

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания
по выполнению практических работ
по дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ НЕФТЕГАЗОВОЙ
ОТРАСЛИ»
для студентов направления подготовки
21.04.01 Нефтегазовое дело
Направленность (профиль) Строительство глубоких нефтяных и газовых скважин в сложных
горно-геологических условиях

Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Математическое моделирование в задачах нефтегазовой отрасли», составлены на основании рабочего учебного плана и программы для магистров направления 21.04.01 «Нефтегазовое дело».

Составитель:

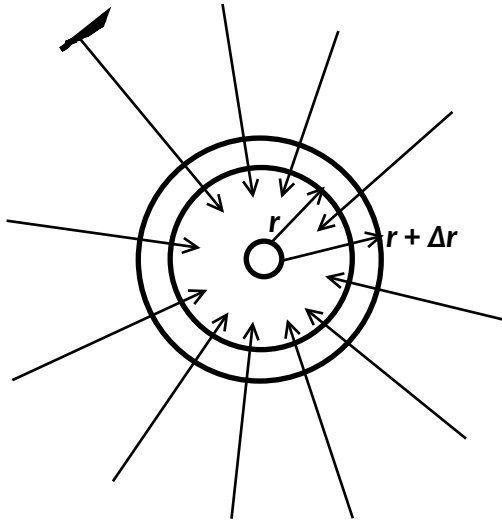
Коршунова Л. Г., Якушев А.В.

Содержание

<u>Практическая занятие 1. Вывод уравнения пьезопроводности</u>	4
<u>Практическое занятие 2. Приближенное решение уравнения пьезопроводности при условии постоянного дебита скважины. Расчеты $P(r,t)$</u>	6
<u>Практическое занятие 3. Параметры укрупненной модели нефтяного пласта. Определение упругого запаса. Расчеты добычи нефти и объемов внедрения воды по заданной динамике падения среднего давления</u>	9
<u>Практическое занятие 4. Расчёт показателей разработки газового месторождения</u>	13
<u>Практическое занятие 5. Определение скорости потока промывочной жидкости, необходимой для очистки забоя скважины</u>	17
<u>Практическое занятие 6. Расчёт коэффициента корреляции. Определение уравнения регрессии</u>	18
<u>Практическое занятие 7. Расчеты динамики падения среднего давления и объемов вторжения воды по заданной динамике отборов нефти</u>	21
<u>Практическое занятие 8. Идентификация нефтяной залежи, эксплуатируемой в замкнутом упругом режиме</u>	24
<u>Практическое занятие 9. Метод суперпозиций. Решение уравнения пьезопроводности по заданной динамике притока вод</u>	27
<u>Практическое занятие 10. Метод суперпозиций. Решение уравнения пьезопроводности по заданной динамике падения давления на контуре укрупненной скважины</u>	30
<u>Практическое занятие 11. Сеточная модель. Элементы структуры. Вывод уравнения фильтрации однофазного флюида</u>	33
<u>Практическое занятие 12. Фазовые состояния</u>	37
<u>Практическое занятие 13. Математическая модель фазовых проницаемостей</u>	39
<u>Практическое занятие 14. Уравнение фильтрации двух-трех фаз</u>	40
<u>Практическое занятие 15. Определение основных параметров трёхфазной модели нелетучей нефти Маскета-Мереса</u>	43
<u>Практическое занятие 16. Вывод уравнений неразрывности течения для трёхфазной модели нелетучей нефти Маскета-Мереса</u>	45
<u>Практическое занятие 17. Многофазная многокомпонентная фильтрация. Трёхфазная – двух-трехмерная фильтрация</u>	48

Практическая занятие 1. Вывод уравнения пьезопроводности

Пласт однородный, скважина в центре, поток радиально-симметричный.
Жидкость слабосжимаема.



Выделим кольцевой элемент $(r + \Delta r, r)$.

Составим расход массы жидкости через грани элемента за время Δt .

$$q_m = 2\pi h \cdot [(\rho V)_{r+\Delta r} \cdot (r + \Delta r) - (\rho V)_r \cdot r] \cdot \Delta t$$

Составим изменение запаса жидкости за время Δt , полагая что за этот промежуток давление изменилось на ΔP .

Объём элемента $V = 2\pi r \cdot \Delta r \cdot h$. Объём жидкости в элементе $V_{\text{ж}} = m \cdot V$.

По определению коэффициента сжимаемости жидкости:

$$\beta_{\text{ж}} = \frac{\Delta V_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}} \cdot \Delta P} = - \frac{\Delta V_{\text{ж}}}{m \cdot V \cdot \Delta P} \quad \text{à} \quad \Delta V_{\text{ж}} = - \beta_{\text{ж}}$$

Изменение запаса жидкости в элементе $\Delta V_{\text{зап}}$ происходит за счёт изменения объёма $\Delta V_{\text{ж}}$ и изменения объёма скелета $\Delta V_{\text{п}}$:

$$\Delta V_{\text{зап}} = \Delta V_{\text{ж}} + \Delta V_{\text{п}}$$

По определению, сжимаемость скелета породы:

$$\beta_c = \frac{\Delta V_{\text{п}}}{V \cdot \Delta P} \quad \Delta V_{\text{п}} = \beta_c \cdot V \cdot \Delta P$$

Тогда изменение запаса:

$$V_{\text{зап}} = \beta_{\text{ж}} \cdot m \cdot V \cdot \Delta P + \beta_c \cdot V \cdot \Delta P = (m \cdot \beta_{\text{ж}} + \beta_c) \cdot 2\pi r \cdot \Delta r \cdot h \cdot \Delta P; \quad \beta^* = m\beta_{\text{ж}} + \beta_c$$

Записываем равенство $q_m = \rho \cdot \Delta V_{\text{зап}}$ и разделим на $(\Delta r \cdot \Delta t)$ сократив множитель $2\pi h$

$$\frac{(\rho V)_{r+\Delta r} \cdot (r + \Delta r) - (\rho V)_r \cdot r}{\Delta r} = \beta^* \cdot r \cdot \rho \cdot \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

ρ - плотность жидкости.

Ввиду малой сжимаемости изменениям плотности в пределах кольцевого элемента можно пренебречь и сократить в уравнении величину « ρ ». Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta r \rightarrow 0$, получим уравнения неразрывности в виде:

$$\frac{d}{dt}(V \cdot r) = \beta^* \cdot r \cdot \frac{dP}{dt}$$

По закону Дарси $V = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{dP}{dr}$, коэффициент пьезопроводности $\beta = \frac{k}{\mu \cdot \beta^*}$

После подстановок уравнение неразрывности принимает вид:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dP}{dr} \right) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{dP}{dt}$$

После дифференцирования в правой части уравнения неразрывности оно принимает вид, принятый под названием уравнения пьезопроводности:

$$\frac{d^2 P}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dP}{dr} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{dP}{dt}$$

Практическое занятие 2. Приближенное решение уравнения пьезопроводности при условии постоянного дебита скважины. Расчеты $P(r,t)$

Теоретическая часть

Решение уравнения пьезопроводности необходимо при расчетах изменений пластовых давлений в процессе эксплуатации нефтяной скважины в нефтяном пласте, а также при расчетах изменения давлений в водоносном пласте и на контуре газовой или нефтяной залежи, эксплуатируемой как укрупненная скважина.

Дифференциальное уравнение, называется уравнением пьезопроводности, и имеет вид в декартовых координатах:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} = \frac{\partial R}{\partial t} \quad (1.1)$$

или для неустановившегося плоско-радиального течения:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial R}{\partial t} \quad (1.2)$$

Получено решение этого уравнения в предположении, что пласт неограничен и введен сток (скважина) с постоянным дебитом Q .

P_0 - начальное давление в невозмущенном пласте

t_0 = момент пуска стока

$P(r,t)$ – давление в точке « r » пласта, в момент времени t от мгновения пуска скважины.

Основная формула упругого режима:

$$R = P_0 - \frac{Qm}{4\pi kh} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{r^2}{4\pi k} \frac{\partial R}{\partial t} \right) \quad (1.3)$$

Интегральная показательная функция:

$$- \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{r^2}{4\pi k} \frac{\partial R}{\partial t} \right) = \int_0^U \frac{e^{-U}}{U} dU \quad (1.4)$$

Таблица 1.1 – Значения интегральной показательной функции, $x=r^2/4\alpha t$

x	0	10^{-4}	10^{-2}	0.1	1	2	10	∞
$-E_i(-x)$	∞	8.631	4.04	1.82	0.22	0.049	$0.4 \cdot 10^{-5}$	0

Основная формула упругого режима записывается в безразмерном виде, где $x=r^2/4\alpha t$

$$D\bar{R}(\sigma/p) = \frac{2pkh(R_0 - R)}{mQ}; \quad (1.4)$$

$$D\bar{R} = \frac{1}{2} \frac{e}{e} E_i \frac{\alpha}{e} - \frac{1}{4f_0} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}}$$

Залежь рассматривается как укрупненная скважина, пущенная в бесконечном водоносном пласте, тогда основная формула дает падение давления на контуре залежи газа R_z при постоянном дебите воды, вторгающейся в залежь.

Задача 1. Определить давление работающей залежи с дебитом воды Q в произвольной точке водоносного пласта в различных моментах времени.

Исходные данные: $Q=10^3$ м³/сут; $P_{нач.}=100$ атм.; $k=1$ дарси; $\beta^*=10^{-4}$ 1/атм; $h=10$ м; $\mu=0,01$ Па сек.

$$\alpha = \frac{k}{m\beta^*} - \text{назван Щелкачевым коэффициентом пьезопроводности}$$

Найдем длину радиуса

$$R = 70 \text{ м} \quad n = 70 * 19 = 1330 \text{ м} \quad n - \text{номер варианта, для примера } n=19.$$

$$\text{Найдем величину коэффициента: } \frac{Qm}{4pkh} :$$

$$\frac{Qm}{4pkh} = 9,2 \text{ атм}$$

$$\text{Далее: } \alpha = 8640 \text{ м}^2/\text{сут.}$$

Находим значения t и R для данных таблицы 1.1 $t=r^2/4\alpha x$

R вычисляется из формулы 1.3

Полученные результаты записываем в виде таблицы.

Таблица 2.1 – Результаты расчетов

x	0	10^{-4}	10^{-2}	0.1	1	2	10	∞
$-E_i(-x)$	∞	8/631	4.04	1.82	0.22	0.049	0.4×10^{-5} Equation.3	0
t_i , сут	∞	511834	5118	511,8	51,18	25,59	5,118	0
P_i , атм	$-\infty$	20,6	62,832	83,256	97,976	99,55	99,999996	100

Варианты расчетов определяются по значениям: $n=1,2,3,\dots$ и т. д.

Практическое занятие 3. Параметры укрупненной модели нефтяного пласта. Определение упругого запаса. Расчеты добычи нефти и объемов внедрения воды по заданной динамике падения среднего давления

Теоретическая часть

Основные параметры теории упругого режима. Коэффициент объемной упругости жидкости и пласта.

$$DV_{\text{жс}} = b_{\text{жс}} \cdot V_{\text{жс}} \cdot dP \quad (2.1)$$

Коэффициент объемной упругости воды $b_{\text{в}}$ изменяется в зависимости от давления, температуры, количества растворенного газа. В некоторых диапазонах $b_{\text{в}}$ можно считать постоянным.

$$b_{\text{в}} = - \frac{DV_{\text{жс}}}{V_{\text{жс}} \cdot dR} \quad (2.2)$$

$$b_{\text{в}} = (2.7, 5) \left(10^{-5} \frac{1}{\text{кгс/см}^2}, 0.102 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{н/м}^2} \right)$$

Пласт считается однородной упругой средой, подчиняющейся закону Гука. Относительное изменение порового объема пласта пропорционально изменению давления. Скелет породы испытывает давление

$$R_{\text{ск}} = R_{\text{гор}} - R \quad (2.3)$$

$R_{\text{гор}}$ - горное давление, R - давление флюида, считая горное давление постоянным.

$$dR_{\text{ск}} = - dR$$

Сжимаемость скелета $b_c = - \frac{1}{V} \frac{dV_{\text{п}}}{dR}$, здесь V - выделенный объем пласта, $V_{\text{п}}$ - поровый объем.

Упругий запас выделенной области пласта определяется как количество жидкости, высвобождающейся из некоторой области пласта при снижении пластового давления до заданной величины, если высвобождение происходит за счет упругого расширения жидкости и скелета породы.

Пример.

Пласт объемом $V=10^9 \text{ м}^3$ (1 км^3)

$$b^* = 10^{-4} \frac{1}{\text{МПа}}, \quad b^* = mb_{\text{ж}} + b_c$$

Начальное давление 16 МПа,

Давление насыщения 6 МПа,

Залежь нефти замкнута

Вопрос: сколько можно добыть нефти до давления насыщения:

$$\text{упругий запас } DV_3 = 10^9 \text{ м}^3 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{МПа}} \times (16 - 6) \text{ МПа} = 10^6 \text{ м}^3 = 1 \text{ млн. м}^3,$$

DV_3 - упругий запас при снижении давления на 10 МПа

$$DV_3 - \text{упругий запас} = DV_{\text{ж}} + DV_n$$

$$DV_{\text{ж}} = D(mV), \quad V_{\text{ж}} = mV$$

$$DV_{\text{ж}} = b_{\text{ж}} \times mV \times DR, \quad DV_n = b_c \times V \times DR$$

$$DV_3 = (mb_{\text{ж}} + b_c) \times V \times DR = b^* \times V \times DP$$

Коэффициент упругости пласта $b^* = (mb_{\text{ж}} + b_c)$

$$b_c = (0.3, 2) \times \begin{matrix} \uparrow & 0.102 \times 10^{-9} \frac{1}{\text{н/м}^2} \\ \downarrow & 10^{-5} \frac{1}{\text{кгс/см}^2} \end{matrix}$$

$b_{\text{ж}}, b_c$ имеют одинаковые порядки.

Если пласт замкнутый, эксплуатируется при упругом режиме, то добыча нефти за период падения, средневзвешенного давления $P_0 - \bar{P}$ составит упругий запас

$$DV_3 = b^* V \times (P_0 - \bar{P}) \quad b^* = mb_{\text{ж}} + b_c$$

С другой стороны, отобрано жидкости за время t :

$$q \cdot t$$

Уравнение баланса: $q \cdot t = b^* V \times (P_0 - \bar{P})$.

Если рассматривать малый период " dt ", взять дифференциал баланса:

$$q(t) \times dt = - b_0^* V \times d\bar{P},$$

получим дифференциальное уравнение: $\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b^*V}$

Рассмотрим нефтяную залежь, окруженную водным бассейном. Законтурную область плоскорадиальной фильтрации воды от удаленного контура R_∞ до контура нефтеносности залежи R_K представим как замкнутую. Тогда для неё аналогичное уравнение материального баланса, как для замкнутого контура нефтяной залежи:

$$\frac{d\bar{P}_{3K}}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b^*V}$$

здесь $\bar{P}_{3K}$ - средневзвешенное давление законтурной области;

$q_{BK}(t)$ – расход воды в нефтяную залежь.

Приняв приближенно фильтрацию воды в водном бассейне стационарной по Дюпюи:

$$\bar{P}_{3K} = P_\Psi - \frac{P_\Psi - P_K}{2 \ln \frac{R_\Psi}{R_K}},$$

получим:

$$\frac{d\bar{P}_K}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b^*V} \times 2 \ln \frac{R_\Psi}{R_K}, \quad P_K \gg \bar{P}$$

Пусть нефтяная залежь эксплуатируется при водонапорном режиме с притоком воды через контур нефтеносности. Тогда исходный баланс:

$$q \cdot t = b^*V (P_0 - \bar{P}) + q_{BK}t.$$

Так, упругий баланс составит:

$$DV_3 = (q_H - q_B)t.$$

Дифференциальное уравнение материального баланса:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{q - q_{BK}}{b^*V}$$

В этом случае падение давления меньше, чем для замкнутого пласта.

Задача 1. Определить объемы добычи нефти $Q_{\text{доб.н.}}$ и объемы внедрения воды $Q_{\text{в.}}$.
Из решения системы интегральных уравнений:

$$P(t) - P_{\text{нач.}} = - (Q_{\text{доб.н}} - Q_{\text{в.}}) / \beta_{\text{н}} V_{\text{н}} \quad (2.4)$$

$$P(t) - P_{\text{нач.}} = - (Q_{\text{в.}} \cdot 2 \ln(R_{\text{к}}/R_{\text{ус}})) / \beta_{\text{в}} V_{\text{в}} \quad (2.5)$$

Уравнения 1, 2 решают на различных шагах снижения давления.

Варианты:

$$\frac{P_{i\dot{a}^{\pm}} - P(t)}{P_{i\dot{a}^{\pm}}} = 0.05, 0.1, \dots, 0.8$$

Система решается как система двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными.

Исходные данные: $V_{\text{н}} = 10^8 \text{ м}^3$, $V_{\text{в}} = 10^9 \text{ м}^3$, $\beta_{\text{н}} = 10^{-4} 1/\text{атм}$, $\beta_{\text{в}} = 10^{-5} 1/\text{атм}$,
 $P_{\text{нач.}} = 100 \text{ атм}$, $R_{\text{к}}/R_{\text{ус}} = 10$, $\ln(R_{\text{к}}/R_{\text{ус}}) = 2,3$;

Практическое занятие 4. Расчёт показателей разработки газового месторождения

Газовая залежь – единое целое, гидродинамически связанное. Если залежь замкнута непроницаемыми границами, то режим разработки – газовый. Если залежь окружена водонасосными пластами – режим водонапорный, характеризуется поступлением воды в залежь. Залежь газа, гидродинамически связанная, дренируемая единой сеткой скважин, представляет объект разработки.

Параметры и характеристики объекта разработки.

Режимы работы – движущие силы, обеспечивающие приток газа к скважинам: газовый и водонапорный.

Удельный объём дренирования – объём, из которого в данный момент времени газ притекает к данной скважине.

Средняя скважина – скважина с усреднёнными характеристиками по всем работающим скважинам.

Запасы газа приходящие на среднюю скважину – это понятие позволяет эффективно определять показатели разработки.

Газонасыщенный поровый объём предполагается неизменяемым при газовом режиме и изменяется за счёт поступления воды при водонапорном режиме.

В начале эксплуатации залежи газ вода почти не поступает в залежь и режим как бы газовый. Это обусловлено предельным градиентом давления при превышении которого начинается поступление воды.

Среднее давление в залежи газа – средневзвешенное по газонасыщенному объёму.

Геометризация залежи – определение геометрической формы. Идеализированное представление залежи – в форме круга, пласт однородный. Возможна схематизация залежи в форме прямоугольника. Наиболее сложная геометризация – в реальной форме границ залежи. Классическая укрупнённая модель залежи представляется в форме круга с средней скважиной в центре.

Исходная информация.

P_H – начальное пластовое давление невозмущённой газовой скважины;

$Q_{\text{доб}}(t)$ – суммарное добытое количество газа к моменту времени "t", приведённое к нормальным условиям ($P_{\text{ат}} = 1$ ат, $T_{\text{ст}} = 293^\circ\text{K}$).

$P_{\text{ат}}, T_{\text{ст}}$ - нормальные условия;

Ω_H – поровый объём залежи на начало разработки;

τ - коэффициент газонасыщенности;

$\tau \cdot \Omega_H$ - газонасыщенный поровый объём;

$P(t)$ - среднее давление залежи газа к моменту времени "t" от начало разработки;

$Z(P)$ - зависимость от давления в залежи коэффициента сверхсжимаемости;

Z_H - значение коэффициента сверхсжимаемости при начальном давлении P_H ;

$T_{\text{пл}}$ - температура в пласте;

$Q_{\text{н.з.}}$ - начальные запасы газа, н. у. (нормальные условия).

Уравнение состояния газа при давлении "P" и температуре "T":

$$r(P; T) = r_{\text{ат}} * \frac{P}{Z(P)} * \frac{T_{\text{ст}}}{P_{\text{ат}}} * \frac{1}{T}$$

Для расчёта показателей разработки используется уравнение материального баланса газа:

$$P(t) = \left(\frac{P_H}{Z_H} - \frac{P_{am} \cdot Q_{доб}(t) \cdot A_{пл}}{t \cdot V_n \cdot T_{cm}} \right) \cdot Z(P) \quad (1)$$

или:

$$P(t) = Z(P) \cdot \frac{P_H}{Z_H} \cdot \left(1 - \frac{Q_{доб}(t)}{Q_{н.з}} \right)$$

Здесь предполагается газовый режим, т. е. $\bar{t} \cdot \Omega_H$ не изменяется от времени.

Расчёт показателей разработки.

При газовом режиме разбивается на 3 этапа:

1. Нарастающей добычи;
2. Постоянной добычи;
3. Падающей добычи.

Падающая добыча начинается с момента ввода всех скважин.

Последовательность расчётов в режиме заданной депрессии на скважинах:

Заданы: Δt – шаг расчета, $Q(t)$ – дебит месторождения.

$P - P_c = \delta$, P_c – забойное давление, δ – депрессия.

Обозначения:

$Q_{доб}(t)$: – накопленное количество газа к моменту времени t .

A, B – фильтрационные коэффициенты призабойной зоны средней скважины.

$$1. Q_{доб}(t) = Q_{доб}(t - \Delta t) + \Delta t Q(t)$$

$$2. P(t) = Z(P) \cdot \left(1 - \frac{Q_{доб}(t)}{Q_{н.з}} \right) \cdot \frac{P_H}{Z_H}$$

$$3. P_c(t) = P(t) - \delta ;$$

4. Находят дебит $q(t)$ из уравнения:

$$P^2 - P_c^2 = A \cdot q + B \cdot q^2 ;$$

5. $n(t) = Q(t) / q(t)$ – число скважин, пока $n(t) < N$ повтор с п. 1. При этом возможно изменение заданного $Q(t)$.

Заданно число скважин N .

6. Если в пункт 4 получено $n(t) > N$, то задаётся $n(t) = N$;

$$7. Q(t) = q(t) \cdot N, Q_{доб}(t) = Q_{доб}(t - \Delta t) + \Delta t Q(t)$$

$$8. P(t) = Z(P) \cdot \left(1 - \frac{Q_{доб}(t)}{Q_{н.з}}\right) \times \frac{P_H}{Z_H}$$

$$9. P_c = P - \delta ;$$

10. Дебит $q(t)$ из уравнения:

$$P^2 - P_c^2 = A \cdot q + B \cdot q^2 ;$$

11. Возврат к пункту 7 до тех пор, пока $q(t) > 1$ тыс. м³ (нерентабельный дебит)

Практическое занятие 5. Определение скорости потока промывочной жидкости, необходимой для очистки забоя скважины

В процессе эксплуатации скважин ПХГ возникает необходимость производить очистку забоев от твердых частиц при этом необходимо рассчитывать ту скорость потока промывочной жидкости в кольцевом канале, которая достаточна для выноса твердых частиц на поверхность. Скорость витания частиц определяется по формуле:

$$n_{\dot{a}} = \hat{e} \sqrt{d_r \left(\frac{\rho_r}{\rho_{\text{ж}}} - 1 \right)}, \text{ где } \hat{e} = \sqrt{\frac{4g}{3C_w}}, \quad (3.1)$$

Здесь d_r , ρ_r , $\rho_{\text{ж}}$, g – диаметр, плотность частицы, плотность жидкости, ускорение свободного падения.

C_w – коэффициент лобового сопротивления частицы потоку жидкости;

$$C_w = \frac{24}{Re}, \text{ при } Re \leq 1,$$

$$C_w = \frac{24}{Re} (1 + 0.17 Re^{0.665}), \text{ при } 1 < Re \leq 60$$

$$C_w = 0.44, \text{ при } Re > 60.$$

Формула числа Рейнольдса: $Re = \frac{n_{\dot{a}} d_r}{\mu_{\text{ж}}}$; $\mu_{\text{ж}}$ – вязкость жидкости.

Если обозначить $x = u_{\text{в}}$, то уравнение имеет вид итерационной формулы:

$$X = f(x)$$

$$\text{Исходные данные: 1) } \mu_{\text{ж}} = 0.01 \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \right], d_r = 0.001 \text{ м}$$

$$2) \mu_{\text{ж}} = 0.01 \left[\frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \right], d_r = 0.001 \text{ м}$$

$$\text{Варианты: } 2000 \text{ кг/м}^3 \leq \rho_r \leq 2700 \text{ кг/м}^3 \text{ с шагом } 50 \text{ кг/м}^3$$

$$1000 \text{ кг/м}^3 \leq \rho_r \leq 1250 \text{ кг/м}^3 \text{ с шагом } 50 \text{ кг/м}^3$$

Практическое занятие 6. Расчёт коэффициента корреляции. Определение уравнения регрессии

При эксплуатации скважин ПХГ технологи сталкиваются с необходимостью учета параметров, численные значения которых не определяются достаточно точно, т. е. содержат элемент случайности. Однако это не исключает необходимости установления связей между такими «случайными» величинами в частности, проводятся исследования скважин с целью определения свойств призабойной зоны пласта, изменяющихся в процессе эксплуатации скважин.

Задача 1.

Определить коэффициенты корреляции для двух произвольно составленных выборок пар случайных величин $\{x, y\}$, аналогичных приведенным на графиках (1, 2). Найти линейные уравнения регрессии для каждой из выборок.

Расчетные формулы.

Математические ожидания:

$$M_x = \frac{\sum x_i}{n}, M_y = \frac{\sum y_i}{n}, \quad (n - \text{число пар } (x, y))$$

Дисперсии:

$$D_x = \frac{\sum (x_i - M_x)^2}{n}, D_y = \frac{\sum (y_i - M_y)^2}{n},$$

Среднеквадратичные отклонения:

$$s_x = \sqrt{D_x}, s_y = \sqrt{D_y},$$

Коэффициент ковариации:

$$K_{xy} = \frac{\sum [(x_i - M_x)(y_i - M_y)]}{n},$$

Коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{s_x s_y}.$$

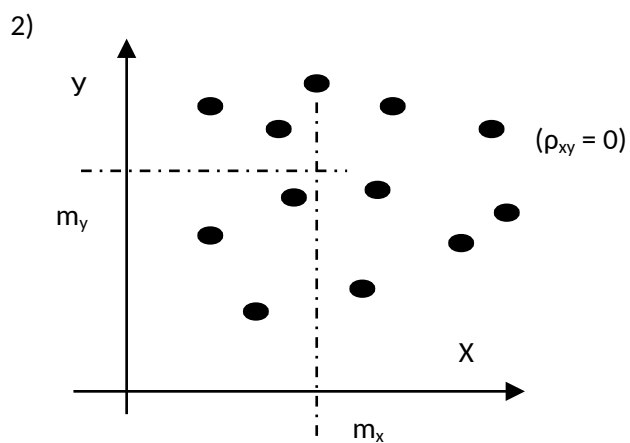
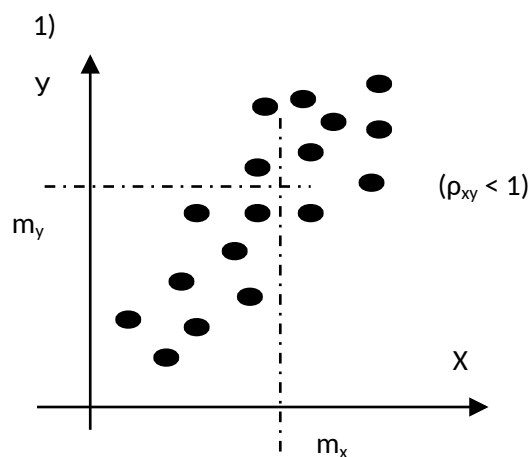
Уравнение линейной регрессии

$$y = b_0 + b_1 x;$$

$$b_0 = \frac{\frac{\sum y_i}{n} \times \frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \times \frac{\sum (y_i \times x_i)}{n}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{(\sum x_i)^2}{n}};$$

$$b_1 = \frac{\frac{\sum x_i \times y_i}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \times \frac{\sum y_i}{n}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

Найти точки пересечения линии регрессии с осями координат и нанести на график.



Варианты определяются произвольным нанесением точек на графики 1, 2. В расчетах используются снятые с графика координаты нанесенных точек.

Практическое занятие 7. Расчеты динамики падения среднего давления и объемов вторжения воды по заданной динамике отборов нефти

Теоретическая часть

Основные параметры теории упругого режима. Коэффициент объемной упругости жидкости и пласта.

$$DV_{ж} = b_{ж} V_{ж} dP \quad (3.1)$$

Коэффициент объемной упругости воды b_w изменяется в зависимости от давления, температуры, количества растворенного газа. В некоторых диапазонах b_w можно считать постоянным.

$$b_w = - \frac{DV_{ж}}{V_{ж} dP} \quad b_w = (2.7, 5) \left(10^{-5} \frac{1}{кгс/см^2}, 0.102 \cdot 10^{-9} \frac{1}{н/м^2} \right)$$

Пласт считается однородной упругой средой, подчиняющейся закону Гука. Относительное изменение порового объема пласта пропорционально изменению давления. Скелет породы испытывает давление

$$R_{ск} = R_{гор} - R$$

$R_{гор}$ - горное давление, R - давление флюида, считая горное давление постоянным $\frac{\partial R_{гор}}{\partial t} = hg_{cp}, g_{cp} \gg 24525 \frac{1}{н/м^2} \frac{\partial}{\partial t}$

$$dR_{ск} = - dR$$

Сжимаемость скелета $b_c = - \frac{1}{V} \frac{dV_n}{dR}$, здесь V - выделенный объем пласта, V_n - поровый объем.

$$b^* = 10^{-4} \frac{1}{МПа}, \quad b^* = mb_{ж} + b_c$$

Если пласт замкнутый, эксплуатируется при упругом режиме, то добыча нефти за период падения, средневзвешенного давления $P_0 - \bar{P}$ составит упругий запас

$$DV_3 = b^* V (P_0 - \bar{P}) b^* = mb_{ж} + b_c$$

С другой стороны, отобрано жидкости за время t :

$$q \cdot t$$

Уравнение баланса:

$$q \cdot t = b \cdot V \cdot (D_0 - \bar{D})$$

Если рассматривать малый период "dt", взять дифференциал баланса:

$$q(t) \cdot dt = -b \cdot V \cdot d\bar{P},$$

получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b \cdot V}$$

Рассмотрим нефтяную залежь, окруженную водным бассейном. Законтурную область плоскорадиальной фильтрации воды от удаленного контура R_∞ до контура нефтеносности залежи R_K представим как замкнутую. Тогда для неё аналогичное уравнение материального баланса, как для замкнутого контура нефтяной залежи:

$$\frac{d\bar{P}_{3K}}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b \cdot V} \quad (3.2)$$

здесь $\bar{P}_{3K}$ - средневзвешенное давление законтурной области;

$q_{BK}(t)$ – расход воды в нефтяную залежь.

Приняв приближенно фильтрацию воды в водном бассейне стационарной по Дюпюи:

$$\bar{P}_{3K} = P_\Psi - \frac{P_\Psi - P_K}{2 \ln \frac{R_\Psi}{R_K}}, \quad (3.3)$$

получим:

$$\frac{d\bar{P}_K}{dt} = -\frac{q_{BK}(t)}{b \cdot V} \cdot 2 \ln \frac{R_\Psi}{R_K}, \quad P_K \gg \bar{P} \quad (3.4)$$

Пусть нефтяная залежь эксплуатируется при водонапорном режиме с притоком воды через контур нефтеносности. Тогда исходный баланс:

$$q \cdot t = b \cdot V \cdot (P_0 - \bar{P}) + q_{BK} t$$

Так, упругий баланс составит:

$$DV_3 = (q_H - q_B) t \quad (3.5)$$

Дифференциальное уравнение материального баланса:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q - q_{BK}}{b^* V} \quad (3.6)$$

В этом случае падение давления меньше, чем для замкнутого пласта.

Задача 1. Определить динамику падения среднего давления и объемов вторжения воды по заданной динамике отборов нефти.

Система интегральных уравнений залежи нефти (как укрупненной скважины в водоносном пласте) имеет вид:

$$P(t) - P_{нач.} = - (Q_{доб.н} - Q_{в.}) / \beta_n V_n \quad (3.7)$$

$$P(t) - P_{нач.} = - (Q_{в.} \cdot 2 \ln(R_k/R_{yc})) / \beta_v V_v \quad (3.8)$$

$Q_{зап.н} = P_{нач.} \beta_n V_n$ – добываемые запасы нефти.

Заданно количество добытой нефти $Q_{доб.н}$ по вариантам:

$$Q_{доб.н} = 0.05 Q_{зап.н}, 0.1 Q_{зап.н}, \dots, 0.8 Q_{зап.н}.$$

В уравнение подставляется $Q_{доб.н}$, уравниваются правые части уравнений и из полученного равенства находят $Q_{в.}$. Далее из уравнения 2 находят $P(t)$.

Исходные данные: $V_n = 10^8 \text{ м}^3$, $V_v = 10^9 \text{ м}^3$, $\beta_n = 10^{-4} 1/\text{атм}$, $\beta_v = 10^{-5} 1/\text{атм}$, $P_{нач.} = 100 \text{ атм}$, $R_k/R_{yc} = 10$, $\ln(R_k/R_{yc}) = 2,3$;

Практическое занятие 8. Идентификация нефтяной залежи, эксплуатируемой в замкнутом упругом режиме

Постановка задачи.

Если замкнутый контур эксплуатируется при упругом режиме, уравнение истощения:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q(t)}{\beta^* V},$$

где V - объём пласта,

β^* - упругоемкость,

$\bar{P}$ - средневзвешенное давление.

Падение давления за время $t = 0$ до момента t :

$$\bar{P}_H - \bar{P} = \frac{1}{\beta^* V} \int_0^t q(t) dt = \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{\beta^* V} \quad (1)$$

$$\bar{P}(t) = \bar{P}_H - \frac{Q_{\text{доб}}(t)}{\beta^* V},$$

или

т.е. прямая линия при $\bar{P}(t) = 0$, $Q_{\text{доб}}(t) = \beta^* V \bar{P}_H$

Коэффициент " $\beta^* V$ " в уравнении истощения нельзя определить точно по данным геолого-физических исследований. Если имеются данные истории эксплуатации месторождения от $t = 0$ до $t = t^*$ замеров:

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \{ \bar{P}_1^F \text{ Equation.3} \} \sim Q_1^F \text{ Equation.3} \\ t_2 \{ \bar{P}_2^F \text{ Equation.3} \} \sim Q_2^F \text{ Equation.3} \\ \dots \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$t^* \{ \bar{P}^F \text{ Equation.3} \sim Q^F \text{ Equation.3} \}$$

то методом наименьших квадратов находят коэффициент $\frac{1}{b^* V}$ в уравнении, а следовательно, полный упругий запас нефти $b^* \times \bar{P}_H$.

Пример решения поставленной задачи.

Обозначим $y = \bar{P}(t)$, $x = Q_{\text{доб}}(t)$, $b_0 = \bar{P}_H$, $b_1 = -\frac{1}{b^* V}$.

Уравнение (1) перепишем в следующих обозначениях:

$$y = b_0 + b_1 x \quad (3)$$

Данные замеров (2) представляют набор экспериментальных данных $\{x_i, y_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Уравнение 3 представляет уравнение линейной регрессии и описывает зависимость между величинами $\{y_i\}$ и $\{x_i\}$.

Требуется определить коэффициент b_1 в соответствии с методом обработки наблюдений случайных величин – методом наименьших квадратов.

$$b_1 = \frac{\frac{\sum x_i y_i}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \frac{\sum y_i}{n}}{\frac{\sum x_i^2}{n} - \frac{(\sum x_i)^2}{n^2}} \quad (4)$$

Далее определяем полный упругий запас нефти по формуле:

$$b^* \times \bar{P}_H = -\frac{b_0}{b_1}$$

Исходные данные замеров давлений (атм):

$\bar{P}_H = 100$, $\bar{P}_1 = 95$, $\bar{P}_2 = 90$, $\bar{P}_3 = 85$, $\bar{P}_4 = 80$, $\bar{P}_5 = 75$, $\bar{P}_6 = 70$, $\bar{P}_7 = 65$

1.2 Варианты работ

Таблица 1 – Числовые значения $Q_{\text{доб}}(t)$ [млн. м³]

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7
------------	---	---	---	---	---	---	---

1	5	10	15	20	25	30	35
2	7	12	17	22	27	32	37
3	9	14	19	24	29	34	39
4	11	16	21	26	31	36	41
5	13	18	23	28	33	38	43
6	15	20	25	30	35	40	45
7	17	22	27	32	37	42	47
8	19	24	29	34	39	44	49
9	21	26	31	36	41	46	51
10	23	28	33	38	43	48	53

Практическое занятие 9. Метод суперпозиций. Решение уравнения пьезопроводности по заданной динамике притока вод

Теория укрупненной скважины Ван-Эвердингена и Херста

Допустим, залежь – укрупненная скважина радиусом R_3 , эксплуатируется в водоносном бассейне с постоянным во времени расходом воды " q_B ", поступающей в залежь.

Согласно решению Ван-Эвердингена и Херста, изменение во времени давления на контуре укрупненной скважины $P(R_3)$ определяется по следующему уравнению:

$$P(R_3, t) = P_H - \frac{q_B \mu_B}{2\pi k h} \bar{P}(f_0). \quad (4.1)$$

Здесь:

$$f_0 = \frac{\alpha \times}{R_3^2} - \text{параметр Фурье};$$

h , k и α – толщина и коэффициенты проницаемости и пьезопроводности;

μ_B – динамическая вязкость;

$\bar{P}(f_0)$ – табулируемая функция.

Известна динамика вторжения воды в залежь в виде зависимости дебита укрупненной скважины от времени, $q_B(t)$. Необходимо найти давление на контуре укрупненной скважины к моменту t , т.е. $P(R_3, t)$.

Период времени от начала t_0 до t , разбиваем на n отрезков, т.е. $t = n \Delta t$. Для любого i – го отрезка, $1 \leq i \leq n$, известно приращение дебита воды:

$$\Delta q_{Bi} = q_B(t_i) - q_B(t_{i-1}).$$

В начальный момент t_0 полагаем $q_B(t_0) = 0$, тогда:

$$\left. \begin{aligned} \Delta q_{B1} &= q_B(1 \times \Delta t) \\ \Delta q_{B2} &= q_B(2 \times \Delta t) - q_B(1 \times \Delta t) \\ &\dots \dots \dots \\ q_{Bi} &= q_B(i \times \Delta t) - q_B[(i-1) \times \Delta t] \\ &\dots \dots \dots \\ q_{Bn} &= q_B(n \times \Delta t) - q_B[(n-1) \times \Delta t] \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Элементарные дебиты Dq_{Bi} рассматриваются как последовательно включающиеся, и далее постоянно действующие на пласт за период $t_n - t_{i-1}$.

Метод суперпозиций дает решение, получающееся в результате суммарного действия всех элементарных дебитов Dq_{Bi} как сумму решений от действия каждого Dq_{Bi} а отдельности в период $t_n - t_{i-1}$. Очевидно, что, суммируя все Dq_{Bi} , к моменту t_n получим, что на пласт действует $q_B(n \Delta t)$, т.е. $q_B(t_n)$, т.к. величина каждого последующего Dq_{Bi} погашает действие предыдущего $Dq_{B(i-1)}$. Тогда давление на контуре залежи при $t = t_n$ получается суммированием:

$$P(R_3, t) = P_{нач} - \frac{m_b}{2\rho kh} \times [Dq_{B1} \times \bar{P}(f0_n - f0_0) + Dq_{B2} \times \bar{P}(f0_n - f0_1) + \dots + Dq_{Bn} \times \bar{P}(f0_n - f0_{n-1})] \quad (4.3)$$

$$f0_i = \frac{\alpha \times i}{R_3^2}.$$

Таблица 4.1 – Значение функции $\bar{P}(f0)$ для бесконечного по протяженности водоносного пласта.

$f0 \dots\dots\dots$	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	0,112	0,229	0,315	0,376	0,424	0,496	0,503	0,504
$f0 \dots\dots\dots$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,5	2
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	0,616	0,659	0,702	0,735	0,772	0,802	0,927	1,020
$f0 \dots\dots\dots$	2,5	3	4	5	6	7	8	9
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	1,101	1,169	1,275	1,362	1,436	1,500	1,556	1,604
$f0 \dots\dots\dots$	10	15	20	25	30	40	50	60
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	1,651	1,829	1,96	2,067	2,147	2,282	2,388	2,476
$f0 \dots\dots\dots$	70	80	90	100	150	200	250	300
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	2,550	2,615	2,672	2,733	2,921	3,064	3,173	3,263
$f0 \dots\dots\dots$	400	500	600	700	800	900	1000	
$\bar{P}(f0) \dots\dots\dots$	3,406	3,516	3,608	3,684	3,75	3,809	3,860	

В расчета используем таблицу 4.1.

Значение данных таблицы подставляем в формулу (4.3) при соответствующих моментах времени. $t=1,2,3,4,5$ (годы)

Расчеты проводим для значений $q_v(t)$ по формуле: $q_v(t) = \alpha t^{0,5} [10^6 \text{ м}^3/\text{сут, }]$, вычисляя $\Delta q_{v1}, \Delta q_{v2}, \Delta q_{v3}, \Delta q_{v4}, \Delta q_{v5}$ по схеме 4.2

Варианты $\alpha = 1, 2 \dots$ и т. д.

Исходные данные: $\kappa = 1$ дарси, $\mu_v = 10^{-3}$ Па сек, $h = 10$ м, $\beta_{ж} = 10^{-5} 1/\text{атм}$, $R_3 = 10^5$ м, $P_{нач.} = 100$ атм, $m = 0,1$; $\Delta t = 365$ сут.

Практическое занятие 10. Метод суперпозиций. Решение уравнения пьезопроводности по заданной динамике падения давления на контуре укрупненной скважины

Пусть залежь – укрупненная скважина, эксплуатируется с постоянным во времени перепадом давления на водоносный пласт:

$$\Delta P = P_H - P(R_3). \quad (5.1)$$

Для вычисления суммарного количества воды, которое поступит в залежь к моменту t , Ван-Эвердинген и Херстом получено выражение:

$$Q_B(t) = \frac{9pkhR_3^2}{m_{\text{б}}\mu} \Delta P \bar{Q}(f_0), \quad (5.2)$$

где $\bar{Q}(f_0)$ - табулированная функция.

Допустим, во втором варианте известно изменение давления на контуре укрупненной скважины, $P(R_3, t)$, необходимо определить приток воды в залежь к моменту времени t , т.е. $Q_B(t)$.

Интервал времени разбивается на n отрезков Δt , т.е. $t = n \Delta t$. Для любого i – го отрезка, $1 \leq i \leq n$, известно падение давления на контуре укрупненной скважины:

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P[(i-1)\Delta t] - P(i\Delta t). \\ \Delta P_1 &= P_{\text{нач}} - P(1\Delta t) \\ \Delta P_2 &= P(1\Delta t) - P(2\Delta t) \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta P_{n-1} &= P[(n-2)\Delta t] - P[(n-1)\Delta t] \\ \Delta P_n &= P[(n-1)\Delta t] - P(n\Delta t) \end{aligned}$$

Здесь $P_{\text{нач}}$ – давление в начальный момент времени t_0 .

Согласно принципу суперпозиций общий приток воды в залежь складывается из суммы решений, полученных от действия на водоносный пласт каждого перепада $\Delta P_i = P[(i-1)\Delta t] - P(i\Delta t)$ как постоянного, начиная со времени $t_{i-1} = (i-1)\Delta t$.

Тогда общий приток воды складывается из суммы притоков от каждого постоянного перепада DP_i в соответствии с периодом действия этого перепада к моменту t , начиная с t_{i-1} :

$$Q_B^{(1)}(t_n) = \frac{2pkhR_3^2}{m_b \times e} \times DP_1 \times \bar{Q}(f0_n - f0_0)$$

$$Q_B^{(2)}(t_n) = \frac{2pkhR_3^2}{m_b \times e} \times DP_2 \times \bar{Q}(f0_n - f0_1)$$

$$Q_B^{(n)}(t_n) = \frac{2pkhR_3^2}{m_b \times e} \times DP_n \times \bar{Q}(f0_{n-1} - f0_n)$$

Общий приток воды за период $t_n - t_0$ в результате последовательного снижения давления от P_n до P_n получается суммированием:

$$Q_B(t_n) = \frac{2pkhR_3^2}{m_b \times e} \times [DP_1 \times \bar{Q}(f0_n - f0_0) + DP_2 \times \bar{Q}(f0_n - f0_1) + \dots + DP_n \times \bar{Q}(f0_{n-1} - f0_n)]$$

Значения функции $\bar{Q} = \bar{Q}(f0)$ для бесконечного по протяженности водоносного пласта.

Таблица 5.1 – Значения функции $\bar{Q} = \bar{Q}(f0)$

$f0 \dots \dots \dots$	$1 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$2 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$
.....	0,112	0,404	0,606	0,758
$\bar{Q}(f0) \dots \dots \dots$				
....				
$f0 \dots \dots \dots$	$5 \cdot 10^{-1}$	1	2	3
.....	1,020	1,570	2,442	3,209
$\bar{Q}(f0) \dots \dots \dots$				
....				
$f0 \dots \dots \dots$	5	7	10	20
.....	4,541	5,749	7,417	12,29
$\bar{Q}(f0) \dots \dots \dots$				
....				

$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	30 16,81	50 24,82	70 32,28	100 43,01
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	200 75,86	300 105,8	500 162,4	600 189,7
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	700 216	10^3 293,1	$2 \cdot 10^3$ 532	$3 \cdot 10^3$ 759
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	$5 \cdot 10^3$ $1,19 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^3$ $1,60 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$ $2,19 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$ $4,08 \cdot 10^3$
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	$3 \cdot 10^4$ $5,89 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^4$ $9,34 \cdot 10^3$	$7 \cdot 10^4$ $1,27 \cdot 10^4$	10^5 $1,76 \cdot 10^4$
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	$2 \cdot 10^5$ $3,31 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^5$ $4,82 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^5$ $7,69 \cdot 10^4$	$7 \cdot 10^5$ $1,03 \cdot 10^5$
$f_0 \dots \dots \dots$ $\bar{Q}(f_0) \dots \dots \dots$	10^6 $1,46 \cdot 10^5$	$\cdot 10^6$ $2,78 \cdot 10^5$	$\cdot 10^6$ $4,06 \cdot 10^5$	$\cdot 10^6$ $6,54 \cdot 10^5$
$f_0 \dots \dots \dots$	$6 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^6$	10^7	$2 \cdot 10^7$

..... $\bar{Q}(f_0)$	$7,76 \cdot 10^5$	$8,96 \cdot 10^5$	$1,25 \cdot 10^6$	$2,39 \cdot 10^6$
f_0 $\bar{Q}(f_0)$	$3 \cdot 10^7$ $3,52 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^7$ $5,69 \cdot 10^6$	$7 \cdot 10^7$ $7,82 \cdot 10^6$	10^8 $1,09 \cdot 10^7$
f_0 $\bar{Q}(f_0)$	$3 \cdot 10^8$ $3,1 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^8$ $5,03 \cdot 10^7$	10^9 $9,72 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^9$ $2,77 \cdot 10^8$
f_0 $\bar{Q}(f_0)$	$5 \cdot 10^9$ $4,51 \cdot 10^8$	10^{10} $8,75 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{10}$ $4,09 \cdot 10^9$	10^{11} $7,95 \cdot 10^9$
f_0 $\bar{Q}(f_0)$	$5 \cdot 10^{11}$ $3,75 \cdot 10^{10}$	10^{12} $7,28 \cdot 10^{10}$	$2 \cdot 10^{12}$ $1,42 \cdot 10^{11}$	

Значения функции $\bar{Q} = \bar{Q}(f_0)$ подставляем в формулу 5.1 из таблицы 5.1 при соответствующих моментах времени $t = 1, 2, 3, 4, 5$ (годы)

Изменение давления по годам [атм] задаем в следующей последовательности:

$\Delta P_1 = 1,8$; $\Delta P_2 = 1,5$; $\Delta P_3 = 1,2$; $\Delta P_4 = 1,0$; $\Delta P_5 = 0,8$;

Исходные данные: $\mu_b = 10^{-3}$ Па сек, $h = 10$ м, $\beta^* = 10^{-4}$ 1/атм, $R_z = 10^4$ м, $P_{нач.} = 100$ атм, $m = 0,1$; $\Delta t = 365$ сут.

Расчеты проводим в вариантах проницаемости $k = 0,01$ дарси, $0,02$ дарси, $0,03$ дарси.....и т. д.

Практическое занятие 11. Сеточная модель. Элементы структуры. Вывод уравнения фильтрации однофазного флюида

Сеточная модель характеризуется детальным представлением пласта в объёме залежи углеводородов. За пределами залежи представление укрупнённое – водный бассейн или непроницаемые границы.

1. Стандартный способ детализации – разбиение декартовой сеткой. Залежь состоит из блоков в форме параллелепипедов, соприкасающихся своими гранями с соседними, смежными блоками.
2. Производится оцифровка блоков по исходным параметрам (k, m) , считываемых с ещё более детальной геомодели. Производится оцифровка блоков сетки по параметрам начального состояния – давление и флюидонасыщенность (P, S) – с данных (карт или констант) на начало моделирования.
3. Выбирается наиболее подходящая в конкретной ситуации фильтрационная модель, описывающая с помощью методов математической физики процесс массопереноса флюидов в сеточной области залежи.

Вывод уравнения фильтрации однофазного флюида для трёхмерной декартовой сеточной модели залежи углеводородов.

Уравнение формулируется для произвольного элемента, с объёмом $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$, целочисленными координатами по 3-м декартовым направлениям:

$$i, j, k$$

С одной стороны, определяется изменение массы флюида в элементе за счёт перетоков по координатным направлениям:

ρ – плотность, V – скорость

$$\left[(\rho V)_{i-\frac{1}{2}} - (\rho V)_{i+\frac{1}{2}} \right] \cdot \Delta y \cdot \Delta z + \left[(\rho V)_{j-\frac{1}{2}} - (\rho V)_{j+\frac{1}{2}} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta z + \left[(\rho V)_{k-\frac{1}{2}} - (\rho V)_{k+\frac{1}{2}} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y - \rho_0 q \quad (1)$$

здесь ρ_0 – плотность флюида в нормальных условиях.

q – объёмный дебит (н.у.) через перфорационные отверстия скважины, если они присутствуют в элементе, имеет знак + если сток, знак - если источн.

С другой стороны, изменение массы флюида внутри элемента за единицу времени на отрезке Δt :

$$\frac{\rho_{t+\Delta t} - \rho_t}{\Delta t} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot m \quad (2)$$

По закону сохранения масс выражение (1) = (2) – уравнение массопереноса. Далее приводится к дифференциальной форме делением на объём элемента и предельным переходом при $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$:

$$\frac{d}{dx}(\rho V_x) + \frac{d}{dy}(\rho V_y) + \frac{d}{dz}(\rho V_z) = - \left(\frac{d(m\rho)}{dt} \right) + \varphi_{\text{эл}}$$

здесь $\varphi_{\text{эл}}$ - плотность источников (стоков), полученная как

$$\rho_0 \lim_{\Delta x, \Delta y, \Delta z \rightarrow 0} \frac{q}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

Более компактная дифференциальная форма:

$$\text{div} \left(\frac{V}{B} \right) = - \left(\frac{d(m\rho)}{dt} \right) + \varphi_{\text{эл}} \quad (3)$$

Разделив (3) на ρ_0 и введя обозначение $B = \frac{V_{\text{пл}}}{V_{\text{н.у.}}}$ – объёмный коэффициент, где $V_{\text{пл}}$ - объём флюида в пластовых условиях, $V_{\text{н.у.}}$ - объём флюида в нормальных условиях.

Уравнение (3) примет окончательную форму:

$$\text{div} \left(\frac{V}{B} \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{B} \right) + Q_{\text{эл}}$$

$Q_{\text{эл}}$ - объёмная плотность источников (стоков), приведённая к нормальным условиям

/Проверить: $B = \frac{\rho_0}{\rho}$

Выражения объёмных коэффициентов:

Газ: $B_g = \frac{V}{V_0} = \frac{m/\rho}{m/\rho_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = Z(P, T) \cdot \frac{T}{T_0} \cdot \frac{P}{P_0}$

Нефть: $B_o = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{\rho_0 [1 - \beta_n(P_0 - P)]} = \frac{1}{[1 - \beta_n(P_0 - P)]}$

Вода:
$$B_B = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{\rho_0[1-\beta_B(P_0-P)]} = \frac{1}{[1-\beta_B(P_0-P)]}$$

Здесь $B_B > 1$, так как в пласте газ растворён в нефти,

$B_B \approx 0,99 \div 1,06$ из-за малой сжимаемости.

4. Краевые и начальные условия для трёхмерного уравнения фильтрации однофазного флюида.

Уравнение фильтрации решается в форме конечных алгебраических уравнений, составляющих систему (1) = (2) для каждого блока сетки, т.е. количество уравнений равно количеству блоков.

Если залежь замкнута, то для приграничных элементов расход флюида через какую-либо грань (одну или более) – нулевой

$V = 0$, через грань контура залежи.

Для залежи, окружённой водным бассейном, вместо соответствующего расхода флюида в уравнение подставляется расход воды: $V = V_{\text{воды}}$

Условия на начало моделирования – распределение по блокам давлений (**P**) и значений флюидонасыщенностей (**S**) считываются с данных предшествующего этапа моделирования, либо с геомодели исходной информации, как в пункте 2.

5. Последовательность прямых расчётов истории эксплуатации залежи выполняется с шагом по времени Δt . Используя известное распределение **P**, **S** на начало шага Δt находят решение системы уравнений массопереноса на конец шага при известных значениях дебитов скважин.

Прямые расчёты выполняются для сопоставления расчётных **P**, **S** с данными промысловых наблюдений и последующей корректировки параметров модели (**k**, **m**). Последнее называют идентификацией модели.

Для получения достаточно хорошей сходимости расчётных и промысловых данных приходится выполнять много повторов моделирования истории эксплуатации залежи. Но это необходимо, чтобы принять

фильтрационную модель как адекватную и использовать для дальнейших прогнозных расчётов.

Задание:

Ответить на вопросы.

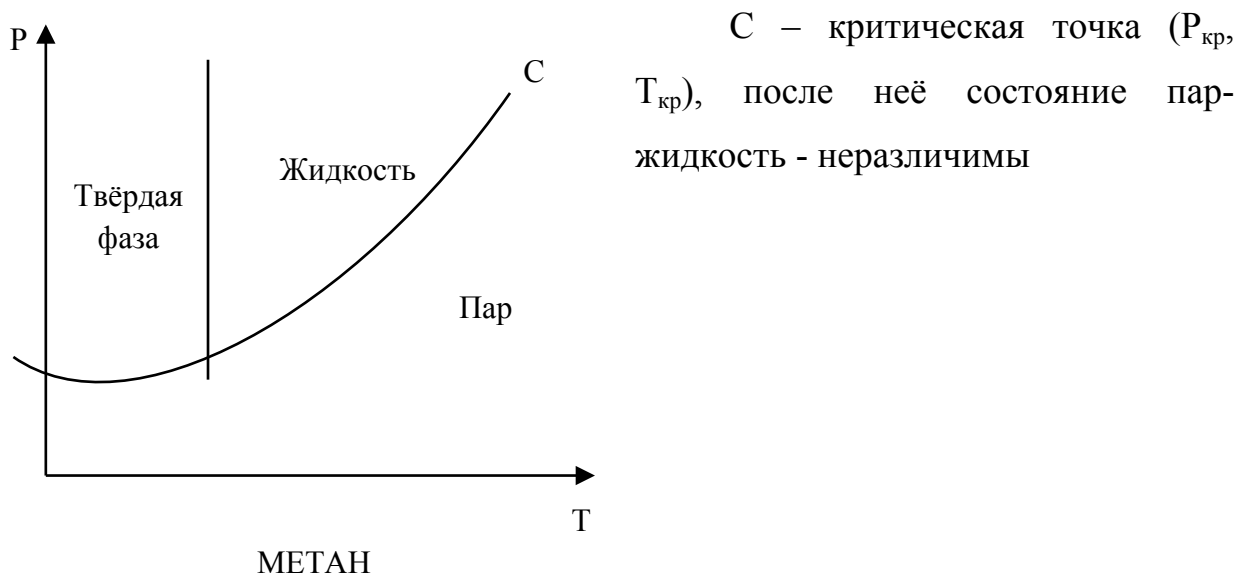
1. Как геометрически представляется трёхмерная сеточная модель в декартовых координатах.
2. Из каких источников выбирают данные для оцифровки сеточной модели.
3. Какой закон природы отображает уравнение фильтрации флюида.
4. Вывести уравнение массопереноса флюида для трёхмерной декартовой сеточной модели.
5. Объяснить окончательную компактную дифференциальную форму уравнения фильтрации, используемую в литературных источниках, с объёмными коэффициентами.
6. Через какую искомую функцию выражаются объёмные коэффициенты.
7. Что представляют краевые и начальные условия моделирования фильтрации.
8. Для чего необходимо провести моделирование истории эксплуатации залежи.

Практическое занятие 12. Фазовые состояния

В нефтегазовых, газоконденсатных месторождениях углеводородная система может находиться как в виде газа, так и в виде жидкости, в зависимости от состава, давления и температуры. В жидкой фазе могут находиться более тяжёлые компоненты углеводородной системы.

Соотношения фаз, жидкой и газовой, зависят от трёх координат **PVT**. Эти зависимости от трёх координат трудно представить, поэтому рассматриваются в двух координат при фиксированной третьей.

Примеры:



При постоянном удельном объёме.

С – критическая точка.

При исследовании фазового состояния углеводородных систем эксперименты проводят в бомбе высокого давления. Результаты представляют в виде изотерм конденсации, т.е. при фиксированной температуре находят зависимость количества выпавшего конденсата $V_k \frac{\text{см}^3}{\text{м}^3}$ от давления.

В процессе эксплуатации залежи для определения соотношения фаз углеводородной смеси пользуются расчётными методами. Для разработки

расчётных методов были проведены в большом объёме эксперименты. Исследовались отдельные углеводородные компоненты. Определялись коэффициенты отношения молярных долей компонента в газовой (числитель) и жидкой (знаменатель) фазах, называемые константами равновесия. Строились зависимости констант равновесия компонента от (**P**, **T**).

Создан атлас констант равновесия (американский). Имеются таблицы для выбора констант равновесия, используемые в расчётах. Расчёты фазового состояния смеси углеводородов (пластовый, или в трубопроводах, в скважинах) выполняются решением уравнения равновесия фаз:

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{V_i}{Y \cdot (K_i - 1) + 1} \right) - 1 = 0$$

Здесь V_i – мольная доля i -го компонента в смеси.

K_i - константа равновесия i -го компонента при текущих значениях **P**, **T**.

Y – мольная доля жидкой фазы в смеси, X – мольная доля газовой фазы, при этом $X + Y = 1$.

Уравнение равновесия решается методом итераций, находят Y при известном составе $\{V_i\}$ и выборе из таблиц соответствующих K_i при (**P**, **T**). Используется программа для ЭВМ.

Практическое занятие 13. Математическая модель фазовых проницаемостей

Двух или трёхфазное течение возникает при разработке нефтяных, нефтегазовых, газоконденсатных и просто газовых при наличии подстилающей газовую шапку воды, при вторжении в газовую залежь законтурных вод.

При фильтрации двух жидкостей нефть-вода, нефть-газ, конденсат-газ, газ-вода – закон Дарси имеет другой вид, чем при однофазной фильтрации:

$$-\frac{(\rho)_1}{\mu} = \frac{K \cdot K_1(S)}{\mu} \cdot \frac{dP_1}{dx}, \quad -\frac{(\rho)_2}{\mu} = \frac{K \cdot K_2(S)}{\mu} \cdot \frac{dP_2}{dx}$$

1, 2 – фазы, S – насыщенность 2-й фазы, (1-S) – насыщенность первой фазы, P₁, P₂ – давления в фазах.

Получены эмпирические формулы:

1. Для воды и нефти (S – водонасыщенность),

$$K_1(S) = \begin{cases} 0 \text{ или } 0 \leq S \leq 0,2 \\ [(S - 0,2)/0,8]^{3,5} \text{ при } 0,2 \leq S \leq 1 \end{cases}$$

$$K_2(S) = \begin{cases} [(0,85 - S)/0,8]^{2,8} \cdot (1 + 2,4S) \text{ при } 0 \leq S \leq 0,85 \\ 0, \text{ при } 0,85 \leq S \leq 1 \end{cases}$$

2. Для газа и воды (S – газонасыщенность)

$$3. \quad (\rho) \quad \left\{ \begin{aligned} &[(\rho) / \rho] \quad (\rho) \quad K_1(S) = \\ &\begin{cases} 0 \text{ при } 0 \leq S \leq 0,1 \\ [(S - 0,1)/0,9]^{3,5} \cdot (4 + 3S) \text{ при } 0,1 \leq S \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \right.$$

$$4. \quad (\rho) \quad \left\{ \begin{aligned} &[(\rho) / \rho] \quad K_2(S) = \\ &\begin{cases} [(0,85 - S)/0,8]^{3,5} \text{ при } 0 \leq S \leq 0,8 \\ 0 \text{ при } 0,8 \leq S \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \right.$$

Задание:

Построить графики $K_1(S), K_2(S)$ для: 1) вода-нефть, 2) газ-вода.

Практическое занятие 14. Уравнение фильтрации двух-трех фаз

Закон Дарси для толстых и наклонных пластов формирующихся с учетом фильтрации. Для этого градиент давления по вертикали (оси Z) складывается градиентом силы тяжести:

$$\left. \begin{array}{l} \text{— для воды } \frac{\partial P}{\partial Z} + \gamma_v \\ \text{— для нефти } \frac{\partial P}{\partial Z} + \gamma_n \\ \text{— для газа } \frac{\partial P}{\partial Z} + \gamma_g \end{array} \right\} \text{ здесь } G \quad (\gamma_v, \gamma_n, \gamma_g) \text{ — давление силы тяжести}$$

$\gamma_v, \gamma_n, \gamma_g$ — давление силы тяжести

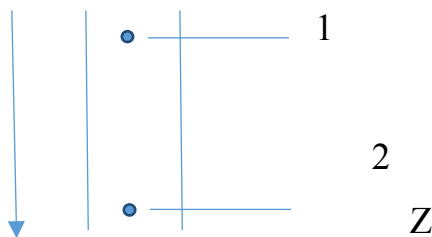
Это означает, что при распределении градиента давления по вертикали используется приведенное давление

$$P = P + G_Z$$

Скорость фильтрации определяется не разностью манометрических давлений $(P_1 - P_2)$, а разностью приведенных давлений $(\Delta P$ — фильтрационный перепад,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1 - P_2 + \gamma(Z_1 - Z_2)$$

Так, рассмотрим точки 1, 2 на равных уровнях по вертикали:



Координаты Z_1, Z_2 от уровня поверхности, например моря положительны. Тогда $\gamma(Z_1 - Z_2) = -\gamma(Z_2 - Z_1)$, где $\Delta G = \gamma(Z_2 - Z_1)$ — положительное гравитационное давление силы тяжести столба жидкости длиной $(Z_2 - Z_1)$, т.е. статическая составляющая, не вызывающая движение. При равенстве манометрического перепада ΔP и статического ΔG движение жидкости в вертикальном направлении не происходит, $\Delta P = 0$.

Фильтрация в вертикальном направлении происходит при $\Delta P \neq 0$, т.е. при определенном, ненулевом перепаде давления по вертикале.

Мы рассматривали вывод уравнения фильтрации одной фазы. Если движутся две или три фазы, несмешивающиеся между собой (нефть, газ, вода), то такого же вида уравнения будут записаны для каждой фазы в отдельности:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left(r_i w_{ix} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(r_i w_{ix} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r_i w_{iy} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r_i w_{iz} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (r_i m S_i)$$

$i=1, 2, 3$ где: 1-газ

2 – нефть

3 – вода или: $\text{div}(r_i w_i) + \frac{\partial}{\partial t} (r_i m S_i) = 0$ $\sum S_i = 1$

Отличие от уравнения неразрывности однофазной жидкости – в уравнение входят $\{S_i\}$ - насыщенности фаз. В левой части S_i влияют на фазовые проницаемости. В правой части при составлении баланса масс для элемента мы должны учитывать для отдельной фазы не весь объем пор, а его долю, занимаемую i -ой фазой, $m \cdot S_i$.

Если в систему уравнений неразрывности фаз подставить выражения скоростей, как функций давления и насыщенности, а также выражения плотностей фаз как функций давления, то для системы 3-х уравнений имеем неизвестных 4- P, S_1, S_2, S_3 .

Система замыкается соотношением: $S_1 + S_2 + S_3 = 1$

В данном случае предполагалось, что давления в фазах одинаковы P .

Капиллярные силы. В поровых каналах возникают силы межфазного (капиллярного) давления, например, в двухфазном течении.

$$P_g - P_k = P_k(S_k) - \text{эмпирическая функция}$$

Функции межфазных давлений известны из экспериментов. При различии давлений в фазах добавляются еще два уравнения, содержащие P_g, P_k, P_v . Система замыкается.

Задание. Записать вывод уравнения фильтрации одной фазы при трехфазной (по аналогии с выводом уравнения однофазной, но с учетом насыщенности).

Практическое занятие 15. Определение основных параметров трёхфазной модели нелетучей нефти Маскета-Мереса

Модель получила наиболее широкое распространение для нефтегазовых залежей с наличием воды. Здесь предполагают 2 (два) компонента углеводородной системы:

1. Нефть нелетучая
2. Газ летучий.

Предполагаются 3 (три) фазы:

- o – нефтяная, содержит 1 и 2 компоненты, газ растворён в нефтяной фазе;
- w – водная фаза, не содержит компонент 1,2
- g – свободный газ, содержит только 2-й компонент.

Вода и нефть не смешиваются, не обмениваются массами и не меняют фазы.

Газ растворим в нефти и нерастворим в воде.

Индексы $i = 1, 2$ – относятся к нефтяному и газовому компонентам.

Индексы $l = o, w, g$ – соответствуют нефтяной, водной и газовой фазам.

C_{li} – концентрация i -го компонента в l -й фазе.

Тогда:

Концентрация компонента нефти в газовой фазе – $C_{gl} = 0$.

Концентрация компонента газа в газовой фазе – $C_{g2} = 1$.

Концентрация в водной фазе компонентов нефти и газа – $C_{wl} = C_{w2} = 0$.

Объёмные коэффициенты фаз (B_l) показывают отношение объёма фазы в пластовых условиях к её объёму в поверхностных (нормальных) условиях:

$$B_l = V_{lr} / V_{lo}$$

Здесь V_{lr} , V_{lo} – объём l -й фазы в пластовых (r) и нормальных (o) условиях.

M_{or} – масса нефтяной фазы (вместе с растворённым газом) в пластовых условиях.

M_{oo} – масса нефти в нормальных условиях, уже без газа, дегазирована на поверхности.

Так как масса одинакова в пласте и на поверхности (масса только нефти), то:

$$M_{oo} = M_{or} \cdot C_{o1}$$

Масса выделившегося из нефтяной фазы газа также одинакова в пласте и на поверхности:

$$M_{dgo} = M_{or} \cdot C_{o2}$$

M_{dgo} – масса растворённого газа.

Ставим задачу: записать уравнения фильтрации фаз так, чтобы неизвестными были давления и насыщенность фазы. Давление полагаем одинаковым в нефти, газе и воде. Так как скорости и объёмные коэффициенты фаз выражаются как функции давления (при постоянной температуре пласта), то достаточно, чтобы в записи уравнений фильтрации фаз присутствовали эти величины. Для решения поставленной задачи достаточно выразить плотности фаз в пластовых условиях через известные плотности компонент в нормальных условиях, через коэффициент растворимости R :

4 $R = V_{dgo}/V_{oo}$ - отношение объёма растворённого газа к объёму дегазированной нефти. Для различных нефтей существуют эмпирические данные коэффициента растворимости.

Практическое занятие 16. Вывод уравнений неразрывности течения для трёхфазной модели нелетучей нефти Маскета-Мереса

Вывод:

$C_{o1} \cdot \rho_0$ – масса единицы объёма нефтяного компонента в пластовых условиях

$C_{o1} \cdot M_{or}/V_{or}$ – та же масса нефтяного компонента на единицу объёма.

Так как масса нефтяного компонента в пласте и на поверхности одинаковая (2), и учитывая выражение объёмного коэффициента для нефти ($l = 0$), (1), можно сделать замену:

$$C_{o1} \cdot M_{or}/V_{or} = M_{0o}/B_0 \cdot V_{0o}$$

Учитывая, что $M_{0o}/V_{0o} = \rho_{0o}$ – плотность нефтяного компонента в нормальных условиях, окончательно получаем:

$$C_{o1} \rho_o = \rho_{0o} \quad (5)$$

Далее рассмотрим выражение для газа, содержащегося в нефтяной фазе:

$C_{o2} \rho_0$ – масса единицы объёма газового компонента в нефтяной фазе в пластовых условиях.

$C_{o2} \cdot M_{or}/V_{or}$ – та же масса

Учитывая (3) и (1) – сохранение массы в пластовых и нормальных условиях и выражение объёмного коэффициента, имеем равенство:

$$C_{o2} \cdot M_{or}/V_{or} = M_{dgo}/B_0 \cdot V_{0o}$$

Далее выразим массу выделившегося из нефтяной фазы газа на поверхности через его объём и плотность в нормальных условиях:

$$M_{dgo} = V_{dgo} \cdot \rho_{go}$$

Учтём ещё и равенство (4), получим:

$$M_{dgo}/(B_0 \cdot V_{0o}) = R \cdot \rho_{go}/B_0$$

Окончательно, для газового компонента в нефтяной фазе, имеем:

$$C_{o2} \rho_o = R \cdot \rho_{go}/B_0 \quad (6)$$

Плотность свободного газа в пластовых условиях:

$$\rho_g = M_g / V_{gr} = M_g / (B_g \cdot V_{g0}) = \rho_{g0} / B_g \quad (7)$$

Плотность воды в пластовых условиях:

$$\rho_w = M_w / V_{wr} = M_w / (B_w \cdot V_{w0}) = \rho_{w0} / B_w \quad (8)$$

Здесь M_g - масса свободного газа,

M_w – масса воды

Полученные выражения 5, 6, 7, 8 дают представления плотностей в пластовых условиях через плотности (известные) в стандартных условиях.

Далее, исходя из общего вида уравнений фильтрации, можно перейти к уравнениям, не содержащим плотности в пластовых условиях.

Записываются уравнения, отображающие материальный баланс при движении каждого компонента в отдельности:

1 (нефтяной компонент)

2 (газовый компонент)

3 (вода).

Замыкающее систему уравнение:

$$S_o + S_g + S_w = 1$$

$$(-\operatorname{div}(\rho_o \cdot U_o) = \frac{d}{dt}(m \cdot S_o \cdot \rho_o) + \tilde{Q}_o - \text{отображает}$$

баланс массы нефтяного компонента с концентрацией , движущееся только в нефтяной фазе.

$$(-\operatorname{div}(\rho_g \cdot U_g + R \cdot \rho_g \cdot U_o) = \frac{d}{dt}[m(S_g)\rho_g + S_o \cdot \rho_g \cdot R] +$$

$\tilde{Q}_g$ – уравнение отображает баланс массы газового компонента, движущегося в свободной газовой фазе и с коэффициентом R растворённого в нефтяной фазе.

$$-\operatorname{div}(\rho_w \cdot U_w) = \frac{d}{dt}(m \cdot S_w \cdot \rho_w) + \tilde{Q}_w$$

Здесь $\tilde{Q}_0, \tilde{Q}_g, \tilde{Q}_w$ - массы компонентов, отбираемых из единичного объёма пласта.

Далее подставим выражения 5, 6, 7, 8 через плотность в нормальных условиях и разделим каждое уравнение на плотность нормальных условий соответствующего компонента, получим систему:

$$\begin{aligned} -div\left(\frac{U_0}{B_0}\right) &= \frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{S_0}{B_0}\right) + \tilde{Q}_0 \\ -div\left(\frac{U_g}{B_g} + \frac{RU_0}{B_0}\right) &= \frac{d}{dt}\left[m\left(\frac{S_g}{B_g} + \frac{S_0R}{B_0}\right)\right] + \tilde{Q}_g + R \cdot \tilde{Q}_0 \\ -div\left(\frac{U_w}{B_w}\right) &= \frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{S_w}{B_w}\right) + \tilde{Q}_w \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{Q}$ - объёмы добычи в нормальных условиях.

Записать уравнения фильтрации для двух фаз – (газ и вода), (нефть и газ), (нефть и вода).

Практическое занятие 17. Многофазная многокомпонентная фильтрация.

Трехфазная – двух-трехмерная фильтрация.

Рассматривается система из " n_l " фаз, например:

1-я фаза – нефть, смачивающая по газу, несмачивающая по воде;

2-я фаза – вода, смачивающая;

3-я фаза – газ, несмачивающая.

В целом система состоит из " n_c " химических компонентов. При движении, изменении давления, температуры смеси отдельные углеводородные компоненты могут переходить из нефтяной фазы в газовую и наоборот. Не исключается переход воды в газообразное состояние, при термическом воздействии на пласт. Между фазами происходит массообмен различными компонентами. В этом случае материальный баланс при выводе уравнения неразрывности записывается для каждого компонента в отдельности, и в результате имеем " n_c " уравнений неразрывности.

Доля порового пространства элемента сетки, занятая "1"-ой фазой – S_1 ;

C_{ej} – концентрация j – го компонента в 1 – фазе в рассматриваемом объеме сетки.

Тогда изменение массы j – го компонента в элементе сетки необходимо рассматривать как сумму его изменений в каждой фазе, учитывая $(S_1 \cdot C_{ej})$ – доля порового объема элемента, занятая j – ым компонентом в 1 – ой фазе;

$S_1 \cdot C_{ij} \cdot \rho_i$ – массовая доля j – го компонента в поровом объеме элемента сетки 1 – ой фазе;

$\sum_{l=1}^{n_l} S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l$ – общая массовая доля j – го компонента в поровом объеме элемента сетки 1 – ой фазе;

$\left(m \cdot W_{эл} \cdot \sum_{l=1}^{n_l} S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l \right)$ – массовая доля j – го компонента в поровом объеме элемента сетки;

$\Omega_{эл}$ – объем элемента сетки.

Изменение массы j – го компонента за малый промежуток времени Δt , в случае декартовой системы координат, запишем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(m \cdot W_{эл} \cdot \sum_{l=1}^{n_l} S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l \right) - \sum_{l=1}^{n_l} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(m \cdot W_{эл} \cdot S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l \cdot u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(m \cdot W_{эл} \cdot S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l \cdot v \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(m \cdot W_{эл} \cdot S_l \cdot C_{lj} \cdot \rho_l \cdot w \right) \right) = 0$$

Пусть $\tilde{q}_l$ - плотность источника (стока) 1 - ой фазы, a_{lj} - концентрация j - го компонента в источнике 1 - ой фазы.

Тогда $\sum_{l=1}^{n_l} \tilde{q}_l a_{lj}$ - общая плотность источника по j - ой компоненте.

Потоковые слагаемые в уравнении неразрывности, в отличие от однофазного движения, содержат

$r_l \times C_{lj} a_{lj}$ - массовая скорость j - го компонента в потоке 1 - ой фазы.

В уравнении материального баланса j - го компонента суммируются перетоки рассматриваемого компонента по всем фазам.

В результате уравнение неразрывности для j - го компонента имеет вид:

$$-\sum_{l=1}^{n_l} \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(r_l \times C_{lj} a_{lj}) = \sum_{l=1}^{n_l} \frac{\partial}{\partial t} S_l \times C_{lj} a_{lj} + \sum_{l=1}^{n_l} \tilde{q}_l a_{lj}.$$

Количество уравнений системы определяется количеством движущихся компонент $j=1,2,\dots,n_c$.

Список литературы

1. Кудинов, В. И. Основы нефтегазопромыслового дела [Текст] / В. И. Кудинов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований; Удмуртский госуниверситет. 2004. – 720 с.

2. Совершенствование разработки нефтяных месторождений на завершающей стадии/Н.Н. Лисовский, М.М. Иванова, В.Ф. Базив, В.М. Малюгин//Нефтяное хозяйство. – 2008. - № 3. – С. 22-24.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

«Организация самостоятельной работы студентов»

для дисциплины

Математическое моделирование в задачах нефтегазовой отрасли.
для студентов направления подготовки 21.04.01 «Нефтегазовое дело»

Ставрополь, 2026

Методические рекомендации предназначены для студентов вуза «Северо-Кавказский федеральный университет»

Цели методических рекомендаций:

1. Методическое сопровождение процесса введения и реализации требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (далее ФГОС ВО), помощь при разработке рабочих учебных программ дисциплин и профессиональных модулей основной образовательной программы (далее ОП).

2. Создание в образовательном учреждении учебно-методического обеспечения образовательного процесса.

Методические рекомендации определяют сущность самостоятельной работы студентов в вузе, её назначение, планирование, формы организации и виды контроля.

Содержание

<u>I. Нормативное обеспечение самостоятельной работы в ФГОС ВО</u>	54
<u>II. Назначение и виды самостоятельной работы студентов</u>	55
<u>III. Контроль самостоятельной работы студентов преподавателями</u>	56

I. Нормативное обеспечение самостоятельной работы в ФГОС ВО

1.1. ФГОС раздел: «Требования к условиям реализации ОП»:

– Требования к обязательному минимуму содержания основной образовательной программы подготовки магистра, к условиям ее реализации и срокам ее освоения определяются настоящим федеральным государственным образовательным стандартом;

– основная образовательная программа подготовки магистра состоит из дисциплин общенаучного и профессионального циклов, состоящих из базовой и вариативной частей и дисциплин по выбору;

– максимальный объем учебной нагрузки студента устанавливается 54 часа в неделю, включая все виды аудиторной и внеаудиторной (самостоятельной) учебной работы.

Во время самостоятельной подготовки обучающиеся должны быть обеспечены доступом к сети Интернет. Реализация основной образовательной программы подготовки магистра должна обеспечиваться доступом каждого студента к библиотечным фондам и базам данных, формируемым по полному перечню дисциплин основной образовательной программы из расчета обеспеченности учебниками и учебными пособиями не менее 0.5 экземпляра на одного студента. Библиотека вуза должна иметь достаточное количество современных учебников и учебных пособий по всем циклам дисциплин и постоянно восполняться научной литературой и периодическими изданиями нефтегазового профиля

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение:

- в рабочем учебном плане – в целом по теоретическому обучению, каждому из циклов дисциплин;

- в рабочих программах учебных дисциплин циклов дисциплин с распределением по разделам или конкретным темам.

II. Назначение и виды самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитию исследовательских умений.

В учебном процессе ОУ выделяются два вида самостоятельной работы:



Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

III. Контроль самостоятельной работы студентов преподавателями.

Контроль самостоятельной работы студентов предусматривает:

- соотнесение содержания контроля с целями обучения;
- объективность контроля;
- валидность контроля (соответствие предъявляемых заданий тому, что предполагается проверить);
- дифференциацию контрольно-измерительных материалов.

Формы контроля самостоятельной работы

1. Просмотр и проверка выполнения самостоятельной работы преподавателем.
2. Самопроверка, взаимопроверка выполненного задания в группе.
3. Обсуждение результатов выполненной работы на занятии.
4. Тестирование.
5. Письменный опрос.
6. Устный опрос.
7. Индивидуальное собеседование.
8. Коллоквиум.
9. Отчет о проделанной работе.
10. Защита рефератов или курсовой работы.
11. Творческий конкурс.
12. Интернет - конференции.
13. Контрольная работа.

Критерии оценки результатов самостоятельной работы

Критериями оценок результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентами учебного материала;
- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- формирование набора из общекультурных и профессиональных компетенций будущего магистра;

- умения студента активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями;
- умение ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- умение четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- умение показать, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.

Содержание внеаудиторной самостоятельной деятельности студентов

Методические указания для студентов по выполнению самостоятельной работы:

1. Подготовка к лекциям
2. Подготовка к практическим занятиям
3. Темы докладов:
 - Основы моделирования пластов и процессы разработки;
 - Классификация систем разработки и их математических моделей;
 - Режимы разработки залежей нефти и газа;
 - Укрупненные модели разработки упругого режима;
 - Приближенные решения уравнения пьезопроводности и метод суперпозиций.

Основная литература:

Основной литературы нет.

Дополнительная литература:

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. Москва – Ижевск, "Институт компьютерных исследований", 2004, 416 с.
2. Лысенков В.Д. Инновационная разработка нефтяных месторождений. -М: Недра-Бизнесцентр, 2000. - 516с. – Библиогр.: с. 514.

3.Закиров С.Н. Разработка газовых, газоконденсатных и нефтегазоконденсатных месторождений / С.Н. Закиров. –М.: Струна, 1998. -365с.: ил. – Библиогр.: с. 359. – ISBN 5-247-03806-1