=0,7$ МПа имеет плотность $\rho=12$ кг/м³. Определить относительную молекулярную массу M_r газа.
13. Какой объем V занимает смесь газов – азота массой $m_1=1$ кг и гелия массой $m_2=1$ кг – при нормальных условиях?
14. Сухой воздух состоит в основном из кислорода и азота. Если пренебречь остальными составными частями воздуха, то можно считать, что массовые доли

кислорода и азота соответственно $\alpha_1=0,232$, $\alpha_2=0,768$. Определить относительную молекулярную массу M_r воздуха.

15. Баллон вместимостью $V=30$ л содержит смесь водорода и гелия при температуре $T=300$ К и давлении $p=828$ кПа. Масса m смеси равна 24 г. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

16. В сосуде вместимостью $V=12$ л находится газ, число N молекул которого равно $1,44 \cdot 10^{18}$. Определить концентрацию n молекул газа.

17. Идеальный газ находится при нормальных условиях в закрытом сосуде. Определить концентрацию n молекул газа.

18. Газ массой $m=58,5$ г находится в сосуде вместимостью $V=5$ л. Концентрация n молекул газа равна $2,2 \cdot 10^{26}$ м⁻³. Какой это газ?

19. Определить концентрацию n молекул идеального газа при температуре $T=300$ К и давлении $p=1$ МПа.

20. Сколько молекул газа содержится в баллоне вместимостью $V=30$ л при температуре $T=300$ К и давлении $p=5$ МПа?

21. Определить количество вещества ν и концентрацию n молекул газа, содержащегося в колбе вместимостью $V=240$ см³ при температуре $T=290$ К и давлении $p=50$ кПа.

22. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \epsilon_p \rangle$ поступательного движения и среднее значение $\langle \epsilon \rangle$ полной кинетической энергии молекулы водяного пара при температуре $T=600$ К. Найти также кинетическую энергию W поступательного движения всех молекул пара, содержащего количество вещества $\nu=1$ кмоль.

23. Определить число N молекул ртути, содержащихся в воздухе объемом $V=1$ м³ в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t=20$ °С, если давление p насыщенного пара ртути при этой температуре равно 0,13 Па.

24. Найти среднюю квадратичную $\langle v_{kv} \rangle$ среднюю арифметическую $\langle v \rangle$ и наиболее вероятную $v_{в}$ скорости молекул водорода. Вычисления выполнить для трех значений температуры: 1) $T=20$ К; 2) $T=300$ К; 3) $T=5$ кК.

25. Смесь гелия и аргона находится при температуре $T=1,2$ кК. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{kv} \rangle$ и среднюю кинетическую энергию атомов гелия и аргона.

26. Во сколько, раз средняя квадратичная скорость $\langle v_{kv} \rangle$ молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой $m=10^{-8}$ г, находящейся среди молекул кислорода?

27. Определить наиболее вероятную скорость $v_{в}$ молекул водорода при температуре $T=400$ К.

28. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m=10^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на $\Delta n=10$ м? Температура воздуха $T=300$ К.

29. Определить силу F , действующую на частицу, находящуюся во внешнем однородном поле силы тяжести, если отношение n_1/n_2 концентраций частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на $\Delta z=1$ м, равно e . Температуру T считать везде одинаковой и равной 300 К.

30. На сколько уменьшится атмосферное давление $p=100$ кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту $n=100$ м? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

31. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $p=80$ кПа, благодаря чему летчик считает высоту n полета неизменной. Однако температура воздуха изменилась на $\Delta T=1$ К. Какую ошибку Δn в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление $p_0=100$ кПа.

32. Ротор центрифуги вращается с угловой скоростью ω . Используя функцию распределения Больцмана, установить распределение концентрации п. частиц массой m , находящихся в роторе центрифуги, как функцию расстояния r от оси вращения.

33. Какова вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $\frac{1}{2}\bar{v}$ не более чем на 1 %?

34. Определить, какая из двух средних величин, $\langle 1/v \rangle$ или $1/\langle v \rangle$, больше, и найти их отношение k .

35. Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке, найти выражения для: 1) наиболее вероятной скорости $v_{\text{в}}$; 2) средней арифметической скорости $\langle v \rangle$.

36. Определить долю η молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle \epsilon_p \rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1 %.

37. Определить долю η молекул, энергия которых заключена в пределах от $\epsilon_1=0$ до $\epsilon_2=0,011kT$.

38. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул водорода при давлении $p=0,1$ Па и температуре $T=100$ К.

39. При каком давлении p средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул азота равна 1 м, если температура T газа равна 300 К?

40. Найти число N всех соударений, которые происходят в течение $t=1$ с между всеми молекулами водорода, занимающего при нормальных условиях объем $V=1$ мм³.

41. Средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ атомов гелия при нормальных условиях равна 180 нм. Определить диффузию D гелия.

42. Вычислить диффузию D азота: 1) при нормальных условиях; 2) при давлении $p=100$ Па и температуре $T=300$ К.

43. Найти динамическую вязкость η гелия при нормальных условиях, если диффузия D при тех же условиях равна $1,06 \cdot 10^{-4}$ м²/с.

44. Вычислить теплопроводность κ гелия при нормальных условиях.

Лабораторная работа № 4. Электростатика

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Два заряда q_1 и q_2 расположены в керосине на расстоянии r друг от друга. Найдите, пользуясь определением, напряженность поля в середине отрезка, соединяющего центры зарядов.

Решение. Представим, что в середине отрезка, соединяющего центры зарядов, находится положительный заряд q . На него будут действовать 2 кулоновские силы, со стороны зарядов q_1 и q_2 . Результирующая этих сил равна

Результирующая сила согласно закону Кулона будет направлена вдоль оси x , а ее проекция на эту ось будет равна

где ϵ – диэлектрическая проницаемость керосина.

Тогда по определению напряженности поля искомая величина равна

Направление вектора E определяется знаком большего по модулю заряда.

Задача 2. Металлический шар радиусом $R=5$ см заряжен до потенциала $\varphi=150$ В. Чему равна напряженность поля в точке, находящейся на расстоянии $r=5$ см от поверхности шара?

Решение. Процесс зарядки проводника, распределение заряда по поверхности проводника и т.д. будут рассматриваться при изучении понятия емкости. Вывод формулы для напряженности и потенциала заряженной сферы (шара) также будет осуществлен позднее (при рассмотрении принципа суперпозиции или теоремы Остроградского-Гаусса). Здесь же отметим лишь, что электрическое поле заряженного шара (сферы) во внешней области аналогично полю точечного заряда, расположенного в точке, совпадающей с центром шара.

Имеем следующие формулы:

- для потенциала поля шара (сферы) в точке на расстоянии r от поверхности шара:

,

тогда при $r=R$ получаем потенциал шара φ (потенциал на поверхности шара одинаков во всех точках – свойство проводника);

- для величины напряженности

,

где R – радиус шара.

Выражая заряд шара через его потенциал и подставляя в формулу для напряженности, получим искомую величину:

.

Подставляя численные значения получим:

В/м.

Задача 3. Протон, движущийся со скоростью $v_0=100$ км/с, влетает в электрическое поле с напряженностью $E=50$ В/м в направлении, противоположном направлению силовых линий поля. Какую разность потенциалов пройдет протон до полной остановки? Через сколько микросекунд скорость протона станет равной нулю? Отношение заряда протона к его массе равно $=108$ Кл/кг.

Решение. Протон – частица, несущая положительный заряд. Со стороны электрического поля на нее действует сила в направлении силовых линий. В данном случае эта сила направлена противоположно скорости частицы, поэтому скорость протона будет уменьшаться по мере его движения в поле до нуля, а затем начнется движение в противоположном начальному направлении. В этом усматривается аналогия с движением тела, брошенного вверх в поле тяготения Земли. Электростатическое поле, как и гравитационное, потенциально: заряженная частица обладает в этом поле потенциальной энергией.

При движении протона в ЭСП на него не действуют непотенциальные силы, поэтому выполняется закон сохранения полной механической энергии. Отсюда следует, что в положениях 1 и 2 суммы кинетической и потенциальной энергии протона равны между собой:

,

□

А искомая разность потенциалов равна

В.

Знак «–» означает, что протон движется в сторону большего потенциала.

Рассмотренное выше рассуждение широко применяется при использовании понятия ускоряющей разности потенциалов.

Заметим, что физический смысл имеет не само значение потенциала, а разность потенциалов между двумя точками, что и отражено в приведенных выше рассуждениях. А значение потенциала в некоторой точке определяется, в соответствии с этим, лишь относительно другой точки, выбранной в качестве нулевой (значение потенциала в которой условно принимается равным нулю).

Для ответа на второй вопрос задачи рассмотрим равнозамедленное движение протона под действием электрической силы . По второму закону Ньютона для протона ускорение равно

Зависимость модуля скорости от времени при равнозамедленном движении имеет вид

тогда при . Подставляя выражение для ускорения, получаем искомое время:

Используя данные задачи, получим

Задача 4. ЭСП создается положительно заряженной с постоянной поверхностной плотностью $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$ бесконечной плоскостью. Какую работу надо совершить для того, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния $r_1=2 \text{ см}$ до $r_2=1 \text{ см}$?

Решение. Положительно заряженная бесконечная плоскость создает электрическое поле, линии напряженности которого указаны на рисунке.

Электрон – отрицательно заряженная частица, поэтому в электрическом поле он будет двигаться против силовых линий (что соответствует притяжению разноименных зарядов). Поэтому при перемещении электрона вдоль силовой линии с большего на меньшее расстояние от плоскости работа внешних сил будет отрицательной и численно равной изменению потенциальной энергии электрона в электрическом поле плоскости:

Разность потенциалов между двумя точками поля бесконечной плоскости равна

подставляем и получаем выражение для искомой величины:

где e – элементарный заряд.

Произведите вычисления и получите $A = 9,04 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Задача 5. Нить в форме полуокружности заряжена равномерно с линейной плотностью λ . С помощью принципа суперпозиции найдите значение напряженности и потенциала в центре соответствующей окружности.

Решение. Рассмотрим элемент нити dl , несущий заряд $dq = \lambda dl$. К нему применимы формулы, определяющие поле точечного заряда, т.е.

и
Т.к. каждый элемент в силу симметрии формы нити имеет симметричный участок (см. рис.), вектор напряженности поля которого симметричен вектору относительно указанной на рисунке оси симметрии, то суммарная напряженность поля будет направлена по оси симметрии и равна сумме проекций векторов на эту ось (проекции на перпендикулярное к этой оси направление взаимно компенсируются).

В соответствии с принципом суперпозиции получим значение потенциала поля нити:

Для нахождения напряженности потребуется взять в качестве переменной интегрирования не элемент длины, а элементарный угол $d\alpha$:

тогда

Полученные значения относятся лишь к одному частному случаю (к единственной точке – центру).

Задача 6. Тонкое плоское кольцо радиуса R и толщиной h равномерно заряжено с поверхностной плотностью зарядов σ . Найдите с помощью принципа суперпозиции напряженность и потенциал поля в точке, находящейся на перпендикулярной к плоскости кольца оси (проходящей через его центр) на расстоянии x от плоскости кольца. Принять $h \ll R$.

Решение. Проведем расчет прямым путем (от потенциала к напряженности) и обратным (от напряженности к потенциалу).

Прямой путь.

Рассмотрим элемент кольца, несущий заряд q и создающий поле с потенциалом

Т.к. в качестве элемента взят элемент длины dl , то интегрирование производим по длине кольца ($2\pi R$):

Заметим, что так как в качестве исходной выбрана формула потенциала поля точечного заряда, где нулевая точка выбрана в бесконечности, то и полученный результат соответствует тому же положению нулевой точки. Т.к. имеющийся заряженный объект обладает конечными размерами, то в качестве нулевой точки по праву выбрана бесконечно удаленная точка.

Полученное выражение для потенциала одинаково верно для любой точки на оси x (см. рис.). Поэтому возможно применение формулы (2.2) для нахождения проекции вектора напряженности на эту ось:

□

Учитывая симметрию, отметим, что сумма перпендикулярных оси x составляющих вектора напряженности поля равна нулю, тогда величина напряженности в любой точке на оси x равна

Обратный путь.

При суммировании полей элементов кольца перпендикулярные оси x составляющие векторов напряженностей элементарных полей будут компенсировать друг друга в силу симметрии. Поэтому для нахождения напряженности суммарного поля достаточно сложить значения dE_x :

Интегрируем по длине кольца:

Последнее выражение сравните с полученным ранее.

Для нахождения потенциала воспользуемся соотношением

тогда

В случае получим:

Сравнение с ранее полученной формулой убеждает в правильности проделанных расчетов.

Отметим, что полный заряд на кольце равен

тогда формула для потенциала принимает простой вид

Учитывая, что расстояние от заряда кольца до выбранной точки есть

получаем формулу по виду в точности совпадающую с формулой потенциала точечного заряда. Аналогичный вывод имеет место и для напряженности.

В заключение отметим, что интегрировать скалярную величину (потенциал) всегда проще, чем векторную (напряженность), а потому прямой путь предпочтительнее.

Задача 7. Бесконечная тонкая нить равномерно заряжена с линейной плотностью

□. Найдите напряженность и потенциал на расстоянии x от нити.

Решение. Рассмотрим элемент длины dl , несущий заряд

$$dq = \lambda dl.$$

Проекция вектора напряженности поля этого заряда в заданной точке

Интегрируем по переменной l :

Теперь можно вычислить разность потенциалов между двумя точками x и x_0 рассматриваемого поля:

Из полученного выражения для потенциала видно, что выбирать в качестве нулевой точки $x_0 = \infty$ нецелесообразно, т.к. в этом случае $\int_{x_0}^x \frac{1}{l^2} dl$ не имеет смысла. Поэтому нулевая точка в этом случае должна быть выбрана на конечном расстоянии от источников поля (выбирается «на свое усмотрение»).

По этой же причине прямой путь для нахождения характеристик поля сопряжен с определенными неудобствами. Т.е. в данном примере обратный путь дает результат более простым способом. На следующем занятии будет изучен еще один метод вычисления значения напряженности поля, наиболее удобный для случая бесконечных размеров заряженных тел как источников поля.

Задача 8. Определите потенциал φ поля в центре кольца с внешним радиусом $R_2=40$ см и внутренним $R_1=20$ см, если на нем равномерно распределен заряд $q=0,6$ мкКл.

Решение. По данным задачи, прежде всего, определим поверхностную плотность заряда, учитывая равномерность его распределения по площади кольца:

В качестве элементарного заряда выберем заряд на тонком кольце (см. рис.) радиуса r ($R_1 \ll r \ll R_2$) и толщиной dr :
 $dq = 2\pi r \rho dr$.

Известно, что потенциал поля элементарного кольца в центре находится по формуле, аналогичной формуле потенциала точечного заряда:

в соответствии с принципом суперпозиции полей в среде с $\epsilon = 1$ имеем:

Подставляя выражение для поверхностной плотности заряда, окончательно получим выражение для искомой величины:

Вычислим:

$$1,8 \cdot 10^4 \text{ (В)}.$$

Здесь в качестве нулевой точки взята бесконечно удаленная точка.

Задача 9. Определите линейную плотность бесконечной равномерно заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда $q = 1 \text{ нКл}$ с расстояния $r_1 = 5 \text{ см}$ до $r_2 = 14 \text{ см}$ в направлении, перпендикулярном нити, равна 65 мкДж .

Решение. Работа потенциальных сил равна убыли потенциальной энергии перемещаемого заряда в этом поле, т.е.

Потенциальная энергия взаимодействия заряда с полем выражается через потенциал поля и величину этого заряда:

Получаем выражение для работы сил электростатического поля по перемещению заряда q :

Изменение потенциала вдоль направления, перпендикулярного нити, выразим как

Из приложения (3) возьмем формулу напряженности поля бесконечной равномерно заряженной нити:

Получаем:

Искомая работа равна интегралу

□

Вычисления проведите самостоятельно.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Металлическое кольцо разорвалось кулоновскими силами, когда заряд кольца был равен Q . Сделали точно такое же новое кольцо, но из материала, прочность которого в 10 раз больше. Какой заряд разорвет новое кольцо? Какой заряд разорвет новое кольцо, сделанное из прежнего материала, если все размеры нового кольца в 3 раза больше размеров старого?
2. Расстояние между двумя одинаковыми шарами малого радиуса, заряженными разноименно, равно l . Шары притягиваются с силой F_1 . После кратковременного соединения шары оттолкнулись с силой F_2 . Определите величины первоначальных зарядов шаров.
3. Два одинаковых металлических шарика имеют положительные заряды $1,67 \cdot 10^{-9}$ и $6,67 \cdot 10^{-9}$ Кл и расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Изменится ли сила взаимодействия после того, как их на короткое время соединить? Какой заряд будет на каждом шаре после соединения? Сколько электронов перешло при соприкосновении от одного шарика к другому?
4. Отрицательный точечный заряд $-5q$ и положительный $+2q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Где следует поместить положительный заряд Q , чтобы он находился в равновесии?
5. Три заряженных шарика q_1 , q_2 и q_3 соединены последовательно двумя нерастяжимыми нитями длины l . Найдите силы натяжения нитей.
6. Проводящий шарик, несущий заряд $1,8 \cdot 10^{-8}$ Кл, привели в соприкосновение с двумя такими же шариками, один из которых имел заряд $-0,3 \cdot 10^{-8}$ Кл, а другой был не заряжен. Как распределился заряд между шариками? С какой силой будут взаимодействовать два из них в вакууме на расстоянии 5 см?
7. Два одинаковых маленьких металлических шарика находятся на расстоянии 1 м друг от друга. Заряд одного шарика в 4 раза больше заряда другого. Шары привели в соприкосновение и развели на некоторое расстояние. Найдите это расстояние (в см), если сила взаимодействия шариков осталась прежней.
8. Заряды 40 и -10 нКл расположены на расстоянии 10 см друг от друга. Какой надо взять третий заряд и где его надо поместить, чтобы система находилась в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым или неустойчивым?
9. Четыре одинаковых по абсолютной величине точечных заряда, из которых 2 положительны и 2 отрицательны, расположены в вершинах квадрата со стороной a . Абсолютная величина каждого заряда q . Найдите силу, действующую на помещенный в центре квадрата точечный заряд q_1 .
10. Два одинаково заряженных шарика, подвешенных на нитях равной длины, разошлись на некоторый угол α . Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы при погружении их в керосин угол между нитями не изменился?
11. Вокруг точечного заряда 5 нКл по окружности радиусом 3 см с угловой скоростью 5 рад/с вращается маленький отрицательно заряженный шарик. Найдите отношение заряда шарика к его массе (в мКл/кг).
12. Два одинаковых отрицательных точечных заряда 100 нКл с массой 0,3 г движутся по окружности радиусом 10 см вокруг положительного заряда 100 нКл. При этом отрицательные заряды находятся на концах одного диаметра. Найдите угловую скорость вращения зарядов.
13. В однородном электрическом поле электрон движется с ускорением a . Найдите напряженность поля.
14. В однородном электрическом поле, вектор напряженности которого направлен вертикально вверх, находится в равновесии пылинка массой 0,03 г и зарядом 3 пКл. Определите напряженность поля.
15. Земля – отрицательно заряженное космическое тело. Зная, что напряженность поля на ее поверхности равна 130 Н/Кл и радиус Земли равен $6,4 \cdot 10^6$ м, определите заряд Земли.
16. Определите разность потенциалов электрического поля между точками 1 и 2, если известно, что электрон, двигаясь в этом электрическом поле в отсутствии других сил, в точке 1 имел скорость 109 см/с, а в точке 2 – скорость $2 \cdot 10^9$ см/с. Чему была бы равна скорость электрона в точке 2, если бы в точке 1 электрон имел нулевую скорость.
17. В электронной лампе электроны «ускоряются разностью потенциалов» 220

В. Чему равна скорость электронов при попадании их на анод?

18. Электрон, летящий со скоростью v , попадает в однородное поле заряженного конденсатора и вылетает из него под углом α . Найдите напряженность поля конденсатора, зная длину l конденсатора, массу и заряд электрона.

19. Какую скорость приобретает частица массой $0,1$ г с зарядом 4 мкКл за 1 мин, двигаясь в однородном ЭСП с напряженностью 1000 В/м? Силу тяжести не учитывать.

20. На какое расстояние (в см) был перемещен заряд 70 мкКл вдоль линии напряженности однородного электрического поля, если при этом полем была совершена работа $1,4$ мДж? Напряженность поля равна 200 В/м.

21. Тысяча одинаковых шарообразных капелек ртути заряжена до одинакового потенциала $0,01$ В. Определите потенциал одной шарообразной капли, получившейся в результате слияния малых капель.

22. ЭСП поле создается положительно заряженной бесконечной нитью. Протон, двигаясь от нити под действием поля вдоль линии напряженности с расстояния $r_1 = 1$ см до $r_2 = 5$ см, изменил свою скорость от 1 до 10 Мм/с. Определите линейную плотность заряда нити.

23. С какой силой действует электрический заряд q на равномерно заряженную бесконечную плоскость? С какой силой действует эта плоскость на заряд? Чему равна напряженность электрического поля плоскости? Поверхностная плотность заряда σ .

24. Определите расстояние между пластинами плоского конденсатора, между которыми разность потенциалов U и напряженность однородного электрического поля равна E .

25. В вершинах острых углов ромба со стороной 1 м помещены положительные заряды по 1 нКл, а в вершине одного из тупых углов положительный заряд 5 нКл. Определите напряженность и потенциал электрического поля в четвертой вершине ромба, если его меньшая диагональ равна его стороне.

26. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 10 см поочередно расположены заряды $+5$ нКл и -5 нКл. Определите напряженность и потенциал поля, создаваемого всеми зарядами в центре фигуры.

27. Две стороны правильного треугольника образованы одинаковыми равномерно заряженными палочками. При этом в центре O треугольника потенциал равен φ_0 , а напряженность электрического поля – E_0 . Найдите потенциал φ , а также модуль и направление вектора напряженности E , которые будут в точке O , если убрать одну из палочек.

28. Зная формулу для вычисления напряженности поля, созданного бесконечной однородно заряженной плоскостью, получите формулу для определения разности потенциалов между двумя точками, расположенными на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости. Выбрав в качестве нулевой точки $x_0 = 1$ м, найдите значение потенциала на расстояниях 5 м и $0,5$ м от плоскости.

29. Зная формулу для вычисления напряженности поля, созданного однородно заряженной сферой радиуса $0,5$ м, получите формулу для определения разности потенциалов между двумя точками, расположенными на расстояниях x_1 и x_2 от ее центра вне сферы. Выбрав в качестве нулевой точки $x_0 = 0,5$ м, найдите значение потенциала в точке на расстоянии 5 м от поверхности сферы.

30. ЭСП создается сферой радиусом 5 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью 1 нКл/м². Определите: 1) разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях 10 см и 15 см от центра сферы; 2) потенциал поля в точке на расстоянии 15 см от центра сферы, если нулевая точка находится в бесконечности ($r_0 = \infty$).

31. ЭСП создается шаром радиуса 10 см, заряженным равномерно с объемной плотностью заряда 20 нКл/м³. Определите разность потенциалов между точками, находящимися внутри шара на расстояниях 2 см и 8 см от его центра.

32. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами, радиусы которых 5 и 8 см. Заряды сфер соответственно равны 2 нКл и -1 нКл. Определите напряженность ЭСП в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях 3 см, 6 см, 10 см. постройте график зависимости $E(r)$.

33. Сфера радиуса R имеет заряд Q . Чему равен потенциал поля в центре сферы? Зависит ли потенциал в центре сферы от распределения зарядов на сфере? Зависит ли потенциал

на поверхности сферы от распределения зарядов по сфере?

Лабораторная работа № 5. Постоянный ток

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить заряд Q , прошедший по проводу с сопротивлением $R=3\text{ Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0=2\text{ В}$ до $U=4\text{ В}$ в течение $t=20\text{ с}$.

Решение. Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $Q=It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда $dQ=Idt$ и проинтегрируем:

$$(1)$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$(2)$$

Напряжение U в данном случае переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U=U_0+kt, \quad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Подставив это выражение U в формулу (2), найдем

Проинтегрировав, получим

$$(4)$$

Значение коэффициента пропорциональности k найдем из формулы (3), если заметим, что при $t=20\text{ с}$ $U=4\text{ В}$:

$$k=0,1\text{ В/с}.$$

Подставив значения величин в формулу (4), найдем $Q=20\text{ Кл}$.

Пример 2. Потенциометр с сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ подключен к источнику тока, ЭДС которого равна 150 В и внутреннее сопротивление $r = 50 \text{ Ом}$ (рис. 1).

Определить показание вольтметра с сопротивлением $R_v = 500 \text{ Ом}$, соединенного проводником с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом с серединой обмотки потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?

Решение. Показание вольтметра, подключенного к точкам А и В (рис. 1), определяется по формуле

$$U = I \cdot R_v, \quad (1)$$

где I — сила тока в неразветвленной части цепи; R_v — сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока найдем по закону Ома для всей цепи;

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (2)$$

где R — сопротивление внешней цепи.

Рисунок 1.

Внешнее сопротивление R есть сумма двух сопротивлений:

$$R = R/2 + R_v. \quad (3)$$

Сопротивление параллельного соединения может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R/2} + \frac{1}{R_v}. \quad (4)$$

Подставив в эту формулу числовые значения величин и произведя вычисления, найдем $R_v = 45,5 \text{ Ом}$. Подставив в выражение (2) правую часть равенства (3), определим силу тока:

$$I = 1,03 \text{ А}.$$

Если подставить значения I и R_v в формулу (1), то найдем показание вольтметра:

$$U = 46,9 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре равна произведению силы тока на половину сопротивления потенциометра, т. е.

$$U_2 = I \cdot \frac{R}{2}, \quad \text{или} \quad U_2 = \frac{\mathcal{E} \cdot R}{2(R + r)}.$$

Подставив сюда значения величин $\mathcal{E}$, R и r , получим

$$U_2 = 50 \text{ В}.$$

Пример 3. Определите напряженность электрического поля в алюминиевом проводнике объемом $V=10 \text{ см}^3$, если при прохождении по нему постоянного тока в течение $t=5 \text{ мин}$ выделилось $Q=2,3 \text{ Дж}$ теплоты.

Решение. Количество теплоты Q , выделившейся в алюминиевом проводнике сопротивлением R при прохождении по нему постоянного тока I в течение времени t , находится по закону Джоуля-Ленца в интегральной форме:

Рисунок 2.

Из условия задачи не ясно, какова форма проводника, поэтому будем считать его линейным и его сопротивление считаем равным

где ρ – удельное сопротивление алюминия (табличная величина), l – его длина, S – площадь поперечного сечения, которую считаем постоянной.

Искомая напряженность электрического поля в проводнике равна:

Осталось записать связь между током, напряжением на концах проводника и его сопротивлением в соответствии с законом Ома для однородного участка «данный алюминиевый проводник»:

Мы рассмотрели 4 основные взаимосвязи между величинами, прямо или косвенно затронутыми в условии задачи. Попробуем, исходя из этого, найти искомую величину. Для этого подставим в первое равенство последующие три:

отсюда и получается решение задачи в общем виде. Завершите самостоятельно решение задачи получите числовой результат.

Пример 4. Дана цепь, изображенная на рис. 3. Определите силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах реостата, если $E_1=12 \text{ В}$, $r_1=1 \text{ Ом}$, $E_2=6 \text{ В}$, $r_2=1,5 \text{ Ом}$ и $R=20 \text{ Ом}$.

Рисунок 3.

Решение. На данной схеме есть $m=2$ узла: А и В. Сходящиеся в них токи одинаковы, поэтому первое правило Кирхгофа в данном случае дает лишь одно уравнение ($m - 1 = 2 - 1 = 1$, например, для узла В):

Т.к. число ветвей в данной цепи $p=3$, то независимых контуров в схеме будет

: ACDB и ABNM, они являются элементарными контурами цепи. В направлении указания обозначений, т.е. по часовой стрелке, выберем и положительное направление обхода каждого из них. Записываем еще 2 уравнения на для указанных контуров соответственно:

Получаем систему из трех уравнений для искомых сил токов в ветвях, которая, после подстановки числовых данных из условия задачи, принимает вид:

Находим решение этой системы:

$$I_1 = 2,68 \text{ A},$$

$$I_2 = -2,214$$

$$\text{A}, I_3 = 0,466$$

$$\text{A}.$$

Отсюда ясно, что истинное направление тока через второй элемент противоположно указанному на рис. 3.

Падение напряжения на зажимах реостата

(В).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $=0$ до $=3 \text{ A}$ в течение времени $=10 \text{ c}$. Определить заряд Q , прошедший в проводнике.
2. Определить плотность тока в железном проводнике длиной $=10 \text{ м}$, если провод находится под напряжением $=6 \text{ В}$.
3. Напряжение U на шинах электростанции равно $6,6 \text{ кВ}$. Потребитель находится на расстоянии $=10 \text{ км}$. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока в линии равна 20 A и потери напряжения в проводах не должны превышать 3% .

4. Вычислить сопротивление R графитового проводника, изготовленного в виде прямого кругового усеченного конуса высотой $h=20$ см и радиусами оснований $R_1=12$ мм

и $R_2=8$ мм. Температура проводника равна 20°C .

5. Проволочный куб составлен из проводников. Сопротивление R_1 каждого проводника, составляющего ребро куба, равно 1 Ом . Вычислить сопротивление R этого куба, если он включен в электрическую цепь, как показано на рис. 4. а.

6. То же (см. задачу 5), если куб включен в цепь, как показано на рис. 4. б. То же (см. задачу 5), если куб включен в цепь, как показано на рис. 4. в.

а

б

в

Рисунок 4.

8. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К зажимам катушки присоединен вольтметр сопротивлением $R_v=1\text{ кОм}$.

Показания амперметра $I=0,5\text{ А}$, вольтметра $U=100\text{ В}$. Определить сопротивление R катушки.

9. Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до $I_{\text{до}}=10\text{ А}$. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно $0,02\text{ Ом}$ и сопротивление $R_{\text{ш}}$ шунта равно 5 мОм ?

10. В сеть с напряжением 100 В подключили резистор с сопротивлением 2 кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Вольтметр показывает 80 В . Когда резистор заменили другим, вольтметр показал 60 В . Определите сопротивление другого резистора.

11. Амперметр с внутренним сопротивлением 2 Ом , подключенный к зажимам источника, показывает ток 5 А . Если к зажимам этого источника подключить вольтметр с внутренним сопротивлением 150 Ом , то он покажет напряжение 12 В . Чему равен ток короткого замыкания?

12. ЭДС источника равна 24 В , сопротивление внешней цепи 10 Ом , падение потенциала внутри источника 4 В . Определите: 1) напряжение на зажимах источника; 2) внутреннее сопротивление источника; 3) мощность, потребляемую внешней цепью.

13. Два элемента ($\mathcal{E}_1=1,2\text{ В}$, $r_1=0,1\text{ Ом}$; $\mathcal{E}_2=0,9\text{ В}$, $r_2=0,3\text{ Ом}$) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно $0,2\text{ Ом}$.

Определить силу тока в цепи.

14. В схеме, изображенной на рис. 5, $\mathcal{E}=5\text{ В}$, $R_1=1\text{ Ом}$, $R_2=2\text{ Ом}$ и $R_3=3\text{ Ом}$. Сопротивление источника тока $r=0,1\text{ Ом}$. Найдите силы токов I_1 и I_2 .

15. Определите силу тока в резисторе R_3 (рис. 6) и напряжение на концах этого резистора, если $\mathcal{E}_1=4\text{ В}$, $\mathcal{E}_2=3\text{ В}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $R_2=6\text{ Ом}$ и $R_3=1\text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

Рисунок 5.

16. В схеме, изображенной на рис. 7, если $E_1=10$ В, $E_2=20$ В, $E_3=30$ В, $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, $R_4=4$ Ом, $R_5=5$ Ом, $R_6=6$ Ом, $R_7=7$ Ом. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало. Найдите силы тока I_1 , I_2 и I_3

Рисунок 6.

Рисунок 7.

17. На рис. 8 $E_1=10$ В, $E_2=20$ В, $E_3=40$ В, $R_1=R_2=R_3=R=10$ Ом. Определите силы токов, протекающих через сопротивления (I) и через источники ЭДС (I'). Внутренние сопротивления источников ЭДС не учитывать.

Рисунок 8.

Рисунок 9.

18. В схеме, изображенной на рис. 9, определите токи через все сопротивления и напряжение генератора. Известны сопротивления: $R_1=R_2=2$ Ом, $R_3=5$ Ом, $R_4=40$ Ом, $R_5=10$ Ом и ток через сопротивление R_4 $I_4=0,5$ А.

19. Лампочка и реостат, соединенные последовательно, присоединены к источнику тока. Напряжение U на зажимах лампочки равно 40 В, сопротивление R реостата равно 10 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P=120$ Вт. Найти силу тока в цепи.

20. ЭДС батареи равна 20 В. Сопротивление R внешней цепи равно 2 Ом, сила тока $I = 4$ А. Найти КПД батареи. При каком значении внешнего сопротивления R КПД будет равен 99%?
21. К зажимам батареи аккумуляторов присоединен нагреватель. ЭДС батареи равна 24 В, внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Нагреватель, включенный в цепь, потребляет мощность $P = 80$ Вт. Вычислить силу тока в цепи и КПД нагревателя.
22. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 100$ Ом равномерно нарастает от $I_1 = 0$ до $I_2 = 10$ А в течение времени $t = 30$ с. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

Лабораторная работа № 6. Магнетизм

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Контур из провода, изогнутого в форме квадрата (рис.) со стороной $a = 0,5$ м, расположен в одной плоскости с длинным прямолинейным проводом с током $I = 5$ А так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре $I_1 = 1$ А. Определите силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии $b = 10$ см.

Решение. В задаче рассматривается магнитное взаимодействие токов I и I_1 . Возможно несколько способов описания этого взаимодействия. Сила, действующая на контур-квадрат со стороны прямолинейного провода, складывается из сил F_1, F_2, F_3, F_4 , действующих на каждую из сторон квадрата в отдельности.

На основе закона Ампера для элементов тока:

.

Здесь F - сила, действующая со стороны элемента тока dl прямолинейного провода на элемент тока dI контура-квадрата, r - радиус-вектор, задающий положение относительно (рис.).

Вектор векторного произведения $dl \times r$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка «от нас» и равен $dl r \sin \alpha$.

Вектор векторного произведения $dl \times r$ направлен влево перпендикулярно прямолинейному проводу и равен $dl r \sin \alpha$, т.к. $\sin \alpha = 1$.

Получаем выражение для модуля элементарной силы:

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^2} dl r \sin \alpha$$

тогда

Интегрируя последнее выражение по всему прямолинейному проводу, получим силу, с которой он действует на выбранный элемент тока контура-квадрата. Считая провод бесконечно длинным, проведем интегрирование в пределах $-\infty$ до $+\infty$:

Далее необходимо провести интегрирование полученного выражения по рассматриваемой стороне квадрата. При этом учтем, что все складываемые Элементарные силы одинаково направлены. Получаем:

Аналогично находятся и остальные силы F_2, F_3, F_4 . Заметим, что $F_3 = F_4$, а F_2 получается из F_1 простой заменой расстояния r на расстояние a , т.е.

Искомая сила равна

$$F = 4,167 \cdot 10^{-6} \text{ (Н)}$$

и направлена к проводу, т.е. провод притягивает контур.

Пример 2. По круговому витку радиуса $r=0,1$ м циркулирует ток силы $I=1$ А. Найдите магнитную индукцию B : а) в центре витка; б) на оси витка на расстоянии $b=0,1$ м от его центра.

Решение. Если ток протекает по линейному проводнику формы L , то индукция магнитного поля в произвольной точке находится через криволинейный интеграл:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \sin \alpha}{r^2},$$

где радиус-вектор r направлен от элемента тока в рассматриваемую точку поля.

а) Магнитная индукция элементарного поля в центре витка по закону Био-Савара-Лапласа равна

т.е. вектор перпендикулярен плоскости рисунка и численно равен

$$=6,3 \text{ мкТл.}$$

б) Магнитная индукция элементарного поля на оси витка по закону Био-Савара-Лапласа равна

Отсюда ясно (по определению векторного произведения), что вектор перпендикулярен плоскости, образованной векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, т.е. для каждого элемента тока вдоль витка имеет свое направление. Совокупность векторов образует коническую поверхность, ось которой совпадает с осью витка (рис.). Векторная сумма всех $d\vec{B}$ с учетом симметрии будет направлена по оси витка и численно равна сумме проекций отдельных $d\vec{B}$ на эту ось:

Учитывая, что все элементы тока на круговом витке равноценно расположены по отношению к центру витка, получим

$$=2,2 \text{ мкТл.}$$

Пример 3. Бесконечно длинный прямой проводник, по которому течет ток силой $I=5 \text{ А}$, согнут под прямым углом (рис.). Найти индукцию магнитного поля на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от вершины угла в точках А и С, лежащих соответственно на биссектрисе прямого угла и на продолжении одной из сторон.

Решение. В любой точке индукция магнитного поля может быть найдена как векторная сумма индукций полей, созданных токами, протекающими по двум частям 1 и 2 провода:

Согласно условию, проводник бесконечно длинный, что позволяет не учитывать магнитное поле, создаваемое токами в подводящих проводах, идущих к источнику.

Модуль индукции магнитного поля в любой точке, создаваемого каждым из проводников, может быть найден по формуле поля прямого тока конечной длины:

В точке А, как следует из закона Био-Савара-Лапласа, векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены одинаково и перпендикулярны плоскости рисунка. Следовательно,

В точке С проводник 1 поля не создает, так как для любого элемента этого проводника $\vec{r} \parallel \vec{dl}$. Поэтому

Вследствие симметричного расположения точки А относительно частей проводника $\vec{B}_1 = \vec{B}_2$, поэтому

Из рис. видно, что для поля проводника 1 в точке А

Тогда

Для точки С $\vec{B}_1 = \vec{B}_2$ (Тл).

Тогда $\vec{B}_1 = \vec{B}_2$, $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$.

(Тл).

Пример 4. На проволочный виток радиусом $r = 10$ см, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент $M = 6,5$ мкН. Сила тока в витке $J = 2$ А. Определить магнитную индукцию B поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение. Индукцию B магнитного поля можно определить из выражения механического момента M , действующего на виток с током в магнитном поле,

$$M = r_m B \sin \alpha, \quad (1)$$

где r_m - магнитный момент витка с током, B — индукция магнитного поля, α — угол между направлением индукции магнитного поля и нормали к плоскости витка.

Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при

$\alpha = 90^\circ$, а также что магнитный момент витка с током имеет выражение

то формула (1) примет вид

Отсюда, учитывая, что $r_m = J S$, находим (2)

Подставим числовые значения в формулу (2): $B = 104$ мкТ.

Пример 5. Определить индукцию магнитного поля в центре соленоида, содержащего $N=500$ витков, если сила тока в обмотке соленоида равна $I=10$ А. Длина соленоида $l=20$ см, его диаметр $d=4$ см. Формулу магнитной индукции бесконечного соленоида считать неприменимой.

Решение. Соленоидом называется цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа витков проволоки, образующих винтовую линию. Если витки расположены вплотную друг к другу, то соленоид эквивалентен системе N последовательно соединенных круговых токов I одинакового радиуса, имеющих общую ось. В задаче 2 было получено выражение для величины магнитной индукции поля кругового тока на его оси:

где b – расстояние от плоскости витка до рассматриваемой точки поля.

Будем применять эту формулу для элемента длины dx соленоида, на котором находится dN витков, и который расположен на расстоянии x от центра соленоида точки C .

Имеем:

где

Так как векторы магнитной индукции элементарных полей коллинеарны, то с учетом принципа суперпозиции магнитных полей получаем:

Найдем значение интеграла и окончательно получаем значение магнитной индукции в центре соленоида в виде:

Вычисляем:

$$= 31 \text{ (мТл)}.$$

Самостоятельно произведите расчет поля внутри соленоида при условии его бесконечной длины и найдите значение относительной погрешности, получаемой при замене соленоида конечной длины бесконечно длинным соленоидом при имеющихся в условии этой задачи значениях данных.

Пример 6. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью $V=2 \text{ Мм/с}$ на расстоянии $a=20 \text{ см}$ друг от друга. Определить максимальную индукцию магнитного поля на прямой, проходящей через середину отрезка, соединяющего протоны, перпендикулярно к плоскости, в которой находятся траектории движения протонов.

Решение. Будем находить магнитную индукцию поля, созданного каждым из 2-х движущихся протонов, согласно формуле:

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от протона к искомой точке поля, e – величина элементарного заряда, которому равен заряд протона.

В любой точке на заданной прямой индукция результирующего магнитного поля, созданного 2-мя протонами, равна векторной сумме индукций полей каждого из протонов в отдельности:

При этом очевидно, что $\vec{B}_1 = \vec{B}_2$, т.к. скорости частиц одинаковы и они равноудалены от любой точки заданной прямой. Из рис. видно, что угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ равен углу между соответствующими радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$.

Поэтому ясно, что в середине отрезка, соединяющего протоны $\vec{B} = 0$, т.к. $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$. А

значит, искомая точка находится на некотором расстоянии d от плоскости, в которой лежат траектории частиц.

Проанализируем, как меняется величина магнитной индукции B результирующего поля при изменении расстояния d :

1) с одной стороны, при увеличении d уменьшается угол между слагаемыми B_1 и B_2 , что приводит к росту значения их векторной суммы (см. рис.);

2) с другой стороны, при увеличении d увеличивается расстояние от зарядов до рассматриваемой точки, а следовательно уменьшаются величины самих слагаемых векторов, что приводит к уменьшению и их векторной суммы.

Из всего сказанного следует, что есть точка экстремума (максимума) для функции

Из геометрических соображений имеем

$$B = \frac{\mu_0 q v}{4\pi d^2} \sqrt{1 + \frac{d^2}{a^2}}$$
, где a — радиус траекторий.

Тогда

Для нахождения точки максимума необходимо найти производную и приравнять ее нулю. Из полученного уравнения выразить значение d , тогда искомая величина будет равна

Прои
зведя
вычи
слен
ия и
подс
тавля
я

:

Вычислим:

$$2,46 \cdot 10^{-18} \text{ (Тл)}.$$

Пример 7. В ОМП ($B=0,02 \text{ Тл}$) в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, расположено проволочное полукольцо (рис.) длины $l=3 \text{ см}$, по которому течет ток силы $I=0,1 \text{ А}$. Найти результирующую силу, действующую на полукольцо. Изменится ли сила, если проводник распрямить?

Решение. 1) На элемент тока в магнитном поле действует сила: ,
направление которой определяется по правилу левой руки (рис.). Силы Ампера, действующие на отдельные участки кольца лежат в одной плоскости (плоскости полукольца), т.е. имеют составляющие по 2-м осям x и y .

Результирующая сила, действующая на кольцо, согласно рис. стремиться растянуть его и находится как

$$F = I B l \sin \alpha,$$

т.е.

и
В силу симметрии

$$F_x = 0,$$

тогда

$$F_y = 38 \text{ мкН}$$

2) Если проводник распрямить, то а

$$F = I B l \sin \alpha,$$

т.е. сила увеличивается в раз.

Пример 8. В ОМП перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной $l=40$ см. Определите силу Лоренца, действующую на свободный электрон проводника, если возникающая на его концах разность потенциалов составляет $U=10$ мкВ.

Решение. При движении проводника с такой же скоростью перемещаются относительно магнитного поля и свободные электроны в нем. Тогда на отдельный свободный электрон действует сила Лоренца

Под ее действием свободные электроны смещаются к одному краю проводника, создавая на его концах разность потенциалов. Смещение электронов прекращается, когда сила Лоренца уравнивается силой кулоновского отталкивания электронов. При этом уравниваются и значения работы по перемещению электронов для указанных сил:

$$qU = qvBl \Rightarrow v = \frac{U}{Bl} = 4 \cdot 10^{-24} \text{ Н.}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- Используя закон Био-Савара-Лапласа, получите выражения для величины магнитной индукции поля кругового тока в центре и в точке на его оси.
- Определите магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка радиусом $R=10$ см, по которому течет ток $I=1$ А.
- Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка с магнитным моментом $M=1,5 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ равна 150 А/м . Определите: 1) радиус витка; 2) силу тока в витке.
- Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом $52,8$ пм. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном в центре круговой орбиты.
- Две небольшие одинаковые катушки расположены так, что их оси лежат на одной прямой. Расстояние между катушками $l=2$ м значительно превышает их линейные размеры. Число витков каждой катушки $N=150$, радиус витков $r=50$ мм. С какой силой F взаимодействуют катушки, когда по ним течет одинаковый ток $I=1$ А?
- По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми 15 см, текут токи 70 А и 50 А в одном направлении. Определите магнитную индукцию в точке, удаленной на 10 см от первого и 20 см от второго проводника.
- По каждому из четырех длинных прямых параллельных проводников, проходящих через вершины квадрата (сторона квадрата 30 см) перпендикулярно его плоскости, течет ток 10 А, причем по трем проводникам ток течет в одном направлении, а по четвертому — в противоположном. Определите индукцию магнитного поля в центре квадрата.
- Длинный прямой провод с током I имеет участок в виде полуокружности радиуса R . Определите индукцию магнитного поля в центре полуокружности.

9. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток $I=10$ А. Определите, пользуясь теоремой о циркуляции вектора, магнитную индукцию в точке, расположенной на расстоянии $r=10$ см от проводника.
10. Используя теорему о циркуляции вектора, рассчитайте магнитную индукцию поля внутри соленоида (в вакууме), если число витков соленоида равно N и длина соленоида равна l .
11. По тонкой трубе радиусом 2 см течет ток 20 А. Определить индукцию магнитного поля на расстояниях 1 см и 4 см от оси трубы.
12. По тонкой длинной трубе протекает ток 10 А. На оси трубы расположен тонкий проводник, по которому течет ток 5 А в обратном направлении. Определить индукцию магнитного поля вне трубы на расстоянии 20 см от ее оси.
13. По двум коаксиальным тонкостенным трубам радиусами 10 см и 30 см текут токи соответственно 50 А и 100 А в противоположных направлениях. Найти магнитную индукцию в точках на расстояниях 20 см и 40 см от общей оси труб.
14. По длинной трубе с внутренним радиусом 3 см и внешним 4 см протекает ток с постоянной по сечению плотностью 500 А/м². Определить магнитную индукцию в точке на расстоянии 10 см от оси трубы.
15. Воздушный соленоид длиной 0,2 м и радиусом 0,3 см имеет 300 ВИТКОВ. Ток в соленоиде 5А. Применяя теорему о циркуляции для магнитного поля, вычислить индукцию магнитного поля внутри соленоида. Считать это поле однородным и заключенным лишь внутри соленоида.
16. Электрон движется прямолинейно с постоянной скоростью 0,2 Мм/с. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии 2 нм от электрона и лежащей на прямой, проходящей через мгновенное положение электрона и составляющей угол 45° со скоростью движения электрона.
17. Электрон движется прямолинейно и равномерно со скоростью $v=3,00 \cdot 10^5$ м/с. Найти индукцию B поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии от него $r=1,00 \cdot 10^{-9}$ м (1 нм) и лежащей на перпендикуляре к , проходящем через мгновенное положение электрона.
18. Определите напряженность магнитного поля, создаваемого электроном, прямолинейно и равномерно движущимся со скоростью 5000 км/с, в точке, находящейся от него на расстоянии 10 нм и лежащей на перпендикуляре к скорости, проходящем через мгновенное положение электрона.
19. Два протона движутся параллельно друг другу с одинаковой скоростью 600 км/с. Найти отношение сил электрического и магнитного взаимодействия этих частиц.
20. Два равных точечных заряда 0,1 мкКл движутся навстречу друг другу со скоростью 100 км/с. Найти индукцию магнитного поля в точке на расстоянии 4 см от первого заряда и на расстоянии 3 см от второго в тот момент, когда расстояние между зарядами равно 5 см.
21. Два одинаковых точечных заряда 0,2 мкКл движутся в одной плоскости вдоль взаимно перпендикулярных прямых. Скорости зарядов разны 2 Мм/с и 3 Мм/с. В некоторый момент времени заряды оказываются на одинаковом расстоянии 10 см от точки пересечения их траекторий движения, удаляясь от этой точки. Определить в этот момент времени индукцию магнитного поля в точке пересечения траекторий зарядов.
22. Металлическое кольцо разорвалось, когда ток в кольце был 10. Сделали точно такое же кольцо, но из материала, предел прочности которого в десять раз больше. Какой ток разорвет новое кольцо? Какой ток разорвет новое кольцо, сделанное из этого более прочного материала, если все размеры нового кольца в два раза больше размеров старого?

23. По тонкому проволочному полукольцу радиусом $R = 50$ см течет ток $I = 1$ А. Перпендикулярно плоскости полукольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ Тл. Найдите силу, растягивающую полукольцо. Действие на полукольцо магнитного поля подводящих проводов и взаимодействие отдельных элементов полукольца не учитывать.

24. Кольцо радиуса R , по которому циркулирует ток I , поместили в неоднородное аксиально-симметричное поле. Ось кольца совпадает с осью симметрии магнитного поля. Индукция магнитного поля B , действующего на ток, направлена под углом α к оси симметрии поля. Масса кольца m . Определите ускорение кольца.

25. Электрон движется в ОМП с индукцией $B=0,1$ Тл по окружности. Определите угловую скорость вращения электрона.

26. Электрон, обладая скоростью $v=10$ Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля $B = 0,1$ мТл. Определите нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

27. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $0,5$ кВ, движется параллельно прямолинейному длинному проводнику на расстоянии 1 см от него. Определите силу, действующую на электрон, если через проводник пропускать ток 10 А.

28. Электрон, влетев в ОМП с $B=30$ мТл, движется по окружности радиусом 10 см. Определите магнитный момент эквивалентного кругового тока.

Лабораторная работа № 7. Электромагнитные колебания и волны

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=888$ пФ и катушки с индуктивностью $L=2$ мГн. На какую длину волны настроен контур?

Решение:

По формуле Томсона период электромагнитных колебаний в контуре

(1)

Длина волны, на которую настроен контур,

(2)

Подставляя (1) в (2), получаем $\lambda = 2512$ м.

На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $=2$ мГн, а емкость может меняться от 69 пФ до 533 пФ?

Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C=2$ мкФ получить частоту 1000 Гц?

Катушка с индуктивностью $=30$ мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $0,01$ м² и расстоянием между ними $d=0,1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м.

Пример 2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 25$ нФ и катушки с индуктивностью $=1,015$ Гн. Обкладки конденсатора имеют заряд $=2,5$ мкКл. Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U на обкладках конденсатора и тока I в цепи.

Решение: Разность потенциалов на обкладках конденсатора

(1)

Начальное значение разности потенциалов

(2)

а циклическая частота колебаний (3)

где (4) — период колебаний.

Подставляя (4) в (3), находим (5)

Подставляя (2) и (5) в (1), получим (6)

Подставляя числовые данные в (6), получим

Ток в цепи контура

(7)

Подставляя числовые данные в (7) и учитывая (2) и (5), получим

Пример 3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=405\text{нФ}$, катушки с индуктивностью $=10\text{мГн}$ и сопротивления $R=2\text{ Ом}$. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

Решение. Разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется временем по закону , следовательно, за время $t = T$ отношение (1)

где (2) - период электромагнитных колебаний в контуре, (3)
— коэффициент затухания. Подставляя (2) и (3) в (1), окончательно получаем

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Для колебательного контура предыдущей задачи написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения со временем t энергии электрического поля W_3 , энергии магнитного поля W_M и полной энергии поля W . Найти энергию электрического

поля, энергию магнитного поля и полную энергию поля в моменты времени , и . Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

2. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид В. Емкость конденсатора $C=0,1\text{ мкФ}$. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t тока I в цепи и длину волны, соответствующую этому контуру.

3. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид А. Индуктивность контура $=1\text{ Гн}$. Найти период T колебаний, емкость C конденсатора, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.

4. Найти отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени .

5. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=7\text{ мкФ}$ и катушки с индуктивностью $=0,23\text{ Гн}$ и сопротивлением $R=40\text{ Ом}$. Обкладки конденсатора имеют заряд $q=0,56\text{ мКл}$. Найти период колебаний контура и логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнение изменения со временем t разности потенциалов U на обкладках конденсатора.

6. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=0,2\text{ мкФ}$ и катушки с индуктивностью $=5,07\text{ мГн}$ При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за время $t=1\text{ мс}$ уменьшится в три раза?

7. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=2,22\text{ нФ}$ и катушки длиной $=20\text{ см}$ из медной проволоки диаметром $d=0,5\text{ мм}$. Найти логарифмический декремент затухания колебаний.

8. Катушка длиной $=50\text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S=10\text{ см}^2$ включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц . Число витков катушки 3000. Найти сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током 60° .

9. Обмотка катушки состоит из 500 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой 1 мм^2 . Длина катушки 50 см , ее диаметр 5 см . При какой частоте переменного тока полное сопротивление Z катушки вдвое больше ее активного сопротивления R ?

10. Два конденсатора с емкостями $0,2\text{ мкФ}$ и $0,1\text{ мкФ}$ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением $U=220\text{ В}$ и частотой 50 Гц .

Найти ток в цепи и падения потенциала и на первом и втором конденсаторах.

11. Катушка длиной 25 см и радиусом см имеет обмотку из 1000 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой 1 мм^2 . Катушка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц . Какую часть полного сопротивления Z катушки составляет активное сопротивление R и индуктивное сопротивление X_L ?

12. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U=440\text{ В}$ и частотой 50 Гц . Какую емкость C должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $0,5\text{ А}$ и падение потенциала на ней было равным 110 В ?

13. Катушка с активным сопротивлением $R=10\text{ Ом}$ и индуктивностью L включена в цепь переменного тока напряжением $U=127\text{ В}$ и частотой $\nu=50\text{ Гц}$. Найти индуктивность L катушки, если известно, что катушка поглощает мощность $P=400\text{ Вт}$ и сдвиг фаз между напряжением и током 60° .

14. Конденсатор емкостью $C=1\text{ мкФ}$ и резистор с сопротивлением $R=3\text{ кОм}$ включены в цепь переменного тока частотой 50 Гц . Найти полное сопротивление Z цепи, если конденсатор и

резистор включены: а) последовательно; б) параллельно.

15. Индуктивность $22,6\text{ мГн}$ и сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой 50 Гц . Найти сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током 60° .

Лабораторная работа № 8. Оптика

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. На стеклянную призму с преломляющим углом $=50^\circ$ падает под углом $=30^\circ$ луч света. Определить угол отклонения α луча призмой, если показатель преломления n стекла равен $1,56$.

Решение. Данную задачу целесообразно решать не в общем виде, как принято, а пооперационно, производя все промежуточные вычисления. В этом случае мы несколько проигрываем в точности расчетов, но выигрываем в наглядности и простоте вычислений. Из рисунка видно, что угол отклонения

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2, \quad (1)$$

а углы θ_1 и θ_2 просто выражаются через углы θ , которые последовательно и будем вычислять:

1) из закона преломления имеем ;

2) из рисунка, следует, что угол падения на вторую грань призмы равен $\theta_2 = 31,3^\circ$.

Угол θ_2 меньше предельного, поэтому на второй грани луч преломится и выйдет из призмы;

3) так как $n_2 > n_1$, то $\theta_2 < \theta_c$.

Теперь найдем углы α и β :

По формуле (1) находим α и β .
 $34,1^\circ$.

Пример 2. Оптическая система представляет собой тонкую плосковыпуклую стеклянную линзу, выпуклая поверхность которой посеребрена. Определить главное фокусное расстояние такой системы, если радиус кривизны R сферической поверхности линзы равен 60 см.

Решение. Пусть на линзу падает параксиальный луч KL , параллельный главной оптической оси MN линзы (рис.). Так как луч KL перпендикулярен плоской поверхности линзы, то он проходит ее без преломления. На сферическую посеребренную поверхность луч падает в точке L под углом α и отражается от нее под углом β . Отраженный луч падает на границу плоской поверхности линзы под углом 2α и по выходе из линзы

пересекает главную оптическую ось в точке F , образуя с осью угол β . Длина полученного при этом отрезка FP и равна искомому фокусному расстоянию рассматриваемой оптической системы.

Если учесть, что в силу параксиальности луча KL углы α и β малы, а их синусы и тангенсы практически равны самим углам, выраженным в радианах, то из рисунка следует (1)

Входящее в формулу (1) отношение углов найдем, пользуясь законом преломления света, который в нашем случае записывается в виде $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, откуда

Подставив это отношение углов в формулу (1), найдем

Такой же результат можно получить и из формальных соображений. Так как луч KL последовательно проходит линзу, отражается от вогнутого зеркала и еще раз проходит линзу, то данную оптическую систему можно рассматривать как центрированную систему, состоящую из сложенных вплотную двух плосковыпуклых линз и сферического зеркала. Фокусное расстояние оптической системы может быть найдено по формуле

где Φ — оптическая сила системы.

Как известно, оптическая сила системы равна алгебраической сумме оптических сил отдельных компонентов системы. В нашем случае

т.е. $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$, что совпадает с результатом, выраженным формулой (2).

Пример 3. В точку А экрана от источника монохроматического света длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ приходит два луча: непосредственно от источника луч KL , перпендикулярный экрану, и луч KL' , отраженный в точке В от зеркала, параллельного лучу (рис.). Расстояние экрана от источника равно 1 м. расстояние Н от ЛУЧА до плоскости зеркала равно 2 мм. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке А экрана — усиление или ослабление интенсивности; 2) как изменится интенсивность в точке А, если на пути луча KL' перпендикулярно ему поместить плоскопараллельную пластинку стекла ($n = 1,55$) толщиной $d = 6 \text{ мкм}$.

Решение. Построим мнимое изображение S_2 источника в зеркале. Источники S_1 и S_2 являются когерентными, поэтому при сложении волн, приходящих от этих источников на экран, возникает интерференционная картина. Усиление или ослабление интенсивности в той или иной точке экрана зависит от оптической разности хода

интерферирующих лучей, другими словами, от числа T полуволн, укладывающихся на оптической разности хода:

$$(1)$$

Если T — целое четное, то интенсивность будет максимальной; если T — целое нечетное, то интенсивность минимальна. При дробном T происходит или частичное усиление (если T ближе к четному числу), или частичное ослабление (если T ближе к нечетному числу).

1. Оптическая разность хода будет складываться из геометрической разности

(оба луча идут в воздухе) и дополнительной разности хода, обусловленной изменением фазы колебаний на при отражении от среды оптически более плотной. Таким образом,

$$(2)$$

Так как , то

Величина , поэтому для вычисления корня можно воспользоваться приближенной формулой при . Применив ее, получим

Подставив полученное выражение в формулу (2), найдем .
Зная по формуле (1) найдем :

Так как $H=2H$, то окончательно получим

После вычисления найдем

Так как на разности хода укладывается нечетное число длин полуволн, то в точке А наблюдается минимум интенсивности.

2. Стеклянная пластина толщиной d , поставленная на пути луча , изменит оптическую длину пути. Теперь оптическая длина пути L будет складываться из геометрической длины пути и оптической длины пути nd луча в самой пластине, т. е.

Оптическая разность хода лучей

Пользуясь формулой (1), найдем

, или

Произведя вычисления, получим $m = 19,8$.

Число длин полуволен оказалось дробным. Так как 19,8 ближе к целому четному числу 20, чем к целому нечетному числу 19, то в точке А будет частичное усиление.

Пример 4. На толстую стеклянную пластинку, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 0,6 \text{ мкм}$). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину D пленки.

Решение. Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA. Ход этого пучка в случае, когда угол падения θ , показан на рисунке. В точках А и В падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS1 и BCS2 падают на собирающую линзу L, пересекаются в ее фокусе F и интерферируют между собой.

Так как показатель преломления воздуха ($n_1 = 1,00029$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла ($n_3 = 1,5$), то в обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной, чем та среда, в которой идет падающая волна. Поэтому фазоколебания пучка света AS1 при отражении в точке А изменяется на π рад и точно так же на π рад изменяется фаза колебаний пучка света BCS2 при отражении в точке В. Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было.

Как известно, условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках состоит в том, что оптическая разность хода интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволен:

Как видно из рисунка, оптическая разность хода

Следовательно, условие минимума интенсивность света примет вид

Если угол падения θ будет уменьшаться, стремясь к нулю, то $\cos \theta \rightarrow 1$ и $\sin \theta \rightarrow 0$, где D — толщина пленки. В пределе при $\theta = 0$ будем иметь

откуда искомая толщина пленки

Полагая $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, получим ряд возможных значений толщины пленки:
0,11 мкм; 0,33 мкм и т. д.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Горизонтальный луч света падает на вертикально расположенное зеркало. Зеркало поворачивается на угол около вертикальной оси. На какой угол повернется отраженный луч?
2. Радиус кривизны вогнутого сферического зеркала 20 см. На расстоянии 30 см от зеркала поставлен предмет высотой 1 см. Найти положение и высоту изображения. Дать чертеж.

3. На каком расстоянии получится изображение предмета в выпуклом зеркале радиусом кривизны 40см, если предмет помещен на расстоянии 30см от зеркала? Какой величины получится изображение, если предмет имеет величину 2см? Проверить вычисления, сделав чертеж на миллиметровой бумаге.
4. Выпуклое сферическое зеркало имеет радиус кривизны 60см. На расстоянии 10см от зеркала поставлен предмет высотой 2см. Найти положение и высоту изображения. Дать чертеж.
5. В вогнутом сферическом зеркале, радиус кривизны которого 40см, хотят получить действительное изображение 0,5 натуральной величины. Где нужно поставить предмет и где получится изображение?
6. Величина изображения предмета в вогнутом сферическом зеркале вдвое больше, чем величина самого предмета. Расстояние между предметом и изображением 15см. Определить: 1) фокусное расстояние, 2) оптическую силу зеркала.
7. Где будет находиться и какой величины будет изображение Солнца, получаемое в сферическом рефлекторе, радиус кривизны которого 16м?
8. Вогнутое сферическое зеркало с диаметром отверстия 40см имеет радиус кривизны 60см. Найти продольную и поперечную сферическую абберации краевых лучей, параллельных главной оси.
9. Имеется вогнутое сферическое зеркало с фокусным расстоянием 20см. На каком наибольшем расстоянии n от оптической оси должен находиться предмет, чтобы продольная сферическая абберация составляла не больше 2% фокусного расстояния?
10. Луч света падает под углом 30° на плоскопараллельную пластину и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла равен 1,5. Какова толщина d пластинки, если расстояние между лучами равно 1,94см?
11. Луч света падает под углом i на тело с показателем преломления n . Как должны быть связаны между собой i и n , чтобы отраженный луч был перпендикулярно преломленному?
12. Показатель преломления стекла равен 1,52. Найти предельный угол полного внутреннего отражения для поверхностей раздела: 1) стекло – воздух, 2) вода – воздух, 3) стекло – вода.
13. В каком направлении пловец, нырнувший в воду, видит заход Солнца?
14. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой равен 40° . Показатель преломления материала призмы для этого луча 1,7. Найти преломляющий угол призмы.
15. Преломляющий угол равнобедренной призмы равен 10° . Монохроматический луч падает на боковую грань под углом 10° . Найти угол отклонения луча от первоначального направления, если показатель преломления материала призмы 1,6.
16. Луч белого света падает на боковую поверхность равнобедренной призмы под таким углом, что красный луч выходит из нее перпендикулярно второй грани. Найти отклонения красного и фиолетового лучей от первоначального направления, если преломляющий угол призмы равен 45° . Показатели преломления материала призмы для красного и фиолетового лучей соответственно 1,504 и 1,458.
17. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1=R_2=50$ см. Показатель преломления материала линзы $n=1.5$. Найти оптическую силу линзы.
18. Доказать, что в двояковыпуклой линзе с равными радиусами кривизны и с показателем преломления $n=1.5$ главные фокусы совпадают с центрами кривизны.
19. Линза с фокусным расстоянием 16см дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми 60см. Найти расстояние от предмета до экрана.
20. В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусом. Построить изображение предмета.
21. Определить длину отрезка, на котором укладывается столько же длин волн в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $\lambda=3$ мм в воде.
22. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $H=1$ мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку: 1) нормально; 2) под углом 30° ?

23. На пути монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм находится плоскопараллельная стеклянная пластина толщиной $d = 0,1$ мм. Свет падает на пластину нормально. На какой угол Φ следует повернуть пластину, чтобы оптическая длина пути L изменилась на ΔL ?

24. Оптическая разность хода двух интерферирующих волн монохроматического света равна ΔL . Определить разность фаз $\Delta \phi$.

25. Найти все длины волн видимого света (от 0,76 до 0,38 мкм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены при оптической разности хода интерферирующих волн, равной 1,8 мкм.
26. На мыльную пленку ($n=1,3$), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине D пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda=0,55$ мкм окажется максимально усиленным в результате интерференции?
27. Пучок монохроматических ($\lambda=0,6$ мкм) световых волн падает под углом 30° на находящуюся в воздухе мыльную пленку ($n=1,3$). При какой наименьшей толщине D пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией? максимально усилены?
28. На тонкий стеклянный клин ($n=1,55$) падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол A между поверхностями клина равен $2'$. Определить длину световой волны, если расстояние между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,3 мм.
29. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии $\lambda=75$ мм от нее. В отраженном свете ($\lambda=0,5$ мкм) на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр D поперечного сечения проволочки, если на протяжении $A=30$ мм насчитывается 16 светлых полос.
30. Плосковыпуклая линза выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Определить толщину D слоя воздуха там, где в отраженном свете ($\lambda=0,6$ мкм) видно первое светлое кольцо Ньютона.

Лабораторная работа № 9. Основы квантовой физики

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda=500$ нм. Принимая Солнце за черное тело, определить: 1) энергетическую светимость M_e Солнца; 2) поток энергии Φ_e , излучаемый Солнцем; 3) массу m электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за 1 с.

Решение. 1. Энергетическая светимость M_e черного тела выражается формулой Стефана — Больцмана

$$(1)$$

Температура излучающей поверхности может быть определена из закона смещения Вина: $\lambda_m = b/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив ее в формулу (1), получим

$$(2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$$=64 \text{ МВт/м}^2.$$

2. Поток энергии Φ_e , излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности: , или

$$(3)$$

где R — радиус Солнца.

Подставив в формулу (3) значения и произведя вычисления, получим

$$\Phi_e = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт.}$$

3. Массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за время $t=1$ с, определим, применив закон пропорциональности массы и энергии $E=mc^2$. Энергия

электромагнитных волн, излучаемых за время t , равна произведению потока энергии Φ (мощности излучения) на время: $\Phi = P \cdot t$. Следовательно, $P = \Phi / t$, откуда $t = \Phi / P$.
 Произведя вычисления по этой формуле, найдем $t = 4,3 \cdot 10^9$ кг.

Пример 2. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda = 0,155$ мкм; 2) -излучением с длиной волны $\lambda = 2,47$ нм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов определим из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

Энергия фотона вычисляется по формуле $E = h\nu$, работа выхода A для серебра $A = 4,7$ эВ.

Кинетическая энергия фотоэлектрона в зависимости от того, какая скорость ему сообщается, может быть выражена или по классической формуле

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

или по релятивистской

$$E_k = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (3)$$

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия фотона много меньше энергии покоя электрона E_0 , то может быть применена формула (2); если же сравнима по размеру с E_0 , то вычисление по формуле (2) приводит к грубой ошибке, в этом случае кинетическую энергию фотоэлектрона необходимо выражать по формуле (3).

1. В формулу энергии фотона $E = h\nu$ подставим значения величин, произведя вычисления, для ультрафиолетового излучения получим

$$E = 8 \text{ эВ}.$$

Это значение энергии фотона много меньше энергии покоя электрона (0,51 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в

формуле (1) может быть выражена по классической формуле (2), откуда

$$v = \sqrt{\frac{2(E - A)}{m}} \quad (4)$$

Выпишем величины, входящие в формулу (4): $E = 8$ эВ (вычислено выше); $A = 4,7$ эВ; $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Подставив числовые значения в формулу (4), найдем максимальную скорость:

$$=1,08 \text{ Мм/с.}$$

2. Вычислим теперь энергию фотона -излучения:

$$= 8,04 \text{ фДж} = 0,502 \text{ МэВ.}$$

Работа выхода электрона ($A=4,7 \text{ эВ}$) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона:

$$= 0,502 \text{ МэВ.}$$

Так как в данном случае кинетическая энергия электрона сравнима с его энергией покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии, где γ . Выполнив преобразования, найдем

Сделав вычисления, получим $\beta=0,755$.

Следовательно, максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых излучением, 226 Мм/с.

Пример 3. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=663 \text{ нм}$ падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии $\Phi_e=0,6 \text{ Вт}$. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время $t=5 \text{ с}$.

Решение. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F=pS. \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p=E_e(p+1)/c. \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим

$$(3)$$

Так как произведение облученности E_e на площадь S поверхности равно потоку Φ энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде

После подстановки значений Φ_e и c с учетом, что $p=1$ (поверхность зеркальная), получим $F=4 \text{ нН}$.

Число N фотонов, падающих за время t на поверхность, определяется по формуле

где E — энергия излучения, получаемая поверхностью за время t .

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны, получим

Подставив в этой формуле числовые значения величин, найдем $N = 1019$ фотонов.

Пример 4. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона равна $0,4 \text{ МэВ}$. Определить энергию фотона до рассеяния.

Решение. Для определения первичного фотона воспользуемся формулой Комптона в виде

$$(1)$$

Формулу (1) преобразуем следующим образом: 1) выразим длины волн λ и λ' через энергии E и E' соответствующих фотонов, воспользовавшись соотношением $E = hc/\lambda$; 2) умножим числитель и знаменатель правой части формулы на c . Тогда получим

Сократив на hc , выразим из этой формулы искомую энергию:

$$(2)$$

где $E_0 = mc^2$ — энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Взяв из справочной таблицы значение энергии покоя электрона в мегаэлектронвольтах и подставив числовые данные, получим $E = 1,85 \text{ МэВ}$.

Пример 5. Определить длину волны λ и энергию E фотона K -линии рентгеновского спектра, излучаемого вольфрамом при бомбардировке его быстрыми электронами.

Решение. При бомбардировке вольфрама быстрыми электронами возникает рентгеновское излучение, имеющее линейчатый спектр. Быстрые электроны, проникая внутрь электронной оболочки атома, выбивают электроны, принадлежащие электронным слоям.

Ближайший к ядру электронный слой (К-слой) содержит два электрона. Если один из этих электронов оказывается выбитым за пределы атома, то на освободившееся место переходит электрон из вышележащих слоев (L, M, N). При этом возникает соответствующая линия К-серии. При переходе электрона с L-слоя на К-слой излучается наиболее интенсивная α -линия рентгеновского спектра (рис.).

Длина волны этой линии определяется по закону Мозли:

откуда

Подставив сюда значения Z (для вольфрама $Z=74$) и $n_1=1$, найдем $\lambda=22,8$ нм.

Зная длину волны, определим энергию фотона по формуле

Произведя вычисления, найдем

$E=54,4$ кэВ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Определить температуру T , при которой энергетическая светимость M_e черного тела равна 10 кВт/м^2 .
2. Поток энергии Φ_e , излучаемый из смотрового окошка плавильной печи, равен 34 Вт . Определить температуру T печи, если площадь отверстия $S=6 \text{ см}^2$.
3. Температура T верхних слоев звезды Сириус равна 10 кК , Определить поток энергии Φ_e , излучаемый с поверхности площадью $S=1 \text{ км}^2$ этой звезды.
4. Принимая коэффициент теплового излучения в угля при температуре $T=600 \text{ К}$ равным $0,8$, определить: 1) энергетическую светимость M_e угля; 2) энергию W , излучаемую с поверхности угля с площадью $S=5 \text{ см}^2$ за время $t=10$ мин.
5. С поверхности сажи площадью $S=2 \text{ см}^2$ при температуре $T=400 \text{ К}$ за время $t=5$ мин излучается энергия $W=83 \text{ Дж}$, Определить коэффициент теплового излучения сажи.
6. Определить температуру T черного тела, при которой максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на красную границу видимого спектра ($\lambda=750 \text{ нм}$); на фиолетовую ($\lambda=380 \text{ нм}$).
7. Максимум спектральной плотности энергетической светимости яркой звезды Арктур приходится на длину волны 580 нм . Принимая, что звезда излучает как черное тело, определить температуру T поверхности звезды.
8. Вследствие изменения температуры черного тела максимум спектральной плотности сместился с $\lambda=2,4 \text{ мкм}$ на $\lambda=0,8 \text{ мкм}$. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость M_e тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости?
9. Определить работу выхода A электронов из натрия, если красная граница фотоэффекта $\lambda=500 \text{ нм}$.

10. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 307$ нм и максимальная кинетическая энергия $T_{\max}$ фотоэлектрона равна 1 эВ?
11. На поверхность лития падает монохроматический свет (310 нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A .
12. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу A выхода электронов с поверхности этой пластинки.
13. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны 220 нм. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов.
14. Определить поверхностную плотность потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление p при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.
15. Поток энергии Φ_e , излучаемый электрической лампой, равен 600 Вт. На расстоянии $r=1$ м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром $d=2$ см. Принимая, что излучение лампы одинаково во всех направлениях и что зеркальце полностью отражает падающий на него свет, определить силу F светового давления на зеркальце.
16. Определить энергию, массу и импульс фотона, которому соответствует длина волны 380 нм (фиолетовая граница видимого спектра).
17. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, обладающего скоростью 10 Мм/с.
18. Давление p монохроматического света (600 нм) на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t=1$ с на поверхность площадью $S = 1$ см².
19. Рентгеновское излучение длиной волны 55,8 пм рассеивается плиткой графита (комpton-эффект). Определить длину волны λ' света, рассеянного под углом 60° к направлению падающего пучка света.
20. Определить максимальное изменение длины волны при комптоновском рассеянии:
 - 1) на свободных электронах; 2) на свободных протонах.
21. Определить угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии равно 3,62 пм.
22. Фотон с энергией 0,4 мэВ рассеялся под углом 90° на свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию T электрона отдачи.
23. Определить скорость v электронов, падающих на антикатод рентгеновской трубки, если минимальная длина волны в сплошном спектре рентгеновского излучения равна 1 нм.
24. Определить коротковолновую границу _____ сплошного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением 30 кВ.
25. Определить энергию фотона, соответствующего линии _____ в характеристическом спектре марганца ($Z=25$).
26. Рентгеновская трубка работает под напряжением $U=1$ МВ. Определить наименьшую длину волны _____ рентгеновского излучения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Трофимова, Таисия Ивановна. Курс физики : [учеб. пособие*]. - 18-е изд., стер. - М.: Академия, 2010. - 559 с. - (Высшее проф. образование). - Предм. указ.: с. 537-549. - ISBN 978-5-7695-7601-0.
2. Никеров, В.А. Физика. Современный курс: учебник [Электронный ресурс] / В.А. Никеров. - М.: Дашков и Ко, 2012. - 452 с. - URL:

Дополнительная литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 4 т: учебное пособие / И. В. Савельев; под ред. В. И. Савельева, Т.1, Механика. Молекулярная физика и термодинамика. - М.: КНОРУС, 2009. - 528 с.
2. Савельев, И. В. Курс общей физики: в 4 т: учебное пособие / И. В. Савельев; под ред.
3. В. И. Савельева, Т.2, Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. - М.: КНОРУС, 2009. - 576 с.
4. Фриш, С. Э. Курс общей физики: учебник : [для студентов техн. вузов и ун-тов : в 3 т.] / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева, Т. 1, Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. - Изд. 12-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2007. - 470 с.
5. Фриш, С. Э. Курс общей физики: учебник: [для студентов техн. вузов и ун-тов: в 3 т.] / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева, Т. 2, Электрические и электромагнитные явления. - Изд. 11-е, стер. - СПб. [и др.] : Лань, 2007. - 470 с.
6. Бондарев, Б. В. Курс общей физики : учеб. пособие / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин, Кн.1, Механика. - М.: Высш. шк., 2003. - 352 с.
7. Бондарев, Б. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов : в 3 кн. / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин, Кн.2, Электромагнетизм. Оптика. Квантовая физика. - М. : Высш. шк., 2003. - 438 с.
8. Бондарев, Б. В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов / Б. В. Бондарев, Н. П. Калашников, Г. Г. Спирин, Кн.3, Термодинамика. - М.: Высшая школа, 2003. - 366 с.
9. Зисман, Г. А. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов / Г. А. Зисман, О. М. Тодес, Т. 1, Механика, молекулярная физика, колебания и волны. - Изд. 6-е, перераб. - М.: Наука, 1974. - 336 с.