

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Применение математической логики в системах управления /
Application of mathematical logic in control systems» для направления подготовки
09.04.03 «Прикладная информатика»
(направленность (профиль) «Управление знаниями»)**

Ставрополь, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Лабораторная работа № 1. Элементы математической логики

Лабораторная работа № 2. Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности

Лабораторная работа № 3. Решение логических задач

Лабораторная работа № 4. Действия над множествами

Лабораторная работа № 5. Мощность конечного множества

Лабораторная работа № 6. Функции алгебры логики

Лабораторная работа № 7. Представление Булевых функций в виде многочлена Жегалкина

Лабораторная работа № 8. Классы Поста

Лабораторная работа № 9. Приложение алгебры логики: релейно-контактные схемы

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

ВВЕДЕНИЕ

Содержание лабораторных работ позволяет освоить практические приемы составления таблиц истинности для формул алгебры логики, практические приемы выполнения равносильных преобразований формул алгебры логики и логики предикатов, научиться решать логические задачи методами алгебры логики, применять средства языка логики предикатов для записи и анализа математических предложений, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; применять математические методы для решения профессиональных задач; овладеть техникой равносильных преобразований логических формул, методами распознавания тождественно истинных формул и равносильных формул, навыками решения основных задач математической логики и методами их решения.

В методических указаниях к выполнению лабораторных работ содержится инструкция с четким алгоритмом хода работы. Каждая практическая работа включает краткий теоретический материал, примеры задач и набор заданий.

Методические указания могут быть использованы для самостоятельной работы студентов.

Лабораторная работа № 1. Элементы математической логики

Цель лабораторной работы: знать основные понятия алгебры высказываний, законы алгебры Буля, уметь составлять таблицы истинности для высказываний, преобразовывать формулы с помощью равносильных преобразований, решать булевы уравнения.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Математическая логика – это раздел математики, посвященный анализу методов рассуждений, при этом в первую очередь исследуются формы рассуждений, а не их содержание, т.е. исследуется формализация рассуждений? Это разновидность формальной логики, т.е. науки, которая изучает умозаключения с точки зрения их формального строения.

Основное неопределяемое понятие математической логики это *высказывание*. Под *высказыванием* понимают предложение, которое может принимать только два значения «истина» или «ложь». Обозначаются высказывания малыми латинскими буквами: $a, b, \dots, x, \dots$ или большими латинскими буквами $A, B, C, \dots$

В математической логике не рассматривается смысл высказываний, определяется только их логическое значение – «истина» или «ложь». Известному немецкому математику и логiku Эрнесту Шредеру пришло в голову предложить в качестве знака для обозначения ложного суждения цифру 0, что, конечно, привело к обозначению истины цифрой 1.

Исчисление высказываний – вступительный раздел математической логики, в котором рассматриваются логические операции над высказываниями.

Предикат – логическая функция от n переменных, которая принимает значения истинности или ложности.

Исчисление предикатов – раздел математической логики, объектом которого является дальнейшее изучение и обобщение исчисления высказываний.

Теория булевых алгебр (булевых функций) положена в основу точных методов анализа и синтеза в теории переключательных схем при проектировании компьютерных систем.

Примеры.

1. «Река Кола впадает в Кольский залив» – высказывание (истинное).
2. «Число 32 кратно 3» – высказывание (ложное).
3. «Может быть, сегодня пойдет снег» – не высказывание.
4. « $5x - 9 = 7$ » – не высказывание (неопределенное высказывание или высказывательная форма).

С помощью простых высказываний можно составлять более сложные, соединяя простые высказывания союзами «и», «или», связками «не», «следует» и др. Операции над высказываниями можно описывать при помощи некоторого математического аппарата.

Основные логические операции над высказываниями.

Отрицанием высказывания x называется высказывание, которое истинно тогда и только тогда, когда высказывание x ложно. Отрицание обозначается $\bar{x}$ или $\neg x$ (читается: «не x »).

Логические операции можно задавать при помощи *таблиц истинности*, показывающих соответствие значений истинности высказываний. Для высказываний x и $\bar{x}$ эта таблица имеет вид:

x	$\bar{x}$
1	0
0	1

Конъюнкцией двух высказываний x и y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания x и y . Конъюнкция обозначается: $x \wedge y$, или $x \& y$ (читается: « x и y »). Таблица истинности для $x \wedge y$ имеет вид:

x	y	$x \wedge y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Дизъюнкцией двух высказываний x и y называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда оба высказывания x и y ложны. Дизъюнкция обозначается $x \vee y$ (или $x+y$) (читается: « x или y »). Таблица истинности для $x \vee y$ имеет вид:

x	y	$x \vee y$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Импликацией двух высказываний x и y называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда высказывание x истинно, а y – ложно. Импликация обозначается: $x \rightarrow y$ (читается: « x влечет y » или «из x следует y »). Высказывание x называется *посылкой импликации*, а высказывание y – *следствием*. Таблица истинности для $x \rightarrow y$ имеет вид:

x	y	$x \rightarrow y$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Эквиваленцией (эквивалентностью) двух высказываний x и y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинности высказываний x и y совпадают. Эквиваленция обозначается: $x \leftrightarrow y$, или $x \sim y$ (читается: « x эквивалентно y » или « x тогда и только тогда, когда y »). Таблица истинности для $x \leftrightarrow y$ имеет вид:

x	y	$x \leftrightarrow y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Множество высказываний с введенными для них логическими операциями дизъюнкции, конъюнкции и отрицания основными законами этих действий называется **алгеброй Буля**. Алгебра Буля — исторически первый раздел математической логики, разработанный ирландским логиком и математиком Дж. Булем (George Boole (1815—1864) — английский математик и логик. Профессор математики Королевского колледжа Корка). в середине XIX в. Буль применил алгебраические методы для решения логических задач и сформулировал на языке алгебры некоторые фундаментальные законы мышления

Законы алгебры Буля.

Коммутативные законы:

1. $x \wedge y \equiv y \wedge x$;
2. $x \vee y \equiv y \vee x$;

Ассоциативные законы:

1. $x \wedge (y \wedge z) \equiv (x \wedge y) \wedge z$;

$$2. \quad x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z;$$

Дистрибутивные законы:

$$1. \quad x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z);$$

$$2. \quad x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z);$$

Идемпотентные законы:

$$1. \quad x \wedge x \equiv x;$$

$$2. \quad x \vee x \equiv x;$$

Законы логического сложения и умножения с 0 и 1:

$$1. \quad x \wedge 0 \equiv 0;$$

$$2. \quad x \vee 0 \equiv x;$$

$$3. \quad x \wedge 1 \equiv x;$$

$$4. \quad x \vee 1 \equiv 1;$$

Законы операции «черта»:

$$1. \quad \overline{\overline{x}} \equiv x;$$

$$2. \quad x \vee 0 \equiv x;$$

$$3. \quad x \vee 1 \equiv 1;$$

$$4. \quad \overline{x} \wedge x \equiv 0;$$

$$5. \quad \overline{x} \vee x \equiv 1;$$

Законы Де Моргана (Augustus de Morgan (1806- 1871) — шотландский математик и логик; профессор математики в Университетском колледже Лондона):

$$1. \quad \overline{x \wedge y} \equiv \overline{x} \vee \overline{y};$$

$$2. \quad \overline{x \vee y} \equiv \overline{x} \wedge \overline{y}.$$

Сложением по модулю два (альтернативной дизъюнкцией, логическим сложением, исключающим «ИЛИ», строгой дизъюнкцией) двух высказываний x и y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда оба высказывания x и y упринимает разные значения. Дизъюнкция обозначается $x \oplus y$ (читается: «или x , или y »). Таблица истинности для $x \oplus y$ имеет вид:

x	y	$x \oplus y$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Стрелка Пирса – это отрицание дизъюнкции.

Стрелка Пирса обозначается $X \downarrow Y$. Читается «ни X , ни Y ».

Введена в рассмотрение Чарльзом Пирсом (Charles Peirce) в 1880—1881 г.г. Таблица истинности для стрелки Пирса имеет вид:

x	y	$x \downarrow y$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Штрих Шеффера – это отрицание конъюнкции.

Введена в рассмотрение Генри Шеффером в 1913 г. (в отдельных источниках именуется как Пунктир Чулкова)

Штрих Шеффера обозначается $x|y$, задаётся следующей таблицей истинности:

x	y	$x y$
-----	-----	-------

1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.
2. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\overline{(A \Rightarrow B)} \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$$

- 2.1. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$(x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \text{ и } x \wedge (y \oplus z)$$

- 2.2 Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x})) = x \wedge (y \oplus z)$$

- 2.3 Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$$

- 2.4 Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x | (y \wedge z) \text{ и } (x | y) \oplus (x | z)$$

- 2.5 Решить булево уравнение:

$$(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x}) = x \wedge y$$

3в

- 2.6. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\left(\overline{(A \wedge B)} \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \vee B)$$

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Что понимают в математической логике под высказыванием?
2. Какие действия выполняются над высказываниями?
3. Что называют алгеброй Буля?
4. Законы алгебры Буля.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие

УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:

http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 2. Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности

Цель лабораторной работы: знать, что такое ДНФ и КНФ, уметь приводить формулы алгебры логики к СДНФ и СКНФ и минимизировать их с помощью законов алгебры логики.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Определение. Формула называется тождественно-истинной (тавто-логией), если для любых наборов переменных она принимает значение И.

Определение. Формула называется тождественно тождественно-ложной, если для любых наборов переменных она принимает значение Л.

В алгебре высказываний используют две нормальные формы: дизъюнктивную и конъюнктивную нормальные формы формулы (ДНФ и КНФ).

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция простых конъюнкций.

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) формулы есть формула, равносильная исходной формуле логики высказываний и записанная в виде конъюнкции элементарных дизъюнкций переменных.

Каждая формула, не равная тождественно Л, может быть приведена к СДНФ, которая является единственной с точностью до перестановки дизъюнктивных членов.

Каждая формула, не равная тождественно И, может быть приведена к СКНФ, которая является единственной с точностью до перестановки конъюнктивных членов.

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы (СДНФ) это равносильная ей формула, представляющая собой дизъюнкцию элементарных конъюнкций, обладающая свойствами

1. Каждое логическое слагаемое формулы содержит все высказывания, входящие в формулу.

2. Все логические слагаемые формулы различны

3. Ни одно логическое слагаемое не содержит высказывание и его отрицание

4. Ни одно логическое слагаемое формулы не содержит одно и то же высказывание дважды.

Алгоритм получения СКНФ по таблице истинности:

- 1)Отметить те строки , в последнем столбце которых стоят 0:

- 2)Выписать для каждой отмеченной строки дизъюнкцию всех переменных следующим образом: если значение некоторой переменной в данной строке =0, то в дизъюнкцию включают саму эту переменную, если =1, то ее отрицание:

- 3)Все полученные дизъюнкции связать в конъюнкцию.

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.

2. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для высказывания:

1. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

2. $\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Rightarrow A \vee B$

3. $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ

допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

- 1) Что такое ДНФ?
- 2) Чем отличается ДНФ от СДНФ?
- 3) Как составить ДНФ по таблице истинности?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 3. Решение логических задач

Цель лабораторной работы: уметь решать задачи, используя формулы алгебры логики.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

- Равносильны ли высказывания:

1. $\bar{a} \Rightarrow \bar{b}$ и $a \Rightarrow b$
2. $bc \vee \bar{a}$ и $\bar{b} \vee \bar{c} \vee a$
3. $\bar{a} \Rightarrow b$ и $\bar{b} \Rightarrow a$

- Исходя из разговорной практики, мы знаем, что, имея высказывания А и В, можно построить высказывания: не А (неверно, что А); А и В; А или В; если А, то В (из А следует В); А только и только тогда, когда В (А эквивалентно В, А тождественно В)

Эти высказывания, в отличие от элементарных, естественно назвать сложными, поскольку они уже наделены структурой. Однако они так же, как и простые, могут принимать только два возможных значения: И либо Л.

Среди следующих высказываний укажите составные; выделите в них простые, обозначив каждое из них буквой; запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание:

1. «Пришла весна, и грачи прилетели».

Решение задачи:

Обозначим через А-«пришла весна»; а через В- «грачи прилетели». Тогда высказывание

С -«Пришла весна, и грачи прилетели» запишем так: $C = A \wedge B$.

Ответ: : $C = A \wedge B$.

2. «Число 6 делится на 2 и число 6 делится на 3».

3. « Неверно, что 4 делится на 3». Обозначим через a простое высказывание «4 делится на 3». Представьте первое высказывание в виде логической формулы.

4. Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.

5. Земля имеет форму шара.

6. На уроке математики старшеклассники отвечали на вопросы учителя и писали самостоятельную работу.

7. Если сумма цифр числа делится на 3, то число делится на 3.

8. Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма цифр числа делится на 3.

9. Число 376 четное и трехзначное.

10. 1) «Летом я поеду в деревню или в туристическую поездку».

- 2) «Летом я поеду в деревню или в туристическую поездку, или в санаторий»

- 3) «Если летом я поеду в деревню, то я не поеду в туристическую поездку»

- 4) «Если летом я не поеду в деревню или в санаторий, то я поеду в туристическую поездку».

- 5) ««Если летом я поеду в деревню или в санаторий, то я не поеду в туристическую поездку».

- Решить задачи средствами алгебры логики.

1. В процессе составления расписания уроков учителя высказали свои пожелания. Учитель русского языка хочет проводить первый или второй урок, учитель математики – первый или третий, а учитель физкультуры – второй или третий урок. Сколько существует возможных вариантов расписания и каковы они?

Решение. Введем обозначения: А – 1-й урок русского языка, В – 2-й урок русского языка, $\bar{A}$ – 1-й урок математики, С – 3-й урок математики, $\bar{B}$ – 2-й урок физкультуры, $\bar{C}$ – 3-й урок физкультуры. Составим логическую формулу, опираясь на условие задачи: $(A \vee B) \& (\bar{A} \vee C) \& (\bar{B} \vee \bar{C})$. Таблица истинности для нее будет иметь вид:

A	B	C	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{C}$	$A \vee B$	$\bar{A} \vee C$	$\bar{B} \vee \bar{C}$	$(A \vee B) \& (\bar{A} \vee C) \& (\bar{B} \vee \bar{C})$
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	0	0

Ответ. Анализируя таблицу, приходим к выводу, что расписание может быть представлено в двух вариантах:

- | | | |
|---------------------|-----|---------------------|
| 1 урок математика | или | 1 урок русский язык |
| 2 урок русский язык | | 2 урок физкультура |
| 3 урок физкультура | | 3 урок математика. |

Лабораторное задание

- Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.
- Построить таблицу истинности.

1. Только один из подозреваемых участвовал в преступлении. Известно, что если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал; если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал. Кто участвовал в преступлении?

2. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предложения: Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей; Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома; чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика. Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?

3. Намечаются экскурсии в три города А, В и С. Руководитель фирмы сказал: «Неверно, что если будет экскурсия в город В, то не будет экскурсии в город С. Если будет экскурсия в город С, то не будет экскурсии в город А.» В какие города будет проводиться экскурсия?

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

- 1) Что такое ДНФ?
- 2) Чем отличается ДНФ от СДНФ?
- 3) Как составить ДНФ по таблице истинности?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 4. Действия над множествами

Цель лабораторной работы: знать, что понимают под множеством, уметь выполнять действия над множествами и знать законы действий над множествами.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Объединением двух множеств A и B называется множество вида:

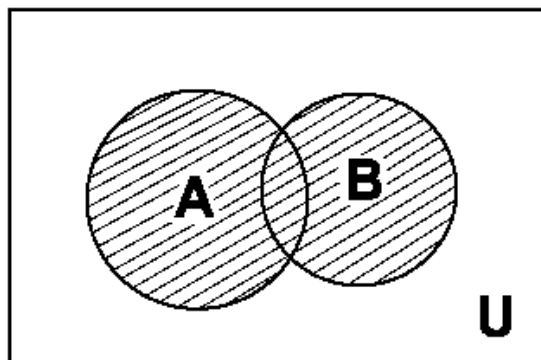
$A \cup B = \{a / a \in A \text{ или } a \in B\}$ (рис. 1, а).

Пересечением двух множеств A и B называется множество вида:

$A \cap B = \{a / a \in A \text{ и } a \in B\}$ (рис. 1, б).

Если множества A и B не имеют общих элементов, то $A \cap B = \emptyset$.

а



б

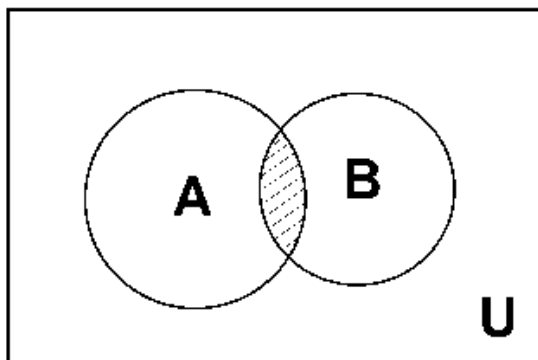


Рис. 1.2.

Свойства операций объединения и пересечения

1. $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$ (коммутативность);

2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (ассоциативность).

Объединение и пересечение связаны законами дистрибутивности:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

По свойству 3 операции включения следует равенство правой и левой частей доказываемого равенства.

Для операции объединения множеств нейтральным является пустое множество $\emptyset$, а для операции пересечения множеств - универсальное множество U .

Разность множеств A и B определяется следующим образом:

$A \setminus B = \{a / a \in A \text{ и } a \notin B\}$ (рис. 1.3, а).

Разность не обладает свойством коммутативности; эта операция также не является и ассоциативной.

Пользуясь понятием универсального множества, можно определить дополнение $\bar{A}$ к множеству A , как разность вида: $\bar{A} = U \setminus A$ (рис. 1.3, б).

Пример. Пусть в качестве универсального множества выступает множество целых чисел Z и пусть A - это множество всех чётных чисел. Тогда $\bar{A}$ - это множество всех нечётных чисел.

Операции объединения, пересечения и дополнения множеств связаны между собой законами де Моргана:

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}, \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}.$$

Если $a \in \overline{A \cap B}$, то $a \notin A \cap B$. Это значит, что или $a \in \bar{A}$, или $a \in \bar{B}$, т.е. $a \in \bar{A} \cup \bar{B}$. Следовательно, $\overline{A \cap B} \subseteq \bar{A} \cup \bar{B}$.

С другой стороны, если $a \in \bar{A} \cup \bar{B}$, то или $a \in \bar{A}$, или $a \in \bar{B}$. Это значит, что $a \notin$

$A \cap B$, т.е. $a \in \overline{A \cap B}$. Таким образом, $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.
Из этих двух включений следует первый закон де Моргана.
Второй закон доказывается аналогичным образом.

□

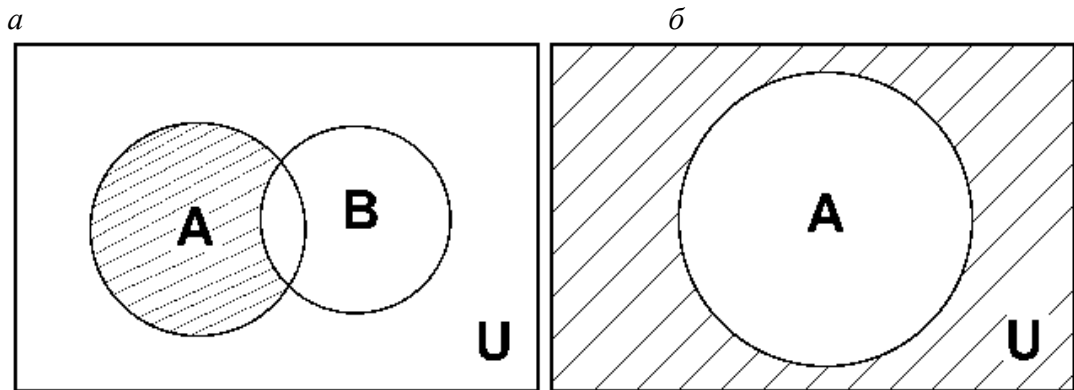


Рис. 1.3.

Образцы решения задач.

1. **Найти** $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$. $A = \{7; 8; 9\}; B = \{7; 8; 10\}$
Решение:

$$A \cup B = \{7; 8; 9\} \cup \{7; 8; 10\} = \{7; 8; 9; 10\}$$

$$A \cap B = \{7; 8; 9\} \cap \{7; 8; 10\} = \{7; 8\}$$

$$A \times B = \{7; 8; 9\} \times \{7; 8; 10\} = \{(7; 7); (7; 8); (7; 10); (8; 7); (8; 8); (8; 10); (9; 7); (9; 8); (9; 10)\}$$

$$B \times A = \{7; 8; 10\} \times \{7; 8; 9\} = \{(7; 7); (7; 8); (7; 9); (8; 7); (8; 8); (8; 10); (10; 7); (10; 8); (10; 9)\}$$

$$A \setminus B = \{7; 8; 9\} \setminus \{7; 8; 10\} = \{9\}.$$

2. **Доказать равенство и записать двойственное ему:**

$$(A \cup B)(B \cup C)(C \cup A) = ABC \cup AB \cup AC \cup BC$$

Решение:

Преобразуем левую часть:

$$\begin{aligned} (A \cup B)(B \cup C)(B \cup A) &= (AB \cup C)(B \cup A) = AB \cup AB \cup CB \cup CA = \\ &= ABC \cup AB \cup AC \cup BC \end{aligned}$$

Таким образом, левая часть равна правой части, т.е. равенство верно.

Для того чтобы составить равенство, двойственное данному, пользуемся принципом двойственности. Заменяем в данном равенстве знак $\cup$ на $\cap$ и наоборот. Чтобы не поменялся порядок действий, по другому поставим скобки. Получим двойственное равенство:

$$AB \cup BC \cup CA = (A \cup B \cup C)(A \cup B)(A \cup C)(B \cup C)$$

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.

2. **Найти** $A \cup B; A \cap B; A \times B; B \times A; A \setminus B$. $A = \{4; 6; 8\}; B = \{6; 10; 14\}$

3. **Доказать равенство и записать двойственное ему:**

$$(A \cup B)(B \cup C)(C \cup D) = AC \cup BC \cup BD$$

4. Даны множества M, P, T . Каким будет множество $S = (M \cup P) \setminus T$, если $M = \{3; 7; 8; 6; 0\}$; $P = \{x \mid x \in R; 0 < x \leq 6\}$; $T = \{x \mid x \in R; 3 \leq x < 7\}$.

Найдите его. Изобразите его с помощью кругов Эйлера.

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 5. Мощность конечного множества

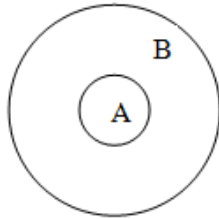
Цель лабораторной работы: уметь решать задачи с помощью кругов Эйлера.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Множество A называют подмножеством множества B , если любой элемент множества A является элементом множества B .

Графически это выглядит так

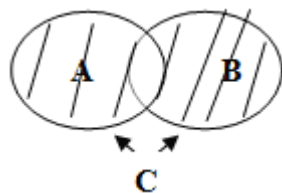


Можно дать другое определение равных множеств. Два множества называются равными, если они являются взаимными подмножествами.

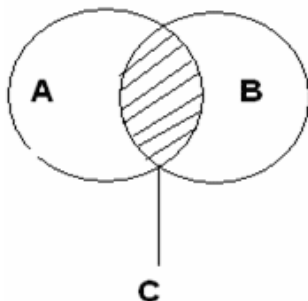
$$A \subset B \text{ и } B \subset A \Rightarrow A = B$$

Рассмотрим операции над множествами и их графическую иллюстрацию

1. Объединение множеств A и B изображаем:

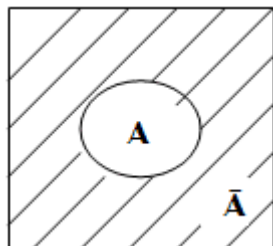


2. Пресечение двух множеств A и B изображаем:



В любой имеющей смысл задаче обычно рассматриваются подмножества некоторого "наибольшего" множества U , которое называют универсальным множеством. Универсальное множество - это самое большее множество, содержащее в себе все множества, рассматриваемые в задаче.

Множество всех элементов универсального множества U , не принадлежащих множеству A называется дополнением множества A до U и обозначается $\bar{A}$



Мощностью конечного множества называется количество его элементов.

Для конечного множества A через $m(A)$ обозначим число элементов в множестве A .

Из определения следуют свойства:

$$m(A) + m(\bar{A}) = m(E)$$

$$A = B \Rightarrow m(A) = m(B)$$

Для любых конечных множеств справедливы так же утверждения:

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B)$$

$$m(A \cup B \cup C) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A \cap B) - m(A \cap C) - m(B \cap C) - m(A \cap B \cap C).$$

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.

2. Решить задачи.

Задача № 1. В классе 35 учеников. Каждый из них пользуется хотя бы одним из видов городского транспорта: метро, автобусом и троллейбусом. Всеми тремя видами транспорта пользуются 6 учеников, метро и автобусом – 15 учеников, метро и троллейбусом – 13 учеников, троллейбусом и автобусом – 9 учеников. Сколько учеников пользуются только одним видом транспорта?

Задача № 2. Каждый из 35 шестиклассников является читателем, по крайней мере, одной из двух библиотек: школьной и районной. Из них 25 человек берут книги в школьной библиотеке, 20 – в районной. Сколько шестиклассников: 1. Являются читателями обеих библиотек; 2. Не являются читателями районной библиотеки; 3. Не являются читателями школьной библиотеки; 4. Являются читателями только районной библиотеки; 5. Являются читателями только школьной библиотеки?

Задача № 1. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 – в Италии, 6 – в Англии; в Англии и Италии – 5; в Англии и Франции – 6; во всех трех странах – 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

Задача № 2. В трёх группах 70 студентов. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 студентов из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько студентов не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько студентов заняты только спортом?

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 6. Функции алгебры логики

Цель лабораторной работы: уметь решать задачи с помощью функций алгебры логики.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Будем рассматривать логические переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$, принимающие только два значения: «1» или «0».

Булевой функцией $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется произвольная функция, аргументами которой являются логические переменные и принимающая только одно из двух значений: «1» или «0».

Количество булевых функций одного аргумента равно $2^2 = 4$, это функции:

$$f_1(x) = 0, f_2(x) = 1, f_3(x) = x \text{ и } f_4(x) = \bar{x}.$$

Булевых функций двух аргументов всего $2^4 = 16$, а количество булевых функций n аргументов равно 2^{2^n} .

Всякой формуле алгебры логики, составленной из элементарных высказываний $x_1, x_2, \dots, x_n$ соответствует булева функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, аргументы которой принимают значения истинности соответствующих элементарных высказываний: «1» или «0». Две равносильные формулы алгебры логики определяют одну и ту же булеву функцию, т.к. значения истинности этих формул совпадают для одинаковых значений входящих в них переменных. Для булевых функций можно составлять таблицы значений – всякую булеву функцию n аргументов можно задать таблицей из 2^n строк.

Например, таблица значений некоторых функций 2-х аргументов, соответствующих основным логическим операциям (отрицание одного аргумента, конъюнкция, дизъюнкция, импликация и эквиваленция) выглядит так:

x_1	x_2	$\bar{x}_1$	$x_1 \wedge x_2$	$x_1 \vee x_2$	$x_1 \rightarrow x_2$	$x_1 \leftrightarrow x_2$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

Значение булевой функции $f(x_1, x_2)$ при известных значениях аргументов устанавливается по строке таблицы, соответствующей заданным значениям x_1 и x_2 . Например, для функции $f(x_1, x_2) = x_1 \rightarrow x_2$ значение $f(1, 0) = 0$, а значение $f(1, 1) = 1$.

Каждой релейно-контактной схеме (РКС), составленной из переключателей $x_1, x_2, \dots, x_n$, можно поставить в соответствие булеву функцию, называемую ее *функцией проводимости*:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если РКС замкнута,} \\ 0, & \text{если РКС разомкнута.} \end{cases}$$

Функция проводимости РКС задается при помощи формулы логики, соответствующей этой РКС. Например, РКС, изображенная на рис. 2,

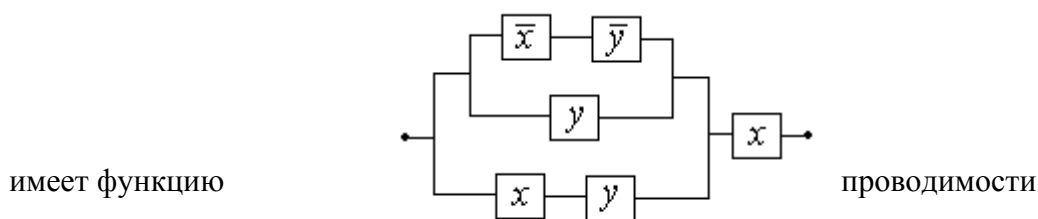


Рис. 2

$f(x, y) = (((\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee y) \vee (x \wedge y)) \wedge x \equiv y \wedge x$, таблица значений которой имеет вид:

x	y	$f(x, y)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Любая функция п переменных может быть представлена многочленом (полиномом) Жегалкина и это представление единственно.

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.

2. Решить задачи.

Построить функцию, двойственную данной: $a \vee b$

К какому из классов Поста принадлежит функция $x \oplus y$

Построить функцию, двойственную данной: $a \wedge b$

К какому из классов Поста принадлежит функция $x \Rightarrow y$

Построить функцию, двойственную данной: $\bar{a}$

К какому из классов Поста принадлежит функция $\overline{xu}$

Построить функцию, двойственную данной: $\bar{x}$

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 7. Представление Булевых функций в виде многочлена Жегалкина

Цель лабораторной работы: уметь представлять булеву функцию, заданную таблицей или формулой, в виде многочлена Жегалкина, используя преобразования выражений по законам алгебры логики, определять является ли данная функция линейной.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Многочлены алгебры логики строятся по аналогии с обычными многочленами. Умножение заменяем конъюнкцией, а сложение альтернативной дизъюнкцией (сложением по модулю два).

Многочленом Жегалкина называется альтернативная дизъюнкция, каждый член которой представляет собой конъюнкцию переменных или переменные, или 1. Любая функция может быть представлена многочленом (полиномом) Жегалкина и это представление единственно. Функция является линейной, если многочлен Жегалкина не содержит конъюнкции переменных.

Образцы решения: Записать булеву функцию $f(x, y, z) = (x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \Leftrightarrow x)$ в виде многочлена Жегалкина. Определить является ли функция линейной.

Решение:

Преобразуем равенство, используя формулы алгебры логики.

$$\begin{aligned}(x \vee \bar{y}) \rightarrow (z \Leftrightarrow x) &= (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y}) \rightarrow (z \oplus x \oplus 1) = \\ &= (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y})(z \oplus x \oplus 1) \oplus (x\bar{y} \oplus x \oplus \bar{y}) \oplus 1 = \\ &= x\bar{y}z \oplus x\bar{y}x \oplus x\bar{y} \oplus xz \oplus x \oplus x \oplus \bar{y}z \oplus \bar{y}x \oplus \bar{y} \oplus x\bar{y} \oplus x \oplus \\ &\oplus \bar{y} \oplus 1 = xz(y \oplus 1) \oplus x\bar{y} \oplus x\bar{y} \oplus xz \oplus (y \oplus 1)z \oplus \bar{y} \oplus x \oplus \\ &\oplus \bar{y} \oplus 1 = xyz \oplus xz \oplus xz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1 = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1\end{aligned}$$

Функция не является линейной, т.к. многочлен Жегалкина содержит конъюнкции переменных.

Ответ: функция не является линейной; многочлен Жегалкина, соответствующий данной функции:

$$f(x; y; z) = xyz \oplus yz \oplus z \oplus x \oplus 1$$

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.

2. Решить задачи.

1. Проверить правильность формул, используя таблицы истинности:

$$\bar{\bar{x}} = x \oplus 1; \quad x \oplus x = 0; \quad x \vee y = xy \oplus x \oplus y; \quad x \Rightarrow y = xy \oplus x \oplus 1; \quad x \Leftrightarrow y = x \oplus y \oplus 1;$$

$$x \downarrow y = xy \oplus x \oplus y \oplus 1, \quad x | y = xy \oplus 1.$$

2. Выбрать правило исключения альтернативной дизъюнкции $a \oplus b$:

3. Найти среди многочленов Жегалкина линейный.

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в

редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Определение многочлена Жегалкина.
2. Какой многочлен Жегалкина называется линейным?

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1
- 2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 8. Классы Поста

Цель лабораторной работы: знать определения классов Поста, теорему о функциональной полноте системы булевых функций, уметь определять к какому классу Поста относится данная булева функция.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

Теоретическая часть

Американский математик Эмиль Пост ввёл в рассмотрение следующие замкнутые классы булевых функций:

- Функции, сохраняющие константу 0 или 1;
- Самодвойственные функции;
- Монотонные функции;
- Линейные функции.

Им было доказано, что любой замкнутый класс булевых функций, не совпадающий с $\mathcal{C}$, целиком содержится в одном из этих пяти так называемых предполных классов, но при этом ни один из пяти не содержится целиком в объединении четырёх других. Таким образом, критерий Поста для полноты системы сводится к выяснению, не содержится ли вся эта система целиком в одном из предполных классов. Если для каждого класса в системе найдётся функция, не входящая в него, то такая система будет полной, и с помощью входящих в неё функций можно будет получить любую другую булеву функцию. Пост доказал, что множество замкнутых классов булевых функций — счётное множество.

Заметим, что существуют функции, не входящие ни в один из классов Поста. Любая такая функция сама по себе образует полную систему. В качестве примеров можно назвать штрих Шеффера или стрелку Пирса.

для того чтобы записать полную систему функций надо проверить имеющиеся функции по всем пяти классам Поста, а уже недостающую функцию записать исходя из теоремы "чтобы система булевых функций была полной, надо, чтобы в ней существовали:

- Хотя бы одна функция, не сохраняющая 0.
- Хотя бы одна функция, не сохраняющая 1.
- Хотя бы одна нелинейная функция.
- Хотя бы одна немонотонная функция.
- Хотя бы одна несамодвойственная функция.

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.
2. Определить к каким классам Поста относятся булевы функции:

1в.

1. $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$

2. $(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

2в.

1. $x | (y \wedge z)$

2. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

3в

1. $x | (y \rightarrow z)$

2. $(\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

4в.

1. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

$$2. (\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

5B

$$1. (x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

$$2. (\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$$

6B

$$1. ((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y$$

$$2. (x|y) \rightarrow (x|z)$$

7B.

$$1. (x|y) \vee (x|z)$$

$$2. (\bar{z} \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z}|(y \oplus \bar{x}))$$

8B.

$$1. \overline{(z \rightarrow x) \Leftrightarrow (y|x)}$$

$$2. (\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$$

9B

$$1. x \oplus (y \vee z)$$

$$3. (x \vee \bar{y}) \rightarrow \overline{(z \leftrightarrow \bar{x})}$$

10B.

$$1. \overline{(x|\bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})}$$

$$3. x|(y \Rightarrow z)$$

11B.

$$1. x|(y \oplus z)$$

$$2. (x|y) \vee (x|z)$$

12B.

$$1. \overline{(z \rightarrow x) \Leftrightarrow (y|x)}$$

$$2. (\bar{z} \oplus y) \vee (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$$

13B.

$$1. (x|\bar{y}) \oplus (\bar{z} \rightarrow x)$$

$$2. (\bar{z} \Rightarrow y) \oplus (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$$

14B

$$1. (x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$$

$$2. (\bar{z} \Leftrightarrow y) \vee (\bar{z}|(z \vee \bar{x}))$$

15B

$$1. (x|y) \rightarrow (x|z)$$

$$2. (\bar{z} \oplus y) \Rightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$$

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Какие существуют классы Поста?
2. Определения функций, принадлежащих различным классам Поста.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

Лабораторная работа № 9. Приложение алгебры логики: релейно-контактные схемы

Цель лабораторной работы: знать законы алгебры Буля, уметь составлять РКС для высказываний, записывать высказывания по данным РКС.

Формируемые компетенции: УК-1; УК-4; УК-8

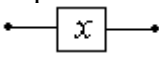
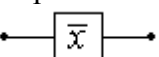
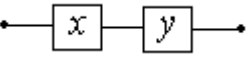
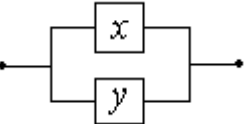
Теоретическая часть

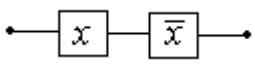
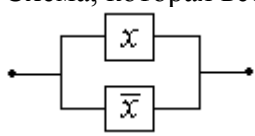
Релейно-контактной схемой (РКС) или переключательной схемой называется схематическое изображение устройства, состоящего из следующих элементов:

- 1) переключателей (контактов, реле, ламп и др.);
- 2) соединительных проводников;
- 3) входов-выходов (полюсов РКС).

Рассмотрим простейшую РКС, содержащую один переключатель P . Если переключателю P поставить в соответствие высказывание x : «Переключатель P замкнут», то истинному значению x ($x = 1$) будет соответствовать замкнутое состояние переключателя, при котором РКС проводит ток, т.е. импульс, поступающий на вход, может быть снят на выходе. Значению $x = 0$ будет соответствовать разомкнутое состояние РКС (ток не проводится). Каждой РКС, состоящей из нескольких переключателей, можно поставить в соответствие высказывание, выраженное некоторой формулой A , таким образом, что истинному значению формулы ($A = 1$) будет соответствовать замкнутое состояние РКС, а значению $A = 0$ – разомкнутое состояние. Примеры таких соответствий приведены в таблице.

Простейшие РКС и соответствующие им формулы логики.

РКС	Формула	Значения
Переключатель x : 	Простейшее высказывание: x	$x = 1$, если переключатель замкнут; $x = 0$, если переключатель разомкнут
Переключатель $\bar{x}$: 	Отрицание простейшего высказывания: $\bar{x}$	$\bar{x} = 0$, если переключатель замкнут; $\bar{x} = 1$, если переключатель разомкнут
Последовательное соединение:  (схема замкнута, когда оба переключателя замкнуты)	Конъюнкция высказываний: $x \wedge y$	$x \wedge y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \end{cases}$ $x \wedge y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 0. \end{cases}$
Параллельное соединение:  (схема разомкнута, когда оба переключателя разомкнуты)	Дизъюнкция высказываний: $x \vee y$	$x \vee y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases}$ $x \vee y = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$

Схема, которая всегда разомкнута 	$x \wedge \bar{x}$	$x \wedge \bar{x} \equiv 0$
Схема, которая всегда замкнута 	$x \vee \bar{x}$	$x \vee \bar{x} \equiv 1$

Из простейших РКС путем их последовательного и параллельного соединения могут быть построены более сложные переключательные схемы.

Доказано, что любая формула алгебры логики может быть преобразована к виду, содержащему только операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Это позволяет изображать логические формулы при помощи РКС, а РКС задавать формулами.

Например, согласно формулам основных равносильностей

$$x \rightarrow y \equiv \bar{x} \vee y \quad \text{и} \quad x \leftrightarrow y \equiv (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x),$$

следовательно, логическим операциям импликации и эквиваленции соответствуют РКС, изображенные рис. 1.

Используя равносильные преобразования логической формулы, соответствующей некоторой РКС, можно *упростить РКС*, т.е. привести ее к виду, содержащему меньшее число переключателей.

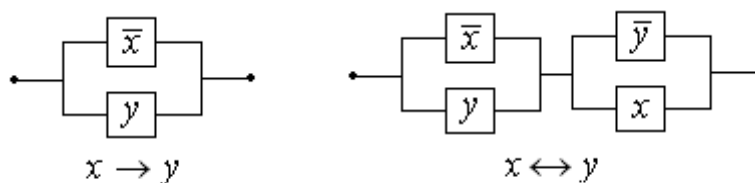


Рис. 1

Лабораторное задание

1. Изучить теоретический материал данной лабораторной работы.
2. Задать релейно-контактной схемой формулу, соответствующие таблице истинности:

x	y	z	
1	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	0	0	1

3. Задать формулу алгебры логики релейно-контактной схемой:

$$(\bar{z} \oplus x) \vee (\bar{z} | (y \vee \bar{x})) \Leftrightarrow x \wedge (y \oplus z)$$

Оборудование и материалы: для выполнения данной лабораторной работы необходим компьютер с установленной операционной системой Windows 7 и программными продуктами: пакет MS Office.

Указания по технике безопасности: к выполнению лабораторных работ

допускаются студенты, ознакомившиеся с правилами работы в лаборатории, прошедшие инструктаж безопасности.

Содержание отчета: отчет по лабораторной работе должен быть выполнен в редакторе MS Word и оформлен согласно требованиям. Требования по форматированию: Шрифт TimesNewRoman, интервал – полуторный, поля левое – 3 см., правое – 1,5 см., верхнее и нижнее – 2 см. Абзацный отступ – 1,25. Текст должен быть выровнен по ширине. Отчет должен содержать титульный лист с темой лабораторной работы, цель работы и описанный процесс выполнения вашей работы. В конце отчета приводятся выводы о проделанной работе. В отчет необходимо вставлять скриншоты выполненной работы и добавлять описание к ним. Каждый рисунок должен располагаться по центру страницы, иметь подпись (Рисунок 1 – Создание подсистемы) и ссылку на него в тексте.

Контрольные вопросы:

1. Что называется релейно-контактной схемой.
2. Простейшие РКС и соответствующие им формулы логики.

Список литературы, рекомендуемый к использованию по данной теме:

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие
УДК: 510.6 + 510.51, ББК: 22.12я73 Томск: ТУСУР, 2016, С- 132. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=480886&sr=1

2 Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие. Составители
Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. УДК: 94(5) (075.8) ББК: 22.12 я73.
Ставрополь: СКФУ, 2017. С – 418. URL:
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467015&sr=1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы по дисциплине
«Применение математической логики в системах управления /
Application of mathematical logic in control systems» для
направления подготовки 09.04.03 «Прикладная информатика»

(направленность (профиль) «Управление знаниями»)

Ставрополь
2022

Введение

На современном этапе технологического процесса, в эпоху компьютеризации, актуальным является изучение информационных систем и технологий на многих специальностях.

Владение компьютерными технологиями является абсолютно необходимым для каждого грамотного человека. Неотъемлемым компонентом компьютерной грамотности следует признать должный уровень владения определенным набором понятий и терминов языка компьютерных технологий. Такого плана языковые знания полезны для уверенной ориентации пользователя в мире информации и повышения его технологических возможностей при работе с компьютером в дальнейшем.

1. Общая характеристика самостоятельной работы студента при изучении дисциплины Применение математической логики в системах управления – формирование набора общих, общепрофессиональных и профессиональных компетенций будущего магистра по направлению подготовки 09.04.03 «Прикладная информатика».

2. Задачи освоения дисциплины:

- формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения.

3. Формируемые компетенции - УК-1; УК-4; УК-8

4. План-график выполнения самостоятельной работы

№ п/п	Раздел дисциплины	Неделя семестра	СРС в часах	Формы текущего контроля успеваемости
1	Лабораторная работа № 1. Элементы математической логики	1.	7	Собеседование по вопросам темы
2	Лабораторная работа № 2. Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности	2.	7	Собеседование по вопросам темы
3	Лабораторная работа № 3. Решение логических задач	3.	7	Собеседование по вопросам темы
4	Лабораторная работа № 4. Действия над множествами	4.	7	Собеседование по вопросам темы
5	Лабораторная работа № 5. Мощность конечного множества	5.	7	Собеседование по вопросам темы
6	Лабораторная работа № 6. Функции алгебры логики	6.	7	Собеседование по вопросам темы
7	Лабораторная работа № 7. Представление Булевых функций в виде многочлена Жегалкина	7.	7	Собеседование по вопросам темы
8	Лабораторная работа № 8. Классы Поста	8.	7	Собеседование по вопросам темы
9	Лабораторная работа № 9. Приложение алгебры логики: релейно-контактные схемы	9.	11,5	Собеседование по вопросам темы
ИТОГО			67,5	

5. Методические рекомендации по изучению теоретического материала

На первом этапе необходимо ознакомиться с рабочей программой дисциплины, в которой рассмотрено содержание тем дисциплины лекционного курса, взаимосвязь тем лекций с лабораторными занятиями, темы и виды самостоятельной работы. По каждому виду самостоятельной работы предусмотрены определённые формы отчетности.

Примерный перечень вопросов для собеседования

Лабораторная работа № 1. Элементы математической логики

1. Что понимают в математической логике под высказыванием?
2. Какие действия выполняются над высказываниями?
3. Что называют алгеброй Буля?
4. Законы алгебры Буля.

Лабораторная работа № 2. Приведение формул к совершенным нормальным формам по таблицам истинности

1. Что такое ДНФ?
2. Чем отличается ДНФ от СДНФ?
3. Как составить ДНФ по таблице истинности?

Лабораторная работа № 3. Решение логических задач

1. Что такое ДНФ?
2. Чем отличается ДНФ от СДНФ?
3. Как составить ДНФ по таблице истинности?

Лабораторная работа № 4. Действия над множествами

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Лабораторная работа № 5. Мощность конечного множества

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Лабораторная работа № 6. Функции алгебры логики

1. Что понимают под множеством?
2. Способы задания множеств.
3. Какое множество называют пустым? Универсальным?
4. Действия над множествами.
5. Законы действий над множествами.

Лабораторная работа № 7. Представление Булевых функций в виде многочлена Жегалкина

1. Определение многочлена Жегалкина.
2. Какой многочлен Жегалкина называется линейным?

Лабораторная работа № 8. Классы Поста

1. Какие существуют классы Поста?
2. Определения функций, принадлежащих различным классам Поста.

Лабораторная работа № 9. Приложение алгебры логики: релейно-контактные схемы

1. Что называется релейно-контактной схемой.
2. Простейшие РКС и соответствующие им формулы логики.

6. Методические указания по подготовке к зачету

Процедура зачета как отдельное контрольное мероприятие не проводится, оценивание знаний обучающегося происходит по результатам текущего контроля.

7. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущая аттестация студентов магистратуры проводится преподавателями, ведущими лабораторные работы по дисциплине, на основе результатов устного опроса на практических занятиях и выполнения заданий самостоятельной работы.

К самостоятельному занятию магистр должен подготовить ответы на вопросы собеседования, выполнить дополнительные задания по теме занятия, проработать дополнительные научные источники, сделать конспект статьи (если это предусмотрено). Максимальную оценку студент получает, если он активно участвует в работе, владеет материалом, умеет логично и четко излагать мысли, творчески подходит к решению основных вопросов темы, показывает самостоятельность мышления.

Основанием для снижения оценки являются:

- слабое знание темы и основной терминологии;
- отсутствие умения применить теоретические знания для решения практических задач.