

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические указания

для обучающихся по организации и проведению самостоятельной работы
«Методология научных исследований»

для студентов направления подготовки
13.04.02 Электроэнергетика и электротехника
Направленность (профиль) Интеллектуальные системы
электроснабжения

Ставрополь, 2026

1. Общие положения

Самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль за работой студентов).

Самостоятельная работа студентов (СРС) в вузе является важным видом учебной и научной деятельности студента. Самостоятельная работа студентов играет значительную роль в рейтинговой технологии обучения.

К основным видам самостоятельной работы студентов относятся:

- формирование и усвоение содержания конспекта лекций на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы (электронные учебники, электронные библиотеки и др.);
- написание докладов;
- подготовка к семинарам, практическим и лабораторным работам, их оформление;
- выполнение учебно-исследовательских работ, проектная деятельность;
- подготовка практических разработок и рекомендаций по решению проблемной ситуации;
- выполнение домашних заданий в виде решения отдельных задач, проведения типовых расчетов, расчетно-компьютерных и индивидуальных работ по отдельным разделам содержания дисциплин и т.д.;
- компьютерный текущий самоконтроль и контроль успеваемости на базе электронных обучающих и аттестующих тестов и др.

Методика организации самостоятельной работы студентов зависит от структуры, характера и особенностей изучаемой дисциплины, объема часов на ее изучение, вида заданий для самостоятельной работы студентов, индивидуальных качеств студентов и условий учебной деятельности.

Процесс организации самостоятельной работы студентов включает в себя следующие этапы:

- подготовительный (определение целей, составление программы, подготовка методического обеспечения, подготовка оборудования);
- основной (реализация программы, использование приемов поиска информации, усвоения, переработки, применения, передачи знаний, фиксирование результатов, самоорганизация процесса работы);
- заключительный (оценка значимости и анализ результатов, их систематизация, оценка эффективности программы и приемов работы, выводы о направлениях оптимизации труда).

Самостоятельная работа по дисциплине «Стратегическое и территориальное планирование» направлена на формирование следующих **компетенций**:

Код	Формулировка
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий
ОПК-1	Способен формулировать цели и задачи исследования, выявлять приоритеты решения задач, выбирать критерии оценки
ОПК-2	Способен применять современные методы исследования, оценивать и представлять результаты выполненной работы

2. Цель и задачи самостоятельной работы

Ведущая цель организации и осуществления СРС совпадает с целью обучения студента – формирование набора компетенций будущего бакалавра.

При организации СРС важным и необходимым условием становятся формирование умения самостоятельной работы для приобретения знаний, навыков и возможности организации учебной и научной деятельности. Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельной работы и лабораторных занятий.

3. Технологическая карта самостоятельной работы студента

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
1 семестр					
ИД-1 _{УК-1} , ИД-2 _{УК-1} , ИД-3 _{УК-1} , ИД-1 _{ОПК-1} , ИД-2 _{ОПК-1} , ИД-3 _{ОПК-1} , ИД-1 _{ОПК-2} , ИД-2 _{ОПК-2} , ИД-3 _{ОПК-3}	Подготовка к лекциям	Собеседование	4,5	0,5	5
ИД-1 _{УК-1} , ИД-2 _{УК-1} , ИД-3 _{УК-1} , ИД-1 _{ОПК-1} , ИД-2 _{ОПК-1} , ИД-3 _{ОПК-1} , ИД-1 _{ОПК-2} , ИД-2 _{ОПК-2} , ИД-3 _{ОПК-3}	Подготовка к практическим занятиям	Собеседование	4,5	0,5	5
ИД-1 _{УК-1} , ИД-2 _{УК-1} , ИД-3 _{УК-1} , ИД-1 _{ОПК-1} , ИД-2 _{ОПК-1} , ИД-3 _{ОПК-1} , ИД-1 _{ОПК-2} , ИД-2 _{ОПК-2} , ИД-3 _{ОПК-3}	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	61	1	62
Итого за 1 семестр			70	2	72
Итого			70	2	72

4. Порядок выполнения самостоятельной работы студентом

4.1. Методические рекомендации по работе с учебной литературой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанно читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют **четыре основные установки в чтении научного текста:**

информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)

усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)

аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)

творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

2. Выделите главное, составьте план.

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

4.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на лабораторных занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с

выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

4.3. Методические рекомендации по самопроверке знаний

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется провести самопроверку усвоенных знаний, ответив на контрольные вопросы по изученной теме.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала – умение отвечать на вопросы для собеседования.

4.5. Методические рекомендации по подготовке к зачету с оценкой

Зачет с оценкой как самостоятельное мероприятие не проводится, а выставляется по результатам защиты отчетов по практическим занятиям.

Контроль самостоятельной работы студентов

Контроль самостоятельной работы проводится преподавателем.

Предусмотрены следующие виды контроля: собеседование, тестирование.

Подробные критерии оценивания компетенций приведены в Фонде оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации.

Вопросы для собеседования

I. Методологические основы и аппарат исследования

1. Что такое научное исследование?
2. В чем разница между объектом и предметом исследования?
3. Какие существуют методы научного познания?
4. Что такое гипотеза, и каковы требования к ней?
5. В чем отличие эмпирических и теоретических методов исследования?
6. Каковы основные этапы научного исследования?
7. Что такое методологический подход? Назовите основные.
8. В чем особенности системного подхода в исследовательской деятельности?
9. Как использовать моделирование в научных исследованиях?
10. Какие критерии определяют научность исследования?

II. Современная картина мира и ее развитие

11. Как изменилась научная картина мира от античности до наших дней?
12. Какие ключевые идеи определяют современную научную картину мира?
13. Как философия влияет на развитие научных представлений?
14. В чем заключается значение междисциплинарности в современной науке?
15. Как научные открытия меняют социальные и экономические процессы?
16. Почему важно учитывать исторический контекст научных теорий?
17. Какое влияние оказала квантовая механика на научную картину мира?
18. Как искусственный интеллект изменяет научные исследования?
19. В чем разница между классической и неклассической научной картиной мира?
20. Какие технологии наиболее сильно изменили современную науку?

III. Отличительные особенности исследовательской деятельности. Логика творческого поиска

21. Чем исследовательская деятельность отличается от других видов деятельности?

22. Какие качества важны для исследователя?
23. Что такое логика научного поиска?
24. Как правильно формулировать исследовательскую проблему?
25. Какие методы используются для генерации научных идей?
26. В чем значение критического мышления в науке?
27. Как можно доказать или опровергнуть гипотезу?
28. Почему важно учитывать альтернативные гипотезы?
29. Как работать с научной литературой и источниками?
30. Что такое научное сообщество, и как в него интегрироваться?

IV. Методика проведения опытно-экспериментальной работы

31. Какие существуют виды экспериментов?
32. Что такое независимая и зависимая переменная в эксперименте?
33. Как правильно формулировать цель эксперимента?
34. Как планировать экспериментальное исследование?
35. Какие методы используются для обработки экспериментальных данных?
36. Почему важно учитывать ошибки и погрешности в экспериментах?
37. Как проверить надежность и воспроизводимость результатов?
38. Какие инструменты используются в экспериментальной работе?
39. Как оформлять результаты экспериментальных исследований?
40. В чем разница между лабораторным и полевым экспериментом?

V. Общие вопросы и практические аспекты исследования

41. Какие этапы публикации научной статьи?
42. Что такое рецензирование, и почему оно важно?
43. Как правильно оформить список литературы?
44. Как защитить интеллектуальную собственность в науке?
45. Какие бывают научные конференции, и зачем они нужны?
46. В чем разница между теоретическим и прикладным исследованием?
47. Как выбрать наиболее подходящий метод исследования?
48. Какие этические нормы существуют в научной деятельности?
49. Почему важно делать научные выводы на основе данных, а не предположений?
50. Как презентовать научные результаты широкой аудитории?

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он:

- Применяет знания о методологии научных исследований на высоком уровне, демонстрируя способность к глубокому критическому анализу проблемных ситуаций, используя системный подход и разрабатывая стратегию действий.
- Свободно формулирует цели и задачи исследования, выделяет приоритетные направления и обоснованно выбирает критерии оценки полученных результатов.
- Уверенно использует современные методы научного исследования, демонстрируя умение оценивать их эффективность, корректно анализировать и представлять результаты своей работы.
- Полностью освоил теоретическое содержание курса, логично и последовательно излагает материал, свободно отвечает на вопросы, аргументирует свою точку зрения с опорой на дополнительные источники.
- Выполнил все предусмотренные программой задания на высоком уровне, проявил самостоятельность и аналитический подход при их выполнении.
- Компетенции УК-1, ОПК-1, ОПК-2 освоены на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он:

- Применяет знания о методологии научных исследований на среднем уровне, демонстрируя способность к анализу проблемных ситуаций, но испытывая некоторые затруднения при выработке стратегии действий.

- Формулирует цели и задачи исследования, но не всегда четко определяет приоритетные направления и критерии оценки.
- Использует современные методы исследования, но допускает незначительные неточности при интерпретации результатов.
- Освоил теоретическое содержание курса на достаточном уровне, допускает небольшие пробелы в знаниях, последовательно излагает материал, но может испытывать незначительные трудности при ответах.
- Выполнил все предусмотренные программой задания, однако их качество оценивается на среднем уровне, анализ результатов проводится с некоторыми упущениями.
- Компетенции УК-1, ОПК-1, ОПК-2 освоены на среднем уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он:

- Применяет знания о методологии научных исследований на минимальном уровне, выявляя проблемы, но не умея их критически анализировать и разрабатывать стратегию решений.
- Формулирует цели и задачи исследования, но делает это неполно, без четкого понимания критериев оценки.
- Использует современные методы исследования, но допускает значительные ошибки при интерпретации результатов.
- Освоил теоретическое содержание курса на низком уровне, излагает материал непоследовательно, испытывает значительные трудности при ответах, не способен уверенно аргументировать свою позицию.
- Выполнил задания программы, но качество их выполнения оценивается на низком уровне, анализ результатов проводится с серьезными пробелами.
- Компетенции УК-1, ОПК-1, ОПК-2 освоены на минимальном уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он:

- Не применяет знания о методологии научных исследований, не умеет анализировать проблемные ситуации и разрабатывать стратегию действий.
- Не способен корректно формулировать цели и задачи исследования, не понимает критериев их оценки.
- Не владеет современными методами научного исследования, допускает серьезные ошибки при обработке и интерпретации результатов.
- Не знает значительной части программного материала, допускает грубые ошибки при изложении, не способен ответить на вопросы, его аргументация отсутствует или крайне слабая.
- Не выполнил большую часть предусмотренных программой заданий, их качество оценено на минимальном уровне.
- Компетенции УК-1, ОПК-1, ОПК-2 не сформированы.

2. Описание шкалы оценивания

Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

Уровень выполнения контрольного задания	Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание)
Отличный	100
Хороший	80

Удовлетворительный	60
Неудовлетворительный	0

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения данного оценочного мероприятия включает в себя устный ответ на практическом занятии по предложенным вопросам.

Для подготовки к данному оценочному мероприятию необходимо изучить рекомендованную основную и дополнительную литературу, материалы интернет-ресурсов, ознакомиться с медиа-текстами.

При проверке задания, оцениваются степень владения теоретическим материалом, умение применять теоретические знания на практике. Умение грамотно, аргументировано и непротиворечиво излагать теоретический материал и собственные суждения, оценки, примеры.

Оценочный лист

Тема занятия:								
		Базовый уровень				Повышенный уровень		
№	ФИО студента	Степень владения теоретическим материалом (0-5 баллов)	Примеры (0-5 баллов)	Уровень аргументации (0-5 баллов)	Собственная точка зрения (0-5 баллов)	Апелляция к самостоятельно найденным научным источникам (0-5 баллов)	Сумма баллов	Итоговая оценка

Тесты

Номер задания	Содержание вопроса
1.	Методология, как наука о методах, включает в себя следующие основные части: а) Понятия б) Аксиомы в) Принципы г) Методы д) Законы
2.	Под методом понимается а) алгоритм решения нетиповой задачи по заданной постановке б) алгоритм решения типовой задачи по незаданной постановке в) алгоритм решения типовой задачи по заданной постановке г) алгоритм решения нетиповой задачи по незаданной постановке
3.	К методам измерения в системном анализе относятся: а) Методы инструментального измерения

	b) Методы косвенного измерения c) Методы численного расчета d) Методы измерения расчетом
4.	Практический инструмент системного анализа — это a) набор методик b) набор кейсов c) набор теорий d) набор формул
5.	Рандомизация – это процедура, когда: a) решения выбираются случайным образом b) решение выбирается случайным образом с учетом наблюдаемой реализации случайной величины c) решение выбирается случайным образом без учета наблюдаемой реализации случайной величины d) решения выбираются группой экспертов e) решения выбираются по заранее установленному правилу
6.	К статистическим методам в системном анализе относятся: a) Методы регрессивного анализа b) Методы прогрессивного анализа c) Методы корреляционного анализа d) Методы факторного анализа
7.	К имитационно-макетным методам в системном анализе относятся: a) Метод композиции b) Метод декомпозиции c) Функциональный метод d) Статистический метод
8.	Понятие цели научного исследования.
9.	Что такое объект научного исследования?
10.	Что такое предмет научного исследования?
11.	Задачи фундаментальных научных исследований.
12.	Задачи прикладных научных исследований.
13.	Задачи поисковых исследований.
14.	Задачи разработки.
15.	Каковы основные этапы научно-исследовательской работы?
16.	Определение темы научного исследования
17.	Проблемы этапа планирования.
18.	Задачи анализа научной и технической информации
19.	Какова цель теоретических исследований?
20.	Задачи этапа формулирование темы научно-исследовательской работы
21.	Задачи формулирование цели и задач исследований
22.	Задачи теоретические исследования
23.	Задачи экспериментальные исследования
24.	Задачи анализа и оформления научных исследований
25.	Задачи внедрение результатов исследования
26.	Понятие актуальности научного исследования
27.	Актуальность в научном аспекте.
28.	Актуальность в прикладном аспекте.
29.	Понятие научной новизны.
30.	Выдвижение рабочей гипотезы.
31.	Методы проведения анализа технических объектов базируются на принципах a) системного анализа

	b) параметрического синтеза c) структурного синтеза d) анализа алгоритма
32.	Научное исследование начинается: a) с выбора методики b) с выбора темы c) с литературного обзора d) с определения методов исследования
33.	Определите правильную последовательность действий первом этапе исследования: a) определение объекта и предмета, целей и задач исследования b) выбор проблемы и темы исследования c) разработка гипотезы исследования
34.	... – это сложная научная задача, которая охватывает значительную область исследования и должна иметь перспективное значение. a) Научное направление b) Заявка c) Проблема d) Тема
35.	... – это научная задача, которая охватывает определенную область научного исследования. a) Научное направление b) Заявка c) Проблема d) Тема
36.	Установите порядок проведения научно-исследовательской работы. a) Формулирование цели и задач исследований. b) Формулирование темы c) Экспериментальные исследования d) Теоретические исследования e) Внедрение результатов исследования f) Анализ и оформление научных исследований
37.	Выберите критерии оптимальности при проектировании трансформатора. a) максимальный объем b) минимальная масса c) максимальный КПД d) максимальная активная мощность короткого замыкания e) максимальный коэффициент трансформации
38.	Аналитические методы исследований
39.	Аналитические методы исследований с использованием экспериментов.
40.	Недостатки математических моделей.
41.	Недостатки экспериментальных методов.
42.	Вероятностно-статистические методы исследований.
43.	Методы системного анализа.
44.	Основные этапы системного анализа.
45.	Основные цели теоретического исследования.
46.	Основные этапы теоретического исследования.
47.	Стадии математической формализации задачи.
48.	Понятие теоретического знания.
49.	Различия между эмпирическим и теоретическим знанием.
50.	Сущность этапа индукции.
51.	Сущность этапа дедуктивного процесса.

52.	Понятие модели в исследовании.
53.	Понятие физической модели.
54.	Понятие математической модели.
55.	Понятие натуральной модели.
56.	Понятие эксперимента.
57.	Цель эксперимента.
58.	Классификация экспериментов.
59.	Методика эксперимента
60.	Планирование эксперимента.
61.	Факторы и требования к ним.
62.	Метрологическое обеспечение экспериментальных исследований.
63.	Основные методы измерения.
64.	Виды погрешностей измерений.
65.	Основные этапы обработки экспериментов.
66.	Особенности интервальной оценки измерений.
67.	Основные методы графической обработки результатов измерений
68.	Оформление результатов научного исследования.
69.	Устное представление результатов.
70.	Изложение и аргументация выводов научной работы.
71.	Каким методом находятся коэффициенты регрессионной модели при многофакторном эксперименте? а) ковариационным анализом б) дисперсионным анализом в) методом корреляционного анализа г) наименьших квадратов
72.	Число опытов в плане ДФЭ 2^{6-2} меньше, чем в плане ПФЭ 2^6: а) в два раза б) в четыре раза в) на восемь опытов г) на шестнадцать опытов
73.	Основопологающей идеей метода ДФЭ является: а) формальное приравнивание суммы нескольких факторов фактору, не входящему в эту сумму б) формальное приравнивание произведения нескольких факторов одному из факторов, входящему в это произведение в) формальное приравнивание произведения нескольких факторов фактору, не входящему в это произведение г) формальное приравнивание произведения всех факторов фактору, входящему в это произведение.
74.	Что такое сверхнасыщенные экспериментальные планы: а) планы, в которых число опытов равно числу факторов б) планы, в которых число опытов меньше числа факторов в) планы, в которых число опытов больше числа факторов г) планы, в которых число степеней свободы положительно.
75.	Вычисленные моменты распределения являются а) точечными оценками выборочных величин б) распределительными оценками вычисляемых величин в) квадратичным отклонением при вычислении точечных оценок г) дисперсией
76.	На скольких уровнях варьируются факторы в ПФЭ типа 2^4. а) 2 б) 4

	с) 8 d) 16
77.	Воспроизводимость опытов проверяют по критерию ... a) Стьюдента b) Фишера c) Кохрена d) Романовского e) Пирсона
78.	Адекватность модели проверяют по критерию ... a) Стьюдента b) Фишера c) Кохрена d) Романовского e) Пирсона

Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно выполнил 88-100 % тестовых заданий

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно выполнил 72-87 % тестовых заданий

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно выполнил 53-71 % тестовых заданий

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно выполнил менее 53 % тестовых заданий

Список источников для выполнения СРС

Перечень основной литературы

1. Егошина, И. Л. Методология научных исследований : учебное пособие : [16+] / И. Л. Егошина ; Поволжский государственный технологический университет. – Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2018. – 148 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494307>. – Библиогр.: с. 133. – ISBN 978-5-8158-2005-0. – Текст : электронный.
2. Шкляр, М. Ф. Основы научных исследований : учебное пособие : [16+] / М. Ф. Шкляр. – 9-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2022. – 208 с. : табл. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684505>. – Библиогр.: с. 195-196. – ISBN 978-5-394-04708-4. – Текст : электронный.
3. Моисеев, Н. Г. Теория планирования и обработки эксперимента : учебное пособие : [16+] / Н. Г. Моисеев, Ю. В. Захаров ; Поволжский государственный технологический университет. – Йошкар-Ола : Поволжский государственный технологический университет, 2018. – 124 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494313>. – Библиогр.: с. 121. – ISBN 978-5-8158-2010-4. – Текст : электронный.

Перечень дополнительной литературы

1. Философия, логика и методология научного познания: для магистрантов нефилологических специальностей : учебник / науч. ред. В. Д. Бакулов, А. А. Кириллов ; Южный федеральный университет, Факультет философии и культурологии. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2011. – 496 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241036>. – ISBN 978-5-9275-0840-2. – Текст : электронный.
2. Новиков, А. М. Методология научного исследования : учебно-методическое пособие : [16+] / А. М. Новиков, Д. А. Новиков. – Москва : Либроком, 2010. – 284 с. – Режим

доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82773>. – ISBN 978-5-397-00849-5. – Текст : электронный.

Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Методология научных исследований». Ставрополь: СКФУ, 2025.
2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов по дисциплине «Методология научных исследований». Ставрополь: СКФУ, 2025.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://catalog.ncfu.ru> – электронные каталоги Ассоциации электронных библиотек учебных заведений и организаций СКФО.
2. <http://www.biblioclub.ru> – электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн».
3. <http://www.iprbookshop.ru/> – ЭБС «IPRbooks».

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования**
"СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению практических работ по
дисциплине «Методология научных
исследований»

для студентов направления подготовки

13.04.02 Электроэнергетика и электротехника

Направленность (профиль) Интеллектуальные системы
электроснабжения

Ставрополь, 2026

Практическое занятие № 1.

Понятийный аппарат научного исследования

Основные понятия: логика научного исследования, понятийный аппарат, проблема, противоречие, актуальность, объект и предмет исследования, гипотеза, цели, задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимость исследования.

Вопросы для обсуждения:

Выстройте логику научного аппарата исследования.

Раскройте содержание компонентов научного аппарата.

На основании выбранной темы разработайте компоненты научного аппарата исследования: проблему, противоречие, актуальность, объект и предмет исследования.

Методические рекомендации для подготовки к занятию:

Форма проведения занятия:

Практическое занятие – дискуссия.

Методы проведения занятия, виды учебной деятельности студентов: проверочная работа (на знание основных понятий); обсуждение теоретических вопросов; выступление студентов с докладами; тренинг в разработке научного аппарата исследования; свободная дискуссия по теме занятия; индивидуальная и групповая работа.

Темы для обсуждения:

1. Методология – наука о науке
2. Сущность и уровни научной методологии
3. Категории науки (методология-теория-практика): единство и различия. Задания и вопросы для обсуждения:

Подготовьте к коллективному обсуждению реферат по одному из вопросов:

1. Назовите специфические черты научного исследования.
2. Наука как форма общественного сознания, социально значимой деятельности, средство преобразования общества и личности
3. Структура и функции теории 4. Роль и место практики в познании мира и в научном исследовании.

Практическое занятие 2.

Парадоксальность, открытость и самоорганизация сложных систем в научной методологии

Темы для обсуждения:

Специфика методологии исследования парадоксальных социальных проблем современности.

Системность научной методологии исследования социальных проблем современной России.

Синергетическая методология в исследовании социальных процессов.

Методология исследования глобальных проблем современности. Диалектика глобального и локального.

Источники и литература:

Бирюков, Б.В.. Кибернетика в гуманитарных науках. Б. В.Бирюков, Е.С. Геллер.– М. : Наука, 1973.

Буданов, В.Г. О методологии синергетики. / В.Г. Буданов // Вопросы философии. 2006, № 5.

Гайдар, Е.Т. Авторитарные режимы: причины нестабильности. / Е.Т. Гайдар. // Общественные науки и современность. 2006, № 5.

Голубинцев, В.О. Философия науки. / В.О. Голубинцев, А.А. Донцев, В.С. Любченко. – Ростов – на - Дону. : Феникс, 2007.

Ивин, А.А. Современная философия науки. / А.А. Ивин. – М.: Высшая школа, 2005.

И.И.Кальной. Философия для аспирантов. / И.И.Кальной, Ю.А. Сандулов.– СПб.: Лань, 2003.

Концепции самоорганизации: становление нового образа научного мышления. Учебное пособие для студентов и аспирантов. – М.: Наука, 1994. Гл. IX.

Мухин, Р.Р. Методологические проблемы динамического хаоса. / Р.Р. Мухин. // Вопросы философии. 2006. № 11.

Никитенко, П. Синергетический подход к оценке конкурентоспособности экономической системы. / П. Никитенко, Л. Платонова. // Общество и экономика. 2007, № 4.

Синергетика: перспективы, проблемы, трудности (материалы «круглого стола»). // Вопросы философии. 2006, № 9. – с. 3 – 33.

Тощенко, Ж.Т. Парадоксальный человек. / Ж.Т. Тощенко. М., 2001.

Ушаков, Е.В. Введение в философию и методологию науки. / Е.В. Ушаков. – М.: КНОРУС, 2008.

Человеческий потенциал России: региональный аспект. // Общество и экономика. 2007, № 5 – 6.

Философия науки: общий курс. / Под ред. С.А. Лебедева. – М.: Академический проект, 2006.

Философия науки / под ред. А.И. Липкина. – М.: ECSMO EDUCATION ЭКСМО, 2007.

Задания и вопросы для обсуждения:

1. Перечислите отличительные особенности, характерные для методологии исследования социальных проблем современности.
2. Чем, по вашему мнению, вызвана системность методологии исследования социальных проблем современности?
3. Чем можно объяснить применимость синергетической методологии при исследовании социальных процессов?
4. Как процессы глобализации влияют на изменения в научной методологии?

Практическое занятие 3.

Общенаучная методология

Темы для обсуждения:

Эмпирический и теоретический уровни научного исследования.

Научные методы эмпирического исследования.

Научные методы теоретического мышления. Общелогические методы и приемы познания.

Источники и литература:

Кохановский В.П. Философия и методология науки. – Ростов н/Д: «Феникс», 1999. – 576 с. – Гл. IV, VIII. Алексеев П.В., Панин А.В. Теория познания и диалектика. – М., 1991. – Гл. XII-XIII.

Никифоров А.Л. Философия науки: история и теория (учебное пособие). – М.: Идея-Пресс, 2006. – 264 с. – С. 125-163. Рузавин Г.И. Методология научного исследования. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 317 с. – С. 19-27, 33-37, 99-120.

Степин В.С. Философия науки. Общие проблемы. – М.: Гардарики, 2006. – 384 с. – С. 156-163.

Философия науки / под ред. С.А. Лебедева: Учебное пособие для вузов. – М.: Академический Проект; Триста, 2004. – 736 с. – Разд. II, гл. 2-3.

Микешина Л.А. Философия науки: Современная эпистемология. Научное знание в динамике культуры. Методология научного исследования: учеб. пособие / Л.А. Микешина. – М.: Прогресс-Традиция: МПСИ: Флинта, 2005. – 464 с. – С. 275-317.

Катаева О.В. Философия: учеб. пособие. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 380 с. – С. 322-354.

Задания и вопросы для обсуждения:

Какие уровни исследования существуют в науке?

Какие виды наблюдения бывают?

В чем заключаются основные функции и недостатки наблюдения?

В чем состоят особенности эксперимента?

Какие бывают виды эксперимента?

К какому уровню научного исследования относится мысленный эксперимент?

Каково значение формализации в научном познании?

Какова функция абстрагирования?

В чем состоит ограниченность абстракции?

Какие бывают виды индукции?

Темы докладов и рефератов

Особенности научного эксперимента.

Верификация и фальсификация как методологические процедуры, их возможности и границы.

Абдукция как специфическая форма умозаключения.

Гипотезы и их роль в научном исследовании.

Источники и литература:

1. Безуглов И.Г., Лебединский В.В., Безуглов А.И. Основы научного исследования: учебное пособие для аспирантов и студентов-дипломников / И.Г.Безуглов, В.В.Лебединский, А.И.Безуглов. – М.: Академический Проект, 2008.

2. Виноградова Н.А., Борикина Л.В. Пишем реферат, доклад, выпускную квалификационную работу. – 6-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.

3. Кузнецов И.Н. Научное исследование: методика проведения и оформления / И.Н.Кузнецов. – М., 2006.

Задания и вопросы для обсуждения:

1. В чем заключается значение планирования научных исследований?

2. Чем, по вашему мнению, определяется выбор темы исследования?

3. Какова логика расположения элементов научного исследования? Чем она определяется?

Практическое занятие №4.

Этапы научного исследования

Основные понятия: замысел и план исследования, методика исследования, апробация результатов исследования, внедрение результатов исследования, экспертиза исследования, качества личности ученого, литературное оформление исследования.

Вопросы для обсуждения:

Как выстроить план научного исследования?

Как соотносятся противоречие объекта исследования и противоречие самого исследования?

Почему нельзя рассматривать задачи исследования до гипотезы исследования?

Как соотносятся задачи исследования и его структура?

Каковы критерии оценки результатов научного исследования?

Методические рекомендации для подготовки к занятию:

Форма проведения занятия:

Практическое занятие – дискуссия.

Методы проведения занятия, виды учебной деятельности студентов: проверочная работа (на знание основных понятий); обсуждение теоретических вопросов; выступление студентов с докладами; тренинг в разработке этапов научного исследования; свободная дискуссия по теме занятия; индивидуальная и групповая работа.

Литература: Основная:

1. Ануфриев, А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы [Текст] / Моск. гос. открытый пед. ун-т. – М.: Б. и., 2002. 2. Волков, Ю.Г. Как написать диплом, курсовую, реферат [Текст] / Ю.Г. Волков. 2-е изд. – Ростов н/Д: Феникс, 2003.

3. Загвязинский В.И., Атаханов Р. Методология и методы психолого – педагогического исследования. – М., Академия, 2007, - 208с.

4. Кузнецов, И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы: Методика подготовки и оформления [Текст] : Учеб.- метод. пособие. – М.: Дашков и К, 2002.

5. Кузьмина, Н.В. Методы системного педагогического исследования [Текст] : Учебное пособие. М.: Народное образование, 2002.

6. Курсовые и дипломные работы: от выбора темы и до защиты [Текст] : Справ. Пособие / Авт – сост. И.Н. Кузнецов. – Минск: Мисанта, 2003.

7. Образцов, П.И. Методы и методология психолого-педагогического исследования [Текст] . – СПб.: Питер, 2004. – 268 с.

8. Павлова Е.П. От реферата к курсовой, от диплома к диссертации: практическое руководство по подготовке, изложению и защите: научное пособие. - М.: - "Книга сервис", - 2003. - 156 с.

Рогожин, М. Как написать курсовую и дипломную работу [Текст] / М. Рогожин. – СПб.: Питер, 2005.

Дополнительная литература

1. Аллахвердян А.Г., Мошкова Г.Ю., Юрьевич А.В., Ярошевский М.Г. Психология науки [Текст] : Учебное пособие. – М.: Московский психологосоциальный институт, Флинта, 1998.

2. Ануфриев А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы. - М.: Ось-89, 2002. - 112 с. 3. Барсков А.Г., Научный метод: возможности и иллюзии. [Текст] – М.: 1994.

4. Бережнова Е.В. Требования к курсовым и дипломным работам. [Текст] – М.: Пед. о-во России, 1999.

5. Борикина Л.В., Виноградова Н.А. Пишем реферат, доклад, выпускную квалификационную работу [Текст] : Учебное пособие для студентов – М.: Академия, 2000.

6. Кузин Ф.А., Кандидатская диссертация. Методика написания, правила оформления и порядок защиты [Текст] : Практическое пособие для аспирантов и соискателей ученой степени. – М.: 1999.

7. Новиков А.М. Как работать с диссертацией [Текст] : Пособие для начинающего педагога-исследователя. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: ИПКиПРНО МО, 1996.

8. Преддипломная практика и выполнение дипломных работ [Текст] : Метод. пособие / А.Ф. Буланов, Н.К. Земсцова – Пенза: Б. и., 1999.

9. Радаев В.В. Как организовать и представить исследовательский проект: 75 простых правил [Текст] – М.: ГУ ВШЖ: ИНФРА – М, 2001.

10. Справочник для студента: 1000 советов на все случаи жизни: от первого появления в аудитории до защиты диплома [Текст] / Сост. А.А. Немировский и др. – М.: АСТ «Астрель», 2000.

Практическое занятие №5.

Методика проведения научного исследования

Основные понятия: структура и логика исследования, методологическая стратегия исследования, проблемная ситуация, объект и предмет исследования, программа исследования, план – проект исследования.

Вопросы для обсуждения:

Раскройте замысел, структуру и логику проведения научного исследования.

Укажите вариативность построения научного исследования.

Дайте характеристику основных этапов исследования. Укажите в чем их взаимосвязь и субординация.

Раскройте основные способы обработки исследовательских данных.

В чем особенности обработки исследовательских данных, полученных различными методами?

Осуществите обработку и интерпретацию полученных результатов конкретного эмпирического исследования.

Методические рекомендации для подготовки к занятию:

Форма проведения занятия:

Практическое занятие – дискуссия.

Методы проведения занятия, виды учебной деятельности студентов: проверочная работа (на знание основных понятий); обсуждение теоретических вопросов;

выступление студентов с рефератами;

тренинг в обработке и интерпретации полученных результатов эмпирического исследования; свободная

дискуссия по теме занятия;

индивидуальная и групповая работа.

Литература Основная:

1. Ануфриев, А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы [Текст] / Моск. гос. открытый пед. ун-т. – М.: Б. и., 2002.

2. Волков, Ю.Г. Как написать диплом, курсовую, реферат [Текст] / Ю.Г. Волков. 2-е изд. – Ростов н/Д: Феникс, 2003.

3. Загвязинский В.И., Атаханов Р. Методология и методы психолого – педагогического исследования. – М., Академия, 2007, - 208с.

4. Кузнецов, И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы: Методика подготовки и оформления [Текст] : Учеб.- метод. пособие. – М.: Дашков и К, 2002.

5. Кузьмина, Н.В. Методы системного педагогического исследования [Текст] : Учебное пособие. М.: Народное образование, 2002.

6. Курсовые и дипломные работы: от выбора темы и до защиты [Текст] : Справ. Пособие / Авт – сост. И.Н. Кузнецов. – Минск: Мисанта, 2003.

7. Лукаш С.Н., Эпоева К.В. Самостоятельная и научно – исследовательская работа студентов высших учебных заведений: учебн. методич. пособие для преподавателей вуза. – Армавир: РИЦ АГПА, 2011. – 52с.

8. Образцов, П.И. Методы и методология психолого-педагогического исследования [Текст] . – СПб.: Питер, 2004. – 268 с.

9. Павлова Е.П. От реферата к курсовой, от диплома к диссертации: практическое руководство по подготовке, изложению и защите: научное пособие. - М.: - "Книга сервис", - 2003. - 156 с.

10. Рогожин, М. Как написать курсовую и дипломную работу [Текст] / М. Рогожин. – СПб.: Питер, 2005.

Дополнительная литература

1. Аллахвердян А.Г., Мошкова Г.Ю., Юрьевич А.В., Ярошевский М.Г. Психология науки [Текст] : Учебное пособие. – М.: Московский психологосоциальный институт, Флинта, 1998.

2. Ануфриев А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы. - М.: Ось-89, 2002. - 112 с. 3. Барсков А.Г., Научный метод: возможности и иллюзии. [Текст] – М.: 1994.

4. Бережнова Е.В. Требования к курсовым и дипломным работам. [Текст] – М.: Пед. о-во России, 1999.

5. Борикова Л.В., Виноградова Н.А. Пишем реферат, доклад, выпускную квалификационную работу [Текст] : Учебное пособие для студентов – М.: Академия, 2000.

6. Ерофеева Т.Н. Семинарские и практические занятия по курсу «Методология и методика педагогического исследования» [Текст] : Пособие для студентов факультетов дошкольного воспитания. – М., 1997.

7. Кузин Ф.А., Кандидатская диссертация. Методика написания, правила оформления и порядок защиты [Текст] : Практическое пособие для аспирантов и соискателей ученой степени. – М.: 1999.

8. Новиков А.М. Как работать с диссертацией [Текст] : Пособие для начинающего педагога-исследователя. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: ИПКиПРНО МО, 1996.

10. Радаев В.В. Как организовать и представить исследовательский проект: 75 простых правил [Текст] – М.: ГУ ВШЖ: ИНФРА – М, 2001.

11. Справочник для студента: 1000 советов на все случаи жизни: от первого появления в аудитории до защиты диплома [Текст] / Сост. А.А. Немировский и др. – М.: АСТ «Астрель», 2000

12. Усманов, В.В.. Подготовка и выполнение дипломного проектирования [Текст] : Метод. пособие / Под редак. В.В. Усманова. – Пенза, 2000.

Практическое занятие №6.

Культура и мастерство исследователя

Основные понятия: профессионально-значимые качества исследователя, научная школа, новаторство, этика исследователя, культура исследователя, правила цитирования, педагогический такт, научный руководитель.

Вопросы для обсуждения:

Охарактеризуйте основные профессионально-значимые личностные качества исследователя.

Мастерство исследователя это...?

В чем заключается творчество и новаторство в научном исследовании?

В чем, по вашему проявляется научная добросовестность и этика исследователя?

Опишите связь культуры поведения исследователя, искусства его общения, добросовестности и этики научного исследования.

Методические рекомендации для подготовки к занятию:

Форма проведения занятия:

Практическое занятие – дискуссия.

Методы проведения занятия, виды учебной деятельности студентов:

проверочная работа (на знание основных понятий);

обсуждение теоретических вопросов; выступление студентов с докладами;

просмотр фрагментов фильмов (примеры различных видов и типов общения); свободная дискуссия по теме

занятия; индивидуальная и групповая

работа. Литература Основная:

1. Ануфриев, А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы [Текст] / Моск. гос. открытый пед. ун-т. – М.: Б. и., 2002.

2. Волков, Ю.Г. Как написать диплом, курсовую, реферат [Текст] / Ю.Г. Волков. 2-е изд. – Ростов н/Д: Феникс, 2003.

3. Загвязинский В.И., Атаханов Р. Методология и методы психолого – педагогического исследования. – М., Академия, 2007, - 208с.

4. Кузнецов, И.Н. Рефераты, курсовые и дипломные работы: Методика подготовки и оформления [Текст] : Учеб.- метод. пособие. – М.: Дашков и К, 2002.

5. Кузьмина, Н.В. Методы системного педагогического исследования [Текст] : Учебное пособие. М.: Народное образование, 2002.

6. Курсовые и дипломные работы: от выбора темы и до защиты [Текст] : Справ. Пособие / Авт – сост. И.Н. Кузнецов. – Минск: Мисанта, 2003.

7. Лукаш С.Н., Эпоева К.В. Самостоятельная и научно – исследовательская работа студентов высших учебных заведений: учебн. методич. пособие для преподавателей вуза. – Армавир: РИЦ АГПА, 2011. – 52с.

8. Образцов, П.И. Методы и методология психолого-педагогического исследования [Текст] . – СПб.: Питер, 2004. – 268 с.

9. Павлова Е.П. От реферата к курсовой, от диплома к диссертации: практическое руководство по подготовке, изложению и защите: научное пособие. - М.: - "Книга сервис", - 2003. - 156 с.

10. Рогожин, М. Как написать курсовую и дипломную работу [Текст] / М. Рогожин. – СПб.: Питер, 2005.

Дополнительная литература

1. Аллахвердян А.Г., Мошкова Г.Ю., Юрьевич А.В., Ярошевский М.Г. Психология науки [Текст] : Учебное пособие. – М.: Московский психологосоциальный институт, Флинта, 1998.

2. Ануфриев А.Ф. Научное исследование. Курсовые, дипломные и диссертационные работы. - М.: Ось-89, 2002. - 112 с. 3. Барсков А.Г., Научный метод: возможности и иллюзии. [Текст] – М.: 1994.

4. Бережнова Е.В. Требования к курсовым и дипломным работам. [Текст] – М.: Пед. о-во России, 1999.

5. Борикова Л.В., Виноградова Н.А. Пишем реферат, доклад, выпускную квалификационную работу [Текст] : Учебное пособие для студентов – М.: Академия, 2000.

6. Ерофеева Т.Н. Семинарские и практические занятия по курсу «Методология и методика педагогического исследования» [Текст] : Пособие для студентов факультетов дошкольного воспитания. – М., 1997.

7. Кузин Ф.А., Кандидатская диссертация. Методика написания, правила оформления и порядок защиты [Текст] : Практическое пособие для аспирантов и соискателей ученой степени. – М.: 1999.

8. Новиков А.М. Как работать с диссертацией [Текст] : Пособие для начинающего педагога-исследователя. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: ИПКиПРНО МО, 1996.

9. Преддипломная практика и выполнение дипломных работ [Текст] : Метод. пособие / А.Ф. Буланов, Н.К. Земцова – Пенза: Б. и., 1999.

10. Радаев В.В. Как организовать и представить исследовательский проект:

75 простых правил [Текст] – М.: ГУ ВШЖ: ИНФРА – М, 2001.

11. Справочник для студента: 1000 советов на все случаи жизни: от первого появления в аудитории до защиты диплома [Текст] / Сост. А.А. Немировский и др. – М.: АСТ «Астрель», 2000

12. Усманов, В.В.. Подготовка и выполнение дипломного проектирования [Текст] : Метод. пособие / Под редак. В.В. Усманова. – Пенза, 2000.

Практическое занятие 7.

Эмпирический и теоретический уровни познания: методологические аспекты их взаимодействия

Темы для обсуждения:

Предметная область взаимодействия субъекта и объекта в процессе познания. Проблема определения единицы научного анализа.

Исследовательская среда, ее влияние на процесс и результаты научного познания.

Взаимосвязь методологии эмпирического и теоретического уровней познания в программе научного исследования.

Гипотеза как форма научного знания: проблема ее построения и научного обоснования.

Проблема приведения теоретического знания к фактам: интерпретация, верификация и фальсификация теоретических положений.

Источники и литература:

1. Ивин А.А. Современная философия науки. /А.А. Ивин. – М.: Высшая школа, 2005.
2. Кальной, И.И., Философия для аспирантов./ И.И Кальной, Ю.А. Сандулов.– СПб.: Лань, 2003.
3. Кутырев, В.А. Современное социальное познание: Общенаучные методы и их взаимодействие. / В.А. Кутырев.– М.: Мысль, 1988.
4. Сторожук, А.Ю. Проблема определения соответствия теории фактам. / А.Ю. Сторожук. // Философия науки. 2003, № 1.
5. Ушаков, Е.В. Введение в философию и методологию науки. / Е.В. Ушаков. – М.: КНОРУС, 2008.
6. Философия науки: общий курс. / Под ред. С.А. Лебедева. – М.: Академический проект, 2006.
7. Философия науки / под ред. А.И. Липкина. – М.: ECSMO EDUCATION ЭКСМО, 2007.

Задания и вопросы для обсуждения:

Отметьте формы знания, характерные для эмпирического уровня познания.

Назовите специфику научной гипотезы как формы знания. Охарактеризуйте процесс выдвижения гипотезы и ее проверки.

Раскройте специфику проверки истинности научных теорий в зависимости от степени их формализации.

Какие предложения (факты) в науке могут называться протокольными?

Какие функции в науке выполняет процедура интерпретации?

Какие свойства системы познания характеризуются терминами «имманентность» и «имплицитность»?

Раскройте механизм влияния научной методологии на процесс теоретического познания.

Покажите взаимосвязь методологии и идеологии на теоретическом уровне познания.

Практическое занятие 8.

Написание и оформление научных работ

Темы для обсуждения:

1. Структура учебно-научной работы.
2. Способы написания текста.
3. Техника цитирования. Язык и стиль научных сообщений.
4. Требования к оформлению таблиц. Графический способ изложения иллюстрированного материала.
5. Оформление библиографического аппарата. Источники и литература:

1. Безуглов И.Г., Лебединский В.В., Безуглов А.И. Основы научного исследования: учебное пособие для аспирантов и студентов-дипломников / И.Г.Безуглов, В.В.Лебединский, А.И.Безуглов. – М.: Академический Проект, 2008

2. Виноградова Н.А., Борикова Л.В. Пишем реферат, доклад, выпускную квалификационную работу. – 6-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008.

Задания и вопросы для обсуждения:

Проанализировать правильность оформления научной работы (дипломной работы, диссертации).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №9

9. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

9.1 Планирование эксперимента

Основной целью проведения современного эксперимента является разработка математической модели, адекватно описывающей процесс и позволяющей осуществлять управление производством.

При планировании эксперимента исследователь должен:

- обеспечить высокую надежность и четкость интерпретации результатов экспериментальных исследований;
- составить четкую и последовательную логическую схему построения всего процесса исследования;
- максимально формализовать процесс разработки модели и сопоставления экспериментальных данных различных опытов одного и того же объекта исследований с целью широкого применения электронно-вычислительных средств.

Всем требованиям отвечают **статистические методы планирования эксперимента**. Статистические методы планирования активного эксперимента являются одним из эмпирических способов получения математического описания статики сложных объектов исследования, то есть уравнения связи отклика объекта и независимых управляемых входных переменных (факторов). При этом математическое описание представляется в виде полинома

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \dots \quad (9.1)$$

где Y – функция отклика;

$X_1, X_2, \dots, X_k$ – факторы исследуемого процесса.

Первый этап исследования – составление **плана эксперимента**, который определяет расположение экспериментальных точек в k -мерном факторном пространстве, иначе говоря, условия для всех опытов, которые необходимо провести. Обычно план эксперимента задается в виде **матрицы планирования**, каждая строка которой

определяет условия опыта, а каждый столбец – значения контролируемых и управляемых параметров в исследуемом процессе, то есть значения факторов, соответствующих условию опыта. В последний столбец матрицы заносят значения функции отклика, полученные экспериментальным путем в каждом опыте, проведенным в соответствии с условиями, указанными в строках матрицы планирования эксперимента.

Первый шаг – *выбор центра плана*, то есть точки, соответствующей начальному значению всех используемых в эксперименте факторов ($x_{10}, x_{20}, \dots, x_{k0}$), в окрестностях которой в дальнейшем ставится серия планируемых опытов. Начальным значениям факторов будет соответствовать начальное значение функции отклика y_0 . Центр плана обычно выбирается на основе априорных сведений о процессе. Если же их нет, то обычно в качестве центра плана принимается центр исследуемой области.

Второй шаг – *задание интервала варьирования*. Значения факторов в каждом опыте, в случае применения матрицы планирования эксперимента, отличается от начального их значения x_{i0} на величину интервала Δx . Одним из важнейших предварительных условий успешного проведения эксперимента с целью разработки математической модели, адекватной исследуемому процессу, является выбор оптимальной величины Δx . Обычно интервал варьирования выбирают в пределах 0,05 ... 0,3 от диапазона варьирования исследуемого фактора.

Третий шаг – для удобства обработки результатов опытов, проводится *преобразование значений управляемых переменных* (учитываемых в эксперименте факторов x_i) *к безразмерным величинам*

$$x_{i0} = (x_i - x_{i0}) / \Delta x_i, \quad (9.2)$$

где x_{i0} – базовое или начальное значение i -го фактора в центре плана;
 Δx_i – значение интервала варьирования по i -му фактору;
 x_i – текущее значение i -го фактора.

Пример Пусть базовое значение температуры подложки – одного из факторов исследуемого процесса получения резистивных пленок рения равно $x_{10} = 300^\circ\text{C}$. При этом шаг варьирования по этому фактору $\Delta x_1 = 50^\circ\text{C}$. Варьирование значений фактора относительно его базового значения проводится на двух уровнях (рисунок 9.1).

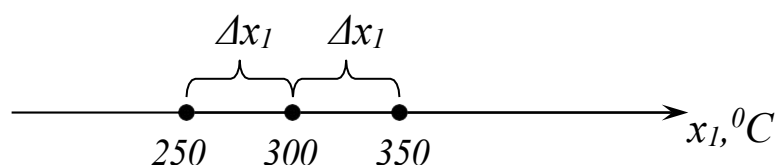


Рисунок 6.1 – Результаты пошагового варьирования фактора

Переходя от абсолютных значений рассматриваемого фактора к безразмерным его значениям, получим в соответствии с (6.2) для верхнего уровня рассматриваемого фактора $x_{16} = (x_1 - x_{10})/\Delta x_1 = (350 - 300)/50 = +1$, для нижнего $-x_{16} = (250 - 300)/50 = -1$.

Таким образом, в безразмерной системе координат верхний уровень фактора при проведении эксперимента равен +1, а нижний – 1. Координаты центра плана равны нулю и совпадают с началом координат. При составлении матрицы планирования эксперимента верхний и нижний уровни переменных для упрощения записи можно заменять символами (+) и (–).

Второй этап исследования. Разработку модели процесса следует проводить по принципу «от простого – к более сложному». В соответствии с этим принципом, планирование эксперимента начинают с предположения, что имитируемая модель исследуемого процесса является линейной и в соответствии с (6.1) имеет вид полинома 1-го порядка

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} X_i X_j. \quad (9.3)$$

Если после обработки и анализа результатов эксперимента выяснится, что сделанное предположение о линейности модели является ошибочным, то переходят к планированию эксперимента из предположения, что эта модель может быть представлена полиномом 2-го порядка и так далее до тех пор, пока не будет разработана адекватная исследуемому процессу математическая модель.

Начнем рассмотрение наиболее распространенных статистических методов планирования экспериментов с полного факторного эксперимента.

Полным факторным экспериментом (ПФЭ) называется эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней n независимых управляемых факторов, каждый из которых варьируют на двух уровнях. В этом случае учитывается влияние на функцию отклика исследуемого процесса не только

каждого рассматриваемого в эксперименте фактора в отдельности, но и их взаимодействий.

Первоначально рассмотрим случай воздействия на функцию отклика Y двух факторов X_1 и X_2 . В соответствии с принципом «от простого к более сложному» предположим, что модель исследуемого процесса является линейной и в соответствии с (6.3) имеет вид

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2, \quad (9.4)$$

где b_0 – значение функции отклика Y в центре плана;

b_1, b_2 – характеризуют степень влияния факторов X_1, X_2 на функцию отклика Y (чем он больше по сравнению с другими коэффициентами, тем более весомый вклад в изменение функции отклика вносит данный фактор);

b_{12} – характеризует весомость влияния взаимодействия 1-го и 2-го факторов на функцию отклика исследуемого процесса.

Все возможные комбинации для двух факторов ($k=2$), варьируемых на двух уровнях, будут исчерпаны, если мы поставим четыре опыта. Опытные точки расположатся в вершинах квадрата, центр которого совпадает с центром плана (рисунок 6.2). Каждому из этих четырех опытов будет соответствовать свое значение функции отклика в зависимости от четырех различных сочетаний двух значений варьируемых в данном эксперименте факторов.

Построим матрицу планирования ПФЭ для рассматриваемого случая и с учетом предполагаемой модели (6.4) исследуемого процесса.

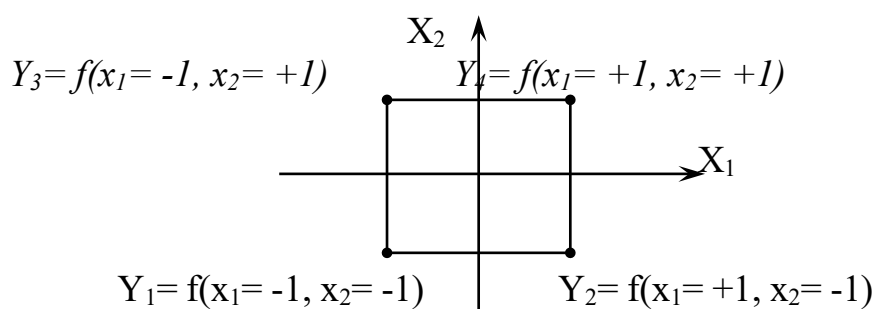


Рисунок 6.2 – Расположение экспериментальных точек для двух независимых факторов, варьируемых на двух уровнях

Первый столбец матрицы представляет собой нумерацию опытов. Нумерация факторов осуществляется произвольно и в каждом конкретном случае определяется самим исследователем.

Во втором столбце приводятся значения фиктивной переменной

$x_0=+1$, соответствующей коэффициенту b_0 .

В последующих столбцах приводятся безразмерные символы, соответствующие верхнему и нижнему уровням варьирования факторов и их взаимодействий.

При построении матрицы планирования ПФЭ существует следующее правило: *первая строка матрицы в столбцах, соответствующих рассматриваемым в эксперименте факторам, заполняется безразмерным символом, соответствующим нижнему уровню значений фактора в эксперименте, то есть символом (-); продолжение заполнения столбца, соответствующего первому по порядку фактору, проводится последовательным чередованием противоположных знаков (безразмерных значений уровней варьирования фактора); все последующие столбцы, соответствующие другим пронумерованным по порядку факторам, заполняются с частотой смены знака вдвое меньшей, чем для предыдущего столбца.*

Заполнение столбцов, учитывающих взаимодействие факторов, производится как результат перемножения знаков соответствующих факторов в каждой строке.

В последний столбец матрицы заносятся экспериментальные значения функции отклика, полученные в результате проведения каждого опыта.

Матрица планирования для двух факторов приведена в таблице 6.1, ее называют матрицей планирования ПФЭ типа 2^2 (два фактора варьируются на двух уровнях).

Таблица 6.1 – Матрица планирования ПФЭ типа 2^2

Номер опыта	X_{06}	X_{16}	X_{26}	$X_{16}X_{26}$	Y_{ξ}
1	+	–	–	+	Y_1
2	+	+	–	–	Y_2
3	+	–	+	–	Y_3
4	+	+	+	+	Y_4

Если в эксперименте используются три фактора, а предполагаемая математическая модель линейна, то она соответствует виду

$$Y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_3X_3+b_{12}X_1X_2+b_{13}X_1X_3+b_{23}X_2X_3+b_{123}X_1X_2X_3. \quad (9.5)$$

При варьировании каждым из трех факторов ($k=3$) на двух уровнях число опытов N будет составлять $N=2^3=8$. В этом случае опытные точки располагаются в вершинах куба, центр которого находится в начале координат $(0,0,0)$ (рисунок 6.3).

Матрица планирования ПФЭ составляется по описанным ранее правилам, и будет иметь следующий вид (таблица 6.2).

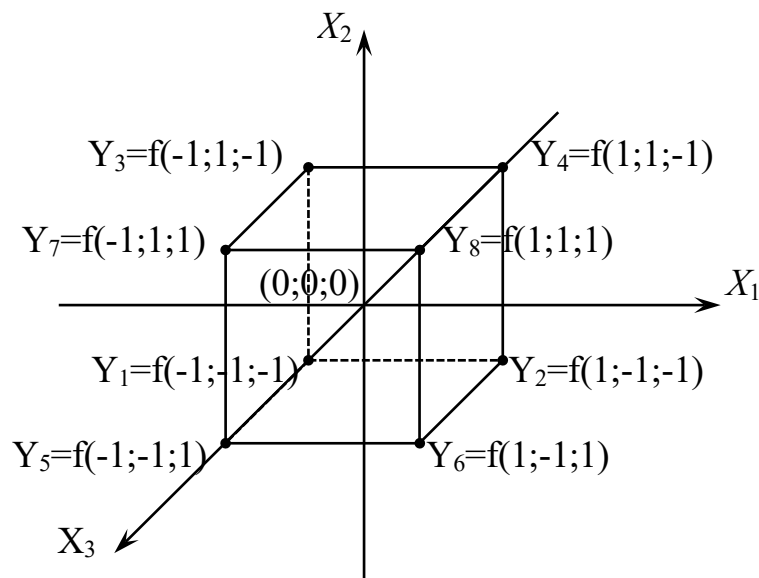


Рисунок 9.3 – Расположение экспериментальных точек в плане, соответствующем полиному 1-го порядка для трех независимых переменных

Таблица 9.2 – Матрица планирования ПФЭ типа 2^3

Номер опыта	X_{06}	X_{16}	X_{26}	X_{36}	$X_{16}X_2$	$X_{16}X_3$	$X_{26}X_3$	$X_{16}X_{26}X_{36}$	Y_ξ
					6	6	6		
1	+	–	–	–	+	+	+	–	Y_1
2	+	+	–	–	–	–	+	+	Y_2
3	+	–	+	–	–	+	–	+	Y_3
4	+	+	+	–	+	–	–	–	Y_4
5	+	–	–	+	+	–	–	+	Y_5
6	+	+	–	+	–	+	–	–	Y_6
7	+	–	+	+	–	–	+	–	Y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	Y_8

Руководствуясь приведенным ранее правилом можно построить матрицу и для большего числа рассматриваемых в эксперименте факторов, число опытов в которой равно

$$N = 2^k, \quad (9.6)$$

где k – число учитываемых в эксперименте факторов.

Но выражение (6.6) справедливо только для линейной модели, соответствующей полиному 1-го порядка (6.3), когда варьирование по каждому фактору достаточно проводить на двух уровнях.

При статистическом методе планирования эксперимента существует правило – **число уровней варьирования, учитываемых в эксперименте факторов, должно быть, по крайней мере, на единицу больше порядка полинома, для построения которого планируется эксперимент.** Планирование эксперимента началось с предположения, что математическая модель исследуемого процесса соответствует полиному 1-го порядка, поэтому достаточно проводить варьирование каждого из k факторов на двух уровнях, а необходимое число проводимых опытов можно определить с помощью выражения (6.6).

Если анализ результатов эксперимента показывает, что линейная модель, соответствующая полиному первого порядка (9.3) не адекватна исследуемому процессу, то переходят к планированию и проведению следующего эксперимента исходя уже из предположения, что математическая модель соответствует полиному следующего порядка и так далее. Но при планировании эксперимента, основанного на математической модели, например, соответствующей полиному второго порядка

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \sum_{i \neq j}^k b_{ijj} X_i^2 X_j^2$$

Необходимо обеспечить варьирование по каждому из факторов уже на трех уровнях. Тогда необходимое число опытов, которое нужно провести в эксперименте, должно быть не менее $N=3^k$, для полинома третьего порядка $N=4^k$ и так далее.

Достоинства многофакторного планирования ПФЭ:

1 – Опытные точки находятся в оптимальном положении, то есть математическое описание исследуемого процесса оказывается более точным, чем при проведении опытов в точках, расположенных каким-либо другим образом.

2 – Планирование и проведение ПФЭ сравнительно просто, что объясняет его широкое применение на практике.

3 – Все факторы и соответственно коэффициенты полинома оцениваются независимо друг от друга, что обеспечивается независимостью и ортогональностью столбцов матрицы планирования.

6.2 Проведение эксперимента

Оно должно обеспечить сведение к минимуму влияния случайных параметров исследуемого процесса на функцию отклика.

С целью уменьшения их влияния на конечный результат эксперимента, необходимо придерживаться следующих требований:

- предусмотреть проведение нескольких параллельных опытов при одних и тех же условиях, предусмотренных соответствующей строкой матрицы планирования (номером опыта);
- необходимо рандомизировать неконтролируемые параметры процесса, то есть обеспечить их взаимную компенсацию.

Для выполнения первого требования должно быть предусмотрено проведение не менее двух параллельных опытов ($n = 2$), а для более высокой достоверности результатов их число увеличивают. В этом случае результаты n параллельных опытов для каждой строки матрицы планирования усредняют и при анализе результатов эксперимента используют именно усредненное значение функции отклика, соответствующие условиям опыта и подсчитываемое по следующей формуле:

$$Y_{\xi} = \sum_{i=1}^n Y_{\xi i} / n, \quad (9.8)$$

где $\xi = 1, N$ – номер опыта по порядку, установленному первым столбцом матрицы;

i – номер параллельного опыта в ее строке;

$y_{\xi i}$ – значение функции отклика, соответствующее i -му параллельному опыту в ξ -м номере опыта;

n – число параллельных опытов.

Для выполнения второго требования порядок реализации условий опыта, предусмотренный первым столбцом матрицы, должен быть рандомизирован. Для этого перед непосредственной реализацией плана эксперимента для каждой из n серий опытов обычно с помощью таблицы случайных чисел (таблица А.4 приложения А) определяется последовательность опытов на исследуемом объекте.

9.3 Обработка и анализ результатов эксперимента

Обработка и анализ результатов ПФЭ предусматривает

следующий порядок их проведения:

1. **Оцениваются дисперсии среднего арифметического** в каждой строке матрицы по формуле

$$S_{\xi}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{Y}_{\xi} - Y_{\xi i})^2}{n-1}, \quad (9.9)$$

2. **Проверяются однородности дисперсий.** Так как даже одна грубая ошибка может исказить результаты исследования, проведенного при небольшом числе экспериментов, то необходим контроль воспроизводимости результатов исследования, который осуществляется с помощью критерия Кохрена. Подсчитывают параметр

$$G = \max_{\xi} S_{\xi}^2 / \sum_{\xi=1}^N S_{\xi}^2, \quad (9.10)$$

то есть вычисляют отношение максимального значения изменчивости (максимального значения дисперсии, определенного по (6.9)) среди N опытов к сумме изменчивостей во всех N опытах.

Найденное по (6.10) наибольшее экспериментальное значение G сравнивают с критическим (табличным) его значением $G_{кр}$.

Критическое значение $G_{кр}$ представляет собой максимально возможное значение параметра G, при котором гипотеза о воспроизводимости эксперимента еще может считаться справедливой. В этом случае максимальная изменчивость функции отклика, полученная в результате проведения n параллельных опытов, не отличается от ожидаемой среди N опытов. Задаваясь определенным значением коэффициента риска α , значение $G_{кр}$ определяют в столбце таблицы А3 приложения А, соответствующем числу параллельных опытов (n) и строке, соответствующей числу номеров опытов (N).

Если $G \leq G_{кр}$, то «подозрительное» максимальное значение изменчивости не является «инородным», а представляет собой результат случайного рассеяния исследуемой функции отклика, то есть *эксперименты воспроизводимы и их результаты можно использовать для оценки коэффициентов регрессии.*

Если $G > G_{кр}$, то эксперименты не воспроизводимы, то есть неконтролируемые и неуправляемые факторы создают на выходе слишком большой уровень «шума». Необходимо проверить следующую точку (имеющую второе по величине значение S_{ξ}^2) и так далее, то есть нужно выявить все точки, в которых эксперимент невоспроизводим. При этом можно увеличить число параллельных

ОПЫТОВ.

3. Создается математическая модель объекта с проверкой статистической значимости коэффициентов полинома.

После выполнения ПФЭ осуществляют независимую оценку коэффициентов полинома по следующей формуле:

$$b_i = \left(\sum_{\xi=1}^N X_{i\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / N, \quad (9.11)$$

где $X_{i\xi}$ принимает значения +1 или -1 в соответствии с матрицей планирования.

В числителе (9.11) фактически стоит сумма средних значений выходного параметра по всем опытам с учетом уровня независимой переменной X_i в ξ -м опыте.

По формуле (9.11) можно найти также коэффициенты b_{ij} при произведениях факторов $X_i X_j$ ($i \neq j$). Значения этих коэффициентов показывают уровень влияния эффекта взаимодействия факторов X_i и X_j .

После вычисления коэффициентов оценивается их значимость для определения степени влияния различных факторов на выходной параметр (функцию отклика). Основой оценки значимости является сопоставление абсолютного значения, например, коэффициента b_i и дисперсии ошибки его определения $S^2\{b_i\}$. В этом случае с помощью t -критерия (критерия Стьюдента) проверяется гипотеза о незначимости рассматриваемого коэффициента, то есть гипотеза о том, что $b_i = 0$ (проверка нуль-гипотезы). Значение параметра определяется по формуле:

$$t_i = |b_i| / \sqrt{S^2\{b\}}. \quad (9.12)$$

При ортогональном планировании эксперимента дисперсии ошибок определения каждого из коэффициентов равны между собой

$$S^2\{b\} = S^2\{Y\} / (nN), \quad (9.13)$$

Дисперсия воспроизводимости $S^2\{Y\}$ оценивается по формуле

$$S^2\{Y\} = \sum_{\xi=1}^N S_{\xi}^2 / N. \quad (9.14)$$

Коэффициент b признается значимым, если t для числа степеней свободы $\nu = N(n-1)$ больше или равен $t_{кр}$ ($t \geq t_{кр}$), найденному по таблице А1 приложения А для заданного значения коэффициента риска β . В случае $t < t_{кр}$, коэффициент признается незначимым.

Статистическая незначимость коэффициента b_i может быть вызвана следующими обстоятельствами:

– уровень базового режима по данной переменной X_{0i} (или по произведению переменных) близок к точке частного экстремума:

$$b_i \approx \partial Y(X_0)/\partial X_i = 0;$$

– интервал варьирования ΔX_i переменной выбран слишком малым;

– данный фактор (взаимодействие факторов) не оказывает влияния на значение выходного параметра.

Так как применение ортогональных планов дает возможность оценивать значения всех коэффициентов независимо друг от друга, тогда если один или несколько коэффициентов окажутся незначимыми, то они могут быть отброшены без пересчета остальных. Отбросив незначимые коэффициенты, получим уточненную имитационную модель в виде полинома, представляющую зависимость выходного параметра от технологических факторов.

4. Проверяется адекватность. Математическая модель должна достаточно верно качественно и количественно описывать свойства исследуемого явления, то есть она должна быть адекватна. Это значит, что в некоторой подобласти, в которую входят и координаты выполненных опытов, предсказанное с помощью модели значение отклика не должно отличаться от фактического более чем на некоторую заранее заданную величину. Для проверки адекватности достаточно оценить отклонение предсказанного имитационной моделью значения выходного параметра $Y_{\xi t}$ от результатов эксперимента $\bar{Y}_{\xi}$ в точке X_{ξ} факторного пространства.

Оцениваем дисперсию адекватности по формуле

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{\xi=1}^N (Y_{\xi t} - \bar{Y}_{\xi})^2}{(N-d)}, \quad (9.15)$$

где d – число членов аппроксимирующего полинома.

Если S_a^2 не превышает дисперсии опыта $S^2\{Y\}$ ($S_a^2 \leq S^2\{Y\}$), то полученная математическая модель адекватно представляет результаты эксперимента; если $S_a^2 > S^2\{Y\}$, то проверка гипотезы об адекватности проводится с помощью F-критерия (критерия Фишера) при $v_{ad}=N-d$ и $v=N(n-1)$.

$$F = S_{ad}^2 / S^2\{Y\}, \quad (9.16)$$

если $F \leq F_{кр}$, то модель признается адекватной.

Очевидно, что такая проверка возможна, если $v_{ад} > 0$, так как при $N=d$ не остается степеней свободы для проверки нуль-гипотезы об

адекватности. В этом случае можно провести косвенную проверку адекватности, поставив ряд экспериментов в центре плана. Различие между средним значением выходной величины, полученной в этих экспериментах, и свободным членом линейного уравнения может дать представление об адекватности модели. Если это различие незначимо, то можно предположить, что модель адекватна.

При отрицательном результате проверки адекватности (модель недостаточно верно описывает процесс) необходимо либо переходить к уравнению связи более высокого порядка, так как, по-видимому, эксперимент ставился в области, близкой к экстремальной, либо, если это возможно, проводить эксперимент с меньшим интервалом варьирования ΔX_i . Уменьшение интервала варьирования приводит к увеличению отношения помех к полезному сигналу, что обуславливает необходимость увеличения числа параллельных опытов для выделения сигнала на фоне шума, а также к уменьшению абсолютных значений коэффициентов b_i , величины которых зависят от интервала варьирования и при чрезмерном его уменьшении могут стать статистически незначимыми.

Если полученная модель адекватна, то возможны следующие ситуации:

- *Все линейные коэффициенты значимы.* Полученную модель можно использовать для управления процессом и оптимизации его путем движения по направлению к экстремуму.

- *Один из коэффициентов резко выделяется по абсолютной величине.* В этом случае движение по градиенту функции вырождается в обычный однофакторный эксперимент. Поэтому следует повторить эксперимент, уменьшив интервал варьирования этого фактора или увеличив его для других факторов.

- *Некоторые из линейных коэффициентов незначимы.* Ими можно пренебречь, если соответствующие факторы действительно не оказывают влияния на выходной параметр (например, если незначимым оказался включенный в исследование из осторожности фактор, который и по априорным сведениям не должен оказывать существенного влияния на функцию отклика). Если в этом уверенности нет, то необходимо поставить новую серию опытов, расширив интервалы варьирования у соответствующих факторов.

- *Некоторые или все линейные коэффициенты незначимы, но значимы коэффициенты взаимодействия b_{ij} .* Такое положение может возникнуть из-за неудачного выбора интервалов варьирования,

поэтому надо поставить новую серию опытов, увеличив интервалы варьирования у соответствующих факторов. Причиной подобной ситуации может быть и то, что эксперимент ставился в области, в которой линейное приближение является неудачной моделью поверхности отклика. В этом случае переходят к нахождению математической модели более высокого порядка.

6.4 Решение типового примера

Пример Требуется исследовать процесс получения резистивных пленок рения с целью его оптимизации. В качестве критерия оптимизации берется температурный коэффициент сопротивления (ТКС). Задача исследования – определить условия получения резистивных пленок с минимальным ТКС.

Решение Из анализа технологического процесса и результатов предварительных опытов установлено, что на ТКС пленок рения оказывают влияние следующие факторы:

- температура испарения рения – фактор X_1 ;
- температура подложки, на которую производится осаждение рения – фактор X_2 ;
- температура термообработки изготовленных резистивных пленок рения – фактор X_3 .

С учетом предварительных опытов выбираем:

- центр плана $X_{10}=2500^{\circ}\text{C}$; $X_{20}=400^{\circ}\text{C}$; $X_{30}=400^{\circ}\text{C}$;
- шаг варьирования по всем трем факторам $\Delta X_1=\Delta X_2=\Delta X_3=50^{\circ}\text{C}$.
- абсолютные значения верхнего уровня факторов, учитываемых в данном эксперименте ($x_i=+1$): $X_{10}=2550^{\circ}\text{C}$; $X_{20}=450^{\circ}\text{C}$; $X_{30}=450^{\circ}\text{C}$;
- абсолютные значения нижнего уровня факторов, учитываемых в данном эксперименте ($x_i=-1$): $X_{10}=2450^{\circ}\text{C}$; $X_{20}=350^{\circ}\text{C}$; $X_{30}=350^{\circ}\text{C}$.

Первоначально предположим, что искомая модель исследуемого процесса является линейной и может быть представлена полиномом 1-го порядка вида (6.3). В этом случае достаточно варьирования каждого из трех факторов ($k=3$) на двух уровнях и минимальное число опытов $N=2^3=8$.

С целью ускорения проводимого эксперимента, принимаем решение о проведении двух параллельных опытов ($n=2$) для одних и тех же условий, представленных в каждой строке (значения верхнего

и нижнего уровней факторов), соответствующих номеру опыта, указанному в первом столбце матрицы. С учетом проведения параллельных опытов, их число увеличивается до $N'=N \cdot n$ и в данном случае составит 16.

План эксперимента представим в виде таблицы 9.3, основные отличия которой от таблицы 6.2:

- во 2-м столбце матрицы указан порядок проведения опытов, который определен с помощью таблицы случайных чисел (таблица А4 приложения А) для рандомизации неконтролируемых параметров исследуемого процесса;

- все экспериментально полученные значения функции отклика первого и повторного опытов заносятся в столбцы 11, 12;

- их средние значения подсчитываются по (9.7) и заносятся в 13-й столбец;

- в 14-й столбец вносятся значения выборочных дисперсий экспериментальных значений функции отклика $Y_{\xi i}$ около их среднего значения $\bar{Y}_{\xi}$, которые определяются по следующей формуле

$$S_{\xi}^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_{\xi} - Y_{\xi i})^2 / (n-1),$$

где n – количество значений $Y_{\xi i}$, полученных в результате проведения n параллельных опытов; $\xi=1, N$.

Таблица 9.3 – Матрица планирования и результаты экспериментов при исследовании резистивных пленок рения

Номер опыта	Порядок проведения опыта		X_{06}	X_{16}	X_{26}	X_{36}	$X_{16}X_{26}$	$X_{16}X_{36}$	$X_{26}X_{36}$	$X_{16}X_{26}X_{36}$	$Y_{\xi 1}$	$Y_{\xi 2}$	$\bar{Y}_{\xi}$	S_{ξ}^2
1	3	6	+	–	–	–	+	+	+	–	2,4	2,8	2,6	0,08
2	4	8	+	+	–	–	–	–	+	+	2,4	2,2	2,3	0,02
3	1	7	+	–	+	–	–	+	–	+	2,0	2,4	2,2	0,08
4	8	2	+	+	+	–	+	–	–	–	2,2	2,4	2,3	0,02
5	7	4	+	–	–	+	+	–	–	+	2,2	2,2	2,2	0
6	6	5	+	+	–	+	–	+	–	–	2,1	1,7	1,9	0,08
7	2	8	+	–	+	+	–	–	+	–	2,1	1,9	2,0	0,02
8	5	1	+	+	+	+	+	+	+	+	1,7	1,7	1,7	0

Порядок обработки и анализа результатов эксперимента следующий:

1. Дисперсии опытных значений функции отклика (ТКС резистивных пленок рения) около их средних значений в каждой строке матрицы рассчитаны по формуле (6.8) и приведены в 14-м столбце таблицы 6.3. Наибольшее ее значение (0,08) соответствует условиям проведения эксперимента, установленным 1-, 3- и 6-м номерами опыта.

2. Для проверки воспроизводимости эксперимента подсчитаем по формуле (6.9) значение критерия Кохрена

$$G = S^2_{\xi \max} / \sum_{\xi=1}^N S_{\xi}^2 = 0,08/0,3 = 0,266.$$

Критическое его значение, для $\beta=0,10$ при $n=2$ (определяет $G_{кр}$ по столбцу) и $N=8$ (по строке), равно $G_{кр}=0,57$ (таблица А3 приложения А).

$G < G_{кр}$, следовательно эксперимент воспроизводим.

3. По (6.11) подсчитываем значение каждого коэффициента предполагаемой имитационной модели в виде полинома (9.3), на основании которой был спланирован и проведен эксперимент

$$\begin{aligned} b_0 &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{0\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (2,6 + 2,3 + 2,2 + 2,3 + 2,2 + 1,9 + 2,0 + 1,7) / 8 = 2,15 \\ b_1 &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{1\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (-2,6 + 2,3 - 2,2 + 2,3 - 2,2 + 1,9 - 2,0 + 1,7) / 8 = -0,1 \\ b_2 &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{2\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (-2,6 - 2,3 + 2,2 + 2,3 - 2,2 - 1,9 + 2,0 + 1,7) / 8 = -0,1 \\ b_3 &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{3\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (-2,6 - 2,3 - 2,2 - 2,3 + 2,2 + 1,9 + 2,0 + 1,7) / 8 = -0,2 \\ b_{12} &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{12\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (2,6 - 2,3 - 2,2 + 2,3 + 2,2 - 1,9 - 2,0 + 1,7) / 8 = 0,05 \\ b_{13} &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{13\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (2,6 - 2,3 + 2,2 - 2,3 - 2,2 + 1,9 - 2,0 + 1,7) / 8 = -0,05 \\ b_{23} &= \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{23\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (2,6 + 2,3 - 2,2 - 2,3 - 2,2 - 1,9 + 2,0 + 1,7) / 8 = 0 \end{aligned}$$

$$b_{123} = \left(\sum_{\xi=1}^8 X_{123\xi} \bar{Y}_{\xi} \right) / 8 = (-2,6 + 2,3 + 2,2 - 2,3 + 2,2 - 1,9 - 2,0 + 1,7) / 8 = -0,05$$

После вычисления коэффициентов предполагаемой модели исследуемого процесса, оцениваем их значимость с помощью критерия Стьюдента, предварительно рассчитав значение t -параметра по формуле (6.11) для каждого коэффициента и соответствующей ему дисперсии ошибки определения этого коэффициента. Учитывая ортогональность матрицы планирования ПФЭ, приведенной в таблице 6.3, дисперсия ошибок каждого из коэффициентов будет одной и той же, определяемой по (6.13). Для вычисления дисперсии ошибки, предварительно нужно определить дисперсию воспроизводимости эксперимента (среднее значение всех оставшихся после проверки на воспроизводимость эксперимента дисперсий функции отклика в параллельных опытах – 14-й столбец таблицы 6.3) по формуле (6.14):

$$S^2\{Y\} = \sum_{\xi=1}^8 S_{\xi}^2 / 8 = 0,3 / 8 = 0,038.$$

Тогда дисперсия ошибок определения коэффициентов полинома будет равна:

$$S^2\{b\} = S^2\{Y\} / (2 \cdot 8) = 0,038 / 16 = 0,002.$$

Теперь по формуле (6.11) подсчитываем t -параметр для каждого коэффициента полинома:

$$t_0 = |b_0| / \sqrt{S^2\{b\}} = 2,15 / 0,045 = 47,78;$$

$$t_1 = |b_1| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,1 / 0,045 = 2,22;$$

$$t_2 = |b_2| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,1 / 0,045 = 2,22;$$

$$t_3 = |b_3| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,2 / 0,045 = 4,44;$$

$$t_{12} = |b_{12}| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,05 / 0,045 = 1,11;$$

$$t_{13} = |b_{13}| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,05 / 0,045 = 1,11;$$

$$t_{23} = |b_{23}| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0 / 0,045 = 0;$$

$$t_{123} = |b_{123}| / \sqrt{S^2\{b\}} = 0,05 / 0,045 = 1,11;$$

Определим критическое значение t -параметра по таблице А1 приложения А для $\nu = N(n-1) = 8$ и $\beta = 0,10$; $t_{кр} = 1,86$.

Из сравнения найденного значения $t_{кр}$ с соответствующими значениями t -параметров, можно утверждать с уверенностью в нашей правоте в 9 случаях из 10, что коэффициенты b_{12} , b_{13} , b_{23} и b_{123} являются незначимыми. В этом случае эффектом взаимодействия учитываемых в эксперименте факторов можно пренебречь и уточненная имитационная модель, описывающая исследуемый процесс, примет вид

$$Y = 2,15 - 0,1X_1 - 0,1X_2 - 0,2X_3. \quad (9.16)$$

Анализируя данную математическую модель можно сделать вывод, что самое большое влияние на функцию отклика оказывает третий фактор (температура термообработки готовых резистивных пленок рения), в то время, как влияние двух других факторов в два раза меньше.

4. После уточнения имитационной модели необходимо проверить ее на адекватность исследуемому процессу. Учитывая, что аппроксимирующий полином (6.16) содержит четыре члена ($d=4$), дисперсия адекватности, в соответствии с (6.14), будет иметь следующий вид:

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{\xi=1}^8 (Y_{\xi} - \bar{Y})^2}{8-4},$$

Но для расчета дисперсии адекватности первоначально необходимо определить теоретические значения функции отклика $Y_{\xi t}$ для каждого условия проведения опыта, соответствующего конкретному его номеру (ξ). Теоретические значения функции отклика определяются из полученной в результате эксперимента математической модели (6.16) подстановкой безразмерных значений соответствующих факторов X_i для каждого номера опыта.

Так, для условий эксперимента, соответствующих первому опыту, как видно из таблицы 6.3, значения факторов будут:

$$X_1 = -1; X_2 = -1; X_3 = -1.$$

Тогда теоретическое значение функции отклика для этих условий проведения опыта в соответствии с (9.16) будет равно

$$Y_{1t} = 2,15 + 0,1 + 0,1 + 0,2 = 2,55.$$

Аналогично для последующих номеров опытов получаем следующие значения:

$$Y_{2t} = 2,15 - 0,1 + 0,1 + 0,2 = 2,35;$$

$$Y_{3t} = 2,15 + 0,1 - 0,1 + 0,2 = 2,35;$$

$$Y_{4t} = 2,15 - 0,1 - 0,1 + 0,2 = 2,15;$$

$$Y_{5t} = 2,15 + 0,1 + 0,1 - 0,2 = 2,15;$$

$$Y_{6t} = 2,15 - 0,1 + 0,1 - 0,2 = 1,95;$$

$$Y_{7t} = 2,15 + 0,1 - 0,1 - 0,2 = 1,95;$$

$$Y_{8t} = 2,15 - 0,1 - 0,1 - 0,2 = 1,75.$$

Сравнивая теоретические значения $Y_{\xi t}$ функции отклика с ее экспериментальными средними значениями, приведенными в 13-м столбце таблицы 6.3, можно подсчитать дисперсию адекватности

$$S_{ad}^2 = \frac{(2,6 - 2,55)^2 + (2,3 - 2,35)^2 + (2,2 - 2,35)^2 + (2,3 - 2,15)^2 + (2,2 - 2,15)^2 + (1,9 - 1,95)^2 + (2,0 - 1,95)^2 + (1,7 - 1,75)^2}{8 - 4} = 0,015.$$

Таким образом, дисперсия адекватности S_a^2 меньше дисперсии воспроизводимости эксперимента $S^2\{Y\}$, следовательно, математическая модель (6.16) адекватна исследуемому процессу и может быть использована для его оптимизации путем шагового движения к экстремуму. Если бы $S_a^2 > S^2\{Y\}$, то следовало бы воспользоваться F -критерием.

9.5 Задачи для решения

Приведены результаты проведения полного факторного эксперимента. Провести обработку и анализ результатов ПФЭ по рассмотренной методике.

Вариант 1

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
3,004	3,031	3,035	3,039	3,001
5,193	5,152	5,177	5,209	5,151
3,927	3,950	3,936	3,898	3,897
7,141	7,099	7,111	7,138	7,097
4,684	4,697	4,688	4,730	4,729
9,135	9,123	9,166	9,134	9,117
6,371	6,403	6,343	6,339	6,337
14,672	14,680	14,695	14,668	14,672

Вариант 2

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
3,651	3,605	3,653	3,592	3,627
6,547	6,514	6,535	6,562	6,581
4,761	4,793	4,816	4,792	4,801
9,515	9,566	9,534	9,552	9,528
5,828	5,847	5,842	5,905	5,886
13,041	13,081	13,051	13,089	13,063
8,364	8,371	8,338	8,365	8,366
25,575	25,563	25,611	25,578	25,534

Вариант 3

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
-------	-------	-------	-------	-------

Вариант 4

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
-------	-------	-------	-------	-------

2,124	2,150	2,139	2,140	2,157
3,382	3,394	3,368	3,374	3,372
2,705	2,652	2,655	2,674	2,713
4,307	4,242	4,276	4,317	4,255
3,107	3,089	3,096	3,119	3,137
5,081	5,148	5,123	5,092	5,073
3,948	3,901	3,914	3,951	3,919
6,873	6,920	6,932	6,858	6,869

2,588	2,597	2,542	2,537	2,539
4,191	4,165	4,152	4,129	4,138
3,201	3,231	3,202	3,199	3,248
5,509	5,453	5,448	5,511	5,445
3,793	3,830	3,850	3,789	3,852
6,718	6,752	6,760	6,709	6,743
4,963	4,966	5,001	4,952	5,007
9,738	9,753	9,702	9,746	9,737

Вариант 5

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
3,072	3,028	3,080	3,049	3,069
5,193	5,159	5,163	5,220	5,168
3,932	3,955	3,893	3,915	3,939
7,094	7,126	7,149	7,102	7,158
4,740	4,704	4,668	4,698	4,724
9,163	9,167	9,160	9,133	9,191
6,336	6,396	6,369	6,405	6,357
14,67 6	14,66 8	14,72 5	14,72 2	14,74 1

Вариант 6

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
4,292	4,285	4,333	4,304	4,277
8,385	8,390	8,404	8,421	8,390
5,881	5,886	5,847	5,900	5,909
13,349	13,332	13,357	13,342	13,356
7,389	7,368	7,439	7,419	7,442
20,252	20,271	20,271	20,258	20,310
11,282	11,269	11,293	11,249	11,254
66,571	66,613	66,562	66,585	66,620

Вариант 7

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
4,307	4,284	4,284	4,316	4,286
8,387	8,396	8,430	8,389	8,404
5,832	5,873	5,856	5,843	5,862
13,32 9	13,30 4	13,32 8	13,34 0	13,31 2
7,379	7,415	7,415	7,368	7,368
20,25 5	20,27 8	20,30 4	20,27 9	20,26 1
11,22 6	11,23 8	11,27 1	11,23 4	11,27 3
66,59 9	66,60 5	66,58 8	66,59 5	66,56 2

Вариант 8

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
3,583	3,605	3,623	3,623	3,587
6,555	6,564	6,523	6,559	6,511
4,795	4,790	4,776	4,798	4,744
9,504	9,530	9,524	9,557	9,530
5,855	5,839	5,827	5,881	5,863
13,040	13,011	13,045	13,061	13,036
8,328	8,301	8,303	8,319	8,310
25,586	25,544	25,578	25,562	25,556

Вариант 9

Вариант 10

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
3,054	3,032	3,024	3,046	3,019
5,147	5,170	5,178	5,190	5,177
3,926	3,895	3,937	3,931	3,915
7,117	7,121	7,101	7,130	7,091
4,701	4,682	4,690	4,718	4,719
9,150	9,159	9,115	9,162	9,156
6,390	6,383	6,384	6,378	6,378
14,677	14,670	14,718	14,690	14,693

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
2,549	2,537	2,563	2,564	2,569
4,118	4,164	4,155	4,126	4,151
3,236	3,220	3,202	3,212	3,207
5,445	5,485	5,449	5,472	5,455
3,825	3,812	3,790	3,782	3,781
6,721	6,714	6,741	6,704	6,722
4,951	4,989	4,955	4,941	4,981
9,735	9,693	9,705	9,711	9,726

Вариант 11

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
2,164	2,165	2,145	2,150	2,163
3,347	3,338	3,322	3,318	3,358
2,639	2,658	2,651	2,648	2,670
4,281	4,251	4,296	4,276	4,269
3,086	3,084	3,081	3,122	3,068
5,082	5,128	5,117	5,106	5,078
3,950	3,932	3,908	3,935	3,901
6,855	6,870	6,875	6,872	6,907

Вариант 12

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
1,983	1,951	1,969	1,981	1,935
3,004	3,024	2,984	2,983	3,007
2,435	2,415	2,428	2,394	2,438
3,767	3,794	3,784	3,783	3,803
2,788	2,823	2,815	2,777	2,773
4,491	4,467	4,492	4,473	4,460
3,485	3,510	3,515	3,524	3,475
5,883	5,879	5,863	5,870	5,877

Вариант 13

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
2,132	2,114	2,160	2,146	2,120
3,373	3,324	3,377	3,327	3,385
2,708	2,645	2,657	2,645	2,657
4,277	4,254	4,311	4,288	4,265
3,075	3,074	3,090	3,099	3,096
5,083	5,076	5,136	5,098	5,140
3,978	3,928	3,905	3,948	3,904
6,898	6,908	6,887	6,940	6,904

Вариант 14

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
2,567	2,587	2,585	2,527	2,583
4,148	4,183	4,155	4,144	4,169
3,234	3,259	3,216	3,240	3,200
5,458	5,485	5,490	5,513	5,469
3,781	3,808	3,820	3,814	3,842
6,713	6,722	6,750	6,751	6,700
4,998	4,949	4,950	4,947	4,968
9,758	9,689	9,701	9,711	9,686

9.6 Контрольные вопросы

1. Что называется полным факторным экспериментами?
2. Как выбираются факторы планирования, их основные (базовые) уровни и интервалы варьирования?
3. Указать порядок проведения эксперимента методом ПФЭ.
4. Как составляется матрица планирования ПФЭ?
5. Как выбрать центр плана эксперимента?
6. Чем определяется величина интервала варьирования фактора?
7. Почему необходимо проведение параллельных опытов и их рандомизация?
8. Как зависит число уровней варьируемых факторов от порядка имитационной модели, представленной в виде полинома?
9. В чем заключается смысл разработки математической модели по принципу «от простого – к сложному»?
10. Каков порядок статистической обработки и анализа результатов эксперимента?
11. При каких условиях не соблюдается требование воспроизводимости эксперимента и как следует поступить в этом случае?
12. Как проверить значимость оценок коэффициентов регрессии?
13. Поясните различие применения критерия Стьюдента для оценки выборочных средних значений случайной величины и оценки значимости коэффициента полинома.
14. При каких условиях оценки коэффициентов регрессии незначимы и как эти условия устранить?
15. Как проверить адекватность математической модели?
16. При каких условиях не соблюдается требование адекватности математической модели и как следует поступить в этом случае?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10

10.1 Дробный факторный эксперимент

При большом числе учитываемых в эксперименте факторов ПФЭ становится громоздким и занимает очень большое время для своего проведения, так как число опытов с ростом учитываемых в эксперименте факторов увеличивается по экспоненте. Но при этом уменьшаются ошибки при определении коэффициентов полинома, так как для оценки каждого из них используются все опыты.

Число опытов можно сократить, если априорно известно, что на процесс не оказывают влияния те или иные взаимодействия. В этом случае можно использовать **дробный факторный эксперимент (ДФЭ)**. Дробным факторным экспериментом называется эксперимент, реализующий часть (дробную реплику) полного факторного эксперимента.

Предположим, что необходимо получить математическое описание процесса при трех учитываемых факторах X_1 , X_2 , и X_3 , оказывающих влияние на функцию отклика Y .

При использовании ПФЭ для определения коэффициентов полинома 1-го порядка необходимо провести восемь (2^3) опытов в соответствии с матрицей планирования, приведенной в таблице 9.2.

Число номеров опытов должно быть не менее числа коэффициентов полинома, в соответствии с которым планируется эксперимент. В данном случае предполагаемая математическая модель, описывающая исследуемый процесс, имеет вид полинома (9.5), содержащего восемь коэффициентов от b_0 до b_{123} . Однако, если взаимодействие между факторами X_1 , X_2 и X_3 отсутствует, можно воспользоваться матрицей планирования ПФЭ для двух факторов X_1 и X_2 , приведенной в таблице 9.1, заменив в ней обозначение $X_{16}X_{26}$ на X_{36} , соответствующее безразмерному значению фактора X_3 на верхнем и нижнем его уровнях.

Чередование знаков в этом столбце остается неизменным после замены символов в матрице планирования. Эксперимент в данном случае будет ставиться уже с включением третьего фактора, изменяющегося согласно столбцу $X_{16}X_{26}$ ПФЭ (таблица 10.1), а предполагаемая математическая модель будет иметь вид полинома 1-го порядка, не учитывающего взаимодействия факторов, то есть

$$Y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_3X_3 \quad (10.1)$$

Такой сокращенный план содержит половину опытов от требуемого их числа 2^k согласно плану ПФЭ (в данном случае четыре опыта вместо восьми) и называется **полуреplikой** от ПФЭ типа 2^k . Условное обозначение такого плана: ДФЭ типа 2^{k-L} , где k – число учитываемых в эксперименте факторов; L – число взаимодействий, замененных факторами, учитываемых в эксперименте.

Для рассматриваемого случая трех факторов X_1, X_2, X_3 матрица планирования ДФЭ типа 2^{3-1} ($X_{36}=X_{16}X_{26}$) будет иметь вид (табл. 7.1):

Таблица 10.1 Матрица планирования ДФЭ типа 2^{3-1} ($X_{36}=X_{16}X_{26}$)

Номер опыта	X_{06}	X_{16}	X_{26}	X_{36}	Y_ξ
1	+	–	–	+	Y_1
2	+	+	–	–	Y_2
3	+	–	+	–	Y_3
4	+	+	+	+	Y_4

Приведенное планирование эксперимента дает возможность при обработке и анализе его результатов оценить в полиноме свободный член b_0 и коэффициенты b_1, b_2, b_3 . Однако при этом предполагается, что коэффициенты $b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$ в полиноме (9.5) равны нулю. Поэтому составление такой матрицы планирования эксперимента возможно лишь в том случае, если полностью отсутствует или пренебрежительно мало влияние на функцию отклика эффектов взаимодействия факторов исследуемого процесса. Только в этом случае математическая модель, представленная полиномом, в котором отсутствуют члены, учитывающие эти взаимодействия (так как соответствующие им коэффициенты равны нулю), может быть адекватна исследуемому процессу.

При использовании матрицы планирования ДФЭ мы получаем совместную оценку нескольких эффектов: факторов и их взаимодействий:

$$X_{16}=X_{26}X_{36}, \quad X_{26}=X_{16}X_{36}, \quad X_{36}=X_{16}X_{26} \quad (10.2)$$

Поэтому подсчитываемые значения линейных коэффициентов b_1, b_2, b_3 полинома по экспериментальным значениям функции отклика будут включать также значения коэффициентов, учитывающих эффект влияния взаимодействия факторов на функцию отклика. В результате коэффициенты полином (10.1) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} b'_1 &= b_1 + b_{23}, \\ b'_2 &= b_2 + b_{13}, \\ b'_3 &= b_3 + b_{12}, \end{aligned} \quad (10.3)$$

где b_1, b_2, b_3 – действительные значения линейных коэффициентов полинома;

b'_1, b'_2, b'_3 – полученные их значения при наличии эффекта влияния взаимодействия факторов на функцию отклика.

Для получения математической модели вида (10.1), адекватной исследуемому процессу, необходимо быть уверенным в отсутствии влияния взаимодействия факторов на экспериментальное значение функции отклика. Только при этом условии подсчитанные коэффициенты b'_i будут искомыми значениями линейных коэффициентов b_i . Если это условие не выполняется, то найденные значения линейных коэффициентов b'_i будут отличаться от действительного значения b_i на величину коэффициента b_{ij} , учитывающего эффект влияния парного взаимодействия двух других факторов (10.3).

Эти эффекты не могут быть отдельно оценены при планировании, состоящем только из одной полуреплики ПФЭ. Раздельную оценку для линейных коэффициентов b_i и коэффициентов b_{ij} можно провести, если поставить дополнительно еще четыре опыта в соответствии с матрицей планирования ДФЭ типа 2^{3-1} , приравнивая $X_{36} = -X_{16}X_{26}$, тогда матрица будет иметь вид (таблица 10.2):

Таблица 10.2 – Матрица планирования ДФЭ типа 2^{3-1} ($X_{36} = -X_{16}X_{26}$)

Номер опыта	X_{06}	X_{16}	X_{26}	X_{36}	Y_ξ
1	+	–	–	–	Y_1
2	+	+	–	+	Y_2
3	+	–	+	+	Y_3
4	+	+	+	–	Y_4

Подсчитанные коэффициенты b'_i линейных членов полинома (10.1) будут включать реальные значения коэффициентов b_{12} , b_{13} , b_{23} , но в отличии от (10.3) совместная оценка коэффициентов будет происходить с обратным знаком:

$$\begin{aligned} b''_1 &= b_1 - b_{23}, \\ b''_2 &= b_2 - b_{13}, \\ b''_3 &= b_3 - b_{12}. \end{aligned} \quad (10.3)$$

Изменение знака объясняется тем, что для матрицы ДФЭ 2^{3-1} взаимозависимость значений факторов имеет вид

$$X_{1\bar{6}} = -X_{2\bar{6}}X_{3\bar{6}}, \quad X_{2\bar{6}} = -X_{1\bar{6}}X_{3\bar{6}}, \quad X_{3\bar{6}} = -X_{1\bar{6}}X_{2\bar{6}} \quad (10.5)$$

Теперь после постановки уже восьми опытов в соответствии приведенными планами можно записать отдельные оценки

$$\begin{aligned} b_1 &= (b'_1 + b''_1)/2; & b_2 &= (b'_2 + b''_2)/2; & b_3 &= (b'_3 + b''_3)/2; \\ b_{23} &= (b'_1 - b''_1)/2; & b_{13} &= (b'_2 - b''_2)/2; & b_{12} &= (b'_3 - b''_3)/2. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Таким образом, для получения отдельных оценок b_i и b_{ij} необходимо было провести восемь опытов, то есть пришлось объединить две полуреplikи от ПФЭ типа 2^3 . Поэтому практически всегда имеет смысл начинать исследования с ДФЭ. Если в дальнейшем появятся сомнения в том, что какие-либо взаимодействия, ранее не включенные в план эксперимента, могут влиять на выходной параметр, то всегда имеется возможность расширить матрицу планирования до ДФЭ меньшей дробности или ПФЭ и найти отдельную оценку интересующих эффектов.

В случае применения матриц планирования ДФЭ для исследования процессов, содержащих более трех факторов, нужно стремиться к тому, чтобы максимальное число линейных факторов оказалось не смешанным с парными взаимодействиями. *Чем более высокие уровни взаимодействия будут заменены факторами из числа рассматриваемых в эксперименте, тем более высоким уровнем разрешающей способности для отдельной оценки коэффициентов полинома будет обладать матрица ДФЭ.*

Для формализации процедуры определения разрешающей способности дробной реплики, представленной в виде матрицы планирования ДФЭ при фиксированных k и l , вводятся понятия **генерирующего соотношения (ГС)** и **определяющего контраста (ОК)**.

В примере с тремя факторами X_1 , X_2 и X_3 генерирующими соотношениями являются $X_{3\bar{6}} = X_{1\bar{6}}X_{2\bar{6}}$ и $X_{3\bar{6}} = -X_{1\bar{6}}X_{2\bar{6}}$, каждое из

которых характеризует соответствующую полуреплику от ПФЭ типа 2^3 .

Выражения ОК получаются умножением левой и правой частей приведенных ГС на их левую часть, то есть на X_{36} . При этом получаются элементы столбца матрицы планирования ДФЭ, соответствующие свободному члену b_0 полинома, которые всегда равны единице, так как $X_{i6}^2 = 1$:

$$1 = X_{16}X_{26}X_{36}; \quad 1 = -X_{16}X_{26}X_{36}.$$

Определяющие контрасты позволяют определить всю систему совместных оценок факторов и взаимодействий, не изучая матрицы планирования. Для этого последовательно умножают обе части ОК на соответствующие эффекты и получают всю картину совместных оценок данной матрицы ДФЭ.

Имея систему совместных оценок, можно формализовать процедуру построения плана ДФЭ, обеспечивающего высокую разрешающую способность при определении коэффициентов полинома.

Чтобы получить высокую разрешающую способность, стремятся таким образом построить план ДФЭ, чтобы линейные факторы были смешаны с взаимодействиями самого высокого порядка (они чаще бывают равными нулю) или с теми взаимодействиями, о которых априорно известно, что они не оказывают влияния на процесс. Оценить разрешающую способность помогает ГС, чем больше символов входит в ГС, тем обычно выше разрешающая способность.

По мере возрастания числа учитываемых в исследуемом процессе факторов можно применять реплики большей степени дробности ($1/4$, $1/8$ и т.д.). При этом с ростом числа независимых переменных (учитываемых факторов) растет разрешающая способность дробных реплик, так как для линейной имитационной модели, соответственно возрастает порядок взаимодействия факторов и количество членов полинома, учитывающих эти взаимодействия, а следовательно, увеличивается точность оценки коэффициентов при линейных членах, смешанных с взаимодействиями высокого порядка. Число опытов, проводимых в соответствии с матрицей дробной реплики для отдельной оценки коэффициентов полинома, должно быть не менее числа коэффициентов в предполагаемой имитационной модели, включая коэффициент b_0 .

Реализация плана ДФЭ ничем не отличается от реализации плана ПФЭ.

Обработку и анализ результатов дробного факторного эксперимента проводят в полном соответствии с методикой, изложенной для ПФЭ.

10.2 Решение типового примера

Если в эксперименте рассматриваются четыре фактора ($k=4$), то в предполагаемой линейной имитационной математической модели, соответствующей полиному первого порядка, имеем

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{14}X_1X_4 + b_{23}X_2X_3 + b_{24}X_2X_4 + b_{34}X_3X_4 + b_{123}X_1X_2X_3 + b_{124}X_1X_2X_4 + b_{234}X_2X_3X_4 + b_{134}X_1X_3X_4 + b_{1234}X_1X_2X_3X_4. \quad (10.7)$$

При планировании ПФЭ типа 2^4 , необходимо было бы провести минимум 16 опытов для определения 16-ти коэффициентов, входящих в полином (10.6).

Полуреплика от этого плана ПФЭ будет включать 8 опытов, а соответствующую матрицу ДФЭ типа 2^{4-1} можно построить на базе матрицы планирования ПФЭ типа 2^3 , заменив одно из взаимодействий, приведенных в таблице 9.2, на четвертый фактор.

Рассмотрим в качестве генерирующих соотношений одно, из числа низкого порядка, например $X_4 = X_1X_2$, а другое – из числа самого высокого порядка, в данном случае $X_4 = X_1X_2X_3$.

На основании выбранных ГС найдем соответствующие ОК:

$$I = X_1X_2X_4; \quad I = X_1X_2X_3X_4.$$

С помощью найденных ОК составим две системы совместных оценок:

$$\begin{array}{ll} X_1 = X_2X_4, & X_1 = X_2X_3X_4, \\ X_2 = X_1X_4, & X_2 = X_1X_3X_4, \\ X_3 = X_1X_2X_3X_4, & X_3 = X_1X_2X_4, \\ X_4 = X_1X_2, & X_4 = X_1X_2X_3, \\ X_1X_3 = X_2X_3X_4, & X_1X_2 = X_3X_4, \\ X_2X_3 = X_1X_3X_4, & X_1X_3 = X_2X_4, \\ X_3X_4 = X_1X_2X_3, & X_2X_3 = X_1X_4. \end{array}$$

Приведенные оценки двух полуреплик от ПФЭ 2^4 получены для двух выбранных ГС, когда взаимодействия факторов

приравниваются к независимой переменной (в данном случае, к четвертому линейному фактору X_4). При ГС $X_4=X_1X_2$ (левая колонка системы совместных оценок), член, учитывающий парное взаимодействие факторов X_1 и X_2 ($b_{12}X_1X_2$) будет заменен в уравнении (9.5), а следовательно, и в матрице (таблица 9.2), на член, учитывающий влияние четвертого фактора X_4 на функцию отклика, что соответствует плану ДФЭ 2^{4-1} и имитационной математической модели вида

$$Y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_3X_3+b_4X_4+b_{13}X_1X_3+b_{23}X_2X_3+b_{123}X_1X_2X_3 \quad (10.8)$$

Для ГС $X_4=X_1X_2X_3$ план ДФЭ 2^{4-1} будет соответствовать модели вида

$$Y=b_0+b_1X_1+b_2X_2+b_3X_3+b_4X_4+b_{12}X_1X_2+b_{13}X_1X_3+b_{23}X_2X_3 \quad (10.9)$$

В обоих случаях потребуется провести 8 опытов для определения 8 коэффициентов, входящих в уравнения (10.8) и (10.9). Однако разрешающая способность дробной реплики ГС $X_4=X_1X_2X_3$ для раздельной оценки коэффициентов b_1, b_2, b_3, b_4 при линейных членах полинома будет выше потому, что все линейные факторы не смешаны с парными взаимодействиями, в то время, как для ГС $X_4=X_1X_2$ три из четырех линейных факторов смешаны с парными взаимодействиями.

9.3 Задачи для решения

В таблице приведены результаты проведения дробного факторного эксперимента. Провести обработку и анализ результатов ДФЭ по рассмотренной методике.

Вариант 1

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,790	2,760	2,800	2,775	2,835
2,450	2,450	2,405	2,375	2,425
2,375	2,365	2,340	2,410	2,405
2,015	2,045	2,060	2,030	2,040
2,030	2,055	2,060	2,040	1,990
1,565	1,510	1,570	1,600	1,510
1,555	1,600	1,630	1,570	1,550
1,205	1,235	1,205	1,160	1,175

Вариант 5

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,765	2,755	2,760	2,805	2,750
2,370	2,370	2,400	2,365	2,365
2,385	2,345	2,395	2,385	2,350
2,010	2,020	1,995	2,090	2,040
2,025	2,070	2,025	1,990	2,050
1,530	1,610	1,530	1,515	1,555
1,635	1,575	1,550	1,555	1,585
1,155	1,155	1,230	1,165	1,240

Вариант 2

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,785	2,835	2,770	2,805	2,825
2,400	2,435	2,445	2,445	2,430
2,330	2,370	2,395	2,335	2,410
2,030	2,030	2,035	2,025	2,015
2,075	1,990	2,080	2,020	2,065
1,585	1,565	1,545	1,515	1,585
1,575	1,635	1,580	1,565	1,610
1,185	1,210	1,205	1,180	1,155

Вариант 6

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,790	2,755	2,840	2,795
2,425	2,390	2,355	2,355	2,360
2,360	2,400	2,310	2,310	2,375
2,080	2,030	2,065	2,010	2,080
2,080	2,025	2,050	2,055	2,045
1,510	1,605	1,600	1,570	1,550
1,585	1,600	1,550	1,600	1,555
1,150	1,235	1,165	1,200	1,230

Вариант 3

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,775	2,810	2,845	2,790	2,790
2,425	2,410	2,370	2,390	2,370
2,360	2,360	2,405	2,355	2,320
2,035	2,080	2,075	2,085	2,040
2,055	2,065	2,020	2,085	2,010
1,565	1,530	1,590	1,595	1,570
1,555	1,595	1,605	1,550	1,615
1,175	1,210	1,225	1,190	1,150

Вариант 7

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,780	2,750	2,765	2,790	2,840
2,375	2,445	2,365	2,440	2,360
2,380	2,325	2,335	2,310	2,360
2,040	1,995	2,040	2,090	2,020
2,040	2,030	2,070	2,045	2,000
1,565	1,585	1,520	1,605	1,550
1,615	1,650	1,560	1,640	1,550
1,180	1,160	1,250	1,215	1,210

Вариант 4

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,785	2,845	2,765	2,790	2,830
2,360	2,430	2,350	2,360	2,375
2,315	2,310	2,380	2,315	2,390
2,040	2,015	2,060	2,005	2,055
2,010	1,990	2,065	2,020	2,010
1,540	1,605	1,555	1,600	1,550
1,555	1,565	1,605	1,575	1,590
1,165	1,190	1,245	1,200	1,240

Вариант 8

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,780	2,760	2,785	2,780	2,850
2,385	2,350	2,445	2,365	2,365
2,325	2,405	2,395	2,350	2,370
2,045	2,010	2,065	2,070	2,010
2,055	2,080	2,030	2,040	2,060
1,515	1,550	1,530	1,530	1,530
1,640	1,620	1,575	1,610	1,610
1,155	1,160	1,200	1,185	1,195

Вариант 9

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,760	2,775	2,810	2,770	2,755
2,400	2,395	2,380	2,350	2,360
2,370	2,385	2,390	2,380	2,355
2,085	2,015	2,055	2,060	1,990
2,080	2,045	2,090	2,045	2,065
1,550	1,565	1,555	1,530	1,540
1,550	1,610	1,615	1,560	1,630
1,205	1,200	1,190	1,240	1,160

Вариант 10

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,815	2,785	2,755	2,830	2,805
2,425	2,450	2,405	2,410	2,400
2,395	2,390	2,390	2,405	2,405
2,055	2,085	2,005	2,045	2,070
2,025	2,000	2,005	1,990	2,000
1,560	1,585	1,575	1,540	1,590
1,605	1,610	1,555	1,580	1,580
1,155	1,185	1,245	1,220	1,240

Вариант 11

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,755	2,805	2,785	2,750	2,825
2,410	2,400	2,425	2,440	2,405
2,405	2,315	2,325	2,330	2,315
2,045	2,085	2,010	2,005	2,075
2,060	2,065	2,070	2,085	2,065
1,550	1,555	1,585	1,510	1,570
1,600	1,650	1,555	1,560	1,620
1,180	1,185	1,225	1,245	1,155

Вариант 12

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,830	2,780	2,785	2,850	2,770
2,375	2,450	2,420	2,385	2,385
2,355	2,325	2,315	2,390	2,345
2,065	2,015	2,045	2,000	2,020
2,030	2,030	1,995	2,005	2,080
1,605	1,565	1,580	1,530	1,585
1,635	1,610	1,635	1,625	1,585
1,185	1,160	1,250	1,175	1,170

Вариант 13

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,850	2,825	2,835	2,820	2,790
2,355	2,440	2,440	2,430	2,390
2,395	2,400	2,390	2,330	2,315
2,065	1,990	2,055	2,050	2,090
2,045	2,085	2,000	2,090	2,080
1,605	1,560	1,580	1,525	1,585
1,580	1,650	1,570	1,610	1,560
1,205	1,220	1,240	1,170	1,175

Вариант 14

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,800	2,795	2,825	2,810	2,775
2,430	2,360	2,380	2,385	2,355
2,390	2,395	2,360	2,405	2,380
1,990	2,025	2,030	2,050	2,025
2,015	1,990	2,060	2,065	2,000
1,590	1,510	1,580	1,575	1,510
1,605	1,600	1,615	1,595	1,570
1,230	1,250	1,195	1,250	1,175

Вариант 15

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,830	2,815	2,755	2,750	2,760
2,375	2,355	2,415	2,380	2,385
2,375	2,385	2,320	2,325	2,320
2,035	2,055	2,055	2,055	2,050
2,050	2,040	2,055	2,010	2,045
1,545	1,545	1,520	1,600	1,595
1,650	1,630	1,625	1,555	1,590
1,215	1,235	1,190	1,165	1,190

Вариант 16

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,750	2,830	2,750	2,795	2,785
2,405	2,425	2,385	2,380	2,375
2,395	2,325	2,325	2,350	2,360
2,055	2,055	2,020	2,020	1,995
2,065	1,995	2,080	2,075	2,015
1,600	1,545	1,510	1,590	1,600
1,565	1,610	1,650	1,625	1,560
1,250	1,200	1,195	1,215	1,210

Вариант 17

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,755	2,790	2,805	2,755	2,830
2,350	2,355	2,410	2,360	2,420
2,360	2,340	2,395	2,380	2,355
2,090	2,060	2,000	2,025	2,000
2,050	2,035	1,995	2,080	2,065
1,530	1,570	1,555	1,560	1,610
1,565	1,645	1,610	1,645	1,620
1,215	1,195	1,165	1,180	1,195

Вариант 21

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,835	2,795	2,845	2,845	2,800
2,390	2,400	2,350	2,365	2,410
2,345	2,335	2,380	2,315	2,330
2,060	2,010	2,025	2,055	2,030
2,030	2,005	2,035	1,995	2,000
1,560	1,575	1,550	1,580	1,560
1,650	1,555	1,615	1,555	1,590
1,230	1,190	1,175	1,250	1,160

Вариант 18

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,780	2,845	2,845	2,750	2,760
2,445	2,435	2,400	2,400	2,355
2,370	2,350	2,360	2,360	2,395
2,010	2,015	2,020	2,010	2,020
2,090	2,070	2,015	2,075	2,035
1,560	1,575	1,570	1,580	1,520
1,615	1,570	1,640	1,555	1,640
1,195	1,160	1,225	1,245	1,225

Вариант 22

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,830	2,785	2,765	2,805	2,790
2,440	2,395	2,420	2,405	2,350
2,320	2,315	2,375	2,325	2,320
2,010	2,090	2,055	2,065	2,055
2,000	2,050	2,060	2,020	2,000
1,575	1,535	1,520	1,540	1,545
1,580	1,560	1,555	1,605	1,560
1,185	1,250	1,240	1,220	1,250

Вариант 19

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,805	2,830	2,835	2,780	2,785
2,355	2,420	2,425	2,350	2,375
2,355	2,345	2,335	2,330	2,385
2,030	2,035	2,070	2,055	2,080
2,050	2,045	2,085	2,030	2,080
1,580	1,575	1,535	1,605	1,510
1,595	1,640	1,630	1,630	1,590
1,245	1,155	1,215	1,250	1,190

Вариант 23

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,800	2,785	2,845	2,845
2,440	2,380	2,405	2,405	2,365
2,350	2,355	2,310	2,385	2,315
1,995	2,020	1,995	2,050	2,075
2,055	2,090	2,070	1,990	2,065
1,600	1,545	1,520	1,585	1,515
1,610	1,635	1,650	1,570	1,560
1,240	1,165	1,175	1,245	1,250

Вариант 20

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,755	2,805	2,750	2,825	2,785
2,350	2,360	2,425	2,385	2,415
2,360	2,400	2,385	2,315	2,310
2,000	2,005	2,040	2,090	2,050
2,050	2,045	2,070	2,080	2,075
1,610	1,610	1,600	1,580	1,585
1,640	1,550	1,630	1,615	1,570
1,245	1,170	1,195	1,220	1,200

Вариант 24

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,845	2,805	2,840	2,775	2,790
2,385	2,410	2,355	2,355	2,445
2,395	2,365	2,315	2,335	2,355
2,090	2,020	2,035	2,040	1,995
2,045	2,000	1,995	2,090	2,080
1,580	1,550	1,560	1,570	1,540
1,600	1,645	1,560	1,625	1,615
1,150	1,210	1,165	1,155	1,190

Вариант 25

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,835	2,770	2,845	2,765	2,770
2,360	2,450	2,415	2,425	2,365
2,330	2,335	2,385	2,410	2,405
2,000	2,065	2,020	2,025	2,055
2,070	2,035	2,030	2,005	2,025
1,595	1,550	1,510	1,555	1,515
1,610	1,635	1,650	1,630	1,650
1,220	1,155	1,175	1,230	1,165

Вариант 29

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,775	2,840	2,780	2,790	2,840
2,440	2,375	2,395	2,365	2,395
2,375	2,395	2,340	2,395	2,320
2,040	2,065	2,030	2,055	1,995
2,055	2,090	2,000	2,085	2,060
1,570	1,555	1,550	1,595	1,510
1,630	1,640	1,640	1,565	1,635
1,245	1,225	1,200	1,205	1,180

Вариант 26

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,750	2,780	2,765	2,780
2,390	2,355	2,405	2,390	2,355
2,375	2,385	2,330	2,325	2,385
2,050	2,000	2,065	2,060	2,065
2,035	2,065	2,070	2,005	2,015
1,550	1,595	1,550	1,610	1,545
1,550	1,565	1,590	1,565	1,600
1,225	1,200	1,165	1,250	1,150

Вариант 30

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,850	2,780	2,760	2,810	2,755
2,440	2,430	2,385	2,410	2,435
2,355	2,410	2,310	2,410	2,340
2,060	2,035	2,055	2,025	2,060
2,060	2,010	2,070	1,990	2,020
1,520	1,610	1,555	1,560	1,560
1,560	1,605	1,565	1,605	1,650
1,245	1,155	1,240	1,155	1,150

Вариант 27

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,750	2,845	2,765	2,810	2,770
2,395	2,355	2,405	2,390	2,380
2,360	2,400	2,330	2,390	2,355
1,995	2,075	2,010	2,055	2,005
2,060	2,080	2,060	1,990	2,010
1,520	1,570	1,555	1,580	1,610
1,595	1,595	1,565	1,570	1,635
1,205	1,200	1,195	1,155	1,235

Вариант 31

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,760	2,750	2,760	2,750	2,840
2,380	2,435	2,350	2,390	2,450
2,315	2,380	2,320	2,410	2,370
2,065	2,030	2,005	2,090	2,025
2,020	2,035	2,085	2,055	2,000
1,605	1,550	1,540	1,610	1,540
1,585	1,615	1,640	1,630	1,590
1,220	1,230	1,155	1,200	1,215

Вариант 28

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,800	2,790	2,760	2,840	2,765
2,425	2,395	2,355	2,430	2,370
2,330	2,340	2,355	2,335	2,350
2,050	2,005	2,015	2,075	2,000
2,055	2,010	2,055	2,080	2,075
1,530	1,550	1,515	1,535	1,515
1,615	1,615	1,550	1,610	1,625
1,215	1,180	1,240	1,235	1,205

Вариант 32

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,835	2,790	2,830	2,830	2,790
2,445	2,370	2,435	2,355	2,375
2,310	2,360	2,410	2,390	2,320
1,990	2,005	2,080	2,060	2,020
2,065	2,050	2,070	2,070	2,080
1,585	1,550	1,610	1,535	1,555
1,600	1,570	1,640	1,645	1,615
1,155	1,170	1,220	1,155	1,185

Вариант 33

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,845	2,785	2,770	2,760	2,765
2,390	2,355	2,380	2,430	2,405
2,405	2,370	2,360	2,335	2,410
2,090	2,030	2,015	2,090	2,055
2,065	2,050	2,005	2,005	2,010
1,550	1,510	1,525	1,530	1,520
1,595	1,645	1,560	1,630	1,580
1,250	1,235	1,190	1,175	1,215

Вариант 34

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,765	2,780	2,800	2,805	2,825
2,425	2,360	2,375	2,390	2,355
2,315	2,390	2,410	2,335	2,340
1,995	2,000	2,040	2,040	2,015
2,000	2,055	2,085	1,995	2,030
1,530	1,520	1,550	1,595	1,540
1,625	1,615	1,580	1,650	1,550
1,230	1,235	1,160	1,155	1,240

Вариант 35

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,840	2,770	2,820	2,840	2,825
2,360	2,375	2,420	2,450	2,350
2,330	2,410	2,325	2,360	2,395
2,025	2,040	2,070	2,010	2,075
2,055	2,005	2,075	2,050	2,085
1,595	1,595	1,575	1,535	1,570
1,550	1,625	1,585	1,610	1,615
1,220	1,175	1,240	1,185	1,220

Вариант 36

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,805	2,765	2,750	2,840
2,430	2,410	2,360	2,410	2,385
2,330	2,350	2,345	2,375	2,345
1,990	2,020	2,070	1,995	2,020
1,990	2,090	2,015	2,045	1,990
1,595	1,565	1,540	1,510	1,590
1,650	1,620	1,595	1,600	1,575
1,190	1,220	1,210	1,200	1,225

Вариант 37

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,845	2,800	2,760	2,775	2,760
2,385	2,445	2,390	2,410	2,380
2,320	2,315	2,375	2,385	2,355
2,050	2,045	2,060	2,075	2,075
2,065	2,030	2,035	2,030	2,055
1,535	1,600	1,590	1,595	1,520
1,570	1,645	1,635	1,605	1,550
1,180	1,190	1,165	1,200	1,185

Вариант 38

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,830	2,850	2,770	2,770	2,785
2,385	2,380	2,415	2,405	2,405
2,315	2,335	2,310	2,320	2,410
2,025	2,015	2,060	2,005	2,090
2,060	2,025	2,050	2,045	2,035
1,605	1,605	1,580	1,605	1,570
1,610	1,580	1,605	1,640	1,630
1,215	1,195	1,150	1,195	1,150

Вариант 39

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,825	2,850	2,850	2,835
2,425	2,395	2,355	2,370	2,395
2,365	2,345	2,410	2,400	2,380
2,040	2,060	2,080	2,060	2,035
2,010	2,030	2,065	2,025	2,020
1,535	1,585	1,575	1,520	1,540
1,560	1,580	1,585	1,640	1,620
1,160	1,185	1,240	1,190	1,235

Вариант 40

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅
2,825	2,850	2,815	2,820	2,770
2,360	2,390	2,405	2,395	2,450
2,380	2,320	2,320	2,330	2,355
2,010	2,015	2,090	1,990	2,060
2,075	1,995	2,085	2,025	2,015
1,600	1,560	1,600	1,585	1,545
1,610	1,650	1,555	1,635	1,565
1,250	1,225	1,175	1,155	1,185

Приложение А

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица А1 – Значения $t_{кр}$ распределения (критерий Стьюдента)

ν	Коэффициент риска β							
	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	1,00	2,41	6,31	12,7	25,5	63,7	127	637
2	1,816	1,60	2,92	4,30	6,21	9,92	14,1	31,6
3	1,765	1,42	2,35	3,18	4,18	5,84	7,45	12,9
4	1,741	1,34	2,13	2,78	3,50	4,60	5,60	8,61
5	1,727	1,30	2,01	2,57	3,16	4,03	4,77	6,86
6	1,718	1,27	1,94	2,45	2,97	3,71	4,32	5,96
7	1,711	1,25	1,89	2,36	2,84	3,50	4,03	5,40
8	1,706	1,24	1,86	2,31	2,75	3,36	3,83	5,04
9	1,703	1,23	1,83	2,26	2,68	3,25	3,69	4,78
10	1,700	1,22	1,81	2,23	2,63	3,17	3,58	4,59
11	1,697	1,21	1,80	2,20	2,59	3,11	3,50	4,44
12	1,695	1,21	1,78	2,18	2,56	3,05	3,43	4,32
13	1,694	1,20	1,77	2,16	2,53	3,01	3,37	4,22
14	1,692	1,20	1,76	2,14	2,51	2,98	3,33	4,14
15	1,691	1,20	1,75	2,13	2,49	2,95	3,29	4,07
16	1,690	1,19	1,75	2,12	2,47	2,92	3,25	4,01
17	1,689	1,19	1,74	2,11	2,46	2,90	3,22	3,96
18	1,688	1,19	1,73	2,10	2,44	2,88	3,20	3,92
19	1,688	1,19	1,73	2,09	2,43	2,86	3,17	3,88
20	1,687	1,18	1,72	2,09	2,42	2,85	3,15	3,85

Таблица А2 – Значения $F_{кр}$ для различных значений коэффициента
риска β

V_2	V_1								
	1	2	3	4	5	6	8	12	∞
	$\beta = 0,05$								
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	2,93
9	5,12	4,26	4,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	1,84
$\beta = 0,01$									
1	4052,1	4999,0	5403,5	5625,1	5764,1	5859,4	5981,3	6105,8	6366,5
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42	99,50
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,49	27,05	26,12
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	13,46
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,27	9,89	9,02
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	6,88
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,84	6,47	5,65
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67	4,86
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,47	5,11	4,31
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	3,91
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,74	4,40	3,60
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,36
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,30	3,96	3,16
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,00
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,00	3,67	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	2,75
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,70	3,45	2,65
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37	2,57
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,63	3,30	2,49
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	2,42

Таблица А3 – Значения критерия Кохрена $G_{кр}$ для номеров опытов, каждый из которых состоит из n параллельных опытов, при заданных значениях коэффициента риска (при $N = \infty$ $G_{кр} = 1$ для всех значений n ; при $n = \infty$ $G_{кр} = 1/N$)

$$\beta = 0,05$$

N	n								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	*	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,82	0,80
3	0,97	0,87	0,80	0,75	0,71	0,68	0,65	0,63	0,62
4	0,91	0,77	0,68	0,63	0,59	0,56	0,54	0,52	0,50
5	0,84	0,68	0,60	0,54	0,51	0,48	0,46	0,44	0,42
6	0,78	0,62	0,53	0,48	0,44	0,42	0,40	0,38	0,37
7	0,73	0,56	0,48	0,43	0,40	0,37	0,35	0,34	0,33
8	0,68	0,52	0,44	0,39	0,36	0,34	0,32	0,30	0,29
9	0,64	0,48	0,40	0,36	0,33	0,31	0,29	0,28	0,27
10	0,60	0,44	0,37	0,33	0,30	0,28	0,27	0,25	0,24
12	0,54	0,39	0,33	0,29	0,26	0,24	0,23	0,22	0,21
15	0,47	0,33	0,28	0,24	0,22	0,20	0,19	0,18	0,17
20	0,39	0,27	0,22	0,19	0,17	0,16	0,15	0,14	0,14

$$\beta = 0,01$$

N	n								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	*	0,99	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,88	0,87
3	0,99	0,94	0,88	0,83	0,79	0,76	0,73	0,71	0,69
4	0,97	0,86	0,78	0,72	0,68	0,64	0,61	0,59	0,57
5	0,93	0,79	0,70	0,63	0,59	0,55	0,53	0,50	0,49
6	0,88	0,72	0,63	0,56	0,52	0,49	0,46	0,44	0,42
7	0,84	0,66	0,57	0,51	0,47	0,43	0,41	0,39	0,38
8	0,79	0,62	0,52	0,46	0,42	0,39	0,37	0,35	0,34
9	0,75	0,57	0,48	0,43	0,39	0,36	0,34	0,32	0,31
10	0,72	0,54	0,45	0,39	0,36	0,33	0,31	0,29	0,28
12	0,65	0,48	0,39	0,34	0,31	0,29	0,27	0,25	0,24
15	0,57	0,41	0,33	0,29	0,26	0,24	0,22	0,21	0,20
20	0,48	0,33	0,27	0,23	0,20	0,19	0,17	0,16	0,16

Таблица А4 – Равномерно распределенные случайные числа

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
10	09	73	25	33	76	52	01	35	86	34	67	35	48	76	80	95	90	91	17	39	29	27	49	49
37	54	20	48	05	64	89	47	42	96	24	80	52	40	37	20	63	61	04	02	00	82	29	16	65
08	42	26	89	53	19	64	50	93	03	23	20	90	25	60	15	95	33	47	64	35	08	03	36	06
99	01	90	25	29	09	37	67	07	15	38	31	13	11	65	88	67	67	43	97	04	43	62	76	59
12	80	79	99	70	80	15	73	61	47	64	03	23	66	53	98	95	11	68	77	12	17	14	68	33
66	06	57	47	17	34	07	27	68	50	36	69	73	61	70	65	81	33	98	85	11	19	92	91	70
31	06	01	08	05	45	57	18	24	06	35	30	34	26	14	86	79	90	74	39	23	40	30	97	32
85	26	97	76	02	02	05	16	56	92	68	66	57	48	18	73	05	38	52	47	18	62	38	85	79
63	57	33	21	35	05	32	54	70	48	90	55	35	75	48	28	46	82	87	09	83	49	12	56	24
73	79	64	57	53	03	52	96	47	78	35	80	83	42	82	60	93	52	03	44	35	27	38	84	35
98	52	01	77	67	14	90	56	86	07	22	10	94	05	58	60	97	09	34	33	50	50	07	37	98
11	80	50	54	31	39	80	82	77	32	50	72	56	82	48	29	40	52	42	01	52	77	56	78	51
83	45	20	96	34	06	28	89	80	83	18	74	67	00	78	18	47	54	06	10	68	71	17	78	17
88	68	54	02	00	86	50	75	84	01	36	76	66	79	51	90	36	47	64	93	29	60	91	10	62
99	59	46	73	48	37	51	76	49	69	91	82	60	89	28	93	78	56	13	68	23	47	83	41	13
65	48	11	76	74	17	46	85	09	50	58	04	77	69	74	73	03	95	71	86	40	21	81	65	44
80	12	43	56	35	17	72	70	70	15	45	31	82	23	74	21	11	57	82	53	14	38	55	37	63
74	35	09	98	17	77	45	27	72	14	43	23	60	02	10	45	52	16	42	37	96	28	60	26	55
69	91	62	68	03	66	25	22	91	48	36	93	68	72	03	76	62	11	39	90	94	40	05	64	18
09	89	32	05	05	14	22	56	85	14	46	42	75	67	88	96	29	77	88	22	54	38	21	45	98
91	49	91	45	23	68	47	92	76	86	46	16	28	35	54	94	75	08	99	23	37	08	92	00	48
80	33	69	45	98	26	94	03	68	58	70	29	73	41	35	53	14	03	33	40	42	05	08	23	41
44	10	48	19	49	85	15	74	79	54	32	97	92	65	75	57	60	04	08	21	22	22	20	54	13
12	55	07	37	42	11	10	00	20	40	12	86	07	46	97	96	64	48	94	39	28	70	72	58	15
63	60	64	93	29	16	50	53	44	84	40	21	95	25	63	43	65	17	70	82	07	20	73	17	90
61	19	69	04	46	26	45	74	77	74	61	92	43	37	29	65	39	45	95	93	42	58	26	05	27
15	47	44	52	66	95	27	07	99	53	59	36	78	38	48	82	39	61	01	18	33	21	15	94	66
94	55	72	85	73	67	89	75	43	87	54	62	24	44	31	91	19	04	25	92	92	92	74	59	73
42	48	11	62	13	97	34	40	87	21	16	86	84	87	67	03	07	11	20	59	25	70	14	66	70
23	52	37	83	18	73	20	88	98	37	68	93	69	14	16	26	25	22	96	63	05	52	28	25	62
04	49	35	24	94	75	24	63	38	24	45	86	25	10	25	61	96	27	93	35	68	73	71	24	72
00	54	99	76	54	64	05	18	81	69	96	11	96	38	96	54	69	28	23	91	23	28	72	95	29
35	96	31	53	07	26	89	30	93	64	33	35	13	54	52	77	97	45	00	24	90	10	33	93	33
59	80	80	83	91	45	42	72	68	42	83	60	94	97	00	13	02	12	48	92	78	56	52	01	06
46	05	88	52	36	01	39	09	22	86	77	28	14	40	77	93	91	08	36	47	70	61	74	29	41
32	17	90	05	97	89	37	92	52	41	05	56	70	70	07	86	74	31	71	57	95	39	41	18	38
69	23	46	14	06	20	11	74	52	04	15	95	66	00	00	18	74	39	24	23	97	11	89	63	38
19	56	54	14	30	01	75	87	53	79	40	41	52	15	85	66	67	43	68	06	84	96	28	52	07
45	15	51	49	38	19	47	60	72	46	43	66	79	45	43	59	04	79	00	33	20	82	66	95	41
94	86	43	19	94	36	16	81	08	51	34	88	88	15	53	01	54	03	54	56	05	51	45	11	76
98	08	62	48	26	45	24	02	84	04	44	99	90	88	96	39	09	47	34	07	35	44	13	18	80
33	18	51	62	32	41	94	15	09	49	89	43	54	85	81	88	69	54	19	94	37	54	87	30	43
80	95	10	04	06	96	38	27	07	74	20	15	12	33	87	25	01	52	52	98	94	62	46	11	71
79	75	24	91	40	71	96	12	82	96	69	86	10	25	91	74	85	22	05	39	00	38	75	95	79
18	63	33	25	37	98	14	50	65	71	31	01	01	46	74	05	45	56	14	27	77	83	89	19	39
74	02	94	39	02	77	55	73	22	70	97	79	01	71	19	52	62	75	80	21	80	81	45	17	48
54	17	84	56	11	80	99	33	71	43	05	33	51	29	69	56	12	71	92	55	36	04	09	53	24
11	66	44	98	83	52	07	98	48	27	59	38	17	15	39	09	97	33	34	40	88	46	12	33	56
48	32	47	79	28	31	24	96	47	10	42	29	53	68	70	32	30	75	75	46	15	02	00	99	94

Таблица А5 – Значения вероятностей Р для критерия χ^2

χ^2	v									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,3173	0,6065	0,8013	0,9098	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982	0,9994	0,9998
2	0,1574	0,3679	0,5724	0,7358	0,8491	0,9197	0,9598	0,9810	0,9915	0,9963
3	0,0833	0,2231	0,3916	0,5578	0,7000	0,8088	0,8850	0,9344	0,9643	0,9814
4	0,0455	0,1353	0,2615	0,4060	0,5494	0,6767	0,7798	0,8571	0,9114	0,9473
5	0,0254	0,0821	0,1718	0,2873	0,4159	0,5438	0,6600	0,7576	0,8343	0,8912
6	0,0143	0,0498	0,1116	0,1991	0,3062	0,4232	0,5398	0,6472	0,7399	0,8153
7	0,0081	0,0302	0,0719	0,1359	0,2206	0,3208	0,4289	0,5366	0,6371	0,7254
8	0,0047	0,0183	0,0460	0,0916	0,1562	0,2381	0,3226	0,4335	0,5341	0,6288
9	0,0027	0,0111	0,0293	0,0611	0,1091	0,1736	0,2527	0,3423	0,4373	0,5321
10	0,0016	0,0067	0,0186	0,0404	0,0752	0,1248	0,1886	0,2650	0,3505	0,4405
11	0,0009	0,0041	0,0117	0,0266	0,0514	0,0884	0,1386	0,2017	0,2757	0,3575
12	0,0005	0,0025	0,0074	0,0174	0,0348	0,0620	0,1006	0,1512	0,2133	0,2851
13	0,0003	0,0015	0,0046	0,0113	0,0234	0,0430	0,0721	0,1119	0,1626	0,2237
14	0,0002	0,0009	0,0029	0,0073	0,0156	0,0296	0,0512	0,0818	0,1223	0,1730
15	0,0001	0,0006	0,0018	0,0047	0,0104	0,0203	0,0360	0,0591	0,0909	0,1321
16	0,0001	0,0003	0,0011	0,0030	0,0068	0,0138	0,0251	0,0424	0,0669	0,0996
17	0,0000	0,0002	0,0007	0,0019	0,0045	0,0093	0,0174	0,0301	0,0487	0,0744
18		0,0001	0,0004	0,0012	0,0029	0,0062	0,0120	0,0212	0,0352	0,0550
19		0,0001	0,0003	0,0008	0,0019	0,0042	0,0082	0,0149	0,0252	0,0403
20		0,0000	0,0002	0,0005	0,0013	0,0028	0,0056	0,0103	0,0179	0,0293
21			0,0001	0,0003	0,0008	0,0018	0,0038	0,0071	0,0126	0,0211
22			0,0001	0,0002	0,0005	0,0012	0,0025	0,0049	0,0089	0,0151
23			0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0017	0,0034	0,0062	0,0107
24				0,0001	0,0002	0,0005	0,0011	0,0023	0,0043	0,0076
25				0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0030	0,0053
26				0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0010	0,0020	0,0037
27					0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0014	0,0026
28						0,0001	0,0001	0,0003	0,0010	0,0018
29						0,0001	0,0001	0,0003	0,0006	0,0012
30						0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0009

Продолжение таблицы А5

χ^2	v									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9985	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0,9907	0,9955	0,9979	0,9991	0,9996	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
4	0,9699	0,9834	0,9912	0,9955	0,9977	0,9989	0,9995	0,9998	0,9999	1,0000
5	0,9312	0,9580	0,9752	0,9858	0,9921	0,9958	0,9978	0,9989	0,9994	0,9997
6	0,8734	0,9161	0,9462	0,9665	0,9797	0,9981	0,9932	0,9962	0,9979	0,9989
7	0,7991	0,8576	0,9022	0,9347	0,9576	0,9733	0,9835	0,9901	0,9942	0,9967
8	0,7133	0,7851	0,8436	0,8893	0,9238	0,9489	0,9665	0,9786	0,9867	0,9919
9	0,6219	0,7029	0,7729	0,8311	0,8775	0,9134	0,9403	0,9597	0,9735	0,9829
10	0,5304	0,6160	0,6939	0,7622	0,8197	0,8666	0,9036	0,9319	0,9539	0,9682
11	0,4433	0,5289	0,6108	0,6860	0,7526	0,8095	0,8566	0,8944	0,9238	0,9462
12	0,3626	0,4457	0,5276	0,6063	0,6790	0,7440	0,8001	0,8472	0,8856	0,9161
13	0,2933	0,3690	0,4478	0,5265	0,6023	0,6728	0,7362	0,7916	0,8386	0,8774
14	0,2330	0,3007	0,3738	0,4497	0,5255	0,5987	0,6671	0,7291	0,7837	0,8305
15	0,1825	0,2414	0,3074	0,3782	0,4514	0,5246	0,5955	0,6620	0,7226	0,7764
16	0,1411	0,1912	0,2491	0,3134	0,3821	0,4530	0,5238	0,5925	0,6573	0,7166
17	0,1079	0,1496	0,1993	0,2562	0,3189	0,3956	0,4544	0,5231	0,5899	0,6530
18	0,0816	0,1157	0,1575	0,2068	0,2627	0,3239	0,3888	0,4557	0,5224	0,5874
19	0,0611	0,0885	0,1231	0,1649	0,2137	0,2087	0,3285	0,3918	0,4568	0,5218
20	0,0453	0,0671	0,0952	0,1301	0,1719	0,2202	0,2742	0,3328	0,3946	0,4579
21	0,0334	0,0504	0,0729	0,1016	0,1368	0,1785	0,2263	0,2794	0,3368	0,3971
22	0,0244	0,0375	0,0554	0,0786	0,1078	0,1432	0,1847	0,2320	0,2843	0,3405
23	0,0177	0,0277	0,0417	0,0603	0,0841	0,1137	0,1493	0,1906	0,2373	0,2888
24	0,0127	0,0203	0,0311	0,0458	0,0651	0,0895	0,1194	0,1550	0,1962	0,2424
25	0,0091	0,0148	0,0231	0,0346	0,0499	0,0698	0,0947	0,1249	0,1605	0,2014
26	0,0065	0,0107	0,0170	0,0256	0,0380	0,0540	0,0745	0,0998	0,1302	0,1658
27	0,0046	0,0077	0,0124	0,0193	0,0287	0,0415	0,0581	0,0790	0,1047	0,1353
28	0,0032	0,0055	0,0090	0,0142	0,0216	0,0316	0,0449	0,0621	0,0834	0,1094
29	0,0023	0,0039	0,0065	0,0104	0,0161	0,0239	0,0345	0,0484	0,0660	0,0878
30	0,0016	0,0028	0,0047	0,0076	0,0119	0,0180	0,0263	0,0347	0,0518	0,0699