

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания по выполнению практических работ
по дисциплине
Технологии формирования универсальных учебных действий в процессе изучения
математических дисциплин

Направление подготовки	44.04.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль)	Математическое образование
Форма обучения	очная
Год начала обучения	2026
Реализуется в семестре	1 _____

Ставрополь

Введение

Целью изучения дисциплины является формирование профессиональных компетенций будущего магистра по направлению подготовки 44.04.01 - Педагогическое образование.

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

Знать:

- общие вопросы организации учебной деятельности учащихся на уроках математики в средней школе;
- структурные компоненты универсальных учебных действий;
- технологию конструирования учебной компетенции учащихся при обучении математике;
- методы и приемы решения математических задач;

Уметь:

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- решать задачи школьной математики, соответствующие программе основной школы, различными способами;
- формировать универсальные учебные действия обучающихся;

Владеть:

- образовательными технологиями обучения математике;
- технологиями организации деятельности учителя и учащихся при формировании универсальных учебных действий на уроках математики;
- технологиями отбора содержания математических задач при изучении конкретных тем школьного курса математики.

Обучение в онлайн режиме реализуется на основе ст. 16 ФЗ-273 «Об образовании в РФ». Специфика заключается в использовании дистанционных образовательных технологий (ДОТ) и электронного обучения (ЭО), которые обеспечивают освоение образовательной программы в полном объеме независимо от места нахождения обучающихся.

Специфика онлайн-обучения в рамках дисциплины заключается в переносе центра тяжести на управляемую самостоятельную работу магистранта в ЭИОС вуза. Взаимодействие выстраивается через сочетание синхронных вебинаров и асинхронного освоения интерактивного контента, при этом контроль успеваемости осуществляется через цифровую среду с фиксацией образовательного следа

Организация учебного процесса в онлайн режиме влечет трансформацию традиционных видов занятий:

- Лекции: представлены в виде потоковых трансляций (вебинаров).
- Семинары и практикумы: проводятся в системе совместной работы.
- Нагрузка на самостоятельную работу (СРС) возрастает.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий осуществляется с использованием

электронной информационно-образовательной среды СКФУ, к которой обеспечен доступ обучающихся через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет», или с использованием ресурсов иных организаций, в том числе платформ, предоставляющих сервисы для проведения видеоконференций, онлайн-встреч и дистанционного обучения (МТС-Линк), а также с использованием возможностей социальных сетей для осуществления коммуникации обучающихся и преподавателей.

Дисциплина "Технологии формирования универсальных учебных действий в процессе изучения математических дисциплин" относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-2. Способен разрабатывать методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам	ПК-2 И-1. Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания фундаментальных математических разделов и методических теорий.	Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания современных технологий формирования универсальных учебных действий
	ПК-2 И-2. Разрабатывает методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса с учетом классических и современных тенденций развития математического образования.	Владеет технологиями организации деятельности учителя и учащихся при формировании универсальных учебных действий на уроках математики, технологиями отбора содержания математических задач при изучении конкретных тем школьного курса математики
	ПК-2 И-3. Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества	Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и

	образовательного процесса по математическим дисциплинам.	оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе технологий конструирования учебной компетенции учащихся при обучении математике
--	--	---

Целью данных методических указаний является оказание учебно-методической помощи магистранту в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта. Магистрант в ходе освоения курса приобретает навыки научного анализа, активизации мыслительной деятельности и накопления знаний по данной дисциплине.

Методические рекомендации предназначены для подготовки магистрантов к практическим (семинарским) занятиям. В процессе подготовки к семинарским занятиям необходимо ознакомиться с планом предстоящего семинара, основным и дополнительным списком рекомендуемой литературы по данной теме, внимательно изучить методические рекомендации по проведению занятия, выписать и освоить незнакомые термины и понятия, тезисно или развернуто подготовиться к занятию по пунктам плана.

Тема № 1

Технология формирования универсальных учебных действий при изучении алгебры в основной школе

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Формирование УУД в процессе изучения темы «Действия со степенями и радикалами».
2. Формирование УУД в процессе изучения темы «Арифметические вычисления»

Формируемые в процессе изучения данной темы компетенции: **ПК-2**

Знать специфику разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Уметь разрабатывать и применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Владеть навыками разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

1. Материал для рассмотрения:

Выражениями в алгебре называют записи, состоящие из чисел и букв, соединенных знаками действий.

$\frac{3x}{4x+1}$; $a^2 - b^2 + c$; $\sqrt{x-2} + 9$; x^n – алгебраические выражения.

В зависимости от операций различают рациональные и иррациональные выражения.

Алгебраические выражения называют рациональными, если относительно входящих в него букв a, b, c, \dots не выполняется никаких других операций, кроме операций сложения, умножения, вычитания, деления и возведения в целую степень.

Алгебраические выражения, содержащие операции извлечения корня из переменной или возведения переменной в рациональную степень, не являющуюся целым числом, называются иррациональными относительно этой переменной.

Тождественным преобразованием данного выражения называется замена одного выражения другим, тождественно равным ему на некотором множестве.

В основе тождественных преобразований рациональных и иррациональных выражений лежат следующие теоретические факты.

1. Свойства степеней с целым показателем:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ - множителей}}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad a^1 = a;$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a \neq 0; \quad a^0 = 1, \quad a \neq 0;$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a \neq 0;$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}, \quad a \neq 0;$$

$$(a^n)^m = a^{nm}, \quad a \neq 0;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0;$$

$$(ab)^m = a^m b^m, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0.$$

2. Формулы сокращенного умножения:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b); \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3; \quad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2);$$

где a, b, c – любые действительные числа;

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \quad \text{где } a \neq 0, \quad x_1 \text{ и } x_2 \text{ – корни уравнения } ax^2 + bx + c = 0.$$

3. Основное свойство дроби и действия над дробями:

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}, \quad \text{где } b \neq 0, \quad c \neq 0;$$

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}; \quad \frac{a}{c} \pm \frac{b}{d} = \frac{ad \pm bc}{cd};$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

4. Определение арифметического корня и его свойства:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0; \quad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k};$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}; \quad \sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|; \quad \sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a},$$

где a, b – неотрицательные числа, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2, m \in \mathbb{N}, m \geq 2$.

Практическое задание

Рассмотрите, какие универсальные учебные действия формируются при изучении следующего материала:

1. Представьте в виде многочлена $(a+b)(a-b+1) - (a-b)(a+b-1)$.

Решение:

$$(a+b)(a-b+1) - (a-b)(a+b-1) = (a+b)((a-b)+1) - (a-b)((a+b)-1) = \\ = a^2 - b^2 + a + b - a^2 + b^2 + a - b = 2a.$$

При выполнении указанного преобразования использовали правила умножения и вычитания многочленов, формулу сокращенного умножения и приведение подобных слагаемых.

2. Разложите на множители: $c^8 - c^4 - 2c^2 - 1$.

Решение:

$$c^8 - c^4 - 2c^2 - 1 = c^8 - (c^4 + 2c^2 + 1) = c^8 - (c^2 + 1)^2 = (c^4 - c^2 - 1)(c^4 + c^2 + 1).$$

При выполнении преобразования использовали правило вынесения общего множителя за скобку и 2 формулы сокращенного умножения.

3. Сократите дробь:

$$\frac{x^{n+2} - 4x^{n+1} + 4x^n}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}.$$

Решение:

$$\frac{x^{n+2} - 4x^{n+1} + 4x^n}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} = \frac{x^n(x^2 - 4x + 4)}{(x^3 - 8) - (6x^2 - 12x)} = \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4) - 6x(x-2)} = \\ = \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x^2 - 4x + 4)} = \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x-2)^2} = \frac{x^n}{x-2}.$$

При выполнении преобразования использовали вынесение общего множителя за скобку, переместительный и сократительный законы, 2 формулы сокращенного умножения, действия над степенями.

4. Вынесите множитель из-под знака корня, если $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$: $\sqrt{8a^2b^7c^9}$.

$$\text{Решение: } \sqrt{8a^2b^7c^9} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot b \cdot c^8 \cdot c} = \sqrt{4} \sqrt{2} \sqrt{a^2} \sqrt{b^6} \sqrt{b} \sqrt{c^8} \sqrt{c} = \\ = 2|a|b^3|c^4|\sqrt{2}\sqrt{b}\sqrt{c} = 2ab^3c^4\sqrt{2bc} = 2\sqrt{2}ab^3c^4\sqrt{bc}.$$

Использовали правила действий над корнями и определение модуля числа.

5. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{108}}.$$

Решение:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{108}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}(1 - \sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{16} + \sqrt{36})} = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 4 + 6} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{3-3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{3(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{3 \cdot (-1)} = -\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{3} = -\frac{\sqrt{2}+2}{3}$$

6. Упростите выражение:

$$A = \left(\frac{x-2y}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3-x^2y+xy^2} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^3-xy^2} + \frac{2y^2}{x^3+x^2y+xy^2+y^3}$$

Решение:

$$A = \left(\frac{x-2y}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3-x^2y+xy^2} \right) : \frac{x^2+y^2}{x(x^2-y^2)} + \frac{2y^2}{x^2(x+y)+y^2(x+y)} =$$

$$= \frac{x^2-2xy+xy+y^2}{x(x+y)(x^2-xy+y^2)} \cdot \frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{(x^2-xy+y^2)x(x^2-y^2)}{x(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+y^2)} +$$

$$+ \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x-y}{x^2+y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x^2-y^2+2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x^2-y^2+2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} =$$

$$= \frac{x^2+y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{1}{x+y}$$

Использовали правила действий над алгебраическими дробями и формулы сокращенного умножения.

7. Упростить выражение:

$$A = \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b}$$

Решение:

$$A = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-b)} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{a-\sqrt{ab}+b+2\sqrt{ab}-2b-\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1$$

, если $a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$.

Использовали формулы сокращенного умножения, правила сложения дробей и умножения иррациональных выражений, тождество $\sqrt{b^2} = |b|$, определение модуля числа, понятие области допустимых значений переменных в выражении.

8. Вычислить

$$A = \sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}}$$

Решение:

$$A = \sqrt{28-10\sqrt{3}} + \sqrt{28+10\sqrt{3}} = \sqrt{25-10\sqrt{3}+3} + \sqrt{25+10\sqrt{3}+3} = \sqrt{(5-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(5+\sqrt{3})^2} =$$

$$= |5-\sqrt{3}| + |5+\sqrt{3}| = 5-\sqrt{3} + 5+\sqrt{3} = 10$$

Использовали операцию выделения полного квадрата, тождество $\sqrt{a^2} = |a|$ и определение модуля числа.

9. Докажите, что $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, если $a + b + c = 0$.

Доказательство:

Так как $a + b + c = 0$, то $a + b = -c$ и $(a + b)^3 = -c^3$ или $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = -c^3$ или $a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b)$ или $a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(-c)$, т.е. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Использовали условие и формулу суммы кубов.

Надо иметь в виду, что условия, связывающие переменные, могут быть заданы и в упражнениях первых двух типов.

Например.

10. Найдите $a^3 - \frac{1}{a^3}$, если $a - \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$.

Решение:

Так как $a - \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$, то $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = \frac{8}{27}$ или $a^3 - 3a + \frac{3}{a} - \frac{1}{a^3} = \frac{8}{27}$ или $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3\left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{8}{27}$
или $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ или $a^3 - \frac{1}{a^3} = 2\frac{8}{27}$.

Использовали условие, формулу куба разности двух выражений.

Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны:

Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

- 1.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 3.** Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 2

Технология формирования универсальных учебных действий при изучении темы «Тожественные преобразования»

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Числовые выражения и выражения с переменной.
2. Тожественные преобразования целых рациональных выражений.
3. Тожественные преобразования дробных рациональных выражений.
4. Тожественные преобразования иррациональных выражений.
5. Тожественные преобразования степенных и логарифмических выражений.
6. Тожественные преобразования тригонометрических выражений.

Формируемые в процессе изучения данной темы компетенции:

ПК-2

Знать специфику разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Уметь разрабатывать и применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Владеть навыками разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Типы упражнений на преобразование выражений

Существуют различные типы упражнений на тождественные преобразования выражений. Первый тип: явно указано то преобразование, которое необходимо выполнить.

Например.

1. Разложите на множители: $c^8 - c^4 - 2c^2 - 1$.

Решение:

$$c^8 - c^4 - 2c^2 - 1 = c^8 - (c^4 + 2c^2 + 1) = c^8 - (c^2 + 1)^2 = (c^4 - c^2 - 1)(c^4 + c^2 + 1).$$

При выполнении преобразования использовали правило вынесения общего множителя за скобку и 2 формулы сокращенного умножения.

2. Сократите дробь:

$$\frac{x^{n+2} - 4x^{n+1} + 4x^n}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{x^{n+2} - 4x^{n+1} + 4x^n}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} &= \frac{x^n(x^2 - 4x + 4)}{(x^3 - 8) - (6x^2 - 12x)} = \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x^2 + 2x + 4) - 6x(x-2)} = \\ &= \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x^2 - 4x + 4)} = \frac{x^n(x-2)^2}{(x-2)(x-2)^2} = \frac{x^n}{x-2}. \end{aligned}$$

При выполнении преобразования использовали вынесение общего множителя за скобку, переместительный и сократительный законы, 2 формулы сокращенного умножения, действия над степенями.

3. Вынесите множитель из-под знака корня, если $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$: $\sqrt{8a^2b^7c^9}$.

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \sqrt{8a^2b^7c^9} &= \sqrt{4 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot b^6 \cdot b \cdot c^8 \cdot c} = \sqrt{4} \sqrt{2} \sqrt{a^2} \sqrt{b^6} \sqrt{b} \sqrt{c^8} \sqrt{c} = \\ &= 2|a|b^3c^4 \sqrt{2} \sqrt{b} \sqrt{c} = 2ab^3c^4 \sqrt{2bc} = 2\sqrt{2}ab^3c^4 \sqrt{bc}. \end{aligned}$$

Использовали правила действий над корнями и определение модуля числа.

4. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{108}}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{6} - \sqrt{24} - \sqrt{48} + \sqrt{108}} &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}(1 - \sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{16} + \sqrt{36})} = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 4 + 6} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3 - 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{3(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{3 \cdot (-1)} = -\frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{3} = -\frac{\sqrt{2} + 2}{3}. \end{aligned}$$

Второй тип упражнений – это упражнения, в которых явно указано то главное преобразование, которое необходимо выполнить. В таких упражнениях требование обычно сформулировано в одном из видов: упростить выражение, вычислить. При выполнении таких упражнений необходимо прежде всего выявить, какие и в каком порядке необходимо выполнить преобразования, чтобы выражение приняло более компактный вид, чем данное, или получился числовой результат.

Например

5. Упростите выражение:

$$A = \left(\frac{x-2y}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3-x^2y+xy^2} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^3-xy^2} + \frac{2y^2}{x^3+x^2y+xy^2+y^3}$$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } A &= \left(\frac{x-2y}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3-x^2y+xy^2} \right) : \frac{x^2+y^2}{x(x^2-y^2)} + \frac{2y^2}{x^2(x+y)+y^2(x+y)} = \\ &= \frac{x^2-2xy+xy+y^2}{x(x+y)(x^2-xy+y^2)} \cdot \frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{(x^2-xy+y^2)x(x^2-y^2)}{x(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+y^2)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x-y}{x^2+y^2} + \frac{2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x^2-y^2+2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{x^2-y^2+2y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \\
 & = \frac{x^2+y^2}{(x+y)(x^2+y^2)} = \frac{1}{x+y}.
 \end{aligned}$$

Использовали правила действий над алгебраическими дробями и формулы сокращенного умножения.

6. Упростить выражение:

$$A = \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b}.$$

Решение:

$$A = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a-b)} + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{a - \sqrt{ab} + b + 2\sqrt{ab} - 2b - \sqrt{ab}}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1, \text{ если } a \geq 0, b \geq 0, a \neq b.$$

Использовали формулы сокращенного умножения, правила сложения дробей и умножения иррациональных выражений, тождество $\sqrt{b^2} = |b|$, определение модуля числа, понятие области допустимых значений переменных в выражении.

7. Вычислить

$$A = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 + 10\sqrt{3}}.$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 A & = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} + \sqrt{28 + 10\sqrt{3}} = \sqrt{25 - 10\sqrt{3} + 3} + \sqrt{25 + 10\sqrt{3} + 3} = \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(5 + \sqrt{3})^2} = \\
 & = |5 - \sqrt{3}| + |5 + \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3} + 5 + \sqrt{3} = 10.
 \end{aligned}$$

Использовали операцию выделения полного квадрата, тождество $\sqrt{a^2} = |a|$ и определение модуля числа.

Третий тип упражнений на тождественные преобразования – это упражнения, в которых требуется доказать справедливость данного равенства. При выполнении таких заданий можно либо левую часть преобразовывать к правой, либо правую к левой, либо одновременно преобразовывать левую и правую части, либо с помощью преобразований установить, что разность левой и правой частей равна нулю. При этом упражнения третьего типа могут быть двух видов: условные тождества (заданы условия, которым должны удовлетворять переменные в выражении) и безусловные (обычные).

Например.

8. Докажите, что $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$, если $a + b + c = 0$.

Доказательство:

Так как $a + b + c = 0$, то $a + b = -c$ и $(a + b)^3 = -c^3$ или $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = -c^3$ или $a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b)$ или $a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(-c)$, т.е. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Использовали условие и формулу суммы кубов.

Надо иметь в виду, что условия, связывающие переменные, могут быть заданы и в упражнениях первых двух типов.

Например.

9. Найдите $a^3 - \frac{1}{a^3}$, если $a - \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$.

Решение:

Так как $a - \frac{1}{a} = \frac{2}{3}$, то $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = \frac{8}{27}$ или $a^3 - 3a + \frac{3}{a} - \frac{1}{a^3} = \frac{8}{27}$ или $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3\left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{8}{27}$
или $a^3 - \frac{1}{a^3} - 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ или $a^3 - \frac{1}{a^3} = 2\frac{8}{27}$.

Использовали условие, формулу куба разности двух выражений.

Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

- 1.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 3.** Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 3

Технология формирования учебных компетенций при изучении темы «Функции»

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Понятие функции.
2. График функции.
3. Обратная функция.
4. Линейная функция.
5. Обратная пропорциональность.
6. Квадратичная функция.
7. Тригонометрические функции.
8. Показательная и логарифмическая функции.

Формируемые в процессе изучения данной темы компетенции: ПК-2

Знать специфику разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Уметь разрабатывать и применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Владеть навыками разработки и применения современных методик и технологий организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам

Справочный материал

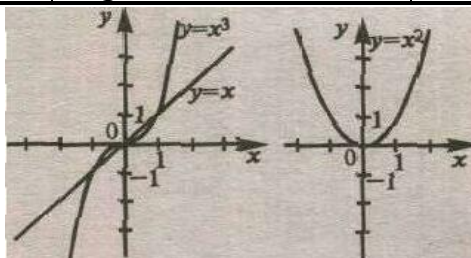
Основные элементарные функции

1. Степенная функция

а) $y=x^n$, $n \in \mathbb{N}$

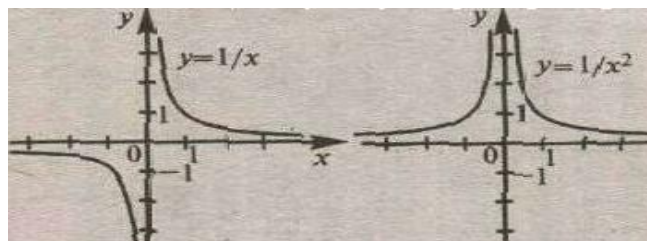
		если n - нечетно ($n=2k+1$)	если n - четно ($n=2k$)
1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$
2	область значений	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$	$E(f) \in [0; +\infty)$
3	четность-нечетность	нечетная	четная

4	монотонность	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	убывает на $(-\infty; 0]$, возрастает на $(0; \infty)$
5	периодичность	непериодическая	непериодическая
6	ограниченность	неограничена	ограничена снизу
7	наибольшие, наименьшие значения	нет	наименьшее значение $(0,0)$
8	точки пересечения с осями координат	$(0,0)$	$(0,0)$
9	график	кубическая парабола	парабола



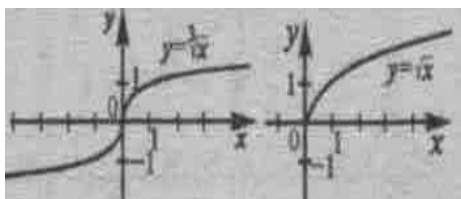
б) $y=x^{-n}$, $n \in \mathbf{N}$

		если n - нечетно ($n=2k+1$)	если n - четно ($n=2k$)
1	область определения	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
2	область значений	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$	$[0; \infty)$
3	четность-нечетность	нечетная	четная
4	монотонность	убывает на $(-\infty; 0)$ и на $(0; \infty)$	возрастает на $(-\infty; 0)$ и убывает на $(0; \infty)$
5	периодичность	непериодическая	непериодическая
6	ограниченность	не ограничена	ограничена снизу: $y > 0$
7	наибольшие, наименьшие значения	нет	нет
8	точки пересечения с осями координат	нет	нет
9	график		



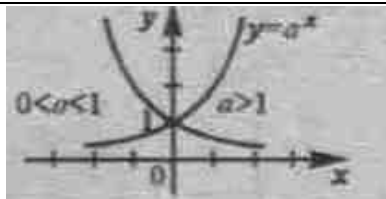
в) $y = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbf{N}$, $n > 1$

		если n- нечетно ($n=2k+1$)	если n- четно ($n=2k$)
1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$	$D(f) \in [0; \infty)$
2	область значений	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$	$E(f) \in (0; \infty)$
3	четность-нечетность	нечетная	общего вида
4	монотонность	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	возрастает на $[0; \infty)$
5	периодичность	непериодическая	непериодическая
6	ограниченность	нет	снизу
7	наибольшие, наименьшие значения	нет	$y=0$
8	точки пересечения с осями координат	(0,0)	(0,0)
9	график		



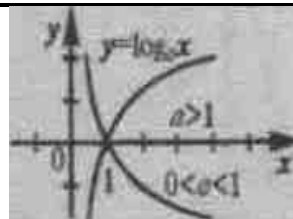
ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ $y=a^x$ ($a>0$, $a \neq 1$)

		$a>1$	$0<a<1$
1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$
2	область значений	$E(f) \in (0; \infty)$	$E(f) \in (-\infty; 0]$
3	четность-нечетность	общего вида	общего вида
4	монотонность	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	убывает на $(-\infty; +\infty)$
5	периодичность	непериодическая	непериодическая
6	ограниченность	ограничена снизу: $y>0$	ограничена снизу: $y>0$
7	наибольшие, наименьшие значения	нет	нет
8	точки пересечения с осями координат	(0,1)	(0,1)
9	график		



ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ $y=\log_a x$ ($a>0$. $a \neq 1$)

		$a>1$	$0<a<1$
1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$	$D(f) \in (0; \infty)$
2	область значений	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$
3	четность-нечетность	общего вида	общего вида
4	монотонность	возрастает на $(0; \infty)$	убывает на $(0; \infty)$
5	периодичность	непериодическая	непериодическая
6	ограниченность	не ограничена	не ограничена
7	наибольшие, наименьшие значения	нет	нет
8	точки пересечения с осями координат	(1,0)	(1,0)
9	график		



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ $y = \sin x$

1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$
2	область значений	$E(f) \in [-1, 1]$
3	четность-нечетность	нечетная
4	монотонность	возрастает на $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$, убывает на $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$
5	периодичность	период $T=2\pi$
6	ограниченность	
7	наибольшие, наименьшие значения	

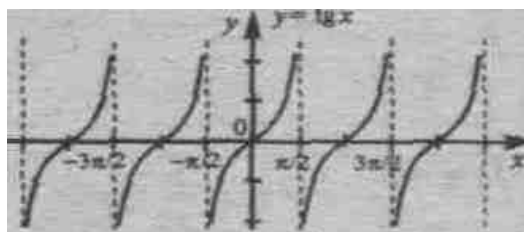
8	точки пересечения с осями координат	
9	график	

$$y = \cos x$$

1	область определения	$D(f) \in (-\infty; +\infty)$
2	область значений	$E(f) \in [-1, 1]$
3	четность-нечетность	четная
4	монотонность	возрастает на $[-\pi + 2\pi k, 2\pi k]$, убывает на $[2\pi k, \pi + 2\pi k]$
5	периодичность	период $T = 2\pi$
6	ограниченность	
7	наибольшие, наименьшие значения	
8	точки пересечения с осями координат	
9	график	

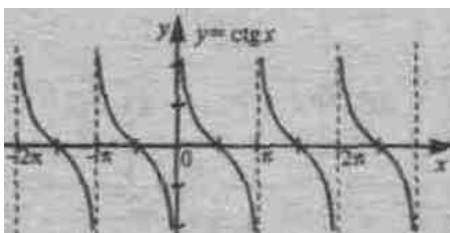
$$y = \operatorname{tg} x$$

1	область определения	$D(f) \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$
2	область значений	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$
3	четность-нечетность	нечетная
4	монотонность	возрастает на $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z}$
5	периодичность	период $T = \pi$
6	ограниченность	не ограничена
7	наибольшие, наименьшие значения	нет
8	точки пересечения с осями координат	$(\pi n, 0), n \in \mathbb{Z}$
9	график	



$$y = \text{ctg } x$$

1	область определения	$D(f) \in (\pi n, \pi + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$
2	область значений	$E(f) \in (-\infty; +\infty)$
3	четность-нечетность	нечетная
4	монотонность	убывает на $(\pi n, \pi + \pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$
5	периодичность	период $T = \pi$
6	ограниченность	не ограничена
7	наибольшие, наименьшие значения	нет
8	точки пересечения с осями координат	$(\frac{\pi}{2} + \pi n, 0), \quad n \in \mathbb{Z}$
9	график	



Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 4

Технология формирования учебных компетенций при изучении темы «Уравнения» в курсе математики

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Уравнения с одним и несколькими переменными.
2. Системы линейных уравнений.
3. Задачи на составление уравнений.
4. Рациональные и дробно-рациональные уравнения.
5. Уравнения с модулем.
6. Иррациональные уравнения.
7. Тригонометрические уравнения и системы уравнений.
8. Показательные уравнения и системы уравнений.
9. Логарифмические уравнения и системы уравнений.

1. Метод подстановки

а) одно из уравнений системы преобразуется к виду, в котором одну из переменных выражают через другую,

б) полученное выражение подставляют во второе уравнение,

в) находят корни этого уравнения,

г) находят значения второй переменной.

Пример 1. Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{5x}} + \sqrt{\frac{5x}{x+y}} = \frac{34}{15}, \\ x+y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{12}{5x}} + \sqrt{\frac{5x}{12}} = \frac{34}{15}, \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{\sqrt{15x}} + \frac{\sqrt{15x}}{6} = \frac{34}{15}, \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(\sqrt{15x})^2 - 68(\sqrt{15x}) + 180 = 0, \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{15x} = 10, \\ \sqrt{15x} = \frac{18}{5}, \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Решив систему, получим две пары решений: $\left(\frac{20}{3}; \frac{16}{3}\right), \left(\frac{108}{125}; 11\frac{17}{125}\right)$.

Ответ: $\left(\frac{20}{3}; \frac{16}{3}\right), \left(\frac{108}{125}; 11\frac{17}{125}\right)$.

Пример 2. Решить систему:
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14, \\ x^2 + y^2 + xy = 84 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14, \\ (x + y)^2 - xy = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14, \\ (x + y - \sqrt{xy})(x + y + \sqrt{xy}) = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 14, \\ (x + y - \sqrt{xy}) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2(x + y) = 20, \\ 2\sqrt{xy} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10, \\ \sqrt{xy} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 16 \end{cases}$$

Дорешав систему, получим: $x = 8, y = 2, x = 2, y = 8$.

Ответ: (8;2), (2;8).

Пример 3. Решить систему:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 14, & (1) \\ \sqrt{\frac{x+y}{8}} - \sqrt{\frac{x-y}{12}} = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 14, \\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x+y}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x-y}{3}} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{2}} + \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 14, & (1') \\ \sqrt{\frac{x+y}{2}} - \sqrt{\frac{x-y}{3}} = 6 & (2') \end{cases}$$

(1') + (2'):

$$2\sqrt{\frac{x+y}{2}} = 20;$$

$$\sqrt{\frac{x+y}{2}} = 10;$$

$$\frac{x+y}{2} = 100;$$

$$x = 200 - y.$$

Подставим в уравнение (1):

$$\sqrt{100} + \sqrt{\frac{200-2y}{3}} = 14;$$

$$\sqrt{\frac{200-2y}{3}} = 4;$$

$$200 - 2y = 48;$$

$$-2y = -152;$$

$$y = 76, \quad x = 124.$$

Проверка

$$(1): \sqrt{100} + \sqrt{\frac{48}{3}} = 14 \quad (\text{верно}),$$

$$(2): \sqrt{\frac{200}{8}} + \sqrt{\frac{48}{12}} = 3 \quad (\text{верно}).$$

Ответ: (124; 76).

2. Метод введения новых переменных

Это один из наиболее распространенных методов решения систем иррациональных уравнений и осуществляется одним из следующих способов:

- а) вводится одна новая переменная только для одного уравнения системы,
- б) вводятся две новые переменные сразу для обоих уравнений.

$$\text{Пример 4. Решить систему: } \begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2, \\ xy = 27 \end{cases}$$

Пусть $\sqrt[3]{x} = u$; $\sqrt[3]{y} = v$

$$\begin{cases} u - v = 2, \\ (uv)^3 = 27. \end{cases} \quad \begin{cases} u - v = 2, \\ uv = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} u = 2 + v, \\ (2 + v)v = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} u = 2 + v, \\ v^2 + 2v - 3 = 0. \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} u = 2 + v, \\ v = 1, \\ u = 2 + v, \\ v = -3, \end{cases} \right] \quad \left[\begin{cases} u = 3, \\ v = 1, \\ u = -1, \\ v = -3, \end{cases} \right] \quad \left[\begin{cases} \sqrt[3]{x} = 3, \\ \sqrt[3]{y} = 1, \\ \sqrt[3]{x} = -1, \\ \sqrt[3]{y} = -3, \end{cases} \right] \quad \left[\begin{cases} x = 27, \\ y = 1, \\ x = -1, \\ y = -27. \end{cases} \right]$$

Обе пары чисел удовлетворяют исходной системе уравнений.

Ответ: (27;1), (-1;-27).

Пример 5. Решить систему:
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y} = 20, \\ x^2 + y^2 = 136 \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{x + y} = t, t \geq 0$ (*)

$$\begin{cases} t^2 + t = 20, \\ x^2 + y^2 = 136, \end{cases}$$

$$t^2 + t - 20 = 0,$$

$$\begin{cases} t_1 t_2 = -20, \\ t_1 + t_2 = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = -5, \\ t_2 = 4. \end{cases} \quad \text{не удовлетворяет условию (*)}$$

$$\sqrt{x + y} = 4,$$

$$x + y = 16,$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy,$$

$$\begin{cases} x + y = 16, \\ (x + y)^2 - 2xy = 136, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 16, \\ 16^2 - 2xy = 136, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 16, \\ xy = 60. \end{cases}$$

Решив систему, получим две пары решений: (6,10) и (10,6) каждая из которых удовлетворяет заданной системе.

Ответ: (6;10), (10;6).

Пример 6. Решить систему:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2}, \\ x + y + xy = 9 \end{cases}$$

Первое уравнение подстановкой $t = \sqrt{\frac{x}{y}}$, где $t > 0$, преобразуем к виду $2t^2 - 3t - 2 = 0$, откуда $t_1 = 2, t_2 = -\frac{1}{2}$. Т.к. $t > 0$, то второй корень является посторонним.

Решив систему $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} = 2, \\ x + y + xy = 9 \end{cases}$, найдем два ее решения $(4;1)$ и $\left(-9; -\frac{9}{4}\right)$, которые являются решениями исходной системы.

Ответ: $(4;1), \left(-9; -\frac{9}{4}\right)$.

Пример 7. Решить систему:
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} + \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} = \frac{5}{2}, \\ x + y = 2. \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = t, t > 0$.

$$\begin{cases} t = \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}}, \\ t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}, \quad (1) \\ x + y = 2. \end{cases}$$

Тогда система примет вид:

$$(1): t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2},$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0,$$

$$D = 25 - 16 = 9,$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4},$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

Получим совокупность двух систем уравнений:

$$\left[\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = 2, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} \frac{2x-1}{y+2} = 4, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} 2x-1=4y+8, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \right. \right.$$

$$\left. \left[\begin{cases} \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = \frac{1}{2}, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} \frac{2x-1}{y+2} = \frac{1}{4}, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} 8x-4=y+2, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \right. \right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{cases} 2x-4y=9, \\ 4x+4y=8, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} x+y=2, \\ 6x=17, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} x = \frac{17}{6}, \\ y = -\frac{5}{6}, \end{cases} \right.$$

$$\left. \left[\begin{cases} 8x-y=6, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} 9x=8, \\ x+y=2, \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} x = \frac{8}{9}, \\ y = \frac{10}{9}. \end{cases} \right. \right.$$

Обе пары чисел удовлетворяют исходной системе.

Ответ: $\left(\frac{17}{6}; -\frac{5}{6}\right), \left(\frac{8}{9}; \frac{10}{9}\right).$

3. Метод алгебраических преобразований системы

Как и при решении рациональных систем, уравнения иррациональной системы можно складывать, вычитать, перемножать, делить одно на другое. Однако в иррациональных системах наиболее часто используется прием возведения одного или обоих уравнений системы в некоторую степень. Заметим, что если необходимо возводить в четную степень, то должна быть выполнена проверка или выписаны условия, при которых такое преобразование сохраняет равносильность.

Метод алгебраического сложения основан на утверждении: если в исходной системе одно из уравнений заменить уравнением, полученным в

результате почленного сложения двух уравнений данной системы, а остальные оставить без изменения, то полученная система будет равносильной данной.

$$\begin{cases} (y^2 + y\sqrt{x} + x)\sqrt{x + y^2} = 65, & (1) \\ (y^2 - y\sqrt{x} + x)\sqrt{x + y^2} = 185 & (2) \end{cases}$$

Пример 8. Решить систему:

Решение. Сложим уравнения (1) и (2) и заменим им уравнение (2).

Получим:

$$\begin{cases} (2y^2 + 2x)\sqrt{x + y^2} = 250, \\ (y^2 + y\sqrt{x} + x)\sqrt{x + y^2} = 65, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y^2 + x)\sqrt{x + y^2} = 125, \\ (y^2 + y\sqrt{x} + x)\sqrt{x + y^2} = 65, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x + y^2} = 5, \\ (y^2 + y\sqrt{x} + x)5 = 65, \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 + x = 25, \\ 25 + y\sqrt{x} = 13, \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 + x = 25, \\ y\sqrt{x} = -12, \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{x} = t, t \geq 0$

$$\begin{cases} y^2 + t^2 = 25, & (3) \\ yt = -12, & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 + t^2 = 25, & (3) \\ yt = -12, & (4) \end{cases}$$

К уравнению (3) прибавим уравнение (4), умноженное на 2
(3) + 2·(4):

$$\begin{array}{r} y^2 + t^2 = 25 \\ + 2yt = -24 \\ \hline y^2 + 2yt + t^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad (y + t)^2 = 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} (y + t)^2 = 1, \\ yt = -12, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} y + t = 1, & (*) \\ yt = -12, \end{cases} \\ \begin{cases} y + t = -1, & (**) \\ yt = -12 \end{cases} \end{cases}$$

(*):

a)

(**):

a)

$$\begin{cases} y = -4, \\ t = 3, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4, \\ x = 9. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4, \\ t = -3, \end{cases}$$

система не имеет решений,
т.к. $t \geq 0$.

$$\begin{cases} y = 3, \\ t = -4, \end{cases}$$

не удовлетворяет условию,
б) т.к. $t \geq 0$.

$$\begin{cases} y = -3, \\ t = 4, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ \sqrt{x} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3, \\ x = 16. \end{cases}$$

Ответ: (16; -3), (9; -4).

Пример 9. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}, & (1) \\ \sqrt{\frac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}, & (2) \end{cases}$$

(1) \times (2)

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{20y}{x} \cdot \frac{16x}{5y}} = x+y-x+y, \\ \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 2y, \\ \sqrt{\frac{20 \cdot 4}{x}} = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4}, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \sqrt{\frac{80}{x}} = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{80}{x} = x+4 + 2\sqrt{x^2-16} + x-4, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{80}{x} = 2x + 2\sqrt{x^2-16}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{40}{x} = x + \sqrt{x^2-16}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{40}{x} - x = \sqrt{x^2-16}, \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{1600}{x^2} - 80 + x^2 = x^2 - 16, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ \frac{1600}{x^2} = 64, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4, \\ x^2 = 25, \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4, \\ x = 5, \\ y = 4, \\ x = -5, \end{cases} \text{ не удовлетворяет условию, т.к. } x + y \geq 0.$$

Ответ: (5,4).

Пример 10. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x-7}} - \frac{4}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3}, \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = 2\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{21}{\sqrt{x-7}} - \frac{12}{\sqrt{y+6}} = \frac{5}{3}, \\ \frac{20}{\sqrt{x-7}} + \frac{12}{\sqrt{y+6}} = \frac{26}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{41}{\sqrt{x-7}} = \frac{41}{3}, \\ \frac{5}{\sqrt{x-7}} + \frac{3}{\sqrt{y+6}} = \frac{13}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-7} = 3, \\ \frac{3}{\sqrt{y+6}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{x-7} = 3, \\ \sqrt{y+6} = 6; \end{cases}$$

откуда $x = 16$, $y = 30$.

Ответ: (16; 30).

Пример 11. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 341, \\ x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 330 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3 = 341, \\ \sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 330 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 - 3\sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 341, \\ 3\sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 990 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y})^3 = 1331, \\ \sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 330 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 11, \\ \sqrt{x}\sqrt{y} = 30 \end{cases}$$

$$x = 25, y = 36$$

Решив систему, получим $x = 36, y = 25$.

Ответ: (25;36), (36;25).

$$\begin{cases} \sqrt{7x+y} + \sqrt{2x+y} = 5, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x+y} + x - y = 1. & (2) \end{cases}$$

Пример 12. Решить систему уравнений

Умножив обе части уравнения (1) на выражение $\sqrt{7x+y} - \sqrt{2x+y}$, сопряженное левой части этого уравнения, получаем:

$$5x = 5(\sqrt{7x+y} - \sqrt{2x+y}) \text{ или } \sqrt{7x+y} = \sqrt{2x+y} + x \quad (3).$$

Из уравнений (3) и (2) следует, что:

$$\begin{cases} \sqrt{2x+y} = 1 + y - x, & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{7x+y} = 1 + y. & (5) \end{cases}$$

Складывая почленно уравнения (4) и (5), получим $\sqrt{7x+y} + \sqrt{2x+y} = 2 + 2y - x$ (6).

Из уравнений (6) и (1) находим:

$$2 + 2y - x = 5, \text{ откуда } x = 2y - 3.$$

Из системы $\begin{cases} \sqrt{2x+y} = 1 + y - x, \\ x = 2y - 3, \end{cases}$ получаем:

$$\sqrt{5y-6} = 4 - y, \quad y \leq 4 \quad (*)$$

$$y^2 - 13y + 22 = 0,$$

$$y_1 = 2; \quad y_2 = 11 \text{ не удовлетворяет условию } (*),$$

$$x_1 = 1.$$

Проверка показывает, что пара (1;2) является решением системы.

ЗАМЕЧАНИЕ: легко убедиться в том, что «лобовое» решение, основанное на избавлении от корней в исходной системе с помощью возведения в квадрат связано с преодолением немалых трудностей.

$$\begin{cases} 10(x-y) - x^4 = 9, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{y} + \sqrt{y-2x} = \sqrt{2}. & (2) \end{cases}$$

Пример 13. Решить систему уравнений

Из уравнения (2) имеем $\sqrt{y-2x} = \sqrt{2} - \sqrt{y}$. Возведем его в квадрат.

Получим $\sqrt{2y} = x+1$, откуда $y = \frac{(x+1)^2}{2}$.

Подставим y в уравнение (1), получим

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0,$$

откуда $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

Найдя соответствующие значения y и выполнив проверку, убедимся, что решениями являются пары (1;2), (-1;0).

Ответ: (1;2), (-1;0).

Пример 14. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{x - \sqrt{x^2 - y^2}} + \frac{x - \sqrt{x^2 - y^2}}{x + \sqrt{x^2 - y^2}} = \frac{17}{4}, & (1) \\ x(x+y) + \sqrt{x^2 + xy + 4} = 52. & (2) \end{cases}$$

Освобождаясь в уравнении (1) от иррациональности в знаменателях, получаем

$$\frac{4x^2 - 2y^2}{y^2} = \frac{17}{4},$$

откуда $x = \frac{5}{4}y$ и $x = -\frac{5}{4}y$.

В уравнении (2) положим $t = \sqrt{x^2 + xy + 4}$; тогда получим

$$t^2 + t - 56 = 0,$$

откуда $t_1 = 7$ и $t_2 = -8$. Отбрасывая корень $t_2 < 0$, получаем $x^2 + xy = 45$.

Решив две системы уравнений

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4}y, \\ x^2 + xy = 45; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{5}{4}y, \\ x^2 + xy = 45; \end{cases}$$

найдем четыре решения, которые, как показывает проверка, удовлетворяют и исходной системе.

Ответ: (5;4), (-5;-4), (15;-12), (-15;12).

Пример 15. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+4y}}{4y} + \frac{\sqrt[3]{3x+4y}}{3x} = -\frac{1}{72}, \\ \frac{\sqrt[3]{2x-y}}{y} - \frac{\sqrt[3]{2x-y}}{2x} = -\frac{4}{3}. \end{cases}$$

Заметив, что $xy \neq 0$, запишем систему в виде

$$\begin{cases} (3x+4y)^{4/3} = -\frac{xy}{72}, & (1) \\ (2x-y)^{4/3} = -\frac{8}{3}xy. & (2) \end{cases}$$

Разделив почленно уравнения системы (1) и (2), получаем

$$\left(\frac{3x+4y}{2x-y}\right)^{4/3} = \frac{1}{16}.$$

откуда

$$\frac{3x+4y}{2x-y} = \frac{1}{8}, \quad x = -\frac{3}{2}y.$$

Подставив $x = -\frac{3}{2}y$ в уравнение (2) находим

$$(-4y)^{4/3} = 4y^2 \quad \text{или} \quad 4^4 y^y = 4^3 y^6$$

Так как $y \neq 0$, то $y^2 = 4$, $y_1 = 2$, $y_2 = -2$ и $x_1 = -3$, $x_2 = 3$

Ответ: $(-3; 2)$, $(3; -2)$.

4. Метод приведения системы к совокупности более простых систем (метод разложения на множители)

Метод заключается в следующем:

если $f(x; y) = f_1(x; y) \cdot f_2(x; y) \cdot \dots \cdot f_n(x; y)$, то всякое решение системы уравнений

$$\begin{cases} f_1(x; y) \cdot f_2(x; y) \cdot \dots \cdot f_n(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0 \end{cases}$$

Является решением совокупности систем уравнений.

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f_1(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} f_2(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0, \end{array} \right. \\ \dots \\ \left\{ \begin{array}{l} f_n(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Пример 16. Решить систему уравнений $\begin{cases} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ x^5 \sqrt{x^2 - 4y^2} = 0. \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ x^5 = 0, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x - y + \sqrt{x^2 - 4y^2} = 2, \\ \sqrt{x^2 - 4y^2} = 0. \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} -y + \sqrt{-4y^2} = 2, \\ x = 0, \end{array} \right. \Rightarrow \\ \left\{ \begin{array}{l} x - y = 2, \\ x^2 - 4y^2 = 0. \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x - y = 2, \\ x - 2y = 2, \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 4, \\ y = 2, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x - y = 2, \\ x + 2y = 2, \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{4}{3}, \\ y = -\frac{2}{3}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ответ: $(4; 2), \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Пример 17. Решить систему уравнений $\begin{cases} x\sqrt{(x+y)^2} = 3x, \\ x(\sqrt{(x-y)^2} - 1)^2 = 0. \end{cases}$

$$\begin{cases} x(|x+y|-3) = 0, \\ x(|x-y|-1)^2 = 0. \end{cases}$$

Эта система равносильна совокупности систем:

$$\begin{cases} x = 0, \\ x = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 0, \\ |x-y|-1 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 0, \\ |x+y|-3 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} |x+y|-3 = 0, \\ |x-y|-1 = 0. \end{cases}$$

(1) $(0; y), y \in \mathbb{R}$.

$$(4) \quad \begin{cases} |x+y|-3=0, \\ |x-y|-1=0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=3, \\ x-y=-1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=-3, \\ x-y=-1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=-3, \\ x-y=1. \end{cases}$$

Из решений этих систем составим ответ.

Ответ: $(0;y)$, $(2;1)$, $(1;2)$, $(-2;-1)$, $(-1;-2)$.

5. Иррациональные системы, содержащие однородные уравнения (однородные системы)

При решении таких систем одним из методов является деление одного уравнения на другое, при условии, что делитель отличен от нуля. Случай, когда он обращается в нуль, рассматривается отдельно. Обратим внимание на следующее: если мы хотим внести под корень четной степени некоторую величину, то нужно отдельно рассматривать два случая: когда эта величина положительна и когда она отрицательна.

Итак, к однородным системам относятся:

а) системы двух уравнений,
$$\begin{cases} f(x;y) = c_1, \\ g(x;y) = c_2, \end{cases}$$
 в которых $f(x;y)$ и $g(x;y)$ - однородные многочлены, а c_1 и c_2 - некоторые числа, не равные нулю, решаются

подстановкой $t = \frac{x}{y}$ (или $t = \frac{y}{x}$), проверив, не является ли решением $x=0$. Поделив первое уравнение на второе, приведем к квадратному уравнению относительно t . Подставив в любое уравнение t , найдем x , а далее y .

б) если одно из уравнений системы - уравнение вида $f(x;y) = 0$, где $f(x;y)$ - однородный многочлен n -й степени, то $f(x;y) \propto x^n$, $t = \frac{y}{x}$. Решить $f(t) = 0$. Проверить пару $(0;0)$.

$$\begin{cases} 2\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[3]{y} = 3\sqrt[6]{xy}, \\ x - y = 63. \end{cases}$$

Пример 18. Решить систему уравнений

Заметим, что $xy \geq 0$, и пара $(0;0)$ не удовлетворяет системе.

а) $x \neq 0$, $y > 0$:

$$2\sqrt[3]{\frac{x}{y}} - 3\sqrt[6]{\frac{x}{y}} - 2 = 0.$$

$$\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = t, \quad t \geq 0.$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0.$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = -\frac{1}{2} \quad (\text{не удовлетворяет условию } t \geq 0)$$

$$\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = 2, \quad \frac{x}{y} = 64, \quad x = 64y, \quad 64y - y = 63, \quad 63y = 63, \quad y = 1, \quad x = 64.$$

б) $x \neq 0, \quad y < 0.$

$$2\sqrt[3]{\frac{x}{y}} - 3\sqrt[6]{\frac{x}{y}} - 2 = 0.$$

$$\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = t, \quad t \geq 0.$$

$$2t^2 + 3t - 2 = 0.$$

$$t_1 = -2 \quad (\text{не удовлетворяет условию } t \geq 0), \quad t_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{64}, \quad 64x = y, \quad x - 64x = 63, \quad x = -1, \quad y = -64.$$

Ответ: (64;1), (-1;-64)

$$\begin{cases} x^2 - y\sqrt{xy} = 36, & (1) \\ y^2 - x\sqrt{xy} = 72. \end{cases}$$

Пример 19. Решить систему уравнений

$$(1) \div (2)$$

$$\frac{x^2 - y\sqrt{xy}}{y^2 - x\sqrt{xy}} = \frac{1}{2}, \quad \text{т.к. } y \neq 0, \quad \text{то}$$

а)

б)

$$\frac{\frac{x^2}{y^2} - \sqrt{\frac{x}{y}}}{1 - \frac{x}{y} \sqrt{\frac{x}{y}}} = \frac{1}{2}, \quad y > 0$$

$$\frac{\frac{x^2}{y^2} + \sqrt{\frac{x}{y}}}{1 + \frac{x}{y} \sqrt{\frac{x}{y}}} = \frac{1}{2}, \quad y < 0$$

Пусть $\sqrt{\frac{x}{y}} = t, \quad t \geq 0$

$$\frac{t^2 - t}{1 - t^3} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t(t-1)}{(t-1)(t^2+t+1)} = \frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2} \quad (\text{не удовлетворяет}$$

условию $t \geq 0$)
нет решений

$$\frac{t^2 + t}{1 + t^3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t(t+1)}{(t+1)(t^2-t+1)} = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Вернемся к замене:

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{1}{2}, \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{4}, \quad y = 4x, \quad x = \frac{y}{4}$$

Подставим в (2):

$$y^2 - \frac{y}{4} \sqrt{\frac{y}{4}} y = 72,$$

$$y^2 - \frac{y}{4} \sqrt{\frac{y^2}{4}} = 72,$$

$$y^2 - \frac{y}{4} \cdot \frac{|y|}{2} = 72, \quad \text{т.к. } y < 0, \text{ то}$$

$$y^2 - \frac{y^2}{8} = 72, \quad \frac{7}{8} y^2 = 72, \quad y^2 = 72 \cdot \frac{8}{7},$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{72 \cdot 8}{7}} \quad \text{с учетом } y < 0, \quad y = -\frac{24}{\sqrt{7}} = -\frac{24\sqrt{7}}{7}, \quad x = -\frac{6\sqrt{7}}{7}$$

$$\left(-\frac{6\sqrt{7}}{7}; -\frac{24\sqrt{7}}{7} \right)$$

Ответ:

5. Функциональные и графические методы

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y+1} = 1, & (1) \quad x \geq 0 \\ \sqrt{y} + \sqrt{x+1} = 1. & (2) \quad y \geq 0 \end{cases}$$

Пример 20. Решить систему уравнений

Оценивая на области определения системы левую часть первого уравнения, находим: $\sqrt{x} \geq 0, \sqrt{y+1} \geq 1, \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y+1} \geq 1$.

Уравнение (1) имеет решение тогда и только тогда, когда $\sqrt{x} = 0$ и $\sqrt{y+1} = 1$. Откуда $x = 0$ и $y = 1$.

ПРОВЕРКА: уравнению (2) эта пара также удовлетворяет.

Ответ: (0;0).

$$\begin{cases} \sqrt{x} + y^2 + \sqrt{x - y^2 - 1} = 1, & (1) \\ \sqrt{x^3 - 3y^2} - 7y^2 + 5x = 6. & (2) \end{cases}$$

Пример 21. Решить систему уравнений

Из уравнения (1) следует, что $x - y^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq y^2 + 1 \Rightarrow x \geq 1$.

Оценивая на множестве $x \geq 1$ каждое слагаемое в левой части уравнения (1) имеем:

$$\sqrt{x} \geq 1, y^2 \geq 0, \sqrt{x - y^2 - 1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + y^2 + \sqrt{x - y^2 - 1} \geq 1.$$

Т.е. уравнение (1) имеет решение тогда и только тогда, когда

$$\sqrt{x} = 1, y^2 = 0, \sqrt{x - y^2 - 1} = 0.$$

Тогда $x = 1, y = 0$. Проверкой убеждаемся, что эта пара удовлетворяет уравнению (2).

Ответ: (1;0).

$$\begin{cases} \sqrt{9 - 6x + x^2} - y = 3, \\ 2x - y - 3 = 0. \end{cases}$$

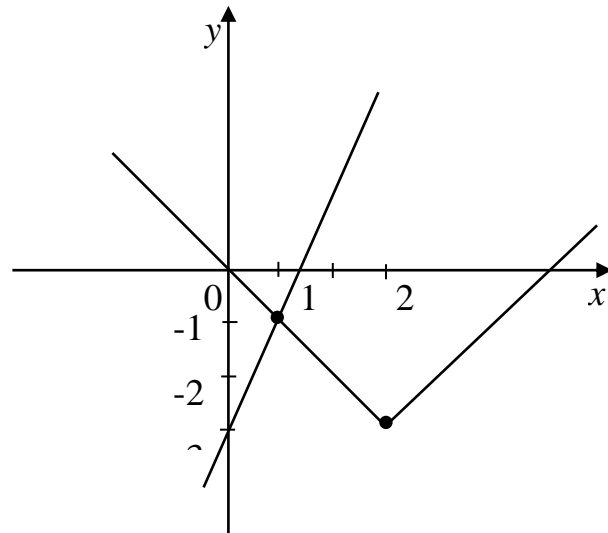
Пример 22. Пусть $(x_0; y_0)$ решение системы Найти $x_0 + y_0$.

$$\begin{cases} y = \sqrt{(x-3)^2} - 3, \\ y = 2x - 3, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = |x-3| - 3, \\ y = 2x - 3. \end{cases}$$

Графически находим, что решением системы является пара (1;-1).

Тогда $x_0 + y_0 = 1 + (-1) = 0$.

Ответ: 0.



Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

- 1.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 3.** Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 5

Технология формирования универсальных учебных действий при изучении темы «Неравенства»

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Функциональные неравенства.
2. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Понятие равносильности неравенств.
3. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Рациональные неравенства.
4. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Метод интервалов.
5. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Иррациональные неравенства.
6. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Неравенства с модулем.
7. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Неравенства с параметрами.
8. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Тригонометрические неравенства .
9. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы
Показательные и логарифмические неравенства.

Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный

// Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 6

Технология формирования универсальных учебных действий при изучении планиметрии

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Условия параллельности и перпендикулярности прямых
2. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Треугольник. Соотношения в треугольнике
3. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Четырехугольники
4. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Окружность

Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

- 1.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
- 3.** Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

Тема № 7

Технология формирования учебных компетенций при изучении стереометрии

Вопросы для рассмотрения на практическом занятии

1. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Частные виды четырехугольников и их площади.
2. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Многогранники.
3. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Объем многогранника.
4. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Комбинации многогранников.
5. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Фигуры вращения.
6. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Комбинация фигур вращения и многогранников.
7. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Перпендикулярные прямые и плоскости.
8. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Построение сечений, перпендикулярных прямой или плоскости.
9. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Угол между прямой и плоскостью.
10. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Расстояние от точки до плоскости.
11. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Расстояние между прямыми и плоскостями.
12. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Двугранный угол.
13. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Угол между плоскостями.
14. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Применение метода координат при решении задач.
15. Формирование универсальных учебных действий при изучении темы Применение векторов при решении задач.

Рекомендуемая литература:

Перечень основной литературы:

1. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Гончарова М. А. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие / М. А. Гончарова, Н. В. Решетникова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2014. - 267 с. - ISBN 978-5-222-21972-0. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/58966.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика формирования и диагностики универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе: учебно-методическое пособие / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2019. - 134 с. - ISBN 978-5-98452-174-1. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/81248.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/81248>

Перечень дополнительной литературы:

1. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный //

Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности Электронный ресурс: Учебно-методическое пособие / В. А. Алексеева [и др.]; ред. С. С. Татарченкова. - Технологии развития универсальных учебных действий учащихся в урочной и внеурочной деятельности, 2020-07-01. - Санкт-Петербург: КАРО, 2015. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-9925-0914-4, экземпляров неограничено

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине
Технологии формирования универсальных учебных действий в процессе изучения
математических дисциплин**

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Форма обучения
Год начала обучения
Реализуется в 3 семестре

**44.04.01 Педагогическое образование
Математическое образование
очная
2026**

Ставрополь

Введение

Целью изучения дисциплины является формирование профессиональных компетенций будущего магистра по направлению подготовки 44.04.01 - Педагогическое образование.

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

Знать:

- общие вопросы организации учебной деятельности учащихся на уроках математики в средней школе;

- структурные компоненты универсальных учебных действий;

- технологию конструирования учебной компетенции учащихся при обучении математике;

- методы и приемы решения математических задач;

Уметь:

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

- решать задачи школьной математики, соответствующие программе основной школы, различными способами;

- формировать универсальные учебные действия обучающихся;

Владеть:

- образовательными технологиями обучения математике;

- технологиями организации деятельности учителя и учащихся при формировании универсальных учебных действий на уроках математики;

- технологиями отбора содержания математических задач при изучении конкретных тем школьного курса математики.

Рекомендации по работе с электронными учебниками, видеоматериалами, базами данных

Электронные учебники

- Используйте интерактивный инструментарий: выделяйте важные фрагменты текста цветом, добавляйте закладки и создавайте личные примечания прямо в системе.

- Поиск и навигация: применяйте полнотекстовый поиск по ключевым словам для быстрого нахождения определений и формул, что значительно экономит время по сравнению с бумажными версиями.

- Гиперссылки: переходите по встроенным ссылкам для получения дополнительных разъяснений или связи с другими разделами курса, превращая учебник в единую систему знаний.

- Проверка знаний: используйте встроенные тренажеры и тестирующие системы для немедленного контроля усвоения материала.

Видеоматериалы

- Управление восприятием: используйте возможность повтора сложных фрагментов или замедления скорости воспроизведения для детального разбора процессов (особенно в физике или химии).
- Визуализация абстракций: применяйте видео для наблюдения за экспериментами и процессами, которые невозможно увидеть в реальности.
- Параллельное конспектирование: останавливайте видео для фиксации ключевых тезисов или создания скриншотов важных схем и таблиц.

Базы данных и электронные библиотеки (ЭБС)

- Фильтрация и отбор: задействуйте расширенные фильтры поиска по автору, году издания или уровню образования для точного подбора литературы.
- Персонализация: создавайте виртуальные «книжные полки» в личном кабинете для хранения часто используемых документов.
- Интеграция ресурсов: используйте мультимедийные каталоги, где видеоролики и чертежи привязаны к конкретным темам учебной программы.
- Легальность и доступ: пользуйтесь официальными платформами (например, «Юрайт», «Лань», Znanium), которые обеспечивают качественный и проверенный контент.

Для эффективной работы стоит разделить инструменты на платформы с контентом и сервисы для обработки информации.

Популярные образовательные платформы

- ЭБС «Юрайт» и «Лань»: Стандарт для студентов и преподавателей. Здесь удобно то, что учебники разбиты на модули, есть встроенные тесты и видео-курсы.
- Stepik: Платформа с интерактивными уроками. Главный плюс — вы сразу применяете теорию на практике (решаете задачи, пишете код).
- ПостНаука и Arzamas: Лучшие ресурсы для работы с видеоматериалами. Темы раскрыты глубоко, а к видео часто прилагаются списки литературы и конспекты.
- КиберЛенинка: Бесплатная база научных статей. Идеальна для поиска актуальных исследований и правильного оформления цитат.

Приемы эффективного конспектирования

Чтобы информация из видео и цифровых книг не «вылетала из головы», попробуйте эти техники:

- Метод Корнелла (для видео и лекций):

Разделите лист на три части: узкая колонка слева — для ключевых слов и вопросов, широкая справа — для самого конспекта, нижняя полоса — для резюме (2-3 предложения о самом главном).

- Метод «Тайм-кодов»:

При просмотре видео делайте заметки с указанием времени (например, 05:20 — формула ускорения). Это позволит мгновенно вернуться к нужному моменту при повторении.

- Интеллект-карты (Mind Maps):

Если тема сложная и объемная (из базы данных или главы учебника), рисуйте схему связей. В центре – главная тема, от неё – ветви с подробностями. Это «включает» визуальную память.

- Инструменты для цифровых заметок:
 - o Notion / Obsidian: Позволяют собирать всё в одном месте: текст, ссылки на базы данных, встроенные видео и скриншоты из учебников.
 - o Zotero: Незаменимая вещь для работы с базами данных. Она сама сохраняет библиографические данные статьи или книги и помогает в один клик вставить ссылку в ваш реферат или диплом.

Технологическая карта самостоятельной работы обучающегося

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
3 семестр					
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Подготовка к практическому занятию	Собеседование	12.83	0.68	13.50
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	9.26	0.49	9.75
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Выполнение курсовой работы	Задания для курсовой работы	24.94	1.31	26.25
Итого за 3 семестр			47.03	2.48	49.50
Итого			47.03	2.48	49.50

Методические указания по изучению дисциплины для студентов

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Самостоятельная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными модулями (темами) дисциплины в соответствии с рабочей программой;
- написание рефератов, докладов;
- подготовку к практическим занятиям и выполнение предусмотренных ими заданий;
- подготовку ко всем видам аттестаций;
- подготовку презентаций по темам (части темы).

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

- а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;
- б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является утреннее время (с 8 до 14 часов), причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем послеобеденное - (с 16 до 19 часов) и вечернее (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать учению 9-10 часов в день (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома).

Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени.

Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

При подготовке к занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции – один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти ее содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных и дискуссионных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Попробуйте найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендуемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь за помощью к преподавателю на консультации или ближайшей лекции. Регулярно отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Как слушать лекцию.

1. Выделяйте основные положения. Нельзя понять и запомнить все, что говорит лектор, однако можно выделить основные моменты. Для этого необходимо обращать внимание на вводные слова, словосочетания, фразы, которые используются, как правило, для перехода к новым положениям, выводам и обобщениям.

2. Старайтесь поэтапно (в момент завершения вопроса, подвопроса, тезиса и т.п.) анализировать и обобщать материал. Это готовит базу для его экономной, свернутой записи.

3. Старайтесь опережать речь лектора, предугадать дальнейшее содержание. С каждым случаем удачи улучшается понимание и запоминание отдельных положений лекции. Даже при неудачах качество восприятия лекции повышается, т.к. вы имеете возможность сравнить ваши предложения и утверждения лектора.

4. Будьте постоянно готовы слушать лекцию до конца, не поддавайтесь соблазну «отдохнуть» на длинной лекции.

Как правильно записывать лекцию.

1. Подготовьте специальную тетрадь для записи лекций: оставьте поля (для вопросов, мелких пометок и рисунков, собственных замечаний и т.д.), оставляйте при записи между строчками интервал (для дополнений, подчеркиваний и т.п.).

2. Не пишите лекцию дословно, подробно записывайте основную информацию, а дополнительные и вспомогательные сведения - очень кратко.

3. Применяйте систему условных сокращений:

а) сокращение общепринятых вспомогательных слов: так как, например (т.к., напр.), так далее (т.д.), таким образом, главным образом (т.о., гл.обр.), смотри (см), может быть (м.б.), так называемый (т.н.), какой-либо (к-л.), который (кт. или ктр.), несколько (неск.), чтобы (чбы.) и т.д.

б) аббревиатуры для ключевых слов курса, например, теория и методика развития математических представлений у детей дошкольного возраста (ТМРМП), формирование математических представлений (ФМП) и другие.

4. При записи и работе над конспектом лекции используйте условные знаки:

I - прочитать ещё раз, Y – важно, Z - законспектировать ! – смело, ? – непонятно, S – слишком сложно, A – согласен, N - ново и др.

Как работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. Первичное - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача вторичного чтения - полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).
- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).
- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).
- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.
- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...
- Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).
- Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).
- Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

• «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

• Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
2. просмотрное – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с

характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Как готовиться к практическим занятиям

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Самопроверка

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

Как готовиться к экзаменам и зачетам

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. В-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время

занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неутомительные занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими нельзя. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена или зачета).

- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения, и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.