

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

Методические указания по выполнению практических работ

Направление подготовки 03.03.02 Физика

Направленность (профиль):

«Физика Земли и космоса»

**Ставрополь
2026**

Содержание

Введение	4
Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ»	4
Наименование и содержание проведения практических занятий	5
Группы вопросов, выносимых на обсуждение на практических занятиях.....	13
Примерная тематика заданий для работы студентов.....	14
Скалярные поля:.....	14
Векторные поля:.....	14
Специальные виды полей:.....	14
Криволинейные системы координат:	14
Дифференциальные операции в криволинейных координатах:	15
Тензорная алгебра:	15
Приложения тензорного анализа:	15
Элементы теории групп:.....	15
План подготовки студентов к практическим занятиям	15
Примерные вопросы к коллоквиуму 1	16
Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	17

Введение

Целью освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является изучение основ векторного и тензорного исчисления и их приложений; изучение методов векторного и тензорного анализа, применяющихся при решении прикладных задач.

Задачи дисциплины:

- развитие у студентов направления Физика личностных качеств, а также формирование интереса к изучению современной физики, понимания её важнейшей роли в развитии различных сфер человеческой деятельности;
- изучение основ векторного и тензорного анализа, а также их приложений;
- знакомство студентов с математическими объектами, составляющими необходимую и важную часть языка теоретической физики, классической и квантовой механики, теории электромагнитного поля и др.;
- выработка практических навыков решения физических проблем математическими методами.

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Базовой части Б1.О.26 Блока 1 «Дисциплины (модули)». Её освоение происходит в 3 семестре.

Связь с предшествующими дисциплинами

Для освоения курса «Векторный и тензорный анализ» необходимо изучить следующие дисциплины: главы «Математического анализа», «Дифференциальные уравнения», «Аналитическая геометрия» и «Высшая алгебра».

Связь с последующими дисциплинами

Векторный и тензорный анализ является математическим инструментом физика-теоретика, поэтому освоение дисциплины необходимо как предшествующее для курсов: «Теоретическая механика. Механика сплошных сред», «Электричество и магнетизм», «Электродинамика», «Квантовая теория», «Физика конденсированного состояния. Термодинамика. Статистическая физика. Физическая кинетика».

Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

Наименование компетенции

Индекс	Формулировка:
ОПК - 1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Структура и компонентный состав компетенции

Перечень компонентов	Технологии формирования компетенции	Средства и технологии оценки
способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики	Мультимедиалекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа
способность создавать математические модели типовых профессиональных задач	Мультимедиалекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа
способность интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Мультимедиалекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа

Знать:

основные определения и теоремы

Уметь:

решать различные задачи, связанные с градиентом скалярного поля; вычислять поток векторного поля через различные поверхности, применять теорему Гаусса-Остроградского; вычислять дивергенцию, ротор, циркуляцию вдоль заданной линии векторного поля; применять формулу Грина, Стокса; находить сумму, разность тензоров, произведение тензора на число, произведение тензоров; раскладывать тензор на симметричный и антисимметричный.

Владеть:

дифференциальными операциями теории поля, необходимыми при дальнейшем изучении теоретических курсов физики.

Наименование и содержание проведения практических занятий

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание
---	---

1	Скалярные поля: скалярные и векторные поля; линии уровня и поверхности уровня скалярного поля; скорость изменения скалярного поля в заданном направлении; максимальная скорость изменения скалярного поля.
2	Характеристика скалярного поля: градиент скалярного поля; символический дифференциальный оператор Гамильтона; направление вектора градиента скалярного поля; свойства оператора Гамильтона; оператор Гамильтона применительно к сумме и произведению скалярных функций.
3	Векторные поля: понятие векторного поля; векторные линии (линии тока); поток векторного поля через поверхность; физический смысл потока вектора через замкнутую поверхность; формула Остроградского, связь поверхностного и объемного интегралов; циркуляция векторного поля; теорема Стокса связь интегралов по поверхности и замкнутому контуру.
4	Характеристики векторных полей: дивергенция векторного поля; понятие ротора векторного поля и его физический смысл; обобщенные формулы Стокса и Остроградского; скалярные, векторные и диадные операции с оператором Гамильтона. Специальные виды полей.
5	Криволинейные системы координат: понятие криволинейных систем координат; цилиндрическая и сферическая системы координат; базис, взаимный базис, связь базисов; координатные линии и поверхности. Физические задачи в криволинейных системах координат: метрический тензор и его представление с помощью диадиков. Изменение метрического тензора при переходе к новой системе координат. Тензоры произвольного ранга и произвольной ко- и контрвариантности. Преобразование тензоров при переходе от старых систем координат к новым системам координат.
6	Дифференциальные операции в криволинейных координатах: градиент скалярного поля, лапласиан: дифференцирование базисных векторов; символы Кристоффеля первого и второго рода; вычисление символов Кристоффеля для цилиндрической и сферической систем координат; дивергенция и ротор векторного поля: пример вычисления производной от вектор функции в цилиндрической системе координат; ковариантное дифференцирование и его свойства; ковариантная производная метрического тензора и тензора Леви-Чевита.
7	Тензорная алгебра: операции сложения тензоров; скалярное, векторное и диадное умножения и связанное с этим понятие свертки тензора; понятия транспонирования, симметрирования и альтернирования тензоров; декартовы тензоры; тензоры второго ранга; операции

	сложения, умножения, транспонирования, симметрирования для тензоров второго ранга.
8	Приложения тензорного анализа: тензор деформации: появление некоторых тензоров в механике деформируемого твердого тела и в гидромеханике, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций; понятие шаровой и девиаторной частей тензоров; тензор напряжений. Вид тензора, эллипсоид напряжений; тензор инерции. Вид тензора, эллипсоид инерции.
9	Приложения тензорного анализа: тензор электромагнитного поля. Вид тензора, геометрическое представление тензора. Четырехтензоры. Оператор Даламбера: Понятие Вектора И Тензора В Четырехмерном Пространстве; Свойства четырехтензоров. Оператор Даламбера.

Задачи, выносимые на практические занятия

Практическое занятие №1

СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ. ПОВЕРХНОСТЬ УРОВНЯ. ПРОИЗВОДНАЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ. ГРАДИЕНТ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

1. Найти область определения и описать поверхности уровня скалярного поля $u(M) = \frac{z}{x^2 + y^2}$. Выделить поверхность уровня, проходящую через точку $M(1; 1; 1)$.
2. Найти производную скалярного поля $u(M) = xy^2 - 3x^2y + 2xy + 2$ в точке A по направлению вектора $\vec{AB}$, если $A(2; 1)$, $B(4; 7)$.
3. Найти градиент скалярного поля $\varphi(M) = x^3 + 3y^2 + 2z^2 - 4x + 3y - 4$ в произвольной точке $M(x; y; z)$.
4. По какому направлению в точке $M_0(-3; -2; -1)$ скалярное поле $\varphi(M) = xy + xz + yz$ изменяется быстрее всего? Какова максимальная скорость этого изменения?
5. Найти градиент скалярного поля $(\vec{c}, \vec{r})$, где $\vec{c}$ – постоянный вектор, а $\vec{r}$ – радиус-вектор точки $M(x; y; z)$.
6. Найти $\text{grad } f(r)$, где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.
7. Найти градиент потенциала электростатического поля $\varphi = k \frac{q}{r}$, где q – заряд, помещенный в начале координат; $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ – расстояние от заряда до точки, в которой рассматривается потенциал.

Задачи для самостоятельной работы:

8. Найти поверхности уровня потенциала электростатического поля $\varphi = k \frac{q}{r}$, где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.
9. Найти производную скалярного поля $\varphi(M) = x^2y + 2yz - 3z^2$ в точке $M(1; 2; -1)$ по направлению вектора $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.
10. Найти градиент скалярного поля:
 - а) $u(M) = 2x^2y - 3y^2 + z^2 - 2xyz$ в точке $M(1; 1; -1)$;
 - б) $u(M) = \frac{1}{r^3}$, где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, в произвольной точке, не лежащей в начале координат.
11. Температурное поле задано функцией $T(M) = xy^2 - 2xyz + yz - 1$. В каком направлении больше всего происходит возрастание температуры в точке $M_0(1; -1; 2)$?
12. В каких точках плоскости Oxy градиент скалярного поля $\varphi(M) = 2x^2 - 3y^2 - xy$:
 - а) перпендикулярен к оси Ox ;
 - б) параллелен оси Ox ?

Практическое занятие № 2

ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ. ВЕКТОРНЫЕ ЛИНИИ. ДИВЕРГЕНЦИЯ И РОТОР ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ

1. Найти векторные линии поля $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j} - 2z\vec{k}$.
2. Вычислить дивергенцию радиус-вектора $\vec{r}$ точки $M(x; y; z)$.
3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = r^4\vec{c}$, где r – модуль радиуса-вектора точки $M(x; y; z)$; $\vec{c}$ – постоянный вектор.
4. Выяснить, является ли соленоидальным векторное поле $\vec{a}(M) = x(z^2 - y^2)\vec{i} - y(x^2 + z^2)\vec{j} + z(x^2 + y^2)\vec{k}$.
5. Найти ротор радиуса-вектора точки $M(x; y; z)$.
6. Найти ротор векторного поля $\vec{a}(M) = xyz(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$.
7. Тело вращается вокруг некоторой оси с угловой скоростью ω в данный момент времени t . Найти ротор поля линейных скоростей $\vec{v}$ точек тела в этот момент времени.

Задачи для самостоятельной работы:

8. Определить векторные линии магнитного поля, образованного электрическим током силой I , проходящим по бесконечно длинному прямолинейному проводу. Учесть, что если принять провод за ось Oz , то вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$ выражается формулой: $\vec{H} = \frac{2I}{l^2}(-y\vec{i} + x\vec{j})$, где l – расстояние от точки, в которой вычисляется напряженность, до провода.

9. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = (3x^2y + xz^2)\vec{i} + (y^2z + x^2y)\vec{j} + (xz^2 + y^2z)\vec{k}$.
10. Вычислить дивергенцию поля $\vec{a}(M) = r^2\vec{c}$, где $\vec{c}$ - постоянный вектор; r - модуль радиуса-вектора $\vec{r}$.
11. Выяснить, является ли соленоидальным векторное поле $\vec{a} = (2x^2y + z^2)\vec{i} - (x^2 + y^2z)\vec{j} + (x^2z^2 - 2xy + z)\vec{k}$.
12. Найти ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (x^2y + yz)(2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})$.
13. Найти ротор векторного поля $\vec{a}(M) = \cos(x - y + 2z)(3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ в точке $A(\pi/4; -\pi/2; \pi/4)$.
14. Найти ротор векторного поля $\vec{a}(M) = \frac{\vec{r}}{r^2}$, где $\vec{r}$ - радиус-вектор точки $M(x; y; z)$.

Практическое занятие № 3

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА. ОПЕРАТОР ЛАПЛАСА

1. Доказать, что $\text{rot grad } u \equiv 0$.
2. Вычислить $\text{div grad } f(r)$, где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.
3. Вычислить $\Delta(r^2\vec{r})$.
4. Является ли гармоническим поле $u(M) = \frac{k}{r}$, где k - постоянная, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.
5. Из уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, (*)$$
где $\vec{E}$ - напряженность электрического поля; c - постоянная; t - время; $\vec{H}$ - напряженность магнитного поля, исключить вектор $\vec{E}$ электрического поля, учитывая соленоидальность магнитного поля.

Задачи для самостоятельной работы:

6. Доказать, что $\text{div rot } \vec{a} \equiv 0$.
7. Вычислить Δu , если $u = \frac{1}{r^2}$, где $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.
8. Вычислить $\Delta \vec{a}$, если $\vec{a}(M) = 3z(x^2 + y^2)\vec{i} - 2y(x^2 + z^2)\vec{j} + 4x(y^2 + z^2)\vec{k}$.
9. Выяснить, является ли гармоническим поле:
 - а) $u(M) = x^2 + y^2 - 2z^2 - 2xyz$;
 - б) $\vec{a}(M) = \frac{\vec{r}}{r^3}$, где $\vec{r}$ - радиус-вектор точки $M(x; y; z)$.

10. Из уравнений Максвелла (*) исключить вектор $\vec{H}$ магнитного поля, учитывая соленоидальность электрического поля.

Практическое занятие № 4
ОСНОВНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ
КООРДИНАТАХ

1. Найти градиент скалярного поля $u(M) = \rho^2 \varphi + z^2 \varphi^3 - \rho \varphi z + 3$, заданного в цилиндрических координатах.
2. Показать, что векторное поле $\vec{a}(M) = \frac{2 \cos \theta}{r^3} \vec{e}_r + \frac{\sin \theta}{r^3} \vec{e}_\theta$, заданное в сферической системе координат, соленоидально.
3. Показать, что векторное поле $\vec{a}(M) = z \cos \varphi \vec{e}_\rho - z \sin \varphi \vec{e}_\varphi + \rho \cos \varphi \vec{e}_z$, заданное в цилиндрической системе координат, потенциально.
4. Является ли поле $u(M) = r \cos^2 \theta \cos 2\varphi$, заданное в сферической системе координат, гармоническим?

Задачи для самостоятельной работы:

5. Найти градиент скалярного поля $u(M) = \rho^3 + \rho^2 \cos \varphi + z \sin \varphi$, заданного в цилиндрических координатах.
6. Вычислить дивергенцию векторного поля

$$\vec{a}(M) = \rho^2 z \vec{e}_\rho + z^2 \varphi \vec{e}_\varphi - \frac{z^3}{3\rho} \vec{e}_z$$
, заданного в цилиндрических координатах.
7. Доказать соленоидальность векторного поля

$$\vec{a}(M) = (2r \sin \theta \sin \varphi - \cos \theta \cos^2 \varphi) \vec{e}_r + \sin \theta \cos^2 \varphi \vec{e}_\theta + 6r \sin^2 \theta \cos \varphi \vec{e}_\varphi$$
, заданного в сферических координатах.
8. Найти ротор векторного поля $\vec{a}(M) = r^2 \cos \theta \vec{e}_r - 2r \sin^2 \theta \vec{e}_\theta + \cos^2 \varphi \vec{e}_\varphi$, заданного в сферических координатах.
9. Является ли гармоническим скалярное поле

$$u(M) = 3\rho^2 z^2 + 2 \cos 2\varphi - z^4$$
, заданное в цилиндрических координатах?

Практическое занятие № 5
ТЕНЗОРЫ. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ТЕНЗОРАМИ. ТЕНЗОРНАЯ
АЛГЕБРА

1. Найти сумму и произведение тензоров $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Умножить тензор $\hat{L}$, заданный в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, на вектор $\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$: а) справа; б) слева.

3. Тензор второго ранга задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Найти скаляр, полученный в результате применения к данному тензору операции свертывания по паре индексов i, j .

4. Транспонировать тензор $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -1 & 1 & 7 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Тензор второго ранга задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Разложить этот тензор на симметричный и антисимметричный.

6. Найти инварианты и главные значения тензора $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

Задачи для самостоятельной работы:

7. Найти сумму и произведение тензоров $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Умножить тензор $\hat{L}$, заданный в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, на вектор $\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$: а) справа; б) слева.

9. Тензор второго ранга задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$. Найти скаляр, полученный в результате применения к данному тензору операции свертывания.

10. Транспонировать тензор $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

11. Разложить тензор второго ранга, заданный матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, на симметричный и антисимметричный.

12. Найти инварианты и главные значения тензора $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Группы вопросов, выносимых на обсуждение на практических занятиях

1. Скалярное поле. Стационарные и нестационарные поля. Аналитическое задание скалярного поля. Типы скалярных полей. Поверхности уровня. Семейство поверхностей уровня. Производная по направлению. Примеры.
2. Скалярное поле. Градиент. Свойства градиента. Связь градиента с производной по направлению. Примеры.
3. Векторное поле. Аналитическое задание векторного поля. Векторные линии. Семейство векторных линий. Описание векторного поля на примере текущей жидкости.
4. Поток вектора. Циркуляция вектора. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса.
5. Физический и аналитический смысл дивергенции и ротора векторного поля. Связь ротора линейной скорости твердого тела с угловой скоростью его вращения.
6. Оператор Гамильтона. Аналитическое представление дифференциальных характеристик скалярного и векторного полей с использованием оператора Гамильтона. Их свойства.
7. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.
8. Классификация векторных полей. Теорема Гельмгольца.
9. Потенциальные векторные поля и их свойства. Примеры.
10. Консервативные векторные поля и их свойства. Примеры.
11. Центральные векторные поля и их свойства. Примеры.
12. Соленоидальные векторные поля и их свойства, трубчатые поля. Лапласовы поля. Примеры.
13. Криволинейные системы координат, преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Примеры.
14. Цилиндрическая система координат, координатные поверхности и координатные линии. Примеры.
15. Сферическая система координат, координатные поверхности и координатные линии. Примеры.
16. Коэффициенты Лямэ.
17. Градиент скалярного поля в криволинейных координатах.
18. Дивергенция векторного поля в криволинейных координатах.
19. Ротор векторного поля в криволинейных координатах.

20. Лапласиан в криволинейных координатах.
21. Понятие тензора. Тензоры второго ранга. Примеры тензоров. Типы тензоров. Алгебраические операции над тензорами.
22. Тензор как аффинор. Тензор-производная векторного поля. Скалярный и векторный инварианты тензора-производной.
23. Главные оси и значения тензора. Инварианты тензора.
24. Тензорный эллипсоид.
25. Тензор Леви – Чевиты, его свойства и применение. Примеры.
26. Тензор деформации.
27. Тензор напряжений.
28. Тензор инерции.
29. Четырехмерные векторы и тензоры в физике. Оператор Даламбера.

Примерная тематика заданий для работы студентов

Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии:

- 1) скалярные и векторные величины;
- 2) разложение вектора по базису;
- 3) операции сложения и умножения векторов (скалярное, векторное и диадное произведения);
- 4) умножение трех векторов и более;
- 5) понятие векторной функции;
- 6) годограф радиус-вектора;
- 7) дифференцирование векторных функций.

Скалярные поля:

- 1) скалярные и векторные поля;
- 2) линии уровня и поверхности уровня скалярного поля;
- 3) градиент скалярного поля;
- 4) символический дифференциальный оператор Гамильтона.

Векторные поля:

- 1) векторные линии (линии тока);
- 2) поток векторного поля через поверхность;
- 3) дивергенция векторного поля;
- 4) циркуляция векторного поля;
- 5) ротор векторного поля.

Специальные виды полей:

- 1) потенциальные поля;
- 2) соленоидальные поля;
- 3) краевые задачи.

Криволинейные системы координат:

- 1) цилиндрическая и сферическая системы координат;
- 2) базис, взаимный базис, связь базисов;
- 3) координатные линии и поверхности;
- 4) метрический тензор, изменение метрического тензора при переходе к

новой системе координат;

5) преобразование тензоров при переходе от старых систем координат к новым системам координат.

Дифференциальные операции в криволинейных координатах:

- 1) дифференцирование базисных векторов;
- 2) символы Кристоффеля первого и второго рода;
- 3) ковариантное дифференцирование и его свойства;
- 4) ковариантная производная метрического тензора и тензора Леви -Чевита.

Тензорная алгебра:

- 1) тензоры произвольного ранга и произвольной валентности;
- 2) понятие жонглирования индексами тензора;
- 3) операции сложения тензоров;
- 4) скалярное, векторное и диадное умножения и связанное с этим понятие свертки тензора;
- 5) понятия транспонирования, симметрирования и альтернирования тензоров;
- 6) инварианты.

Приложения тензорного анализа:

- 1) тензоры в механике деформируемого твердого тела и в гидромеханике;
- 2) тензор напряжений, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций;
- 3) понятие шаровой и девиаторной частей тензоров.

Элементы теории групп:

- 1) понятие группы;
- 2) примеры групп;
- 3) группа преобразований линейного пространства;
- 4) группа преобразований Лоренца.

План подготовки студентов к практическим занятиям

1. Скалярные и векторные физические величины. Вектор и его числовые характеристики. Примеры.
2. Координаты вектора и его числовые характеристики в координатной форме. Примеры.
3. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число) и их свойства. Примеры.
4. Множество свободных векторов, равенство векторов, нулевой вектор, углы между векторами, коллинеарные и ортогональные векторы. Примеры.
5. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и независимые векторы. Примеры.
6. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису. Ортонормированный базис, аффинный базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому. Примеры.
7. Скалярное и векторное произведения векторов и их свойства. Примеры.
8. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления. Примеры.

9. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента. Годограф радиуса – вектора точки. Приращение радиуса – вектора при изменении скалярного аргумента. Примеры.

Примерные вопросы к коллоквиуму 1

1. Определение поля (математическое, скалярное, векторное).
2. Стационарные и нестационарные поля.
3. Аналитическое задание скалярного поля.
4. Поверхности уровня.
5. Свойства поверхностей уровня.
6. Семейство поверхностей уровня.
7. Типы скалярных полей.
8. Производная по направлению.
9. Определения градиента.
10. Аналитическое задание векторного поля.
11. Векторные линии.
12. Семейство векторных линий.
13. Описание векторного поля на примере текущей жидкости.
14. Поток вектора.
15. Циркуляция вектора.
16. Характеристики векторного поля.
17. Физический и аналитический смысл дивергенции векторного поля.
18. Физический и аналитический смысл ротора векторного поля.
19. Связь линейной скорости твердого тела с угловой скоростью его вращения.
20. Теорема Остроградского-Гаусса.
21. Теорема Стокса.
22. Оператор Гамильтона.
23. Аналитическое представление дифференциальных характеристик скалярного и векторного полей с использованием оператора Гамильтона. Их свойства.
24. Вторые производные скалярных и векторных функций.
25. Оператор Лапласа.
26. Классификация векторных полей.
27. Криволинейные координаты.
28. Координатные поверхности.
29. Координатные линии.
30. Цилиндрическая система координат.
31. Сферическая система координат.
32. Коэффициенты Лямэ.
33. Основные дифференциальные операции в криволинейных координатах (градиент скалярной функции, дивергенция и ротор векторной функции, оператор Лапласа).

Примерные вопросы к коллоквиуму 2

1. Определение тензора.
2. Тензоры нулевого, первого и второго рангов.
3. Примеры тензоров.
4. Типы тензоров.
5. Алгебраические операции сложения и умножения тензоров.
6. Алгебраические операции умножения тензора на скаляр, на вектор (слева и справа).
7. Транспонирование тензора.
8. Представление тензора в виде его симметричной и антисимметричной частей.
9. Тензор как аффинор.
10. Тензор-производная векторного поля.
11. Скалярный и векторный инварианты тензора-производной.
12. Главные оси тензора.
13. Главные значения тензора.
14. Инварианты тензора.
15. Тензорный эллипсоид.
16. Понятие деформации. Вектор смещения.
17. Тензор деформации.
18. Эллипс деформации.
19. Понятие напряжения.
20. Тензор напряжений.
21. Нормальные и сдвиговые компоненты тензора напряжения.
22. Представление тензора напряжений в собственных осях. Главные напряжения.
23. Эллипсоид напряжений.
24. Момент инерции. Аналогии между основными понятиями и законами поступательного и вращательного механических движений.
25. Тензор инерции.
26. Задание тензора инерции в главных осях.
27. Эллипсоид инерции.
28. Необходимость введения четырехмерных векторов и тензоров.
29. Оператор Даламбера.
30. Уравнения электродинамики в четырехмерной форме

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература.

Основная литература:

- Волкова В.И. Векторный и тензорный анализ: учебное пособие (курс лекций). - Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2018. – 138 с.
- Краснов, М. Л. Векторный анализ : задачи и примеры с подробными решениями : Учеб. пособие / Краснов Михаил Леонтьевич, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 4-е изд., испр. - М. : URSS, 2011. 140 с.
- Сокольников С.И. Тензорный анализ: теория и применение в механике

сплошных сред. М.: КомКнига, 2007. - 376 с.

Дополнительная литература:

- Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: ЛКИ, 2010. - 664 с.
- Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Либроком, 2010. – 440 с.

Методическая литература:

- Речкалов В.Г. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Учебное пособие для вузов. Челябинск, ИИУМЦ "Образование", 2008. - 140 с.
- Кумпяк Д.Е. Векторный и тензорный анализ. Учебное пособие Тверь: Твер. гос. ун-т, 2007. - 160 с.

Интернет-ресурсы:

- <http://www.agv-ksu.narod.ru/le13/vectan.htm>
- <http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/tensor/>
- <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>
- <http://window.edu.ru/resource/778/70778>
- <http://www.sgu.ru/files/nodes/13018/vector.pdf>

Программное обеспечение:

- Atomic Simulation Environment (<https://wiki.fysik.dtu.dk/ase/>)
- FreeON (<http://www.freeon.org>)
- ErgoSCF (ergoscf.org)

Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

- Оргтехника, теле- и аудиоаппаратура. Проекционное оборудование.
- Презентации в Power Point.
- Доступ к сети Интернет.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ

**Методические указания для обучающихся по организации и проведению
самостоятельной работы**

Направление подготовки 03.03.02 Физика

Направленность (профиль):

«Физика Земли и космоса»

**Ставрополь
2026**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
План-график выполнения самостоятельной работы	4
Методические рекомендации по изучению теоретического материала, подготовке к лабораторным работам	6

ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является изучение основ векторного и тензорного исчисления и их приложений; изучение методов векторного и тензорного анализа, применяющихся при решении прикладных задач.

Задачи дисциплины:

- развитие у студентов направления Физика личностных качеств, а также формирование интереса к изучению современной физики, понимания её важнейшей роли в развитии различных сфер человеческой деятельности;
- изучение основ векторного и тензорного анализа, а также их приложений;
- знакомство студентов с математическими объектами, составляющими необходимую и важную часть языка теоретической физики, классической и квантовой механики, теории электромагнитного поля и др.;
- выработка практических навыков решения физических проблем математическими методами.

Компетенции обучающегося, формируемые в результате изучения дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

Наименование компетенции

Индекс	Формулировка:
ОПК - 1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

Структура и компонентный состав компетенции

Перечень компонентов	Технологии формирования компетенции	Средства и технологии оценки
способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики,	Мультимедиалекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа
способность создавать математические модели типовых профессиональных задач	Мультимедиалекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа

способность интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	Мультимедиа лекция Решение типовых задач Решение разноуровневых и проблемных задач	Коллоквиум Контрольная работа
---	---	--------------------------------------

Планируемые уровни сформированности компетенции у студентов,
изучающих дисциплину

Уровни сформиро- ванности компетенций	Индика- торы	Дескрипторы			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
Базовый	Знание:	основ- ных опреде- лений	основ- ных опреде- лений и теорем	выводов фор- мул	
	Умение:	записы- вать ос- новные формулы курса	решать про- стейшие задачи	решать различ- ные задачи по векторному и тензорному ис- числению	
	Владе- ние:			дифференци- альными опе- рациями тео- рии поля, необ- ходимыми при дальнейшем изучении тео- ретических курсов физики	
Повышенный	Знание:				
	Умение:				решать задачи повы- шенного уровня в рамках векторно- го и тен- зорного анализа

	Владе- ние:				Навыками применени я высшей математики для решения физических задач различной сложности
--	----------------	--	--	--	--

Наименование и содержание проведения практических занятий

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Использо вание интеракт ивных форм	Зачетны е единицы (часы)
1	Векторная алгебра: скалярные и векторные вели- чины; вектор и его характеристики, системы координат, базис в двух и трехмерном пространстве, координаты вектора; разложение вектора по базису; операции сложения и умножения векторов (скалярное, векторное и диадное произведения); умножение трех векторов и более; понятие век- торной функции.		0,055 з.е. (2)
2	Элементы дифференциальной геометрии: зависимость вектора от скалярного аргумента; радиус- вектор точки в пространстве; годограф радиус- вектора; дифференцирование векторных функций; дифференциал радиус-вектора.		0,055 з.е. (2)
3	Скалярные поля: скалярные и векторные поля; линии уровня и поверхности уровня скалярного по- ля; скорость изменения скалярного поля в задан- ном направлении; максимальная скорость изменения скалярного поля.		0,055 з.е. (2)
4	Характеристика скалярного поля: градиент скалярного поля; символический дифференциальный оператор Гамильтона; направление вектора градиента скалярного поля; свойства оператора Гамильтона; оператор Гамильтона применительно к сумме и произведению скалярных функций.		0,055 з.е. (2)

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Использование интерактивных форм	Зачетные единицы (часы)
5	Векторные поля: понятие векторного поля; векторные линии (линии тока); поток векторного поля через поверхность; физический смысл потока вектора через замкнутую поверхность; формула Остроградского, связь поверхностного и объемного интегралов; циркуляция векторного поля; теорема Стокса связь интегралов по поверхности и замкнутому контуру.		0,055 з.е. (2)
6	Характеристики векторных полей: дивергенция векторного поля; понятие ротора векторного поля и его физический смысл; обобщенные формулы Стокса и Остроградского; скалярные, векторные и диадные операции с оператором Гамильтона.		0,055 з.е. (2)
7	Специальные виды полей: потенциальные - безвихревые, консервативные, центральные, соленоидальные, лапласовы поля; свойства соленоидальных полей, основанные на понятии векторной трубки; примеры Лапласовых полей; краевые задачи.	Решение проблемных задач	0,055 з.е. (2)
8	Криволинейные системы координат: понятие криволинейных систем координат; цилиндрическая и сферическая системы координат; базис, взаимный базис, связь базисов; координатные линии и поверхности.		0,055 з.е. (2)
9	Физические задачи в криволинейных системах координат: метрический тензор и его представление с помощью диадиков. Изменение метрического тензора при переходе к новой системе координат. Тензоры произвольного ранга и произвольной ко- и контрвариантности. Преобразование тензоров при переходе от старых систем координат к новым системам координат.		0,055 з.е. (2)
10	Дифференциальные операции в криволинейных координатах: градиент скалярного поля, лапласиан: дифференцирование базисных векторов; символы Кристоффеля первого и второго рода; вычисление символов Кристоффеля для цилиндрической и сферической систем координат.		0,055 з.е. (2)

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Использование интерактивных форм	Зачетные единицы (часы)
11	Дифференциальные операции в криволинейных координатах: дивергенция и ротор векторного поля: пример вычисления производной от вектор функции в цилиндрической системе координат; ковариантное дифференцирование и его свойства; ковариантная производная метрического тензора и тензора Леви-Чевита.		0,055 з.е. (2)
12	Тензорная алгебра: операции сложения тензоров; скалярное, векторное и диадное умножения и связанное с этим понятие свертки тензора; понятия транспонирования, симметрирования и альтернирования тензоров; декартовы тензоры; тензоры второго ранга; операции сложения, умножения, транспонирования, симметрирования для тензоров второго ранга.		0,055 з.е. (2)
13	Приложения тензорного анализа: тензор деформации: появление некоторых тензоров в механике деформируемого твердого тела и в гидромеханике, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций; понятие шаровой и девиаторной частей тензоров.		0,056 з.е. (2)
14	Приложения тензорного анализа: тензор напряжений. Вид тензора, эллипсоид напряжений.		0,056 з.е. (2)
15	Приложения тензорного анализа: тензор инерции. Вид тензора, эллипсоид инерции.		0,056 з.е. (2)
16	Приложения тензорного анализа: тензор электромагнитного поля. Вид тензора, геометрическое представление тензора.	Решение проблемных задач	0,056 з.е. (2)
17	Четырехтензоры. Оператор Даламбера: Понятие Вектора и тензора в четырехмерном пространстве; свойства четырехтензоров. Оператор Даламбера.		0,056 з.е. (2)
ИТОГО			0,94 з.е. (34)

Виды и содержание самостоятельной работы студента: формы контроля

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Форма контроля	Зачетные единицы (часы)
1	Векторная алгебра: скалярные и векторные величины; вектор и его характеристики, системы координат, базис в двух и трехмерном пространстве, координаты вектора; разложение вектора по базису; операции сложения и умножения векторов (скалярное, векторное и диадное произведения); умножение трех векторов и более; понятие векторной функции.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
2	Элементы дифференциальной геометрии: зависимость вектора от скалярного аргумента; радиус-вектор точки в пространстве; график радиус-вектора; дифференцирование векторных функций; дифференциал радиус-вектора.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
3	Скалярные поля: скалярные и векторные поля; линии уровня и поверхности уровня скалярного поля; скорость изменения скалярного поля в заданном направлении; максимальная скорость изменения скалярного поля.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
4	Характеристика скалярного поля: градиент скалярного поля; символический дифференциальный оператор Гамильтона; направление вектора градиента скалярного поля; свойства оператора Гамильтона; оператор Гамильтона применительно к сумме и произведению скалярных функций.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
5	Векторные поля: понятие векторного поля; векторные линии (линии тока); поток векторного поля через поверхность; физический смысл потока вектора через замкнутую поверхность; формула Остроградского, связь поверхностного и объемного интегралов; циркуляция векторного поля; теорема Стокса связь интегралов по поверхности и замкнутому контуру.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Форма контроля	Зачетные единицы (часы)
6	Характеристики векторных полей: дивергенция векторного поля; понятие ротора векторного поля и его физический смысл; обобщенные формулы Стокса и Остроградского; скалярные, векторные и диадные операции с оператором Гамильтона.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
7	Специальные виды полей: потенциальные - безвихревые, консервативные, центральные, соленоидальные, лапласовы поля; свойства соленоидальных полей, основанные на понятии векторной трубки; примеры Лапласовых полей; краевые задачи.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
8	Криволинейные системы координат: понятие криволинейных систем координат; цилиндрическая и сферическая системы координат; базис, взаимный базис, связь базисов; координатные линии и поверхности.	Индивидуальная контрольная работа №1	0,056 з.е. (2)
9	Физические задачи в криволинейных системах координат: метрический тензор и его представление с помощью диадиков. Изменение метрического тензора при переходе к новой системе координат. Тензоры произвольного ранга и произвольной ко- и контрвариантности. Преобразование тензоров при переходе от старых систем координат к новым системам координат.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
10	Дифференциальные операции в криволинейных координатах: градиент скалярного поля, лапласиан: дифференцирование базисных векторов; символы Кристоффеля первого и второго рода; вычисление символов Кристоффеля для цилиндрической и сферической систем координат.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
11	Дифференциальные операции в криволинейных координатах: дивергенция и ротор векторного поля: пример вычисления производной от вектор функции в цилиндрической системе координат; ковариантное дифференцирование и его свойства; ковариантная производная метрического тензора и тензора Леви -Чевита.	Коллоквиум №1	0,056 з.е. (2)
12	Характеристики физических полей в криволинейных координатах.	Коллоквиум	0,056 з.е.

№	Наименование разделов и тем дисциплины, их краткое содержание	Форма контроля	Зачетные единицы (часы)
		ум №1	(2)
13	Тензорная алгебра: операции сложения тензоров; скалярное, векторное и диадное умножения и связанное с этим понятие свертки тензора; понятия транспонирования, симметрирования и альтернирования тензоров; декартовы тензоры; тензоры второго ранга; операции сложения, умножения, транспонирования, симметрирования для тензоров второго ранга.	Индивидуальная контрольная работа №2	0,056 з.е. (2)
14	Типы тензоров: основные типы физических тензоров.	Индивидуальная контрольная работа №2	0,056 з.е. (2)
15	Приложения тензорного анализа: тензор деформации: появление некоторых тензоров в механике деформируемого твердого тела и в гидромеханике, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций; понятие шаровой и девиаторной частей тензоров.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
16	Приложения тензорного анализа: тензор напряжений. Вид тензора, эллипсоид напряжений.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
17	Приложения тензорного анализа: тензор инерции. Вид тензора, эллипсоид инерции.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
18	Приложения тензорного анализа: тензор электромагнитного поля. Вид тензора, геометрическое представления тензора.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
19	Четырехтензоры. Оператор Даламбера: понятие вектора и тензора в четырехмерном пространстве; свойства четырехтензоров. Оператор Даламбера.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
20	Основные дифференциальные операторы математической физики.	Коллоквиум №2	0,056 з.е. (2)
ИТОГО			0,94 з.е. (34)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К СРС

Основными формами обучения студентов являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа.

Правила и приемы конспектирования лекций

- Записывать информацию необходимо в соответствии с пунктами плана лекции, разбивая весь текст на логические блоки. Стоит использовать нумерацию, чтобы четко понимать последовательность изложения. Не будет лишним предусматривать в конспекте красную строку;

- Сокращайте ключевые термины до заглавной буквы, предварительно выделив их еще на этапе написания заголовка. К примеру, фраза «основные положения векторного анализа» может быть записана как «основные положения ВА». Если какие-то обозначения совпадают, имеет смысл пометить их кружком или любым другим опознавательным знаком;

- Стержневые понятия, которые используются при изучении какой-то дисциплины достаточно часто, можно заменять специальными сокращениями, которые будут актуальны в пределах конкретного конспекта. Если думаете, что забудете обозначения, то не стоит лениться записать их в конце тетради;

- Сокращение длинных распространенных слов позволяет ускорить процесс конспектирования. К примеру, слово «взаимодействие» можно заменить сокращенным «в/д-ие» и т.п.

- **Быстрое конспектирование** не обходится без использования ваших собственных значков важности. Придумайте их сами или возьмите на вооружение следующие:

- «!» — важно;
- «?» — под вопросом;
- «У» — смотреть учебник;
- «ZB» — например;
- «R» — перепроверить.

- Обозначения основных понятий имеет смысл записывать отдельным абзацем, при этом выделяя его любым способом. Подчеркивание цветным маркером облегчает процесс запоминания;

- Скоростное конспектирование требует использования математических обозначений. Очевидно, что писать «+» вместо «плюс» и « Σ » вместо «сумма» в разы продуктивнее;

- Не стоит пренебрегать общепринятыми аббревиатурами. Заменять термин типа «система управления базами данных» на «СУБД» является обязательным;

- Периодизации и классификации лучше записывать в виде диаграмм и схем.

Эти навыки помогут сделать ваши записи более понятными, а время на фиксацию информации сократить в разы.

Эти умения могут использоваться не только в вузе, но и при посещении курсов дополнительного профессионального образования, семинаров, тренингов и разного рода конференций. Зная, как правильно конспектировать, вы сможете легко освоить большой объем информации, сделав ее сжатой, простой и понятной.

Вы можете находить все более продуктивные методы фиксирования информации сами. Запомните, конспект является собой сжатую запись письменного или устного текста, которая создается с целью последующего личного использования. По этой причине одинаковых конспектов у разных людей быть не может. Не стоит полностью перенимать чьи-то методы, надо создавать свой уникальный.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практическое занятие как вид учебного занятия должна проводиться в специально оборудованных учебных аудиториях. Продолжительность - не менее двух академических часов. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, является организация обсуждения итогов выполнения практических заданий. Решению задач предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания. К практическому занятию студент должен выучить соответствующий теоретический материал, изучить основные понятия, алгоритмы и методы, рассматриваемые на занятии.

Основанием для снижения оценки являются: допущены ошибки и недочеты при решении задач; теоретические ошибки; небрежность в оформлении решения задачи.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Учебный процесс в высшем учебном заведении в значительной степени строится на самостоятельной работе студентов, без которой трудно в полной мере овладеть сложным программным материалом и научиться в дальнейшем совершенствовать приобретенные знания и умения. Самостоятельная работа является внеаудиторной и предназначена для самостоятельного ознакомления студента с определенными разделами курса по рекомендованным преподавателем материалам и подготовки к выполнению индивидуальных заданий по курсу. Целью самостоятельной работы студентов является:

- научить студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.
- закрепление, расширение и углубление знаний, умений и навыков, полученных студентами на аудиторных занятиях под руководством преподавателей;
- изучение студентами дополнительных материалов по изучаемым

дисциплинам и умение выбирать необходимый материал из различных источников; воспитание у студентов самостоятельности, организованности, самодисциплины, творческой активности, потребности развития познавательных способностей и упорства в достижении поставленных целей.

Предлагаемый подход к освоению материала усиливает мотивацию к аудиторной и внеаудиторной активности, что обеспечивает необходимый уровень знаний по изучаемым дисциплинам и позволяет повысить готовность студентов к сдаче экзаменов.

Приступая к изучению новой учебной дисциплины, студенты должны ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке, получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю. Составить план-конспект своего выступления. Принимать активное участие в обсуждении учебных вопросов: выступать с докладами, рефератами, обзорами научных статей, отдельных публикаций периодической печати, касающихся содержания темы занятия. В ходе своего выступления использовать технические средства обучения, доску и мел. С целью более глубокого усвоения изучаемого материала задавать вопросы преподавателю. После подведения итогов занятия устранить недостатки, отмеченные преподавателем. При подготовке к экзамену (в конце семестра) повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на экзамен и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу, рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

самостоятельной работы

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги. Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода). При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера

- и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
 3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
 4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
 5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Требования к работе в виде проекта

При разработке проекта необходимо учитывать, что в его основу должно быть положено решение той или иной практически или теоретически значимой проблемы. Проект может быть исследовательским, творческим, информационным, практико-направленным. Решение проблемы предполагает тщательный предварительный анализ.

Проект должен быть реалистичным. Его цель должна быть достижима, что подразумевает сопоставление условий реализации проекта с необходимыми финансовыми и человеческими ресурсами. Проект всегда ограничен во времени и пространстве. Проект должен предлагать специфическое решение проблем в специфическом контексте, и поэтому, должен быть инновационным. Проект должен подвергаться оценке, то есть должен быть операциональным.

Описание проекта должно включать:

1. Актуальность темы данного проекта (необходимо указать также институциональные приоритеты и личную заинтересованность).
2. Проблема, на решение которой направлен проект.
3. Цели и задачи проекта.
4. Стратегия или методология.
5. Участники проекта.
6. Сроки реализации проекта.
7. Планируемые результаты по этапам и методы их оценки.
8. План деятельности (он должен отражать этапы проведения проекта, виды деятельности участников, сроки, ответственных, а также мониторинговую оценку проекта и необходимые ресурсы: материальные, человеческие и пр.).
9. Возможные негативные последствия, риски реализации проекта и меры по их устранению.
10. Бюджет и смета проекта (не обязательно).
11. Возможность продолжения проекта и распространения результатов (устойчивость проекта).

Самостоятельная работа студентов в условиях балльно-рейтинговой системы обучения

Рейтинговая система обучения предполагает многобалльное оценивание студентов, но это не простой переход от пятибалльной шкалы, а возможность объективно отразить в баллах расширение диапазона оценивания индивидуальных способностей студентов, их усилий, потраченных на выполнение того или иного вида самостоятельной работы. Существует большой простор для создания блока дифференцированных индивидуальных заданий, каждое из которых имеет свою «цену». Правильно организованная рейтинговая система обучения позволяет с самого начала уйти от пятибалльной системы оценивания и прийти к ней лишь при подведении итогов, когда заработанные студентами баллы переводятся в привычные оценки (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно). Кроме того, в систему рейтинговой оценки включаются дополнительные поощрительные баллы за оригинальность, новизну подходов к выполнению заданий для самостоятельной работы или разрешению научных проблем. У студента имеется возможность повысить учебный рейтинг путем участия во внеучебной работе (участие в

олимпиадах, конференциях; выполнение индивидуальных творческих заданий, рефератов; участие в работе научного кружка и т.д.). При этом студенты, не спешащие сдавать работу вовремя, могут получить и отрицательные баллы. Вместе с тем, поощряется более быстрое прохождение программы отдельными студентами. Например, если учащийся готов сдавать зачет или писать самостоятельную работу раньше группы, можно добавить ему дополнительные баллы.

Рейтинговая система – это регулярное отслеживание качества усвоения знаний и умений в учебном процессе, выполнения планового объема самостоятельной работы. Ведение многобалльной системы оценки позволяет, с одной стороны, отразить в балльном диапазоне индивидуальные особенности студентов, а с другой – объективно оценить в баллах усилия студентов, затраченные на выполнение отдельных видов работ. Так каждый вид учебной деятельности приобретает свою «цену». Получается, что «стоимость» работы, выполненной студентом безупречно, является количественной мерой качества его обученности по той совокупности изученного им учебного материала, которая была необходима для успешного выполнения задания. Разработанная шкала перевода рейтинга по дисциплине в итоговую пятибалльную оценку доступна, легко подсчитывается как преподавателем, так и студентом: 85%-100% максимальной суммы баллов – оценка «отлично», 70%-85% – оценка «хорошо», 50%-70% – «удовлетворительно», 50% и менее от максимальной суммы – «неудовлетворительно».

При использовании рейтинговой системы:

- основной акцент делается на организацию активных видов учебной деятельности, активность студентов выходит на творческое осмысление предложенных задач;
- во взаимоотношениях преподавателя со студентами есть сотрудничество и сотворчество, существует психологическая и практическая готовность преподавателя к факту индивидуального своеобразия «Я-концепции» каждого студента;
- предполагается разнообразие стимулирующих, эмоционально-регулирующих, направляющих и организующих приемов вмешательства (при необходимости) преподавателя в самостоятельную работу студентов;
- преподаватель выступает в роли педагога-менеджера и режиссера обучения, готового предложить студентам минимально необходимый комплект средств обучения, а не только передает учебную информацию; обучаемый выступает в качестве субъекта деятельности наряду с преподавателем, а развитие его индивидуальности выступает как одна из главных образовательных целей;
- учебная информация используется как средство организации учебной деятельности, а не как цель обучения.

Рейтинговая система обучения обеспечивает наибольшую информационную, процессуальную и творческую продуктивность

самостоятельной познавательной деятельности студентов при условии ее реализации через технологии личностно-ориентированного обучения (проблемные, диалоговые, дискуссионные, эвристические, игровые и другие образовательные технологии).

Большинство студентов положительно относятся к такой системе отслеживания результатов их подготовки, отмечая, что рейтинговая система обучения способствует равномерному распределению их сил в течение семестра, улучшает усвоение учебной информации, обеспечивает систематическую работу без «авралов» во время сессии. Большое количество разнообразных заданий, предлагаемых для самостоятельной проработки, и разные шкалы их оценивания позволяют студенту следить за своими успехами, и при желании у него всегда имеется возможность улучшить свой рейтинг (за счет выполнения дополнительных видов самостоятельной работы), не дожидаясь экзамена. Организация процесса обучения в рамках рейтинговой системы обучения с использованием разнообразных видов самостоятельной работы позволяет получить более высокие результаты в обучении студентов по сравнению с традиционной вузовской системой обучения.

Использование рейтинговой системы позволяет добиться более ритмичной работы студента в течение семестра, а также активизирует познавательную деятельность студентов путем стимулирования их творческой активности. Весьма эффективно использование тестов непосредственно в процессе обучения, при самостоятельной работе студентов. В этом случае студент сам проверяет свои знания. Не ответив сразу на тестовое задание, студент получает подсказку, разъясняющую логику задания и выполняет его второй раз.

Следует отметить и все шире проникающие в учебный процесс автоматизированные обучающие и обучающе-контролирующие системы, которые позволяют студенту самостоятельно изучать ту или иную дисциплину и одновременно контролировать уровень усвоения материала.

Правила оформления рефератов

Рефераты относятся к индивидуальным заданиям, которые рассматриваются как самостоятельный вид письменной работы.

Индивидуальные задания по отдельным дисциплинам выполняются студентами самостоятельно под руководством преподавателя, и содержат 25-30 страниц машинописного текста. Тематика индивидуальных заданий должна отвечать задачам учебной дисциплины.

Индивидуальные задания выполняются с целью закрепления и углубления знаний, полученных студентами очной формы обучения.

К выполнению индивидуальных заданий (рефератов) предъявляются следующие требования:

- индивидуальное задание должно быть выполнено самостоятельно, как собственное рассуждение автора на основе информации, полученной из различных источников;

- содержание индивидуального задания должно быть изложено от имени автора;
- цель и задачи реферата или контрольной работы должны быть четкими и отображать суть исследуемой проблемы;
- содержимое индивидуального задания должно соответствовать теме задания и отображать состояния проблемы, степень раскрытия сути проблемы в работе должна быть приемлемой;
- при разработке индивидуального задания должны быть использованы не менее 7 различных источников;
- работа должна содержать обобщенные выводы и рекомендации.

Структура рефератов и контрольных работ должна содержать:

- Титульный лист является первой страницей реферата;
- Содержание (содержание включает: введение; наименования всех разделов, подразделов, пунктов и подпунктов основной части задания; выводы; список источников информации);
- введение (во введении кратко формулируется проблема, указывается цель и задачи реферата);
- Основная часть (состоит из нескольких разделов, в которых излагается суть реферата);
- Выводы или Заключение (в выводах приводят оценку полученных результатов работы, предлагаются рекомендации);
- Список источников информации (содержит перечень источников, на которые ссылаются в основной части реферата).

К оформлению рефератов предъявляются следующие требования:

- рефераты и контрольные работы оформляют на листах формата А4 (210x297), текст печатается на одной стороне листа через полтора интервала;
- параметры шрифта: гарнитура шрифта - Times New Roman, начертание - обычный, кегль шрифта - 14 пунктов, цвет текста – авто (черный);
- параметры абзаца: выравнивание текста – по ширине страницы, отступ первой строки -12,5 мм, межстрочный интервал - Полуторный;
- поля страницы для титульного листа: верхнее и нижнее поля – 20 мм; правое и левое поля – 15 мм;
- поля всех остальных страниц: верхнее и нижнее поля – 20 мм, размер левого поля 30 мм, правого – 15 мм;
- на титульном листе указывается название образовательного учреждения, тема реферата, название учебного курса, номер группы, форма и курс обучения, Ф.И.О. автора, Ф.И.О. научного руководителя (проверяющего), место и год выполнения работы;
- каждую структурную часть необходимо начинать с нового раздела со следующей страницы (Вставка/Разрыв/Новый раздел, со следующей страницы);

- страницы нумеруют арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту. Порядковый номер ставят сверху страницы, справа;
- нумерация страниц начинается с титульного листа, но на титульном листе и на странице «Содержание» номер страницы не указывается, нумерация указывается с цифры 3 (с третьей страницы);
- текст основной части индивидуальных заданий разбивают на разделы, подразделы, пункты и подпункты;
- разделы, подразделы, пункты, подпункты нумеруют арабскими цифрами;
- разделы должны иметь порядковую нумерацию в пределах излагаемого материала и обозначаться арабскими цифрами, в конце номера раздела точку не ставят (например, 1);
- подразделы нумеруют в пределах каждого раздела. Номер подраздела состоит из номера раздела и порядкового номера подраздела, разделенных точкой. В конце номера подраздела точку не ставят, например: «1.1»;
- пункты нумеруют в пределах каждого подраздела. Номер пункта состоит из порядкового номера раздела, подраздела, пункта, между цифрами и в конце номера точку не ставят, например: «1.1.2»;
- подпункты нумеруют в пределах каждого пункта и в конце номера точку не ставят (например, 1.1.2.1);
- заголовки (заголовки 1 уровня) каждой структурной части индивидуального задания (например, содержание, введение и т.д.) и заголовки разделов основной части следует располагать в середине строки и печатать прописными буквами без подчеркивания и без точки в конце;
- заголовки подразделов, пунктов и подпунктов следует начинать с абзацного отступа и печатать строчными буквами, кроме первой. Точка в конце заголовка не ставится
- иллюстрации (рисунки, схемы, графики) и таблицы, которые размещаются на отдельных страницах, включают в общую нумерацию страниц;
- иллюстрации необходимо помещать непосредственно после первого упоминания о них в тексте или на следующей странице;
- графические материалы рекомендуется сохранять в форматах: .bmp, .dib, .tif, .gif;
- таблица располагается непосредственно после текста, в котором она упоминается в первый раз или на следующей странице;
- таблицы нумеруют арабскими цифрами по порядку в пределах раздела;
- примечания помещают в тексте при необходимости пояснения содержания текста, таблицы или иллюстрации;
- пояснения к отдельным данным, приведенным в тексте или таблицах, допускается оформлять сносками;

- формулы и уравнения располагают непосредственно после их упоминания в тексте, посередине страницы;
- в индивидуальном задании могут быть указаны ссылки на используемую литературу;
- ссылки на источники следует указывать в квадратных скобках, например: [1 – 3], где 1 – 3 порядковый номер источников, указанных в списке источников информации;
- список источников информации можно размещать в порядке появления источника в тексте, в алфавитном порядке фамилий авторов или заголовков и в хронологическом порядке.

Вопросы к собеседованию по курсу «Векторный и тензорный анализ»

1. Скалярное поле. Стационарные и нестационарные поля. Аналитическое задание скалярного поля. Типы скалярных полей. Поверхности уровня. Семейство поверхностей уровня. Производная по направлению. Примеры.
2. Скалярное поле. Градиент. Свойства градиента. Связь градиента с производной по направлению. Примеры. Векторное поле. Аналитическое задание векторного поля. Векторные линии. Семейство векторных линий. Описание векторного поля на примере текущей жидкости.
3. Поток вектора. Циркуляция вектора. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса.
4. Физический и аналитический смысл дивергенции и ротора векторного поля. Связь ротора линейной скорости твердого тела с угловой скоростью его вращения.
5. Оператор Гамильтона. Аналитическое представление дифференциальных характеристик скалярного и векторного полей с использованием оператора Гамильтона. Их свойства.
6. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Лапласа.
7. Классификация векторных полей. Теорема Гельмгольца.
8. Потенциальные векторные поля и их свойства. Примеры.
9. Консервативные векторные поля и их свойства. Примеры.
10. Центральные векторные поля и их свойства. Примеры.
11. Соленоидальные векторные поля и их свойства, трубчатые поля. Лапласовы поля. Примеры.
12. Криволинейные системы координат, преобразование координат при переходе от одной системы координат к другой. Примеры.
13. Цилиндрическая система координат, координатные поверхности и координатные линии. Примеры.
14. Сферическая система координат, координатные поверхности и координатные линии. Примеры.
15. Коэффициенты Лямэ.
16. Градиент скалярного поля в криволинейных координатах.
17. Дивергенция векторного поля в криволинейных координатах.

18. Ротор векторного поля в криволинейных координатах.
19. Лапласиан в криволинейных координатах.
20. Понятие тензора. Тензоры второго ранга. Примеры тензоров. Типы тензоров. Алгебраические операции над тензорами.
21. Тензор как аффинор. Тензор-производная векторного поля. Скалярный и векторный инварианты тензора-производной.
22. Главные оси и значения тензора. Инварианты тензора.
23. Тензорный эллипсоид.
24. Тензор Леви – Чевиты, его свойства и применение. Примеры.
25. Тензор деформации.
26. Тензор напряжений.
27. Тензор инерции.
28. Четырехмерные векторы и тензоры в физике. Оператор Даламбера.

Примерная тематика заданий для самостоятельной работы студентов
Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии:

- 1) скалярные и векторные величины;
- 2) разложение вектора по базису;
- 3) операции сложения и умножения векторов (скалярное, векторное и диадное произведения);
- 4) умножение трех векторов и более;
- 5) понятие векторной функции;
- 6) годограф радиус-вектора;
- 7) дифференцирование векторных функций.

Скалярные поля:

- 1) скалярные и векторные поля;
- 2) линии уровня и поверхности уровня скалярного поля;
- 3) градиент скалярного поля;
- 4) символический дифференциальный оператор Гамильтона.

Векторные поля:

- 1) векторные линии (линии тока);
- 2) поток векторного поля через поверхность;
- 3) дивергенция векторного поля;
- 4) циркуляция векторного поля;
- 5) ротор векторного поля.

Специальные виды полей:

- 1) потенциальные поля;
- 2) соленоидальные поля;
- 3) краевые задачи.

Криволинейные системы координат:

- 1) цилиндрическая и сферическая системы координат;
- 2) базис, взаимный базис, связь базисов;
- 3) координатные линии и поверхности;
- 4) метрический тензор, изменение метрического тензора при переходе к новой системе координат;

5) преобразование тензоров при переходе от старых систем координат к новым системам координат.

Дифференциальные операции в криволинейных координатах:

- 1) дифференцирование базисных векторов;
- 2) символы Кристоффеля первого и второго рода;
- 3) ковариантное дифференцирование и его свойства;
- 4) ковариантная производная метрического тензора и тензора Леви -Чевита.

Тензорная алгебра:

- 1) тензоры произвольного ранга и произвольной валентности;
- 2) понятие жонглирования индексами тензора;
- 3) операции сложения тензоров;
- 4) скалярное, векторное и диадное умножения и связанное с этим понятие свертки тензора;
- 5) понятия транспонирования, симметрирования и альтернирования тензоров;
- 6) инварианты.

Приложения тензорного анализа:

- 1) тензоры в механике деформируемого твердого тела и в гидромеханике;
- 2) тензор напряжений, тензор деформаций, тензор скоростей деформаций;
- 3) понятие шаровой и девиаторной частей тензоров.

Элементы теории групп:

- 1) понятие группы;
- 2) примеры групп;
- 3) группа преобразований линейного пространства;
- 4) группа преобразований Лоренца.

Планы самостоятельной работы студентов

1. Скалярные и векторные физические величины. Вектор и его числовые характеристики. Примеры.
2. Координаты вектора и его числовые характеристики в координатной форме. Примеры.
3. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение на число) и их свойства. Примеры.
4. Множество свободных векторов, равенство векторов, нулевой вектор, углы между векторами, коллинеарные и ортогональные векторы. Примеры.
5. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и независимые векторы. Примеры.
6. Базис в пространстве и на плоскости, разложение вектора по базису. Ортонормированный базис, аффинный базис. Преобразование координат при переходе от одного базиса к другому. Примеры.
7. Скалярное и векторное произведения векторов и их свойства. Примеры.
8. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Двойное векторное произведение трех векторов и формула его вычисления. Примеры.
9. Понятие векторной функции от скалярного и векторного аргумента. Годограф радиуса – вектора точки. Приращение радиуса – вектора при изменении скалярного аргумента. Примеры.

Примерные вопросы к коллоквиуму по темам 2 – 6

1. Определение поля (математическое, скалярное, векторное).
2. Стационарные и нестационарные поля.
3. Аналитическое задание скалярного поля.
4. Поверхности уровня.
5. Свойства поверхностей уровня.
6. Семейство поверхностей уровня.
7. Типы скалярных полей.
8. Производная по направлению.
9. Определения градиента.
10. Аналитическое задание векторного поля.
11. Векторные линии.
12. Семейство векторных линий.
13. Описание векторного поля на примере текущей жидкости.
14. Поток вектора.
15. Циркуляция вектора.
16. Характеристики векторного поля.
17. Физический и аналитический смысл дивергенции векторного поля.
18. Физический и аналитический смысл ротора векторного поля.
19. Связь линейной скорости твердого тела с угловой скоростью его вращения.
20. Теорема Остроградского-Гаусса.
21. Теорема Стокса.
22. Оператор Гамильтона.
23. Аналитическое представление дифференциальных характеристик скалярного и векторного полей с использованием оператора Гамильтона. Их свойства.
24. Вторые производные скалярных и векторных функций.
25. Оператор Лапласа.
26. Классификация векторных полей.
27. Криволинейные координаты.
28. Координатные поверхности.
29. Координатные линии.
30. Цилиндрическая система координат.
31. Сферическая система координат.
32. Коэффициенты Лямэ.
33. Основные дифференциальные операции в криволинейных координатах (градиент скалярной функции, дивергенция и ротор векторной функции, оператор Лапласа).

Пример контрольной работы по темам 2 – 4

1. Найти поверхности уровня скалярного поля

$$\varphi(M) = \frac{z}{x^2 + y^2}.$$

2. Найти производную поля $u(M) = xy^2 - 3x^2y + 2xy + 2$ в точке A по направлению вектора $\vec{AB}$, если $A(2; 1)$, $B(4; 7)$.
3. Найти угол между градиентами поля $u(M) = 2x^2y - 3y^2 + z^2 - 2xyz$ в точках $A(0; 1; 1)$ и $B(2; 0; 1)$.
4. Найти векторные линии поля $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j} - 2z\vec{k}$.
5. Выяснить, является ли соленоидальным векторное поле $\vec{a} = (2x^2y + z^2)\vec{i} - (x^2 + y^2z)\vec{j} + (x^2z^2 - 2xz + z)\vec{k}$.
6. Является ли поле $\vec{a}(M) = (x^2y + yz)(2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k})$ вихревым?
7. Вычислить лапласиан функции $\vec{a}(M) = 3z(x^2 + y^2)\vec{i} - 2y(x^2 + z^2)\vec{j} + 4x(y^2 + z^2)\vec{k}$

Пример контрольной работы по темам 5, 6.

1. Найти градиент скалярного поля $u(M) = \rho^2\varphi + z^2\varphi^3 - \rho\varphi z + 3$, заданного в цилиндрических координатах.
2. Показать, что векторное поле $\vec{a}(M) = \frac{2\cos\theta}{r^3}\vec{e}_r + \frac{\sin\theta}{r^3}\vec{e}_\theta$, заданное в сферической системе координат, соленоидально.
3. Показать, что векторное поле $\vec{a}(M) = z\cos\varphi\vec{e}_\rho - z\sin\varphi\vec{e}_\varphi + \rho\cos\varphi\vec{e}_z$, заданное в цилиндрической системе координат, потенциально.
4. Является ли поле $u(M) = r\cos^2\theta\cos 2\varphi$, заданное в сферической системе координат, гармоническим?

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература.

Основная литература:

- Краснов, М. Л. Векторный анализ : задачи и примеры с подробными решениями : Учеб. пособие / Краснов Михаил Леонтьевич, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - 4-е изд., испр. - М. : URSS, 2011. 140 с.
- Сокольников С.И. Тензорный анализ: теория и применение в механике сплошных сред. М.: КомКнига, 2007. - 376 с.

Дополнительная литература:

- Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: ЛКИ, 2010. - 664 с.
- Френкель Я.И. Курс теоретической механики на основе векторного и тензорного анализа. М.: Либроком, 2010. – 440 с.

Методическая литература:

- Речкалов В.Г. Векторная и тензорная алгебра для будущих физиков и техников. Учебное пособие для вузов. Челябинск, ИИУМЦ "Образование", 2008. - 140 с.
- Кумпяк Д.Е. Векторный и тензорный анализ. Учебное пособие Тверь: Твер. гос. ун-т, 2007. - 160 с.

Интернет-ресурсы:

- <http://www.agv-ksu.narod.ru/le13/vectan.htm>
- <http://www.twirpx.com/files/mathematics/algebra/tensor/>
- <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>
- <http://window.edu.ru/resource/778/70778>
- <http://www.sgu.ru/files/nodes/13018/vector.pdf>

Программное обеспечение:

- Atomic Simulation Environment (<https://wiki.fysik.dtu.dk/ase/>)
- FreeON (<http://www.freeon.org>)
- ErgoSCF (ergoscf.org)

Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Оргтехника, теле- и аудиоаппаратура. Проекционное оборудование.