

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ**

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

для студентов специальности 21.05.06 Нефтегазовая техника и технологии
специализации «Технология бурения нефтяных и газовых скважин»

Ставрополь, 2026

<i>Введение</i>	5
РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА.....	6
Занятие 1. Электрические цепи постоянного тока.....	6
План занятия.	6
1. Основные определения, топологические параметры и методы расчета электрических цепей.	6
2. Законы Ома и Кирхгофа. Баланс мощностей.	12
Занятие 2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока.....	20
План занятия.	20
1. Методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока.	20
<i>а) Метод узловых потенциалов. Метод двух узлов.</i>	20
<i>б) Метод контурных токов и эквивалентного генератора.</i>	24
<i>в) Метод наложения.</i>	30
Занятие 3. Анализ линейных однофазных электрических цепей переменного тока.....	34
План занятия.	34
1. Основные характеристики синусоидальных сигналов.....	34
2. Векторное и комплексное изображение синусоидальных сигналов.	36
3. Идеальные элементы в цепи синусоидального тока.....	40
Занятие 4. Основы символического метода расчета цепей синусоидального тока.....	43
Мощность резистивного, индуктивного и емкостного элементов	55
3. Баланс мощностей.....	59
Занятие 5. Резонансный режим работы цепей переменного тока.....	61
Занятие 6. Анализ линейных трехфазных электрических цепей переменного тока	80
План занятия.	80
1. Основные схемы соединения трехфазных цепей.....	80
2. Расчет режимов работы трехфазных цепей.	87
3. Мощность трехфазной цепи и способы ее измерения.....	90
Занятие 8. Анализ и расчет электрических цепей с нелинейными элементами и магнитных цепей	104
План занятия.	104
1. Анализ и расчет электрических цепей с нелинейными элементами.	105
Ток через амперметр равен разности этих токов: $I_A = I_1 - I_2 = 4B \cdot U_1 \cdot U_2$	113
2. Анализ и расчет магнитных цепей. Электромагнитные устройства.....	114
Занятие 12. Трансформаторы	152
План занятия.	152
1. Назначение, устройство и принцип действия трансформаторов.	152
2. Режимы работы трансформатора.....	154
Занятие 13. Электрические машины постоянного тока	164
План занятия.	164
1. Устройство и принцип действия машины постоянного тока.	164

Занятие 14. Асинхронные машины. Синхронные машины	179
План занятия.	179
1. Устройство и принцип действия асинхронной машины.	179
2. Устройство и принцип действия синхронной машины.	190
позволяет повысить технико-экономические показатели работы комплекса «электропривод - рабочая машина» Электрическая энергия поступает в ЭП от источника электроэнергии 3. Для получения электроэнергии с требуемыми для электродвигателя параметрами и управления потоком этой энергии между двигателем и источником электроэнергии включается силовой преобразователь 2. Функции управления и автоматизации в ЭП осуществляются маломощным блоком управления 4. Этот блок вырабатывает сигнал управления U_y с помощью входного сигнала U_z, задающего характер движения исполнительного органа, и ряда дополнительных сигналов, дающих информацию о реализации технологического процесса рабочей машины, характере движения исполнительного органа, работе отдельных узлов ЭП, возникновении аварийных ситуаций и др. Преобразователь 2 вместе с блоком управления 4 образуют систему управления электроприводом 5.	
201	201
2 Виды электроприводов	201
По структуре схемы передачи энергии от электросети к рабочим органам машин различают три основных типа электропривода: групповой (рис.16.3), одиночный (рис.15.2), многодвигательный (рис.15.4). Групповой (трансмиссионный) электропривод – электропривод, в котором одним электродвигателем приводится в действие несколько рабочих машин, В современном производстве групповой электропривод имеет ограниченное применение, что объясняется его недостатками: громоздкостью передающих устройств, невозможностью	
201	202
Рисунок 15.2. Структурная схема одиночного электропривода.	202
автоматизации, сложностью управления каждой из рабочих машин, входящих в групповой электропривод, одновременное прекращение работы всей группы рабочих машин при повреждениях в электрической части привода и др. Одиночный электропривод – электропривод, в котором каждая рабочая машина приводится отдельным двигателем. В настоящее время одиночный электропривод – основной вид электропривода для большинства рабочих машин: конвейера (транспортера), насоса, компрессора, подъемный кран и др. При применении одиночного привода можно выбрать для рабочей машины электродвигатель, соответствующий требованиям различных производственных процессов	
202	202
Рисунок 15.3. Структурная схема группового электропривода.	202
Многодвигательный электропривод – электропривод, в котором отдельные элементы рабочей машины имеют самостоятельный электропривод. Этот вид электропривода используют в сложных механических устройствах (прокатные станы, крупные станки и т. п.). Многодвигательный привод позволяет упростить механическую часть рабочей машины, исключив из нее части элементов, предназначенные	

для передачи движения. Примером многодвигательного привода может служить экскаватор ЭКГ-4, имеющий четыре электродвигателя: первый – для подъема груза, второй – для напора на грунт, третий – для поворота и четвертый – для передвижения. Многодвигательный привод позволяет выбрать электродвигатель для каждого рабочего органа машины с необходимыми механическими характеристиками.	202
По роду защиты выпускают электродвигатели следующих типов:.....	204
- открытые, у которых все вращающиеся и токоведущие части не имеют специальных защитных приспособлений; для общего применения открытые электродвигатели не изготавливаются;	204
- защищенные электродвигатели, у которых все вращающиеся и токоведущие части предохранены от случайных прикосновений, от попадания внутрь посторонних предметов, капель воды, падающих отвесно, или брызг. Этот вид машин не защищен от пыли и вредных газов. Электродвигатели, имеющие защиту от капель, называются каплезащищенными, а от брызг – брызгозащищенными. Защищенные электродвигатели нельзя устанавливать в пожароопасных, взрывоопасных помещениях и в помещениях с едкими парами и газами;	204
- закрытые электродвигатели, у которых имеются отверстия лишь для ввода проводов и для болтов, скрепляющих детали машины. Закрытые машины подразделяются на обычные, обдуваемые, продуваемые (с закрытой вентиляцией) и герметические. В обдуваемых электродвигателях охлаждающий воздух засасывается вентилятором и прогоняется через корпус машины. У машин с закрытой вентиляцией охлаждающий воздух подводится через трубы. Закрытые электродвигатели могут быть установлены на открытом воздухе вне зданий, в пыльных и пожароопасных помещениях;	204
- электродвигатели взрывозащищенные выпускаются в нескольких исполнениях: взрывонепроницаемые В1А, В2Б, В3Г и повышенной надежности Н1А, предназначенные для работы во взрывоопасных помещениях соответствующих классов.	204
3. Режимы работы электроприводов	204
По условиям нагрева электродвигателей различают три основных режима их работы: длительный; кратковременный; повторно-кратковременный (рис.16.5).	204
Занятие 16. Основы электробезопасности.	208
План занятия	208
1. Воздействие электрического тока на человека	208
2. Обеспечения безопасности электроустановок	208
1. Воздействие электрического тока на человека	208
2. Обеспечения безопасности электроустановок	212
Занятие 17. Электрические измерения	222
План занятия.	222
1. Аналоговые и электронные измерительные приборы.	222
2. Приборы для измерения электрических величин.	225
3. Электронные и цифровые измерительные приборы.	231

Введение

Задачи учебной дисциплины

- изучить основные положения теории и практики расчета однофазных и трехфазных электрических сетей, электротехническую символику и терминологию;
- получить практические навыки расчета электрических, используемых в профессиональной практике;
- научиться пользоваться достижениями современной электротехнической науки в своей профессиональной деятельности.

Представлены как фундаментальные законы, на которых базируются большинство расчетов, так и электрические схемы, реализуемые в данной отрасли. В результате самостоятельной работы при подготовке к Занятием по данному учебному пособию у студента формируются указанные выше компетенции, приобретаются знания основных положений теории и практики расчета однофазных и трехфазных электрических цепей, а также знания устройства и принципа работы электрических машин и электрооборудования, основ безопасности и электроизмерений.

РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА.

Занятие 1. Электрические цепи постоянного тока

План занятия.

1. Основные определения, топологические параметры и методы расчета электрических цепей.
2. Законы Ома и Кирхгофа. Баланс мощностей.

1. Основные определения, топологические параметры и методы расчета электрических цепей.

Электрической цепью называют совокупность соединенных друг с другом источников электрической энергии и нагрузок, по которым может протекать электрический ток. Электромагнитные процессы в электрической цепи можно описать с помощью понятий «ток», «напряжение», «ЭДС», «сопротивление» («проводимость»), «индуктивность», «емкость».

Постоянным током называют ток, неизменный во времени. Постоянный ток представляет собой направленное упорядоченное движение частиц, несущих электрические заряды.

Источники электрической энергии преобразуют химическую, механическую и другие виды энергии в электрическую. Источник электрической энергии характеризуется значением и направлением ЭДС, а также значением внутреннего сопротивления.

Постоянный ток принято обозначать буквой I , ЭДС источника – E , сопротивление – R , проводимость – g . В Международной системе единиц (СИ) единица тока – ампер (А), единица ЭДС – вольт (В), единица сопротивления – ом (Ом), единица проводимости – сименс (См).

Электрической схемой называют изображение электрической цепи с помощью условных знаков.

Зависимость тока, протекающего по сопротивлению, от напряжения на этом сопротивлении называют *вольт-амперной характеристикой (ВАХ)*.

Сопротивления, ВАХ которых являются прямыми линиями, называют *линейными*, электрические цепи только с линейными сопротивлениями — *линейными электрическими цепями*.

Нелинейными электрическими цепями называют электрические цепи, содержащие хотя бы один элемент с нелинейной ВАХ.

Источники ЭДС и тока. Условные обозначения на схемах идеального источника ЭДС (источника напряжения) и идеального источника тока показаны на рисунке 1.1.

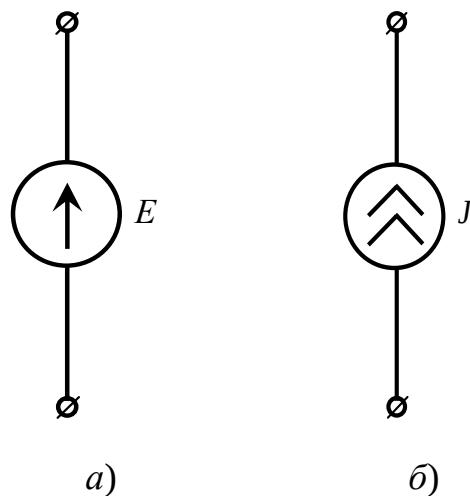


Рисунок 1.1 – Условные обозначения идеальных источников: а) ЭДС; б) тока

Идеальным источником ЭДС или источником напряжения называется источник постоянного или переменного напряжения, имеющий внутреннее сопротивление $R_i = 0$. Напряжение на его зажимах не изменяется при подключении к нему любого сопротивления нагрузки. При сопротивлении нагрузки $R_H = 0$, подключенной к зажимам идеального источника ЭДС, в нагрузку потечет бесконечно большой ток.

Идеальный источник тока — это такой источник постоянного или переменного тока, который имеет бесконечно большое внутреннее сопротивление. При любом сопротивлении нагрузки R_H , подключенной к источнику тока, ток в нагрузке не зависит от ее сопротивления.

Любой реальный источник энергии имеет внутреннее сопротивление R_i конечной величины. Поэтому реальный источник может быть изображен в

виде схемы идеального источника ЭДС и последовательно включенного R_i (рисунок 1.2 а) или схемы идеального источника тока и параллельно включенного сопротивления R_i (рисунок 1.2 б). Схемы на рисунке 1.2 эквивалентны.

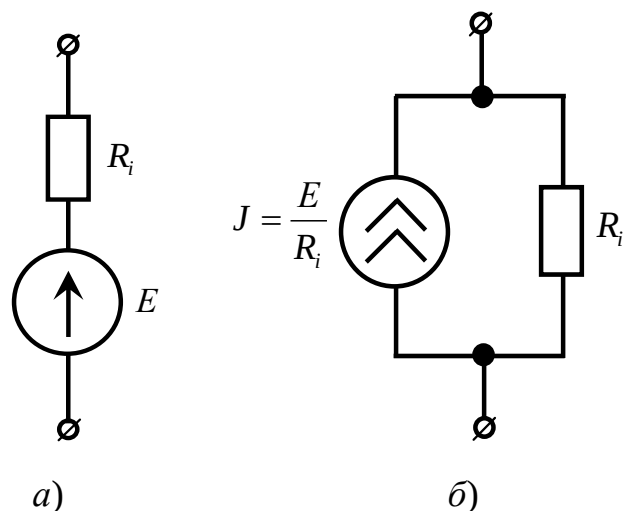


Рисунок 1.2 – Условные графические обозначения реальных источников, имеющих внутреннее сопротивление

Реальные источники допустимо считать идеальными, если их характеристики отличаются от идеальных не более чем на 10%. Реальный источник (рисунок 1.2 а) является практически идеальным источником напряжения в тех случаях, когда сопротивление нагрузки R_H превышает внутреннее сопротивление R_i на порядок. Аналогично, источником тока, близким к идеальному, является реальный источник, схема замещения которого соответствует показанной на рисунке 1.2 б, и сопротивление нагрузки на порядок меньше внутреннего сопротивления R_i . Таким образом, при $0 < R_H < 0,1 \cdot R_i$ источник является практически идеальным источником тока, а при $10 \cdot R_i < R_H < \infty$ – идеальным источником напряжения.

Внешней или нагрузочной характеристикой источника называют зависимость напряжения на зажимах источника от его тока (рисунок 1.3). Внешняя характеристика реального источника может быть приближенно

представлена прямой линией, проведенной через точки $(U=0, J=J_K)$ и $(J=0, U=U_{XX})$.

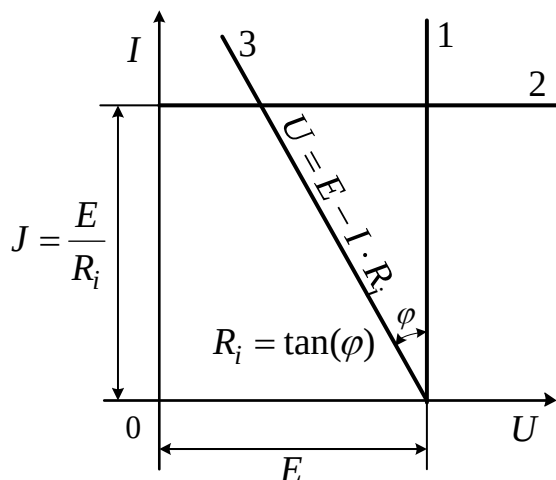


Рисунок 1.3 – Внешние характеристики источников электрической энергии: 1 – идеальный источник ЭДС (напряжения) E ; 2 – идеальный источник тока J ; 3 – реальный источник энергии E с внутренним сопротивлением R_i

Топология электрических цепей. Электрические цепи подразделяют на *неразветвленные* и *разветвленные*. На рисунке 1.4 а представлена схема простейшей неразветвленной цепи. Во всех элементах ее течет один и тот же ток I . Простейшая разветвленная цепь изображена на рисунке 1.4 б; в ней имеются три ветви и два узла. В каждой ветви течет свой ток. *Ветвь* можно определить как участок цепи, образованный последовательно соединенными элементами (через которые течет одинаковый ток) и заключенный между двумя узлами. В свою очередь, *узел* – это точка цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей.

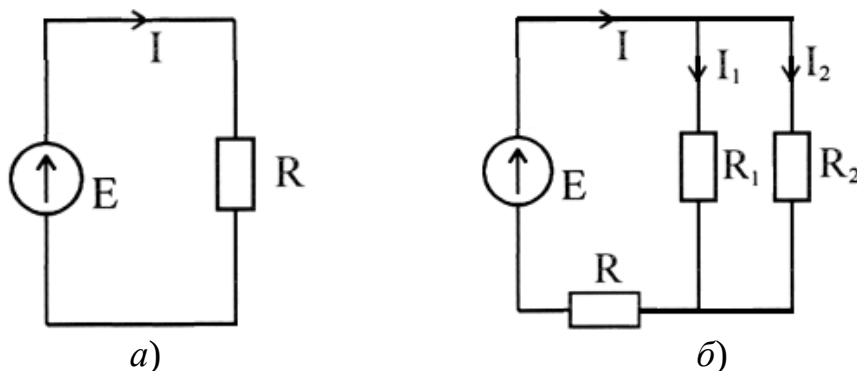


Рисунок 1.4

Перейти от электрической цепи рисунок 1.4 б к рисунку 1.4 а можно используя эквивалентные преобразования.

Эквивалентные преобразования в электрических цепях используют для упрощения схемы и проводимых расчетов. В разветвленных электрических цепях можно выделить *последовательное*, *параллельное* соединение сопротивлений, а также соединение *звездой* и *треугольником*.

Последовательное соединение сопротивлений представлено на рисунке 1.5.

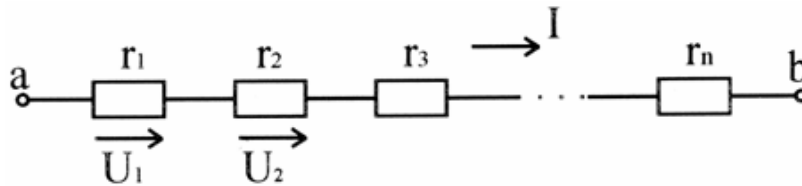


Рисунок 1.5 – Последовательное соединение сопротивлений

Сопротивление на участке цепи между точками *a* и *b*

$$r_{ab} = \sum_{i=1}^n r_i = r_1 + r_2 + \dots + r_n. \quad (1.1)$$

Напряжение на участке *ab*

$$U_{ab} = \sum_{i=1}^n U_i = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

Ток *I* одинаков во всех элементах цепи.

Параллельное соединение сопротивлений показано на рисунке 1.6.

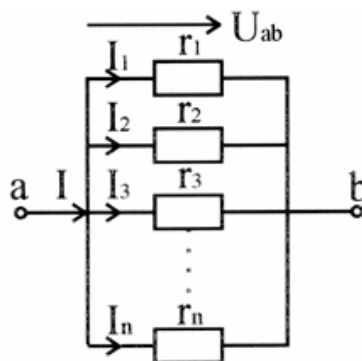


Рисунок 1.6 – Параллельное соединение сопротивлений

Проводимость $g_{ab} = \frac{1}{r_{ab}}$ на участке цепи между точками *a* и *b*

$$g_{ab} = \sum_{i=1}^n g_i = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}. \quad (1.2)$$

Напряжение U_{ab} одинаково во всех элементах цепи.

Ток I в неразветвленной части электрической цепи равен сумме токов ветвей

$$I = \sum_{i=1}^n I_i = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Пример. При параллельном соединении двух сопротивлений r_1 и r_2 между точками a и b общее сопротивление

$$R_{ab} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}. \quad (1.3)$$

Не всегда можно упростить разветвленную электрическую цепь до требуемого уровня, используя преобразования для последовательного и параллельного соединения сопротивлений.

В таком случае необходимо использовать взаимные преобразования соединения сопротивлений *звезда* в соединение сопротивлений *треугольник* (рисунок 1.7).

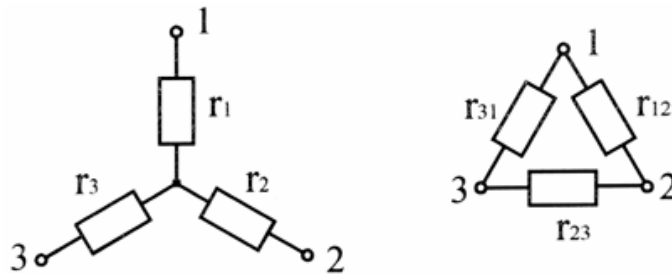


Рисунок 1.7 – Соединение сопротивлений r_1 , r_2 и r_3 звездой; соединение сопротивлений r_{12} , r_{23} и r_{31} треугольником

При взаимном преобразовании *треугольника* сопротивлений в *звезду* имеем:

$$r_1 = \frac{r_{12} \cdot r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}, \quad r_2 = \frac{r_{12} \cdot r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}, \quad r_3 = \frac{r_{23} \cdot r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}. \quad (1.4)$$

При взаимном преобразовании *звезды* сопротивлений в *треугольник* имеем:

$$r_{12} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_3} + r_1 + r_2, \quad r_{23} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1} + r_2 + r_3, \quad r_{31} = \frac{r_3 \cdot r_1}{r_2} + r_1 + r_3. \quad (1.5)$$

Примечание. При вычислении входного (эквивалентного) сопротивления необходимо помнить, что источники энергии заменяются внутренними сопротивлениями. Внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю. Внутреннее сопротивление идеального источника тока равно бесконечности.

При *расчете электрической цепи*, как правило, необходимо определять токи в ветвях, если все параметры элементов электрической цепи и ее топология известна. Рассмотрим законы Ома и Кирхгофа, являющиеся базовыми для всех *методов расчета электрических цепей*.

2. Законы Ома и Кирхгофа. Баланс мощностей.

Закон Ома для участка цепи между зажимами a и b (рисунок 1.8) позволяет найти ток I участка по разности потенциалов $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$ и сопротивлению R этого участка:

$$I = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R}. \quad (1.6)$$

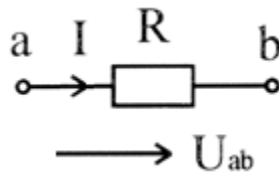


Рисунок 1.8 – Участок цепи

Закон Ома для участка цепи между зажимами b и a (рисунок 1.9) позволяет найти ток I участка по разности потенциалов $U_{ba} = \varphi_b - \varphi_a$ и сопротивлению R этого участка:

$$I = \frac{U_{ba}}{R} = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R}. \quad (1.7)$$

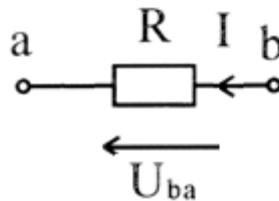


Рисунок 1.9 – Участок цепи

Закон Ома для участка цепи содержащего ЭДС между зажимами a и b (рисунок 1.10 и рисунок 1.11).

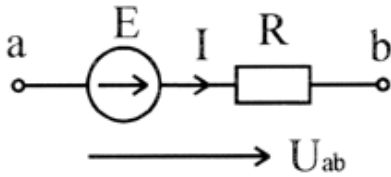


Рисунок 1.10 – Участок цепи, содержащий ЭДС

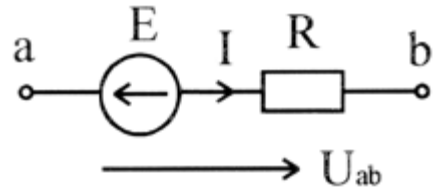


Рисунок 1.11 – Участок цепи содержащий ЭДС

Для схем на рисунках 1.10 и 1.11 закон Ома позволяет найти ток I участка по разности потенциалов $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$, а также находящимся на этом участке ЭДС E и сопротивлению R .

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (рисунок 1.10):

$$I = \frac{U_{ab} + E}{R}. \quad (1.8)$$

В случае если на участке цепи между зажимами a и b направление ЭДС будет противоположно току I (рисунок 1.11):

$$I = \frac{U_{ab} - E}{R}. \quad (1.9)$$

Законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю.

$$\sum I_i = 0. \quad (1.10)$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжений на элементах контура (под контуром здесь понимается замкнутая последовательность ветвей, не содержащих источников тока) равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре:

$$\sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n E_i \text{ или } \sum_{i=1}^n I_i \cdot r_i = \sum_{i=1}^n E_i. \quad (1.11)$$

Алгоритм решения задач с использованием законов Кирхгофа.

1. Определить количество узлов u и ветвей b электрической цепи.
2. Выбрать произвольно положительные направления искомых токов ветвей и обозначить их на схеме.

3. Определить количество уравнений по первому закону Кирхгофа, которое равно количеству узлов без единицы ($y - 1$). Записать для произвольно выбранных узлов требуемое количество уравнения по законам Кирхгофа. В алгебраической сумме следует учесть и токи источников тока.

4. Определить количество уравнений по второму закону Кирхгофа. Их число равно количеству ветвей без источников тока ($b - b_{\text{ит}}$) за вычетом уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, т.е. $(b - b_{\text{ит}}) - (y - 1)$, где $b_{\text{ит}}$ – число ветвей с источниками тока. Записать уравнения по 2-му закону Кирхгофа для независимых контуров. Независимые контуры образуются замкнутыми последовательностями ветвей, не содержащих источников тока, так, чтобы в новом контуре была хоть одна ветвь, не входящая в предыдущие. (Иногда в некоторых цепях необходимо составлять уравнения, в которые входят уже содержащиеся ветви.)

5. Объединить уравнения, составленные по первому и второму законам Кирхгофа, в систему уравнений.

6. Решить систему уравнений.

Пример использования алгоритма решения задач с использованием законов Кирхгофа для электрической цепи, представленной на рисунке 1.12.

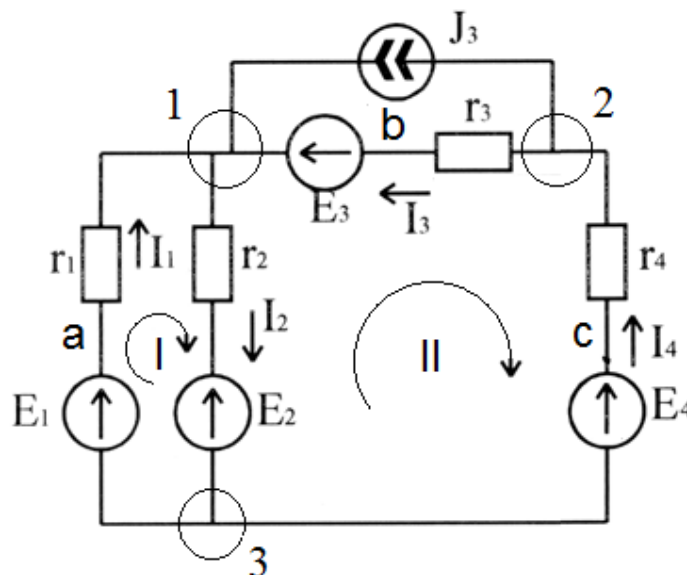


Рисунок 1.12 – Схема электрической цепи

Решение.

1. Определим количество узлов y и ветвей b электрической цепи. Так, в рассматриваемой цепи имеется три узла, обозначенных цифрами 1, 2 и 3 всего $y = 3$. Ветви находятся между узлами и в представленной цепи их пять $b = 5$.

2. Выберем произвольно положительные направления искомых токов I_1 , I_2 , I_3 , I_4 ветвей и обозначим их на схеме.

3. Определим количество уравнений по первому закону Кирхгофа, равное количеству узлов без единицы: $3 - 1 = 2$. Запишем для произвольно выбранных узлов требуемое количество уравнений по первому закону Кирхгофа. В алгебраической сумме следует учесть и токи источников тока.

$$1 \text{ узел: } I_1 - I_2 + I_3 + J_3 = 0$$

$$2 \text{ узел: } I_4 - I_3 - J_3 = 0$$

4. Определим количество уравнений по второму закону Кирхгофа, равное числу ветвей без источников тока $(5 - 1)$ минус два уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, т.е. $(5 - 1) - 2 = 2$. Запишем уравнения по 2-му закону Кирхгофа для независимых контуров. Независимые контуры образуются замкнутыми последовательностями ветвей, не содержащих источников тока.

Уравнения по второму закону Кирхгофа для рассматриваемой электрической цепи.

$$\text{I контур: } I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 = E_1 - E_2,$$

$$\text{II контур: } -I_2 \cdot r_2 - I_3 \cdot r_3 - I_4 \cdot r_4 = E_2 - E_3 - E_4.$$

5. Объединим уравнения, составленные по первому и второму законам Кирхгофа в систему уравнений.

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 + J_3 = 0 \\ I_4 - I_3 - J_3 = 0 \\ I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 = E_1 - E_2 \\ -I_2 \cdot r_2 - I_3 \cdot r_3 - I_4 \cdot r_4 = E_2 - E_3 - E_4 \end{cases} \quad (1.12)$$

6. Решить полученную систему уравнений можно, если в ней четыре неизвестные. Чаще всего в задачах требуется определить токи (т.е. для данной

схемы I_1, I_2, I_3, I_4), тогда все остальные элементы должны быть известными. Возможны и другие варианты.

После решения системы (1.12) необходимо проверить баланс мощностей электрической цепи.

Баланс мощностей в электрической цепи.

Общая мощность источников электрической энергии для электрической цепи (рисунок 1.12) определяется следующим образом:

$$P_{\text{ист}} = E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 + U_{12} \cdot J_3. \quad (1.13)$$

Знак «минус» в выражении (1.13) у мощности источника ЭДС $P_{E_2} = -E_2 \cdot I_2$, ставится потому, что направление тока I_2 противоположно направлению ЭДС E_2 . Если направление источника ЭДС и тока через него не совпадает, то данный источник ЭДС потребляет электрическую энергию, а не производит ее. Мощность источника тока $P_{J_3} = U_{12} \cdot J_3 = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot J_3$, т.к. у источника тока J_3 потенциал φ_1 больше, чем φ_2 . Как определять потенциалы электрической цепи (напряжение на участке цепи), будет рассмотрено ниже в примере построения потенциальной диаграммы.

Общая мощность потребителей электрической энергии для электрической цепи (рисунок 1.12) определяется следующим образом:

$$P_{\text{потр}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4. \quad (1.14)$$

В результате расчетов общая мощность источников электрической энергии $P_{\text{ист}}$ должна оказаться равна общей мощности потребителей электрической энергии $P_{\text{потр}}$ для рассматриваемой электрической цепи $P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}$. Если равенство не соблюдается, значит, имеются ошибки в расчетах, которые требуется устранить.

Пример. Построение потенциальной диаграммы для внешнего контура электрической цепи, представленной на рисунке 1.12. Внешний контур состоит из элементов $E_1, r_1, E_3, r_3, r_4, E_4$. Перечень элементов производился от

наибольшего по номеру узла, в данном случае это узел 3, по часовой стрелке. Из рисунка видно, что при выборе контура в его состав не включены ветви с источником тока, т.к. его сопротивление равно бесконечности, и определить падение напряжения на нем по закону Ома не удастся. Обозначим на электрической схеме точки при переходе от одного элемента к другому. Так, между элементами E_1 и r_1 получим точку a , между E_3 и r_3 – точку b , между r_4 и E_4 обозначим точку c . Используя закон Ома, определим потенциалы всех указанных во внешнем контуре точек. Для этого условно заземлим потенциал точки 3, тогда φ_3 станет равен нулю. При этом токораспределение в цепи не изменится, т.к. никаких новых ветвей, по которым могли бы протекать токи, не образуется.

Тогда потенциалы обозначенных в схеме точек при известных токах определятся следующим образом: $\varphi_3 = 0$; $\varphi_a = \varphi_3 + E_1$; $\varphi_1 = \varphi_a - I_1 \cdot r_1$; $\varphi_b = \varphi_1 - E_3$; $\varphi_2 = \varphi_b + I_3 \cdot r_3$; $\varphi_c = \varphi_2 + I_4 \cdot r_4$; $\varphi_3 = \varphi_c - E_4 = 0$.

Знак «плюс» в формуле $\varphi_a = \varphi_3 + E_1$ ставится потому, что ЭДС E_1 повышает потенциал при переходе от потенциала φ_3 к φ_a . Знак «минус» в формуле $\varphi_1 = \varphi_a - I_1 \cdot r_1$ ставится потому, что ток течет от большего потенциала φ_a к меньшему φ_1 . Чтобы определить меньший потенциал φ_1 необходимо от большего φ_a вычесть падение напряжения $U_1 = I_1 \cdot r_1$ на резисторе r_1 . Знак «минус» в формуле $\varphi_b = \varphi_1 - E_3$ ставится потому, что ЭДС E_3 понижает потенциал при переходе от потенциала φ_1 к φ_b . Знак «плюс» в формуле $\varphi_2 = \varphi_b + I_3 \cdot r_3$ ставится потому, что ток течет от большего потенциала φ_2 к меньшему φ_b . Чтобы отыскать больший потенциал φ_2 необходимо к нему прибавить падение напряжения $U_3 = I_3 \cdot r_3$ на резисторе r_3 . Аналогичным образом ставятся знаки в других уравнениях потенциалов электрической цепи.

Представленные формулы для определения потенциалов электрической цепи вытекают из закона Ома.

На основании полученных значений потенциалов точек строится потенциальная диаграмма (рисунок 1.13).

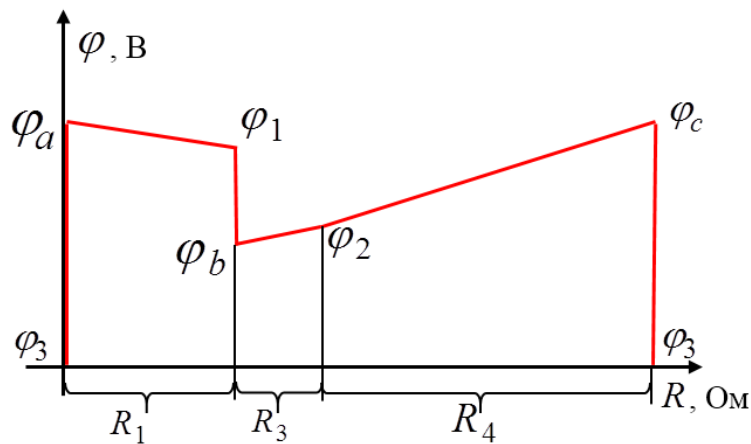


Рисунок 1.13 – Потенциальная диаграмма

Выводы по занятию

К основным элементам топологии электрической цепи относят: ветвь, узел, контур, источник тока, источник ЭДС, электрическое сопротивление. Для определения тока на участке цепи применяют закон Ома. Для расчета токов в ветвях электрической схемы применяют 1 и 2 законы Кирхгофа. Для проверки правильности решения составляют баланс мощностей и строят потенциальную диаграмму.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте понятия «электрическая цепь», «электрическая схема», «узел», «ветвь», «источник ЭДС» и «источник тока».
2. Что понимают под ВАХ? Нарисуйте ВАХ реального источника, источника ЭДС, источника тока, линейного резистора.
3. Как выбирают положительные направления для токов ветвей и как связаны с ними положительные направления напряжений на сопротивлениях?

4. Как определяется общее сопротивление при последовательном и параллельном соединении сопротивлений?

6. Сформулируйте закон Ома для участка цепи с ЭДС, первый и второй законы Кирхгофа. Запишите в буквенном виде, сколько уравнений следует составлять по первому и по второму закону Кирхгофа.

7. Чем следует руководствоваться при выборе контуров, для которых следует составлять уравнения по второму закону Кирхгофа. Почему ни в один из этих контуров не должен входить источник тока?

8. Поясните этапы построения потенциальной диаграммы.

Занятие 2. Методы расчета электрических цепей постоянного тока

План занятия.

1. Методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока.

а) Метод узловых потенциалов. Метод двух узлов.

б) Метод контурных токов и эквивалентного генератора.

в) Метод наложения.

1. Методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока.

Для практических расчетов электрических цепей разработаны методы, позволяющие уменьшить количество решаемых уравнений в сравнении с системой уравнений по законам Кирхгофа. Рассмотрим эти методы.

а) Метод узловых потенциалов. Метод двух узлов.

Количество уравнений по методу узловых потенциалов определяется количеством уравнений по первому закону Кирхгофа для рассматриваемой электрической цепи. В соответствии с данным методом, необходимо сначала определить потенциалы φ всех узлов электрической цепи, а затем с помощью закона Ома определить токи в ветвях. При этом один из узлов электрической схемы, который называют *опорным*, заземляется, его потенциал φ становится равен нулю. Узел для заземления выбирается произвольно. Удобно заземлять узел, номер которого имеет наибольшее значение в заданной электрической цепи.

Система уравнений по методу узловых потенциалов в виде матрицы будет иметь столько строк и столбцов, сколько уравнений необходимо записать по первому закону Кирхгофа для рассматриваемой электрической цепи. Если в электрической цепи имеется ветвь содержащая только идеальный источник ЭДС. Тогда удобно пронумеровать узлы электрической цепи так, чтобы номер узла с наибольшим значения в заданной электрической цепи, оказался в узле от которого отходит источник ЭДС. Этот узел принимают за опорный и

заземляют. Тогда потенциал узла, в который входит источник ЭДС, будет известным и равным величине ЭДС источника.

Рассмотрим использование метода узловых потенциалов на примере.

Пример.

Метод узловых потенциалов целесообразно применять, когда количество уравнений по первому закону Кирхгофа для электрической цепи получается меньше чем по второму. На рисунке 2.1 представлена электрическая цепь, отвечающая указанным требованиям.

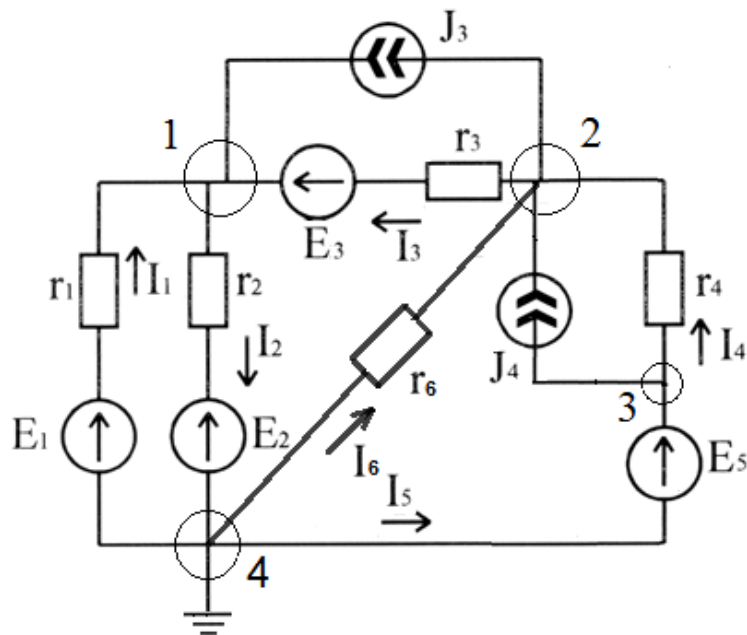


Рисунок 2.1 – Схема электрической цепи для расчета по методу узловых потенциалов

Представленная схема содержит 8 ветвей, 2 из которых содержат источники тока, следовательно, количество уравнений по второму закону Кирхгофа равно: $8 - 2 - 3 = 3$ уравнения.

В заданной цепи четыре узла, следовательно, по первому закону Кирхгофа необходимо записать $4 - 1 = 3$ уравнения, причем имеется ветвь, содержащая только идеальный источник ЭДС E_5 . В этом случае узел, от которого отходит источник ЭДС E_5 , пронумеруем цифрой 4 и примем его за опорный, потенциал которого равен нулю $\varphi_4 = 0$. Обозначим заземление $\equiv$ у φ_4

на расчетной схеме. Потенциал узла, в который входит источник ЭДС E_5 , будет известным и равным величине ЭДС источника $\varphi_3 = E_5$.

Таким образом, остается два неизвестных потенциала φ_1 и φ_2 , для их нахождения используем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot g_{11} - \varphi_2 \cdot g_{12} - \varphi_3 \cdot g_{13} = J_{11} \\ -\varphi_1 \cdot g_{21} + \varphi_2 \cdot g_{22} - \varphi_3 \cdot g_{23} = J_{22} \end{cases}, \quad (2.1)$$

где $g_{11}, g_{22}, \dots, g_{SS}$ – собственные проводимости узлов $1, 2, \dots, S$, соответственно, которые определяются как сумма проводимостей ветвей, присоединенных к соответствующему узлу. Для рассматриваемой цепи

$$g_{11} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}; \quad g_{22} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6}.$$

В системе уравнений (2.1) у собственных проводимостей узлов по главной диагонали матрицы будут всегда стоять знаки «плюс». Если будет задана такая электрическая цепь, для которой по первому закону Кирхгофа необходимо будет записать другое количество уравнений, то система уравнений (2.1) должна состоять из строк и столбцов, количество которых определяется количеством уравнений по первому закону Кирхгофа.

g_{SN} – сумма проводимостей ветвей, соединяющих узел S с узлом N , всегда в системе уравнений (2.1) берется со знаком «минус». Для рассматриваемой цепи сумма проводимостей ветвей между узлами 1 и 2, а, следовательно, 2 и 1, является $g_{12} = g_{21} = \frac{1}{r_3}$. Сумма проводимостей ветвей между узлами 1 и 3,

равна нулю, следовательно $g_{13} = 0$. Сумма проводимостей ветвей между узлами 2 и 3 $g_{23} = \frac{1}{r_4}$.

$$J_{SS} = \sum_S E \cdot g + \sum_S J, \quad \text{где } \sum_S E \cdot g \text{ – алгебраическая сумма произведений ЭДС}$$

ветвей, примыкающих к узлу S , на их проводимости; при этом со знаком «плюс» берутся те произведения, в ветвях которых ЭДС действуют в направлении узла S , и со знаком «минус», – в направлении от узла S ;

$\sum_S J$ – алгебраическая сумма источников тока, присоединенных к узлу S , знак

перед J определяется согласно правилу, указанному выше. В нашем случае

$$J_{11} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} + J_3, \quad J_{22} = -\frac{E_3}{r_3} - J_3 + J_4.$$

Таким образом, в новых обозначениях система уравнений 2.1 примет следующий вид

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) - \varphi_2 \cdot \frac{1}{r_3} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \frac{E_3}{r_3} + J_3 \\ -\varphi_1 \cdot \frac{1}{r_3} + \varphi_2 \cdot \left(\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} \right) - \varphi_3 \cdot \frac{1}{r_4} = -\frac{E_3}{r_3} - J_3 + J_4 \end{cases} \quad (2.2)$$

Решив полученную систему (2.2) относительно φ_1 и φ_2 , считая известным $\varphi_3 = E_5$, найдем токи в ветвях электрической цепи.

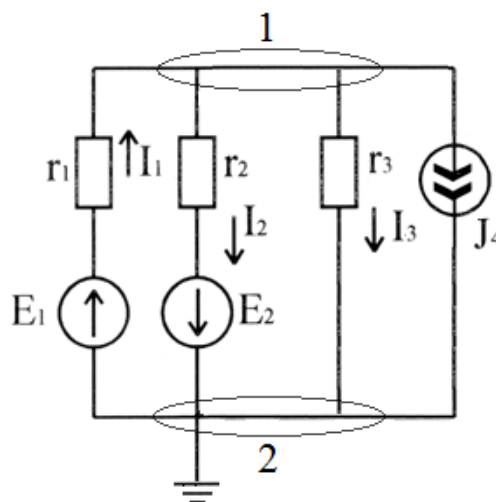
Токи в ветвях электрической цепи определяются по закону Ома через полученные при решении системы (2.2) потенциалы:

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{r_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4 - E_2}{r_2}; \quad I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_3}{r_3};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r_4}; \quad I_5 = I_4 + J_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r_4} + J_4; \quad I_6 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{r_6}.$$

Метод двух узлов (частный случай метода узловых потенциалов).

Встречаются электрические цепи у которых всего два узла рисунок 2.2. Для расчета токов в такой цепи наиболее рациональным методом расчета является метод двух узлов.



Рисунке 2.2 – Схема электрической цепи, содержащей два узла

Рассмотрим использование метода двух узлов на примере.

Пример.

Для электрической цепи (рисунок 2.2) по методу узловых потенциалов запишем следующее выражение:

$$\varphi_1 \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \right) = \frac{E_1}{r_1} - \frac{E_2}{r_2} - J_4.$$

Запишем получившееся выражение для напряжения $U_{12} = -U_{21}$:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) = -U_{21} = -(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{E_1 \cdot \frac{1}{r_1} - E_2 \cdot \frac{1}{r_2} - J}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}}. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) принято называть *методом двух узлов*.

Токи в ветвях электрической цепи, определяются по закону Ома следующим образом:

$$I_1 = \frac{E_1 - (\varphi_1 - \varphi_2)}{r_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E_2}{r_2}; \quad I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_3}.$$

б) *Метод контурных токов и эквивалентного генератора.*

Метод контурных токов также позволяет уменьшить количество решаемых уравнений в сравнении с системой уравнений по законам Кирхгофа. Количество уравнений по методу контурных токов определяется числом уравнений по второму закону Кирхгофа для рассматриваемой электрической цепи. Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви может быть представлен в виде алгебраической суммы независимых контурных токов, протекающих по этой ветви. В соответствии с данным методом необходимо выбрать контурные токи таким образом, чтобы каждый из них проходил через один источник тока, а оставшиеся контурные токи выбирать проходящими по ветвям, не содержащим источники тока.

Система уравнений по методу контурных токов в виде матрицы будет иметь столько строк и столбцов, столько уравнений необходимо записать по второму закону Кирхгофа для рассматриваемой электрической цепи. Если в

электрической цепи имеется источник тока, то добавится столбец в систему уравнений, если два, то два столбца и т.д.

Рассмотрим использование метода контурных токов на примере.

Пример.

Метод контурных токов целесообразно применять, когда в количество уравнений по второму закону Кирхгофа для электрической цепи получается меньше чем по первому. На рисунке 2.3 представлена электрическая цепь, отвечающая указанным требованиям.

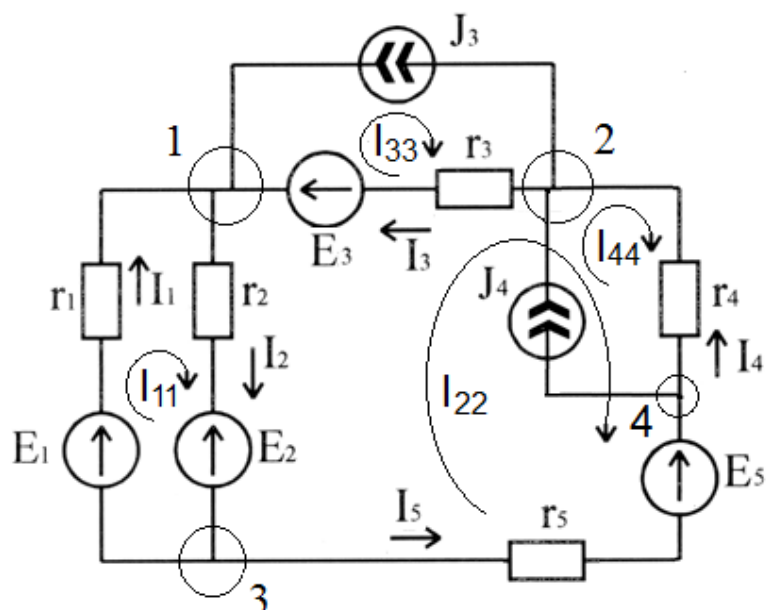


Рисунок 2.3 – Схема электрической цепи для расчета по методу контурных токов

Решение.

В этой цепи четыре узла, следовательно, по первому закону Кирхгофа необходимо записать $4 - 1 = 3$ уравнения. Рассматриваемая схема содержит семь ветвей, две из которых с источниками тока, следовательно, по второму закону Кирхгофа количество уравнений равно: $7 - 2 - 3 = 2$. Для заданной схемы направления обхода контурных токов I_{11} , I_{22} , I_{33} , I_{44} взяты по часовой стрелке, причем $I_{33} = -J_3$, т.к. обход контура не совпадает с направлением тока источника тока; $I_{44} = J_4$, т.к. обход контура совпадает с направлением тока источника тока. Таким образом, контурные токи $I_{33} = -J_3$ и $I_{44} = J_4$ считаются известными. Следовательно, остается два неизвестных

контурных тока (I_{11} и I_{22}), для их нахождения используем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} I_{11} \cdot R_{11} - I_{22} \cdot R_{12} - I_{33} \cdot R_{13} - I_{44} \cdot R_{14} = E_{11} \\ -I_{11} \cdot R_{21} + I_{22} \cdot R_{22} - I_{33} \cdot R_{23} + I_{44} \cdot R_{24} = E_{22} \end{cases} \quad (2.4)$$

где R_{mm} – собственное сопротивление контура m (сумма сопротивлений всех ветвей, входящих в контур m). Для рассматриваемой цепи $R_{11} = r_1 + r_2$; $R_{22} = r_2 + r_3 + r_4 + r_5$. В системе уравнений (2.4) у собственных сопротивлений контуров по главной диагонали матрицы будут всегда стоять знаки «плюс». Если будет задана такая электрическая цепь, для которой по второму закону Кирхгофа необходимо будет записать другое количество уравнений, тогда и количество уравнений в системе (2.4) изменится. Количество строк в системе (2.4) определяется количеством уравнений по второму закону Кирхгофа, а количество столбцов равно сумме числа уравнений по второму закону Кирхгофа и числа источников тока.

R_{ml} – общее сопротивление контуров m и l , берется со знаком «плюс», если направления контурных токов в данной ветви совпадают, в обратном случае – берется знак «минус». В рассматриваемой схеме общим сопротивлением между контурами 1 и 2, а, следовательно, 2 и 1, является r_2 . Направление контурных токов в данной ветви не совпадают, следовательно, сопротивление $R_{12} = R_{21} = r_2$ войдет в уравнение со знаком «минус». Сопротивления между контурами 1 и 3, а также 1 и 4 равны нулю, следовательно, $R_{13} = 0$ и $R_{14} = 0$. Сопротивление между контурами 2 и 3 $R_{23} = r_3$. Направление контурных токов в данной ветви не совпадают, следовательно, сопротивление R_{23} войдет в уравнение со знаком «минус». Сопротивление между контурами 2 и 4 $R_{24} = r_4$. Направление контурных токов в данной ветви совпадают, следовательно, сопротивление R_{24} войдет в уравнение со знаком «плюс».

E_{mm} – алгебраическая сумма ЭДС, входящих в контур m . Для данной схемы $E_{11} = E_1 - E_2$, $E_{22} = E_2 - E_3 - E_5$.

Таким образом, в новых обозначениях система уравнений 2.4 примет следующий вид

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (r_1 + r_2) - I_{22} \cdot r_2 = E_1 - E_2 \\ -I_{11} \cdot r_2 + I_{22} \cdot (r_2 + r_3 + r_4 + r_5) - I_{33} \cdot r_3 + I_{44} \cdot r_4 = E_2 - E_3 - E_5 \end{cases} \quad (2.5)$$

Решив полученную систему (2.5) относительно I_{11} и I_{22} , считая $I_{33} = -J_3$ и $I_{44} = J_4$ известными, найдем токи в ветвях электрической цепи.

Токи в ветвях электрической цепи, через контурные токи определяются следующим образом:

$$I_1 = I_{11}; I_2 = I_{11} - I_{22}; I_3 = I_{33} - I_{22};$$

$$I_4 = -I_{44} - I_{22}; I_5 = -I_{22}.$$

Метод эквивалентного генератора в отличие от представленных выше позволяет определить ток, только в одной выбранной ветви, путем упрощения оставшейся части электрической цепи в одноконтурную неразветвленную цепь. По отношению к выделенной ветви остальную часть цепи заменяют эквивалентным источником ЭДС – генератором. ЭДС этого генератора равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной части цепи, к которым будет подключаться ветвь с определяемым током. Внутреннее сопротивление генератора будет равно входному сопротивлению по отношению к зажимам выделенной ветви.

Последовательность расчета по методу эквивалентного генератора.

1. Выделить в расчетной цепи ветвь, ток которой необходимо определить. Остальную часть схемы представить в виде источника ЭДС и внутреннего сопротивления. Выбрать положительное направление тока в ветви.

2. Отсоединив выделенную ветвь, определить любым из ранее изученных методов напряжение U_{abxx} на зажимах оставшейся части схемы, к которым будет подключаться ветвь с определяемым током.

3. Определить эквивалентное входное сопротивление r_{bx} по отношению к

зажимам выделенной ветви. При этом источники энергии заменить их внутренними сопротивлениями и считать сопротивления источников ЭДС равными нулю, а сопротивления источников тока равными бесконечности.

4. Определить по закону Ома ток в полученной неразветвленной цепи:

$$I_i = \frac{U_{abxx} \pm E_i}{r_{bx} + r_i},$$

где E_i , r_i – параметры ветви с искомым током.

Пример.

Рассмотрим использование метода эквивалентного генератора для электрической цепи, представленной на рисунке 2.4.

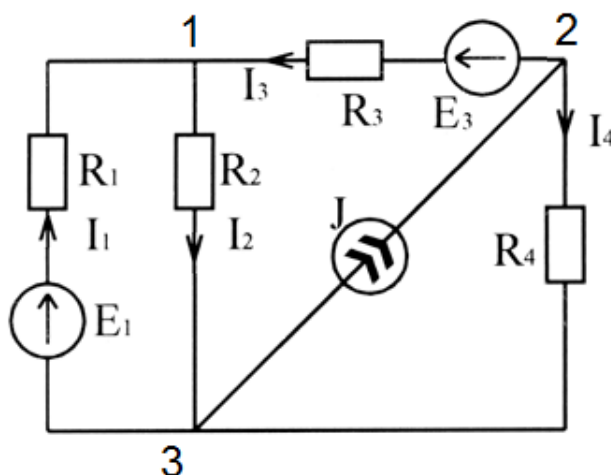


Рисунок 2.4 – Схема электрической цепи для расчета по методу эквивалентного генератора

При расчетах необходимо определить ток в третьей ветви. Все параметры элементов электрической цепи, и ее топология считаются известными.

Решение.

1. Выделим в расчетной цепи ветвь с током I_3 , который будем определять. Остальную часть схемы представим в виде источника ЭДС напряжением U_{abxx} и внутренним сопротивлением R_{bx} (рисунок 2.5). Выберем положительное направление тока в третьей ветви.

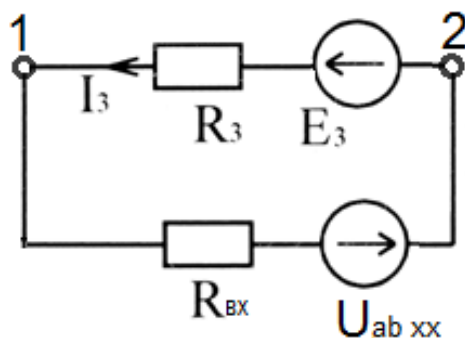


Рисунок 2.5 – Эквивалентная схема замещения

3. Отсоединим третью ветвь и определим любым из ранее изученных методов напряжение $U_{abxx} = U_{21xx}$ на зажимах оставшейся части схемы (рисунок 2.6).

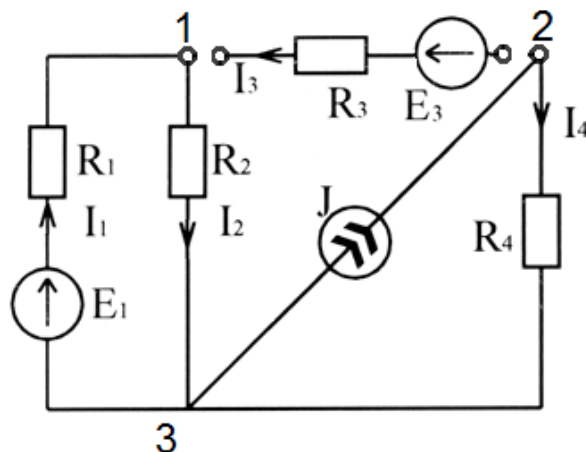


Рисунок 2.6 – Схема электрической цепи для расчета по методу эквивалентного генератора

После отключения третьей ветви три электрическая цепь распадается на две независимые. Одна с источником ЭДС E_1 , другая источником тока J_1 . В таком случае найти напряжение U_{21xx} можно по закону Ома. Условно заземлим узел 3, тогда $\varphi_{3xx} = 0$.

Найдем потенциал точки 1 через потенциал узла 3

$$\varphi_{1xx} = \varphi_{3xx} + E_1 - \frac{E_1}{R_1 + R_1} \cdot R_1.$$

Потенциал точки 2 через потенциал точки 3

$$\varphi_{2xx} = \varphi_{3xx} + J \cdot R_4.$$

Таким образом,

$$U_{21\text{xx}} = J \cdot R_4 - E_1 + \frac{E_1}{R_1 + R_1} \cdot R_1.$$

4. Определим эквивалентное входное сопротивление $R_{\text{вх}}$ по отношению к зажимам выделенной ветви. При этом источники энергии заменим их внутренними сопротивлениями и считаем сопротивления источников ЭДС равными нулю, а сопротивления источников тока равными бесконечности

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_4.$$

5. Определим по закону Ома ток в третьей ветви:

$$I_3 = \frac{U_{21\text{xx}} + E_3}{R_{\text{вх}} + R_3}.$$

в) *Метод наложения.*

Метод наложения применим только для расчета линейных цепей, параметры элементов которых не зависят от значений протекающего тока или приложенного напряжения. Для расчетов цепей методом наложения составляют столько частных схем, сколько независимых источников энергии имеет исходная цепь. В частной схеме оставляется только один источник, все остальные заменяют их внутренними сопротивлениями. Результирующий ток ветви равен алгебраической сумме частных токов, вызванных действием каждого источника в отдельности. При исключении идеальных источников напряжения вместо источника ставится короткозамкнутая перемычка, что соответствует ЭДС, равной нулю при нулевом внутреннем сопротивлении. Ветвь с источником тока, наоборот, размыкается, что соответствует нулевому току при нулевой проводимости.

При расчете частных схем токи, протекающие в ветвях, обозначают двумя индексами. Нижний индекс показывает номер ветви, в которой определяют ток, а верхний – номер источника, действием которого вызывается ток. Например, $I_1^{(2)}$ – ток первой ветви, вызываемый действием второго источника. При расчете частных схем часто приходится рассчитывать токи в

параллельных ветвях $I_1 = I \frac{r_2}{r_1 + r_2}$ и $I_2 = I \frac{r_1}{r_1 + r_2}$ (см. практическое занятие 1).

Рассмотрим использование метода наложения на примере.

Пример.

Методом наложения целесообразно пользоваться при расчетах электрической цепи, в которой содержащих один или два, в крайнем случае, три источника электрической энергии. На рисунке 2.7 представлена электрическая цепь с двумя источниками энергии, отвечающая указанным требованиям.

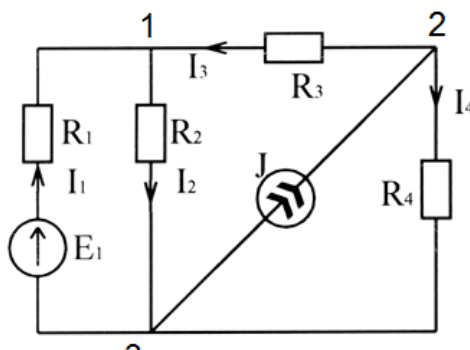


Рисунок 2.7 – Схема электрической цепи для расчета по методу наложения

Для нахождения токов в схеме рисунка 2.7 методом наложения определяют токи в частных схемах, приведенных на рисунках 2.8 и 2.9.

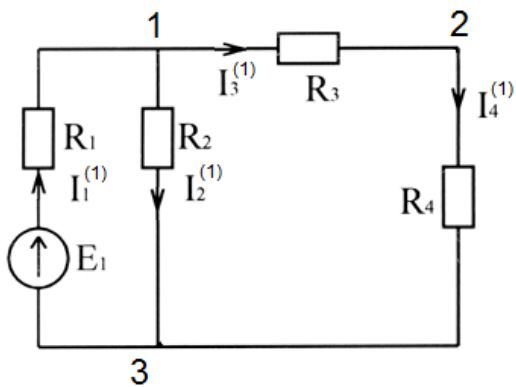


Рисунок 2.8

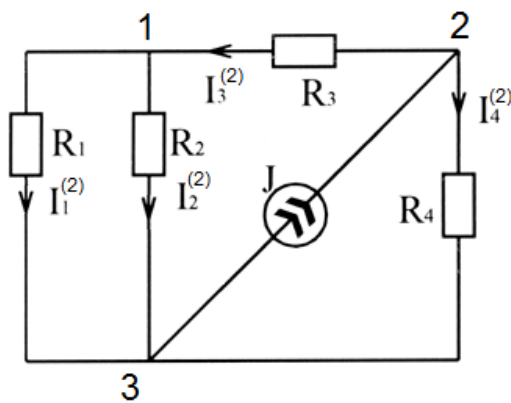


Рисунок 2.9

Для схемы рисунка 2.8:

$$I_1^{(1)} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4}}; I_2^{(1)} = I_1^{(1)} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4}; I_3^{(1)} = I_4^{(1)} = I_1^{(1)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

Для схемы рисунка 2.9:

$$I_3^{(2)} = J \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}; \quad I_4^{(2)} = J \cdot \frac{R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}};$$

$$I_1^{(2)} = J \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad I_2^{(2)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot J.$$

Следует отметить, что при действии в электрической схеме одного источника электрической энергии, как показано рисунках 2.8 и 2.9, в ветвях схемы текут частичные токи. Их направление обусловлено направлением действующего в электрической цепи источника электрической энергии. Так, на рисунке 2.8 направление тока $I_1^{(1)}$ обусловлено направлением источника ЭДС E_1 . Из рисунка 2.8 видно, что ток $I_1^{(1)}$ подтекает к узлу 1, в котором он разделяется на ток $I_2^{(1)}$ и ток $I_3^{(1)} = I_4^{(1)}$, после чего эти токи подтекают к узлу 2, где они снова объединяются в ток $I_1^{(1)}$. На рисунке 2.9 направление токов $I_3^{(2)}$, $I_4^{(2)}$, $I_1^{(2)}$, $I_2^{(2)}$ обусловлено направлением источника тока J .

Таким образом, токи в исходной электрической цепи, определяются на основе частичных токов следующим образом:

$$I_1 = I_1^{(1)} - I_1^{(2)}; \quad I_2 = I_2^{(1)} + I_2^{(2)}; \quad I_3 = I_3^{(1)} - I_3^{(2)}; \quad I_4 = I_4^{(1)} + I_4^{(2)}.$$

Знак «минус» стоит у первого и третьего тока, так как их частичные токи при действии двух источников энергии имеют разные направления. Частичные токи второго и четвертого тока имеют одинаковые направления, поэтому в уравнениях результирующего тока стоит знак «плюс».

Выводы по занятию

Для расчета токов ветвях электрической цепи кроме законов Кирхгофа можно применять метод узловых потенциалов, метод контурных токов, метод наложения, метод эквивалентного генератора. Число уравнений для метода узловых потенциалов такое же как по первому закону Кирхгофа, если схема содержит всего два узла можно применять метод двух узлов. Число уравнений для метода контурных токов такое же как по второму закону Кирхгофа. Метод

наложения целесообразно использовать, когда в электрической цепи содержится не более трех источников электрической энергии. Если необходимо рассчитать ток в одной ветви можно использовать метод эквивалентного генератора.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулировать основные принципы метода узловых потенциалов.
2. Каковы особенности применения метода узловых потенциалов для схем, содержащих только идеальный источник ЭДС в любой из ветвей?
3. Как найти токи в ветвях по методу двух узлов?
4. Охарактеризуйте основные этапы метода контурных токов.
5. Каковы особенности применения метода контурных токов для схем, содержащих источник тока?
6. В чем преимущества и недостатки метода наложения?
7. Изложите суть метода эквивалентного генератора?

Занятие 3. Анализ линейных однофазных электрических цепей переменного тока

План занятия.

1. Основные характеристики синусоидальных сигналов.
2. Векторное и комплексное изображение синусоидальных сигналов.
3. Идеальные элементы в цепи синусоидального тока

1. Основные характеристики синусоидальных сигналов.

В настоящее время подавляющая часть электрической энергии генерируется (вырабатывается), передается и потребляется на переменном синусоидальном токе. В отличие от постоянного тока, где полярность источников электрической энергии с течением времени не меняется, при переменном токе происходит чередование полярности источников электрической энергии с определенной частотой. В России принята частота $f = 50$ Гц для генерации и передачи электрической энергии. Таким образом, *переменным ток* является в случае, если он с течением времени меняет свое значение и направление. Значение тока в любой данный момент времени t_1 называют *мгновенным* и обозначают малой буквой $i(t_1)$. Токи, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени в той же самой последовательности, называют периодическими, а наименьший промежуток времени, через который эти повторения наблюдаются – периодом T . Ток считается определенным, если известна его зависимость от времени $i(t)$. Термин «переменный ток» обычно применяют в узком смысле, а именно, для такого периодического тока, у которого постоянная составляющая тока равна нулю, т.е. $\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) dt = 0$ и особенно часто для синусоидального тока

$$i(t) = I_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t).$$

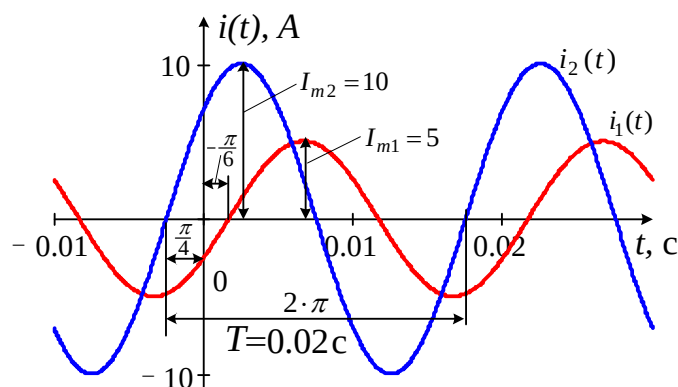
Основные понятия синусоидального тока.

Мгновенные значения синусоидального тока определяется выражением:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi) \quad (3.1)$$

где I_m – амплитуда тока. Аргумент синуса называют фазой – $(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$. Угол φ называют начальной фазой. Фаза с течением времени непрерывно растет. После ее увеличения на $2 \cdot \pi$ весь цикл изменения тока повторяется. Величина $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ называется угловой частотой и показывает скорость изменения фазы.

Для примера на рисунке 3.1 построены графики синусоидальных токов одинаковой частоты $f = 50$ Гц, но с различными амплитудами и начальными фазами: $i_1(t) = 5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$, $i_2(t) = 10 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$.



Рисунке 3.1 – Графики синусоидальных токов

По оси абсцисс отложено время t или пропорциональная времени величина $\omega \cdot t$. Начальная фаза отсчитывается всегда от момента, соответствующего началу синусоиды, до момента начала отсчета времени $t = 0$. При положительной начальной фазе $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$ начало синусоиды тока $i_2(t)$ сдвинуто влево, а при отрицательной начальной фазе $\varphi_1 = -\frac{\pi}{6}$ для тока $i_1(t)$ – вправо от начала координат. Если у нескольких синусоидальных функций, изменяющихся с одинаковой частотой, начала синусоид не совпадают, то говорят, что они сдвинуты относительно друг друга по фазе. На рисунке 3.1 $\varphi_1 - \varphi_2 < 0$, т.е. ток $i_1(t)$ отстает по фазе от тока $i_2(t)$. Если у синусоидальных

функций одинаковые частоты и одинаковые начальные фазы, то говорят, что функции совпадают по фазе, если разность фаз равна $\pm \pi$, то говорят, что они противоположны по фазе.

Для численного описания переменного тока, принято использовать

параметр, называемый действующим значением $I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) dt}$, который

характеризует действие тока в электрической цепи за период. Действующее значение (его называют также эффективным или среднеквадратичным) синусоидального тока определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (I_m \cdot \sin(t))^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot (I_m)^2 \cdot \left(\left(\frac{t}{2} - \frac{\sin(2 \cdot t)}{4} \right) \Big|_0^T \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \cdot (I_m)^2 \cdot \left(\frac{T}{2} - \frac{\sin(2 \cdot T/2)}{4} - \left(\frac{0}{2} - \frac{\sin(2 \cdot 0)}{4} \right) \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot (I_m)^2 \cdot \left(\frac{T}{2} \right)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Следовательно, действующее значение синусоидального тока равно

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_m.$$

Действующее значение синусоидального тока численно равно такому значению постоянного тока, который за время, равное периоду синусоидального тока, выделяет такое же количество теплоты, что и синусоидальный ток на одном и том же сопротивлении.

Большинство измерительных приборов показывают действующее значение измеряемой величины.

2. Векторное и комплексное изображение синусоидальных сигналов.

Изображение синусоидально изменяющихся величин на комплексной плоскости. На рисунке 3.2 показан синусоидальный ток $i(t) = I_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$, представляющий собой на комплексной плоскости вектор $\dot{I}_m$.

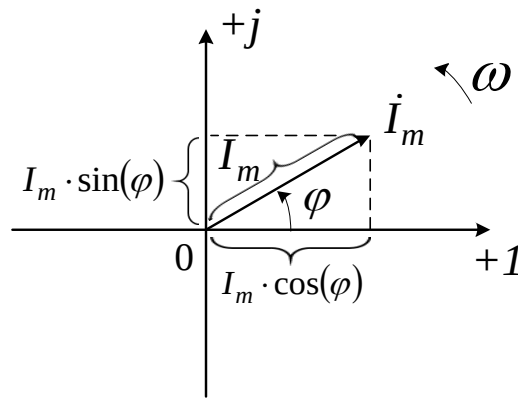


Рисунок 3.2 – Изображение синусоидальных величин на комплексной плоскости

Синусоидальный ток $i(t)$ может быть записан в комплексном виде $\dot{I}_m$ (точка, поставленная над током $\dot{I}_m$, означает, что эта величина изменяется во времени синусоидально) следующим образом:

$$\dot{I}_m = I_m \cdot e^{j \cdot \varphi} = I_m \cdot \cos(\varphi) + j \cdot I_m \cdot \sin(\varphi).$$

где $\dot{I}_m$ – комплексная величина, модуль (длина вектора) которой равен I_m ;

$j = \sqrt{-1}$ – единица измерения по мнимой оси комплексной плоскости;

φ – угол, под которым вектор $\dot{I}_m$ проведен к вещественной оси $+1$ комплексной плоскости, равный начальной фазе. Выражение $I_m \cdot e^{j \cdot \varphi}$ называют *показательной* формой записи комплексного числа $\dot{I}_m$.

$I_m \cdot \cos(\varphi) + j \cdot I_m \cdot \sin(\varphi)$ называют алгебраической формой записи комплексного числа $\dot{I}_m$.

$I_m \cdot \cos(\varphi)$ – *вещественная* часть комплекса $\dot{I}_m$ или *активная* составляющая тока $\dot{I}_m$.

$j \cdot I_m \cdot \sin(\varphi)$ – *мнимая* часть комплекса $\dot{I}_m$ или *реактивная* составляющая тока $\dot{I}_m$.

Рассмотрим пример записи синусоидального тока в комплексном виде в показательной и алгебраической формах.

Пример.

Запишем в комплексном виде синусоидальные токи

$$i_1(t) = 5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ и } i_2(t) = 10 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \frac{\pi}{4}\right):$$

$\dot{I}_{m1} = 5 \cdot e^{j \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)}$ – показательная форма записи тока $i_1(t)$,

$\dot{I}_{m1} = 5 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + j \cdot 5 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ – алгебраическая форма записи тока $i_1(t)$,

$\dot{I}_{m2} = 10 \cdot e^{j \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)}$ – показательная форма записи тока $i_2(t)$,

$\dot{I}_{m2} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + j \cdot 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ – алгебраическая форма записи тока $i_2(t)$.

Изобразим на комплексной плоскости (рисунок 3.3) синусоидальные токи

$$i_1(t) = 5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ и } i_2(t) = 10 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \frac{\pi}{4}\right).$$

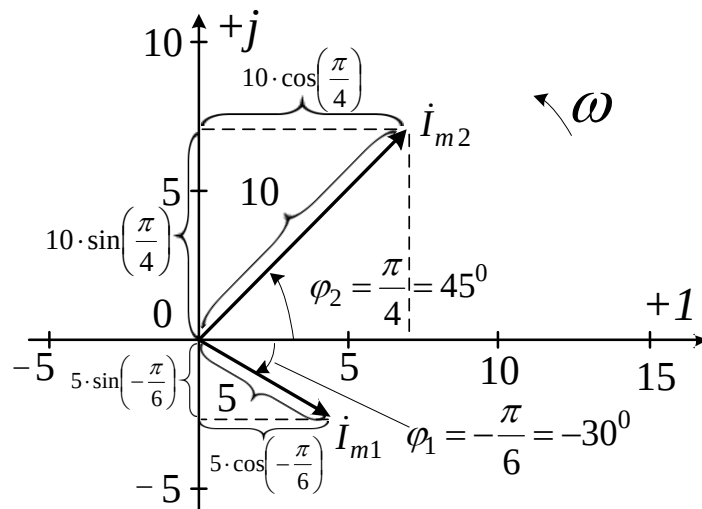


Рисунок 3.3 – Изображение синусоидальных величин на комплексной плоскости

Сложение и вычитание синусоидальных функций времени на комплексной плоскости. Векторная диаграмма.

В результате сложении двух синусоидальных токов $i_1(t) = I_{m1} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_1)$ и $i_2(t) = I_{m2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_2)$ одинаковой частоты получается некоторый ток той же частоты $i(t) = I_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$. Найдем амплитуду I_m и начальную фазу φ искомого тока. Для этого сложим два тока в комплексном виде $\dot{I}_{m1}$ и $\dot{I}_{m2}$, геометрическая сумма векторов этих токов даст комплексную амплитуду суммарного тока $I_m \cdot e^{j \cdot \varphi}$. Для определения разности двух токов (ЭДС, напряжений) следует произвести не сложение, а вычитание

соответствующих векторов. Следует отметить, что если бы векторы $\dot{I}_m$, $\dot{I}_{m1}$, $\dot{I}_{m2}$ вращались вокруг начала координат с угловой скоростью ω , то взаимное расположение векторов относительно друг друга осталось бы без изменений.

Векторной диаграммой называют совокупность векторов на комплексной плоскости, изображающей синусоидально изменяющиеся функции времени одной и той же частоты и построенные с соблюдением правильной ориентации их относительно друг друга по фазе. Рассмотрим сложение и вычитание синусоидальных функций на примере.

Пример.

Необходимо сложить и вычесть два тока $i_1(t) = 5 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \frac{\pi}{6}\right)$ и $i_2(t) = 10 \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$. Изобразим эти токи на комплексной плоскости в виде векторов и проведем их сложение и вычитание (рисунок 3.4).

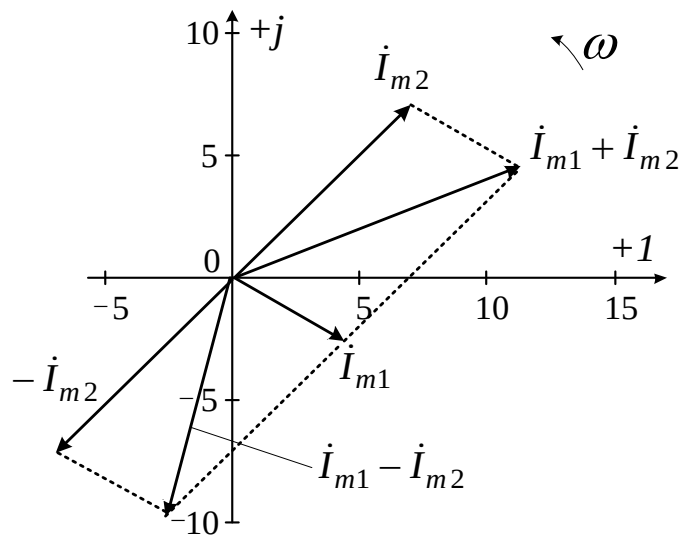


Рисунок 3.4 – Сложение и вычитание синусоидальных величин на комплексной плоскости

Проведем аналитическое сложение и вычитание токов в комплексной форме записи. Для этого используем алгебраическую форму записи комплексных токов:

$$\dot{I}_{m1} = 5 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + j \cdot 5 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 4,33 - j \cdot 2,5,$$

$$\dot{I}_{m2} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + j \cdot 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 7,071 + j \cdot 7,071,$$

$$\dot{I}_{m1} + \dot{I}_{m2} = 4,33 - j \cdot 2,5 + 7,071 + j \cdot 7,071 = 11,401 + j \cdot 4,571,$$

$$\dot{I}_{m1} - \dot{I}_{m2} = 4,33 - j \cdot 2,5 - 7,071 - j \cdot 7,071 = -2,741 - j \cdot 9,571.$$

Если необходимо разделить или умножить два комплекса, тогда используют показательную форму записи или алгебраическую.

В показательной форме записи, при умножении модули умножают, показатели складывают, при делении модули делят, показатели вычитают:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{m1} \cdot \dot{I}_{m2} &= 5 \cdot e^{j \cdot \left(-\frac{\pi}{6}\right)} \cdot 10 \cdot e^{j \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)} = 50 \cdot e^{j \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)} = 50 \cdot e^{j \cdot (15^\circ)}, \\ \frac{\dot{I}_{m1}}{\dot{I}_{m2}} &= \frac{5}{10} \cdot e^{j \cdot \left(-\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)} = 0,5 \cdot e^{j \cdot \left(-\frac{5}{12} \cdot \pi\right)} = 0,5 \cdot e^{j \cdot (-75^\circ)}.\end{aligned}$$

Умножение в алгебраической форме записи:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{m1} \cdot \dot{I}_{m2} &= (4,33 - j \cdot 2,5) \cdot (7,071 + j \cdot 7,071) = \\ &= 4,33 \cdot 7,071 + j \cdot 7,071 \cdot 4,33 - j \cdot 2,5 \cdot 7,071 - j \cdot 2,5 \cdot j \cdot 7,071.\end{aligned}$$

Далее, так как $j^2 = -1$ слагаемое $(-j \cdot 2,5 \cdot j \cdot 7,071)$ станет равно 17,677.

Тогда $\dot{I}_{m1} \cdot \dot{I}_{m2} = 30,617 + j \cdot 30,617 - j \cdot 17,677 + 17,677 = 48,296 + j \cdot 12,941$.

Деление в алгебраической форме записи, производится путем домножения числителя и знаменателя на сопряженный комплекс знаменателя. Сопряженный комплекс отличается от обычного знаком у мнимой части.

$$\begin{aligned}\frac{\dot{I}_{m1}}{\dot{I}_{m2}} &= \frac{(4,33 - j \cdot 2,5)}{(7,071 + j \cdot 7,071)} = \frac{(4,33 - j \cdot 2,5) \cdot (7,071 - j \cdot 7,071)}{(7,071 + j \cdot 7,071) \cdot (7,071 - j \cdot 7,071)} = \\ &= \frac{4,33 \cdot 7,071 - j \cdot 7,071 \cdot 4,33 - j \cdot 2,5 \cdot 7,071 + j \cdot 2,5 \cdot j \cdot 7,071}{7,071 \cdot 7,071 - j \cdot 7,071 \cdot 7,071 + j \cdot 7,071 \cdot 7,071 + 7,071 \cdot 7,071} = \\ &= \frac{12,94 - j \cdot 48,295}{100} = 0,129 - j \cdot 0,483i\end{aligned}$$

3. Идеальные элементы в цепи синусоидального тока

Резистор в цепи синусоидального тока

На рис. 3.5 изображен резистор с сопротивлением r , по которому течет синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$. По закону Ома напряжение на резисторе:

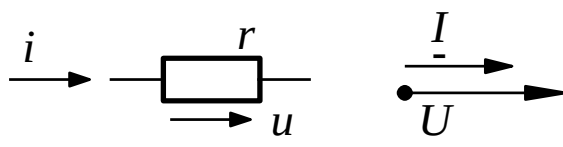


Рисунок 3.5– Резистор в цепи синусоидального тока

$$u = ir = rI_m \sin \omega t, \quad u = U_m \sin \omega t$$

где $U_m = I_m r$. Комплекс тока $\dot{I}$ и совпадающий с ним по фазе комплекс напряжения $\dot{U}$ показаны на векторной диаграмме рисунка 3.6, мгновенные величины тока и напряжения изображены на рисунке.

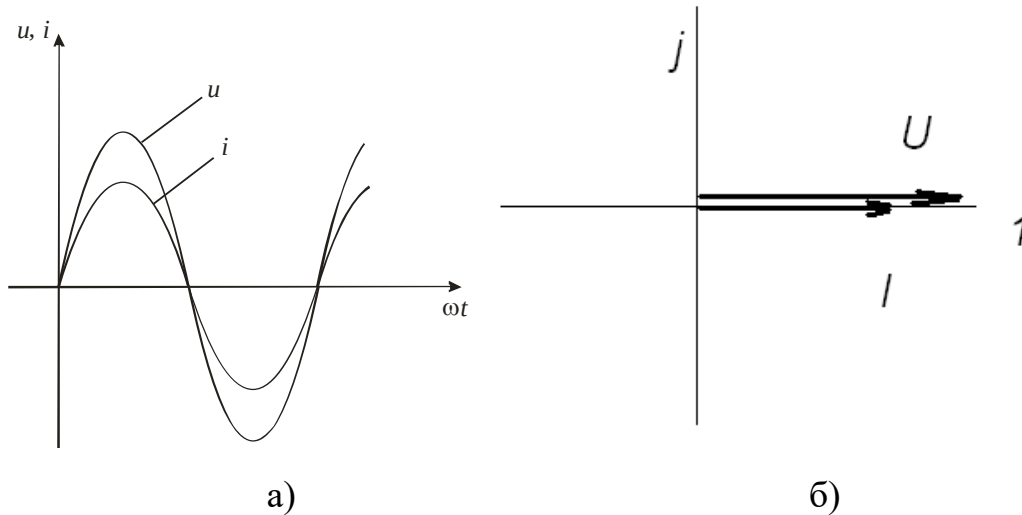


Рисунок 3.6 –Мгновенные величины и комплексы тока и напряжения на резисторе

Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Практически любая обмотка (катушка) обладает некоторой индуктивностью L и активным сопротивлением r . Выделим из схемы только индуктивность L (без активного сопротивления). Если через нее течет ток $i = I_m \sin \omega t$, то в катушке наводится ЭДС самоиндукции:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

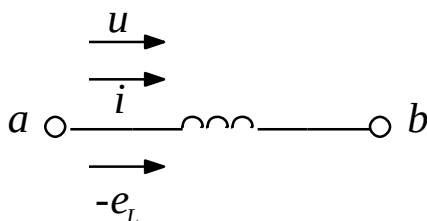


Рисунок 3.7 – Катушка индуктивности в цепи синусоидального тока

Положительное направление отсчета ЭДС на рис. 3.7 обозначено стрелкой, совпадающей с положительным направлением отсчета тока i . Найдем разность потенциалов, между точками a и b .

$$U_{ab} = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

Следовательно:

$$u = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

где $U_m = \omega L I_m$, и $\omega L = X_L$. Вывод: напряжение на катушке опережает ток по фазе на 90° . Мгновенные величины тока и напряжения, а также их вектора на комплексной плоскости представлены на рис. 3.8.

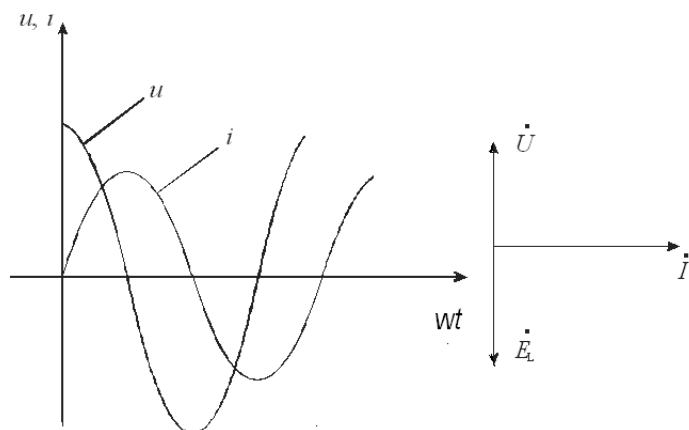


Рисунок 3.8 – Мгновенные величины и комплексы тока и напряжения на катушке индуктивности

Конденсатор в цепи синусоидального тока

Пусть напряжение u , приложенное к конденсатору, меняется по синусоидальному закону (рис. 3.9):

$$u = U_m \sin \omega t$$

Заряд связан с напряжением на конденсаторе следующим соотношением:

$$q = Cu = CU_m \sin \omega t$$

Ток через конденсатор:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU_m \sin \omega t) = \omega CU_m \cos \omega t = \omega CU_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

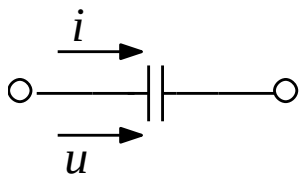


Рисунок 3.9 – Конденсатор в цепи синусоидального тока

Вывод: ток через конденсатор опережает по фазе напряжение на конденсаторе на 90° . Сопротивление конденсатора $X_c = \frac{1}{\omega C}$ обратно пропорционально циклической частоте. Мгновенные величины тока и напряжения, а также их вектора на комплексной плоскости представлены на рис. 3.10.

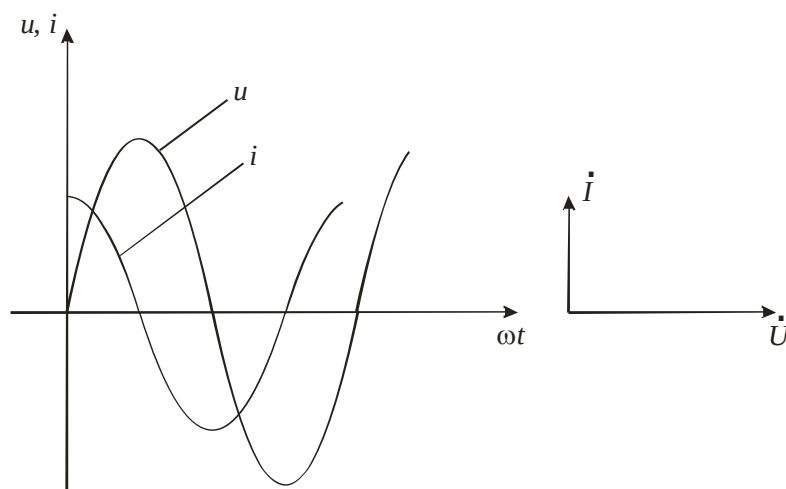


Рисунок 3.10 – Мгновенные величины и комплексы тока и напряжения на конденсаторе

Умножение вектора на j и $-j$. Умножение вектора на j дает тот же вектор, опережающий исходный на 90° . Умножение на $-j$ дает такой же вектор, но отстающий от исходного вектора на 90° .

Занятие 4. Основы символического метода расчета цепей синусоидального тока

План занятия

1. Символический метод расчета цепей синусоидального тока.
2. Мощность в цепи синусоидального тока.
3. Баланс мощностей

1. Символический метод расчета цепей синусоидального тока.

Широкое распространение на практике получил символический или комплексный метод расчета цепей синусоидального тока. Сущность символического метода расчета состоит в том, что при синусоидальном токе можно перейти от уравнений, составленных для мгновенных значений и являющихся дифференциальными уравнениями, к алгебраическим уравнениям, составленным относительно комплексов тока и ЭДС. Этот переход основан на том, что в уравнениях, составленных по законам Кирхгофа для установившегося процесса, мгновенное значение тока i заменяют комплексной амплитудой тока I_m , мгновенное значение напряжения на индуктивной катушке $u_L = L \frac{di}{dt}$ – комплексом $jI_m \omega L$, опережающим ток на 90° мгновенное значение напряжения на конденсаторе $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$ – комплексом $I_m (-\frac{j}{\omega C})$, отстающим от тока на 90° то есть если представить это кратко

$$\begin{aligned}
 i &\rightarrow \dot{I}_m; \\
 e &\rightarrow \dot{E}_m; \\
 u_R &= i \cdot R \rightarrow \dot{I}_m \cdot R; \\
 u_L &= L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot L; \\
 u_C &= \frac{1}{C} \cdot \int i dt \rightarrow \dot{I}_m \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \right).
 \end{aligned}$$

Например: для схемы, изображенной на рис. 4.1 уравнение для мгновенных значений можно записать:

$$u_R + u_L + u_C = e \text{ или } ir + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e$$

Запишем его в комплексной форме:

$$\dot{I}_m r + \dot{I}_m j\omega L + \dot{I}_m \left(-\frac{j}{\omega C}\right) = \dot{E}_m$$

Вынесем $\dot{I}_m$ за скобку и получим:

$$\dot{I}_m \left(r + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right) = \dot{E}_m$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}_m}{r + j\omega L - \frac{j}{\omega C}}$$

Множитель $\left(r + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right)$ представляет собой комплекс, имеющий размерность сопротивления и обозначается $\underline{Z}$. Его называют комплексным сопротивлением:

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

Уравнение (3.38) можно переписать в виде:

$$\underline{I}_m \underline{Z} = \underline{E}_m$$

Разделим последнее уравнение на $\sqrt{2}$ и перейдем к комплексам действующих значений:

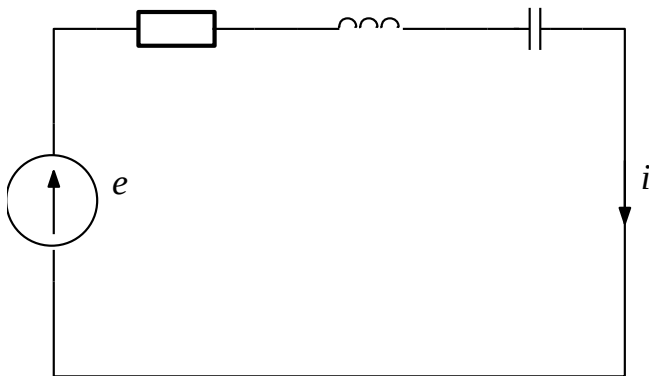


Рисунок 4.1 – Схема для иллюстрации символического метода расчета

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}}$$

Это уравнение есть закон Ома для цепи синусоидального тока.

В общем случае $\underline{Z}$ имеет некоторую действительную часть r и некоторую мнимую часть jX .

$$\underline{Z} = r + jX, \quad \text{где } X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

Из формулы $\underline{Z} = r + jX$ следует, что модуль комплексного сопротивления $Z = \sqrt{r^2 + X^2}$. Следовательно, Z можно представить как гипотенузу прямоугольного треугольника. При этом: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{r}$ (рис.4.2).

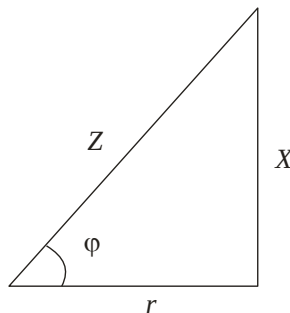


Рисунок 4.2 – Треугольник сопротивлений

Помимо комплексного сопротивления вводится также понятие комплексной проводимости:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = g - jb = ye^{-j\varphi}$$

Действительную ее часть обозначают g , а мнимую – b . Чтобы выделить действительную и мнимую части из общей формулы проводимости числитель и знаменатель дроби умножают на сопряженный комплекс:

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = g - jb \quad (3.43)$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}$$

При использовании комплексной проводимости закон Ома:

$$\underline{I} = \underline{U} \underline{Y}, \quad (3.44)$$

$$\underline{I} = \underline{U}g - j\underline{U}b = \underline{I}_a + \underline{I}_r$$

Аналогичным образом $\underline{Y}$ можно представить как гипотенузу прямоугольного треугольника (рис.4.3), катетами которого является активная g и реактивная b проводимости: при этом $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}$.

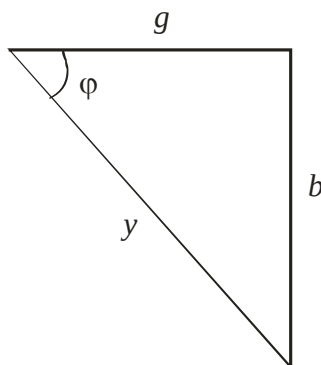


Рисунок 4.3 – Треугольник проводимостей

По первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма мгновенных значений токов, сходящихся в любом узле схемы равна нулю:

$$\sum i_k = 0$$

Подставив вместо этого $\underline{I}_k e^{j\omega t}$ и вынося $e^{j\omega t}$ за скобку, получаем:

$$e^{j\omega t} \sum \underline{I}_k = 0$$

Так как $e^{j\omega t} \neq 0$ при любом t , то $\sum \underline{I}_k = 0$.

Для замкнутого контура сколь угодно сложной электрической цепи синусоидального тока можно составить уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений токов, напряжений и ЭДС.

Пусть замкнутый контур содержит n ветвей, и каждая ветвь в общем случае включает в себя источник ЭДС e_k , резистор r_k , индуктивность L_k и емкость C_k , по которым протекает ток i_k . Тогда запишем:

$$\sum_{k=1}^n (i_k r_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt) = \sum_{k=1}^n e_k$$

Каждое слагаемое в уравнении (3.47) можно заменить комплексной величиной. После замены перепишем уравнение:

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^n \underline{E}_k$$

Для анализа и расчета электрических цепей переменного тока, так же как и для цепей постоянного тока разработан ряд приемов и методов, облегчающих решение по сравнению с решением системы уравнений при непосредственном применении законов Кирхгофа. То есть все методы расчета, разобранные в предыдущем параграфе для цепей постоянного тока применимы к цепям переменного тока.

Мгновенное значение напряжения на индуктивной катушке $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$

заменено комплексом $\dot{I}_m \cdot j \cdot \omega \cdot L$, опережающим ток на 90° . Опережение вектора тока происходит вследствие умножения его на $j = 1 \cdot e^{j \cdot 90^\circ}$, так как умножение любого вектора на j сдвигает его на угол, равный $+90^\circ$. Таким образом, мгновенное значение напряжения на конденсаторе $u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt$

заменено комплексом $\dot{I}_m \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \right)$, отстающим от тока на 90° . Отставание вектора тока происходит вследствие умножения его на $(-j = 1 \cdot e^{-j \cdot 90^\circ})$, так как умножение любого вектора на $(-j)$ сдвигает его на угол, равный (-90°) .

Анализ электрических цепей также можно производить в комплексах действующих значений токов $\dot{I}$ и напряжений $\dot{U}$, которые в $\sqrt{2}$ раз меньше соответствующих амплитудных комплексов $\dot{I}_m$ $\dot{U}_m$. В задачах, как правило, расчет ведется для действующих значений токов и напряжений, если не оговорено другое. Расчет для действующих значений проводится потому, что модули этих значений будут показывать измерительные приборы, включенные в рассматриваемую электрическую цепь.

Метод контурных токов для цепи переменного тока.

Рассмотрим метод контурных токов на примере схемы, представленной на рисунке 4.4.

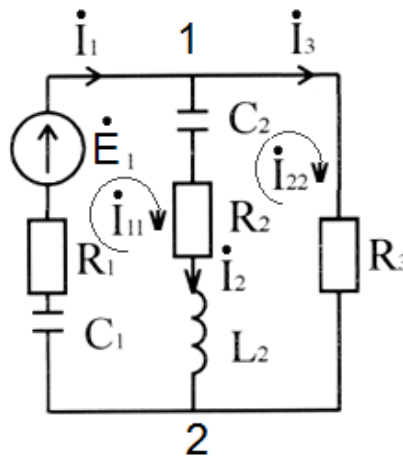


Рисунок 4.4 – Схема электрической цепи синусоидального тока

Для заданной схемы направления обхода контурных токов $\dot{I}_{11}$, $\dot{I}_{22}$ взяты по часовой стрелке. Источников тока в схеме нет. Таким образом, система уравнений по методу контурных токов будет иметь две строки и два столбца:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_{11} - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_{12} = \dot{E}_{11}, \\ -\dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_{12} + \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_{22} = \dot{E}_{22}, \end{cases}$$

где $\underline{Z}_{mm}$ – собственное комплексное сопротивление контура m (сумма комплексных сопротивлений всех ветвей, входящих в контур m). В нашем случае $\underline{Z}_{11} = R_1 - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1} - j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2} + R_2 + j \cdot \omega \cdot L_2 = R_1 - j \cdot X_{C_1} - j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2}$;

$$\underline{Z}_{22} = -j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2} + R_3.$$

$\underline{Z}_{ml}$ – общее комплексное сопротивление контуров m и l , берется со знаком «плюс», если направления контурных токов в данной ветви совпадают, в обратном случае – берется знак «минус». Для рассматриваемой цепи общим сопротивлением между контурами 1 и 2, а, следовательно, 2 и 1, является $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2}$. Направление контурных токов в данной ветви не совпадают, следовательно, сопротивление $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}$, войдет в уравнение со знаком минус.

$\dot{E}_{mm}$ – комплекс алгебраической суммы ЭДС, входящих в контур m . В нашем случае $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1$, $\dot{E}_{22} = 0$.

Таким образом, в новых обозначениях система уравнений 3.5 примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} \cdot (R_1 - j \cdot X_{C_1} - j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2}) - \dot{I}_{22} \cdot (-j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2}) = \dot{E}_1; \\ -\dot{I}_{11} \cdot (-j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2}) + \dot{I}_{22} \cdot (-j \cdot X_{C_2} + R_2 + j \cdot X_{L_2} + R_3) = 0. \end{cases}$$

Решив полученную систему (3.6) относительно $\dot{I}_{11}$ и $\dot{I}_{22}$, найдем токи в ветвях электрической цепи.

Токи в ветвях электрической цепи, через контурные токи определяются следующим образом: $\dot{I}_1 = \dot{I}_{11}$; $\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22}$; $\dot{I}_3 = \dot{I}_{22}$.

Метод узловых потенциалов для цепи переменного тока.

В представленной на рисунке 4.4 электрической цепи всего два узла. Для расчета токов в такой цепи используем метод двух узлов.

Запишем выражение для напряжения $\dot{U}_{12} = -\dot{U}_{21}$ по методу двух узлов:

$$\dot{U}_{12} = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) = -\dot{U}_{21} = -(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) = \frac{\dot{E}_1 \cdot \frac{1}{R_1 - j \cdot X_{C_1}}}{\frac{1}{R_1 - j \cdot X_{C_1}} + \frac{1}{R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}} + \frac{1}{R_3}}.$$

Токи в ветвях электрической цепи определяются по закону Ома следующим образом: $\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)}{R_1 - j \cdot X_{C_1}}$; $\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2}{R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}$; $\dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2}{R_3}$.

Использование закона Ома для расчета цепи переменного тока рассмотрим на примере схемы, представленной на рисунке 4.4.

В схеме (рисунок 4.4) содержится один источник, поэтому для нахождения тока $\dot{I}_1$ используем закон Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{R_1 - j \cdot X_{C_1} + \frac{R_3 \cdot (R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2})}{R_3 + R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_1 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}};$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 \cdot \frac{R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}{R_3 + R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}.$$

Комплексное сопротивление относительно источника $\dot{E}_1$ равно $R_1 - j \cdot X_{C_1} + \frac{R_3 \cdot (R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2})}{R_3 + R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}$, т.к. ветвь с R_3 соединена параллельно с ветвью $(R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2})$, по которой протекает ток $\dot{I}_2$, а их общее сопротивление $\frac{R_3 \cdot (R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2})}{R_3 + R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2}}$ соединено последовательно с участком цепи $R_1 - j \cdot X_{C_1}$.

Токи $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ определялись через параллельное токораспределение $\dot{I}_1$ по ветвям R_3 и $(R_2 + j \cdot X_{L_2} - j \cdot X_{C_2})$.

2. Мощность в цепи синусоидального тока

Мгновенная мощность, производимая и отдаваемая источником ЭДС и получаемая двухполюсником, равна скорости совершения работы в данный момент времени.

$$p = \frac{dA}{dt} = ui$$

Напряжение и ток на входе пассивного двухполюсника в общем случае сдвинуты по фазе на угол φ . Примем начальную фазу напряжения $\psi_u = 0$, следовательно, начальная фаза тока $\psi_i = -\varphi$. При таком условии мгновенные значения напряжения и тока:

$$u = U_m \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

Подставляя выражения для тока и напряжения и имеем для мгновенной мощности:

$$\begin{aligned} p = ui &= U_m I_m \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{I_m U_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \\ &= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

Согласно формуле мгновенная мощность имеет постоянную составляющую и гармоническую составляющую, частота которой в 2 раза больше частоты напряжения и тока (рис.4.5). Мгновенная мощность положительна, когда у напряжения и тока одинаковые знаки, и она отрицательна, когда у напряжения и тока разные знаки. Когда мгновенная мощность отрицательна, энергия поступает не в двухполюсник, а возвращается из двухполюсника к источнику ЭДС. Такой возврат энергии источнику питания возможен, так как энергия периодически запасается в магнитном и

электрическом полях элементов цепи, входящих в состав двухполюсника. Если двухполюсник состоит из резистивных элементов, энергия накапливаться в нем не может. В этом случае нет сдвига фаз между напряжением и током. Среднее значение мгновенной мощности за период называется активной мощностью или иногда просто мощностью:

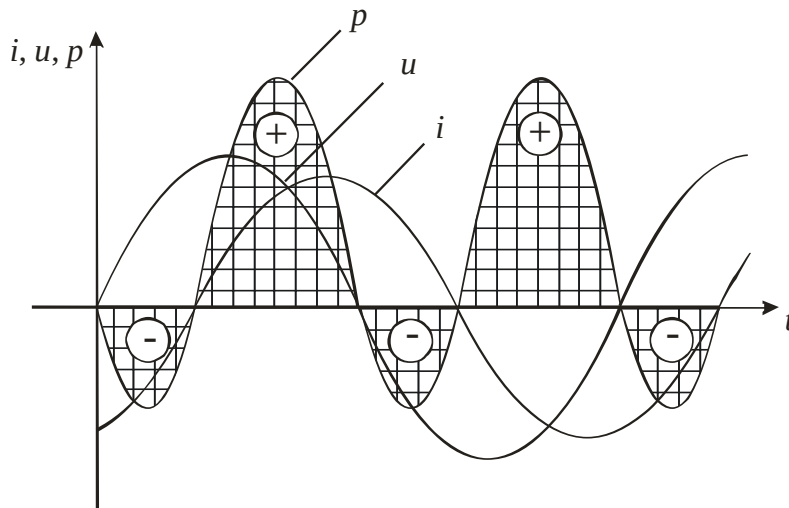
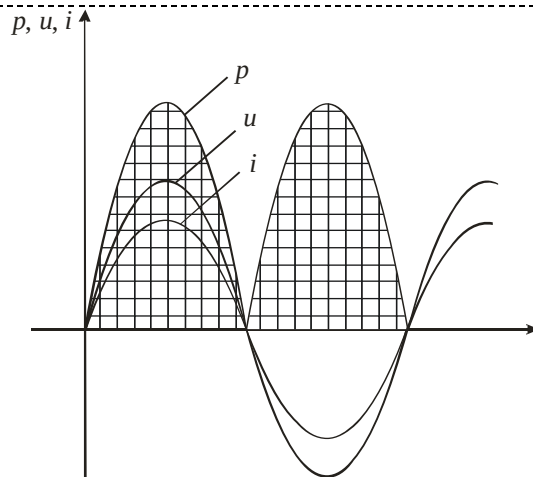


Рисунок 4.5 – Мгновенная мощность

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi$$

Активная мощность, получаемая двухполюсником, не может быть отрицательной (рис. 4.6). Активная мощность измеряется в Вт. Работу электрических машин также характеризуют полной мощностью S :

$$S = UI$$



Единицы измерения полной мощности [ВА].

Очевидно, что полная мощность равна наибольшему значению активной мощности при заданных значениях напряжения и тока. Отношение активной мощности к полной равно косинусу угла сдвига фаз между напряжением и током и называется коэффициентом мощности:

$$\frac{P}{S} = \frac{UI \cos \varphi}{UI} = \cos \varphi$$

Для лучшего использования электрических машин желательно обеспечить $\cos \varphi = 1$. Высокий $\cos \varphi$ желателен также для уменьшения потерь при передаче энергии по линиям. При расчетах электрических цепей находит применение ток называемая реактивная мощность:

$$Q = UI \sin \varphi$$

Она положительна при $\varphi > 0$ и отрицательна при $\varphi < 0$. Единица измерения реактивной мощности – ВАР. За один период переменного тока Q дважды отдается генератором в цепь и дважды он получает ее обратно, т.е. реактивная мощность является энергией, которой обмениваются генератор и приемник. Мощности P, S, Q связаны следующей зависимостью:

$$P^2 + Q^2 = S^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Графически эту связь можно представить в виде прямоугольного треугольника с катетами P, Q и гипотенузой S (рис.4.7).

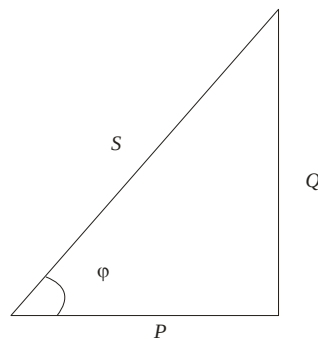


Рисунок 4.7 – Треугольник мощностей

Рассмотрим теперь прием, позволяющий найти активную и реактивную мощности при известных комплексах напряжения и тока. Он заключается в том, что нужно взять произведение комплексного напряжения $\underline{U}$ на комплекс тока $\underline{I}^*$, сопряженный с комплексом $\underline{I}$. Это произведение называется комплексной мощностью $\underline{S}$.

Пусть $\underline{U} = U \angle \psi_u$; $\underline{I} = I \angle \psi_i$, так что $\underline{I}^* = I \angle -\psi_i$ и $\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U \angle \psi_u \times I \angle -\psi_i = UI \angle (\psi_u - \psi_i) = UI \angle \varphi = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi$,

$$\text{т.е. } \underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = P + jQ$$

(3.58)

Действительная часть комплексной мощности равна активной мощности, мнимая – реактивной мощности. Модуль комплексной мощности равен полной мощности S .

Мощность резистивного, индуктивного и емкостного элементов

Вся энергия, поступающая в резистивный элемент, преобразуется в тепло.

Принимая во внимание, что $u = ir$, мгновенная мощность может быть представлена в следующем виде:

$$p = ui = i^2 r$$

Так как ток совпадает по фазе с напряжением, то из соотношения получаем:

$$p = UI(1 - \cos 2\omega t)$$

Мгновенная мощность колеблется в пределах от 0 до $2UI$ и не бывает отрицательной. Активная мощность равна положительному значению, реактивная – нулю.

Для индуктивности мгновенная мощность равна скорости прироста энергии магнитного поля (рис 4.8).

$$p = iu = L \frac{di}{dt} i = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} \right) = \frac{dW_M}{dt}$$

Для емкости мгновенная мощность равна скорости прироста энергии электрического поля (рис. 4.9):

$$p = iu = UC \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \frac{U^2}{2} \right) = \frac{dW_{\text{э}}}{dt}$$

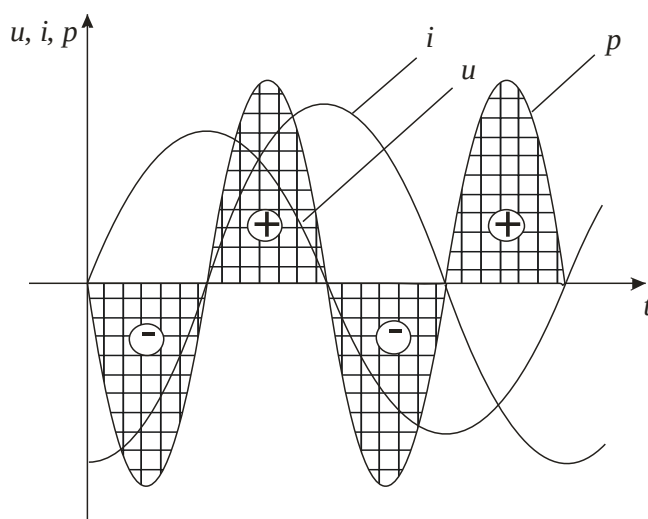


Рисунок 4.8—Мгновенная мощность индуктивного элемента

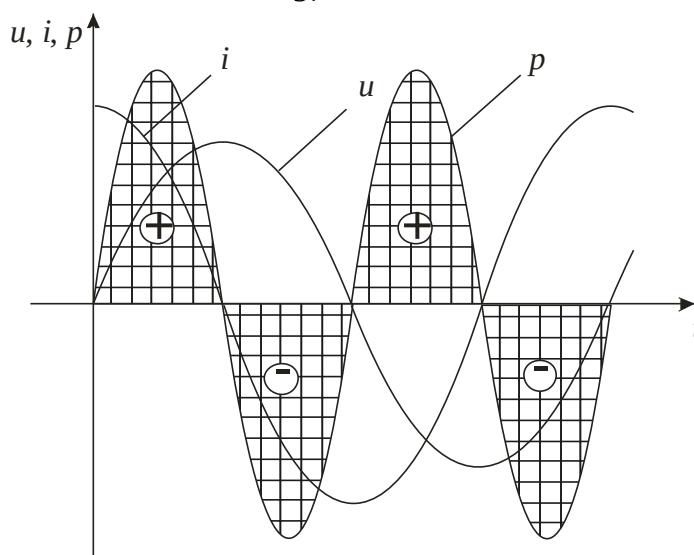


Рисунок 4.9 – Мгновенная мощность индуктивного элемента

Так как для индуктивности $\varphi = \frac{\pi}{2}$, а для емкости $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, то для обоих случаев получим:

$$p = -UI \cos(2\omega t \pm \frac{\pi}{2}) = \pm UI \sin 2\omega t$$

Знак (–) в формуле для катушки индуктивности, (+) – для емкости.

Площади, ограниченные кривыми мгновенных мощностей и осями абсцисс, пропорциональны энергии, которая поступает в индуктивные или емкостные элементы – на рис. 3.17; 3.18 обозначены знаком (+), если энергия возвращается источнику питания – знаком (–). Эти площади равны друг другу. Происходит непрерывный обмен энергией между источником питания и этими элементами. Активная мощность у этих элементов равна нулю.

Реактивные мощности, получаемые индуктивными и емкостными элементами, можно выразить как произведение угловой частоты ω и максимальных значений энергии, периодически запасаемых соответственно в магнитных и электрических полях.

$$W_{M \max} = L \frac{I_m^2}{2}$$

$$W_{\text{Э max}} = C \frac{U_m^2}{2}$$

Для индуктивного элемента:

$$Q_L = UI \sin \frac{\pi}{2} = \omega L I = \omega L \frac{I_m^2}{2} = \omega W_{M \max}$$

Для емкостного элемента:

$$Q_C = UI \sin(-\frac{\pi}{2}) = -U \omega C U = -\omega C \frac{U_m^2}{2} = -\omega W_{\text{Э max}}$$

Отрицательная потребляемая мощность соответствует положительной отдаваемой мощности. Источники питания могут либо отдавать, либо получать реактивную мощность.

Рассмотрим более детально энергетические процессы в контуре с двумя накопителями энергии – в последовательном RLC контуре, находящимся под действием источника синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ (рис.4.10).

Мгновенные мощности, потребляемые отдельными элементами контура:

$$p_R = i^2 R, \quad p_L = \frac{dW_M}{dt}, \quad p_C = \frac{dW_C}{dt}$$

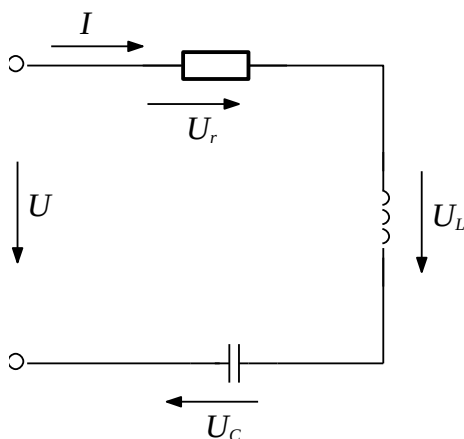


Рисунок 4.10– Последовательный колебательный контур

Так как условие баланса мощностей выполняется для любого момента времени, то:

$$P_0 = P_R + P_L + P_C$$

Поскольку при последовательном соединении конденсатора и катушки их напряжения находятся в противофазе, то есть U_C и U_L имеют противоположные знаки, то для мощностей p_C и p_L справедливо такое же соотношение: при накоплении энергии конденсатором катушка отдает ее и наоборот. Таким образом, в контуре происходит обмен энергией между катушкой и конденсатором. Если контур имеет индуктивный характер, то максимальная энергия, запасаемая катушкой в течение периода, превосходит максимальную энергию, запасаемую конденсатором. Поэтому циклический обмен энергией между реактивными элементами цепи L и C не сбалансирован, и в течение части периода, когда напряжение на зажимах цепи u_o и ток i_o имеют противоположные знаки, часть энергии, запасенной катушкой, отдается питающему контур источнику.

При емкостном характере цепи, наоборот, максимальная энергия, запасаемая конденсатором, превосходит максимальную энергию, запасаемую катушкой, и отдача энергии источнику в течение части периода обеспечивается конденсатором.

В случае $\varphi = 0$ ток и напряжение на зажимах контура совпадают по фазе. При этом обмен энергией между катушкой и конденсатором сбалансирован, и нет обмена между реактивными элементами и источником питания. Энергия источника в этом режиме полностью отдается резистивному элементу контура.

3. Баланс мощностей

Из закона сохранения энергии следует, что в любой цепи соблюдается баланс как мгновенных, так и комплексных мощностей. Он звучит так: равны нулю в отдельности суммы получаемых активных мощностей и суммы получаемых реактивных мощностей. Так как отрицательные получаемые

мощности представляют собой мощности отдаваемые, то сумма всех отдаваемых и всех получаемых мощностей равны друг другу:

$$\sum \underline{S}_{пол} = \sum \underline{S}_{отд}$$

При равенстве сумм комплексных величин, суммы их модулей в общем случае не равны друг другу. Отсюда следует, что для модулей S баланс мощностей не соблюдается.

Активная мощность измеряется ваттметром, который имеет 2 цепи или обмотки – напряжения и тока. Два вывода: один – обмотки напряжения; другой – обмотки тока. Одноименные зажимы обозначают одинаковыми значками, обычно звездочками (рис 4.11).

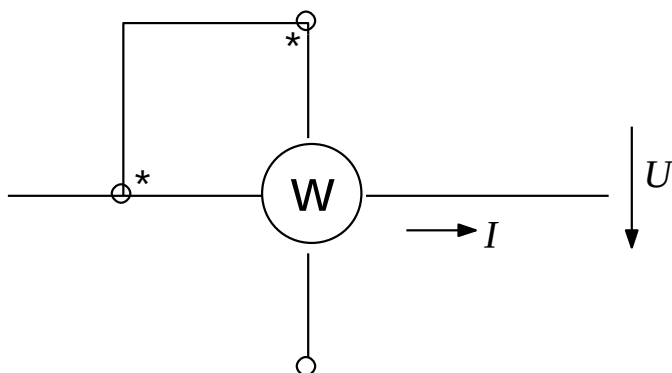


Рисунок 4.11 – Подключение ваттметра

Ваттметр устроен так, что измеряет значение $UI \cos(\angle U, I)$, где U и I – действующие напряжения и ток, подведенные к ваттметру, а $\angle(U, I)$ – угол сдвига фаз между ними, который соответствует одинаковым положительным направлениям U и I относительно выводов, отмеченных звездочкой. Стрелка ваттметра отклоняется по шкале, если $\cos(\angle \underline{U}, \underline{I}) > 0$ и против шкалы, если $\cos(\angle \underline{U}, \underline{I}) < 0$.

Выводы по занятию

Синусоидально изменяющаяся функция характеризуется амплитудой, начальной фазой, циклической частотой. Для анализа синусоидальных цепей используют символический метод расчета. Для проверки результатов расчета составляют баланс активных и реактивных мощностей, строят векторную

диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. В цепях синусоидального тока, содержащих катушку индуктивности и конденсатор, может возникать режим резонанса. Если в цепи содержится две и более катушки индуктивности, между ними может возникнуть индуктивная связь.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимают под действующим значением тока (напряжения)?
2. Поясните процесс прохождения синусоидального тока через индуктивную катушку и конденсатор.
3. Изложите основы символического метода расчета.
4. Дайте определение векторной и топографической диаграммам.
5. Как определить напряжение между двумя точками схемы по топографической диаграмме?
6. Выразите комплексную мощность S через комплексы напряжения и тока. Физически интерпретируйте P , Q , S .

Занятие 5. Резонансный режим работы цепей переменного тока

План занятия

1. Резонанс напряжений
2. Резонанс токов
3. Повышение коэффициента мощности

1. Резонанс напряжений

В цепи переменного тока, содержащей один или несколько индуктивных или емкостных элементов, подключенных к источнику энергии возможен режим резонанса, при котором ток и напряжение на входе цепи будут совпадать по фазе. В резонансном режиме электрическая цепь ведет себя как активное сопротивление, поэтому ток и напряжение на его входе совпадают по фазе. Реактивная мощность электрической цепи в режиме резонанса равна нулю. Различают два основных вида резонансных режимов: *резонанс токов* и *резонанс напряжений*. Резонансный режим на практике используют для

уменьшения сдвига фаз между напряжением на приемнике и током, потребляемым от генератора. Такая операция называется *компенсацией сдвига фаз*. Входное сопротивление большинства потребителей электрической энергии имеет индуктивный характер. Для того чтобы уменьшить потребляемый ими ток за счет снижения его реактивной составляющей и тем самым снизить потери энергии в генераторе и подводящих проводах, параллельно приемнику энергии включают батарею конденсаторов. Компенсация сдвига фаз существенна для энергоемких потребителей. Осуществляется она в месте ввода линии питания в распределительном устройстве. Сдвиг фаз φ между напряжением и током, потребляемым от источника питания, доводят до значения, при котором $\cos(\varphi) = 0,9 \div 0,95$.

Рассмотрим последовательное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов. Такую цепь называют последовательным колебательным контуром или rLC – цепью (рис 5.1). В цепи наступает резонанс при условии: $X = X_L - X_C = 0$, или $X_L = X_C$, т.е.:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

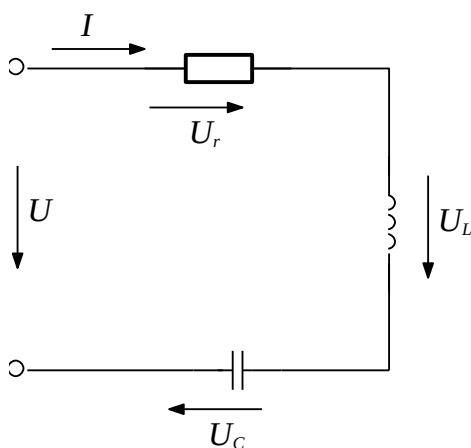


Рисунок 5.1 –Последовательный колебательный контур

При равенстве $X_L = X_C$ напряжения на катушке L и конденсаторе C равны по величине и противоположны по фазе, поэтому резонанс в

рассматриваемой цепи называют резонансом напряжений. Напряжения на индуктивности и емкости при резонансе могут значительно превышать напряжение на входных выводах цепи, которое равно напряжению на активном сопротивлении. Полное сопротивление цепи Z минимально при $X = 0$: $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = R$, а ток I при заданном напряжении U достигает наибольшего значения:

$$I = \frac{U}{R}$$

В теоретическом случае при $R = 0$ полное сопротивление цепи в режиме резонанса также равно нулю, а ток при любом конечном значении напряжения U бесконечно велик. Также бесконечно велики напряжения на индуктивности

и емкости. Из условия $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ следует, что резонанса можно достичь, изменяя либо частоту напряжения питания, либо параметры цепи: индуктивность или емкость. Угловая частота, при которой наступает резонанс, называется резонансной угловой частотой:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

а частота, при которой наступает резонанс – резонансной частотой:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Индуктивное и емкостное сопротивления при резонансе:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$

В режиме резонанса напряжение на емкостном и напряжение на индуктивном элементах равны и находятся в противофазе (рисунок 5.2)

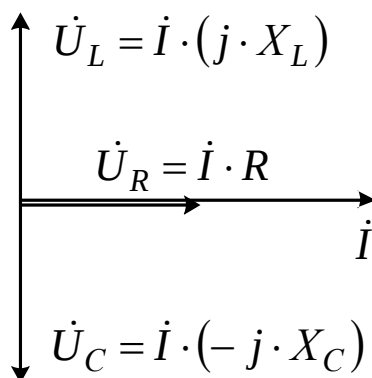


Рисунок 5.2 – Векторная диаграмма напряжений при последовательном резонансе

Величина ρ называется характеристическим сопротивлением контура. Отношение напряжения на индуктивном или емкостном элементе к напряжению питания при резонансе обозначают буквой Q :

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho I}{rI} = \frac{\rho}{r} = Q$$

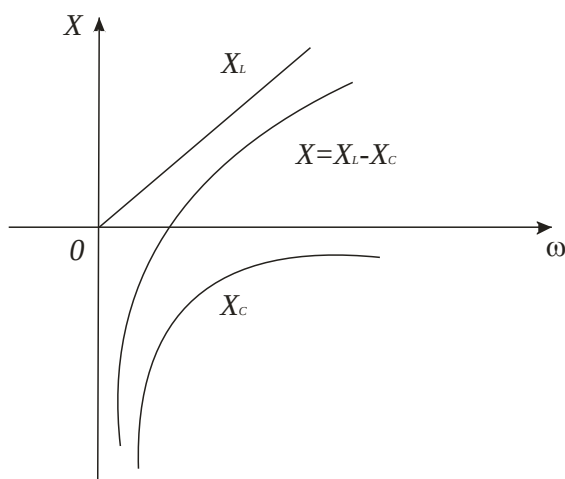
и называют добротностью контура или коэффициентом резонанса. Добротность контура указывает, во сколько раз напряжение на индуктивном или емкостном элементе при резонансе больше, чем напряжение на входных выводах; $Q > 1$, если $\rho > r$. Энергия, поступающая в контур от источника питания, в любой момент времени полностью переходит в тепло. Поэтому для источника питания контур эквивалентен резистивному элементу.

Частотные характеристики и резонансные кривые

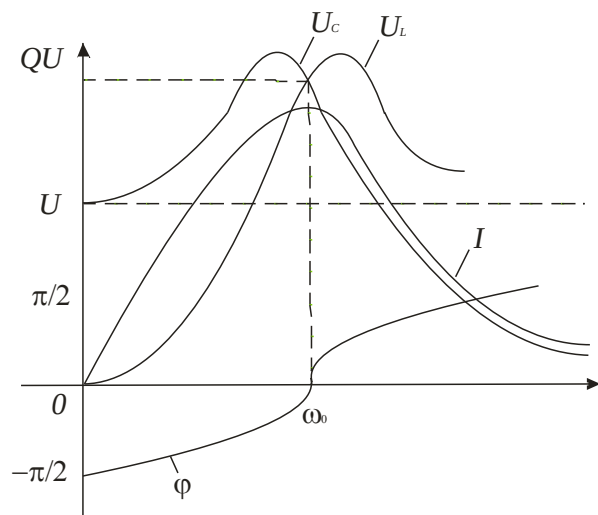
Предположим, что к контуру (см. рис. 5.1) приложено синусоидальное напряжение: $u = U_m \sin \omega t$, амплитуда которого неизменна, а частота может изменяться в пределах от 0 до ∞ . Изменение частоты приводит к изменению параметров контура. Изменяется его реактивное, и, следовательно, полное сопротивление, а также угол φ . Зависимости от частоты параметров цепи называются частотными характеристиками цепи, зависимости действующих (амплитудных) значений тока и напряжения от частоты – резонансными кривыми. На рис. 5.3 а построены частотные характеристики $X_L(\omega)$, $X_C(\omega)$ и

$X(\omega) = X_L(\omega) - X_C(\omega)$. Изменение реактивного сопротивления приводит к изменению режима цепи. На рис. 5.3 б приведен примерный вид резонансных кривых $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ для цепи, добротность которой составляет $Q=1,25$. При $\omega=0$ напряжение, приложенное к цепи, во времени не изменяется, поэтому ток в цепи отсутствует. При изменении частоты от 0 до ω_0 реактивное сопротивление $X = X_L - X_C$ имеет емкостной характер и изменяется от $-\infty$ до 0. Вследствие этого ток возрастает от 0 до максимального резонансного значения:

$$I_p = \frac{U}{r}$$



а)



б)

Рисунок 5.3— Частотные характеристики и резонансные кривые последовательного колебательного контура

При частоте $\omega=0$ напряжение, приложенное к цепи, во времени не изменяется, а угол сдвига фаз между напряжением и током изменяется от $-\frac{\pi}{2}$ до 0 и имеет емкостной характер. При изменении частоты от величины ω_0 до ∞ результирующее реактивное сопротивление возрастает от 0 до ∞ и имеет

индуктивный характер. Вследствие этого ток уменьшается от наибольшего значения до 0, а угол φ возрастает от 0 до $\frac{\pi}{2}$. Напряжение U_r изменяется пропорционально току. В выражении напряжения на индуктивности $U_L = X_L I$ оба сомножителя зависят от частоты. При частоте $\omega = 0$ сопротивление $X_L = 0$, ток $I = 0$ и, следовательно, $U_L = 0$. При изменении частоты от 0 до значения ω_0 оба сомножителя увеличиваются, и U_L возрастает. При дальнейшем увеличении частоты ($\omega > \omega_0$) ток I уменьшится, но за счет роста ωL напряжение U_L продолжает возрастать. Анализ показывает, что для цепи с добротностью $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ возрастание U_L продолжается непрерывно до значения U , а для цепи с добротностью $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ напряжение U_L при некоторой частоте $\omega_L > \omega_0$ достигает максимума $U_{L_{\max}} > U$, а затем уменьшается. При $\omega \rightarrow \infty$, $\omega L \rightarrow \infty$ и $U_L \rightarrow U$.

Теперь рассмотрим зависимость напряжения на емкости $U_C = X_C I$ от частоты.

При частоте $\omega = 0$ тока в цепи нет, поэтому $U_C = U$. Анализ показывает,

что для цепи с добротностью $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ напряжение U_C уменьшается непрерывно до 0, а для цепи с добротностью $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ напряжение сначала из-за возрастания тока I увеличивается, достигая при некотором значении частоты $\omega_C < \omega_0$ максимума $U_{C_{\max}} > U$, а затем уменьшается. Уменьшение напряжения $U_C = X_C I$ с ростом частоты начинается при частоте ω_C меньшей ω_0 вследствие непрерывного уменьшения X_C . При частоте $\omega \rightarrow \infty$ как ток I , так и X_C равны нулю, поэтому $U_C = 0$, $U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}}$, при $\omega = \omega_0$ $U_C = U_L = Q \cdot U$.

График зависимости тока (рис. 5.3б) показывает, что рассматриваемая цепь обладает избирательными свойствами. Цепь обладает наименьшим сопротивлением для тока той частоты, которая наиболее близка к ее резонансной частоте. Избирательными свойствами таких цепей широко пользуются в электросвязи и радиотехнике, при этом режим резонанса является нормальным режимом работы. Наоборот, в устройствах, где резонансный режим не предусмотрен, появление резонанса нежелательно, так как возникающие значительные напряжения на катушке и конденсаторе могут оказаться опасными для изоляции. Вычислим влияние параметров цепи на форму резонансной кривой $I(\omega)$. Для удобства сравнения резонансных кривых друг с другом будем строить их в относительных единицах.

$$\frac{I}{I_p} = F_1(\omega_*)$$

где I_p – действующий ток при резонансе, $\omega_* = \frac{\omega}{\omega_0}$ – относительная частота. Преобразуем выражение полного сопротивления цепи:

$$Z = \sqrt{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{r^2 + \omega_0^2 L^2 (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega \omega_0 LC})^2} = r \sqrt{1 + Q^2 (\omega_* - \frac{1}{\omega_*})^2}$$

Разность $\omega_* - \frac{1}{\omega_*}$ характеризует расстройку контура относительно

резонансной частоты. Произведение $Q(\omega_* - \frac{1}{\omega_*}) = \xi$ называется обобщенной расстройкой контура. С учетом этих обозначений сопротивление:

$$Z = r \sqrt{1 + \xi^2}$$

ток в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{r \sqrt{1 + Q^2 (\omega_* - \frac{1}{\omega_*})^2}} = \frac{I_p}{\sqrt{1 + Q^2 (\omega_* - \frac{1}{\omega_*})^2}} = \frac{I_p}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

Последнее выражение показывает, что влияние параметров цепи на вид резонансной кривой полностью учитывается добротностью контура Q .

На рисунке 5.4а представлен ряд резонансных кривых. Как видно из графиков, чем больше добротность Q , тем острее резонансная кривая, тем лучше «избирательные свойства» цепи, что и послужило одной из причин назвать Q добротностью контура. Наибольшие достигнутые на практике значения добротности $Q = 200 - 500$.

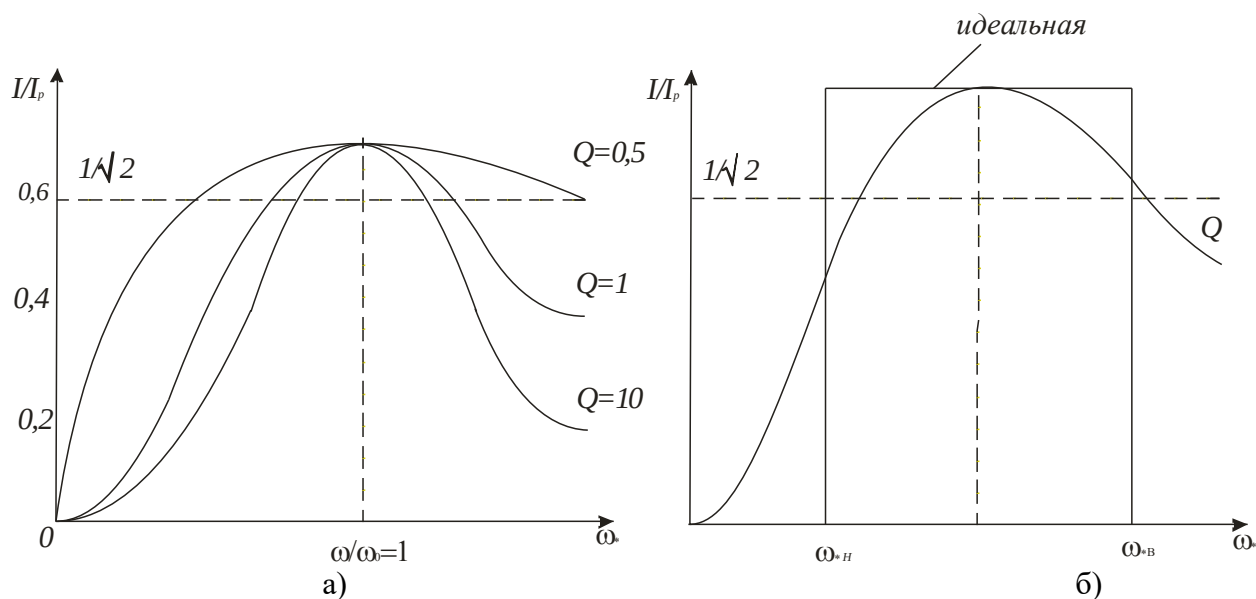


Рисунок 5.4—Резонансные кривые для контуров с различной добротностью и полоса пропускания

Для оценки избирательных свойств цепи вводят условное понятие ширины резонансной кривой или полосы пропускания контура ($\omega_{*B} - \omega_{*H}$). Полосу пропускания определяют как разность верхней и нижней частот, между

которыми отношение $\frac{I}{I_p}$ превышает $\frac{1}{\sqrt{2}}$. На рис. 5.4 б проведена горизонтальная линия, соответствующая $\frac{I}{I_p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ее пересечение с резонансными кривыми определяет граничные частоты полосы пропускания соответствующих контуров. Чем выше добротность контура, тем уже полоса

пропускания. Высшая ω_{*B} и низшая ω_{*H} относительные частоты показаны на рис. 3.32 б для контура с известной добротностью Q . На этом же рисунке построена идеальная резонансная кривая, для которой вне полосы пропускания ток равен нулю

2. Резонанс токов

Рассмотрим *резонанс токов*, который возникает в параллельном колебательном контуре (рисунок 5.5).

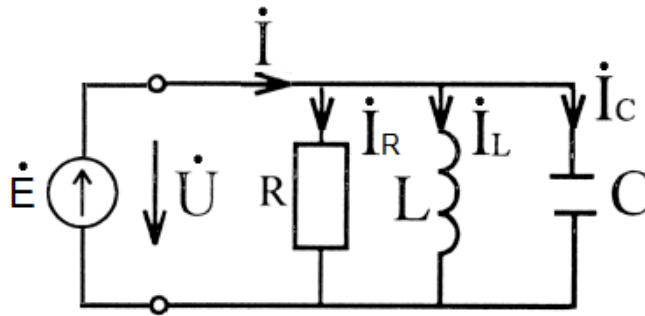


Рисунок 5.5 – Параллельный колебательный контур

При напряжении питания $\dot{U} = U \cdot e^{j\psi_U}$ комплексное значение общего тока будет равно:

$$\dot{I} = \dot{U} \cdot \underline{Y},$$

$$\text{где } \underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} + \frac{1}{\left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right)} = \frac{1}{R} - j \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot L}\right) + j \cdot (\omega \cdot C) =$$

$$= \frac{1}{R} - j \cdot \left(\frac{1}{\omega \cdot L} - \omega \cdot C\right) = g - j \cdot (b_L - b_C) - \text{комплексная проводимость цепи;}$$

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot L} - \omega \cdot C\right)^2} - \text{ее модуль (полная проводимость);}$$

$$\varphi = \psi_U - \psi_I - \text{аргумент.}$$

Действующее значение тока I

$$I = U \cdot Y = U \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot L} - \omega \cdot C\right)^2}.$$

При угловой частоте $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ индуктивная $b_L = \frac{1}{\omega \cdot L}$ и емкостная $b_C = \omega \cdot C$ проводимости ветвей одинаковы $b_L = b_C$, угол сдвига фаз тока и напряжения $\varphi = \psi_U - \psi_I = 0$. Полная проводимость цепи $Y = g = \frac{1}{R}$, и общий ток $I_0 = U \cdot g = \frac{U}{R}$. Если напряжение U на зажимах цепи и активная проводимость g цепи не изменяются, то общий ток при резонансе имеет наименьшее значение. Токи в индуктивном и емкостном элементах равны по величине и находятся в противофазе. Векторная диаграмма при резонансе токов представлена на рисунке 5.6.

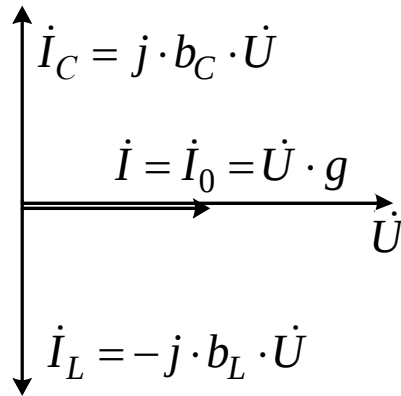


Рисунок 5.6 – Векторная диаграмма токов при параллельном резонансе

Если в ветвях с индуктивным и емкостным элементами включены резисторы R_L и R_C , то условием резонанса токов в цепи будет равенство индуктивной и емкостной проводимостей ветвей (рисунок 3.18):

$$\frac{\omega \cdot L}{R_L^2 + (\omega \cdot L)^2} = \frac{\frac{1}{\omega \cdot C}}{R_C^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}, \text{ резонансная частота } \omega = \omega_0 \cdot \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}}.$$

Если $R_C = 0$, то резонанс наступает при: $\frac{\omega \cdot L}{R_L^2 + (\omega \cdot L)^2} = \omega \cdot C$ (рисунок 3.19).

Добротность для параллельного контура $Q = \frac{I_L}{I_0} = \frac{I_C}{I_0}$ определяет

кратность превышения тока в индуктивном и емкостном элементах над общим

током в режиме резонанса. Резонансные свойства контура характеризуют также величиной, носящей название затухание контура $d = \frac{1}{Q}$.

Рассмотрим цепь с двумя параллельными ветвями: в одной – с сопротивлением r_1 и индуктивностью L , а в другой – с сопротивлением r_2 и емкостью C . Такую цепь называют параллельным колебательным контуром (рис. 5.7). В данной цепи резонанс наступает, если у входной проводимости:

$$\underline{Y} = g - jb = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = \frac{1}{r_1 + j\omega L} + \frac{1}{r_2 - \frac{j}{\omega C}}$$

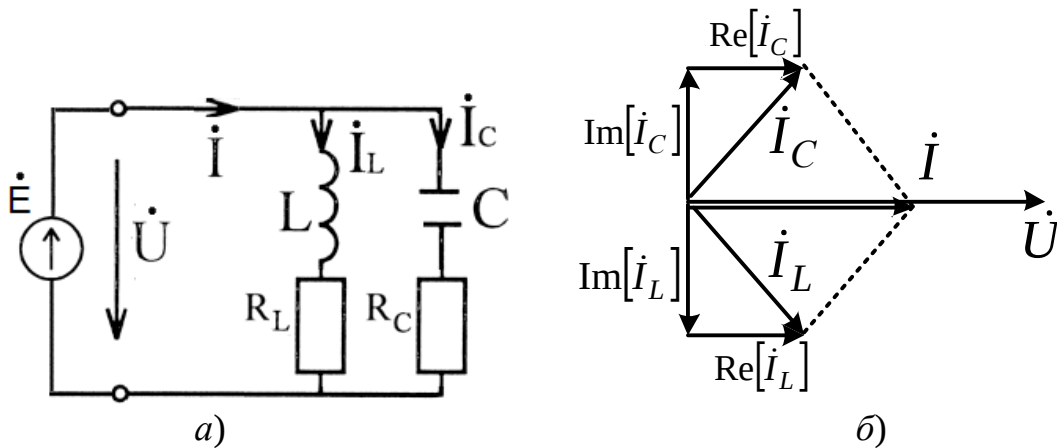


Рисунок 5.7 – Электрическая схема (а) и векторная диаграмма (б) параллельного колебательного контура в режиме резонанса

реактивная составляющая равна нулю:

$$\underline{Y} = g - jb = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = \frac{1}{r_1 + j\omega L} + \frac{1}{r_2 - \frac{j}{\omega C}}$$

$$b = -b_1 + b_2 = 0 \text{ или } b_1 = b_2 \text{ где:}$$

$$b_1 = -\frac{\omega L}{r_1^2 + (\omega L)^2} ; b_2 = -\frac{\frac{1}{\omega C}}{r_2^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

При равенстве реактивных проводимостей $b_1 = b_2$ противоположные по фазе реактивные составляющие токов равны, поэтому резонанс в рассматриваемой цепи получил название резонанса токов. Из векторной диаграммы (рис. 5.7б) видно, что при резонансе ток I на входных выводах контура может быть значительно меньше токов в ветвях.

В теоретическом случае при $r_1 = r_2 = 0$ токи I_1 и I_2 сдвинуты по фазе относительно напряжения на углы $+\frac{\pi}{2}$ и $-\frac{\pi}{2}$, и суммарный ток:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$$

Входное сопротивление цепи при этом бесконечно велико. Подставив в соотношение $b_2 = b_1$, значения b_1 и b_2 , выраженные через параметры цепи и частоту, получим:

$$\frac{\omega L}{r_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{r_2^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}$$

Изменением одной из величин: ω, L, C, r_1, r_2 при остальных четырех постоянных не всегда можно достичь режима резонанса. Резонанс отсутствует, если значение изменяемой величины при ее определении из уравнения (3.113) получается мнимым или комплексным. Для величин L и C могут получаться по два значения, удовлетворяющие уравнению. В таких случаях можно достичь двух резонансных режимов. Решив уравнение, найдем выражение для резонансной угловой частоты:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - r_1^2}{L/C - r_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - r_1^2}{\rho^2 - r_2^2}}$$

Резонанс возможен, если сопротивления r_1 и r_2 оба больше или меньше ρ . Если это условие не выполнено, частота получается мнимой величиной.

При $r_1 = r_2 \neq \rho$ резонансная частота $\omega'_0 = \omega_0$, т.е. такая же, как и при резонансе в последовательном контуре. При равенстве сопротивлений $r_1 = r_2 = \rho$ резонансная частота $\omega'_0 = \frac{0}{0}$ может принимать любое значение, т.е. резонанс наблюдается при любой частоте. Действительно, при условии $r_1 = r_2 = \rho$ входное сопротивление контура равно ρ . Оно активное и не зависит от частоты. Следовательно, ток и напряжение совпадают по фазе при любой частоте.

3. Повышение коэффициента мощности

В электрических цепях без изменения электромагнитной энергии энергообмен отсутствует, характер электрического сопротивления таких цепей принято называть активным сопротивлением, а сторонние силы источников энергии непрерывно работают на преобразование электрической энергии в иной вид энергии и ток в цепи минимален. Большинство потребителей электрической энергии (трансформаторы, электрические двигатели, дроссели, индукторы и другие устройства) имеют активно-индуктивный характер электрического сопротивления $\varphi \neq 0$, $\cos \varphi < 1$ и величина тока превышает минимальное значение

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} > \frac{P}{U}.$$

Если активное сопротивление элементов системы электроснабжения обозначить $R_{\text{л}}$, то потери мощности в источнике энергии, в трансформаторах, в электрических линиях системы электроснабжения повышаются со снижением коэффициента мощности

$$\Delta P_{\text{л}} = I^2 \cdot R_{\text{л}} = \frac{P^2 \cdot R_{\text{л}}}{U^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Таким образом, чем выше коэффициент мощности потребителя электрической энергии, тем меньше потери энергии во всех элементах

электрической цепи, тем меньше будет наноситься ущерб энергетической системе, обществу и природе.

Коэффициент мощности потребителя электрической энергии влияет на коэффициент использования системы электроснабжения K_p

$$K_p = \frac{P}{S} = \frac{S \cdot \cos \varphi}{S} = \cos \varphi.$$

Так, например, для питания приемника электрической энергии мощностью 100 кВт при его коэффициенте мощности $\cos \varphi = 0,5$ требуется мощность электрического генератора $S = 200$ кВА, а при $\cos \varphi = 1,0$ требуется мощность $S = 100$ кВА. Без увеличения мощности трансформаторов и сечения проводов электрической линии к электрической сети можно присоединять больше потребителей электрической энергии с повышенным коэффициентом мощности.

Чтобы снизить ущерб, наносимый обществу и окружающей среде при работе энергетической системы, разработаны технические и организационные мероприятия по повышению коэффициента мощности приемников электрической энергии.

К техническим мерам повышения коэффициента мощности относятся разработки приемников электрической энергии, характер электрического сопротивления которых близок к активному сопротивлению. Приоритет разработок данного направления обусловлен тем, что они позволяют увеличивать время работы сторонних сил источника энергии на преобразование электрической энергии в иной вид энергии без применения дополнительного оборудования, то есть, технические решения направлены на снижение интенсивности энергообмена в электрической цепи. В современных электромагнитных аппаратах, электрических машинах для изготовления магнитопровода применяются материалы с высокими магнитными характеристиками. Для этого разрабатывается состав и новые технологии прокатки электротехнической стали, используют пермаллой, марганец-цинковые ферриты, прессованный порошкообразный алисифер и другие

вещества. Разрабатываются конструкции магнитопроводов с бронированными сердечниками, придают магнитопроводу тороидальную форму.

Высокоскоростные электрические машины отличаются от низкоскоростных меньшим диаметром ротора и статора, большей длиной активных частей обмоток и магнитопровода, меньшим воздушным зазором между расточкой статора и ротора. Данные параметры оказывают существенное влияние на отношение индуктивного сопротивления к активному сопротивлению обмоток электрических машин, то есть, на уменьшение

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$. Коэффициент мощности у высокоскоростных электрических машин выше, чем у низкоскоростных машин при одинаковой номинальной мощности. Для уменьшения индуктивного сопротивления электрических аппаратов и машин разрабатываются новые конструкции обмоток и способы их укладки. В светильниках и излучателях различного спектра применяются полупроводниковые материалы, которые кардинально изменяют механизм преобразования электрической энергии в излучение, а их электрическое сопротивление является активным. В приборах с разрядными источниками излучения одновременно применяются балластные аппараты с индуктивным и емкостным сопротивлением или используются полупроводниковые пуско-регулирующие аппараты.

Характер электрического сопротивления приемников электрической энергии можно изменять с помощью полупроводниковых преобразователей, которые применяются для направленного воздействия электрической энергии на обрабатываемый материал и для управления технологическим процессом.

Компенсаторы реактивной мощности (КРМ) являются дополнительным оборудованием в энергетической системе, которое позволяет изменить характер электрического сопротивления приемников электрической энергии и электрических сетей.

В электрической цепи (рис. 5.8), когда контакты ключа SB разомкнуты протекает ток $\dot{I} = \dot{I}_1$ векторная диаграмма при разомкнутом ключе изображена на

рисунке 5.9. При построении векторной диаграммы в качестве исходного вектора принят вектор напряжения $\bar{U}$. Так как сопротивление электрической цепи имеет активно-индуктивный характер, то вектор тока $\bar{I}_1$ отстает от вектора напряжения по фазе на угол φ_1 .

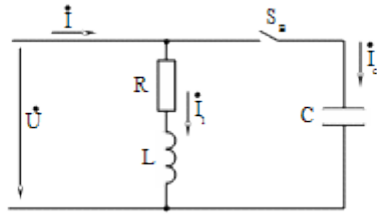


Рисунок 5.8. Схема электрической цепи с элементами R, L и C

Активная составляющая тока $\bar{I}_A$ совпадает по направлению с вектором напряжения $\bar{U}$.

Реактивная составляющая тока $\bar{I}_B$ перпендикулярна вектору напряжения и отстает по фазе на угол $\pi/2$.

Когда контакты ключа SB замкнуты в электрической цепи (рис. 5.8) параллельно активно-индуктивной нагрузке подключается батарея конденсаторов C. В электрической цепи протекает ток $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_C$. Векторная диаграмма изображена на рисунке 5.9. Вектор емкостного тока $\bar{I}_C$ опережает вектор напряжения по фазе на угол $\pi/2$. Из векторной диаграммы видно, что после присоединения батареи конденсаторов C параллельно активно-индуктивной нагрузке $\varphi_2 < \varphi_1$, энергообмен происходит между L и C, время работы источника энергии на энергообмен сокращается, а величина тока $I < I_1$.

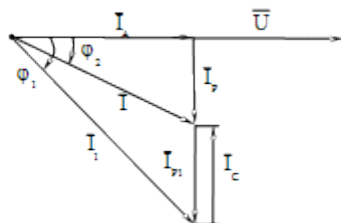


Рисунок 5.9. Векторная диаграмма напряжения и токов в электрической цепи

Таким образом, батарея конденсаторов C является компенсатором реактивной мощности. Необходимое значение емкости конденсаторов можно определить

$$I_C = U \cdot \omega C = I_{p1} - I_p = I_A \cdot (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

Активная мощность $P = U \cdot I_A$, тогда емкость конденсаторов равна

$$C = \frac{I_A}{\omega \cdot U} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) = \frac{P}{\omega \cdot U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

В большинстве случаев производится не полная компенсация реактивной мощности путем повышения коэффициента мощности до 0,90 – 0,95. Полная компенсация реактивной мощности требует установки дополнительных конденсаторов, затраты на которые зачастую экономически не оправданы. Затраты на приобретение конденсаторов для полной компенсации реактивной мощности не оправдываются снижением затрат от потерь электрической энергии в системе электроснабжения. При повышении коэффициента мощности от 0,9 до 1,0 ток в электрической сети снижается на 10%, а потери мощности в электрической сети снижаются на 1%

$$\Delta P_L = \Delta I^2 \cdot R_L = 0,1^2 \cdot I^2 \cdot R_L = 0,01 \cdot I^2 \cdot R_L.$$

При повышении коэффициента мощности от 0,95 до 1,0 ток в электрической сети снижается на 5%, а потери мощности в электрической сети снижаются на 0,25%

$$\Delta P_L = \Delta I^2 \cdot R_L = 0,05^2 \cdot I^2 \cdot R_L = 0,0025 \cdot I^2 \cdot R_L.$$

Конденсаторы для компенсации реактивной мощности называют «косинусные» конденсаторы. На корпусе таких конденсаторов указывают номинальное напряжение и реактивную мощность, обычно с единицей измерения квар.

У перевозбужденных синхронных машин, работающих без нагрузки на валу, ток по фазе опережает напряжение. Если такие машины применяются в технологических процессах или применяются для снижения отрицательного

воздействия на электрические сети потребителей с ударной нагрузкой, то такие синхронные компенсаторы можно использовать для компенсации реактивной мощности.

В этом случае энергообмен в основном выполняется между приемником электрической энергии и рядом размещенным КРМ, характер их эквивалентного электрического сопротивления приближается к активному электрическому сопротивлению, а электрическая энергия источника постоянно преобразуется в иной вид энергии.

К организационным мероприятиям относятся ограничения работы электрических двигателей на холостом ходу путем автоматического отключения их от электрической сети с помощью реле холостого хода. Коэффициент мощности электрических двигателей, трансформаторов при работе на холостом ходу ниже, чем в номинальном режиме, поэтому в ночное время трансформаторы отключают или загружают их тепловыми аккумуляторами, накопителями электрической энергии, а также организуют работу потребителей электрической энергии в ночное время.

Выводы по занятию

Синусоидально изменяющаяся функция характеризуется амплитудой, начальной фазой, циклической частотой. Для анализа синусоидальных цепей используют символический метод расчета. Для проверки результатов расчета составляют баланс активных и реактивных мощностей, строят векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. В цепях синусоидального тока, содержащих катушку индуктивности и конденсатор, может возникать режим резонанса. Если в цепи содержится две и более катушки индуктивности, между ними может возникнуть индуктивная связь.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимают под действующим значением тока (напряжения)?
2. Поясните процесс прохождения синусоидального тока через индуктивную катушку и конденсатор.
3. Изложите основы символического метода расчета.

4. Дайте определение векторной и топографической диаграммам.
5. Как определить напряжение между двумя точками схемы по топографической диаграмме?
6. Выразите комплексную мощность S через комплексы напряжения и тока. Физически интерпретируйте P , Q , S .
7. Дайте определение режиму резонанса токов (напряжений).
8. Как повысить коэффициент мощности ?

Занятие 6. Анализ линейных трехфазных электрических цепей переменного тока

План занятия.

1. Основные схемы соединения трехфазных цепей.
2. Расчет режимов работы трехфазных цепей.
3. Мощность трехфазной цепи и способы ее измерения.

1. Основные схемы соединения трехфазных цепей.

На рис.6.1 схематично показано устройство генератора переменного тока с тремя обмотками на статоре. Ради упрощения каждая обмотка показана как состоящая только из двух проводов, заложенных в диаметрально противоположные пазы статора. А соединена с X, В–с Y, С–с Z. Наводимые в обмотках ЭДС максимальны, когда ось полюсов ротора пересекает проводники статора. Для различных обмоток это происходит в различные моменты времени. Поэтому наводимые в обмотках ЭДС не совпадают по фазе. Генераторы с несколькими обмотками, в которых наводятся ЭДС одинаковой частоты, но сдвинутые друг относительно друга по фазе, называются многофазными генераторами. Соответственно любые источники питания, имеющие несколько выводов (полюсов), между которыми создаются напряжения одной и той же частоты, сдвинутые относительно друг друга по фазе, называются многофазными источниками питания. Совокупность электрических цепей с многофазными источниками питания называется многофазной системой электрических цепей. Таким образом, в электротехнике термин «фаза» имеет два различных значения. По числу фаз многофазные источники питания и системы цепей подразделяются на двух-, трех-, четырехфазные и т.д. Генератор с тремя обмотками называется трехфазным генератором. В электротехнике вследствие наибольшей экономичности применяются исключительно трехфазные цепи. Впервые трехфазный асинхронный двигатель изобрел и построил Доливо-Добровольский. Начала обмоток обозначаются А, В, С, концы X, Y, Z. В момент времени,

соответствующий положению ротора, показанному на рисунке 1, ЭДС в обмотке А максимальна и достигает положительного максимума.

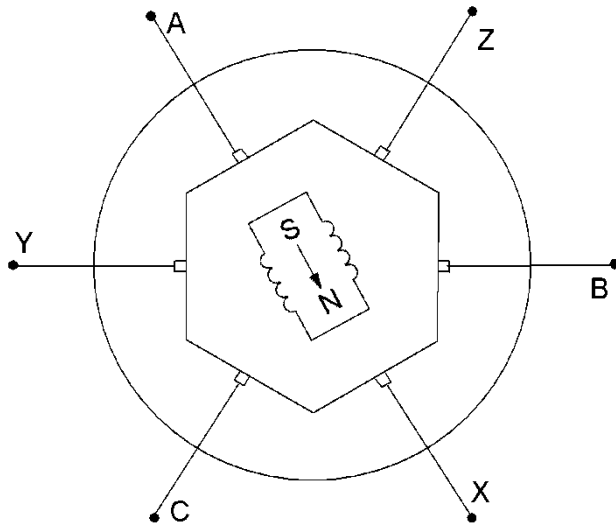


Рисунок 6.1–Схематичное устройство трехфазного генератора

Положительный максимум ЭДС в обмотке В наступит позже, когда ротор повернется на $1/3$ оборота. ЭДС в обмотке В отстает по фазе от ЭДС в обмотке А на $1/3$ периода (один оборот = 1 периоду). ЭДС в обмотке С отстает по фазе от ЭДС в обмотке В также на $1/3$ периода.

$$\phi = \Phi \sin \omega t \quad e_A = E_m \sin \omega t$$

Соответственно:



Графики мгновенных значений *трехфазной симметричной системы ЭДС* с действующим значением каждой фазы $E_A = E_B = E_C = 220 \text{ В}$ изображены на рисунке 6.2, соответствующая векторная диаграмма – на рисунке 6.3.

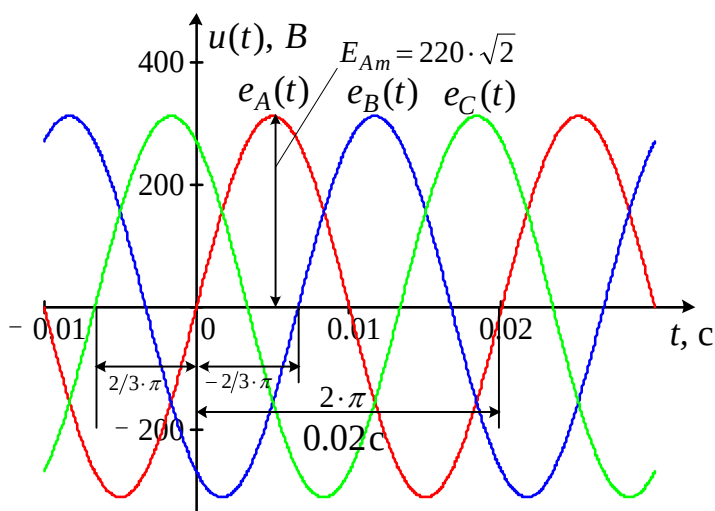


Рисунок 6.2 – Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы ЭДС

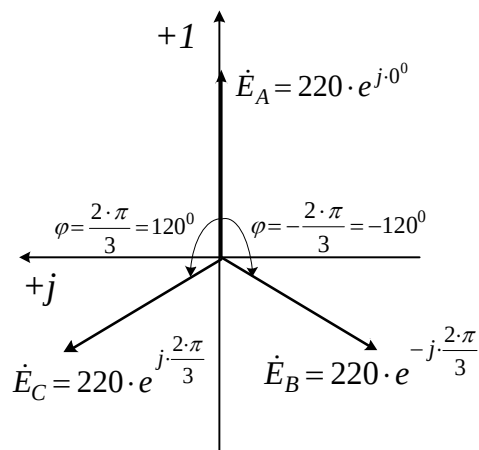


Рисунок 6.3 – Векторная диаграмма трехфазной симметричной системы ЭДС

Следует отметить, что для трехфазных цепей положительное направление вещественной оси принято вверх, а не вправо, как для однофазных цепей (рисунок 6.2).

Трехфазную систему ЭДС получают путем равномерного вращения с постоянной угловой скоростью ω в магнитном поле трех одинаковых жестко скрепленных друг с другом катушек. Плоскости катушек смещены в пространстве друг относительно друга на 120° . В каждой катушке наводится синусоидальная ЭДС одинаковой амплитуды и сдвинутой по фазе на 120° .

Трехфазные цепи в настоящее время получили наибольшее распространение в современной электроэнергетике. Это объясняется рядом их преимуществ по сравнению как с однофазными, так и с другими многофазными цепями: экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями; возможность сравнительно простого получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для трехфазного асинхронного двигателя; возможность получения в одной установке двух эксплуатационных напряжений – фазного и линейного.

Трехфазная цепь состоит из трех основных элементов: трехфазного генератора, в котором механическая энергия преобразуется в электрическую, с трехфазной системой ЭДС; линий передачи со всем необходимым

оборудованием; приемников (потребителей), которые могут быть как трехфазными (например, трехфазные асинхронные двигатели), так и однофазными (например, лампы накаливания).

Порядок, в котором ЭДС проходят через одинаковые значения, например, через положительный максимум, называется порядком чередования фаз.

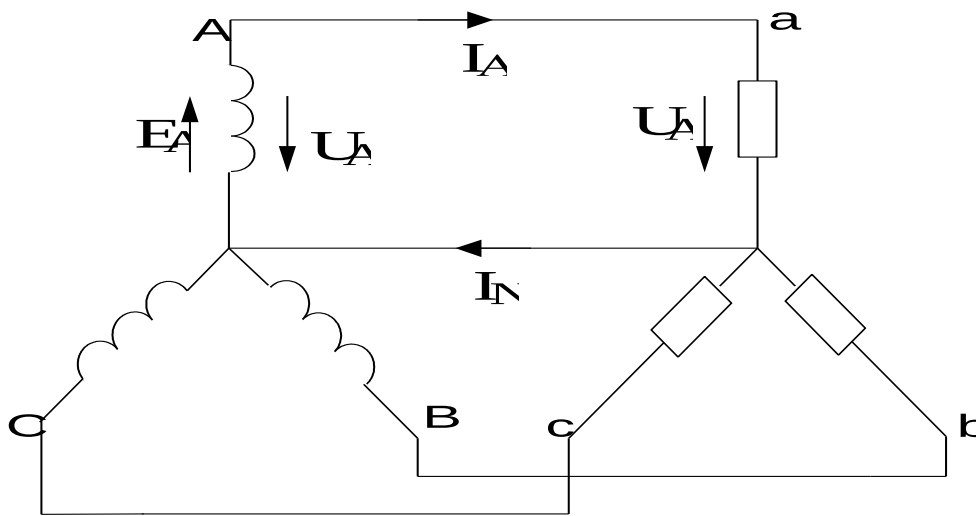
Существуют два способа соединения обмоток генераторов, трансформаторов и приемников в многофазных цепях: соединение звездой и многоугольником. При соединении звездой (обозначается Y) все «концы» фазных обмоток генератора и ветвей звезды приемника называются нейтральными точками, а соединяющий их провод – нейтральным проводом (рисунок 6.4 а). Остальные провода, соединяющие обмотки генератора с приемником называются линейными. При соединении треугольником (обозначается Δ) фазные обмотки генератора соединяются последовательно таким образом, чтобы «начало» одной обмотки образовывало с «концом» другой обмотки общую точку (рисунок 6.4 б). Схемы соединения обмоток источника питания и приемников не зависят друг от друга. В одной и той же цепи могут быть источники питания и приемники с различными схемами соединений. Лучи звезды или ветви многоугольника приемника называются фазами приемника, сопротивления – фазными сопротивлениями, соответственно фазными ЭДС напряжениями и токами (E_ϕ , U_ϕ , I_ϕ). Напряжения между линейными проводами называется линейными напряжениями; токи, текущие в линейных проводах – линейными токами (U_L , I_L). При соединении фаз звездой линейные токи равны фазным токам: $I_L = I_\phi$. При соединении фаз многоугольником линейное напряжение равно фазному напряжению: $U_L = U_\phi$. Положительные направления токов во всех линейных проводах выбираются одинаковыми – то есть направленными от источника питания к приемнику, а в нейтральном проводе – от нейтральной точки приемника к нейтральной точке источника питания. Положительные направления



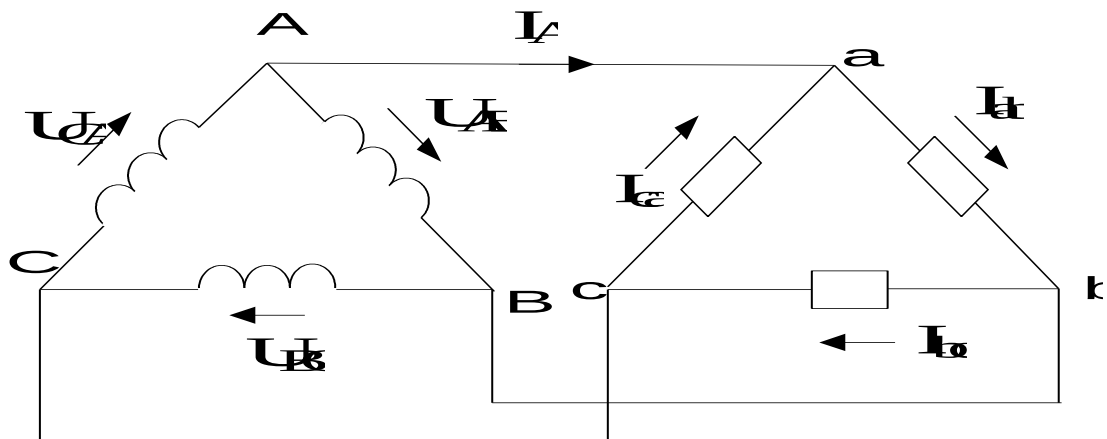
у приемника также:

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$. У треугольника положительные направления ЭДС и токов в направлении $ABCA$, в приемнике – $abca$.

Многофазную цепь и многофазный приемник называют симметричными, если комплексные сопротивления всех фаз одинаковы. В противном случае их называют несимметричными. Режим многофазной цепи, при котором многофазные системы напряжений и токов симметричны, называют симметричным.



а)



б)

Рисунок 6.4 – Схемы соединения трехфазных генераторов и потребителей: а)– звездой, б)– треугольником

Симметричный режим трехфазных цепей

На рисунке 6.5 приведена векторная диаграмма напряжений и токов для симметричного режима для схемы $Y - Y$ и активно-индуктивном характере нагрузки ($\varphi > 0$). Ток в нейтральном проводе: $\underline{I}_n = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$, поэтому при симметричном приемнике нейтральный провод не применяют. Линейные напряжения определяются как разности фазных напряжений:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

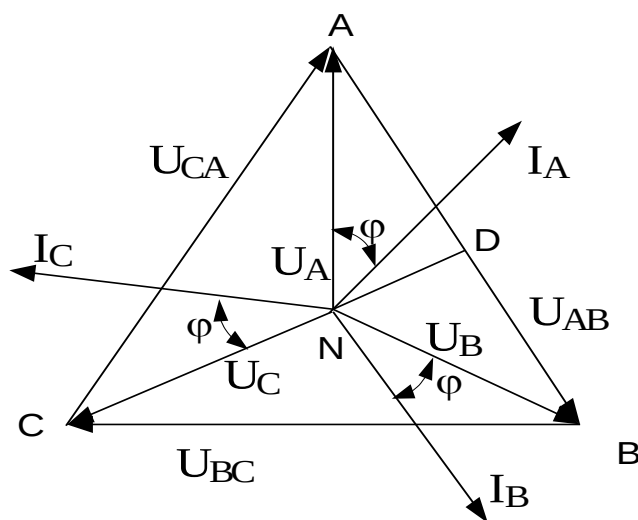


Рисунок 6.5 – Векторная диаграмма трехфазной цепи при соединении звездой

Из вершины N опускаем высоту ND. В равностороннем треугольнике она является одновременно биссектрисой и медианой. Из рассмотренного прямоугольного треугольника ADB имеем:

~~$U_{AB} = \sqrt{3} U_o$~~	
$U_e = \sqrt{3} U_o$	

На рисунке 6.6 приведена векторная диаграмма токов и напряжений при симметричном режиме и $\varphi > 0$ для схемы $\Delta - \Delta$. Линейные токи определяются как разности фазных токов.

$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$ $\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$ $\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$	(8.8)
---	-------

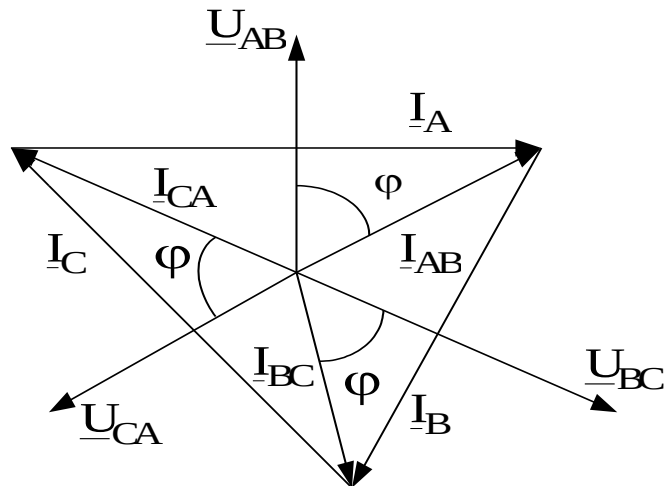


Рисунок 6.6 – Векторная диаграмма для соединения нагрузки треугольником

Причем соотношения между линейными и фазными токами выводятся аналогично. В результате имеем:

$I_\ell = \sqrt{3}I_\phi$	
---------------------------	--

Активная мощность симметричного трехфазного приемника равна:

$P = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \cos \varphi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi$	
--	--

независимо от вида соединения. В этом выражении φ – сдвиг по фазе между фазными напряжениями и фазными токами. Аналогично для реактивной и полной мощностей симметричного трехфазного приемника имеем:

$Q = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \sin \varphi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi ,$ $S = \sqrt{3}U_\ell I_\ell = 3U_\phi I_\phi$	
---	--

Трехфазная цепь с нейтральным проводом обладает тем преимуществом, что может питать приемники, рассчитанные для работы при различных напряжениях. Приемники в такой цепи можно включать между

линейными проводами на линейные напряжения и между линейными проводами и нейтральным проводом – на фазное напряжение.

2. Расчет режимов работы трехфазных цепей.

Трехфазные цепи являются разновидностью цепей синусоидального тока, и потому расчет и исследование процессов в них производят теми же методами и приемами. Для цепей трехфазного тока применим также символический метод расчета, построение векторных и топографических диаграмм. Векторные диаграммы облегчают нахождение углов между токами и напряжениями, делают все соотношения более наглядными и помогают находить возникающие ошибки при аналитическом расчете.

Симметричный режим. Для симметричного приемника, соединенного звездой (рисунок 6.7 а), справедливо соотношение $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$, напряжение смещения нейтрали $\dot{U}_{nN}$ равно нулю, а токи в фазах

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{(\underline{Z} + \underline{Z}_\text{л})}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{(\underline{Z} + \underline{Z}_\text{л})}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{(\underline{Z} + \underline{Z}_\text{л})},$$

где $\underline{Z}_\text{л}$ – сопротивление симметричной линии на фазу. По модулю токи равны и имеют сдвиг по фазе относительно друг друга, равный 120° (рисунок 6.7 б):

$$I_A = I_B = I_C = \frac{U_\phi}{|\underline{Z} + \underline{Z}_\text{л}|}.$$

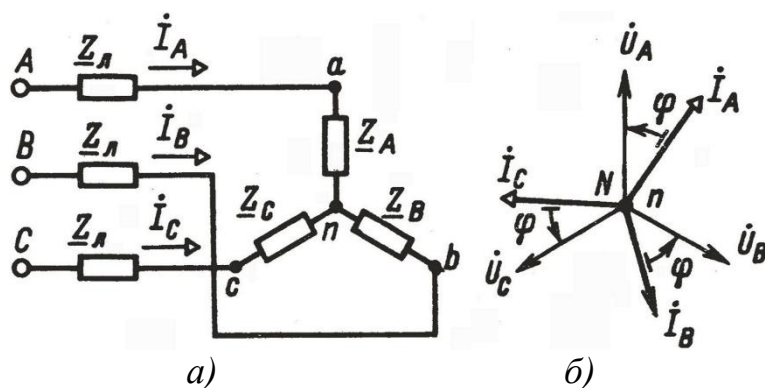


Рисунок 6.7 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой

Для симметричного приемника, соединенного треугольником (рисунок 6.8 а), справедливо соотношение $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}$. Если $\underline{Z}_л = 0$, то фазные токи приемника равны:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{AB} / (\underline{Z}); \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{BC} / (\underline{Z}); \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{CA} / (\underline{Z}).$$

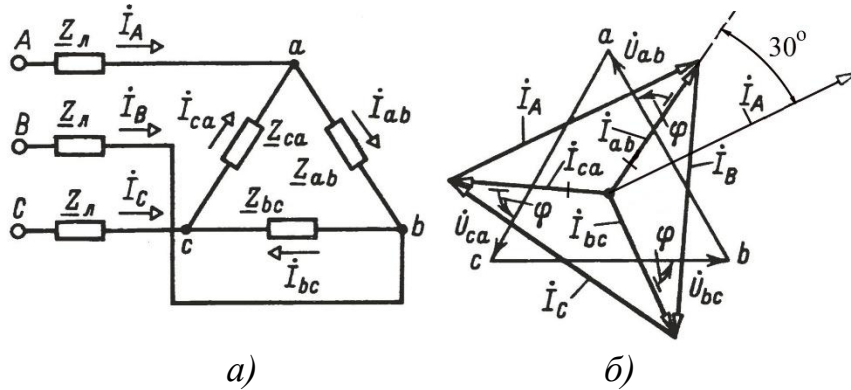


Рисунок 6.8 – Схема (а) и векторная диаграмма (б) трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником

По модулю токи равны и имеют сдвиг по фазе относительно друг друга, равный 120° (рисунок 6.8 б):

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = U_\phi / |\underline{Z}|.$$

Линейные токи приемника определяются разностью фазных токов:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Как видно из векторной диаграммы (рисунок 6.7 б),

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \cdot \dot{I}_{ab} \cdot e^{-j \cdot \frac{\pi}{6}}; \dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}; \dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}}.$$

Если $\underline{Z}_л \neq 0$, то (после преобразования треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду) линейные токи

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}/3 + \underline{Z}_л}; \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}/3 + \underline{Z}_л}; \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}/3 + \underline{Z}_л}.$$

Фазные токи определяются через линейные:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_A}{\sqrt{3}} e^{j \cdot \frac{\pi}{6}}; \dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ab} \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi}{3}}; \dot{I}_{ca} = \dot{I}_{ab} \cdot e^{j \cdot \frac{2\pi}{3}}.$$

Несимметричный режим. При соединении приемника звездой с нейтральным проводом (рисунок 6.9)

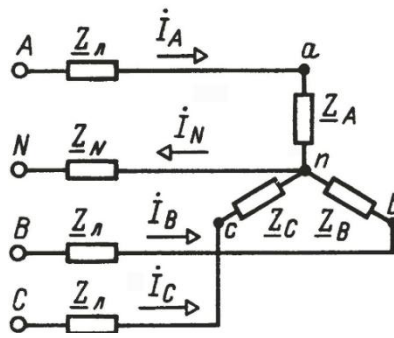


Рисунок 6.9 – Схема трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой с нейтральным проводом

Напряжение смещения нейтрали на основании метода двух узлов

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \cdot \underline{Y}_A + \dot{U}_B \cdot \underline{Y}_B + \dot{U}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N},$$

где $\underline{Y}_A = 1/(\underline{Z}_A + \underline{Z}_L)$; $\underline{Y}_B = 1/(\underline{Z}_B + \underline{Z}_L)$; $\underline{Y}_C = 1/(\underline{Z}_C + \underline{Z}_L)$; $\underline{Y}_N = 1/\underline{Z}_N$.

Линейные токи и ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_L}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_B + \underline{Z}_L}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_L}; \quad \dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_N}.$$

По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Для приемника, соединенного звездой без нейтрального провода и заданных линейных напряжений источника, токи можно определить без предварительного расчета напряжения смещения нейтрали:

$$\dot{U}_{An} = \frac{\dot{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_B - \dot{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \quad \dot{U}_{Bn} = \frac{\dot{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_C - \dot{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C};$$

$$\dot{U}_{Cn} = \frac{\dot{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_A - \dot{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}_{An} / (\underline{Z}_A + \underline{Z}_L); \quad \dot{I}_B = \dot{U}_{Bn} / (\underline{Z}_B + \underline{Z}_L); \quad \dot{I}_C = \dot{U}_{Cn} / (\underline{Z}_C + \underline{Z}_L).$$

Если $\underline{Z}_L \neq 0$, то треугольник сопротивлений можно преобразовать в эквивалентную звезду и для этого соединения рассчитать линейные токи, как показано выше.

Фазные токи определяются по предварительно найденным фазным напряжениям приемника:

$$\dot{U}_{ab} = \underline{Z}'_A \cdot \dot{I}_A - \underline{Z}'_B \cdot \dot{I}_B; \quad \dot{U}_{bc} = \underline{Z}'_B \cdot \dot{I}_B - \underline{Z}'_C \cdot \dot{I}_C;$$

$$\dot{U}_{ca} = \underline{Z}'_C \cdot \dot{I}_C - \underline{Z}'_A \cdot \dot{I}_A;$$

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / (\underline{Z}_{ab}); \quad \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / (\underline{Z}_{bc}); \quad \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / (\underline{Z}_{ca}),$$

где $\underline{Z}'_A$, $\underline{Z}'_B$, $\underline{Z}'_C$ – сопротивления лучей звезды, эквивалентной треугольнику.

3. Мощность трехфазной цепи и способы ее измерения.

Симметричный режим. Активная, реактивная и полная мощности симметричного приемника независимо от вида соединения:

$$P = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \cos \phi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{л}} \cdot I_{\text{л}} \cdot \cos \phi,$$

$$Q = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \sin \phi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{л}} \cdot I_{\text{л}} \cdot \sin \phi,$$

$$S = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{л}} \cdot I_{\text{л}},$$

где ϕ – сдвиг по фазе между фазными напряжением и током.

Несимметричный режим. Активная, реактивная и полная мощности несимметричного приемника независимо от вида соединения равны сумме соответствующих мощностей трех фаз.

Измерение мощности. Для измерения активной мощности, передаваемой от источника к приемнику, в трехфазной цепи с нейтральным проводом при несимметричном режиме включают ваттметры в каждую фазу (рисунок 6.10).

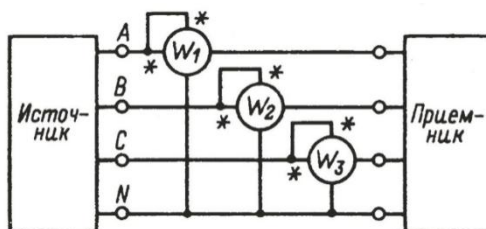


Рисунок 6.10 – Схема для измерения мощности трехфазной цепи с нейтральным проводом

Активная мощность равна сумме показаний ваттметров:

$$P = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}.$$

В случае симметричного режима достаточно одного ваттметра, при этом мощность

$$P = 3 \cdot P_W.$$

При отсутствии нейтрального провода активную мощность измеряют двумя ваттметрами, включенными по схеме, показанной на рисунке 6.11 а (и при симметричном, и при несимметричном режимах). Активная мощность равна алгебраической сумме показаний ваттметров:

$$P = P_{W1} + P_{W2}.$$

Для измерения реактивной мощности той же трехфазной системы применяют схему включения ваттметров, показанную на рисунке 6.11 б. Реактивная мощность:

$$Q = \sqrt{3} \cdot (P_{W1} + P_{W2}).$$

При симметричном режиме реактивную мощность можно измерить одним ваттметром, включенным по схеме рисунок 6.10 в. В этом случае

$$Q = \sqrt{3} \cdot P_W.$$

Полная мощность для каждой фазы определяется из треугольника мощностей, также как и для цепей однофазного тока.

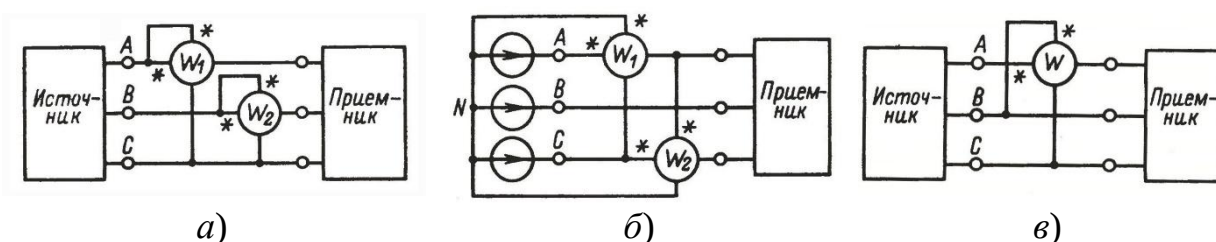


Рисунок 6.11 – Схемы для измерения трехфазной активной мощности в цепи без нейтрального провода (а) и реактивной мощности при несимметричной (б) и симметричной нагрузке (в)

Выводы по занятию

Электрическая энергия производится и передается преимущественно по трехфазным цепям. В трехфазной цепи может использоваться четвертый провод, называемый нулевым. Обмотки генератора, как и трехфазная нагрузка, могут соединяться звездой или треугольником. Для анализа трехфазных цепей используются такие же методы расчета, что и для однофазных.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение трехфазной симметричной системы ЭДС. Какими достоинствами объясняется их широкое распространение в энергетике?
2. Что понимают под линейным и нулевым проводами, линейными и

фазовыми напряжениями и токами?

3. Каковы функции нулевого провода в системе звезда – звезда при несимметричной нагрузке?

5. При каких способах соединения генератора с нагрузкой линейный ток равняется фазовому?

6. При каких способах соединения генератора с нагрузкой линейное напряжение равняется фазовому?

7. Что понимают под активной и полной мощностями трехфазной системы?

8. Почему при симметричной нагрузке расчет можно вести на одну фазу?

Занятие 7. Цепи со взаимной индуктивностью

План занятия

1. Индуктивно связанные элементы цепи

2. Последовательное и параллельное соединение индуктивно связанных элементов цепи

1. Индуктивно связанные элементы цепи

Если изменение тока в одном из элементов цепи приводит к появлению ЭДС в другом элементе, говорят, что эти два элемента индуктивно связаны, а возникшую ЭДС называют ЭДС взаимной индукции. Степень индуктивной связи двух элементов цепи характеризуют коэффициентом связи k , под которым понимают отношение:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

где M – взаимная индуктивность элементов цепи, L_1 и L_2 – индуктивности элементов цепи.

Покажем, что коэффициент связи всегда меньше 1 и выясним, при каких условиях он мог бы быть равен 1. Пусть две катушки изготовлены в виде тонких колец большого диаметра. При указанной форме катушек можно считать, что все витки каждой катушки сцеплены с одинаковым магнитным потоком. На рис. 7.1 показана картина магнитного поля при наличии тока i_1 в первой катушке. Витки первой катушки сцеплены с магнитным потоком

самоиндукции Φ_{11} , а витки второй катушки – с магнитным потоком взаимной индукции Φ_{21} . Потокосцепления самоиндукции и взаимной индукции первой и второй катушек равны соответственно:

$$\psi_{11} = W_1 \Phi_{11} \quad \psi_{21} = W_2 \Phi_{21}$$

По определению индуктивность первой катушки и взаимная индуктивность катушек:

$$L_1 = \frac{\psi_{11}}{i_1} = \frac{W_1 \Phi_{11}}{i_1}, \quad M = M_{21} = \left| \frac{\psi_{21}}{i_1} \right| = \left| \frac{W_2 \Phi_{21}}{i_1} \right|$$

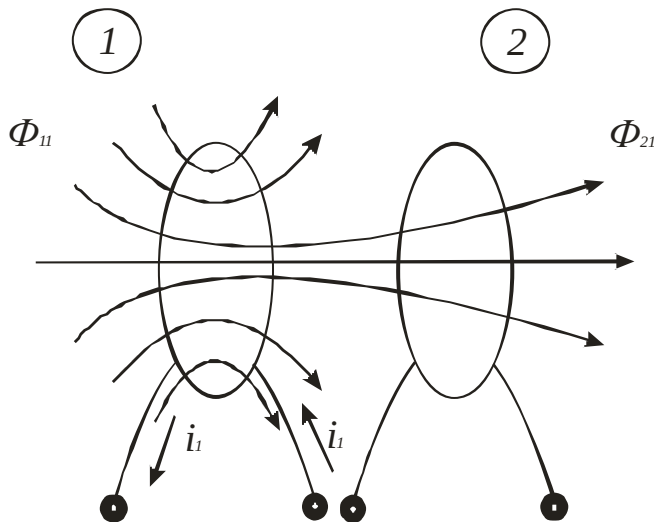


Рисунок 7.1– Индуктивно связанные катушки (возникновение потока взаимоиндукции при протекании тока по первой катушке)

Сделаем пояснения. Положительные направления тока и магнитного потока самоиндукции условимся всегда выбирать согласованными по правилу правого винта, поэтому, когда $i_1 > 0$, то $\psi_{11} > 0$, а когда $i_1 < 0$, то и $\psi_{11} < 0$.

Следовательно, отношение $\frac{\psi_{11}}{i_1}$ всегда положительно. Что же касается положительного направления для потока взаимной индукции Φ_{21} , то его выбор

произволен, поэтому отношение $\frac{\psi_{21}}{i_1}$ может иметь любой знак. Будем считать величину M положительной величиной, поэтому выражение для величины M запишем по модулю. На рис. 7.2 показана схематичная картина поля при наличии только тока i_2 во второй катушке. Для второй катушки запишем аналогичные уравнения. По определению:

$$L_2 = \frac{\psi_{22}}{i_2} = \frac{W_2 \Phi_{22}}{i_2}$$

$$M = M_{12} = \left| \frac{\psi_{12}}{i_2} \right| = \left| \frac{W_1 \Phi_{12}}{i_2} \right|$$

Равенство $M_{12} = M_{21} = M$ может быть доказано на основании условия независимости энергии магнитного поля токов i_1 и i_2 от порядка их возрастания от нуля до своих

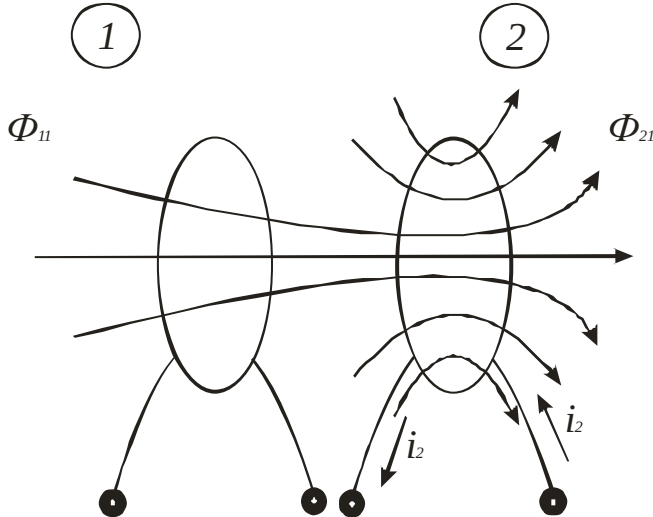


Рисунок 7.2– Индуктивно связанные катушки (возникновение потока взаимной индукции при протекании тока по второй катушке)

конечных значений. Составим соотношение:

$$\frac{M_{12} \cdot M_{21}}{L_1 \cdot L_2} = \left| \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot \Phi_{12} \cdot \Phi_{21}}{W_1 \cdot W_2 \cdot \Phi_{11} \cdot \Phi_{22}} \right| = k^2$$

Так как $|\Phi_{12}| < |\Phi_{22}|$ и $|\Phi_{21}| < |\Phi_{11}|$, то $k^2 < 1$. Коэффициент связи двух

катушек мог бы равняться 1, если бы $|\Phi_{12}| = |\Phi_{22}|$ и $|\Phi_{21}| = |\Phi_{11}|$, т.е. весь поток, создаваемый в одной катушке, полностью (без рассеяния) сцеплялся бы с витками другой катушки, что возможно лишь при совмещении катушек. Практически витки двух катушек пронизываются неодинаковыми магнитными потоками, и поэтому всегда $k < 1$. Изменения индуктивной связи между двумя катушками можно достигнуть перемещением одной катушки относительно другой.

ЭДС взаимной индукции

При изменении тока в одном из индуктивно связанных элементов цепи в другом элементе возникает ЭДС взаимной индукции и между его разомкнутыми выводами появляется магнитное напряжение:

$$|u_{1M}| = |e_{1M}| = \left| \frac{d\psi_{12}}{dt} \right| = \left| M \frac{di_2}{dt} \right|, \quad |u_{2M}| = |e_{2M}| = \left| \frac{d\psi_{21}}{dt} \right| = \left| M \frac{di_1}{dt} \right| \quad (3.135)$$

Для облегчения решения вопроса о знаке этих величин прибегают к специальной разметке выводов индуктивно связанных элементов цепи.

Два вывода, принадлежащих двум разно индуктивно связанным элементам цепи, называются одноименными и обозначаются одинаковыми значками по следующему правилу: при одинаковом направлении токов относительно одноименных зажимов магнитные потоки самоиндукции и взаимной индукции в каждом элементе должны суммироваться.

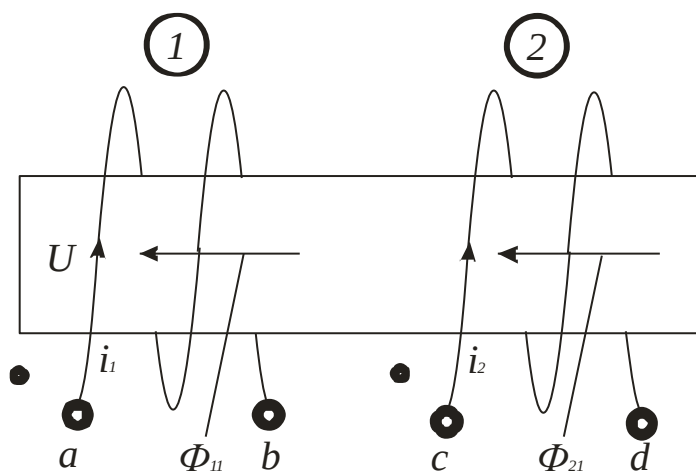


Рисунок 7.3 –Разметка одноименных выводов катушек

Применим это правило для разметки выводов катушек, показанных на

рис. 7.3. При направлении тока i_1 от вывода a к выводу b и тока i_2 , от вывода c к выводу d магнитные потоки самоиндукции Φ_{11} и взаимной индукции Φ_{21} суммируются. Поэтому вывод a является одноименным с выводом c и аналогично вывод b является одноименным с выводом d . Для другого случая (рис. 7.4) одноименными являются выводы a_1 и d_1 , b_1 и c_1 . Разница – в направлении намотки 2 катушки. Одну из двух пар одноименных выводов обозначают значками, например, * или •. Определим знак в выражении для ЭДС и напряжения, обусловленных взаимной индукцией.

Рассмотрим две катушки рис. 7.5. Пусть катушка 1 разомкнута, а в катушке 2 протекает синусоидальный ток i_2 . Выберем положительные направления для ЭДС $e_{1м}$, напряжения $u_{1м}$ и тока i_2 в катушке 2 относительно одноименных выводов одинаковыми и направленными, например, от a к b и, соответственно, от c к d .

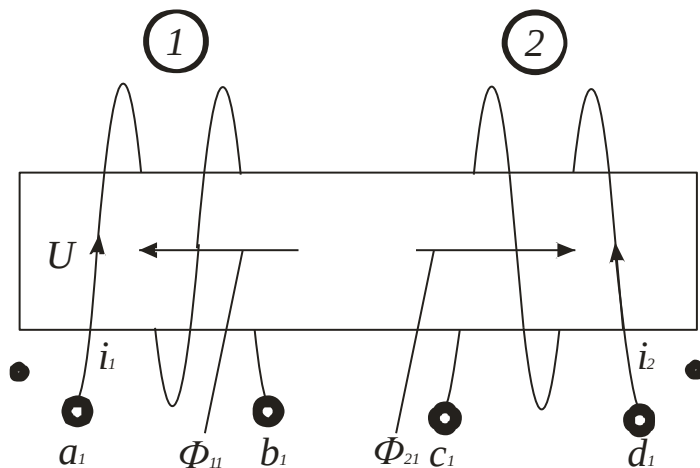


Рисунок 7.4– Разметка одноименных выводов катушек

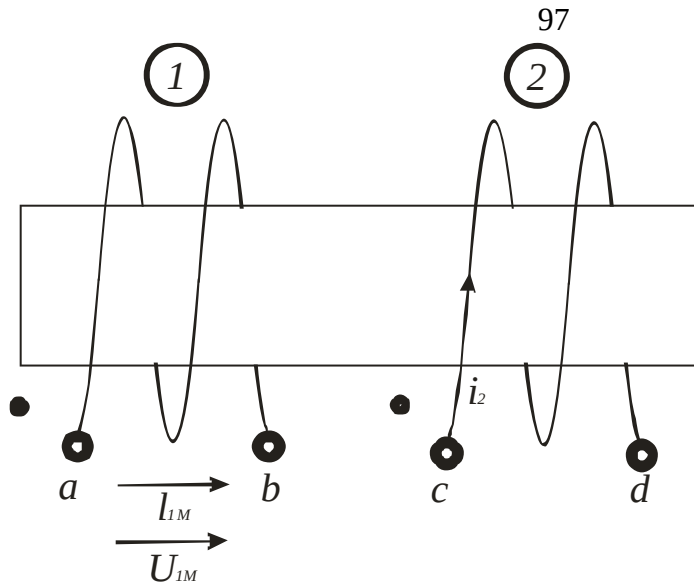


Рисунок 7.5– Схема для определения знака магнитного напряжения

Отметим, что $u_{1M} = -e_{1M}$. ЭДС e_{1M} на основании закона Лоренца должна иметь такое направление, при котором вызываемый ею ток препятствовал бы изменению магнитного потока взаимной индукции. Поэтому если $\frac{di_2}{dt} > 0$, то e_{1M} направлена от b к a , т.е. $e_{1M} < 0$. Если $\frac{di_2}{dt} < 0$, то ЭДС e_{1M} должна быть направлена от a к b , т.е. $e_{1M} > 0$. Таким образом, при выбранных положительных направлениях знаки e_{1M} и $\frac{di_2}{dt}$ всегда противоположны, поэтому:

$$u_{1M} = -e_{1M} = M \frac{di_2}{dt}$$

Если бы положительные направления e_{1M} и u_{1M} в катушке 1 и тока i_2 в катушке 2 относительно одноименных выводов были выбраны различными, то аналогичные рассуждения показали бы, что знаки e_{1M} и $\frac{di_2}{dt}$ были бы всегда одинаковы:

$$u_{1M} = -e_{1M} = -M \frac{di_2}{dt}$$

Для комплексных величин уравнения:

$\underline{U}_{1M} = -\underline{E}_{1M} = j\omega M \underline{I}_2$	
$\underline{U}_{1M} = -\underline{E}_{1M} = -j\omega M \underline{I}_2$	

Напряжение $\underline{U}_{1M}$, обусловленное взаимной индукцией, сдвинуто по фазе относительно тока $\underline{I}_2$ на угол $\frac{\pi}{2}$ или $-\frac{\pi}{2}$. Знак этого узла зависит от выбора положительных направлений $\underline{U}_{1M}$ и $\underline{I}_2$ относительно одноименных выводов. Величина ωM имеет размерность сопротивления, называется сопротивлением взаимной индукции и обозначается X_M . Величина $j\omega M$ называется комплексным сопротивлением взаимной индукции и обозначается $\underline{Z}_M$:

$\underline{Z}_M = j\omega M = jX_M$

2. Последовательное и параллельное соединение индуктивно связанных элементов цепи

Предположим, что две катушки с сопротивлениями r_1 и r_2 , индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M соединены последовательно. Возможны два вида их включения – согласное (рис. 7.6) и встречное (рис. 7.7).

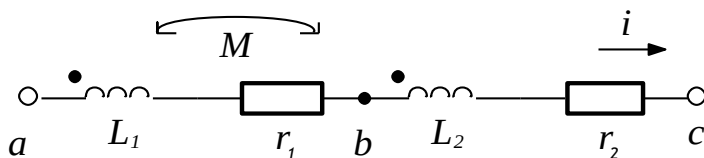


Рисунок 7.6 –Согласное соединение индуктивно связанных элементов

При согласном включении токи в обоих элементах в любой момент времени направлены одинаково относительно одноименных выводов.

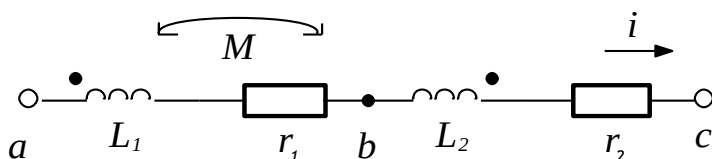


Рисунок 7.7 –Встречное соединение индуктивно связанных элементов

При встречном включении токи в обоих элементах цепи в любой момент времени направлены противоположно относительно одноименных выводов, поэтому магнитные потоки вычитаются.

Индуктивность двух последовательно соединенных индуктивно связанных элементов:

$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{\Psi_1 + \Psi_2}{i}$	
$\Psi_1 = L_1 i \pm M_i \quad \Psi_2 = L_2 i \pm M_i$	

Знак (+) относится к согласному, а знак (–) к встречному включению.

Следовательно:

$L = L_1 + L_2 \pm 2M$	
------------------------	--

Полное сопротивление при согласном включении больше, чем при встречном. Этим можно пользоваться для определения опытным путем одноименных выводов индуктивно связанных элементов цепи, например по показаниям вольтметра и амперметра. Напряжения на элементах имеют по три составляющих:

$\begin{cases} \dot{U}_1 = r_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} \\ \dot{U}_2 = r_2 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} \pm j\omega M \dot{I} \end{cases}$	
--	--

Предположим, что две катушки с сопротивлениями r_1 и r_2 , индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M соединены параллельно, причем одноименные выводы присоединены к одному и тому же узлу (рис. 7.8). При выбранных положительных направлениях токов и напряжения:

$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{U} = \underline{z}_1 \dot{I}_1 + \underline{z}_M \dot{I}_2 \\ \dot{U} = \underline{z}_M \dot{I}_1 + \underline{z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$	
---	--

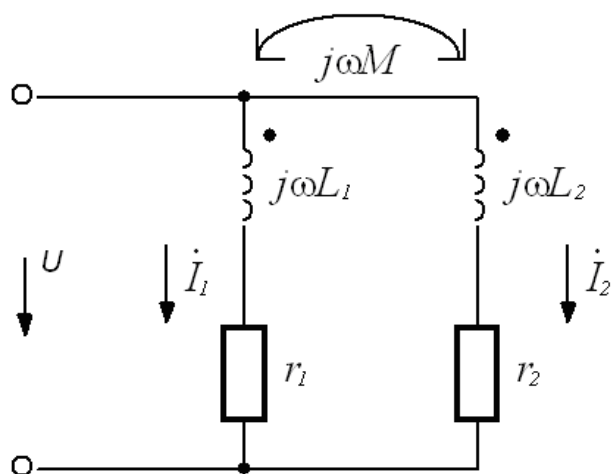


Рисунок 7.8 –Параллельное соединение индуктивно связанных элементов

где $\underline{z}_1 = r_1 + j\omega L_1$, $\underline{z}_2 = r_2 + j\omega L_2$, $\underline{z}_M = j\omega M$

Решив уравнения, получим:

$$\dot{I}_1 = \frac{\underline{z}_2 - \underline{z}_M}{\underline{z}_1 \underline{z}_2 - \underline{z}_M^2} U, \quad \dot{I}_2 = \frac{\underline{z}_1 - \underline{z}_M}{\underline{z}_1 \underline{z}_2 - \underline{z}_M^2} U$$

$$I = \frac{\underline{z} + \underline{z}_2 - 2\underline{z}_M}{\underline{z}_1 \underline{z}_2 - \underline{z}_M^2} U ;$$

$$\underline{z} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{z}_1 \underline{z}_2 - \underline{z}_M^2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2 - 2\underline{z}_M}$$

при $\underline{z}_M = 0$ $\underline{z} = \frac{\underline{z}_1 \underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2}$, т.е. принимает обычный вид общего выражения для параллельно соединенных сопротивлений.

Расчеты разветвленных цепей можно вести, составляя уравнения по первому и второму законам Кирхгофа или методом контурных токов. В качестве примера запишем уравнения по законам Кирхгофа для схемы, представленной на рис. 7.9.

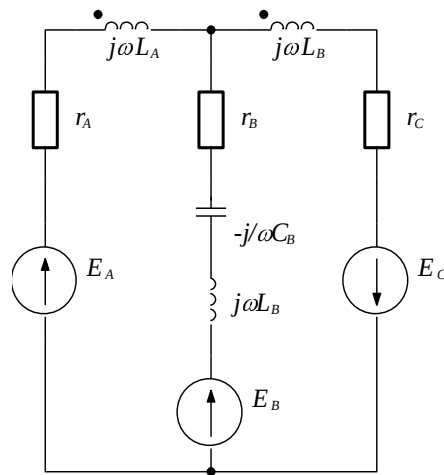


Рисунок 7.9 –Расчет разветвленных цепей, содержащих индуктивно связанные элементы

Слагаемые $j\omega M_{AC}$ входят со знаком (+) или (–) в зависимости от того, совпадают или не совпадают по отношению к одноименным выводам элементов цепи a и c направление обхода контура через элемент a и положительное направление тока через элемент c .

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$$

$$\underline{I}_A r_A + j\omega L_A \underline{I}_A - j\omega M_{AC} \underline{I}_C - \underline{I}_B r_B + j \frac{\underline{I}_B}{\omega C_B} - j\omega L_B \underline{I}_B = \underline{E}_A - \underline{E}_B$$

$$j\omega L_B \underline{I}_B - \left(\frac{j}{\omega C_B}\right) \underline{I}_B + \underline{I}_B r_B - j\omega L_C \underline{I}_C + j\omega M_{AC} \underline{I}_A - \underline{I}_C r_C = \underline{E}_B + \underline{E}_C$$

Эквивалентная замена индуктивных связей

Анализ и расчет электрических цепей в ряде случаев упрощается, если часть схемы, содержащую индуктивные связи, заменить эквивалентной схемой без индуктивных связей. Этот прием называют развязкой индуктивных связей.

Найдем схему без индуктивных связей, эквивалентную двум индуктивно связанным элементам цепи, присоединенным к общему узлу (рис. 7.10).

Запишем соотношения для напряжений u_1 и u_2 в виде:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Перепишем эти соотношения:

$$u_1 = (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt}, \quad u_2 = (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{d(i_1 + i_2)}{dt} \quad (3.150)$$

Получаем возможность заменить схему, изображенную на рис.7.10, Т-образной схемой замещения, не содержащей индуктивных связей, изображенной на рис.7.11. Если катушки соединены встречно, то перед M знак изменится на противоположный. При сильной связи обмоток ($k=1$) одна из индуктивностей в Т-образной схеме замещения может получиться отрицательной. Поэтому эквивалентную схему с взаимной индуктивностью можно использовать для моделирования цепей с отрицательной индуктивностью.

Передача энергии между индуктивно связанными элементами цепи

Рассмотрим, как передается энергия между двумя индуктивно связанными элементами разветвленной цепи. Всю цепь за исключением этих двух элементов представим в виде активного четырехполюсника (рис.3.51). В течение каждого полупериода изменения токов i_1 и i_2 энергия, поступающая в магнитное поле индуктивно связанных элементов, возвращается обратно. Однако это не означает, что равны количества энергии, поступающей в поле и возвращаемой из поля обратно для каждого элемента в отдельности. Покажем, что при сдвиге фаз между токами i_1 и i_2 , отличающимися от 0 и π , от одного из элементов поступает больше энергии, чем возвращается, а от другого элемента, наоборот,

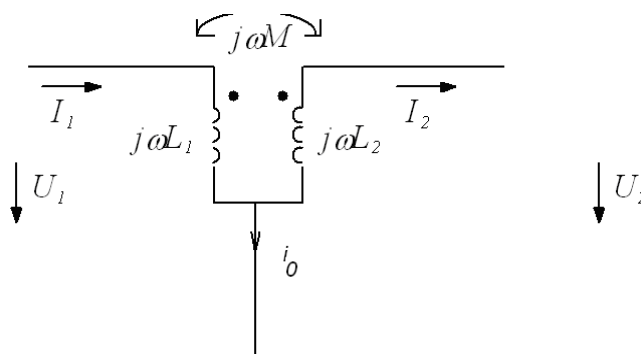


Рисунок 7.10– Исходная схема, содержащая индуктивно связанные

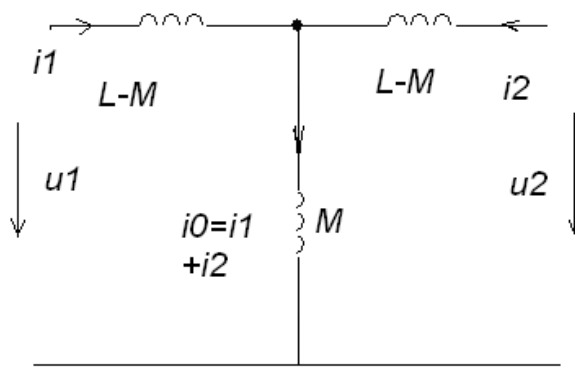


Рисунок 7.10—Эквивалентная схема

в магнитное поле поступает меньше энергии, чем возвращается. В результате энергия передается от одного элемента к другому. Пусть известны токи:

$$\underline{I}_1 = I_1 e^{j\psi_1} \quad \underline{I}_2 = I_2 e^{j\psi_2}$$

Составим выражения для комплексных мощностей первого и второго элементов, обусловленных взаимной индукцией:

$$\underline{S}_{1M} = \underline{U}_{1M} \underline{I}_1^* = j\omega M \underline{I}_2 \underline{I}_1^* = j\omega M I_2 I_1 e^{j(\psi_2 - \psi_1)} = -\omega M I_2 I_1 \sin(\psi_2 - \psi_1) + j\omega M I_1 I_2 \cos(\psi_2 - \psi_1);$$

$$\underline{S}_{2M} = \underline{U}_{2M} \underline{I}_2^* = j\omega M \underline{I}_1 \underline{I}_2^* = -\underline{S}_{1M}$$

откуда:

$$P_{1M} = -P_{2M} = \omega M I_1 I_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)$$

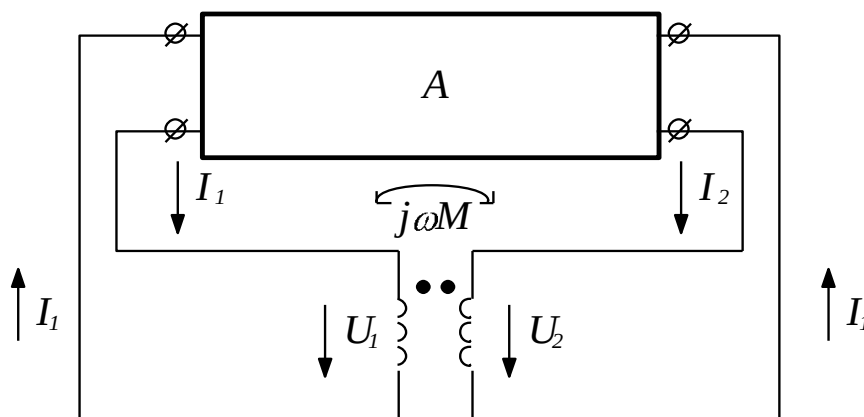


Рисунок 7.11—Передача энергии между индуктивно связанными элементами

Положительные значения мощностей соответствуют притоку энергии к рассматриваемым элементам от активного четырехполюсника, а отрицательные – передаче энергии из рассматриваемых элементов в четырехполюсник. Активная суммарная мощность, обусловленная взаимной индукцией и поступающая в оба элемента, равна нулю, т.е. $P_{1M} + P_{2M} = 0$. Если $0 < \psi_1 - \psi_2 < \pi$, то $P_{1M} > 0$, а $P_{2M} < 0$. В этом случае энергия передается из активного четырехполюсника в магнитное поле через первый элемент и возвращается через второй элемент. Если $0 < \psi_2 - \psi_1 < \pi$, то $P_{2M} > 0$, а $P_{1M} < 0$. В этом случае энергия поступает через второй элемент и возвращается обратно через первый.

Выводы по занятию

Если в цепи содержится две и более катушки индуктивности, между ними может возникнуть индуктивная связь. Индуктивная связь изменяет реактивное сопротивление элементов как в большую так и в меньшую сторону. Расчет таких цепей производится только методом контурных токов и с применением законов Кирхгофа.

Вопросы для самопроверки

1. Какие элементы называются индуктивно связанными?
2. Что такое коэффициент связи, и в каких пределах он изменяется?
3. Согласное включение катушек
4. Встречное включение катушек
5. Сопротивление взаимоиндукции
6. Как влияют индуктивно связанные элементы на баланс мощностей?
7. Какие методы расчета можно использовать для анализа цепей с индуктивно связанными элементами?

Занятие 8. Анализ и расчет электрических цепей с нелинейными элементами и магнитных цепей

План занятия.

1. Анализ нелинейных резистивных цепей. Анализ и расчет электрических цепей с нелинейными элементами.

2. Анализ и расчет магнитных цепей. Электромагнитные устройства, цепи с постоянной и переменной магнитодвижущей силой.

1. Анализ и расчет электрических цепей с нелинейными элементами.

Схемы замещения электротехнических устройств содержат кроме линейных также нелинейные резистивные, индуктивные и емкостные элементы, описываемые соответственно нелинейными вольт-амперными, вебер-амперными и кулон-вольтными характеристиками. Нелинейные свойства элементов может быть как источником искажения формы тока в цепи, так и являться основой принципа действия электротехнических устройств (выпрямителей, стабилизаторов напряжения, усилителей и др.).

Для нелинейных цепей особенностью является:

а) к ним не применяется метод наложения;

б) в отличие от линейных стационарных цепей, отклик на синусоидальное действие будет несинусоидальным, т. е. в выходном сигнале появляются гармоники других частот, которых не содержал входной сигнал;

в) зависимость между током и напряжением (ВАХ) является нелинейной, т. е. сопротивление (активное, индуктивное или емкостное) нелинейного элемента меняется при изменении тока и напряжения:

$$Z_H = f(i, u)$$

Каждая точка ВАХ определяет статическое $R_{cm} = \frac{U}{I}$ и дифференциальное

$R_d = \frac{dU}{dI}$ сопротивление нелинейного элемента (двухполюсника).

С линейной частью цепи, содержащей нелинейные сопротивления, можно осуществлять преобразования, рассмотренные для цепей постоянного и переменного тока. Но они необходимы только в том случае, если облегчают расчет всей цепи с нелинейными элементами. Приемлемые методы расчета

линейной части нелинейной электрической цепи: метод двух узлов, замена нескольких параллельных ветвей одной эквивалентной, метод эквивалентного генератора.

Многообразие методов расчета нелинейных электрических цепей можно свести в три группы:

а) **графические методы**, в виде геометрических построений на основе заданных характеристик;

б) **аналитические методы**, основанные на том, что характеристика нелинейного элемента выражается приближенной аналитической функцией;

в) **численные методы**, основаны на приближенных способах решения алгебраических и дифференциальных уравнений.

В практике расчета нелинейных цепей используются и комбинированные методы, например графо-аналитические.

Например, случай включения нелинейного двухполюсника в линейную цепь, которую относительно выводов этого двухполюсника представим линейным активным двухполюсником (рисунок 8.1). Заменяем активный двухполюсник эквивалентным источником с внешней характеристикой

$$U = E_{\text{ЭК}} - R_{\text{ЭК}} \cdot I \quad \text{или} \quad I = \frac{E_{\text{ЭК}} - U}{R_{\text{ЭК}}}$$

Точка пересечения **A** внешней характеристики активного двухполюсника и ВАХ нелинейного двухполюсника определяет рабочий режим цепи (рисунок 8.2). Характеристика (8.2) называется **нагрузочной характеристикой** активного двухполюсника, а графо-аналитический метод расчета нелинейной цепи с ее применением – **методом нагрузочной характеристики**.

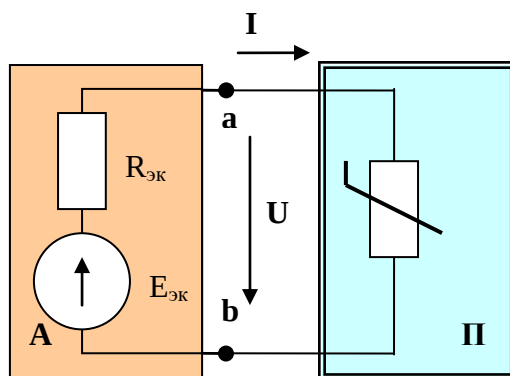


Рисунок 8.1 – Включение нелинейного двухполюсника

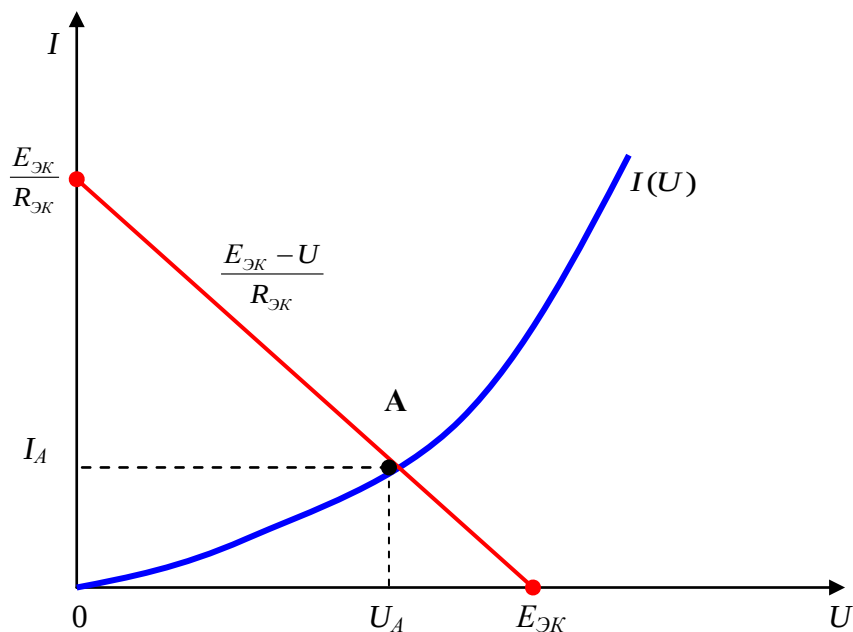


Рисунок 8.2 – Определение рабочего режима цепи

Метод нагрузочной характеристики пригоден и в случаях, когда нелинейная часть цепи содержит последовательное или параллельное соединение нелинейных двухполюсников с известными ВАХ. Для этого необходимо в первом случае сложить ВАХ нелинейных элементов по напряжению, а во втором – по току. Определив рабочую точку результирующей ВАХ методом нагрузочной характеристики, далее определяем ток и напряжение каждого нелинейного двухполюсника.

Рассмотрим **графический метод расчета**. При графическом методе расчета электрических цепей ВАХ нелинейных элементов должны быть заданы в графической или табличной форме.

Пример 1. На схемах рисунков 8.3 и 8.4 последовательно и параллельно соединены два нелинейных элемента (НЭ1 и НЭ2) и изображены их ВАХ.

Построить ВАХ всей цепи.

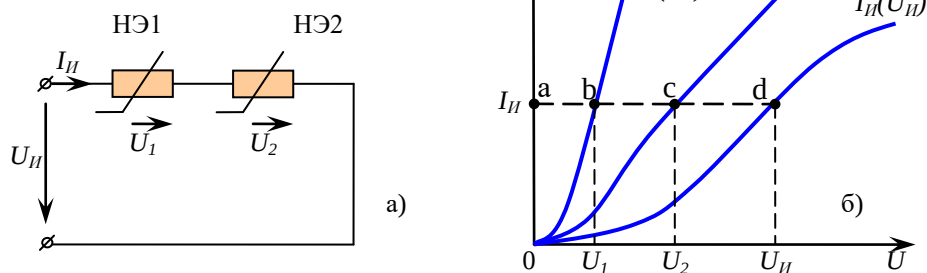


Рисунок 8.3 – Схема последовательного соединения НЭ (а) и построение ВАХ всей цепи (б)

Для построения ВАХ цепи необходимо задаться значениями тока в ней, по характеристикам отдельных элементов определить напряжения U_1 и U_2 на этих элементах при заданных значениях тока и сложить эти напряжения. Если последовательно соединено несколько нелинейных элементов, то характеристику всей цепи находят аналогично.

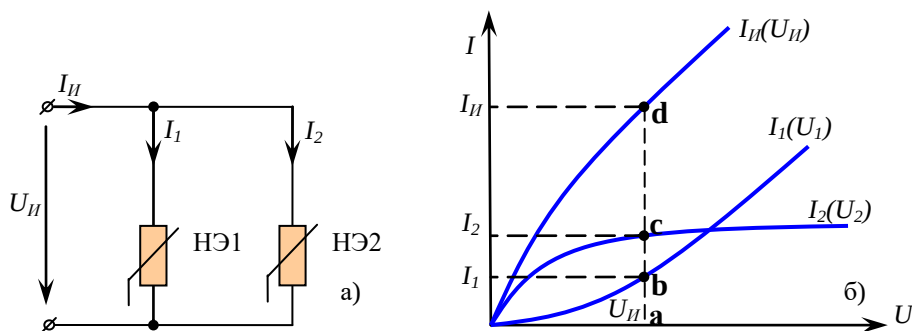


Рисунок 8.4 – Схема параллельного соединения НЭ (а) и построение ВАХ всей цепи (б)

При параллельном соединении нелинейных элементов напряжение на них $U_1=U_2=U_H$, а ток в неразветвленной части цепи $I_H=I_1+I_2$.

Используя ВАХ НЭ и задаваясь значениями напряжения, складывают ординаты, соответствующие токам в НЭ, и находят ток во всей цепи (например, $|ab|+|ac|=|ad|$). По нескольким точкам проводят полную характеристику цепи.

Рассмотрим **графо-аналитический метод расчета** Туннельный диод, ВАХ которого изображена на рисунке 8.5, соединен последовательно с источником ЭДС $E=1$ В и резистором сопротивлением R . Сопротивление R

изменяется от 0 до ∞ . Построить график зависимости тока I в схеме рисунка от сопротивления R .

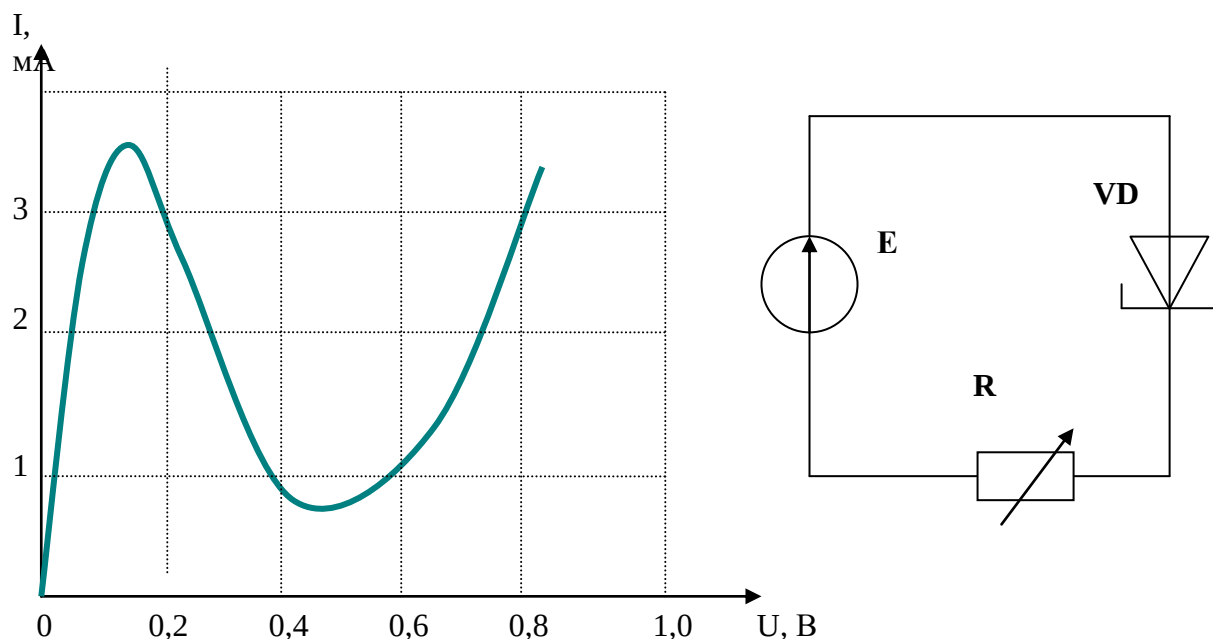


Рисунок 8.5 – ВАХ туннельного диода и схема цепи

Решение: Ток в цепи определим по точке пересечения ВАХ туннельного диода с нагрузочной прямой, построенной по уравнению

$$U_{\text{д}} = E - I_{\text{д}}R, \quad 5.3$$

где $U_{\text{д}}$ – напряжение на диоде; $I_{\text{д}}$ – ток через диод.

Проведем на ВАХ ряд нагрузочных характеристик (рисунок 8.6 а) и по точкам пересечения с ВАХ диода определим рабочий режим.

При возрастании R от 0 до ∞ нагрузочная прямая поворачивается против часовой стрелки, меняя положение от вертикального до горизонтального. При $0 < R < 240 \text{ Ом}$ ток плавно снижается от 5 до 1,5 мА (рисунок 8.6 б). При $240 < R < 1000 \text{ Ом}$ для каждой нагрузочной прямой появляются три точки пересечения с ВАХ диода, поэтому получаются три участка на характеристике $I = f(R)$; при $R > 1000 \text{ Ом}$ образуется одна точка пересечения нагрузочной прямой с ВАХ диода. Ток при этом плавно уменьшается от 1 мА до 0.

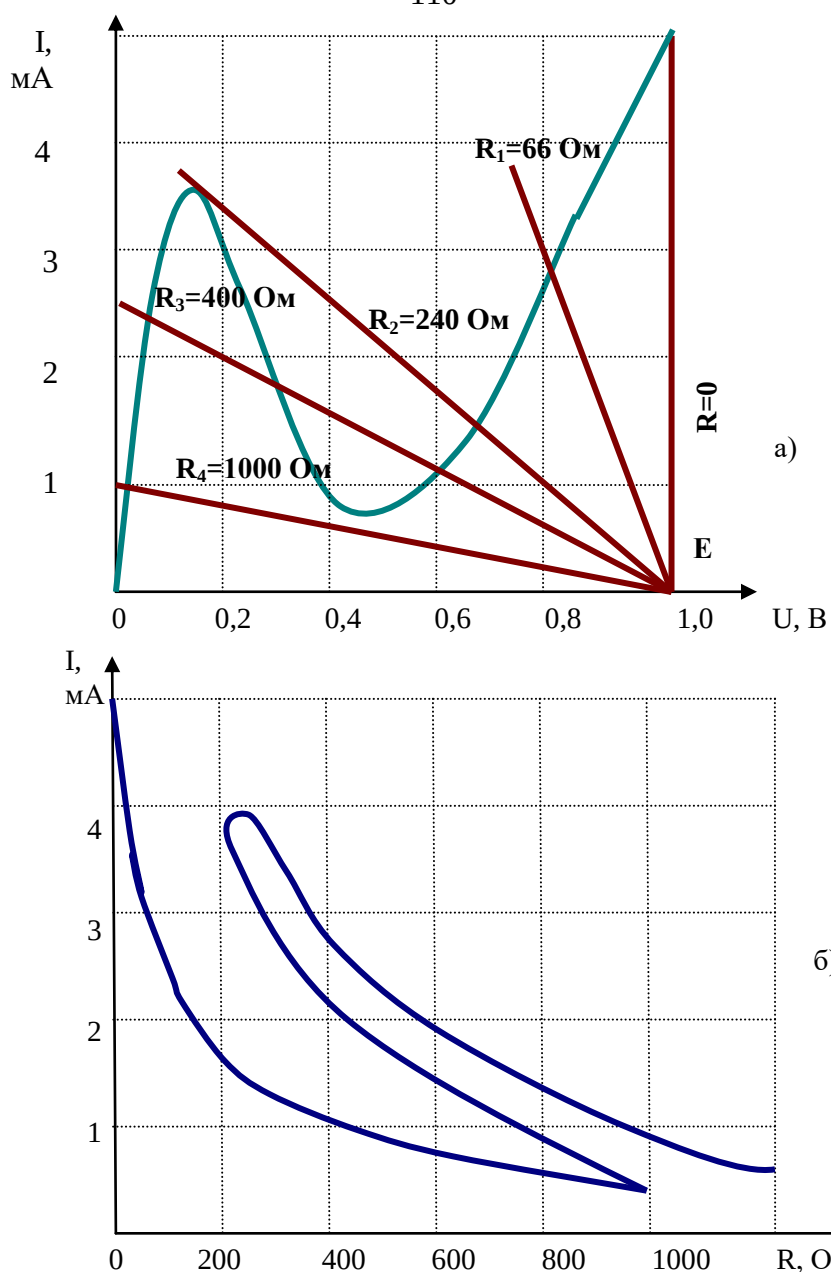


Рисунок 8.6 – Нагрузочные характеристики (а) и рабочий режим (б) цепи

Пример 2. На рисунке 8.7 представлена цепь, содержащая позистор СТ5-1 и резистор сопротивлением R . Позистор – терморезистор с положительным температурным коэффициентом в определенном диапазоне напряжений U ; в данном случае при $U > 4$ В. ВАХ позистора показана на рисунке 8.7. Подобрать значение R так, чтобы цепь могла быть использована как стабилизатор тока. Построить входную ВАХ $I=f(U)$ и определить ток стабилизации $I_{СТ}$.

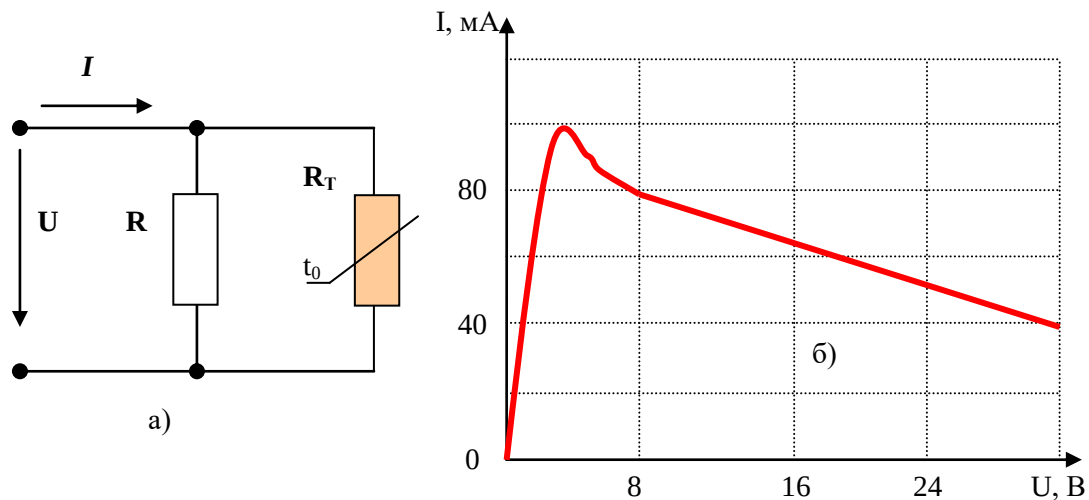


Рисунок 8.7 – Схема цепи с позистором (а) и ВАХ позистора (б)

Решение: Чтобы цепь работала как стабилизатор тока, нужно подобрать такое сопротивление R , при котором суммарная ВАХ параллельной цепи имеет горизонтальный участок ($I = \text{const}$). Это достигается при равенстве сопротивления R резистора модулю дифференциального сопротивления позистора на падающем участке ВАХ.

Следовательно, на участке $8 \leq U \leq 32$ В дифференциальное сопротивление позистора равно $R_{\text{диф}} = \frac{\Delta U}{\Delta I} = -600 \text{ Ом}$. Тогда $R = |R_{\text{диф}}| = 600 \text{ Ом}$. Ток

стабилизации можно определить аналитически для любого значения напряжения на данном участке, например для $U = 8$ В:

$$I_{CT} = I_{HP} + I_P = 80 + \left(\frac{8}{600} \right) \cdot 10^3 = 93,3 \text{ мА}.$$

Ток стабилизации можно получить и графически, сложив при этом ординаты ВАХ позистора и резистора.

Пример 3. Рассмотрим метод эквивалентного генератора. В схеме рисунка 8.8 а определить все токи, ВАХ нелинейного резистора (НР) показана на рисунке 8.8. б (кривая 1). Параметры схемы: $E_1 = 18$ В; $E_2 = 6$ В; $J = 1$ А; $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 6$ Ом.

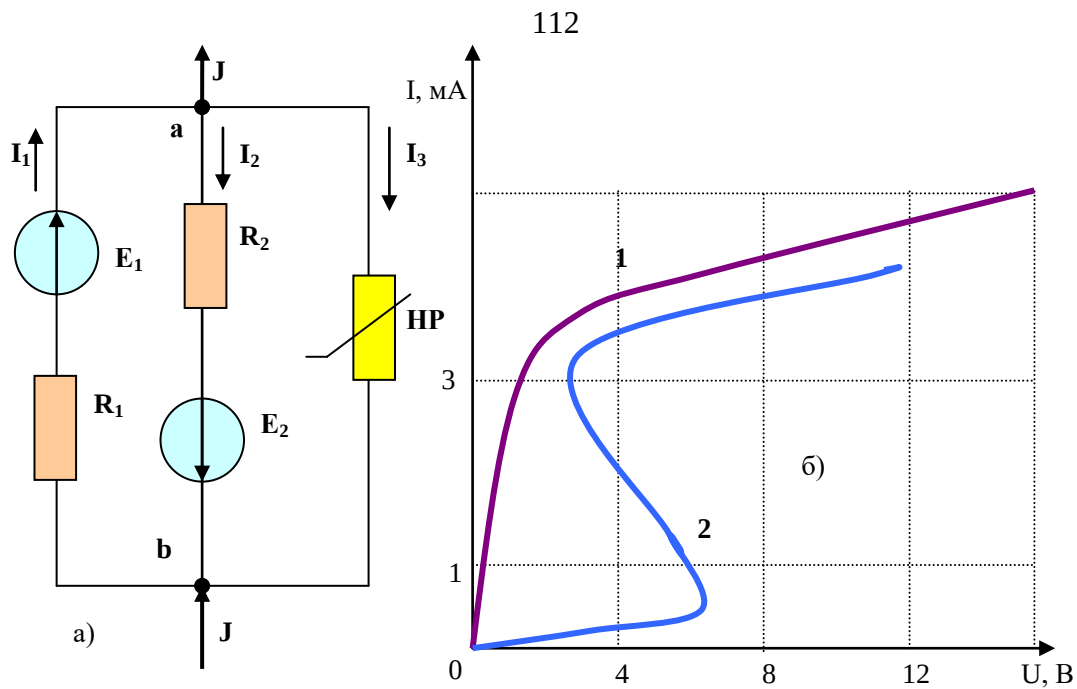


Рисунок 8.8 – Схема цепи с нелинейным резистором (а) и ВАХ НР (б)

Решение: Методом эквивалентного генератора определим ток в НР. Исключив их схемы НР (третья ветвь оборвана), найдем параметры эквивалентного генератора U_{abx} и $R_{BX ab}$. Напряжение холостого хода U_{abx} определим методом двух узлов:

$$U_{abx} = \frac{E_1 \cdot g_1 - E_2 \cdot g_2 - J}{g_1 + g_2} = 8 \text{ В}; \quad R_{BX} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2 \text{ Ом}.$$

Схема эквивалентного генератора показана на рисунке 7.9. Рабочий режим НР найдем путем пересечения ВАХ НР (на рисунке 8.8 кривая 1) с нагрузочной прямой, построенной по уравнению

$$U_{HP} = U_{abx} - I_3 \cdot R_{BX ab} \quad \text{или} \quad U_{HP} = 8 - 2I_3,$$

где I_3 – ток через НР.

В результате получим $I_3 = 3 \text{ А}$; $U_{ab} = U_{HP} = 2 \text{ В}$.

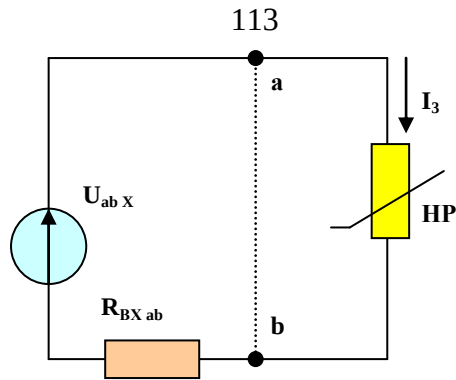


Рисунок 8.9 – Схема эквивалентного генератора

Токи в остальных ветвях определи по закону Ома:

$$I_1 = (E_1 - U_{ab}) \cdot g_1 = 5 \cdot \frac{1}{3} \text{ A}; \quad I_2 = (E_2 + U_{ab}) \cdot g_2 = 1 \cdot \frac{1}{3} \text{ A}.$$

Проверка по первому закону Кирхгофа подтверждает правильность решения:

$$I_1 - I_2 - I_3 - J = 0$$

Пример 4. Аналитический расчет нелинейных цепей. На рисунке 8.10 представлена схема, позволяющая произвести операцию перемножения напряжений U_1 и U_2 . В схеме используют варисторы с квадратичной зависимостью тока от приложенного напряжения: $I = B \cdot U^2$. Показать, что при подаче на вход напряжения, как указано на рисунке, ток через амперметр будет пропорционален произведению напряжения U_1 и U_2 .

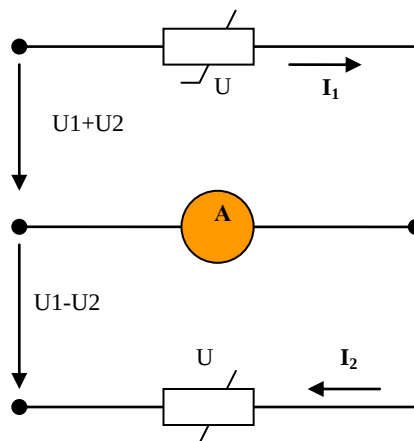


Рисунок 8.10 – Схема цепи с варисторами

Решение: Найдем токи I_1 и I_2 :

$$I_1 = B \cdot (U_1 + U_2)^2; \quad I_2 = B \cdot (U_1 - U_2)^2$$

Ток через амперметр равен разности этих токов: $I_A = I_1 - I_2 = 4B \cdot U_1 \cdot U_2$

2. Анализ и расчет магнитных цепей. Электромагнитные устройства.

Основные скалярные величины, характеризующие магнитную цепь:

Поток вектора магнитной индукции через поперечное сечение S магнитопровода

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Магнитодвижущая (намагничивающая) сила МДС:

$$F = Iw,$$

где I - ток в обмотке, w - число витков обмотки.

Магнитное напряжение:

$$U_M = \int_a^b \vec{H} d\vec{l},$$

где a и b – граничные точки участка магнитной цепи, для которого определяется U_M .

Закон (принцип) непрерывности магнитного потока – поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Закон полного тока: циркуляция вектора напряженности вдоль произвольного контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I$$

При анализе магнитных цепей и, в первую очередь, при их синтезе обычно используют следующие допущения:

- магнитная напряженность, соответственно магнитная индукция, во всех точках поперечного сечения магнитопровода одинакова ($B = \Phi/S$);

- потоки рассеяния отсутствуют (магнитный поток через любое сечение неразветвленной части магнитопровода одинаков);
- сечение воздушного зазора равно сечению прилегающих участков магнитопровода.

Это позволяет использовать при расчетах законы Кирхгофа и Ома для магнитных цепей, вытекающие из законов, сформулированных выше.

Законы Кирхгофа и Ома для магнитных цепей приведены в таблице 8.1

Таблица 8.1

Наименование закона	Аналитическое выражение закона	Формулировка закона
Первый закон Кирхгофа	$\sum \Phi = 0$	Алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитопровода равна нулю
Второй закон Кирхгофа	$\sum F = \sum U_M = \sum Hl$	Алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС, действующих в контуре
Закон Ома	$U_M = \Phi R_M,$ где $R_M = l / \mu_0 \mu S$	Падение магнитного напряжения на участке магнитопровода длиной l равно произведению магнитного потока и магнитного сопротивления R_M участка

Сформулированные законы и понятия магнитных цепей позволяют провести формальную аналогию между основными величинами и законами, соответствующими электрическим и магнитным цепям, которую иллюстрирует таблице 8.2.

Таблица 8.2

Электрическая цепь	Магнитная цепь
Ток I, A	Поток $\Phi, Bб$
ЭДС E, B	МДС F, A
Электрическое сопротивление $R, Ом$	Магнитное сопротивление $R_M, Гн^{-1}$
Электрическое напряжение U, B	Магнитное напряжение U_M, A
Первый закон Кирхгофа: $\sum I = 0$	Первый закон Кирхгофа: $\sum \Phi = 0$
Второй закон Кирхгофа: $\sum E = \sum U$	Второй закон Кирхгофа: $\sum F = \sum U_M$
Закон Ома: $U = IR$	Закон Ома: $U_M = \Phi R_M$

Общая характеристика задач и методов расчета магнитных цепей

Формальная аналогия между электрическими и магнитными цепями позволяет распространить все методы и технику расчета нелинейных резистивных цепей постоянного тока на нелинейные магнитные цепи. При этом для наглядности можно составить **эквивалентную электрическую схему замещения** исходной магнитной цепи, с использованием которой выполняется расчет.

Нелинейность магнитных цепей определяется нелинейным характером зависимости $\Phi(U_M)$, являющейся аналогом ВАХ $I(U)$ и определяемой характеристикой ферромагнитного материала $B(H)$. При расчете магнитных цепей при постоянных потоках обычно используют основную кривую намагничивания. Петлеобразный характер зависимости $B(H)$ учитывается при расчете постоянных магнитов и электротехнических устройств на их основе.

При расчете магнитных цепей на практике встречаются две типичные задачи:

-задача определения величины намагничивающей силы (МДС), необходимой для создания заданного магнитного потока (заданной магнитной индукции) на каком - либо участке магнитопровода (**задача синтеза** или **“прямая” задача**);

-задача нахождения потоков (магнитных индукций) на отдельных участках цепи по заданным значениям МДС (**задача анализа** или **“обратная” задача**).

Задачи второго типа являются обычно более сложными и трудоемкими в решении.

В общем случае в зависимости от типа решаемой задачи (“прямой” или “обратной”) решение может быть осуществлено следующими методами: - регулярными; -графическими; -итерационными.

При использовании каждого из этих методов первоначально необходимо указать на схеме направления МДС, если известны направления токов в обмотках, или задаться их положительными направлениями, если их нужно определить. Затем задаются положительными направлениями магнитных потоков, после чего можно переходить к составлению эквивалентной схемы замещения и расчетам.

Магнитные цепи по своей конфигурации могут быть подразделены на **неразветвленные** и **разветвленные**. В неразветвленной магнитной цепи на всех ее участках имеет место один и тот же поток, т.е. различные участки цепи соединены между собой последовательно. Разветвленные магнитные цепи содержат два и более контура.

Пример 5. Дана магнитная цепь (рисунок 8.11) со средней длиной контуров $l_1=0.85\text{м}$, $l_2=0.33\text{м}$, $l_3=0.85\text{м}$ воздушный зазор $\delta=0.52\text{мм}$, площадь сечения сердечников $S_1=100\text{см}^2$, $S_2=200\text{см}^2$, $S_3=100\text{см}^2$, обмотки стержней имеют число витков $w_1=3000$, $w_2=500$, $w_3=-$, по ним протекают токи $I_1=0.1\text{А}$, $I_2=0.7\text{А}$, $I_3=-$. Рассчитать магнитную цепь методом двух узлов и определить Φ_1 , Φ_2 . Кривая намагничивания материала сердечника приведена на рисунке 8.12.

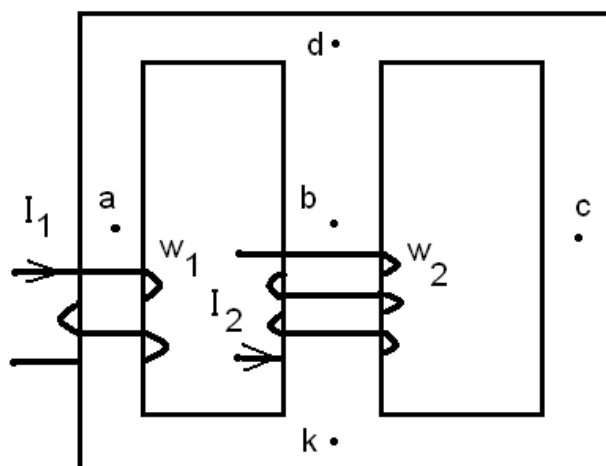


Рисунок 8.11 – Схема магнитной цепи

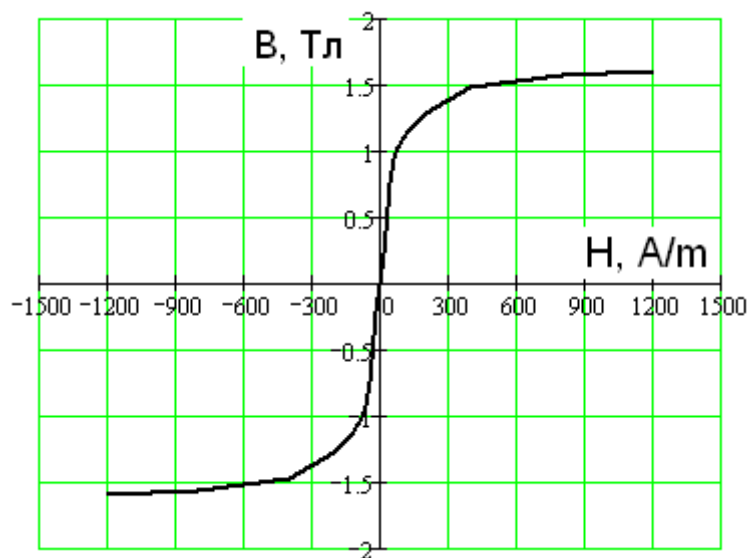


Рисунок 8.12 – Кривая намагничивания материала сердечника

Решение. Изобразим схему замещения и разметим на ней направление магнитных потоков.

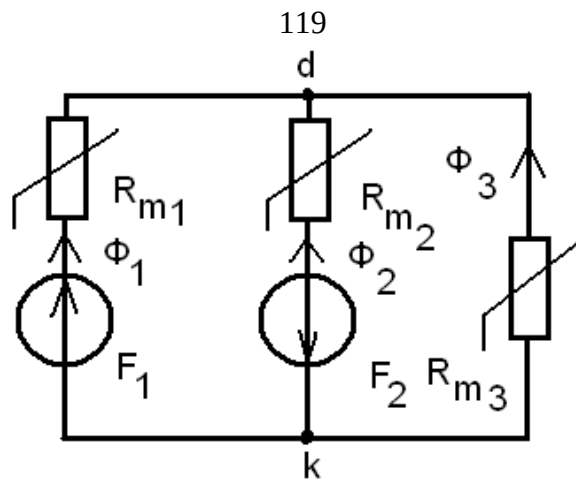


Рисунок 8.13 – Схема замещения магнитной цепи рис. 8.5

Проводим расчет методом двух узлов используя пакет MathCAD.

Введем данные по условию задачи и представим зависимость $B(H)$ в виде таблицы:

D :=	-1200	-1.6			
	-800	-1.57			
	-600	-1.53			
	-400	-1.47	I1 := 0.85	I2 := 0.33	I3 := 0.85
	-200	-1.28			
	-120	-1.14	s1 := 10 ⁻²	s2 := 2·10 ⁻²	s3 := 10 ⁻²
	-80	-1.02			
	-60	-0.93	w1 := 3000	w2 := 500	
	-40	-0.75			
	-20	-0.22	I1 := 0.1	I2 := 0.7	
	0	0			
	20	0.22			
	40	0.75			
	60	0.93			
	80	1.02			
	120	1.14			
	200	1.28			
	400	1.47			
	600	1.53			
	800	1.57			
	1200	1.6			

Выражаем магнитное напряжение между точками kd по трем ветвям цепи и находим магнитные потоки в стержнях:

$$\underline{H} := D^{(0)}$$

$$B := D^{(1)}$$

$$U1 := H \cdot l1 - I1 \cdot w1$$

$$\Phi1 := B \cdot s1$$

$$U2 := H \cdot l2 + I2 \cdot w2$$

$$\Phi2 := B \cdot s2$$

$$U3 := H \cdot l3$$

$$\Phi3 := B \cdot s3$$

Строим зависимости $\Phi_1(U_{kd})$, $\Phi_2(U_{kd})$, $\Phi_3(U_{kd})$, и по этим графическим зависимостям находим магнитное напряжение U_{kd} , при котором выполняется первый закон Кирхгофа для магнитной цепи $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$. Этому напряжению соответствуют магнитные потоки в стержнях Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 .

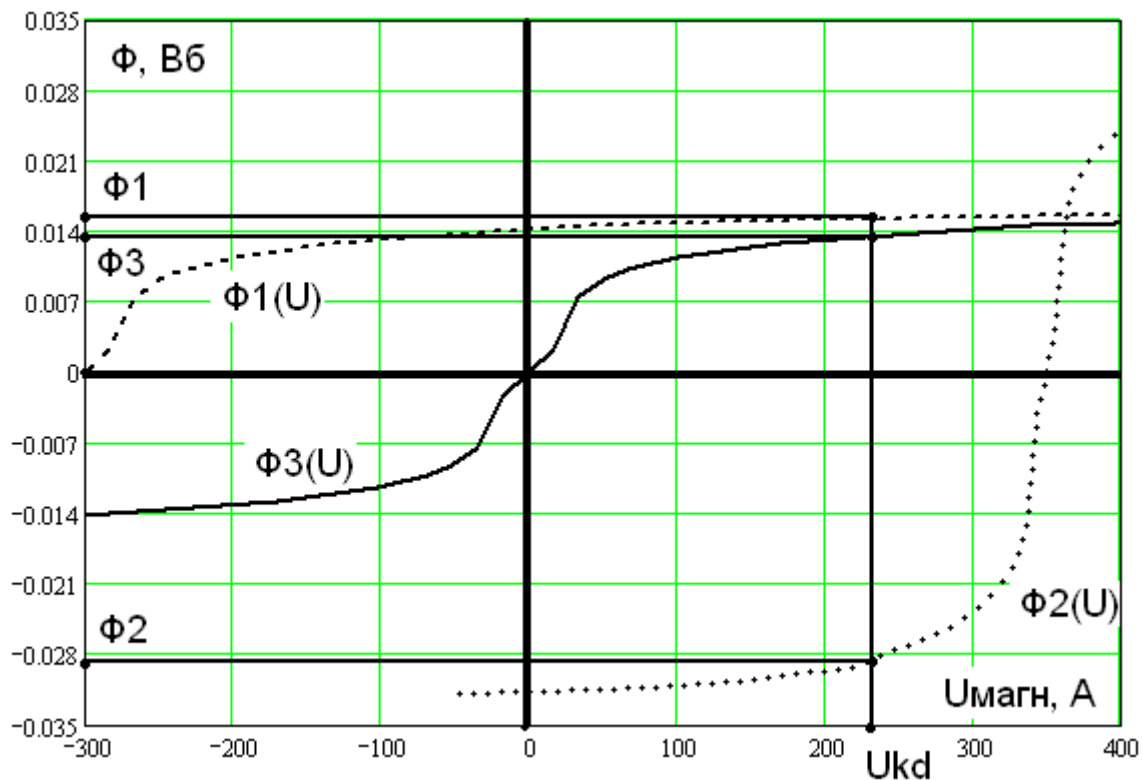


Рисунок 8.14 – Графический расчет магнитной цепи

Графический расчет дает значение магнитных потоков: $\Phi_1 = 0.0135 \text{ Vs}$, $\Phi_2 = -0.031 \text{ Vs}$, $\Phi_3 = 0.0175 \text{ Vs}$.

Выводы по занятию

В занятии представлены основные методы расчета нелинейных электрических и магнитных цепей.

Вопросы для самопроверки

- 1 Почему метод наложения неприменим к нелинейным цепям?
- 2 Какие параметры характеризуют нелинейный резистор?
- 3 Почему статическое сопротивление всегда больше нуля, а дифференциальное и динамическое могут иметь любой знак?
- 4 Какие методы используют для анализа нелинейных резистивных цепей постоянного тока?
- 5 Какая последовательность расчета графическим методом нелинейной цепи с последовательным соединением резисторов?
- 6 Какая последовательность расчета графическим методом нелинейной цепи с параллельным соединением резисторов?
- 7 Какой алгоритм анализа цепи со смешанным соединением нелинейных резисторов?
- 8 В чем сущность метода двух узлов?

Занятие 9. Классический метод анализа переходных процессов

План занятия

1. Возникновение переходных процессов и законы коммутации.
2. Переходный, установившийся и свободный процессы
3. Короткое замыкание RL -цепи и RC -цепи

1. Возникновение переходных процессов и законы коммутации.

В предыдущих главах рассматривались стационарные (установившиеся) режимы работы электрических цепей, при которых в результате относительно длительного действия источников электрической энергии устанавливаются постоянные или синусоидальные токи. Однако в ряде случаев необходимо исследовать неуставившиеся процессы, возникающие в электрических цепях вследствие коммутации. Электромагнитные процессы, возникающие в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому, называются переходными. Иногда значения токов или напряжений некоторых элементов цепи могут во много раз превышать номинальные

значения, на которые рассчитаны эти элементы. Для предотвращения выхода из строя этих элементов во многих случаях используют аппаратуру, автоматически защищающую электрическую цепь от перенапряжений и чрезмерного увеличения токов. При эксплуатации электротехнических устройств и выборе аппаратуры защиты необходимо знание максимальных значений токов и напряжений, возникающих в переходном режиме, и время, за которое они достигаются.

В электрических цепях могут происходить включения и отключения пассивных или активных элементов, короткие замыкания отдельных участков переключения. В результате таких изменений, называемых коммутациями, которые будем считать происходящими мгновенно, в цепи возникают переходящие процессы, заканчивающиеся спустя некоторое время после коммутации.

Основные методы анализа переходных процессов в линейных электрических цепях:

- классический метод, заключающийся в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитное состояние цепи;

- операторный метод, заключающийся в решении системы алгебраических уравнений относительно операторных изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам;

- метод расчета с помощью интеграла Дюамеля, используемый при сложной форме кривой возмущающего воздействия;

- частотный метод, основанный на преобразовании Фурье и находящий широкое применение при решении задач синтеза;

- метод переменных состояния, представляющий собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения системы дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши).

Начало отсчета времени переходного процесса ($t=0$) начинается с момента коммутации. Этот момент времени непосредственно перед коммутацией обозначим (0_-), а сразу после коммутации – (0_+).

Сформулируем два закона коммутации:

1. В индуктивном элементе ток (и магнитный поток) непосредственно после коммутации в момент, который называется моментом коммутации $t= (0_+)$ сохраняет свое значение, которые он имел непосредственно перед коммутацией, т.е. при $t=(0_-)$, и далее начинает изменяться именно с этого значения.

$i_L(0_-) = i_L(0) = i_L(0_+)$	
--------------------------------	--

Если для такой ветви допустить, что в момент коммутации ток изменится скачком, то напряжение на индуктивном элементе $u_L = L \frac{di}{dt}$ будет бесконечно большим, и в цепи в момент коммутации не будет выполняться второй закон Кирхгофа.

2. На емкостном элементе напряжение (и заряд) сохраняет в момент коммутации то значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией, и в дальнейшем изменяется, начиная именно с этого значения.

$u_c(0_-) = u_c(0) = u_c(0_+)$	
--------------------------------	--

Если допустить, что в момент коммутации напряжение на емкостном элементе изменяется скачком, то ток $i_c = C \frac{du}{dt}$ будет бесконечно большим, а в цепи не будет выполняться второй закон Кирхгофа.

С энергетической точки зрения невозможность мгновенного изменения тока i_L и напряжения u_c объясняется невозможностью скачкообразного изменения запасенной в индуктивном и емкостном элементах энергии (энергия магнитного поля $W_m = Li^2/2$, энергия электрического поля $W_s = Cu^2/2$). Скачкообразное изменение энергии требует бесконечно больших мощностей, что лишено физического смысла.

Классический метод расчета переходных процессов заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе. В общем случае при использовании классического метода по законам Ома и Кирхгофа составляются уравнения электромагнитного состояния цепи для мгновенных значений напряжений и токов, связанных между собой на отдельных элементах цепи. Рассмотрим переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами. В зависимости от порядка дифференциальных уравнений, описывающих исследуемую цепь, различают цепи первого, второго и более высокого порядка.

2. Переходный, установившийся и свободный процессы

Рассмотрим сначала некоторые общие вопросы расчета переходных процессов на простом примере – включение последовательно контура (rLC – цепи) к источнику ЭДС, которая изменяется во времени непрерывно и задана каким-либо аналитическим выражением. Запишем второй закон Кирхгофа для произвольного момента времени:

$ri + L \frac{di}{dt} + u_c = e,$	
-----------------------------------	--

где i – ток переходного процесса, который в дальнейшем будет называться переходным током или просто током. Напряжение на конденсаторе:

$u_c = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt,$	
---	--

Когда с переходным процессом можно уже не считаться, наступает принужденный режим. Иначе его называют установившимся. Когда наступает установившийся режим уравнение (9.3) принимает вид:

$ri_y + L \frac{di_y}{dt} + u_{cy} = e,$	
--	--

где i_y , u_{cy} – установившиеся величины тока и напряжения.

Вычитая уравнение (9.5) из уравнения (9.3) и обозначая

$i - i_y = i_{cв} ,$	
----------------------	--

Получим:

$ri_{cв} + L \frac{di_{cв}}{dt} + u_{Cсв} = 0 ,$	
--	--

или

$u_{rcв} + u_{Lсв} + u_{Cсв} = 0 ,$	
-------------------------------------	--

Разности токов и напряжений переходного процесса и принужденного режимов называют соответственно током и напряжением свободного процесса или просто свободными током и напряжением. Из уравнения (9.8) следует, что напряжения на всех элементах, создаваемые свободными составляющими токов, взаимно уравниваются.

Уравнение показывает, что процесс, происходящий в цепи, можно рассматривать состоящим из двух накладывающихся друг на друга процессов – установившегося и свободного, имеющего место только во время переходного процесса. Следовательно, во время переходного процесса все токи и напряжения могут быть разложены на слагаемые принужденного и свободного режимов:

$\left. \begin{aligned} i &= i_{cв} + i_y , & u_r &= u_{rcв} + u_{ry} \\ u_L &= u_{Lсв} + u_{Ly} , & u_C &= u_{Cсв} + u_{Cy} \end{aligned} \right\}$	
--	--

Конечно, физически существуют только переходные токи и напряжения, и разложение их на установившиеся и свободные составляющие является удобным математическим приемом. Он необходим для решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений, согласно которому общее решение таких уравнений равно сумме частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения.

Действительно, свободный ток представляет собой общее решение однородного дифференциального уравнения. Установившийся ток представляет собой частное решение неоднородного дифференциального

уравнения. Начнем изучение переходных процессов с изучения классического метода расчета. Этот метод заключается в интегрировании дифференциальных уравнений, связывающих токи и напряжения в цепи, в результате чего появляются постоянные, и в определении постоянных из начальных условий, вытекающих из законов коммутации.

Начальными условиями назовем значения переходных токов в индуктивных элементах и напряжений на емкостных элементах при $t=0$, т.е. те значения, которые в момент коммутации не изменяются скачками. Иногда эти условия называют еще независимыми начальными условиями.

3. Короткое замыкание RL -цепи и RC -цепи

Ветвь с сопротивлением и индуктивностью внезапно замыкается ключом накоротко.

Ток в катушке индуктивности до коммутации был постоянным и равным

$i(0_-) = i(0_+) = E / (R + r),$	
----------------------------------	--

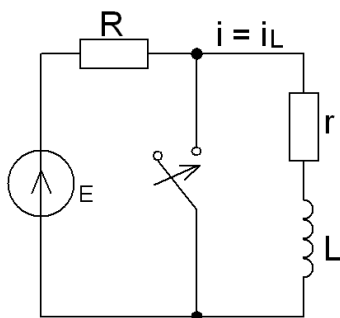


Рисунок 9.1– Короткое замыкание RL -цепи

Найдем закон изменения тока в катушке индуктивности после коммутации. Установившийся ток в катушке равен нулю. Следовательно, полный ток равен свободному току $i=i_{св}$. Свободный ток удовлетворяет однородному дифференциальному уравнению первого порядка:

$ri + L \frac{di}{dt} = 0,$	
-----------------------------	--

Общее решение этого уравнения записывается как:

$i = Ae^{-\frac{r}{L}t},$	
---------------------------	--

В A – постоянная интегрирования и $p = -r/L$ – корень характеристического уравнения

$r + pL = 0,$	
---------------	--

соответствующего однородному дифференциальному уравнению. При $t=0$ следует, что $i(0_-) = i(0_+) = A$ т.к. по первому закону коммутации $i_L(0_-) = i_L(0_+)$. То есть если $i = i_L$ имеем $i(0_-) = i(0_+)$, то $A = i_{св}(0_+) = E/(R+r)$.

Таким образом, закон изменения тока после коммутации:

$i = i_{св} = \frac{E}{R+r} e^{-(r/L)t} = \frac{E}{R+r} e^{-t/\tau},$	
---	--

Величина $\tau = L/r$, имеющая размерность времени, называется постоянной времени rL - цепи и может быть определена как время, в течение которого свободный ток уменьшается в e раз по сравнению со своим начальным значением $i_{св}(0_+)$. В самом деле:

$i_{св}(\tau) = i_{св}(0_+) e^{-1} = \frac{i_{св}(0_+)}{e} = \frac{A}{e},$	
--	--

Величина, обратная постоянной времени называется коэффициентом затухания rL -цепи:

$\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{r}{L},$	
--	--

Свободный ток затухает тем медленнее, чем больше постоянная времени, т.е. чем больше индуктивность L и чем меньше сопротивление r .

С энергетической точки зрения процесс короткого замыкания rL -цепи характеризуется тем, что вся энергия, запасенная до коммутации в магнитном поле катушки, в течение переходного процесса превращается на сопротивлении r в тепло. Если до короткого замыкания в катушке протекал переменный ток, то характер переходного процесса не изменится.

Короткое замыкание rC -цепи

Предположим, что конденсатор емкостью C был заряжен от источника постоянной ЭДС до напряжения $U_{(0-)}=E$, а затем замкнулся ключ, и конденсатор разряжается через регистр r (рисунок 9.2).

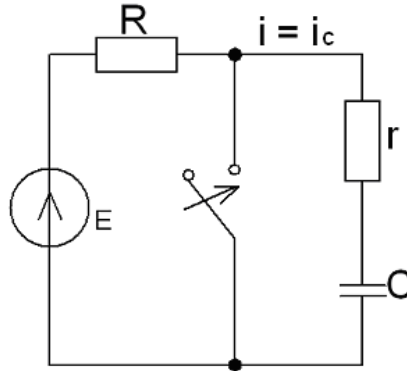


Рисунок 9.2 – Короткое замыкание rC -цепи

Установившееся напряжение на конденсаторе $U_{Cy}=0$ и установившийся ток $i_y=0$. Следовательно, полный ток и полное напряжение равны своим свободным составляющим. Примем положительные направления напряжения и тока на конденсаторе совпадающими и запишем:

$i = i_{cs} = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt},$	
---	--

Уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи после коммутации:

$ri + u_c = 0,$	
-----------------	--

С учетом того, что ток, протекающий через конденсатор, равен

$i = C \frac{du_c}{dt},$	
--------------------------	--

$rC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0,$	
---------------------------------	--

Это однородное уравнение первого порядка. Ему соответствует характеристическое уравнение:

$rCp + 1 = 0,$ которое имеет корень $p = -1/rC$	
---	--

Общее решение уравнения (45) ищется в виде:

$u_C = u_{C\text{св}} = Ae^{-t/rc} = Ae^{-t/\tau} = Ae^{-\alpha t}.$	
--	--

Величина $\tau = rC$, имеющая размерность времени, называется постоянной времени rC -цепи. Обратная ей величина $\alpha = 1/\tau = 1/rC$ называется коэффициентом затухания rC -цепи. Постоянная времени τ тем больше, чем больше емкость конденсатора и сопротивление. Следовательно, чем больше емкость C и сопротивление r , тем медленнее в цепи затухают свободные ток и напряжение и тем медленнее происходит разрядка конденсатора. Постоянную интегрирования A определим из начальных условий. Согласно второму закону коммутации:

$u_C(0) = u_{C\text{св}}(0) = A = U_o,$	
---	--

Для напряжения на конденсаторе получим:

$u_C = U_o e^{-t/\tau},$	
--------------------------	--

Ток через конденсатор:

$i = i_{\text{св}} = -\frac{u_C}{r} = -\frac{U_o}{r} e^{-t/\tau},$	
--	--

Кривые изменения тока и напряжения в цепи после коммутации приведены на рисунке 9.3.

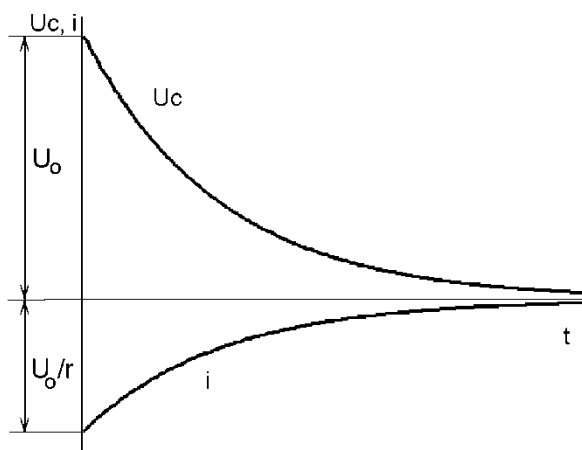


Рисунок 9.3 – Кривые изменения тока и напряжения при коротком замыкании rC -цепи

С энергетической точки зрения процесс короткого замыкания rC -цепи характеризуется переходом энергии, запасенной до коммутации в электрическом поле конденсатора, в тепло на резисторе.

Выводы по занятию

Переходные процессы хотя и длятся доли секунды, но являются опасными режимами, во время которых могут возникать броски напряжения и тока. Физически переходные процессы представляют собой процессы перехода цепи от одного энергетического состояния (в докоммутационном режиме) к другому энергетическому состоянию (в послекоммутационном режиме) и обусловлены несоответствием запаса энергии в магнитном и электрическом полях цепи до коммутации его значению для нового состояния цепи. Очевидно, что эти процессы не могут протекать мгновенно, так как невозможно мгновенное изменение энергии, запасенной в электромагнитном поле накопительных элементов электрической цепи. Общий подход к расчету переходных процессов в любой электрической цепи заключается в составлении с помощью законов Кирхгофа дифференциальных уравнений, решение которых может проводиться различными методами.

Вопросы для самоконтроля

1. Почему состояние электрической цепи не может измениться мгновенно?
2. Что такое коммутация?
3. Что такое идеальный ключ?
4. Почему ток в индуктивном элементе не может измениться скачкообразно?
5. Почему напряжение на ёмкостном элементе не может измениться скачкообразно?
6. Что такое начальные условия?

Занятие 10. Переходные процессы в цепях второго порядка

План занятия

1. Аперiodическая разрядка конденсатора
2. Периодическая разрядка конденсатора

3. Общий случай расчета переходных процессов классическим методом

1. Аперiodическая разрядка конденсатора

По второму закону Кирхгофа свободные напряжения на всех элементах неразветвленной цепи (рисунок 10.1) взаимно уравниваются. Поэтому в последовательном контуре при отсутствии источников, т.е. при $i=i_{св}$, $u_c = u_{ссв}$:

$r i + L \frac{di}{dt} + u_c = 0$	
-----------------------------------	--

где

$i = c \frac{du_c}{dt} = \frac{dq}{dt}$	
---	--

Подставляя значения тока из уравнения в уравнение после дифференцирования получаем для u_c дифференциальное уравнение второго порядка:

$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$	
---	--

Для заряда и тока можно получить аналогичные уравнения второго порядка. Для решения этих уравнений составим характеристическое уравнение, заменяя вторую производную на p^2 , первую – на p , саму величину – на единицу, константу – на 0.

$p^2 + \frac{r}{L} p + \frac{1}{LC} = 0$	
--	--

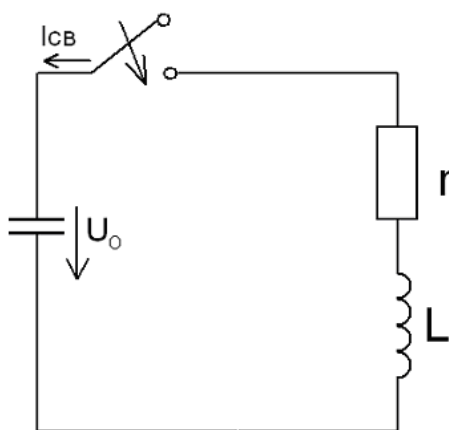


Рисунок 10.1 – Переходный процесс в RLC –цепи

Характер свободного процесса зависит только от параметров rLC –цепи, т.е. иначе от вида корней характеристического уравнения. Т.к. эти корни определяются равенством:

$p_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$	
--	--

то характер свободного процесса зависит от p_1 и p_2 .

Апериодической разрядкой конденсатора, заряженного до напряжения U_0 , через резистор и катушку индуктивности, называется разрядка, при которой напряжение на конденсаторе монотонно спадает от значения U_0 до 0, т.е. не происходит перезарядки конденсатора. Апериодическое решение однородного дифференциального уравнения, т.е. в рассматриваемом случае апериодический характер свободного процесса разрядки конденсатора имеет место, если корни характеристического уравнения действительны, т.е. если:

$\frac{r^2}{4L^2} = \frac{1}{LC} \quad \text{или} \quad r \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$	
---	--

Назовем критическим сопротивлением контура такое его наименьшее значение, при котором свободный процесс имеет еще апериодический характер:

$r_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}},$	
---------------------------------	--

Корни p_1 и p_2 действительные и различные, если выполняется неравенство $r > r_{кр}$. Общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка при различных корнях записывается в виде:

$u_{C\kappa\kappa} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$	
---	--

При условии $r > r_{кр}$ A_1 и A_2 действительные постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий, а p_1 и p_2 – действительные и различные корни характеристического уравнения. Заметим, что корни обязательно отрицательные, т.к. свободный процесс должен быть затухающим во времени.

$i_{\kappa\kappa} = C \frac{du_{C\kappa\kappa}}{dt} = C(A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t})$	
---	--

При разрядке конденсатора установившееся напряжение на нем и ток равны нулю, поэтому их переходные значения равны свободным $u_c = u_{C\kappa\kappa}$, $i = i_{\kappa\kappa}$.

Из начальных условий $u_c(0) = U_0$ и $i(0) = 0$ определим значения постоянных интегрирования. Подставив начальные условия в (69) и (70) получим:

$U_0 = A_1 + A_2, \quad 0 = A_1 p_1 + A_2 p_2$	
--	--

откуда

$A_1 = \frac{p_2 U_0}{(p_2 - p_1)}, \quad A_2 = -p_1 U_0 (p_2 - p_1)$	
---	--

При этих значениях постоянных интегрирования напряжение и ток:

$u_C = u_{C\kappa\kappa} = \frac{U_0}{p_2 - p_1} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t})$ $i = i_{\kappa\kappa} = \frac{C p_1 p_2 U_0}{p_2 - p_1} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$	
--	--

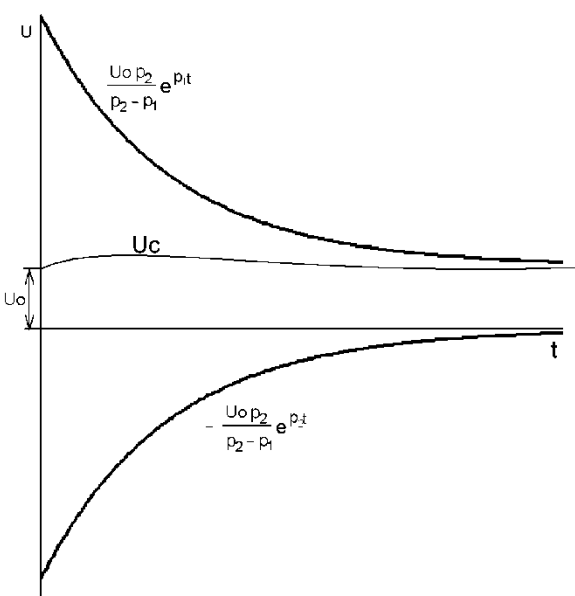
Т.к. произведение корней p_1 и p_2 характеристического уравнения равно его свободному члену, т.е. $p_1 p_2 = 1/LC$, то:

$i = \frac{U_0}{L(p_2 - p_1)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$	
--	--

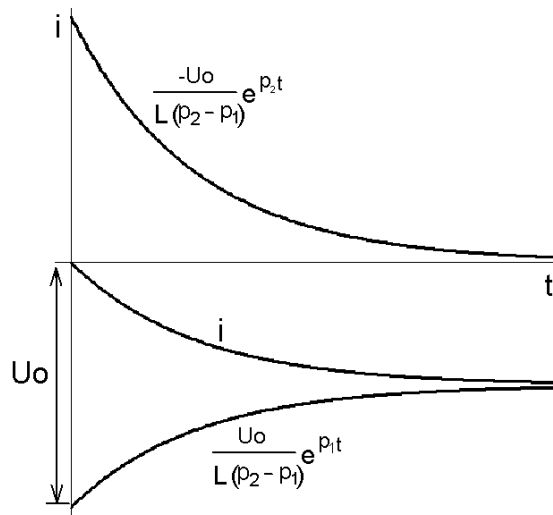
Ток и напряжение на элементах состоят из двух экспоненциальных составляющих, коэффициенты затухания которых равны (p_1) и (p_2) – рисунок 9.9. Напряжение на индуктивности найти самостоятельно.

Предельный случай аperiодической разрядки конденсатора

Предельный случай аperiодической разрядки конденсатора имеет место, если сопротивление контура $r=r_{кр}$, т.е. корни характерного уравнения действительные и равные



а)



б)

Рисунок 10.2 – Кривые напряжения а) и тока б) для переходного процесса в RLC –цепи при аperiодической разрядки конденсатора

$$p_1 = p_2 = p = -\frac{r}{2L}$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения дается в этом случае формулой:

$$u_{Cсв} = u_C = (A_1 + A_2 t) e^{pt}$$

Для свободного тока получим:

$i = i_{св} = C(A_2 + pA_1 + pA_2 t)e^{pt}$	
---	--

При начальных условиях $u_C(0)=U_0$ и $i(0)=0$ находим постоянные интегрирования $A_1=U_0$, $A_2=-pU_0$. Подставив значения A_1 и A_2 , получим напряжение на емкости и ток:

$u_C = U_0(1 - pt)e^{pt}, \quad i = -Cp^2 U_0 t e^{pt} = -\frac{U_0}{L} t e^{pt}$	
---	--

Кривые напряжения и тока – на самостоятельное рассмотрение.

2. Периодическая разрядка конденсатора

Разрядка будет периодической или колебательной, если сопротивление контура меньше критического: $r < r_{кр}$, т.е. корни характеристического уравнения комплексные и сопряженные. Обозначим через:

$\alpha = \frac{r}{2L}, \quad \omega_{св} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{4L^2}} = \frac{2\pi}{T_{св}}$	
---	--

Так что

$\sqrt{\alpha^2 + \omega_{св}^2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	
---	--

где $\omega_{св}$ – угловая частота; $T_{св}$ – период собственных или свободных колебаний контура. Для корней p_1 и p_2 получим:

$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{св}$	
--------------------------------------	--

Решение дифференциального уравнения при комплексных корнях его характеристического уравнения записывается в виде:

$U_C = U_0 e^{-\alpha t} [\cos(\omega_{св} t + \psi) + \dots]$	
--	--

Ток

$i = i_{св} = CA e^{-\alpha t} [-\alpha \sin(\omega_{св} t + \psi) + \omega_{св} \cos(\omega_{св} t + \psi)]$	
---	--

Так как переходные напряжения и ток по-прежнему равны их свободным значениям и начальные условия такие же, то получим:

$U_0 = A \sin \psi$ $0 = CA(-\alpha \sin \psi + \omega_{св} \cos \psi)$	
---	--

Из последних соотношений находим:

$A \cos \psi = \frac{\alpha}{\omega_{св}} U_0 \quad ; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\omega_{св}}{\alpha}$	
$A = \frac{U_0}{\omega_{св}} \sqrt{LC}$	
$\sin \psi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_{св}^2}}, \quad \cos \psi = \frac{\omega_{св}}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_{св}^2}}$	

Подставив значения A , $\sin \psi$ и $\cos \psi$ и обозначив для краткости:

$U_{Cm} = U_{Lm} = \frac{U_0}{\omega_{св}} \sqrt{LC} = \frac{U_0}{\sin \psi},$	(9.65)
$I_m = \frac{U_0}{\omega_{св} L}$	

Получим окончательные выражения:

$U_C = U_{Cm} e^{-\alpha t} \sin(\omega_{св} t + \psi)$	
$U_L = U_{Lm} e^{-\alpha t} \sin(\omega_{св} t - \psi)$	

Кривые изменения U_C и i даны на рисунке 9.10. Ток и напряжение представляются затухающими синусоидальными функциями с угловой частотой собственных колебаний контура $\omega_{св}$ и коэффициентом затухания α , причем как $\omega_{св}$, так и α определяются только параметрами контура r , L и C . Начальная фаза ψ зависит также только от параметров контура. Быстроту затухания рассматриваемых колебаний характеризуют отношением напряжений в моменты времени t и $t+T_{св}$. Это отношение называется декрементом колебания. Это постоянная величина, не зависящая от времени t , а зависящая лишь от параметров rLC -контура.

Сопротивление r оказывает существенное влияние на скорость затухания колебательной зарядки конденсатора. По мере увеличения сопротивления r уменьшается частота собственных колебаний $\omega_{св}$ и увеличивается $T_{св}$.

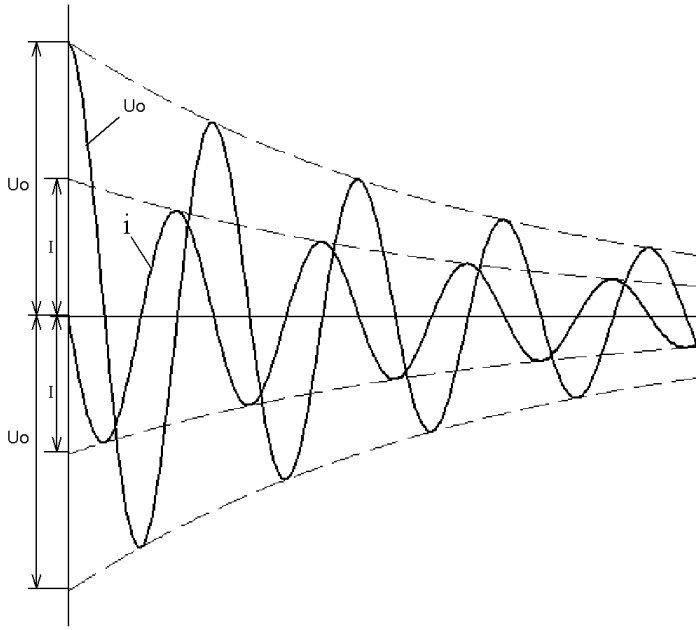


Рисунок 9.10 – Кривые напряжения и тока переходного процесса в RLC -цепи при периодической разрядки конденсатора

Включение rLC -цепи на постоянное напряжение

Условимся называть последовательный контур аperiodическим, если каждая из составляющих его свободного тока меняется по экспоненциальному закону.

Сравнивая включение аperiodического контура на постоянное напряжение U с аperiodической разрядкой конденсатора, заключаем, что установившийся ток по-прежнему равен 0, а установившееся напряжение равно U . Поэтому, в отличие от аperiodического, разряд конденсатора теперь $U_{св}(0) = -U$, т.е. знаки коэффициентов A_1 и A_2 изменяются на обратные. Переходные напряжение и ток определяются как:

$U_C = U + \frac{U_0}{p_1 - p_2} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t})$	(9.69)
---	--------

$i = \frac{U_0}{L(p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$	(9.70)
--	--------

Кривые – на самостоятельное рассмотрение.

Включение rLC –цепи на постоянное напряжение при $r = r_{кр}$ исследуется аналогично рассмотренному выше.

Сравнивая включение колебательного контур с колебательной разрядкой конденсатора, заключаем, что свободные напряжения и ток в рассматриваемом случае изменяются также, как и при колебательной разрядке конденсатора, только теперь $U_{св}(0) = -U$, и знак коэффициента A изменяется на обратный.

Также как и при колебательной разрядке конденсатора заслуживает внимания случай включения на постоянное напряжение идеального колебательного контура ($r = 0$). Поэтому для тока и напряжения на емкости имеем:

$U_c = U_0 - U_0 \cos \omega_0 t, \quad i = \frac{U_0}{\sqrt{LC}} \sin \omega_0 t$	
--	--

Ток и напряжение изменяются гармонически с частотой свободных колебаний $\omega_{св} = \omega_0$, при этом напряжение U_c колеблется в пределах от 0 до $2U$.

С энергетической точки зрения процесс включения rLC –цепи на постоянное напряжение интересен тем, что при любых r, L, C половина энергии, полученной от источника за время переходного процесса, перейдет в тепло, а другая половина запасается в электрическом поле конденсатора.

3. Общий случай расчета переходных процессов классическим методом

В предыдущих параграфах был дан анализ переходных процессов в неразветвленных цепях. Порядок расчета переходных процессов в разветвленных цепях рассмотрим на достаточно простом примере расчета тока i в цепи, чтобы нетрудно было проследить все этапы расчета.

1. Для цепи после коммутации (рисунок 9.11) составим систему дифференциальных уравнений по первому и второму закону Кирхгофа.

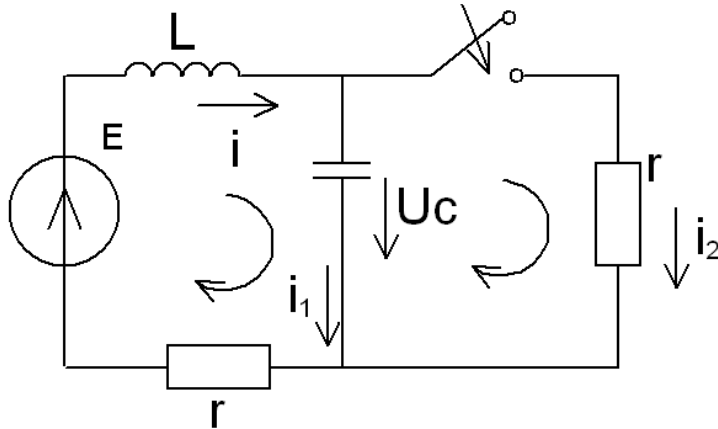


Рисунок 9.11 – Разветвленная схема для расчета переходных процессов

$$\begin{aligned} -i + i_1 + i_2 &= 0 \\ ri + L \frac{di}{dt} + Uc &= E \\ ri_2 - Uc &= 0 \end{aligned}$$

где

$$i_1 = C \frac{duc}{dt}, \quad Uc = \frac{1}{C} \int i_1 dt$$

После подстановки Uc и дифференцирования уравнений получаем систему уравнений для трех неизвестных токов:

$$\left. \begin{aligned} i + i_1 + i_2 &= 0 \\ -r \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i_1}{C} &= 0 \\ \frac{-i}{C} + r \frac{di_2}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

2. Независимые начальные условия – ток в индуктивном элементе $i_L(0_+)$ и напряжение на емкостном элементе $Uc(0_+)$ – неизвестны. Поэтому определим их из расчета режима цепи до коммутации с применением законов коммутации. Считая, что до коммутации в левом контуре был установившийся режим. При постоянной ЭДС E конденсатор был заряжен до напряжения $Uc=E$, т.е. $Uc(0)$.

$=U_c(0_+)=U_c(0)=E$, а ток был равен 0, т.е. $i(0_-)=i(0)=i(0_+)=0$. Это и есть независимые начальные условия.

3. Запишем искомую величину в виде суммы установившейся и свободной составляющих:

$i_1 = i_{1y} + i_{1ce}$	
--------------------------	--

4. Установившуюся составляющую найдем, рассчитав режим цепи постоянного тока (ЭДС в цепи постоянная) после коммутации. В установившемся режиме после коммутации ток протекает только по внешнему контуру, и $i_{1y} = 0$.

5. Составим характеристическое уравнение и найдем его корни.

Из системы трех уравнений (9.74) с тремя неизвестными i, i_1, i_2 можно записать характеристическое уравнение. Для определения корней можно составить главный определитель системы и приравнять его к 0.

$\Delta(p) = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ (rp + Lp^2) & \frac{1}{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} & rp \end{vmatrix} = 0$	
--	--

или

$rLp^3 + \left(\frac{L}{C} + r^2\right)p^2 + \frac{2r}{C}p = 0$	
---	--

Корень $p=0$ соответствует установившемуся режиму, который уже найден. Два других корня определяются из характеристического уравнения:

$LrCp^2 + (L + r^2C)p + 2r = 0$	
---------------------------------	--

Они могут быть действительные разные p_1 и p_2 , равные $p_1 = p_2$ или комплексные сопряженные $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{св}$ при $\alpha > 0$ (действительная часть корней не может быть положительной, т.к. переходные процессы затухают).

6. Запишем свободную составляющую тока, обращая внимание на вид корней

$i_1 = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad \text{или} \quad i_1 = A_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + A_2 e^{\alpha t} \sin \beta t$	(9.79)
--	--------

Далее для определения будем предполагать случай действительных разных корней.

7. Искомое решение с двумя постоянными интегрирования:

$i_1 = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$	(9.80)
---------------------------------------	--------

8. Для определения двух постоянных интегрирования запишем полученное решение и его производную для начального момента времени:

$\begin{aligned} i_1(0) &= A_1 + A_2 \\ \frac{di_1}{dt} /_0 &= p_1 A_1 + p_2 A_2 \end{aligned}$	(9.81)
---	--------

Это два алгебраических уравнения, из которых можно найти постоянные A_1 и

A_2 при известных значениях $i_1(0)$ и $\frac{di_1}{dt} /_0 = 0$.

Начальные значения тока $i_1(0)$ определим из системы дифференциальных уравнений цепи (9.72), записанной для момента $t=0$:

$\begin{aligned} -i(0) + i_1(0) + i_2(0) &= 0 \\ ri(0) + L \frac{di}{dt} /_0 + Uc(0) &= E \\ ri(0) - Uc(0) &= 0 \end{aligned}$	(9.82)
--	--------

В этой системе алгебраических уравнений с тремя токами, напряжением и производной тока две величины $i(0)$ и $Uc(0)$ были уже найдены с применением закона коммутации. Следовательно, остальные три величины $i_1(0)$, $i_2(0)$ и

$\frac{di_1}{dt} /_0$ можно вычислить. Для определения начального значения производной

$\frac{di_1}{dt} /_0 = 0$ дифференцируем систему уравнений Кирхгофа (95) и подставляем $t=0$.

$\frac{di}{dt}/_0 + \frac{di_1}{dt}/_0 + \frac{di_2}{dt}/_0 = 0$ $r \frac{di}{dt}/_0 + L \frac{d^2 i}{dt^2}/_0 + i_1(0)/C = 0$ $r \frac{di_2}{dt}/_0 - i_1(0)/C = 0$	(9.83)
--	--------

Это система трех уравнений с тремя неизвестными $\frac{di_1}{dt}/_0, \frac{di_2}{dt}/_0$ и $\frac{d^2 i}{dt^2}/_0$,

которые можно вычислить. В рассматриваемой задаче достаточно найти $\frac{di_1}{dt}/_0$.

При трех корнях характеристического уравнения потребовалось бы еще раз продифференцировать уравнение Кирхгофа для определения третьего начального значения – второй производной искомой величины.

9. После определения постоянных A_1 и A_2 остается подставить их в уравнение.

Система дифференциальных уравнений

Необходимое число уравнений, составляемых по первому и второму законам Кирхгофа, определяется также как и при расчете установившихся режимов в цепях постоянного и переменного токов. Характеристическое уравнение дифференциального уравнения первого порядка составляется алгебраизацией соответствующего однородного уравнения. Например, для дифференциального уравнения тока:

$\frac{a_n d^n i}{dt^n} + \frac{a_{n-1} d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + \dots + \frac{a_1 di}{dt} + a_0 = f(t)$	
--	--

Характеристическое уравнение:

$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$	
---	--

Имеет n корней, среди которых могут быть действительные и комплексно-сопряженные, различные и одинаковые. Степень n называется порядком цепи.

Для понижения порядка определителя, при помощи которого находятся корни характеристического уравнения, можно записать уравнения цепи контурными

токами. Характеристическим является также уравнение главного определителя системы, составленного методом узловых потенциалов.

Еще можно определитель записать сразу без составления дифференциальных уравнений. Это делается так: составляется комплексное входное сопротивление цепи для источника синусоидальной ЭДС. Источник ЭДС можно считать включенным в любую из ветвей цепи. После замены $j\omega$ оператором p получим:

$Z_{ex}(p) = r + pL + \frac{r(1/pC)}{r + 1/pC}$	
---	--

и, приравнявая его к 0, находим корни.

Число корней характеристического уравнения не может быть больше числа накопителей энергии в цепи после коммутации, т.е. числа ее индуктивных и емкостных элементов. Наличие индуктивных связей не увеличивает числа корней характеристического уравнения.

Корни характеристического уравнения определяются только топологией цепи после коммутации и значением ее параметров. В общем случае они одинаковы для любого из токов и напряжений в цепи.

Корни характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части. В цепях с зависимыми источниками, например, четырехполусниками – операционными усилителями с обратной связью возможно самовозбуждение. В этом случае характеристическое уравнение имеет хотя бы один корень с положительной действительной частью.

Выводы по занятию

Переход к колебательному переходному процессу от апериодического происходит при уменьшении сопротивления контура R как следствие замедления рассеяния энергии резистивным элементом цепи. В результате в контуре возникает периодический обмен энергией между полями аналогичный обмену при резонансе, но, в отличие от резонанса, где потери энергии в цепи восполнялись внешним источником, здесь процесс обмена сопровождается необратимым рассеянием и постепенным затуханием колебаний. Помимо затухания колебаний рассеяние энергии проявляется в их частоте $\omega_{св}$, которая

меньше резонансной частоты цепи ω_0 и приближается к ней по мере уменьшения δ . Теоретически частота колебаний будет равна резонансной при нулевом сопротивлении контура. В этом случае в цепи установится режим незатухающих колебаний при отсутствии внешнего источника энергии.

Вопросы для самопроверки

1. В какой форме ищут решение дифференциального уравнения, описывающего переходный процесс в цепи?
2. Что такое свободная составляющая решения?
3. Как получить характеристическое уравнение?
4. Какой вид имеют слагаемые свободной составляющей решения при различных корнях характеристического уравнения?
5. Как определяют постоянные интегрирования?

Занятие 11. Операторный метод расчета переходных процессов

План занятия

1. Общие понятия операторного метода расчета переходных процессов
2. Законы Кирхгофа в операторной форме
3. Эквивалентные операторные схемы

1. Общие понятия операторного метода расчета переходных процессов

Классический метод расчета переходных процессов требует в общем случае многократного решения систем дифференциальных уравнений для нахождения начальных значений функции и ее производных, что и представляет основную трудность расчета этим методом.

Так как дифференциальные уравнения переходных процессов в линейных цепях представляют собой линейные уравнения с постоянными коэффициентами, то их можно интегрировать также операторным методом, основанным на преобразовании Лапласа.

Сущность операторного метода заключается в том, что некоторой заданной однозначной функции $f(t)$, называемой оригиналом, удовлетворяющей

условиям Дирихле, и равной 0 при $t < 0$, сопоставляется другая функция $F(p)$ комплексного переменного $p = s + j\omega$, называемая изображением. Это сопоставление производится по формуле:

$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt,$	
---	--

которая представляет собой прямое преобразование Лапласа функции $f(t)$ и обозначается как:

$F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	
------------------------------	--

где $F(p)$ – называется Лапласовым изображением функции $f(t)$.

Обратно: если нужно по имеющемуся изображению $F(p)$ найти оригинал $f(t)$, то это выполняется при помощи обратного преобразования Лапласа:

$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p) e^{pt} dp$	
---	--

Уравнение (9.89) – это решение интегрального уравнения относительно $f(t)$ на комплексной плоскости. Интеграл обозначается еще как:

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(p)\}$	
-----------------------------------	--

Система интегро–дифференциальных уравнений относительно оригиналов заменяется системой алгебраических уравнений относительно их изображений. При решении полученной системы алгебраических уравнений определяются изображения искомых функций, а затем при помощи обратного преобразования Лапласа – оригиналов, т.е. искомые функции времени. Ряд таких функций и их изображений приведен в таблицах. Необходимость вычисления постоянных интегрирования по начальным условиям отпадает, поскольку все начальные условия учитываются при переходе от системы интегро–дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений. Часто изображение функции имеет вид рациональной дроби:

$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0}$	
---	--

при этом $m \leq n$, причем дробь $F_1(p)/F_2(p) = F(p)$ несократимая.

Оригинал $f(t)$ изображения можно найти по формуле, называемой теоремой разложения. Для случая действительных корней характеристического уравнения, которым в операторном методе является $F_2(p)=0$ теорема разложения записывается как:

$L^{-1} \left\{ \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \right\} = f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}$	
--	--

где p_k – простые корни характеристического уравнения, причем один из них может равняться 0.

Часто встречается другая форма записи разложения, применяющаяся в том случае, когда в составе знаменателя (9.91) есть множитель p , т.е. знаменатель имеет один нулевой корень. Получаем другую форму теоремы разложения:

$L^{-1} \left\{ \frac{F_1(p)}{p F_2(p)} \right\} = f(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} e^{p_k t}$	
--	--

Если корни комплексно–сопряженные, то формула разложения выглядит следующим образом:

$L^{-1} \left\{ \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \right\} = f(t) = 2 \operatorname{Re} \left[\sum \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} \right]$	
---	--

Если корни комплексно–сопряженные и в составе знаменателя есть множитель p , то формула разложения имеет вид:

$L^{-1} \left\{ \frac{F_1(p)}{p F_2(p)} \right\} = f(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[\sum \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t} \right]$	
---	--

2. Законы Кирхгофа в операторной форме

Рассмотрим rLC –цепь, которая была подключена к источнику ЭДС $e_1(t)$ и в момент $t=0$ переключается к источнику ЭДС $e(t)$ – рисунок 11.1. Дифференциальное уравнение цепи после коммутации:

$r i + L \frac{di}{dt} + U_{\text{св}} = e(t)$	
--	--

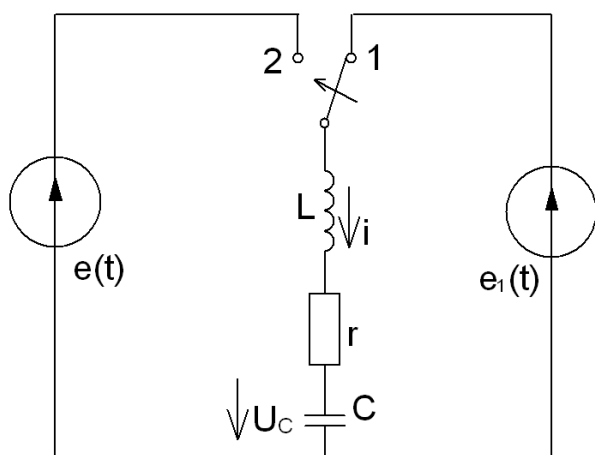


Рисунок 11.1 – Схема для расчета переходных процессов операторным методом

Где:

$$i = C \frac{du_C}{dt}; \quad u_C = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

Напряжение $u_C(0)$, а также ток $i(0)$, как и при расчете переходного процесса классическим методом, должны быть определены расчетом режима цепи до коммутации.

Перейдем в уравнении от оригиналов к изображениям. Получим алгебраическое уравнение:

$$rI(p) + L[pI(p) - i(0)] + \frac{u_C(0)}{p} + \frac{1}{C} \frac{I(p)}{p} = E(p)$$

где:

$$E(p) = \frac{e(t)}{p}, \quad i(0) = \frac{1}{L} \int_0^t e(t) dt$$

Из (121) определим ток:

$$I(p) = \frac{E(p) + Li(0) - \frac{u_C(0)}{p}}{r + Lp + \frac{1}{pC}}$$

Выражение, стоящее в знаменателе, назовем полным сопротивлением rLC -цепи в операторной форме или операторным сопротивлением.

$Z(p) = r + pL + \frac{1}{pC} = (LCp^2 + rCp + 1) / pC$	
---	--

Сопротивление rLC – цепи в операторной форме построено также как и комплексное сопротивление, если в нем заменить $j\omega$ через p . Величина, обратная операторному сопротивлению, называется операторной проводимостью:

$Y(p) = \frac{1}{Z(p)}$	
-------------------------	--

Операторная ЭДС цепи, стоящая в числителе, состоит не только из операторного изображения ЭДС источника, т.е. $E(p)$, но и еще из двух слагаемых, которые определяются начальными условиями, т.е. током в индуктивности $i(0_-) = i(0_+)$ и напряжением на конденсаторе $u_c(0_-) = u_c(0_+)$. Положительное направление ЭДС $Li(0)$ совпадает с положительным направлением тока в ветви, а направление ЭДС $u_c(0)/p$ противоположно направлению тока. При этом положительные направления тока и напряжения на конденсаторе совпадают.

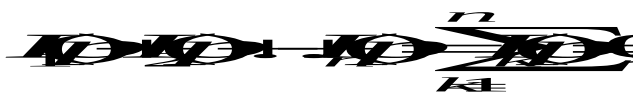
Особенно просто выглядит выражение (9.100) при нулевых начальных условиях, т.е. при $i(0)=0$ и $u_c(0)=0$:

$I(p) = \frac{E(p)}{Z(p)}$	
----------------------------	--

Оно аналогично закону Ома в комплексной форме. Для любого узла разветвленной цепи:

$\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dots + \dot{i}_n = 0$	
---	--

Поэтому, обозначив изображения токов $I_k(p) = \mathcal{L}[i_k(t)]$, получаем первый закон Кирхгофа в операторной форме:



причем некоторые из токов могут быть изображением токов источников тока.

Для любого замкнутого контура, состоящего из n ветвей:

$\sum_{k=1}^n r_k i_k + \sum_{k=1}^n L_k \frac{di_k}{dt} + \sum_{k=1}^n u_{Ck} = \sum_{k=1}^n e_k$	
--	--

Переходя к изображениям, получаем второй закон Кирхгофа в операторной форме:

$\sum_{k=1}^n r_k I_k(p) + \sum_{k=1}^n L_k [pI_k(p) - i_k(0)] + \sum_{k=1}^n \frac{U_{Ck}(0)}{p} + \sum_{k=1}^n \frac{I_k(p)}{c_k p} = \sum_{k=1}^n E_k(p)$	
--	--

что можно переписать:

$\sum_{k=1}^n Z_k(p) I_k(p) = \sum_{k=1}^n \left[E_k(p) + L_k i_k(0) - \frac{U_{Ck}(0)}{p} \right].$	
---	--

В последних выражениях $i_k(0)$ и $U_{Ck}(0)$ начальные значения токов в катушках индуктивности и напряжений на конденсаторах в соответствующих ветвях.

Особенно просто запишется второй закон Кирхгофа при нулевых начальных условиях, т.е. при $i_k(0)=0$ и $U_{Ck}(0)=0$:

$\sum_{k=1}^n Z_k(p) I_k(p) = \sum_{k=1}^n E_k(p).$	
---	--

Он полностью аналогичен второму закону Кирхгофа в комплексной форме.

Итак, закон Ома, первый и второй законы Кирхгофа в операторной форме аналогичны по форме записи тем же законам в комплексной форме. Нужно только иметь ввиду, что в каждой k -той ветви при ненулевых начальных условиях действуют не только внешняя ЭДС, но еще и внутренние ЭДС $L_k i_k(0)$ и $U_{Ck}(0)/p$ и что в качестве сопротивления ветви берется ее операторное сопротивление.

3. Эквивалентные операторные схемы

На рисунке 11.3 изображены операторные схемы замещения катушки индуктивности и конденсатора. Как видно из рисунка, эти схемы содержат внутренние ЭДС, причем в катушке ЭДС направлена по току, а в конденсаторе – против тока. При расчете переходного процесса операторным методом желательно сразу записать уравнения Кирхгофа в операторной форме, а также уравнения с применением методов расчета, которые основаны на уравнениях

Кирхгофа (контурные токи, узловые потенциалы и т.д.). Каждую из этих систем уравнений можно записать, составив для заданной цепи эквивалентную операторную схему. В каждой ветви с параметрами r , L и C должны быть при ненулевых начальных условиях учтены две дополнительные внутренние ЭДС $Li(0)$ и $Uc(0)/p$. Для расчета переходного процесса после коммутации в цепи, изображенной на рисунке 11.3 операторная схема приведена ниже. Для нее запишем:

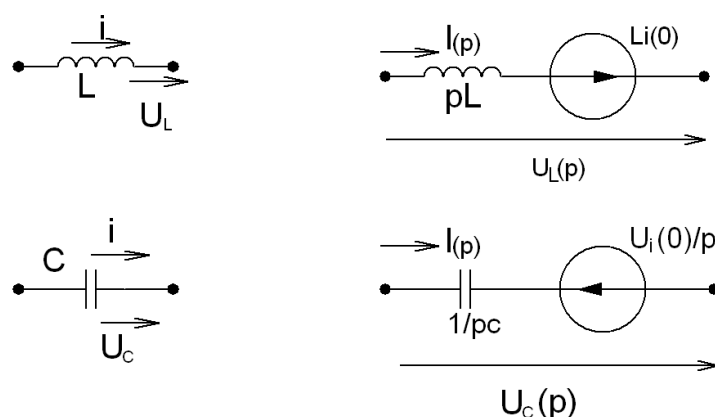


Рисунок 11.3 – Эквивалентные операторные схемы катушки индуктивности и конденсатора

$I(p) = \frac{E(p) + Li(0) - \frac{Uc(0)}{p}}{r + pL + \frac{1}{pC}}$	
---	--

После приведения операторной схемы замещения цепи (рисунок 11.4) необходимо любым из известных методов расчета (с применением законов Кирхгофа, контурными токами, узловыми потенциалами и т.д.) найти изображение искомой величины. Затем по таблицам или по формулам разложения перейти от изображения к оригиналу.

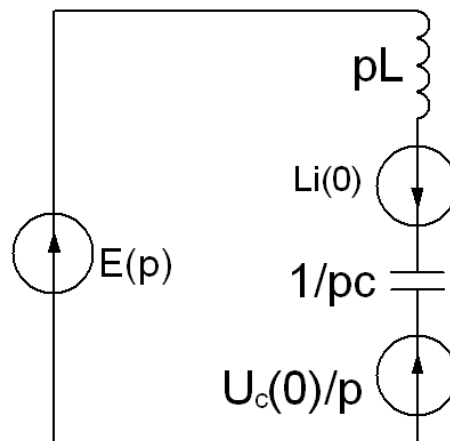


Рисунок 11.4 – Операторная схема замещения цепи

Выводы по занятию

В основе операторного метода лежит замена действительной функции времени (оригинала) операторным изображением. Задача решается относительно изображений, а затем от полученного операторного изображения искомой величины переходят к оригиналу.

Вопросы для самопроверки

1. Охарактеризуйте этапы расчета операторным методом. Что означает прямое и обратное преобразование Лапласа?
2. В чем особенности расчета переходных процессов операторным методом при синусоидальном источнике?
3. Охарактеризуйте особенности расчета с ненулевыми начальными условиями.
5. Запишите известные Вам соотношения между $f(t)$ и $F(p)$ а также теоремы операторного метода и предельное соотношение.
6. Почему p называют комплексной величиной?
7. Приведите примеры преобразования элементов реальной схемы в эквивалентные элементы операторной схемы

Занятие 12. Трансформаторы

План занятия.

1. Назначение, устройство и принцип действия трансформаторов.
2. Режимы работы трансформатора.

1. Назначение, устройство и принцип действия трансформаторов.

Трансформатор представляет собой статическое электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения той же частоты.

Трансформаторы можно классифицировать по различным признакам:

- по назначению: силовые (служат для преобразования энергии переменного тока в электрических сетях энергетических систем), и трансформаторы спец. назначения: выпрямительные, сварочные, измерительные и др.;
 - по количеству фаз: однофазные и трехфазные (трансформаторы с другим числом фаз используются в специальных устройствах);
 - по числу обмоток: двухобмоточный, трехобмоточный и многообмоточный.
- Трансформатор с одной первичной и с одной вторичной обмоткой называется двухобмоточным. Трансформаторы с несколькими первичными или вторичными обмотками называются многообмоточными.

В простейшем случае (рисунок 12.1) трансформатор имеет одну первичную обмотку 1, к которой подводится электрическая энергия, и одну вторичную обмотку 2, от которой энергия отводится к потребителю (нагрузке).

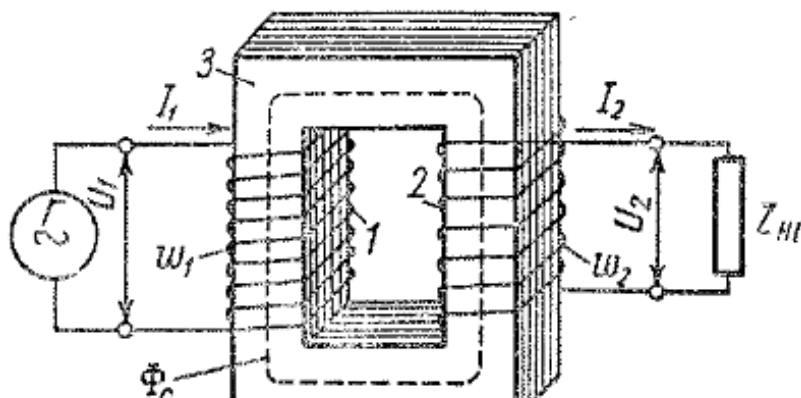


Рисунок 12.1 – Схема двухобмоточного трансформатора

Передача энергии из одной обмотки в другую производится путем электромагнитной индукции. Для усиления электромагнитной связи между

обмотками последние обычно располагаются па замкнутом ферромагнитном магнитопроводе 3.

При подключении первичной обмотки трансформатора к сети с синусоидальным напряжением U_1 , в обмотке возникает ток I_1 , который создает синусоидально изменяющийся магнитный поток Φ , замыкающийся по магнитопроводу. Поток Φ индуцирует ЭДС как в первичной, так и во вторичной обмотке. При подключении ко вторичной обмотке нагрузки в этой обмотке возникает вторичный ток I_2 и на ее зажимах устанавливается некоторое напряжение U_2 . Током обеих обмоток создается результирующий магнитный поток магнитопровода Φ_C .

Электрические соотношения в идеальном трансформаторе.

Идеальным называют такой трансформатор, в котором:

1) отсутствуют потери энергии (сопротивления обмоток и потери в стали магнитопровода равны нулю);

2) магнитная проницаемость стали магнитопровода $\mu_C = \infty$ и в листах стали магнитопровода нет разъемов и стыков;

3) все линии магнитной индукции проходят целиком по магнитопроводу и каждая линия сцепляется со всеми витками первичной и вторичной обмоток.

Для ЭДС первичной и вторичной обмоток такого трансформатора при синусоидальных переменных потоках справедливы следующие соотношения:

$$e_1 = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -w_1 \cdot \frac{d}{dt}(\Phi_C \cdot \sin(\omega \cdot t)) = -\omega \cdot w_1 \cdot \Phi_C \cdot \cos(\omega \cdot t),$$

$$e_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -w_2 \cdot \frac{d}{dt}(\Phi_C \cdot \sin(\omega \cdot t)) = -\omega \cdot w_2 \cdot \Phi_C \cdot \cos(\omega \cdot t),$$

где Ψ_1 , Ψ_2 – потокосцепление первичной и вторичной обмотки, соответственно;

w_1 , w_2 – число витков в первичной и вторичной обмотке, соответственно;

Φ_C – амплитуда магнитного потока в сердечнике.

Действующие значения этих ЭДС:

$$E_1 = \frac{\omega \cdot w_1 \cdot \Phi_C}{\sqrt{2}} = \pi \sqrt{2} f \cdot w_1 \cdot \Phi_C = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot \Phi_C,$$

$$E_2 = \frac{\omega \cdot w_2 \cdot \Phi_C}{\sqrt{2}} = \pi \sqrt{2} f \cdot w_2 \cdot \Phi_C = 4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot \Phi_C.$$

Так как в идеальном трансформаторе падения напряжения отсутствуют, то можно считать, что

$$U_1 = E_1, U_2 = E_2.$$

Тогда

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

Соотношение $\frac{w_1}{w_2} = k$ называется коэффициентом трансформации трансформатора.

2. Режимы работы трансформатора.

Схема замещения реального двухобмоточного трансформатора с учетом магнитных потерь представлена на рисунке 12.2.

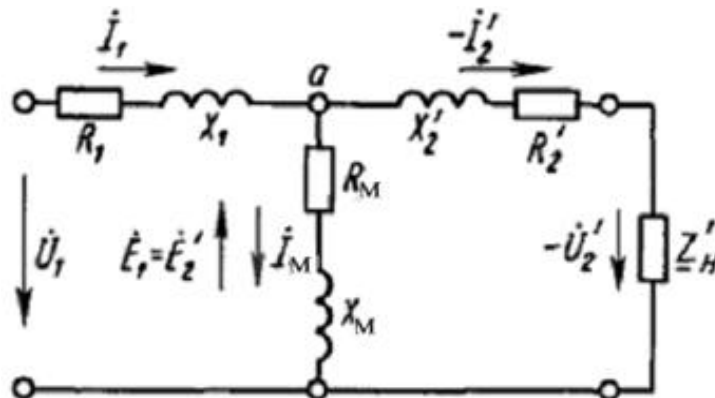


Рисунок 12.2 – Схема замещения двухобмоточного трансформатора с учетом магнитных потерь

На рисунке 12.2 приняты следующие обозначения: R_1 , X_1 – активное и индуктивное сопротивление первичной обмотки; R_2' , X_2' – активное и индуктивное сопротивление вторичной обмотки, приведенное к первичной; R_M , X_M – активное и индуктивное сопротивление ветви намагничивания; $\dot{U}_1$ –

первичное напряжение; $\dot{U}'_2$ – вторичное напряжение, приведенное к первичному; $\dot{I}_1$, $\dot{I}'_2$, $\dot{I}_M$ – токи в соответствующих ветвях.

В связи с тем, что у первичной и вторичной обмоток трансформатора неодинаковое количество витков (т.е. $k \neq 1$), первичные и вторичные напряжения, токи и сопротивления имеют различный порядок. Следовательно, для развязки магнитной связи и возможности совместного решения уравнений, описывающих работу трансформатора, параметры вторичной обмотки должны быть приведены к первичной обмотке. Для этого вторичное напряжение и ЭДС следует умножить на коэффициент трансформации, вторичный ток разделить на коэффициент трансформации, а вторичное сопротивление умножить на квадрат коэффициента трансформации:

$$E'_2 = k \cdot E_2 = E_1, \quad U'_2 = k \cdot U_2, \quad I'_2 = I_2 / k, \quad R'_2 = k^2 \cdot R_2, \quad X'_2 = k^2 \cdot X_2.$$

Представленная схема замещения трансформатора описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = R_1 \cdot \dot{I}_1 + j \cdot X_1 \cdot \dot{I}_1 + \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_M; \\ -\dot{U}'_2 = R'_2 \cdot \dot{I}'_2 + j \cdot X'_2 \cdot \dot{I}'_2 + \underline{Z}_M \cdot \dot{I}_M; \\ \dot{I}_M = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2. \end{cases}$$

Учитывая, что $\underline{Z}_M \cdot \dot{I}_M = -\dot{E}_1$, система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = R_1 \cdot \dot{I}_1 + j \cdot X_1 \cdot \dot{I}_1 - \dot{E}_1; \\ \dot{U}'_2 = \dot{E}_1 - R'_2 \cdot \dot{I}'_2 - j \cdot X'_2 \cdot \dot{I}'_2; \\ \dot{I}_M = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2. \end{cases}$$

Соответствующие векторные диаграммы при различных типах нагрузки представлены на рисунке 12.3. Построение векторной диаграммы следует начинать с вектора магнитного потока в сердечнике $\dot{\Phi}_C$. Его направление задается произвольно. ЭДС $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$ отстает от магнитного потока на 90° . Ток намагничивания $\dot{I}_M$ опережает поток в магнитопроводе на некоторый небольшой угол γ . Отобразим на векторной диаграмме сначала второе уравнение из системы. При активно-индуктивной нагрузке (рисунок 12.3 а) ток $\dot{I}'_2$ отстает от вектора $\dot{E}'_2$ (а, следовательно, и от вектора $\dot{E}_1$) на некоторый угол

ψ_2 . Вычитая из $\dot{E}_1$ (согласно второго уравнения из системы падение напряжения $j \cdot X'_2 \cdot \dot{I}'_2$ и $R'_2 \cdot \dot{I}'$ получим вектор вторичного напряжения $\dot{U}'_2$.

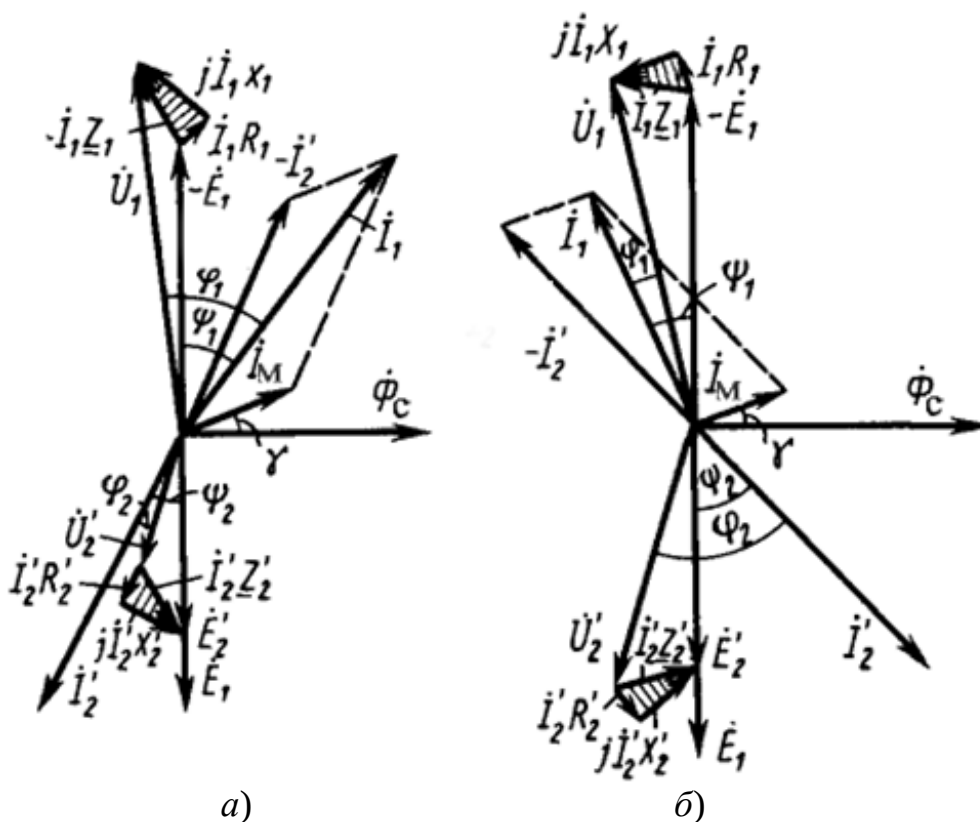


Рисунок 123.3 – Векторные диаграммы трансформатора при активно-индуктивной (а) и активно-емкостной (б) нагрузках

Отобразим на векторной диаграмме третье уравнение из системы. Прибавив к $\dot{I}_M$, направление которого было задано выше, вектор $(-\dot{I}'_2)$, получим вектор первичного тока ($\dot{I}_1$).

Теперь вернемся к первому уравнению. Для получения вектора первичного напряжения $\dot{U}_1$ необходимо построить вектор $-\dot{E}_1$, прибавить к нему падения напряжения $R_1\dot{I}_1$ и $jX_1\dot{I}_1$.

Построение векторной диаграммы с активно-емкостной нагрузкой осуществляется аналогичным образом, изменяется лишь направление тока $\dot{I}'_2$: он опережает вектор $\dot{E}'_2$ на некоторый угол ψ_2 .

Параметры схемы замещения трансформатора можно определить по опытам холостого хода и короткого замыкания.

При опыте *холостого хода* к первичной обмотке с помощью регулятора напряжения (РН) подводят номинальное напряжение $U_0 = U_{\text{ном}}$, а ко вторичной – вольтметр (рисунок 12.4).

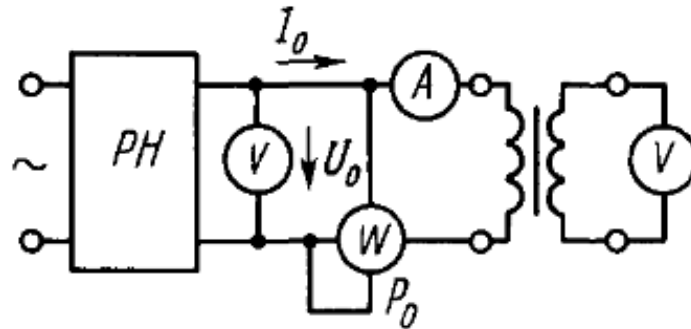


Рисунок 12.4 – Схема исследования трансформатора в режиме холостого хода

Измерив ток холостого хода I_0 и мощность P_0 можно рассчитать сопротивления:

$$Z_0 = \frac{U_0}{I_0}, R_0 = \frac{P_0}{I_0^2}, X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2},$$

а также коэффициент трансформации

$$k = \frac{U_{10}}{U_{20}}$$

и коэффициент мощности холостого хода

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_0 \cdot I_0}.$$

Схема замещение трансформатора (рисунок 9.2) в режиме холостого хода приводится к виду, представленному на рисунке 12.5.

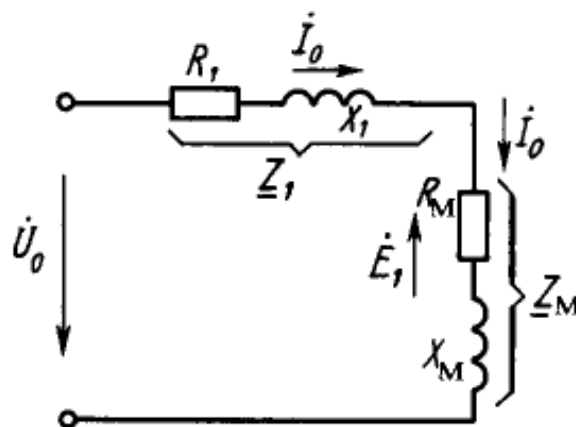


Рисунок 12.5 – Схема замещения трансформатора в режиме холостого хода

При холостом ходе справедливы следующие соотношения:

$$Z_0 = Z_1 + Z_M; R_0 = R_1 + R_M; X_0 = X_1 + X_M.$$

Учитывая, что в силовых трансформаторах R_1 и X_1 во много раз меньше R_M и X_M , можно сказать, что

$$Z_0 \approx Z_M; R_0 \approx R_M; X_0 \approx X_M.$$

По этой же причине мощность холостого хода трансформатора равна магнитным потерям в магнитопроводе. Эти потери также называют потерями в стали трансформатора.

Уравнение, описывающее схему замещения трансформатора в режиме холостого хода, имеет вид:

$$\dot{U}_0 = R_1 \cdot \dot{I}_0 + j \cdot X_1 \cdot \dot{I}_0 + Z_M \cdot \dot{I}_0 = R_1 \cdot \dot{I}_0 + j \cdot X_1 \cdot \dot{I}_0 + (-\dot{E}_1).$$

Построим соответствующую векторную диаграмму (рисунок 9.6).

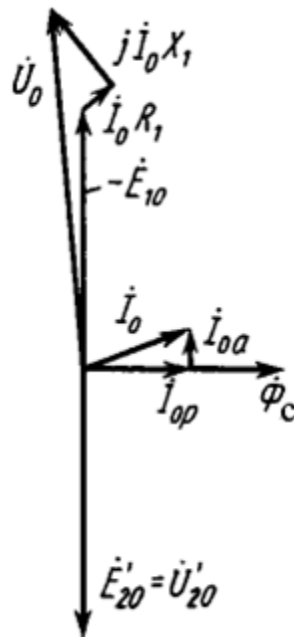


Рисунок 12.6 – Векторная диаграмма трансформатора в режиме холостого хода

Построение необходимо начинать аналогично режиму работы под нагрузкой. Зададим направление вектора магнитного потока в сердечнике $\dot{\Phi}_C$ (направим по оси мнимых чисел). ЭДС $\dot{E}_{10} = \dot{E}'_{20}$ отстает от магнитного потока на 90° . Ток намагничивания (в данном режиме $\dot{I}_0$) опережает поток в магнитопроводе на некоторый небольшой угол. Отложим на комплексной

плоскости вектор $(-\dot{E}_{10})$, к которому затем последовательно прибавим векторы $\dot{I}_0 \cdot R_1$ и $j \cdot \dot{I}_0 \cdot X_1$. Соединив начало координат и конец последнего вектора, получим искомый вектор $\dot{U}_0$.

Следует отметить, что падения напряжения $\dot{I}_0 \cdot R_1$ и $j \cdot \dot{I}_0 \cdot X_1$ увеличены во много раз для ясности построения. На самом деле т.к. $Z_1 \ll Z_M$, можно считать с большой точностью $\dot{U}_0 \approx -\dot{E}_{10}$.

В опыте *короткого замыкания* вторичные обмотки замыкаются накоротко, а к первичным обмоткам во избежание перегрева и повреждения трансформатора подводится пониженное напряжение с таким расчетом, чтобы по обмоткам проходил номинальный ток (рисунок 12.7).

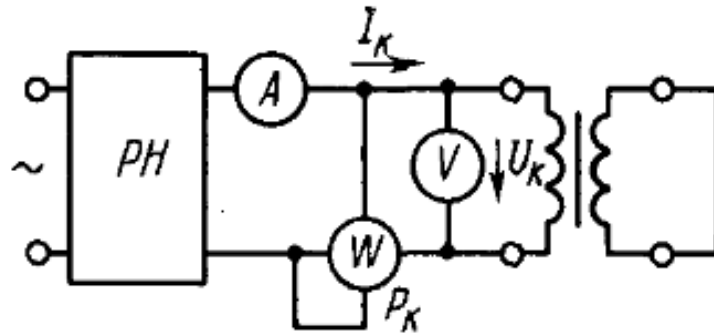


Рисунок 12.7 – Схема исследования трансформатора в режиме короткого замыкания

Полное Z_K , активное R_K и реактивное X_K сопротивления короткого замыкания рассчитываются по формулам, аналогичным для случая холостого хода.

$$Z_K = \frac{U_K}{I_K}, R_K = \frac{P_K}{I_K^2}, X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}.$$

Согласно схеме замещения (рисунок 5.2):

$$Z_K = Z_1 + \frac{Z_M \cdot Z'_2}{Z_M + Z'_2}.$$

Так как Z_M во много раз больше Z'_2 , то в знаменателе Z'_2 можно пренебречь, тогда

$$Z_K = Z_1 + Z'_2; R_K = R_1 + R'_2; X_K = X_1 + X'_2.$$

Обычно принимают

$$Z_1 = Z_2' = 0,5 \cdot Z_K; R_1 = R_2' = 0,5 \cdot R_K; X_1 = X_2' = 0,5 \cdot X_K. \quad (6.18)$$

Таким образом, в режиме короткого замыкания мощность расходуется на электрические потери в обмотках трансформатора. Эти потери также называют потерями в меди трансформатора.

Учитывая схему замещения трансформатора (рисунок 9.2) в режиме короткого замыкания можно привести к виду, представленному на рисунке 9.8.

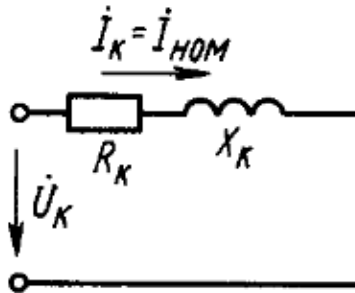


Рисунок 12.8 – Схема замещения трансформатора в режиме короткого замыкания

Построим соответствующую векторную диаграмму (рисунок 12.9).

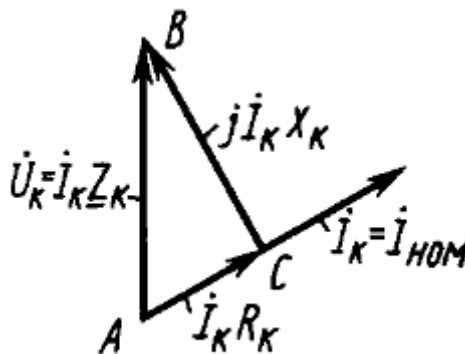


Рисунок 12.9 – Векторная диаграмма трансформатора в режиме короткого замыкания

Согласно схемы замещения (рисунок 12.8) уравнение напряжения в режиме короткого замыкания имеет вид:

$$\dot{U}_K = R_K \cdot \dot{I}_K + j \cdot X_K \cdot \dot{I}_K.$$

Для построения векторной диаграммы зададимся направлением тока $\dot{I}_K = \dot{I}_{\text{ном}}$. Отложим последовательно на комплексной плоскости вектор $R_K \cdot \dot{I}_K$ и $j \cdot X_K \cdot \dot{I}_K$. Их сумма даст искомый вектор $\dot{U}_K$.

Полные потери мощности в трансформаторе при номинальной нагрузке:

$$\Delta P = P_0 + P_K.$$

При режиме, отличном от номинального, следует учитывать коэффициент загрузки трансформатора, влияющий на электрические потери:

$$k_3 = \frac{I_2}{I_{2\text{ном}}},$$

где $I_{2\text{ном}}$ – номинальный ток вторичной обмотки.

Под *номинальным* следует понимать такой режим работы трансформатора, при котором основные параметры (мощность, напряжение, ток) соответствуют величинам, на которые он рассчитан по условиям нагревания и безаварийной работы в течение установленного срока службы. В номинальном режиме трансформатор имеет наибольший коэффициент полезного действия и не перегревается. Трансформаторы могут работать и при ненормальных условиях. Обычно, при нагрузке меньше номинальной, КПД и коэффициент мощности меньше номинальных. При нагрузках больше номинальных появляется опасность перегрева обмоток, что может привести к преждевременному выходу из строя их изоляции.

Номинальный ток первичной обмотки может быть определен по формуле:

$$I_{1\text{ном}} = \frac{S_{1\text{ном}}}{\sqrt{3} \cdot U_{1\text{ном}}}$$

где $S_{1\text{ном}}$, $U_{1\text{ном}}$ – номинальные мощность и напряжение первичной обмотки трансформатора.

Потери мощности трансформатора при любом режиме будут определяться по формуле:

$$\Delta P = P_0 + k_3^2 \cdot P_K.$$

Мощность, передаваемая потребителям P_2 , равна мощности, потребляемой трансформатором из сети P_1 за вычетом потерь ΔP :

$$P_2 = P_1 - \Delta P = P_1 - P_0 - k_3^2 \cdot P_K.$$

Тогда коэффициент полезного действия трансформатора равен:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{P_2}{P_2 + P_0 + k_3^2 \cdot P_K} \cdot 100\%.$$

Трансформаторы относят к статическим не имеющим вращающихся деталей электрическим машинам переменного тока. Основными параметрами силовых трансформаторов используемых при разработке систем электроснабжения являются: полная номинальная мощность $S_{1\text{ном}}$, номинальное напряжение первичной $U_{1\text{ном}}$ и вторичной $U_{2\text{ном}}$ обмотки.

Выводы по занятию

Для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения той же частоты используют трансформатор. Параметры схемы замещения трансформатора, а также потери мощности в нем можно определить из опытов холостого хода и короткого замыкания. В идеальном трансформаторе КПД равен 100%. Снижение КПД реальных трансформаторов обусловлено наличием потерь в стали и в меди.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение трансформатора.
2. Какие типы трансформаторов вы знаете?
3. Поясните принцип действия трансформатора.
4. Что такое идеализированный трансформатор?
5. Что такое коэффициент трансформации трансформатора?
6. Может ли трансформатор работать от постоянного напряжения?

Поясните ответ.

7. Какие режимы работы трансформатора вы знаете?
8. Какие параметры трансформатора определяются из режимов холостого хода и короткого замыкания?
9. Какие потери мощности в трансформаторах вы знаете? Как их можно определить опытным путем?
10. Что такое коэффициент загрузки трансформатора?

11. Как определить КПД трансформатора?

Занятие 13. Электрические машины постоянного тока

План занятия.

1. Устройство и принцип действия машины постоянного тока.
2. Генераторы и двигатели постоянного тока независимого возбуждения.

1. Устройство и принцип действия машины постоянного тока.

Устройство и принцип действия машины постоянного тока (МПТ). На рисунке 13.1 представлено устройство простейшей машины постоянного тока.

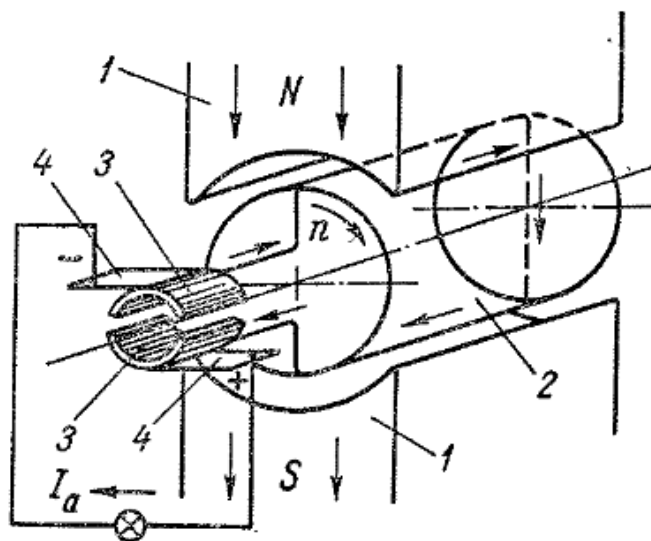


Рисунок 13.1 – Устройство простейшей машины постоянного тока

Ее неподвижная часть называется индуктором и состоит из стального ярма и прикрепленных к нему полюсов. Индуктор предназначен для создания основного магнитного потока. Индуктор, изображенный на рисунке 10.1 простейшей машины имеет два полюса 1. Вращающаяся часть называется ротором и состоит из цилиндрического якоря 2 и коллектора 3, укрепленных на валу машины. Сердечник якоря набирается из листов электротехнической стали, сажаемых непосредственно на вал. На внешней поверхности якоря расположены пазы, в которые укладываются катушки обмотки якоря. К концам витка обмотки крепятся медные пластины, изолированные от вала. Совокупность пластин образует кольцо, называемое коллектором. Для отвода/подвода тока к вращающемуся коллектору на него нажимают две неподвижные щетки 4, соединяющие обмотку якоря с внешней цепью.

Для создания основного магнитного потока в машинах постоянного тока предназначена обмотка возбуждения. Катушки обмотки возбуждения располагаются на сердечниках главных полюсов (рисунок 13.2) и питаются постоянным током. Главные полюса состоят из ферромагнитного сердечника и расширенной части – полюсного наконечника, часто называемого «башмаком».

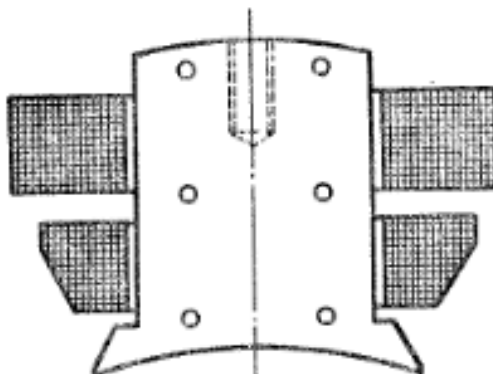


Рисунок 13.2 – Главный полюс машины постоянного тока

Для лучшего охлаждения обмотки возбуждения ее обычно разбивают на 2–4 катушки. Магнитный поток проходит от северного полюса N через якорь к южному полюсу S и от него через ярмо снова к северному полюсу.

Число главных полюсов всегда четное, северный полюс чередуется с южным. Для этого последовательно соединяются катушки соответствующих полюсов.

Для улучшения процесса токосъема с коллектора в машинах большой мощностью устанавливаются дополнительные полюсы. Они располагаются между главными полюсами и крепятся болтами к ярму. Для изготовления сердечников дополнительных полюсов обычно применяют конструкционную сталь, ярмо выполняется из стали.

Генераторы постоянного тока широко используются в промышленности, транспорте (для питания электроприводов с широким регулированием скорости вращения).

Для МПТ справедлив принцип обратимости: каждая МПТ может работать как в режиме генератора, так и в режиме двигателя.

Режим генератора. Если вращать якорь машины по часовой стрелке, в проводниках его обмотки будет индуцироваться ЭДС, называемая ЭДС

вращения. Для определения ее направления используется правило правой руки (рисунок 13.3 а).

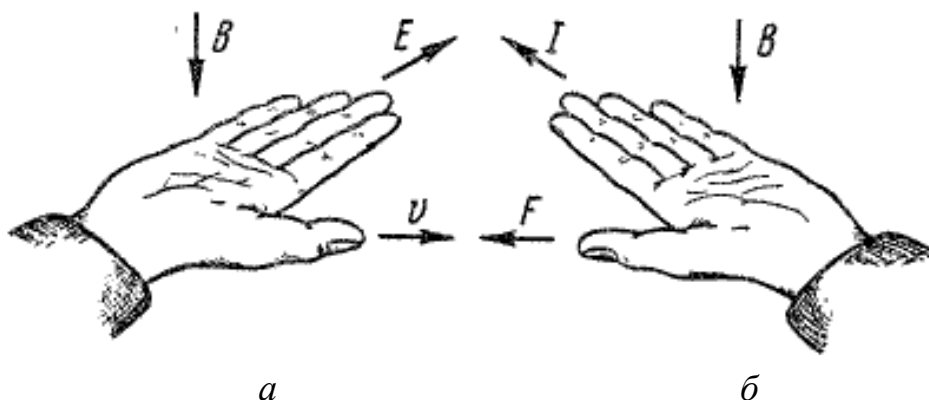


Рисунок 13.3 – Правила правой (а) и левой (б) руки

Вследствие симметрии в обоих проводниках обмотки якоря будут индуцироваться равные ЭДС, суммируемые по контуру витка, тогда полная ЭДС якоря простейшей машины будет равна $E_a = 2e_{\text{пр}}$.

Так как проводники попеременно оказываются то под южным, то под северным полюсами, направление ЭДС, индуцируемой в проводниках, изменяется (рисунок 13.4, а).

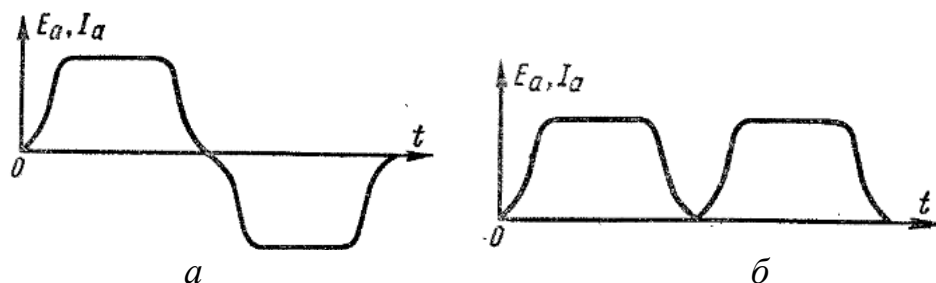


Рисунок 13.4 – Кривые ЭДС и тока простейшей МПТ в якоре (а) и во внешней цепи (б)

Если обмотка якоря подключена ко внешней цепи, то по обмотке якоря и во внешней цепи начинает протекать ток. При этом ток обмотке якоря переменный I_a , и его кривая повторяет форму кривой ЭДС (рисунок 13.4, а). Направление тока, протекающего во внешней цепи будет постоянным, благодаря действию коллектора. При повороте якоря с коллектором на 90° , проводники оказываются под другими полюсами и направления ЭДС в них изменяется. Одновременно происходит также смена коллекторных пластин под щетками. Так, нижняя щетка всегда будет

контактировать с коллекторной пластиной, проводник которой располагается под южным полюсом, а нижняя щетка – с пластиной, проводник которой расположен под северным полюсом. Следовательно, полярность щеток, как и направление тока во внешней цепи, всегда будут оставаться неизменными.

Таким образом, коллектор в генераторе преобразует переменный ток обмотки якоря в постоянный ток во внешней цепи, выполняя функцию механического выпрямителя (рисунок 10.7 б).

Образуемый во внешней цепи пульсирующий по значению ток мало пригоден для практических целей. В связи с этим на практике не применяют такие простейшие машины, как рассмотренная выше, для уменьшения пульсаций применяют более сложные по устройству обмотку якоря и коллектор.

Напряжение на зажимах якоря генератора равно:

$$U_a = E_a - I_a \cdot r_a,$$

где r_a – сопротивление обмотки якоря.

На проводники обмотки якоря, находящиеся в магнитном поле, будут действовать электромагнитные силы $F_{пр}$. Их направление можно определить по правилу левой руки (рисунок 13.3 б). Эти силы создают электромагнитный момент $M_{эм}$, направленный в режиме генератора против вращения якоря и являющийся, таким образом, тормозящим.

В генераторе при установившемся режиме работы электромагнитный момент равен:

$$M_{эм} = M_B - M_{тр} - M_C,$$

где M_B – момент на валу генератора, развиваемый первичным двигателем;

$M_{тр}$ – момент сил трения;

M_C – тормозной момент, вызываемый потерями на гистерезис и вихревые токи в сердечнике якоря.

Развиваемая электромагнитным моментом мощность называют

электромагнитной мощностью $P_{ЭМ}$:

$$P_{ЭМ} = M_{ЭМ} \cdot \Omega,$$

где $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ – представляет собой угловую скорость вращения.

Генераторы постоянного тока широко используются в промышленности, транспорте (для питания электроприводов с широким регулированием скорости вращения).

2. Генераторы и двигатели постоянного тока независимого возбуждения.

По способу возбуждения ГПТ делятся на: генераторы независимого возбуждения и генераторы с самовозбуждением (рисунок 13.5).

Генераторы независимого возбуждения делятся на генераторы с электромагнитным возбуждением, в которых обмотка возбуждения (ОВ) питается постоянным током от постороннего источника (аккумуляторная батарея, вспомогательный генератор выпрямитель переменного тока и др.), и на магнитоэлектрические генераторы с полюсами в виде постоянных магнитов.

В генераторах с самовозбуждением обмотки возбуждения питаются электрической энергией, вырабатываемой в самом генераторе.

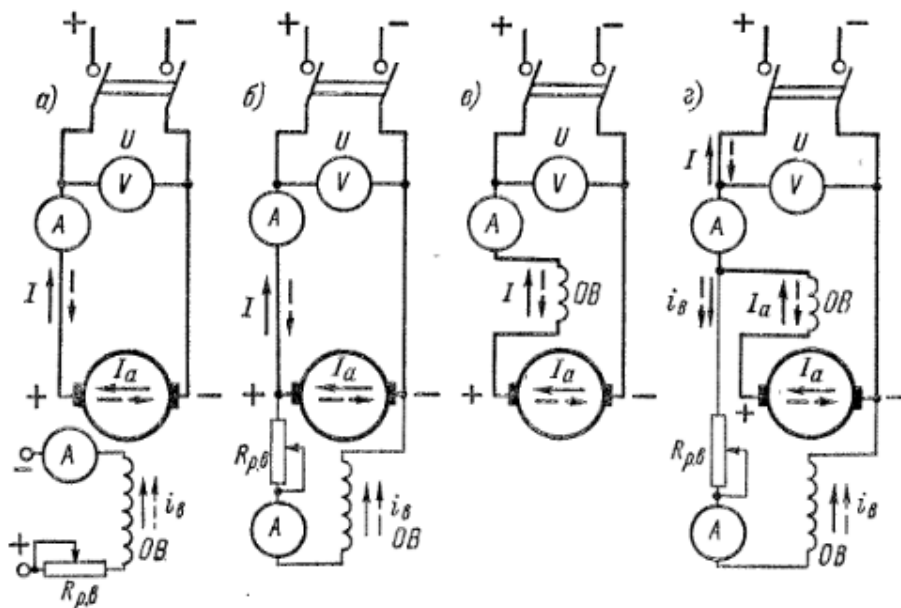


Рисунок 13.5 – Способы возбуждения ГПТ: а – независимое, б – параллельное, в – последовательное, г – смешанное

Во всех генераторах с электромагнитным возбуждением на возбуждение расходуется 0,3 – 5% номинальной мощности машины.

Генераторы с самовозбуждением в зависимости от способа включения обмоток возбуждения делятся на 1) генераторы параллельного возбуждения, или шунтовые, 2) генераторы последовательного возбуждения, или сериесные 3) генераторы смешанного возбуждения, или компаундные.

Для самовозбуждения генераторов необходимо выполнение следующих условий:

1) Для начала процесса самовозбуждения необходимо наличие остаточной ЭДС;

2) При прохождении тока по обмотке возбуждения ее магнитодвижущая сила (МДС) должна быть направлена согласно МДС остаточного потока, в ином случае машина будет размагничиваться и процесс самовозбуждения не начнется;

3) Сопротивление цепи возбуждения должно быть меньше критического значения.

Режим двигателя. Если к обмотке якоря МПТ подвести постоянный ток, она будет работать режиме двигателя. При этом на проводники будут действовать электромагнитные силы $F_{\text{пр}}$ и возникнет электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$. При достаточном значении $M_{\text{эм}}$ якорь придет во вращение, момент $M_{\text{эм}}$ при этом является движущим и действует в направлении вращения. В двигательном режиме коллектор является механическим инвертором, преобразуя постоянный ток, потребляемый из внешней цепи, в переменный ток обмотки якоря. Напряжение, приложенное к якорю машины в режиме двигателя равно:

$$U_a = E_a + I_a \cdot r_a.$$

В двигателе при установившемся режиме работы электромагнитный момент равен:

$$M_{\text{эм}} = M_{\text{в}} + M_{\text{тр}} + M_{\text{с}},$$

где M_B – тормозной момент на валу двигателя, развиваемый рабочей машиной.

ЭДС якоря можно определить как

$$E_a = c_e \cdot \Phi_\delta \cdot n,$$

где c_e – конструктивный коэффициент, постоянный для конкретного типа машины;

Φ_δ – основной намагничивающий поток.

Электромагнитный момент также может быть найден через намагничивающий поток:

$$M_{ЭМ} = c_m \Phi_\delta I_a,$$

где $c_m = c_e / 2\pi$.

Характеристики двигателей постоянного тока (ДПТ).

Механические и скоростные характеристики ДПТ *параллельного возбуждения* представляют собой зависимости частоты вращения от момента вращения и тока двигателя, соответственно, при $U = \text{const}$, $i_B = \text{const}$ (рисунок 13.6).

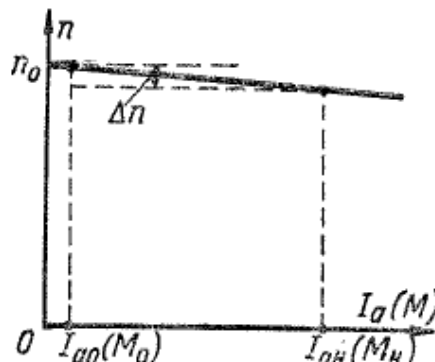


Рисунок 13.6 – Механическая и скоростная характеристики ДПТ параллельного возбуждения

На рисунке 13.6 приняты следующие обозначения: n_0 , I_{a0} , M_{a0} – частота вращения, ток якоря и момент на холостом ходу; I_{aH} , M_{aH} – номинальные ток якоря и момент; Δn – снижение частоты вращения при переходе от холостого хода к номинальному режиму.

Рабочие характеристики представляют собой зависимости потребляемой мощности P_1 от тока I_a , частоты вращения n , момента M и КПД η от полезной

мощности P_2 при $U = \text{const}$ и неизменных положениях регулирующих реостатов (рисунок 13.7).

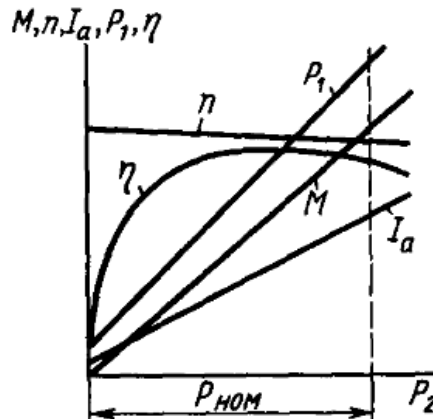


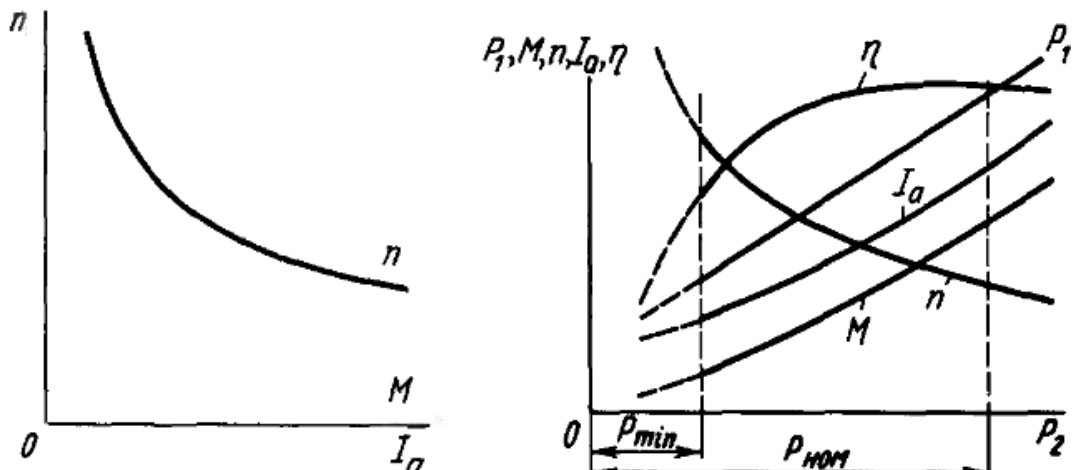
Рисунок 13.7 – Рабочие характеристики ДПТ параллельного возбуждения

Рабочие и механические характеристики двигателя постоянного тока с независимым возбуждением аналогичны характеристикам двигателя с параллельным возбуждением.

Характеристики двигателя последовательного возбуждения.

В ДПТ *последовательного возбуждения* ток возбуждения по сути является током якоря, следовательно, магнитный поток является некоторой функцией якоря. В связи с этим *механическая и скоростная характеристики* имеют формулу гиперболы (рисунок 13.8 а и б).

Из характеристик (рисунок 13.8) видно, что частота вращения резко возрастает (мягкая характеристика) при малых нагрузках. В случае, если она превысит максимально допустимое значение, двигатель пойдет «в разнос». В связи с этим в электроприводе механизмов, где возможна работа с небольшой нагрузкой или на холостом ходе, подобные двигатели не используют.



а)

б)

Рисунок 13.8 – Механическая и скоростная характеристики (а) и рабочие характеристики (б) ДПТ последовательного возбуждения

В ДПТ со смешанным возбуждением магнитный поток создается в результате совместного действия двух обмоток возбуждения – параллельной и последовательной. Поэтому его *механические характеристики* (рисунок 13.9, кривые 3 и 4) располагаются между характеристиками двигателей с параллельным (кривая 1) и последовательным (кривая 2) возбуждением. Приближения его характеристик к одной из этих кривых можно добиться изменением соотношения МДС обмоток при номинальном режиме. Достоинством такого двигателя является мягкая механическая характеристика и возможность ограничения частоты вращения n_0 на допустимом уровне, что позволяет применять его в режиме холостого хода.

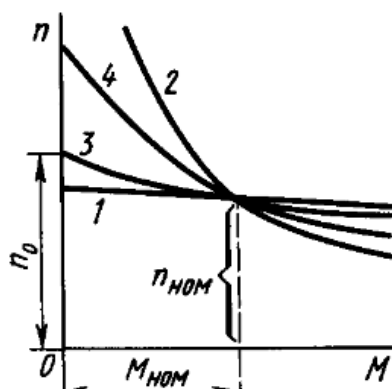


Рисунок 13.9 – Механическая и скоростная характеристики ДПТ последовательного возбуждения

Пуск двигателя постоянного тока.

Для двигателя постоянного тока могут быть применены три способа пуска:

- 1) прямой, при котором обмотка якоря подключается непосредственно к сети;
- 2) реостатный, при котором в цепь якоря включается пусковой реостат для ограничения тока;
- 3) путем плавного повышения питающего напряжения, которое подается на обмотку якоря.

Ток в двигателе равен

$$I_a = \frac{U - E_a}{r_a}.$$

При пуске двигателя $n = 0$ и $E_a = 0$, тогда $I_a = U/r_a$. В нормальных машинах r_a очень мало и в связи с этим ток якоря при пуске может в десятки раз превышать номинальное значение. В связи с этим прямой пуск применим только для маломощных двигателей, в которых $I_{\Pi} = (4 \div 6) \cdot I_{\text{ном}}$.

Для снижения пускового тока в двигателях большой и средней мощности применяют реостатный пуск, включая в цепь якоря реостат. В этом случае ток якоря равен:

$$I_a = \frac{U - E_a}{r_a + r_p},$$

где r_p – сопротивление пускового реостата.

При пуске двигателя сопротивление реостата максимально, его подбирают таким образом, чтобы $I_{\Pi} = (1,4 \div 1,8) \cdot I_{\text{ном}}$ для машин большой и средней мощности и $I_{\Pi} = (2 \div 2,5) I_{\text{ном}}$ для машин малой мощности. При разгоне двигателя сопротивление пускового реостата постепенно уменьшают, в конце концов, полностью исключая его из цепи якоря.

Недостатком реостатного регулирования являются значительные потери энергии в пусковом реостате. Для его устранения используют пуск на пониженном напряжении с последующим плавным его повышением. Но в этом случае требуется отдельный источник постоянного тока с регулируемым напряжением.

Остановка двигателя производится путем его отключения от сети с помощью выключателя. При этом нельзя допускать разрыва цепи параллельного возбуждения.

$$n = \frac{E_a}{c_e \cdot \Phi_{\delta}} = \frac{U_a - I_a \cdot r_a}{c_e \cdot \Phi_{\delta}}.$$

Поток будет резко уменьшаться, а скорость – увеличиваться и двигатель пойдет в разнос.

Регулирование частоты вращения ДПТ.

Согласно формуле частоту вращения ДПТ можно регулировать тремя способами:

1. Наиболее удобным, распространенным и экономичным является способ регулирования скорости путем изменения потока Φ_δ .

С уменьшением Φ_δ , согласно выражению (13.10), скорость возрастает. Этот способ позволяет регулировать скорость вверх от номинальной. Поток определяется током возбуждения, регулировка которого может осуществляться введением добавочных реостатов в цепь возбуждения. При таком регулировании КПД двигателя остается высоким, так как мощность возбуждения мала, т.к. мала мощность реостатов для регулирования тока возбуждения. Верхний предел регулирования скорости вращения ограничивается механической прочностью машины и условиями ее коммутации.

2. Способ регулирования скорости заключается во включении последовательно в цепь якоря реостата или регулируемого сопротивления R_{pa}

$$n = \frac{U_a - I_a \cdot (r_a + R_{pa})}{c_e \cdot \Phi_\delta}.$$

Этот способ дает возможность регулировать скорость вниз от номинальной и связан со значительными потерями в сопротивлении R_{pa} и понижением КПД.

В реостате может теряться 50% приложенного напряжения и столько же мощности, подводимой к цепи якоря. По этой причине данный способ применяется в основном для двигателей небольшой мощности, а для более мощных двигателей используется редко и только кратковременно (пуско-наладочные режимы и т.д.).

3. Регулирование скорости осуществляется также путем регулирования напряжения цепи якоря. Так как работа двигателя при $U > U_H$ недопустима, то данный способ дает возможность регулировать скорость вниз от номинальной. КПД двигателя при этом остается высоким, так как никаких добавочных источников потерь в схему двигателя не вносится.

Тормозные режимы ДПТ.

Электрические двигатели используют не только для вращения механизмов, но и для их торможения. Различают три вида электрического торможения ДПТ:

1) Рекуперативное – генераторное торможение с отдачей электрической энергии в сеть.

Используют для двигателей с параллельным возбуждением, при этом увеличивается частота вращения n выше $n_0 = U / c_e \cdot \Phi_\delta$. В этом случае ЭДС машины становится больше напряжения сети и ток изменяет направление, т.е. машина переходит в генераторный режим. В этом режиме машина создает тормозной момент, а выработанная им энергия отдается в сеть.

Двигатели последовательного возбуждения не могут переходить в режим рекуперативного торможения. Двигатели со смешанным возбуждением имеют возможность переходить в генераторный режим автоматически. Это позволяет применять их в различных устройствах частыми остановками (троллейбусах, трамваях и т.д.).

2) Динамическое или реостатное – генераторное торможение с подключением к обмотке якоря реостата.

В двигателе с параллельным возбуждением при таком торможении обмотку якоря отключают от сети и присоединяют к ней реостат.

Двигатель последовательного возбуждения можно при этом способе затормозить двумя путями. В первом случае обмотку возбуждения отключают от обмотки якоря и подключают к питающей сети последовательно с резистором, сопротивление которого подбирают так, чтобы ток возбуждения не превышал номинального значения. Во втором случае необходимо поменять полярность обмотки возбуждения. Это необходимо, чтобы, когда ток якоря меняет свое направление (при переходе в генераторный режим), не изменялось направление тока в обмотке возбуждения и МДС, создаваемая этой обмоткой, совпадала с МДС остаточного намагничивания. В обратном случае машина будет размагничиваться.

Режим динамического торможения также приемлем и для двигателя со смешанным возбуждением.

3) Электромагнитное торможение – торможение противовключением.

В режиме электромагнитного торможения при неизменном направлении тока сети изменяют направление электромагнитного момента, в результате он становится тормозным. Для этого необходимо поменять полярность обмотки возбуждения. Для ограничения тока в цепь обмотки якоря вводят добавочное сопротивление.

Процесс коммутации и способы ее улучшения.

Основным элементом каждой обмотки якоря является *секция*, которая состоит из одного или некоторого числа последовательно соединенных витков и присоединена своими концами к коллекторным пластинам.

Коммутацией называется процесс переключения секций обмотки из одной параллельной ветви в другую и изменения направления тока в них на обратное.

Во время коммутации секции замыкаются накоротко щетками, через которые ток из якоря передается во внешнюю цепь или из внешней цепи в якорь. Передача тока от щетки к коллектору и обратно может осуществляться через: 1) непосредственный механический контакт между щеткой и коллектором, 2) мельчайшие частицы медной и графитной пыли, 3) ионизированные воздушные щели между щеткой и коллектором.

С практической точки зрения важно, чтобы коммутация происходила без значительного искрения у контактных поверхностей щеток, так как сильное искрение портит поверхность коллектора и щеток и делает длительную работу машины невозможной.

Причины искрения на щетках можно подразделить на механические и электромагнитные.

Механические причины искрения большей частью связаны с нарушением контакта между щетками и коллектором. Такие нарушения вызываются: 1) неровностью поверхности коллектора, 2) плохой пришлифовкой щеток к

коллектору, 3) боем коллектора, если он превышает 0,2—0,3 мм, 4) выступанием отдельных коллекторных пластин, 5) выступанием слюды между коллекторными пластинами, 6) заеданием щеток в щеткодержателях (тугая посадка), 7) вибрацией щеток.

Электромагнитные причины связаны с характером протекания электромагнитных процессов в коммутируемых секциях.

Способы улучшения коммутации.

Для создания хороших условий коммутации необходимо прежде всего обеспечить надлежащее состояние коллектора и щеточного аппарата, чтобы устранить механические причины искрения.

Для обеспечения необходимых электромагнитных условий коммутации применяют способы, направленные на уменьшение добавочного тока коммутации или тока короткого замыкания коммутируемой секции и сводятся к следующим мероприятиям:

- 1) созданию коммутирующей ЭДС с помощью добавочных полюсов или сдвига щеток с геометрической нейтрали;
- 2) уменьшению реактивной ЭДС;
- 3) увеличению сопротивления цепи коммутируемой секции.

Выводы по занятию

Любая машина обратима, т.е. может работать как в режиме двигателя, так и в режиме генератора. В случае необходимости частых пусков, плавного регулирования скорости вращения в широком диапазоне, используют двигатели постоянного тока.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные элементы конструкции машины постоянного тока.
2. Поясните принцип действия машины постоянного тока?
3. Какие режимы работы машины постоянного тока вы знаете?
4. Как классифицируются генераторы постоянного тока по способу возбуждения?

5. Какие способы используют для пуска двигателя постоянного тока?

6. Перечислите способы регулирования частоты вращения двигателя постоянного тока. Поясните кратко каждый из них.

7. Назовите и изобразите графики известных вам характеристик двигателя постоянного тока.

8. Что называют коммутацией в машинах постоянного тока? Как ее улучшить?

Занятие 14. Асинхронные машины. Синхронные машины

План занятия.

1. Устройство и принцип действия асинхронной машины.
2. Устройство и принцип действия синхронной машины.

1. Устройство и принцип действия асинхронной машины.

Асинхронные машины – наиболее распространенные электрические машины. В основном их используют в качестве электрических двигателей. Благодаря простоте устройства и высокой надежности их широко применяют для привода станков, грузоподъемных и землеройных машин, компрессоров, вентиляторов, и т.д.

Асинхронная машина состоит из подвижной и неподвижной части (рисунок 14.1). Неподвижная часть машины переменного тока называется статором (1), а подвижная часть — ротором (2).

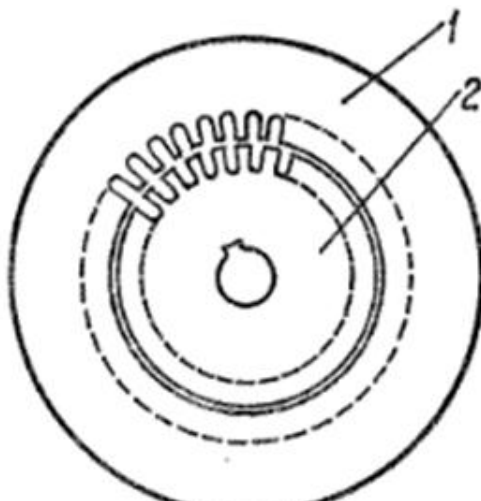


Рисунок 14.1 – Схема асинхронной машины

Сердечники статора и ротора асинхронных машин собираются из листов электротехнической стали, покрытых изоляционным лаком. Ротор асинхронных машин вращается несинхронно, или асинхронно, по отношению к вращающемуся магнитному полю, чем и обусловлено название этих машин.

В корпусе машины закрепляется сердечник статора, сердечник ротора крепится на валу. Вращение вала ротора происходит в подшипниках, размещенных в подшипниковых щитах, которые крепятся к корпусу статора, или на отдельно стоящих подшипниковых стояках.

Обмотка статора размещается в пазах, расположенных на внутренней поверхности статора. Чаще всего она выполняется трехфазной и питается трехфазным током от сети, поэтому ее называют первичной обмоткой.

Обмотка ротора размещается в пазах, расположенных на внешней поверхности ротора.

По способу исполнения обмотки ротора асинхронные двигатели делятся на двигатели с короткозамкнутым ротором и с фазным ротором.

В двигателях с фазным ротором обмотка ротора выполняется трехфазной. Концы ее фаз соединяются в звезду, а начала выводятся наружу через контактные кольца и металлографитные щетки. К контактным кольцам может присоединяться регулировочный или пусковой реостат. Число полюсов магнитного поля фазной обмотки ротора такое же как в статоре.

Обмотка ротора двигателя с короткозамкнутым ротором выполняется в виде беличьей клетки (рисунок 14.2).

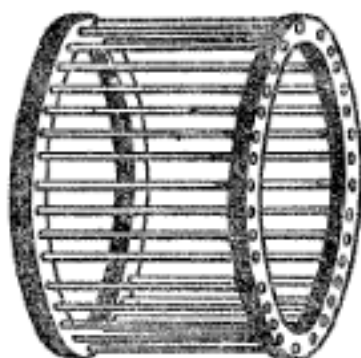


Рисунок 14.2 – Обмотка ротора в виде беличьей клетки

При этом каждый из пазов ротора укладывается стержень из меди или алюминия, концы стержней с обоих торцов ротора замыкаются накоротко медными или алюминиевыми кольцами. Большинство выпускаемых асинхронных машин имеют короткозамкнутый ротор (особенно машины малой и средней мощности).

В электрическом отношении «беличья клетка» представляет собой многофазную обмотку, соединенную звездой и замкнутую накоротко. Число фаз обмотки равно числу пазов ротора, причем в каждую фазу входят один стержень и прилегающие к нему участки короткозамыкающих колец.

По конструкции двигатели с короткозамкнутым ротором проще двигателей с фазным ротором и более надежны т.к. не имеют щеток и колец. Но

при этом их недостатком является сравнительно небольшой пусковой момент и значительный пусковой ток. Поэтому их применяют в электроприводах, где не требуются большие пусковые моменты. В двигателях с фазным ротором имеется возможность с помощью пускового реостата увеличивать пусковой момент до максимального значения и уменьшать пусковой ток, благодаря чему их можно применять для привода механизмов, которые пускают в ход при большой нагрузке.

Рассмотрим *принцип действия асинхронного двигателя*.

Токи обмотки статора двухполюсной машины создают двухполюсный магнитный поток, проходящий через статор (1), ротор (3) и зазор между ними (рисунок 14.3).

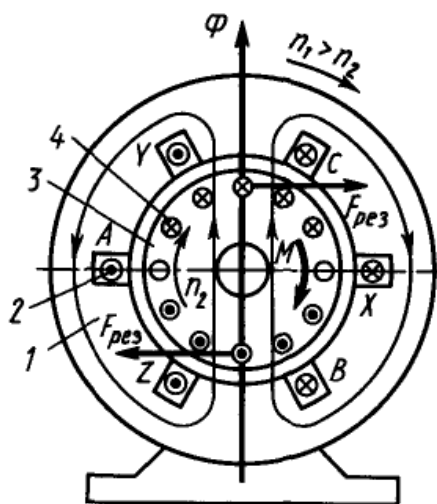


Рисунок 14.3 – Электромагнитная схема асинхронной машины

Обмотка статора (2) создает магнитное поле, вращающееся с частотой (синхронной)

$$n_1 = \frac{f_1}{p}, \text{ об/сек};$$

где f_1 – частота тока статора, p – число пар полюсов.

Магнитное поле вращается в направлении чередования фаз A , B , C обмотки статора.

Магнитный поток Φ_1 , создаваемый обмоткой статора (рисунок 14.3), при своем вращении пересекает проводники обмотки ротора (4), индуцирует в них ЭДС. Если обмотка ротора замкнута, то в ней начинают протекать токи i_2 с частотой f_2 , равной при неподвижном роторе ($n = 0$) первичной частоте f_1 .

Если ротор имеет трехфазную обмотку, то индуцируемый в ней ток также трехфазный. Под действием этого тока возникает вращающийся поток ротора Φ_2 . При $n = 0$ его число полюсов $2p$, направление вращения и скорость

$$n_2 = \frac{f_2}{p} = \frac{f_1}{p} = n_1$$

такие же, как и у потока статора. Поэтому потоки Φ_1 и Φ_2 вращаются синхронно и образуют общий вращающийся поток двигателя Φ .

Магнитный Φ поток взаимодействует с токами ротора, в результате чего возникают механические силы F , действующие на проводники ротора, и вращающий электромагнитный момент M .

Если развиваемый момент больше статического тормозного момента на валу, то ротор двигателя придет во вращение в направлении вращения поля с некоторой скоростью $n_2 < n_1$, т. е. будет вращаться с некоторым отставанием или скольжением, относительно поля статора. Такой режим называют *двигательным*.

Относительная разность скоростей вращения поля статора и ротора называется скольжением.

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1}.$$

Скорость ротора равна

$$n = (1 - s) \cdot n_1.$$

При пуске двигателя ($n = 0$) согласно (14.3) $s = 1$, а при вращении ротора синхронно с полем статора, т.е. с синхронной скоростью ($n = n_1$) $s = 0$. При $n = n_1$ магнитное поле статора относительно ротора неподвижно и токи в роторе индуцироваться не будут, т.е. $M = 0$, следовательно двигатель не может достичь такой скорости вращения. Таким образом, в двигательном режиме всегда $0 < n < n_1$ и $0 < s < 1$.

При вращении ротора сонаправленно с полем статора поле будет пересекать проводники ротора с частотой, пропорциональной разности скоростей $(n_1 - n)$, и тогда частота тока в обмотке ротора

$$f_2 = p \cdot (n_1 - n) = s \cdot p \cdot n_1 = s \cdot f_1.$$

Если ротор с помощью внешней силы привести во вращение со скоростью $n > n_1$, тогда ротор будет обгонять поле и направление индуцируемых в обмотке ротора токов изменятся на обратные. Аналогично изменятся направление F и M . Момент будет тормозящим, следовательно, машина будет работать в режиме генератора и отдавать активную мощность в сеть. При этом $s < 0$. Такой режим называется генераторным.

Если ротор привести во вращение в направлении против вращения поля статора ($n < 0$), то направления e_2 , i_2 и F сохраняются как в двигательном режиме, т.е. машина продолжает получать из сети активную мощность. Однако электромагнитный момент M будет действовать в направлении вращения поля статора, но против вращения ротора, т.е. будет его тормозить. Этот режим называется режимом электромагнитного торможения или противовключения. В этом режиме $s > 1$.

Этот режим на практике используется для торможения и остановки асинхронных двигателей и приводимых ими в движение производственных механизмов. Например, в ряде случаев, при необходимости быстрой остановки двигателя, путем переключения двух питающих проводов трехфазного двигателя изменяют чередование фаз и направление вращения поля, а ротор в течение некоторого времени вращается при этом по инерции в прежнем направлении, т.е. теперь уже против поля. Механическая мощность в данном случае развивается за счет кинетической энергии вращающихся масс вследствие уменьшения скорости вращения. При $n \approx 0$ машину необходимо отключить от сети, иначе она придет во вращение в обратном направлении.

Выделяют также режим короткого замыкания асинхронной машины. В этом режиме $s = 1$, т.е. ротор неподвижен. Этот режим соответствует

начальному моменту пуска асинхронного двигателя из неподвижного состояния.

Механическая характеристика асинхронного двигателя представляет собой зависимость развиваемого момента на валу M от скорости вращения n при $U_1 = \text{const}$ и $f_1 = \text{const}$: $M = f(n)$. Момент на валу может быть также вычислен по формуле:

$$M = 9,55 \cdot \frac{P}{n},$$

где P – мощность на валу.

На рисунке 14.4 а показана механическая характеристика $M = f(n)$ асинхронного двигателя и механическая характеристика $M_{\text{СТ}} = f(n)$ некоторого производственного механизма, приводимого во вращение двигателем.

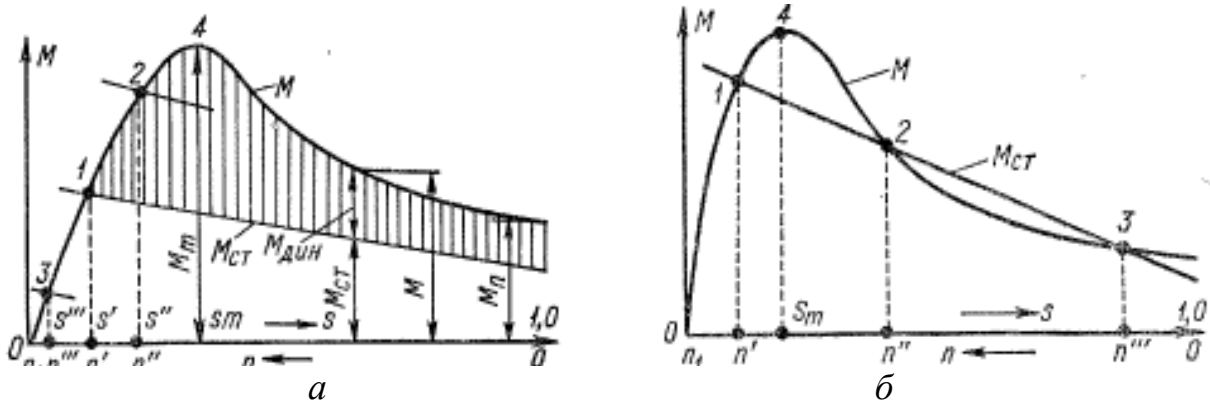


Рисунок 14.4 – Механические характеристики асинхронного двигателя

Уравнение моментов агрегата «двигатель – производственный механизм» имеет вид

$$M = M_{\text{СТ}} + M_{\text{дин}},$$

где $M_{\text{дин}}$ – динамический момент агрегата, равный

$$M_{\text{дин}} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = J \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{dn}{dt},$$

где J – момент инерции; Ω – угловая скорость вращения.

Если при $n = 0$ пусковой момент больше момента сопротивления, как это показано на рисунке 14.4 а ($M_{\text{П}} > M_{\text{СТ}}$), то $M_{\text{дин}} > 0$, $dn/dt > 0$ и ротор

двигателя придет во вращение. Ускорение ротора происходит до тех пор, пока (заштрихованная область на рисунке 14.4 а)

$$M_{\text{дин}} = M - M_{\text{ст}} > 0. \quad (8.9)$$

В точке 1 достигается равновесие моментов $M = M_{\text{ст}}$, $M_{\text{дин}} = 0$, $dn/dt = 0$. Наступает установившийся режим работы двигателя под нагрузкой со скоростью вращения n' и скольжением s' . Величина s' будет тем больше, чем больше $M_{\text{ст}}$, т.е. чем больше нагрузка двигателя. Если при работе двигателя увеличить статический момент производственного механизма (кривая 2 рисунок 14.4), то s возрастет, а n уменьшится. При уменьшении нагрузки (кривая 3 рисунок 14.4), s уменьшится, а n возрастет.

Переход двигателя к новому установившемуся режиму работы при изменении нагрузки физически происходит следующим образом. Если $M_{\text{ст}}$ возрастет, то будет $M < M_{\text{ст}}$, $M_{\text{дин}} < 0$, $dn/dt < 0$ и движение ротора двигателя станет замедляться. При этом скольжение возрастает, в соответствии с чем увеличиваются также ЭДС E_2 и ток I_2 вторичной цепи. В результате электромагнитный момент M увеличивается, и уменьшение n (увеличение s) происходит до тех пор, пока снова не наступит равенство моментов $M = M_{\text{ст}}$. При уменьшении нагрузки процесс протекает в обратном направлении.

Точка 4 на характеристике соответствуют максимальному моменту двигателя и соответствующему скольжению, называемому критическим $s_{\text{кр}}$. Зная M_{MAX} , можно построить приблизительную механическую характеристику по формуле:

$$M(s) = \frac{2 \cdot M_{\text{MAX}}}{\frac{s_{\text{кр}}}{s} + \frac{s}{s_{\text{кр}}}},$$

где

$$s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \cdot \left(k_m + \sqrt{k_m^2 - 1} \right).$$

где $k_m = M_{\text{MAX}} / M$ – кратность максимального момента, т.е. отношение максимального момента при номинальном напряжении к номинальному.

Условия устойчивой работы.

Под устойчивостью работы электродвигателя понимают способность двигателя восстанавливать установившуюся частоту вращения при кратковременных возмущениях (изменениях нагрузки, напряжения питающей сети и т.д.).

В общем случае, как показано на рисунке 14.4 б, характеристики двигателя могут иметь несколько точек пересечения (точки 1, 2, 3).

Условия устойчивости:

$$\frac{dM}{dn} < \frac{dM_{\text{CT}}}{dn}.$$

Следовательно, в точках 1 и 3 работа устойчива, в точке 2 – нет. Режим работы в точке 3 на практике неприемлем, т.к. характеризуется, малой n , плохим КПД, большими токами в обмотках, вследствие чего, двигатель перегревается и выходит из строя. Оптимальным является участок от точки 4 влево.

Статический момент механизма может увеличиваться до точки 4. При дальнейшем увеличении нагрузки двигатель либо остановиться, либо перейдет в точку 3. В обоих случаях он должен быть отключен.

Кроме того, при работе двигателя необходимо иметь некоторый запас по моменту, так как возможны кратковременные перегрузки случайного характера, а также кратковременные или длительные понижения напряжения сети.

Рабочими характеристиками асинхронного двигателя называют зависимости потребляемой мощности P_1 , первичного тока I_1 , коэффициента мощности $\cos\varphi_1$, момента на валу M , скольжения s и КПД от полезной мощности P_2 при работе с номинальным напряжением и частотой. Рабочие характеристики позволяют находить все основные величины, определяющие режим работы двигателя при различных нагрузках (рисунок 14.5).

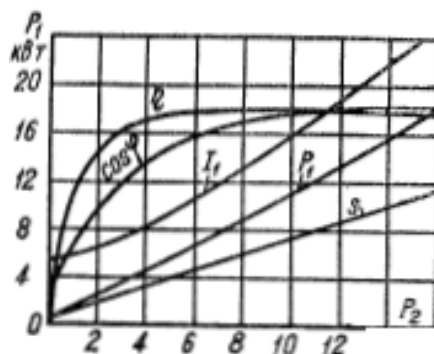


Рисунок 14.5 – Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Пуск асинхронных двигателей.

При пуске в ход асинхронных двигателей необходимо учитывать:

- двигатель должен развивать при пуске достаточно большой пусковой момент, который должен быть больше статического момента сопротивления на валу, чтобы ротор двигателя мог прийти во вращение и достичь номинальной скорости вращения;
- пусковой ток должен быть ограничен таким значением, чтобы не происходило повреждения двигателя и нарушения нормального режима работы сети;
- схема пуска должна быть по возможности простой, а число и стоимость пусковых устройств – малыми.

Для пуска двигателя с короткозамкнутым ротором на практике используют следующие способы пуска:

1) *Прямой пуск* – включение обмотки его статора непосредственно в сеть, на номинальное напряжение обмотки статора. При этом пусковой ток двигателя $I_{\Pi} = (4 \div 7) I_{\text{н}}$.

Современные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором проектируются таким образом, чтобы для них был возможен прямой пуск.

Если по условиям падения напряжения прямой пуск недопустим, то применяют следующие виды.

2) *Реакторный пуск*. При включении в сеть сначала двигатель получает питание через реактор, ограничивающий пусковой ток. При достижении

нормальной скорости реактор шунтируется и на двигатель подается нормальное напряжение сети.

3) *Автотрансформаторный пуск.* Сначала на двигатель через автотрансформатор подается пониженное напряжение. После достижения двигателем определенной скорости посредством выключателя двигатель получает питание через часть обмотки автотрансформатора, который в этом случае работает как реактор. Затем двигатель получает полное напряжение. Недостатком является усложнение и удорожание пусковой аппаратуры.

4) *Пуск переключением «звезда — треугольник»* может применяться в случаях, когда выведены все шесть концов обмотки статора и двигатель нормально работает с соединением обмотки статора в треугольник, например, когда двигатель на 380/220 В и с соединением обмоток Y/Δ работает от сети 220 В. В этом случае при пуске обмотка статора включается в звезду, а при достижении нормальной скорости вращения переключается в треугольник. При таком способе пуска по сравнению с прямым пуском при соединении обмотки в треугольник напряжение фаз обмоток уменьшается в $\sqrt{3}$ раза.

Недостатком этого способа пуска по сравнению с реакторным и автотрансформаторным является то, что при пусковых переключениях цепь двигателя разрывается, что связано с возникновением коммутационных перенапряжений. В настоящее время используется сравнительно редко.

Последние три способа осуществляют пуск двигателя на пониженном напряжении, что ведет к снижению пускового и максимального моментов двигателя, которые, т.к. они пропорциональны квадрату напряжения. Поэтому их можно использовать при пуске без нагрузки или незначительной нагрузке.

Пуска двигателя с фазным ротором осуществляют с помощью реостата в цепи ротора. При этом максимальный момент не снижается, а пусковой увеличивается. Подбрав сопротивление реостата можно добиться равенства пускового и максимального моментов. Включение сопротивления также снижает пусковой ток двигателя. Обычно реостат имеет от трех до шести ступеней, позволяя в процессе пуска постепенно уменьшать пусковое сопротивление, поддерживая высокое значение пускового момента.

Недостатком такого пуска является его относительная сложность и необходимость применения более дорогих двигателей с фазным ротором. В связи с этим двигатели с фазным ротором применяют только при тяжелых условиях пуска, когда необходимо развивать максимально возможный пусковой момент.

Регулирование скорости вращения асинхронных двигателей.

Скорость вращения ротора асинхронного двигателя

$$n = n_1 \cdot (1 - s) = (1 - s) \cdot \frac{f_1}{p}.$$

В связи с этим возможны 3 способа регулирования скорости вращения асинхронных двигателей:

1) *Регулирование скорости изменением первичной частоты* – частотное регулирование. Такой способ требует применения источников питания с регулируемой частотой, поэтому он используется главным образом в случаях, когда для целых групп двигателей необходимо повышать или одновременно плавно регулировать скорость вращения. Недостатком способа является громоздкость аппаратуры и высокая стоимость.

2) *Регулирование скорости изменением числа пар полюсов*. Изменять p можно двумя способами: 1) применением на статоре нескольких обмоток, которые уложены в общих пазах и имеют разные числа пар полюсов p , 2) применением обмотки специального типа, которая позволяет получить различные значения p путем изменения (переключения) схемы соединений обмотки. Использование обмоток с переключением числа пар полюсов вызывает усложнение коммутационной аппаратуры, в особенности, если с помощью одной обмотки желают получить более двух скоростей вращения. Несколько ухудшаются также энергетические показатели двигателей.

3) *Регулирование скорости изменением скольжения*. Можно реализовать несколькими путями:

а) уменьшением первичного напряжения.

При уменьшении U_1 момент двигателя изменяется пропорционально U_1^2 и соответственно изменяются механические характеристики, в результате чего

изменяются также значения рабочих скольжений $s_1, s_2, s_3, \dots$ при данном виде зависимости $M_{\text{СТ}} = f(s)$. Очевидно, что регулирование s в этом случае возможно в пределах $0 < s < s_{\text{кр}}$. Для получения достаточно большого диапазона регулирования скорости необходимо, чтобы активное сопротивление цепи ротора и соответственно $s_{\text{кр}}$ были достаточно велики. В связи с пониженным КПД применяется для двигателей малой мощности.

б) импульсное регулирование скорости.

Производится путем периодического включения двигателя в сеть и отключения его от сети либо путем периодического шунтирования с помощью контактора или полупроводниковых вентилей сопротивлений, включенных последовательно в цепь статора. При этом двигатель непрерывно находится в переходном режиме ускорения или замедления скорости вращения ротора и в зависимости от частоты и продолжительности импульсов работает с некоторой, приблизительно постоянной скоростью вращения. Подобное регулирование скорости применяется только для двигателей весьма малой мощности.

в) включением реостата в цепь ротора.

В этом случае изменяется форма зависимости $M = f(s)$ и механической характеристики $n = f(M)$. При этом некоторому нагрузочному моменту $M_{\text{Н}}$ соответствуют скольжения $s_1, s_2, s_3, \dots$, большие, чем при естественной характеристике (при отсутствии реостата). Этот метод может быть использован только для двигателей с фазным ротором и позволяет плавно изменять частоту вращения в широких пределах. Недостатком является снижение КПД за счет потерь в реостате.

2. Устройство и принцип действия синхронной машины.

Синхронные машины (СМ) используют главным образом в качестве источников электрической энергии переменного тока. Их устанавливают на мощных тепловых, гидравлических и атомных электростанциях и транспортных установках (тепловозах, автомобилях, самолетах). Конструкция синхронного генератора (СГ) определяется в основном типом привода. В зависимости от этого различают турбогенераторы (приводятся во вращение

паровыми или газовыми турбинами), гидрогенераторы (приводятся во вращение гидротурбинами) и дизель-генераторы (приводятся во вращение двигателями внутреннего сгорания). СМ также могут использоваться и в качестве электродвигателей для механизмов, работающих при постоянной частоте. Для улучшения коэффициента мощности сети и компенсации реактивной мощности с целью регулирования ее напряжения применяют синхронные компенсаторы (СК).

Устройство и принцип действия.

Ротор синхронной машины вращается с той же скоростью и в том же направлении как и вращающееся магнитное поле.

Статор СМ 1 (рисунок 14.6) имеет такое же устройство, как и статор асинхронной машины.

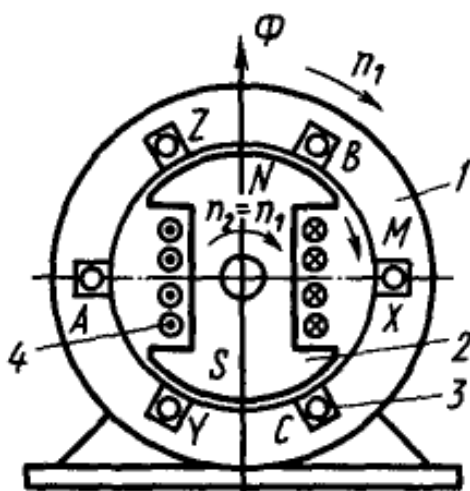


Рисунок 14.6 – Схема синхронной машины

Обмотка статора синхронной машины 3 может выполняться как трехфазной, так и с другим числом фаз, ее называют обмоткой якоря. Число полюсов обмоток статора и ротора одинаковое. Сердечник статора с обмоткой называют якорем. На роторе 2 располагается обмотка возбуждения 4, она питается постоянным током от постороннего источника посредством двух контактных колец и щеток. Источник питания обычно называют возбудителем. Им может быть генератор постоянного тока небольшой мощности, расположенный на одном валу с синхронной машиной. Обмотка возбуждения предназначена для создания первичного магнитного поля. Ротор с обмоткой возбуждения называется индуктором.

Если ротор СМ возбудить и привести во вращение со скоростью n_2 , то поток возбуждения Φ будет пересекать проводники обмотки статора, в результате чего в ее фазах будут индуцироваться ЭДС с частотой

$$f_1 = \frac{p \cdot n_2}{60}.$$

ЭДС статора составляют симметричную трехфазную систему ЭДС, и при подключении к обмотке статора симметричной нагрузки эта обмотка нагрузится симметричной системой токов. Такой режим называют генераторным.

В этом случае обмотка статора создает магнитное поле, вращающееся в направлении вращения ротора со скоростью

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p}.$$

Из предыдущих формул следует

$$n_1 = n_2.$$

Поля статора и ротора создают общее вращающееся поле, вращаясь при этом с одинаковой скоростью, т.е. *синхронно*.

Поле статора (якоря) оказывает воздействие на поле ротора, и называемое полем реакции якоря.

Если подвести к обмотке СМ трехфазный ток из сети в результате взаимодействия магнитных полей статора и ротора последний придет во вращение. Направление и скорость вращения ротора будут такие же, как и у поля статора. В этом случае СМ будет работать в двигательном режиме.

По конструкции ротора СМ подразделяются на явнополюсные и неявнополюсные (рисунок 14.7). Явнополюсные имеют выступающие полюсы и изготавливаются с числом полюсов $2p > 4$. Неявнополюсные имеют цилиндрический ротор, выполняемый обычно из массивной стальной поковки. В роторе фрезеруются пазы для укладки обмотки возбуждения. Эти машины выпускаются с числом полюсов $2p = 2$ и $2p = 4$ и имеют поэтому большие скорости вращения (1500, 3000 об/мин). При таких скоростях применение

явнополюсных машин невозможно по условиям обеспечения необходимой механической прочности крепления полюсов и обмотки возбуждения.

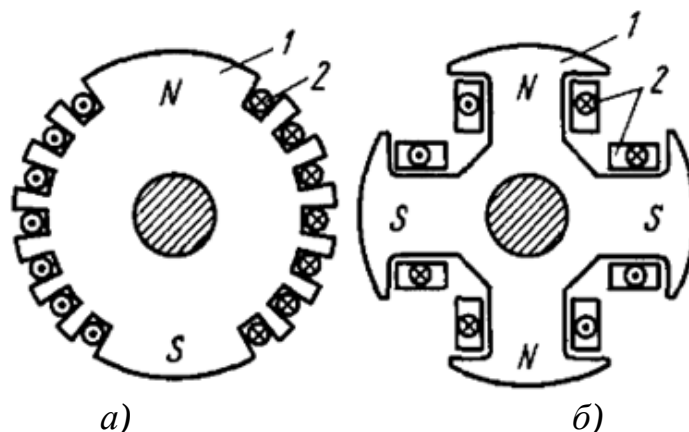


Рисунок 14.7 – Роторы синхронных неявнополюсной (а) и явнополюсной (б) машин: 1 – сердечник ротора, 2 – обмотка возбуждения

В полюсных наконечниках синхронного двигателя (СД) с явнополюсным ротором размещают стержни пусковой обмотки (рисунок 14.8), выполненной из латуни. Такую же обмотку из медных стержней применяют в синхронных генераторах, она называется демпферной (успокоительной), т.к. обеспечивает быстрое затухание колебаний ротора, возникающих в переходных режимах.

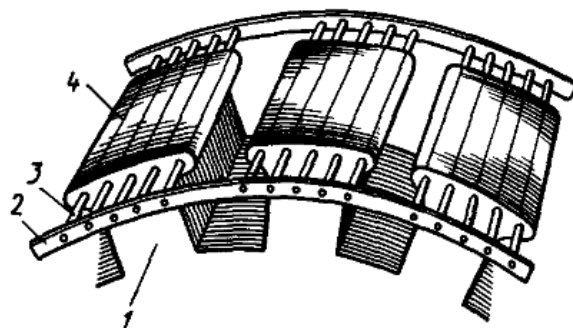


Рисунок 14.8 – Устройство пусковой обмотки в синхронных двигателях: 1 – полюсы ротора, 2 – короткозамыкающие кольца, 3 – стержни «беличьей клетки», 4 – полюсные наконечники

В зависимости от способа питания обмотки возбуждения различают системы независимого и самовозбуждения. В первом случае для питания обмотки возбуждения используют установленный на валу ротора СМ генератор постоянного тока, либо отдельный генератор, приводимый во вращение синхронным двигателем. При самовозбуждении питание обмотки возбуждения осуществляется через выпрямитель от обмотки якоря.

Характеристики синхронного генератора.

Основными характеристиками, определяющими свойства синхронного генератора, являются внешние и регулировочные.

Внешние характеристики представляют собой зависимости напряжения U от тока нагрузки I_a . При этом неизменными остаются: ток возбуждения I_b , угол φ , частота f_1 (постоянная частота вращения ротора n_2). На рисунке 14.9 представлены внешние характеристики СТ при постоянном напряжении $U_{\text{ном}}$ для различных видов нагрузки. На рисунке ΔU представляет собой снижение напряжения при переходе от холостого хода к номинальному режиму.

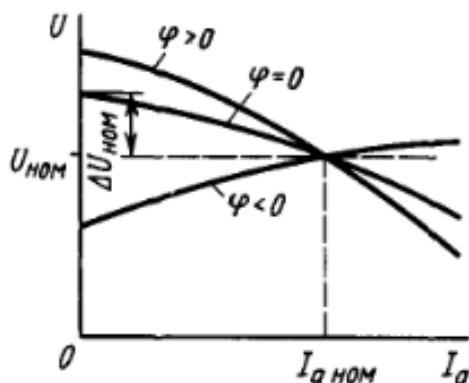


Рисунок 14.9 – Внешние характеристики синхронного генератора при различных видах нагрузки

Регулировочные характеристики представляют собой зависимости тока возбуждения $I_{\text{в}}$ от тока нагрузки $I_{\text{а}}$. При этом неизменными остаются: напряжение U , угол φ и частота f_1 (рисунок 14.10). Данные характеристики демонстрируют, каким образом необходимо изменять ток возбуждения СГ, чтобы при изменении тока нагрузки напряжение оставалось неизменным. Очевидно, что при $\varphi > 0$ необходимо увеличивать ток возбуждения, а при $\varphi < 0$ – уменьшать его.

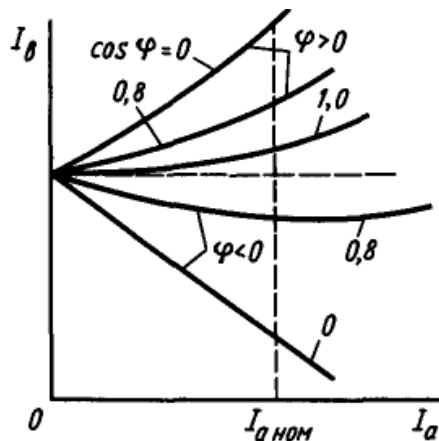


Рисунок 14.10 – Регулировочные характеристики синхронного генератора при различных видах нагрузки

Включение синхронных генераторов на параллельную работу с сетью.

На каждой электрической станции обычно бывает установлено несколько генераторов, которые включаются на параллельную работу в общую сеть. В современных энергосистемах на общую сеть, кроме того, работает целый ряд электростанций, и поэтому параллельно на общую сеть работает большое число синхронных генераторов. Благодаря этому достигается большая надежность энергоснабжения потребителей, снижение мощности аварийного и ремонтного резерва, возможность маневрирования энергоресурсами сезонного характера и другие выгоды.

Все параллельно работающие генераторы должны отдавать в сеть ток одинаковой частоты. Поэтому они должны вращаться строго в такт, или, как говорят, синхронно.

Условия синхронизации генераторов.

При включении генераторов на параллельную работу с другими генераторами необходимо избегать чрезмерно большого толчка тока и возникновения ударных электромагнитных моментов и сил, способных вызвать повреждение генератора и другого оборудования, а также нарушить работу электрической сети или энергосистемы.

Поэтому необходимо отрегулировать надлежащим образом режим работы генератора на холостом ходу перед его включением на параллельную работу и в надлежащий момент времени включить генератор в сеть. Совокупность этих операций называется синхронизацией генератора.

Идеальные условия для включения генератора на параллельную работу достигаются при соблюдении следующих требований:

- 1) напряжение включаемого генератора U должно быть равно напряжению сети U или уже работающего генератора;
- 2) частота генератора f , должна равняться частоте сети;

- 3) чередование фаз генератора и сети должно быть одинаково;
- 4) напряжения U_G и U_C должны быть в фазе.

Синхронные двигатели и синхронные компенсаторы.

Синхронные двигатели имеют по сравнению с асинхронными большое преимущество, заключающееся в том, что благодаря возбуждению постоянным током они могут работать с $\cos\varphi = 1$ и не потребляют при этом реактивной мощности из сети, а при работе с перевозбуждением даже отдают реактивную мощность в сеть. В результате улучшается коэффициент мощности сети и уменьшаются падение напряжения и потери в ней, а также повышается коэффициент мощности генераторов, работающих на электростанциях.

Максимальный момент синхронного двигателя пропорционален U , а у асинхронного двигателя U^2 . Поэтому при понижении напряжения синхронный двигатель сохраняет большую нагрузочную способность. Кроме того, использование возможности увеличения тока возбуждения синхронных двигателей позволяет увеличивать надежность их работы при аварийных понижениях напряжения в сети и улучшать в этих случаях условия работы энергосистемы в целом. Вследствие большого воздушного зазора добавочные потери в стали в клетке ротора синхронных двигателей меньше, чем АД, благодаря чему КПД синхронных двигателей обычно выше.

С другой стороны, конструкция синхронных двигателей сложнее, чем короткозамкнутых асинхронных двигателей, и, кроме того, синхронные двигатели должны иметь возбудитель или иное устройство для питания обмотки возбуждения постоянным током. Вследствие этого синхронные двигатели в большинстве случаев дороже асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором. Пуск и регулирование скорости вращения синхронных двигателей также сложнее. Тем не менее, их целесообразно применять всюду, где не требуется частых пусков и остановок и регулирования скорости вращения.

Широко применяется асинхронный пуск синхронного двигателя, когда невозбужденная машина подключается к сети и ее скорость достигает почти синхронной скорости подобно асинхронному двигателю. Далее двигатель втягивается в синхронизм.

Рабочие характеристики СД представлены на рисунке 14.11.

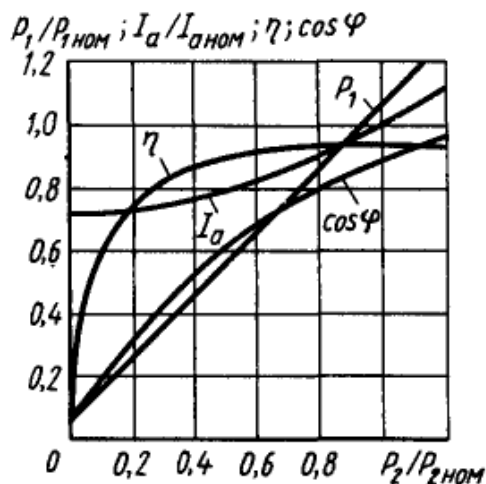


Рисунок 14.11 – Рабочие характеристики синхронного двигателя

СД не имеет начального пускового момента. При подключении к сети СД с неподвижным ротором при наличии постоянного тока в обмотке возбуждения электромагнитный момент за один период изменит свое направление дважды. Следовательно, средний за период момент будет равен нулю. Т.к. ротор обладает некоторой инерцией, он не будет успевать разогнаться за пол периода до синхронной частоты вращения, т.е. двигатель не придет во вращение. Таким образом, для пуска синхронного двигателя необходимо помощью внешнего момента разогнать ротор до частоты вращения, близкой к синхронной.

Учитывая, что частота вращения СД равна $n_2 = n_1 = 60 f_1 / p$, ее можно регулировать изменением числа полюсов или частоты напряжения питания. Первый способ в СД нецелесообразен. Это обусловлено тем, что необходимо изменять число полюсов и на статоре, и на роторе, что усложняет конструкцию ротора. В связи с этим на практике используют второй способ.

Синхронный двигатель, работающий на холостом ходу (без нагрузки), представляет собой *синхронный компенсатор*; при этом ток в обмотке якоря имеет практически только реактивную составляющую.

Синхронные компенсаторы предназначены для компенсации коэффициента мощности сети и поддержания нормального уровня напряжения сети в районах сосредоточения потребительских нагрузок. Нормальным является перевозбужденный режим работы синхронного компенсатора, когда он отдает в сеть реактивную мощность. В связи с этим компенсаторы, как и служащие для этих же целей батареи конденсаторов, устанавливаемые на потребительских подстанциях, называют также генераторами реактивной мощности. Однако в периоды спада потребительских нагрузок (например, ночью) напряжение сети стремится возрасти и для поддержания его на нормальном уровне необходимо загрузить сеть индуктивными токами, вызывающими в ней дополнительные падения напряжения. В этих случаях синхронные компенсаторы работают в недовозбужденном режиме, когда они потребляют из сети индуктивный ток и реактивную мощность. Для этого каждый синхронный компенсатор снабжается автоматическим регулятором возбуждения или напряжения, который регулирует его ток возбуждения так, что напряжение на зажимах компенсатора остается постоянным.

Выводы по занятию

К основным типам вращающихся машин относят асинхронные, синхронные и машины постоянного тока. Любая машина обратима, т.е. может работать как в режиме двигателя, так и в режиме генератора. Наиболее распространенными являются асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором. В случае необходимости частых пусков, плавного регулирования скорости вращения в широком диапазоне, используют двигатели постоянного тока. Синхронные компенсаторы, представляющие собой синхронные двигатели, работающие на холостом ходу, применяют для компенсации коэффициента мощности сети и поддержания нормального уровня напряжения.

Вопросы для самопроверки

1. Поясните устройство асинхронной машины.

2. Поясните принцип действия асинхронного двигателя.
3. Что такое скольжение?
4. Назовите и изобразите графики известных вам характеристик асинхронного двигателя.
5. Какие способы пуска асинхронного двигателя вы знаете?
6. Какие существуют способы регулирования частоты вращения асинхронных двигателей? Кратко охарактеризуйте каждый из них.
7. Поясните устройство и принцип действия синхронной машины.
8. Назовите и изобразите графики известных вам характеристик синхронного генератора.
9. Перечислите требования для включения генератора на параллельную работу с сетью.
10. В чем заключаются преимущества и недостатки использования синхронного двигателя по сравнению с асинхронным?

Занятие 15. Основы электропривода

План занятия

1. Понятие об электроприводе
2. Виды электроприводов
3. Режимы работы электроприводов
4. Нагревание и охлаждение электродвигателей

1. Понятие об электроприводе

Электроприводом называют электромеханическое устройство, предназначенное для приведения в движение рабочих органов машины или исполнительного механизма. Для выполнения своей основной функции - приведения в движение исполнительных органов рабочих машин и механизмов и управления этим движением - ЭП включает в себя совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих друг с другом электротехнических, электромеханических и механических элементов и устройств.

Такая электромеханическая система и получила название электрического привода. Общая структурная схема ЭП приведена на рисунке 15.1, где утолщенными линиями показаны силовые каналы энергии, а тонкими линиями - маломощные (информационные) цепи. Основным элементом любого электропривода 6 служит электрический двигатель 1, который вырабатывает механическую энергию (МЭ) за счет потребляемой электрической энергии, т. е. является электромеханическим преобразователем энергии. В некоторых режимах работы ЭП электродвигатель осуществляет и обратное преобразование энергии, получая механическую энергию от исполнительного органа рабочей машины. От электродвигателя механическая энергия через передаточное устройство 9 (механическое, гидравлическое, электромагнитное) подается на исполнительный орган 7 рабочей машины 8, за счет чего тот совершает требуемое механическое движение. Функция передаточного устройства заключается в согласовании параметров движения электродвигателя и исполнительного органа. Прогрессивным направлением развития ЭП является использование непосредственного соединения электродвигателя с исполнительным органом, что

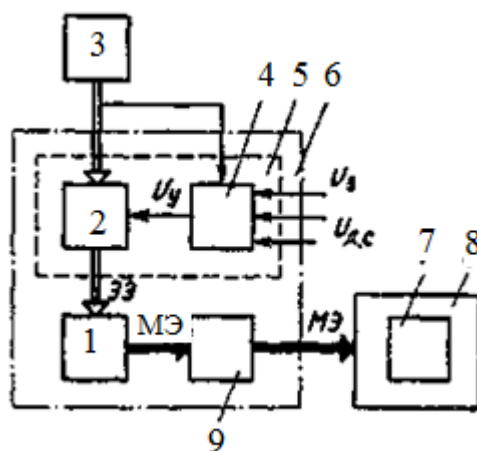


Рисунок 15.1 - Структурная схема электропривода

позволяет повысить технико-экономические показатели работы комплекса «электропривод - рабочая машина» Электрическая энергия поступает в ЭП от источника электроэнергии 3. Для получения электроэнергии с требуемыми для электродвигателя параметрами и управления потоком этой энергии между двигателем и источником электроэнергии включается силовой преобразователь 2. Функции управления и автоматизации в ЭП осуществляются маломощным блоком управления 4. Этот блок вырабатывает сигнал управления U_u с помощью входного сигнала U_z , задающего характер движения исполнительного органа, и ряда дополнительных сигналов, дающих информацию о реализации технологического процесса рабочей машины, характере движения исполнительного органа, работе отдельных узлов ЭП, возникновении аварийных ситуаций и др. Преобразователь 2 вместе с блоком управления 4 образуют систему управления электроприводом 5.

2 Виды электроприводов

По структуре схемы передачи энергии от электросети к рабочим органам машин различают три основных типа электропривода: групповой (рис.16.3), одиночный (рис.15.2), многодвигательный (рис.15.4). Групповой (трансмиссионный) электропривод – электропривод, в котором одним электродвигателем приводится в действие несколько рабочих машин, В современном производстве групповой электропривод имеет ограниченное применение, что объясняется его недостатками: громоздкостью передающих устройств, невозможностью

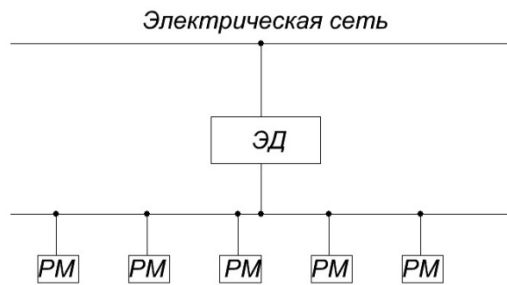


Рисунок 15.2. Структурная схема одиночного электропривода

автоматизации, сложностью управления каждой из рабочих машин, входящих в групповой электропривод, одновременное прекращение работы всей группы рабочих машин при повреждениях в электрической части привода и др. Одиночный электропривод – электропривод, в котором каждая рабочая машина приводится отдельным двигателем. В настоящее время одиночный электропривод – основной вид электропривода для большинства рабочих машин: конвейера (транспортера), насоса, компрессора, подъемный кран и др. При применении одиночного привода можно выбрать для рабочей машины электродвигатель, соответствующий требованиям различных производственных процессов

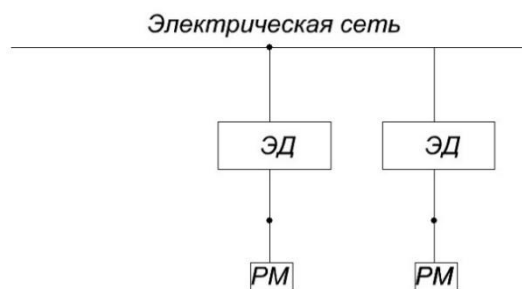


Рисунок 15.3. Структурная схема группового электропривода

Многодвигательный электропривод – электропривод, в котором отдельные элементы рабочей машины имеют самостоятельный электропривод. Этот вид электропривода используют в сложных механических устройствах (прокатные станы, крупные станки и т. п.).

Многодвигательный привод позволяет упростить механическую часть рабочей машины, исключив из нее части элементов, предназначенные для передачи движения. Примером многодвигательного привода может служить экскаватор ЭКГ-4, имеющий четыре электродвигателя: первый – для подъема груза, второй – для напора на грунт, третий – для поворота и четвертый – для передвижения. Многодвигательный привод позволяет выбрать электродвигатель для каждого рабочего органа машины с необходимыми механическими характеристиками.

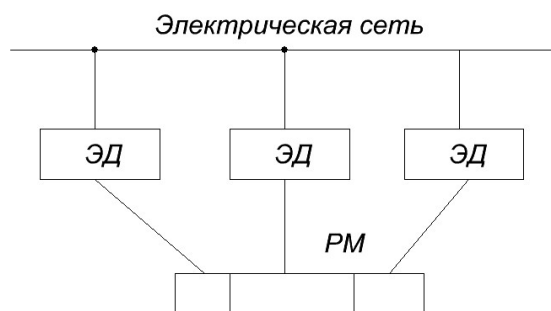


Рисунок 15.4. Структурная схема многодвигательного электропривода

По роду защиты выпускают электродвигатели следующих типов:

- открытые, у которых все вращающиеся и токоведущие части не имеют специальных защитных приспособлений; для общего применения открытые электродвигатели не изготавливаются;
- защищенные электродвигатели, у которых все вращающиеся и токоведущие части предохранены от случайных прикосновений, от попадания внутрь посторонних предметов, капель воды, падающих отвесно, или брызг. Этот вид машин не защищен от пыли и вредных газов. Электродвигатели, имеющие защиту от капель, называются каплезащищенными, а от брызг – брызгозащищенными. Защищенные электродвигатели нельзя устанавливать в пожароопасных, взрывоопасных помещениях и в помещениях с едкими парами и газами;
- закрытые электродвигатели, у которых имеются отверстия лишь для ввода проводов и для болтов, скрепляющих детали машины. Закрытые машины подразделяются на обычные, обдуваемые, продуваемые (с закрытой вентиляцией) и герметические. В обдуваемых электродвигателях охлаждающий воздух засасывается вентилятором и прогоняется через корпус машины. У машин с закрытой вентиляцией охлаждающий воздух подводится через трубы. Закрытые электродвигатели могут быть установлены на открытом воздухе вне зданий, в пыльных и пожароопасных помещениях;
- электродвигатели взрывозащищенные выпускаются в нескольких исполнениях: взрывонепроницаемые В1А, В2Б, В3Г и повышенной надежности Н1А, предназначенные для работы во взрывоопасных помещениях соответствующих классов.

3. Режимы работы электроприводов

По условиям нагрева электродвигателей различают три основных режима их работы: длительный; кратковременный; повторно-кратковременный (рис.16.5).

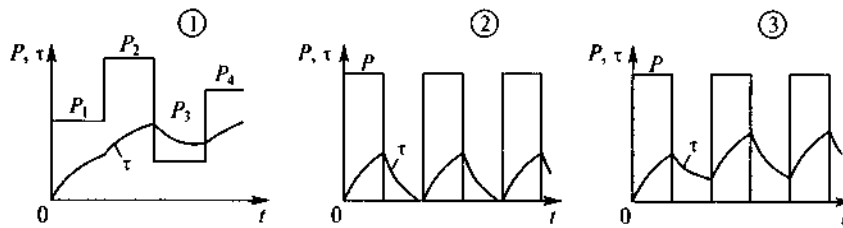


Рисунок 15.5. Режимы работы двигателей: 1 - продолжительный, 2 - кратковременный, 3 - повторнократковременный

Продолжительным (длительным) режимом работы называют режим (рисунок 15.5 -1), при котором все части электродвигателя за время работы достигают установившейся температуры. В начале нагрева электродвигателя (после включения его в работу) лишь часть тепла, выделяющегося в нем за счет потерь электроэнергии, отдается в окружающую среду. Остальная часть аккумулируется (запасается) внутри электродвигателя и вызывает повышение его температуры, с ростом которой увеличивается отдача тепла в окружающую среду. Увеличение температуры прекращается, когда все выделяющееся в двигателе тепло отдается окружающей среде. Примером длительного режима работы может служить режим работы электродвигателей центробежных насосов, вентиляторов, компрессоров и транспортеров.

Кратковременным режимом работы называют режим (рисунок 15.5 – 2), при котором длительность рабочего периода недостаточна для того, чтобы температура электродвигателя достигла установившегося значения. Последующая затем остановка (пауза) электродвигателя настолько продолжительна, что он успевает охладиться до температуры окружающей среды. Для кратковременного режима работы установлены следующие стандартные длительности рабочего периода: 15, 30, 60 и 90 мин. На щитках электродвигателя, предназначенного для работы в таком режиме, указывается, на какую стандартную длительность рабочего периода данная машина рассчитана. В кратковременном режиме работает,

например, электродвигатель механизма подъема стрелы одноковшового экскаватора. Повторно-кратковременным режимом работы называют режим (рисунок 15.5 -3), при котором за время рабочего периода электродвигатель не успевает достигнуть установившейся температуры, а за время последующей паузы не успевает охладиться до температуры окружающей среды. Повторно-кратковременный режим характеризуется величиной относительной продолжительности включения (ПВ), под которой понимается отношение времени работы к общей продолжительности всего цикла, включающего кроме времени работы также и паузу:

$$\text{ПВ} = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\%$$

где t_p — продолжительность рабочего периода;

t_0 — продолжительность паузы.

Установлены стандартные значения относительной ПВ: 15, 25, 40 и 60%, причем ПВ, равная 25%, принимается за номинальную. Продолжительность одного цикла не должна превышать 10 мин. Если продолжительность цикла превышает 10 мин, то режим работы электродвигателя считается длительным. Повторно-кратковременный режим работы весьма распространен для электропривода строительных машин, в таком режиме работают одноковшовые экскаваторы, различные краны, подъемники и другие машины.

4. Нагревание и охлаждение электродвигателей

Теряемая в электродвигателе энергия идет на нагрев его частей. С момента пуска электродвигателя температура нагрева его постепенно повышается и достигает установившегося состояния, когда количество тепла, выделяемое электродвигателем в единицу времени, в тот же промежуток времени отдается в окружающую среду. Допустимая нагрузка электродвигателей определяется нагревом его обмоток, нормы нагрева которых зависят от рода изоляции. Изоляционные материалы, применяемые в электромашиностроении, разделяются по теплостойкости на следующие классы изоляции:

Класс 0 — непропитанные волокнистые материалы из целлюлозы и шелка.

Класс А — пропитанные волокнистые материалы из целлюлозы и шелка.

Класс В — материалы на основе слюды, асбеста и стекловолокна, применяемые с органическими связующими и пропитывающими составами.

Класс Е — синтетические органические пленки.

Класс Р — материалы на основе слюды, асбеста и стекловолокна, применяемые в сочетании с синтетическими связующими и пропитывающими составами.

Класс Н — материалы на основе слюды, асбеста и стекловолокна, применяемые в сочетании с кремнийорганическими связующими и пропитывающими составами. Класс С — слюда, керамические материалы, стекло, кварц, применяемые без связующих составов.

Наибольшая допустимая температура нагрева (°C) для изоляции класса А — 105; класса В — 130; класса Р — 155; класса Н — 180; класса С — более 180.

Понижение температуры у электродвигателей с вентиляцией при холостой работе происходит интенсивнее, чем при полной остановке, так как для охлаждения внутренних частей при их вращении создаются более благоприятные условия.

По роду защиты выпускают электродвигатели следующих типов:

открытые, у которых все вращающиеся и токоведущие части не имеют специальных защитных приспособлений; для общего применения открытые электродвигатели не изготавливаются;

защищенные электродвигатели, у которых все вращающиеся и токоведущие части предохранены от случайных прикосновений, от попадания внутрь посторонних предметов, капель воды, падающих отвесно, или брызг. Этот вид машин не защищен от пыли и вредных газов. Электродвигатели, имеющие защиту от капель, называются каплезащищенными, а от брызг — брызгозащищенными. Защищенные электродвигатели нельзя устанавливать в пожароопасных, взрывоопасных помещениях и в помещениях с едкими парами и газами закрытые электродвигатели, у которых имеются отверстия лишь для ввода проводов и для болтов, скрепляющих детали машины. Закрытые машины

подразделяются на обычные, обдуваемые, продуваемые (с закрытой вентиляцией) и герметические. В обдуваемых электродвигателях охлаждающий воздух засасывается вентилятором и прогоняется через корпус машины. У машин с закрытой вентиляцией охлаждающий воздух подводится через трубы. Закрытые электродвигатели могут быть установлены на открытом воздухе вне зданий, в пыльных и пожароопасных помещениях;

электродвигатели взрывозащищенные. Выпускаются в нескольких исполнениях: взрывонепроницаемые В1А, В2Б, В3Г и повышенной надежности Н1А, предназначенные для работы во взрывоопасных помещениях соответствующих классов.

Выводы по занятию

Рассмотрены современные устройства электроприводов. Показаны их составные части и классификация. Различные условия работы электродвигателей требуют разработки новых модификаций этих устройств.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое групповой электропривод?
2. Что такое одиночный электропривод?
3. Опишите режимы работы электродвигателей
4. Какие классы изоляционных материалов вы знаете
5. Чем определяется допустимая нагрузка электродвигателей?

Занятие 16. Основы электробезопасности.

План занятия

1. Воздействие электрического тока на человека
2. Обеспечения безопасности электроустановок

1. Воздействие электрического тока на человека

Согласно ГОСТ Р 12.1.009-2009 ССБТ «Электробезопасность. Термины и определения». *Электробезопасность* – это система организационных и технических мероприятий и средств, обеспечивающих защиту людей и

животных от вредного и опасного воздействия электрического тока, электрической дуги, электромагнитного поля и статического электричества.

Поражение электрическим током – это физиологический эффект от воздействия электрического тока при его прохождении через тело человека или животного.

Для человека опасный ток может привести к остановке дыхания, фибрилляции и остановке сердца, параличу мышц (таблица 16.1).

Таблица 16.1 – Степень поражения человека в зависимости от величины, продолжительности и характера электрического тока

Ток, проходящий через человека	Характер воздействия	
	Переменный ток 50-60 Гц	Постоянный ток
0,5-1,5 мА	Начало ощущения, лёгкое дрожание пальцев рук	Не ощущается.
2,0-3,0 мА	Сильное дрожание пальцев рук	Не ощущается.
5,0-7,0 мА	Судороги в руках	Зуд, ощущение нагрева.
8,0-10,0 мА	Руки трудно, но ещё можно оторвать от электродов. Сильные боли в пальцах, кистях рук и предплечьях.	Усиление нагрева.
20-25 мА	Паралич рук, оторвать их от электродов невозможно. Очень сильные боли. Дыхание затруднено.	Ещё большее усиление нагрева. Незначительное сокращение мышц рук.
50-80 мА	Паралич дыхания. Начало фибрилляции сердца.	Сильное ощущение нагрева. Сокращение мышц рук. Судороги, затруднение дыхания.
90-100 мА	Паралич дыхания. При длительности 3 с и более - паралич сердца.	Паралич дыхания

По характеру воздействия различают ощутимый ток, неотпускающий и смертельный.

Ощутимый ток – электрический ток, который при прохождении через организм вызывает ощутимые раздражения. Величина ощутимого тока 0,5 - 1,5 мА. Наименьшее значение ощутимого тока называется пороговым ощутимым током.

Неотпускающий ток – электрический ток, который при прохождении через человека вызывает непреодолимые судорожные сокращения мышц руки, в которой зажат проводник. Пострадавший не может разжать кисть и освободиться от проводника. Величина неотпускающего тока 10-15 мА.

Наименьшее значение неотпускающего тока называется пороговым неотпускающим током.

Смертельный ток 100 мА и более.

Предельно допустимые значения напряжений прикосновения и токов, протекающих через тело человека при продолжительности воздействия более 1 с, по ГОСТ Р 12.1.019-2009, приведенные в таблице 16.2, соответствуют отпускающим (переменным) и неболевым (постоянным) токам.

Таблица 16.2 – Предельно допустимые значения напряжений прикосновения и токов через тело человека

Род тока	Нормируемая величина	Предельно допустимые значения, не более, при продолжительности воздействия тока t , с											
		0,01-0,08	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	Св.1,0
Переменный 50 Гц	U , В	550	340	160	135	120	105	95	85	75	70	60	20
	I , мА	650	400	190	160	140	125	105	90	75	65	50	6
Постоянный	U , В	650	500	400	350	300	250	240	230	220	210	200	40
	I , мА												15

Согласно «Правил технической эксплуатации электроустановок потребителей» обслуживание электротехнологических установок (электросварка, электролиз, электротермия и т.п.), а также сложного энергонасыщенного производственно-технологического оборудования, при работе которого требуется постоянное техническое обслуживание и регулировка электроаппаратуры, электроприводов, ручных электрических машин, переносных и передвижных электроприемников, переносного электроинструмента, должен осуществлять электротехнологический персонал. Он должен иметь достаточные навыки и знания для безопасного выполнения работ и технического обслуживания закрепленной за ним установки.

Для персонала, обслуживающего (работающего) на электроустановках и сложном электрооборудовании, установлено 5 квалификационных *групп допуска по электробезопасности*:

– I квалификационная группа присваивается неэлектротехническому производственному персоналу: операторам ПК, обслуживающему электропечи и т.п.

- II квалификационная группа присваивается квалификационной комиссией неэлектротехническому персоналу, обслуживающему установки и оборудование с электроприводом, электросварщики (без права подключения), термисты установок ТВЧ (токов высокой частоты), машинисты грузоподъемных машин, передвижные машины и механизмы с электроприводом, работающим с ручными электрическими машинами и другими переносными электроприемниками и т.д.
- III квалификационная группа присваивается только электротехническому персоналу. Эта группа дает право единоличного обслуживания, осмотра, подключения и отключения электроустановок от сети напряжения до 1000 В. Присваивается только по достижении 18-летнего возраста.
- IV квалификационная группа присваивается только лицам электротехнического персонала. Лица с квалификационной группой не ниже IV имеют право на обслуживание электроустановок напряжением выше 1000 В. Для инженера по охране труда необходим стаж работы на производстве (не важно на какой должности) не менее 3 лет.
- V квалификационная группа присваивается лицам, ответственным за электрохозяйство, и другому инженерно-техническому персоналу в установках напряжением выше 1000 В. Для инженера по охране труда для получения данной группы необходим стаж работы не менее 5 лет.

Лица с V квалификационной группой имеют право отдавать распоряжения и руководить работами в электроустановках напряжением как до 1000 В, так и выше.

Состояние *изоляции* влияет на надежность и безопасность работы электрооборудования. В электроустановках обычно применяют *твердую изоляцию* (бумага, слоистые диэлектрики, детали из пластмасс и др.), *жидкую* (трансформаторное и конденсаторное масла), *газообразную* (воздух, неон и др.).

Выделяют внешнюю и внутреннюю изоляцию. К первой относят воздушные промежутки и изоляторы, характеристики которых зависят от внешних атмосферных условий. Ко второй относится изоляция электрических

машин, трансформаторов, кабелей и статических конденсаторов, электроизмерительных и контрольных приборов. Она не подвержена атмосферному воздействию.

При эксплуатации электроустановок на изоляцию воздействуют напряжения, значительно превышающие номинальные значения, называемые *перенапряжениями*. Перенапряжения могут возникать в результате ударов молнии в провода и опоры воздушных линий или грозовых разрядов вблизи нахождения электроустановок (*атмосферные перенапряжения*); в результате возникновения переходных электромагнитных процессов вследствие резкого изменения режима работы сети из-за повреждений, изменения нагрузки, оперативных переключения (*внутренние перенапряжения*). Обычно внутренние перенапряжения не превышают фазного значения напряжения в 2,5–3 раза.

2.Обеспечения безопасности электроустановок

Для обеспечения безопасности электроустановки для отведения в землю токов, вызванных перенапряжениями, используют *заземление*.

Заземление – преднамеренное электрическое соединение какой-либо точки сети, электроустановки или оборудования с заземляющим устройством.

Заземляющее устройство – совокупность заземлителя и заземляющих проводников.

Защитное заземление – заземление, выполняемое в целях электробезопасности.

Механизм защиты состоит в том, чтобы создать между корпусом электроустановки и землей электрическое соединение достаточно малого сопротивления для того, чтобы в случае замыкания на корпус прикосновение к нему (параллельное присоединение) не могло вызвать ток через человека такой величины, который угрожал бы его жизни и здоровью.

Рабочее (функциональное) заземление – заземление точки или точек токоведущих частей электроустановки, выполняемое для обеспечения работы электроустановки (не в целях электробезопасности).

Защитное зануление в электроустановках напряжением до 1 кВ – преднамеренное соединение открытых проводящих частей с глухозаземленной

нейтралью генератора или трансформатора в сетях трехфазного тока, с глухозаземленным выводом источника однофазного тока, с заземленной точкой источника в сетях постоянного тока, выполняемое в целях электробезопасности.

Грозозащитное заземление – преднамеренное соединение с землей молниеприемников и разрядников в целях отвода от них токов молнии в землю.

В электроустановках напряжением выше 1 кВ заземлению подлежат: корпуса электрических машин и трансформаторов, коммутационных и защитных аппаратов и их приводов, вторичные обмотки измерительных трансформаторов. Заземляются также металлические конструкции распределительных устройств, каркасы распределительных щитов, пультов, шкафов, металлические корпуса кабельных муфт, оболочки и броня кабелей, кожухи и опорные металлические конструкции шинопроводов и электрооборудования, лотки, короба и другие металлические конструкции, связанные с установкой электрооборудования.

В электроустановках напряжением выше 1 кВ с изолированной и эффективно заземленной нейтралью выполнение заземления обязательно. В электроустановках 110 кВ и выше с эффективно заземленной нейтралью при повреждении изоляции возникает однофазное КЗ. Ток КЗ значителен, поэтому напряжение на заземлителе может оказаться очень большим ($U_z = I_z R_z$). Чтобы уменьшить напряжение прикосновения необходимо уменьшить сопротивление R_z . При однофазном токе короткого замыкания 4 – 8 кА и сопротивлении заземлителя 0,5 Ом напряжение на заземлителе может составить 2 – 4 кВ. Чтобы избежать поражения электрическим током требуется очень быстрое отключение короткого замыкания.

В соответствии с ПУЭ, ГОСТом Р 50571.2 – 94 классификация систем заземления электрических сетей в зданиях обозначается *IT*, *TT*, *TN-C*, *TN-C-S*, *TN-S* (рисунок 16.1 – 16.4).

Первая буква – состояние нейтрали источника питания относительно земли:

I – изолированная нейтраль;

T – заземленная нейтраль.

Вторая буква – состояние открытых проводящих частей относительно земли:

T – открытые проводящие части заземлены, независимо от отношения к земле нейтрали источника питания или какой-либо точки питающей сети;

N – открытые проводящие части присоединены к глухозаземленной нейтрали источника питания.

Последующие (после *N*) буквы – совмещение в одном проводнике или разделение функций нулевого рабочего и нулевого защитного проводников:

S – нулевой рабочий (*N*) и нулевой защитный (*PE*) проводники разделены;

C – функции нулевого защитного и нулевого рабочего проводников совмещены в одном проводнике (*PEN*-проводник).

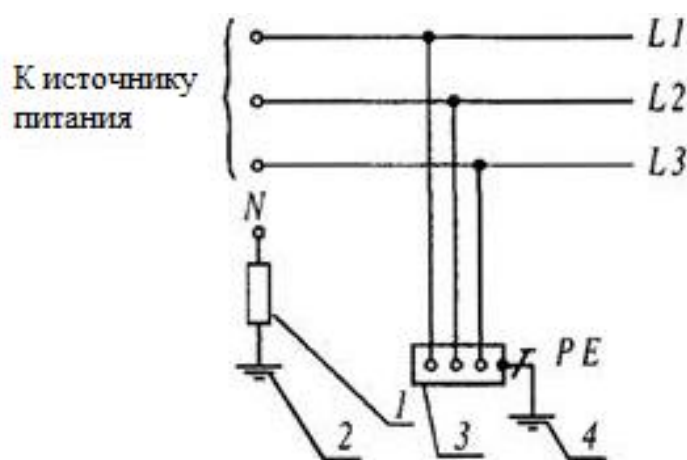


Рисунок 16.1 – Система заземления *IT*. Открытые проводящие части электроустановки заземлены. Нейтраль источника питания изолирована от земли или заземлена через большое сопротивление: 1 – сопротивление заземления нейтрали источника питания (если имеется); 2 – заземлитель; 3 – открытые проводящие части; 4 – заземляющее устройство электроустановки
Обозначения на схемах, представленных на рисунках 16.1 – 16.5.

Наименование проводника	Обозначение		Расцветка
	буквенное	графическое	
Нулевой рабочий (нейтральный) проводник	<i>N</i>		Голубой

Защитный проводник (заземляющий проводник, нулевой защитный проводник, защитный проводник системы уравнивания потенциалов)		PE		Желто-зеленый
Совмещенный нулевой защитный и нулевой рабочий проводники		PEN		Желто-зеленый с голубыми метками по концам, наносимыми при монтаже
Фазный	В трехфазной сети	$L1, L2, L3$ (A, B, C)		Все цвета, кроме выше перечисленных
	В однофазной сети	L		

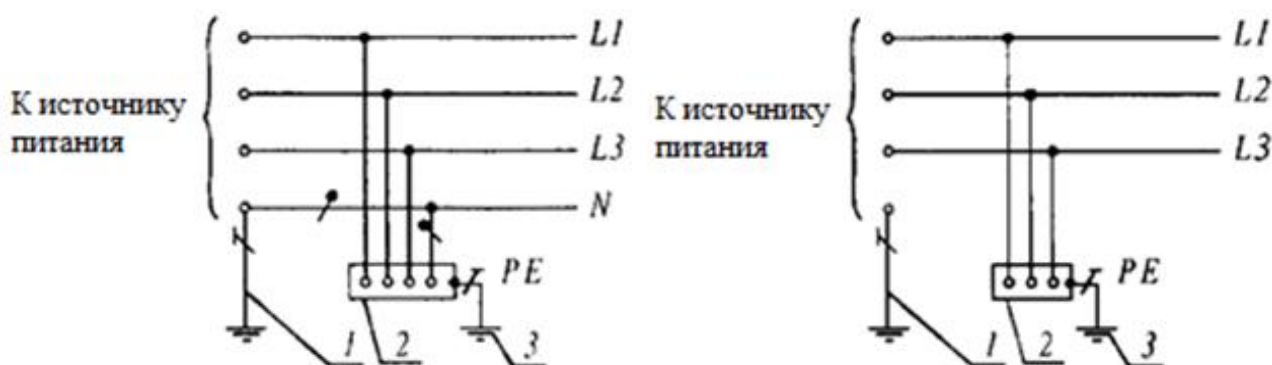


Рисунок 16.2 – Система заземления TT . Открытые проводящие части электроустановки заземлены при помощи заземления, электрически независимого от заземлителя нейтрали: 1 – заземлитель нейтрали источника переменного тока; 2 – открытые проводящие части; 3 – заземлитель открытых проводящих частей электроустановки

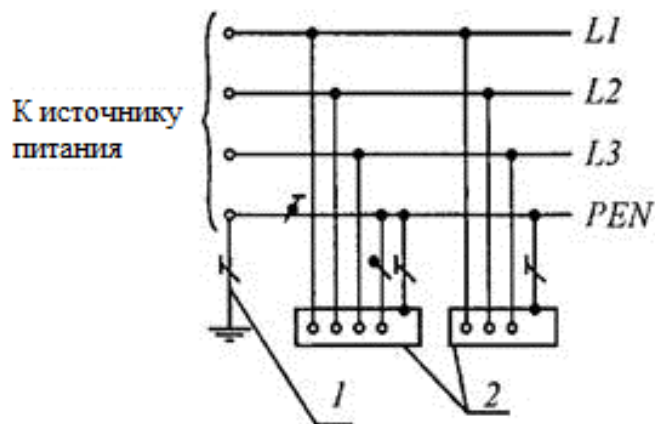


Рисунок 16.3 – Система заземления $TN-C$. Нулевой защитный и нулевой рабочий проводники совмещены в одном проводнике: 1 – заземлитель нейтрали (средней точки) источника питания; 2 – открытые проводящие части

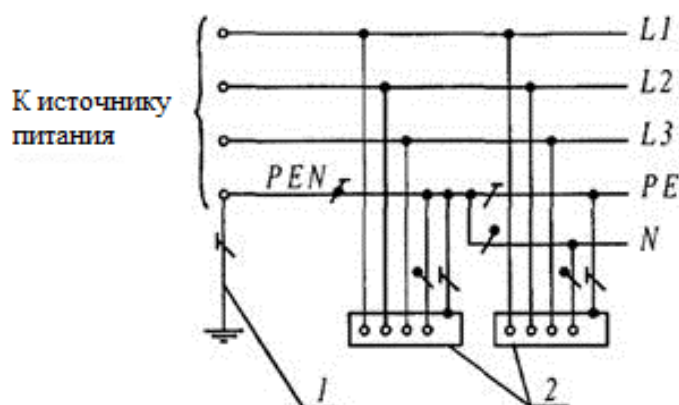


Рисунок 16.4 – Система заземления *TN-C-S*. Нулевой защитный и нулевой рабочий проводники совмещены в одном проводнике в части системы: 1 – заземлитель нейтрали источника переменного тока; 2 – открытые проводящие части

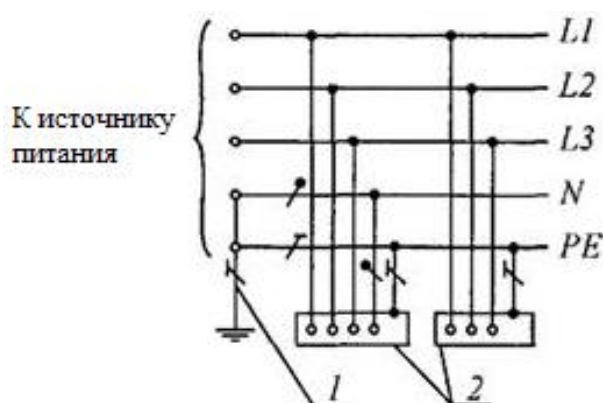


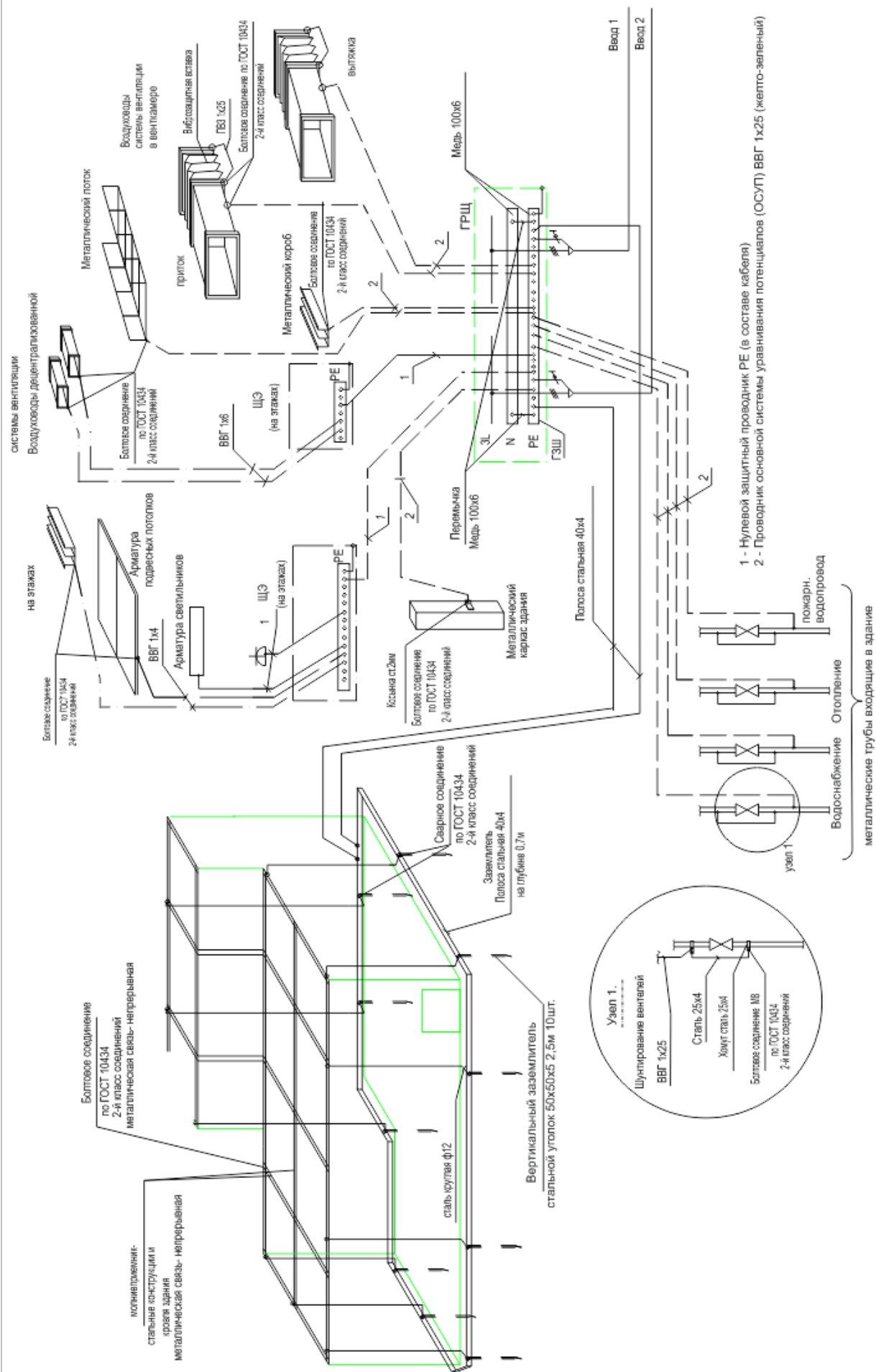
Рисунок 16.5 – Система заземления *TN-S*. Нулевой защитный и нулевой рабочий проводники разделены: 1 – заземлитель нейтрали источника переменного тока; 2 – открытые проводящие части

Для 17 этажного жилого дома, рассматриваемого ранее, приведем *пример* использования защитного заземления и системы уравнивания потенциалов, которые выполнены в соответствии с требованиями ПУЭ.

В жилом доме применена *TN-C-S* система заземления.

Главная заземляющая шина (ГЗШ) установлена в каждой электрощитовой рядом с ГРЩ. Главные заземляющие шины ГРЩ №1 и ГРЩ №2 соединены между собой. ГЗШ изготавливается из меди сечением 500мм² (50x10). На стене над шиной должен быть нанесен знак $\perp$.

На рисунке 16.6 представлена основная система уравнивания потенциалов, где к ГЗШ подсоединяются: металлические части каркаса здания (арматура); металлические трубы коммуникаций, входящих в здание – горячего и холодного водоснабжения, канализации, отопления и т.п; металлические части централизованных систем вентиляции и кондиционирования; заземляющее устройство системы молниезащиты; РЕ шина ГРЩ.



В каждой квартире в ванной комнате выполнена дополнительная система уравнивания потенциалов (рисунок 15.7) путем присоединения к РЕ-шине всех металлических частей (сантехническое оборудование, трубы, ванна).

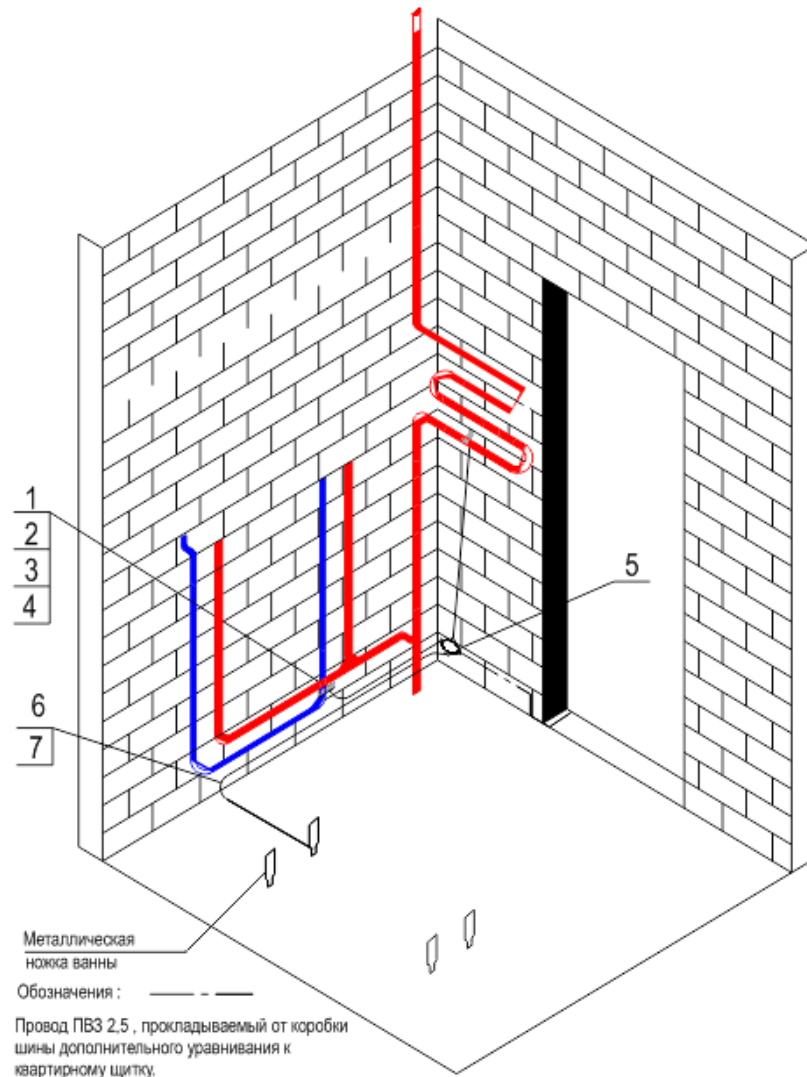


Рисунок 16.7 – Дополнительная система уравнивания потенциалов в ванной:
1 – заземляющий хомут; 2 – болт; 3 – гайка; 4 – наконечник медный; 5 – коробка шины дополнительного уравнивания потенциалов устанавливается в стене на высоте 150 мм от уровня чистого пола; 6 – провод ПВЗ 2,5 (все провода от коробки 5 прокладываются под слоем штукатурки, провод к полотенцесушителю подводится под крепежный болт); 7 – труба ПВД гибкая

Расчет контура заземления произведен в соответствии с методикой, приведенной в Справочнике «Заземляющие устройства электроустановок», автор Р.Н. Карякин (ЗАО «Энергосервис» 2006 г.)

Сопротивление сложного заземляющего устройства, выполненного в виде контурного заземлителя, состоящего из горизонтальной сетки и вертикальных электродов, рассчитывается по формуле:

$$R = \frac{\rho}{\pi \cdot L} \cdot \frac{(\lambda \cdot C_{11} \cdot C_{22} - C_{12}^2)}{(C_{11} + \lambda \cdot C_{22} - 2 \cdot C_{12})} = \frac{100}{3,14 \cdot 520} \cdot \frac{(11,56 \cdot 13,23 \cdot 3,83 - 10,92^2)}{(13,23 + 11,56 \cdot 3,83 - 2 \cdot 10,92)} = 0,80 \text{ Ом}$$

где C_{11} – сопротивление горизонтальной сетки, Ом; C_{22} – сопротивление вертикальных электродов, Ом; C_{12} – взаимное сопротивление между горизонтальной сеткой и вертикальными электродами, Ом.

$$\lambda = \frac{L}{n \cdot l} = \frac{520}{15 \cdot 3,0} = 11,56;$$

$$C_{11} = \ln \left(\frac{4 \cdot L}{\sqrt{H \cdot \frac{b}{2}}} \right) + k_1 \cdot \frac{L}{\sqrt{S}} - k_2 = \ln \left(\frac{4 \cdot 520}{0,6 \cdot \frac{0,04}{2}} \right) + 1,05 \cdot \frac{520}{\sqrt{4350}} - 4,9 = 13,23 \text{ Ом};$$

$$C_{22} = \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \left(\frac{8 \cdot L}{d} \right) - 1 + \frac{2 \cdot k_1 \cdot l}{\sqrt{S}} \cdot (\sqrt{n-1})^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\ln \left(\frac{8 \cdot 3,0}{0,016} \right) - 1 + \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 3,0}{\sqrt{4350}} \cdot (\sqrt{15-1})^2 \right) = 3,83 \text{ Ом};$$

$$C_{12} = \ln \left(\frac{4 \cdot L}{l} \right) + k_1 \cdot \frac{L}{\sqrt{S}} - k_2 + 1 = \ln \left(\frac{4 \cdot 520}{3,0} \right) + 1,05 \cdot \frac{520}{\sqrt{4350}} - 4,9 + 1 = 10,92 \text{ Ом}.$$

где R – сопротивление сложного заземлителя, Ом; ρ – удельное сопротивление земли равное 100 Ом·м; L – суммарная длина проводников, образующих горизонтальную сетку, равная 520 м; S – площадь, покрытая сеткой, равная 4350 м²; l – длина вертикального электрода, равная 3,0 м; d – диаметр вертикального электрода, равный 0,016 м; n – число вертикальных электродов, равное 15 шт; b – ширина полосы горизонтального проводника, образующего сетку, равная 0,04 м; H – глубина заложения горизонтальной сетки, равная 0,6 м; $k_1 = 1,05$; $k_2 = 4,9$ – коэффициенты из справочника.

Молниезащита. В соответствии с инструкцией по устройству молниезащиты зданий, сооружений и промышленных предприятий СО- 153-34.21.122-2003 жилой дом относится к обычному объекту. При уровне защиты I-IV используем стальной заземлитель не менее 80 мм², стальной токоотвод не менее 50 мм², стальной молниеприемник не менее 50 мм².

В слое утеплителя кровли укладывается молниеприемная сетка из стальной проволоки $d = 8$ мм с ячейкой 8х8 м с узлами на сварке.

Токоотводы выполняются стальной проволокой $d = 10$ мм, которые присоединяются к контуру заземления, проложенному по периметру здания на

глубине 0,8 – 1,0 м. от поверхности земли стальной полосой 40х4 мм. Молниеприемная сетка соединяется с естественными токоотводами стальной арматурой здания (рисунок 16.8).



Рисунок 16.8 – Молниезащита и наружный контур заземления секции 1 дома

Металлическая арматура железобетонных строений считается обеспечивающей электрическую непрерывность, если она удовлетворяет следующим условиям: примерно 50% соединений вертикальных и горизонтальных стержней выполнены сваркой или имеют жесткую связь (болтовое крепление, вязка проволокой); электрическая непрерывность обеспечена между стальной арматурой различных заранее заготовленных бетонных блоков и арматурой бетонных блоков, подготовленных на месте.

В прокладке горизонтальных поясов нет необходимости, если металлические каркасы здания или стальная арматура железобетона используются как токоотводы.

Световое ограждение. Для безопасности полетов воздушных судов, на самых высоких участках кровли предусмотрено световое ограждение. В

качестве огней светового ограждения используются светильники с колпаками красного цвета типа 30Л-2М.

Выводы по занятию

Городские потребители питаются посредством распределительных сетей напряжением 6-10 кВ и 0,38 кВ. При разработке системы электроснабжения микрорайона города определяются расчетные нагрузки района, выбираются место расположения, мощность и тип трансформаторных подстанций 10/0,4 кВ, схема распределительной сети 380 В и сети 10 кВ, оценивается величина напряжения на электроприемниках. В целях электробезопасности здания и сооружения должны иметь защитное заземление и молниезащиту.

Вопросы для самопроверки

1. Какие основные задачи решаются при разработке системы электроснабжения микрорайона города?
2. Как определяются места расположения трансформаторных подстанций на план-схеме микрорайона города?
3. Назовите и охарактеризуйте типовые схемы, используемые для электроснабжения населенных мест и городов.
4. В чем отличие встречной магистрали от двойной?
5. Назовите достоинства и недостатки типовых схем электроснабжения города.
6. Дайте определение понятию электробезопасность.
7. Охарактеризуйте воздействие различной величины тока на организм человека.
8. Что означают и сколько существует групп допуска по электробезопасности?
9. Что такое изоляция в электроустановках и какие факторы влияют на ее состояние?
10. Что такое заземление? Какое бывает? В чем заключается механизм защиты защитного заземления?
11. Приведите классификацию систем заземления электрических сетей.
12. Какая система заземления используется в настоящее время во вновь строящихся жилых домах?
13. Что представляет собой основная и дополнительная система уравнивания потенциалов в жилом доме?
14. Опишите назначение, конструкцию молниезащиты и контура заземления

используемых в зданиях и сооружениях.

Занятие 17. Электрические измерения

План занятия.

1. Аналоговые и электронные измерительные приборы.
2. Приборы для измерения электрических величин.
3. Электронные и цифровые измерительные приборы.

1. Аналоговые и электронные измерительные приборы.

Измерение – совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, обеспечивающих нахождение соотношения (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей и получение значения этой величины.

Средство измерений – это техническое средство, предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу физической величины, размер которой принимают неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени.

Метрологическая характеристика средства измерений – характеристика одного из свойств средства измерений, влияющая на результат измерений и на его погрешность.

На практике наиболее распространены следующие метрологические характеристики средств измерений.

Диапазон измерений средства измерений – область значений величины, в пределах которой нормированы допускаемые пределы погрешности средства измерений.

Диапазон показаний средства измерений – область значений шкалы прибора, ограниченная начальным и конечным значениями шкалы.

Цена деления шкалы – разность значений величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы средства измерений.

Чувствительность средства измерений – свойство средства измерений, определяемое отношением изменения выходного сигнала этого средства к вызывающему его изменению измеряемой величины.

По назначению средства измерений подразделяются на меры, измерительные преобразователи, измерительные приборы, измерительные установки и измерительные системы.

Мерой называется средство измерений, предназначенное для воспроизведения и (или) хранения физической величины одного или нескольких заданных размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

Измерительный преобразователь – техническое средство с нормативными метрологическими характеристиками, служащее для преобразования измеряемой величины в другую величину или измерительный сигнал, удобный для обработки, хранения, дальнейших преобразований, индикации или передачи. ИП или входит в состав какого-либо измерительного прибора (измерительной установки, измерительной системы и др.), или применяется вместе с каким-либо средством измерений.

По характеру преобразования различают аналоговые, цифро-аналоговые, аналого-цифровые преобразователи. По месту в измерительной цепи различают первичные и промежуточные преобразователи. Выделяют также масштабные и передающие преобразователи.

Измерительный прибор – средство измерений, предназначенное для получения значений измеряемой физической величины в установленном диапазоне. По способу индикации значений измеряемой величины измерительные приборы разделяют на показывающие и регистрирующие.

Измерительная установка – совокупность функционально объединенных мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей и других устройств, предназначенная для измерений одной или нескольких физических величин и расположенная в одном месте.

По типу отсчетного механизма все измерительные приборы (ИП) подразделяют на две группы: аналоговые (АИП) и цифровые (ЦИП). В АИП

показания являются непрерывной функцией изменения входной измеряемой величины. Электромеханические ИП основаны на преобразовании электрической энергии входного сигнала в механическую энергию, чаще всего, угловое перемещение подвижного отсчетного устройства. Эти приборы для своей работы забирают некоторую энергию от измеряемой цепи. Включение таких приборов в исследуемую электрическую цепь изменяет режим ее работы и, как результат, обуславливает появление погрешности взаимодействия прибора в измеряемой цепи, т.е. появляется методическая погрешность измерения.

В ЦИП измеряемая или пропорциональная ей величина преобразуется в числовой эквивалент, который выводится на цифровой индикатор (дисплей). Современные ЦИП построены с использованием или микроконтроллера, или микропроцессора, что существенно повышает производительность и точность ЦИП. Эти приборы могут иметь дополнительные функции для обработки результатов измерения, автоматического выбора пределов измерения, распознавания полярности постоянного напряжения и т.д., а некоторые из них могут быть задействованными в автоматизированных измерительных установках и системах. В практике электрических измерений все шире используются цифровые методы и средства преобразования, хранения, обработки, передачи и представления информации. Цифровые приборы вытесняют аналоговые средства при измерении самых различных физических величин. Среди цифровых средств измерений можно выделить две большие группы: измерительные приборы и измерительные преобразователи. К первой группе обычно относят автономные ИП, предназначенные в основном для статических однократных измерений, обычно выполняемых вручную оператором (пользователем). Ко второй группе относят цифровые преобразователи, используемые в составе информационно-измерительных систем, измерительно-вычислительных систем и т.д. Преобразователи обладают высоким быстродействием.

Основные понятия об электромеханических измерительных приборах (ЭМИП). ЭМИП относятся к аналоговым ИП. Функционирование ЭМИП основано на использовании измерительных механизмов (ИМ), в которых реализуются различные физические принципы. ИМ обеспечивает преобразование значения измеряемой величины в пропорциональное изменение показания отсчетного устройства, например, стрелки прибора. В этих ИМ вызывающему поворот стрелки моменту вращения, функционально связанному с измеряемой величиной (чаще всего с током в измерительной катушке), противодействует момент сопротивления закручивающейся пружины.

В зависимости от используемого в приборе ИМ различают следующие ЭМИП: а) магнитоэлектрические; б) выпрямительные; в) термоэлектрические; г) электромагнитные; д) электродинамические; е) электростатические; ж) индукционные.

В зависимости от принципа исполнения ИМ, схемы его использования в ИП реализуются приборы для измерения тока, напряжения, мощности, электрической энергии и т. д.

2. Приборы для измерения электрических величин.

Классификация электроизмерительных приборов. Любой прибор непосредственного отсчета состоит из двух частей: измерительного механизма и измерительной цепи.

Измерительный механизм – преобразует подводимую к нему электрическую энергию в механическую энергию перемещения подвижной части.

Измерительная цепь – преобразует измеряемую электрическую величину (напряжение, ток и т.п.) в пропорциональную величину, которая воздействует на измерительный механизм. Например, в вольтметре измерительная цепь состоит из катушки измерительного механизма и резистора. При постоянстве сопротивления измерительной цепи ток в измерительном механизме вольтметра пропорционален измеряемому напряжению.

Один и тот же измерительный механизм в соединении с различными измерительными цепями может служить для измерения различных величин. В зависимости от принципа действия измерительного механизма различают несколько систем показывающих приборов. Рассмотрим основные из этих систем (рисунок 17.1)

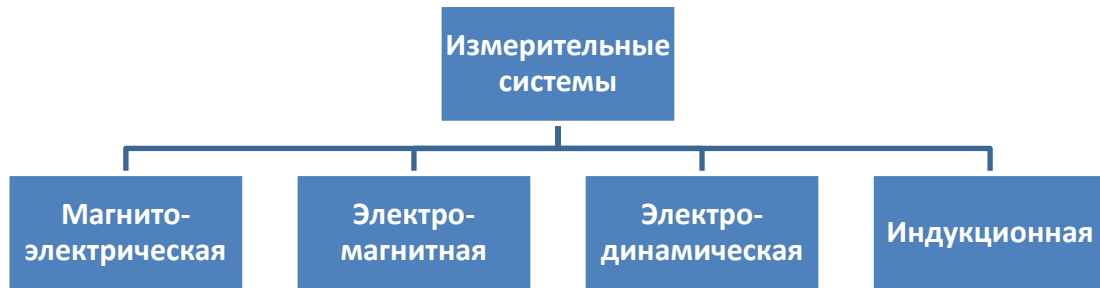


Рисунок 17.1 – Классификация измерительных систем

Магнитоэлектрическая система. В измерительных механизмах магнитоэлектрической системы вращающий момент создается воздействием магнитного поля постоянного магнита на проводники с током.. Существуют два основных типа приборов магнитоэлектрической системы:

- а) приборы с подвижной катушкой (подвижной рамкой);
- б) приборы с подвижным магнитом.

Условные обозначения этих приборов приведены на рисунке 17.2.

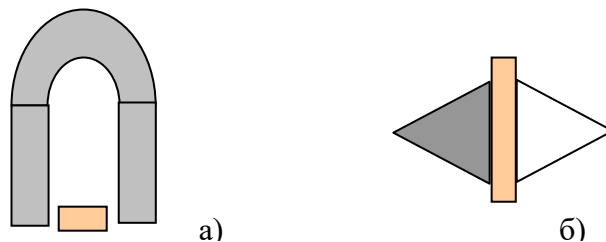


Рисунок 17.2 – Условные обозначения приборов магнитоэлектрической системы:

а – с подвижной катушкой (рамкой); б – с подвижным магнитом

В магнитоэлектрическом механизме с **подвижной катушкой** катушка установлена на опорах и может поворачиваться в воздушном зазоре магнитной цепи постоянного магнита.

Магнитную цепь измерительного механизма образуют магнитопровод, полюсные наконечники и цилиндрический сердечник, которые изготавливаются из магнитномягкого материала.

Угол между направлениями вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$ в воздушном зазоре и тока $\mathbf{I}$ в активной части проводников длиной l подвижной катушки равен 90° . Следовательно, на каждый из проводников действует электромагнитная сила:

$$F = B I l,$$

а на подвижную часть механизма — вращающий момент:

$$M_{\text{вр}} = 2Fwd/2 \, w l B l d = w S B I = k_{\text{вр}} I,$$

где d — диаметр каркаса катушки с числом витков w и площадью поперечного сечения

$S = l d$; $k_{\text{вр}} = w S d$ — коэффициент пропорциональности.

Угол поворота катушки при равенстве моментов $M_{\text{вр}} = M_{\text{пр}}$ прямо пропорционален измеряемому току:

$$I = k_{\text{пр}} \alpha / k_{\text{вр}} = C_{\text{пр}} \alpha,$$

где $C_{\text{пр}}$ — постоянная прибора («цена деления»).

Постоянный магнит создает сильное магнитное поле в воздушном зазоре магнитной цепи прибора (0,2-0,3 Тл), и даже при малых значениях измеряемых токов можно получить достаточный вращающий момент. Поэтому магнитоэлектрические приборы весьма чувствительны, внешние магнитные поля мало влияют на их показания, и их собственное потребление энергии относительно мало. Магнитоэлектрический прибор достаточно вынослив к перегрузкам, чему способствует также линейная зависимость его вращающего момента от тока.

Для расширения пределов измерения приборы магнитоэлектрической системы снабжают набором резисторов для делителей, измеряемых величин.

Резистор, включаемый последовательно с катушкой измерительного механизма, называется **добавочным резистором**; а резистор, который

включается параллельно с катушкой измерительного механизма или с ветвью, содержащей катушку и добавочный резистор, называется **шунтом**.

Ток в магнитоэлектрическом измерительном механизме периодически пульсирует, и так как у подвижной части прибора значительна инерция, то ее отклонение пропорционально среднему за период значению вращающего момента:

$$M_{\text{вп}} = w S B I_{\text{ср}}.$$

Следовательно, прибор измеряет среднее значение тока в цепи. Для измерений в цепях переменного тока на шкале прибора указываются действующие значения. При синусоидальном токе действующее значение больше среднего в 1,11 раза.

Электромагнитная система. В измерительных механизмах электромагнитной системы (рисунок 17.3) вращающий момент обусловлен действием магнитного поля неподвижной катушки на подвижный ферромагнитный якорь. Магнитное поле катушки образуется током, который проходит по ее обмотке. Механические силы в подобном устройстве стремятся переместить якорь так, чтобы энергия магнитного поля устройства стала, возможно, большей.

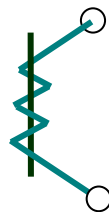


Рисунок 17.3 – Условное обозначение электромагнитного прибора

В общем случае вращающий момент, действующий на подвижную часть пропорционален изменению энергии магнитного поля W_m .

$$M_{\text{вп}} = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\alpha},$$

где L и i — индуктивность и ток катушки.

Если ток катушки синусоидальный ($i = I_m \sin \omega t$), то равновесие подвижной части наступит при равенстве среднего за период вращающего момента и противодействующего момента пружины:

$$M_{ep} = \frac{I_m^2}{4\pi} \frac{dL}{d\alpha} = M_{np} = k_{np} \alpha,$$

где I — действующее значение тока. Следовательно, действующее значение измеряемого тока:

$$I = \sqrt{\frac{2k_{np}}{dL/d\alpha}} \cdot \sqrt{\alpha} = C\sqrt{\alpha},$$

где C — цена деления.

Недостатком приборов электромагнитной системы является неравномерность шкалы.

У измерительного механизма электромагнитной системы малая чувствительность. Из-за слабости собственного магнитного поля прибор приходится защищать от внешних магнитных влияний. Для этого применяются ферромагнитные экраны или же измерительные механизмы изготавливаются астатическими, т.е. таким образом, что на положение подвижной части (показания прибора) не влияет внешнее однородное магнитное поле.

Класс точности электромагнитных приборов обычно не выше 1,5, главным образом из-за влияния гистерезиса (остаточного намагничивания), что особенно сказывается при измерениях постоянного тока, и потерь энергии на перемагничивание при измерениях переменного тока (частотой не выше 1500 Гц).

Электромагнитными приборами измеряют преимущественно переменные напряжения и токи (невысоких частот). В промышленных установках переменного тока низкой частоты большинство амперметров и вольтметров — приборы электромагнитной системы.

Электродинамическая система. В электродинамических измерительных механизмах для создания вращающего момента используется взаимодействие двух катушек с токами.

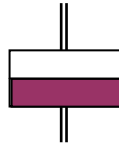


Рисунок 17.4 – Условное обозначение электродинамического прибора

Измерительный механизм этой системы состоит в основном из неподвижной и подвижной катушек. При прохождении тока по катушкам возникают два магнитных поля. Эти поля поворачивают подвижную катушку в положение, при котором электромагнитная энергия максимальна.

Наличие в приборе двух катушек расширяет область применения этого механизма. В зависимости от назначения прибора изменяется и характер его шкалы.

Электродинамические приборы пригодны для измерений в цепях как постоянного, так и переменного тока, причем в обоих случаях шкала у приборов одна и та же.

В электродинамическом приборе измеряемые токи возбуждают относительно слабое магнитное поле в воздухе. Поэтому для получения достаточного вращающего момента нужны катушки измерительного механизма с большими числами витков и собственное потребление энергии прибором относительно велико. Из-за слабого магнитного поля прибор чувствителен к внешним магнитным влияниям; для защиты от этих влияний приборы имеют экраны. Точность электродинамического прибора может быть высокой — класса 0,2 и даже 0,1.

Индукционная система. Индукционная измерительная система основана на использовании вращающегося магнитного поля.

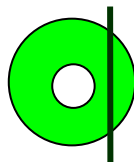


Рисунок 17.5 – Условное обозначение индукционного прибора

Вращающий момент создается воздействием результирующего магнитного поля двух электромагнитов переменного тока на подвижную часть

– алюминиевый диск, в котором это поле индуцирует вихревые токи. Электромагниты возбуждаются измеряемыми переменными токами. Поэтому значение вращающего момента зависит от значений токов в обоих электромагнитах и угла сдвига фаз между ними. Это ценное свойство индукционного измерительного механизма положено в основу построения приборов для измерения мощности и энергии в цепях переменного тока.

3. Электронные и цифровые измерительные приборы.

Электронный вольтметр. Одним из основных недостатков показывающих вольтметров с электромеханическими измерительными механизмами является относительно малое сопротивление цепи вольтметра (5-10 кОм), которое принято называть его входным сопротивлением. Такими вольтметрами нельзя пользоваться при измерении напряжения на резисторе, сопротивление которого соизмеримо с входным сопротивлением вольтметра.

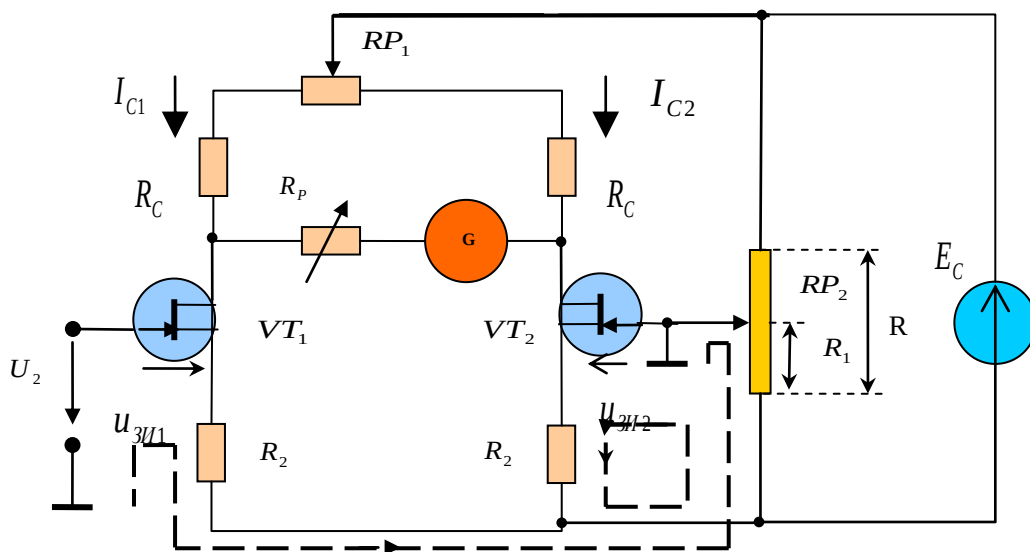


Рисунок 17.6 – Схема электронного вольтметра

Преимущество электронных вольтметров в том, что у них большие входные сопротивления (до 10 МОм), что существенно расширяет область их применения. Кроме того, электронные вольтметры могут иметь очень высокую чувствительность.

Существует много разновидностей электронных вольтметров. Рассмотрим одну из возможных схем (рисунок 17.6), выполненную как мост постоянного тока. В два плеча моста включены одинаковые полевые

транзисторы – vT_1 и vT_2 с управляющим ***p-n***-переходом и ***n***-каналом. Потенциометр RP_1 служит для компенсации различия параметров транзисторов. Равновесие моста определяется по нулевому положению стрелки включенного в диагональ моста показывающего прибора с электромеханическим измерительным механизмом.

С помощью потенциометра RP_2 можно изменять режим работы транзисторов. Если на вход вольтметра подано измеряемое напряжение $U_x \neq 0$, то равновесие моста нарушится и появится ток в диагонали моста.

Отклонение стрелки прибора пропорционально значению измеряемого напряжения. Регулируемый резистор R_p служит для калибровки вольтметра и изменения пределов измерения.

Точность электронного вольтметра из-за неидентичности транзисторов ниже точности индикатора. Большое входное сопротивление электронного вольтметра получается вследствие малого тока затвора транзистора vT_1 . Высокая чувствительность электронного вольтметра объясняется тем, что небольшое изменение измеряемого напряжения приводит к сильной разбалансировке моста и достаточно большому току в диагонали моста и достаточно большому току в диагонали моста, где находится показывающий прибор.

Постоянный ток с помощью электронного вольтметра измеряется путем измерения падения напряжения, вызываемого этим током на резисторе с малым сопротивлением.

Цифровой вольтметр. Цифровые измерительные приборы широко применяются для измерения частоты, интервалов времени, напряжения, разности фаз и т.д. К их общим достоинствам относятся высокие чувствительность и точность, объективность отсчета показаний, возможность сопряжения с другими цифровыми устройствами для обработки результатов измерения, а к недостаткам – сложность изготовления и ремонта, высокая стоимость, а также утомление оператора при длительном наблюдении за

цифровым индикатором. Рассмотрим структурную схему цифрового вольтметра постоянного напряжения (рисунок 17.7).

Совместную работу блоков цифрового вольтметра синхронизирует блок управления, например мультивибратор, на выходных выходах которого формируется отрицательные импульсы напряжения u_1 с периодом повторения T . Импульсы напряжения u_1 одновременно включают генератор линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН) и селектор. На выходе ГЛИН формируется напряжение, нарастающее по линейному закону, $u_{\text{ГЛИН}} = St$, которое подается на вход блока сравнения, т.е. компаратора.

Селектор связывает выход высокочастотного импульсного генератора (частота f) со входом счетчика. В блоке сравнения линейно нарастающее напряжение ГЛИН сравнивается с измеряемым постоянным напряжением $U_{\text{ВХ}}$.

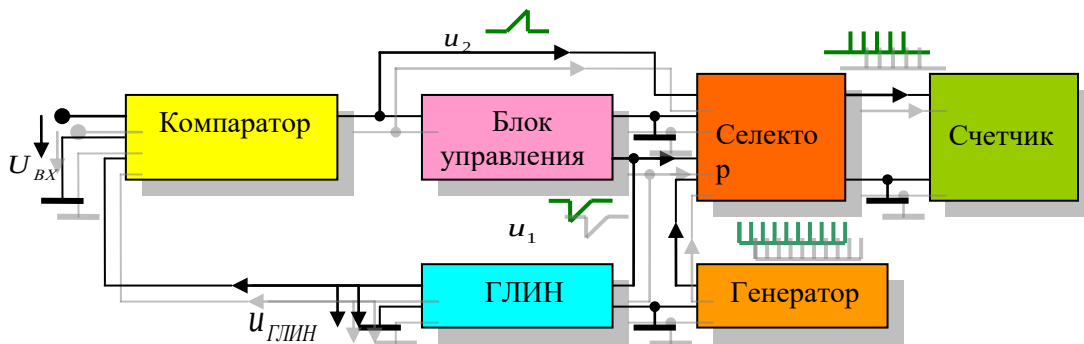


Рисунок 17.7 – Структурная схема цифрового вольтметра постоянного напряжения

В цифровом вольтметре измеряемое напряжение сначала преобразуется в пропорциональный интервал времени $\Delta t = U_{\text{ВХ}} / S$, а затем этот интервал времени преобразуется в пропорциональное интервалу число импульсов

$$n = \Delta t f = f U_{\text{ВХ}} / S ,$$

которое, в свою очередь, фиксируется цифровым индикатором.

Регистрирующие приборы и устройства. Для регистрации быстро протекающих процессов, а также для измерения частоты, динамических характеристик (например, петли гистерезиса), характеристик полупроводниковых приборов и электронных ламп служит электронно-лучевой осциллограф.

Электронно-лучевая трубка – важнейшая часть электронного осциллографа – состоит из электронного прожектора, отклоняющей системы и экраны. Электронный прожектор создает узкий электронный луч. Посредством отклоняющего устройства измеряемая величина управляет движением луча, который играет роль практически безынерционной подвижной части осциллографа. Экран покрыт слоем люминофора, и на нем под действием электронного луча образуется светящееся пятно. При отклонениях луча образуется светящееся пятно. При отклонениях луча это пятно движется по экрану и дает изображение кривой исследуемого процесса. Электронный прожектор («электронная пушка») состоит из подогревного катода, управляющего электрода, модулятора и двух катодов.

Для отклонения электронного луча в горизонтальном и вертикальном направлениях в трубке есть две пары отклоняющих пластин. Исследуемое периодическое напряжение подается на вертикально отклоняющие пластины, вследствие чего происходит отклонение луча и вертикальном направлении (по оси ординат). Горизонтально отклоняющие пластины необходимы для разведки исследуемого напряжения во времени (по оси абсцисс). Для этого в большинстве случаев на эти пластины подается периодическое пилообразное напряжение. Структурная схема осциллографа (рисунок 17.8) состоит из ряда блоков и ключей, с помощью которых можно получить различные режимы работы осциллографа.

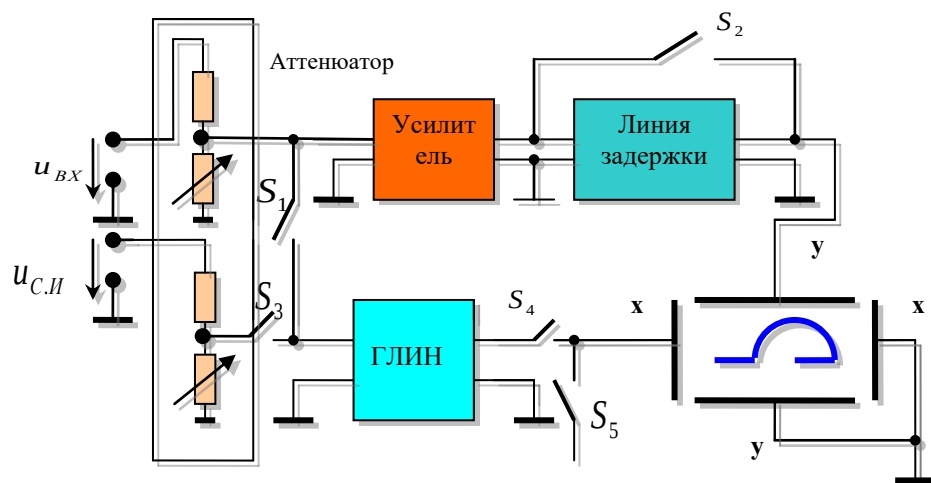


Рисунок 17.8 – Структурная схема осциллографа

Электронный осциллограф может работать в следующих основных режимах:

- а) в режиме внутренней синхронизации;
- б) в режиме внешней синхронизации;
- в) в автоматическом режиме;
- г) в режиме специальной развертки.

Рассмотрим кратко основные режимы. В режиме внутренней синхронизации изображение светового луча на экране начинает двигаться в горизонтальном направлении с искажением, которое убирается применением внешней синхронизацией. В автоматическом режиме на экране наблюдается неподвижное изображение, а в режиме специальной развертки на экране наблюдаются различные фигуры.

Входной блок электронного осциллографа – аттенюатор (калибровочный делитель напряжения) позволяет уменьшать напряжение входного сигнала и напряжение синхронизирующих импульсов в нужное число раз.

Чувствительностью осциллографа называется отношение вертикального отклонения светового пятна на экране в миллиметрах к значению входного напряжения в вольтах. Чувствительность самой трубки без усилителя низкая, около (0,5...1) мм/В. Применение усилителя повышает чувствительность трубки до (1...2)мм/В.

Выводы по занятию

Для проведения электрических измерений используют измерительные приборы: амперметры, вольтметры, ваттметры, фазометры, частотомеры и т.д. Они могут быть как аналоговыми, в которых показания являются непрерывной функцией, так и цифровыми, в которых измеряемая величина преобразуется в числовой эквивалент, выводимый на экран.

Вопросы для самопроверки

- 1 Что такое измерение и измерительный прибор?
- 2 Преимущества и недостатки аналоговых и цифровых измерительных приборов.

- 3 Каким внутренним сопротивлением обладает цифровой мультиметр и в каком режиме необходимо его использовать для измерений постоянного напряжения?
4. В каком режиме необходимо использовать цифровой мультиметр для измерений переменного напряжения?
- 5 Для каких целей используются шунты, добавочные сопротивления, измерительные трансформаторы тока и напряжения?
- 6 Какие существуют методы измерения фазы и частоты?