

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по выполнению практических работ**  
по дисциплине «Дискретная математика»  
для студентов направления подготовки  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**  
направленность (профиль)  
**«Анализ данных и искусственный интеллект»**

## **Введение**

Практические занятия - это целенаправленная форма организации педагогического процесса, направленная на углубление научно-теоретических знаний и овладение определенными методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения тех или иных учебных действий в данной сфере науки.

Практические занятия предназначены для углубленного изучения учебных дисциплин и играют важную роль в выработке у студентов умений и навыков применения полученных знаний для решения практических задач совместно с педагогом. Кроме того, они развивают научное мышление и речь, позволяют проверить знания студентов и выступают как средства оперативной обратной связи.

Цель практических занятий - углублять, расширять, детализировать знания, полученные на лекции, в обобщенной форме и содействовать выработке навыков профессиональной деятельности.

Данные методические указания к практическим занятиям разработаны в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Дискретная математика» для студентов направления подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

## ТЕМА 1. МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ.

Практическое занятие. **Множества и способы их задания.**

### Операции над множествами

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над множествами для решения практических задач.

#### Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения: множество; способы задания множеств; подмножество; множество подмножеств (булеан); универсум; операции над множествами; свойства операций над множествами; круги Эйлера; диаграммы Венна.

#### Практические задания для аудиторной работы

1. С помощью кругов Эйлера показать:

а)  $A \cap B \subset A \cup B$

б)  $A + A = \emptyset$

в)  $(M \setminus N) \cap (N \setminus M) = \emptyset$

г) если  $A \cap B = C$ , то  $C \subset A$  и  $C \subset B$ .

2. Покажите справедливость тождеств:

$$\overline{A \cap B} \cup B = \overline{A} \cup B$$

$$(A \cap B \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) = B \cap C$$

$$\overline{(A \cap \overline{X}) \cup (B \cap \overline{X})} = (\overline{A} \cup X) \cap (\overline{B} \cup X)$$

3. Исходя из отношений принадлежности, докажите справедливость следующих выражений:

$$A \cup (B \setminus A) = A \cup B$$

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

4. Решить с помощью кругов Эйлера.

**А)** При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читает журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журналы А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В и С. Сколько студентов: 1) не читает ни один из журналов; 2) читает в точности два журнала; 3) читает не менее двух журналов?

**В)** Группа студентов проходила производственную практику на предприятиях А и В. Половина студентов проходила практику на А. На обоих предприятиях было 11 студентов, 27 студентов на В. Сколько студентов в группе, если все прошли практику?

#### Задания для самостоятельной работы

1. Задать каждое из данных множеств перечислением элементов:

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x < 3\}$ ;  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } 1 < x < 3\}$ ;  $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ и } -5 < x \leq 2\}$ .  
Изобразить данные множества с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

2. Даны множества:  $A$  – множество равносторонних треугольников;  $B$  – множество равнобедренных треугольников;  $C$  – множество прямоугольных равнобедренных треугольников. Установите отношения, существующие между данными множествами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и изобразите их при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

3. Найти булеан множества  $H = \{x, y, z\}$ . Определить  $|P(H)|$ .

4. Доказать, что если  $A$  есть множество корней уравнения  $x^2 - 7x + 6 = 0$  и  $B = \{1, 6\}$ , то  $A = B$ .

5. Найти  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \oplus B$ ,  $\overline{A}$ ,  $\overline{B}$ , если:

А)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 7, 8\}$ ,  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ;

Б)  $A = [-4; 2]$ ,  $B = [0; +\infty)$ ,  $U = \mathbb{R}$ .

6. Найти  $A \cup B$ ,  $C \cap B$ ,  $(A \cup B) \cap C$ ,  $A \cap B \cap C$ , если  $A$  – множество четных чисел  $x$  ( $3 < x < 10$ );  $B$  – множество натуральных делителей числа 21;  $C$  – множество простых чисел, меньших 12.

7. Доказать равенство  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$  с помощью:

А) диаграмм Эйлера-Венна;

Б) основных свойств операций над множествами.

8. Доказать включение  $(A \cup C) \setminus B \subset (A \setminus B) \cup C$  с помощью:

А) диаграмм Эйлера-Венна;

Б) основных свойств операций над множествами.

9. По определению доказать ассоциативный закон  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ .

### Перечень основной литературы:

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Ла-

боратория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## **Практическое занятие. Бинарные отношения. Операции над отношениями**

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над отношениями для решения практических задач.

### **Теоретическая часть.**

Рассмотреть основные понятия и определения: бинарные отношения; область определения; область значений; частные случаи отношений; формы представления отношений; операции над отношениями; свойства отношений.

### **Практические задания для аудиторной работы**

1. Даны два множества  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$  и  $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$  и определено бинарное отношение  $A = \{(x_1, y_2), (x_2, y_1), (x_2, y_2), (x_4, y_2), (x_4, y_3), (x_5, y_1), (x_5, y_3)\}$ . Для данного отношения  $A$ :

А) записать область определения и область значений;

Б) определить сечения по каждому элементу из  $X$ ;

В) определить сечения по подмножествам  $X' = \{x_1, x_4\}$  и  $X'' = \{x_2, x_3, x_5\}$  множества  $X$ ;

Г) записать матрицу и нарисовать граф;

Д) определить симметричное отношение  $A^{-1}$ .

2. Пусть  $X$  - множество студентов;  $Y$  - множество дисциплин и соотношение  $xAy$ , где  $x \in X$  и  $y \in Y$ , означает «студент  $x$  изучает дисциплину  $y$ ». Дайте сло-

весное описание областей определения и значений, сечений и обратного отношения, полученных в задаче 1.

3. Записать композицию  $C = BA$  отношений  $A = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 3)\}$  и  $B = \{(1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (4, 2), (4, 3)\}$ . Проверить результат с помощью операций над матрицами и графами заданных отношений.

4. Какими общими свойствами обладают бинарные отношения, заданные в некотором множестве людей  $X$  и выражающиеся соотношениями  $(x_i, x_j \in X)$ :

- а) « $x_i$  похож на  $x_j$ »;
- б) « $x_i$  знаком с  $x_j$ »;
- в) « $x_i$  родственник  $x_j$ »;
- г) « $x_i$  сосед  $x_j$ »;
- д) « $x_i$  живет в одном доме с  $x_j$ »;
- е) « $x_i$  весит больше, чем  $x_j$ »;
- ж) « $x_i$  подчинен  $x_j$ ».

По свойствам определить какие из этих отношений являются отношениями эквивалентности, порядка, толерантности.

5. Приведите примеры рефлексивных, антирефлексивных, симметричных, асимметричных, антисимметричных и транзитивных отношений.

6. Пусть отношение  $A$  задано в множестве действительных чисел  $R$ . Тогда на плоскости каждой упорядоченной паре будет соответствовать точка с координатами  $x$  и  $y$ , если  $(x, y) \in A$ . Отношение  $A$  изобразится графиком, представляющим собой подмножество точек плоскости (области, линии или отдельные точки). При этом отношение записывается как  $A = \{(x, y) \in R \times R \mid P(x, y)\}$ , где  $P(x, y)$  — определяющее свойство отношения  $A$ , выражаемое обычно алгебраическими уравнениями и неравенствами.

7. Постройте графики для следующих отношений (в тех случаях, когда график является частью плоскости, эта часть штрихуется):

- а)  $\{(x, y) \in R \times R \mid x=y\}$ ;
- б)  $\{(x, y) \in R \times R \mid y \geq x\}$ ;
- в)  $\{(x, y) \in R \times R \mid y \geq x \text{ и } x \geq 0\}$ ;
- г)  $\{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ;

8. Докажите следующие свойства симметризации и композиции отношений:

- а)  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ;
- б)  $(A \cup B)^{-1} = A^{-1} \cup B^{-1}$ ;
- в)  $(A \cap B)^{-1} = A^{-1} \cap B^{-1}$ ;
- г)  $(A^{-1})^{-1} = A$ .

### Задания для самостоятельной работы

1. Найти декартово произведение множеств  $A \times B$  и  $B \times A$ , если:

А)  $A = \{п, л, м\}$ ,  $B = \{п, л, м\}$ ;

Б)  $A = \{2, 5, 7, 8\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ .

2. Изобразите на координатной плоскости элементы множества  $X \times Y$ :

А)  $X = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ ;

Б)  $X = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ и } -1 \leq x \leq 3\}$ ,  $Y = \{3\}$ ;

В)  $X = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x \leq 3\}$ ,  $Y = [3; 6]$ ;

Г)  $X = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ и } 5 \leq x \leq 7\}$ ,  $Y = [-2; 1]$ .

3. Элементы множества  $K = \{10, 12, 17, 19, 21\}$  и множества  $B = \{2, 3, 4, 9\}$  находятся в отношении  $P = \{(x, y) \mid x \in K, y \in B, \text{ число } x \text{ кратно числу } y\}$ .

1) Перечислите все пары чисел, находящихся в отношении  $P$ .

2) Найдите область определения и область значений отношения  $P$ .

3) Найдите обратное отношение  $P^{-1}$ .

4) Постройте графы отношений  $P$  и  $P^{-1}$ .

5) Постройте графики отношений  $P$  и  $P^{-1}$ .

6) Укажите среди следующих записей верные:  $12P4$ ,  $3P21$ ,  $17P1$ ,  $20P2$ .

4. Отношение  $P = \{(x, y) \mid x \in X, y \in X, y = x - 1\}$  задано на множестве  $X$ . Постройте график данного отношения, если:

А)  $X = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ и } -3 \leq x \leq 4\}$ ;

Б)  $X = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ и } -3 \leq x \leq 4\}$ ;

В)  $X = \mathbb{R}$ .

В каждом из рассмотренных случаев укажите область определения и область значений отношения  $P$ .

5. На множестве  $A = \{10, 20, 30, 40, 90\}$  задано отношение  $P = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x - \text{делитель } y\}$ .

1) Перечислите все пары чисел, находящихся в отношении  $P$ .

2) Постройте граф отношения  $P$ .

3) Найдите дополнение отношения  $P$ .

4) Найдите матрицу  $[P]$  отношения  $P$ .

5) С помощью матрицы  $[P]$  определить, какими свойствами обладает отношение  $P$ .

6. На множестве стран  $A = \{\text{Франция, Испания, Алжир, Египет, Гана}\}$  задано отношение  $P = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x \text{ и } y - \text{африканские страны}\}$ . Какими свойствами обладает данное отношение? Построить его граф.

7. На множестве слов  $A = \{\text{строитель, снеговик, садовый, посадить, снежный, построить, снежок}\}$  задано отношение

$$P = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, \text{ слово } x \text{ имеет тот же корень, что и слово } y\}.$$

Докажите, что данное отношение является отношением эквивалентности. Построить граф отношения  $R$ , записать классы эквивалентности и фактор-множество.

#### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики:учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Практическое занятие. Отображения. Функциональные отношения**

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний об операциях над функциональными отношениями и отображениями для решения практических задач.

#### **Теоретическая часть.**

Рассмотреть основные понятия и определения: функциональное отношение, отображение, типы отображений, операции над отображениями, образы и прообразы, подстановки.

## Практические задания для аудиторной работы

1. На множестве  $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  заданы отношения:

- а)  $\{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (5, 1)\}$ ;
- б)  $\{(2, 1), (3, 4), (4, 4), (5, 3)\}$ ;
- в)  $\{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (4, 3), (5, 1)\}$ ;
- г)  $\{(1, 2), (2, 3), (4, 1), (4, 5), (5, 5)\}$ ;
- д)  $\{(1, 5), (2, 1), (3, 4), (4, 3), (5, 2)\}$ .

Какие из этих отношений являются функциями и какие — отображениями?

2. К какому типу относятся отображения из задачи 1?

3. Какие из приведенных ниже отношений в множестве действительных чисел  $R$  являются функциями?

- а)  $\{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 + 2x + 1\}$ ;
- б)  $\{(x, y) \in R \times R \mid x = y^2\}$ ;
- в)  $\{(x, y) \in R \times R \mid |x| + |y| = 1\}$ ;
- г)  $\{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ и } y > 0\}$ .

4. Какие из отношений  $\{(x, y) \in R \times R \mid P(x, y)\}$ , заданные графиками на рис. 45, являются функциями? Какие из функций взаимно-однозначны?

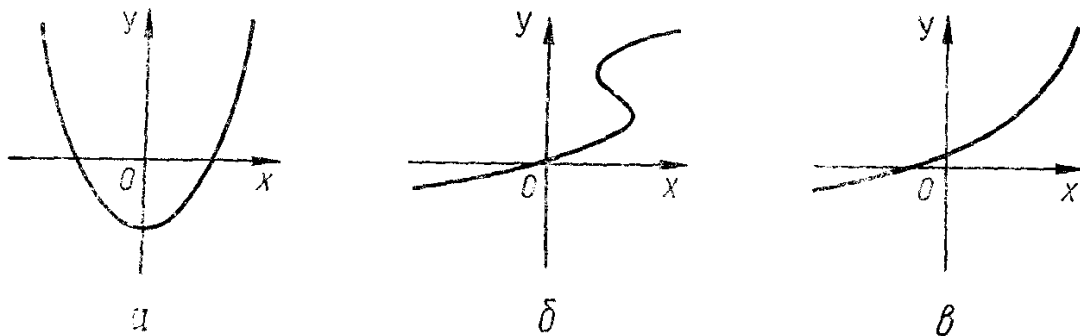


Рис. 45. Графики отношений к задаче 4.

5. Пусть  $X$  — множество столиц стран СНГ и  $Y$  — множество букв русского алфавита. Отображение  $f: X \rightarrow Y$  ставит каждой столице в соответствие первую букву ее названия, так что  $f = \{(\text{Москва}, \text{М}), (\text{Киев}, \text{К}), (\text{Минск}, \text{М}), (\text{Баку}, \text{Б}), (\text{Тбилиси}, \text{Т}), (\text{Ереван}, \text{Е}), (\text{Астана}, \text{А}), (\text{Бишкек}, \text{Б}), (\text{Ташкент}, \text{Т}), (\text{Ашхабад}, \text{А}), (\text{Душанбе}, \text{Д}), (\text{Кишинев}, \text{К})\}$ . Для данного отображения определить:

- а) область значений  $D_3(f)$ ;
- б) образ множества  $X' = \{\text{Москва}, \text{Киев}, \text{Тбилиси}, \text{Кишинев}\} \subset X$ ;
- в) полные прообразы для всех элементов из области значений;
- г) полный прообраз множества  $Y' = \{A, M, T\} \subset D_3(f)$ ;

6. Пусть  $X$  — множество неупорядоченных троек  $(a, b, c)$  натуральных чисел и  $N$  — множество натуральных чисел. Отображение  $f: X \rightarrow N$  ставит в соответствие каждой тройке  $(a, b, c)$  сумму  $a + b + c$ . Записать прообраз для каждого из первых шести натуральных чисел.

7. Показать, что каждая из следующих функции имеет обратную ( $R$  — множество действительных чисел):

- а)  $f: R \rightarrow R$ , где  $f(x) = 2x + 1$ ;
- б)  $\{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2, x \geq 0\}$ ;
- в)  $\{(x, \sqrt{1-x^2}) \mid 0 \leq x \leq 1\}$ ;
- г)  $\left\{ \left( x, \frac{x}{x-1} \right) \mid -2 \leq x \leq 1 \right\}$ .

Найти области определения и значений обратных функций и начертить их графики.

8. Представить в виде композиции функций следующие функции:

- а)  $f(x) = \left( 1 + \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ ;
- б)  $f(x) = (1 - e^{2x})^3$ .

9. Определите множество действительных чисел, на котором функции  $f(x) = x^2 - 1$  и  $g(x) = 2x^2 - x - 3$  равны.

10. Пусть  $A$  — множество жителей нашей страны. Указать, какие из  $f(x)$  можно считать функциями, если они означают:

- а)  $f(x)$  = отец  $x$ ;
- б)  $f(x)$  = сын  $x$ ;
- в)  $f(x)$  = брат  $x$ ;
- г)  $f(x)$  = муж  $x$ .

11. Даны две подстановки пятой степени:  $a = \begin{pmatrix} 12345 \\ 35142 \end{pmatrix}$ ;  $b = \begin{pmatrix} 12345 \\ 45213 \end{pmatrix}$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок  $ab$  и  $ba$ ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

### Задания для самостоятельной работы

1. Между множествами  $X = \{a, б, в, г\}$  и  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$  установлено отношение

$$P = \{(a, 3), (б, 4), (в, 3), (г, 1)\}.$$

- 1) Доказать, что отношение  $P$  является отображением  $X$  в  $Y$ .
- 2) Изобразить данное отображение в виде графа.
- 3) Выяснить, какими свойствами обладает отображение  $P$  (сюръективность, инъективность).
- 4) Найти образ множества  $A = \{a, в\}$  при отображении  $P$ .
- 5) Найти прообраз множества  $B = \{1, 3\}$  при отображении  $P$ .

2. Между множеством  $X$  кругов на плоскости и множеством  $Y$  точек плоскости установлено отношение  $G = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y, \text{ круг } x \text{ имеет центр } y\}$ .

Является ли данное отношение отображением множества  $X$  в множество  $Y$ ?  
Если да, то какими свойствами оно обладает?

3. Даны два множества  $A = \{3, 6, 9\}$  и  $B = \{m, p\}$ .

1) Запишите все элементы множеств  $A \times B$  и  $B \times A$ .

2) Установите взаимно однозначное отображение множества  $A \times B$  на множество  $B \times A$ .

#### **Перечень основной литературы:**

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарти ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### Контрольное занятие по теме 1

**Цель занятия.** Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 1.

#### **Вариант 1**

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

2. Задано бинарное отношение:  $A = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$  на множестве  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ . Определить свойства данного отношения.

3. Дано множество  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$  записать отношение, одновременно обладающее свойствами: рефлексивности и транзитивности

4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок  $ab$  и  $ba$ ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

#### **Вариант 2**

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

2. Задано бинарное отношение:  $B = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}$  на множестве  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ . Определить свойства данного отношения.

3. Дано множество  $X = \{e, k, l, m, n\}$  записать отношение, одновременно обладающее свойствами: рефлексивности и симметричности.

4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- а) определите четность подстановок;
- б) разложите подстановки в циклы;
- в) запишите композиции подстановок  $ab$  и  $ba$ ;
- г) постройте графы подстановок и их композиций.

#### **Вариант 3**

1. Доказать справедливость тождества и пояснить кругами Эйлера

$$(A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap C$$

2. Задано бинарное отношение:  $A = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$  на множестве  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ . Определить свойства данного отношения.

3. Дано множество  $X = \{a, б, в, г, д\}$  записать отношение, одновременно обладающее свойствами: антирефлексивности и транзитивности.

4. Даны две подстановки пятой степени:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

а) определите четность подстановок;

б) разложите подстановки в циклы;

в) запишите композиции подстановок  $ab$  и  $ba$ ;

г) постройте графы подстановок и их композиций.

### Перечень основной литературы:

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### Перечень дополнительной литературы:

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## ТЕМА 2. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

### Практическое занятие. Основные правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний в области комбинаторных вычислений.

#### Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения: правила комбинаторики, основные комбинаторные конфигурации: перестановки, сочетания, размещения.

#### Практические задания для аудиторной работы

##### Комбинаторные формулы

1. Вычислить: 1)  $A_8^5$                       2)  $\frac{A_6^3}{A_5^2}$                       3)  $\frac{A_8^3 + A_7^4}{A_6^3}$
2. Вычислить: 1)  $P_9$                       2)  $\frac{P_8}{P_6}$                       3)  $\frac{P_5 + P_4}{P_3}$
3. Вычислить: 1)  $\frac{A_7^4 - P_5}{A_5^3}$                       2)  $\frac{2P_3 + 3A_4^2}{5P_5 - P_3}$
4. Вычислить: 1)  $C_6^2$                       2)  $C_{11}^4$                       3)  $C_{12}^7$                       4)  $C_{100}^{98}$                       5)  $C_{54}^{51}$
5. Проверить равенство:  $C_{15}^{10} = \frac{A_{15}^5}{P_5}$
6. Решить уравнения:  
1)  $A_{x+1}^2 = 30$                       2)  $C_{x+1}^5 = \frac{3A_x^3}{8}$                       3)  $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$   
4)  $\frac{A_x^4 \cdot P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42$                       5)  $\frac{A_x^5 + A_x^3}{A_x^3} = 43$

##### Правила комбинаторики и комбинаторные соединения

7. Сколько имеется пятизначных чисел, которые делятся на 5? *Ответ: 18 000.*
8. Сколькими способами можно расставить на книжной полке десятитомник произведений Д. Лондона, располагая их:  
а) в произвольном порядке;  
б) так, чтобы I, V и IX тома стояли рядом (в любом порядке)?  
*Ответ: а) 3 628 800; б) 241 920.*
9. Требуется составить расписание отправления поездов на различные дни недели. При этом необходимо, что 3 дня отправлялись по 2 поезда в день, 2

дня – по 1 поезду в день, 2 дня – по 3 поезда в день. Сколько можно составить различных расписаний? *Ответ: 210.*

**10.** Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеется материал 5 различных цветов? *Ответ: 60.*

**11.** Сколько существует различных семизначных телефонных номеров, если:  
а) цифры в номере не повторяются;  
б) цифры в номере могут повторяться?  
*Ответ: а) 604 800; б) 10 000 000.*

**12.** В вазе стоят 9 красных и 7 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из нее:  
а) 3 гвоздики;  
б) 6 гвоздик одного цвета;  
в) 4 красных и 3 розовых гвоздики?  
*Ответ: а) 560; б) 91; в) 4 410.*

**13.** Сколькими способами можно выбрать 4 монеты из четырех пятирублевых монет и четырех двухрублевых монет? *Ответ: 5.*

**14.** В колоде 36 карт, из них 4 туза. Сколькими способами можно сдать 6 карт так, чтобы среди них было 2 туза. *Ответ: 215 760.*

**15.** Пять авторов должны написать учебник из 14 глав. Два автора напишут по 2 главы, два других – по 3 главы и еще один – 4 главы книги. Сколькими способами может быть распределен материал между авторами? *Ответ: 25 225 200.*

### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

**16.** Пять человек вошли в лифт на первом этаже девятиэтажного дома. Сколькими способами пассажиры могут выйти из лифта на нужных этажах? *Ответ: 32 768.*

**17.** Выпускники одной из групп обменялись фотографиями. Сколько было выпускников, если фотографий потребовалось 240? *Ответ: 16.*

**18.** Из города  $A$  в город  $B$  ведут пять дорог, а из города  $B$  в город  $C$  — три дороги. Сколько путей, проходящих через  $B$ , ведут из  $A$  в  $C$ ?

**19.** Из 3 экземпляров учебника алгебры, 7 экземпляров учебника геометрии и 7 экземпляров учебника дискретной математики надо выбрать по одному экземпляру каждого учебника. Сколькими способами это можно сделать?

**20.** В букинистическом магазине лежат 6 экземпляров романа И. С. Тургенева «Рудин», 3 экземпляра его же романа «Дворянское гнездо» и 4 экземпляра

романа «Отцы и дети». Кроме того, есть 5 томов, содержащих романы «Рудин» и «Дворянское гнездо», и 7 томов, содержащих романы «Дворянское гнездо» и «Отцы и дети». Сколькими способами можно сделать покупку, содержащую по одному экземпляру каждого из этих романов?

21. Та же задача, если, кроме того, в магазине есть 3 тома, в которые входят «Рудин» и «Отцы и дети».

22. Пять девушек и трое юношей участвуют в соревнованиях. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

23. У одного студента есть 7 книг по математике, а у другого — 9 книг. Сколькими способами они могут обменять книгу одного на книгу другого?

24. Определите количество 6-сочетаний (перестановок) в алфавите  $\{a, b, c, d\}$ , в которых буква **a** встречается на один раз больше, чем буква **b**.

25. Определите количество 7-сочетаний (перестановок) в алфавите  $\{a, b, c\}$ , в которых буква **a** встречается не менее 3 раз и не больше 6 раз.

### Задания для самостоятельной работы

1. Вычислить: а)  $\frac{A_{10}^6 - A_{10}^5}{A_9^5 - A_9^4}$ ; б)  $\frac{P_6 - P_4}{P_3}$ ; в)  $\frac{C_{20}^3 + C_{15}^3}{C_{20}^4}$ .

2. Решить уравнения:

а)  $5C_x^3 = C_{x+2}^4$ ; б)  $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$ ; в)  $\frac{P_{x+2}}{A_x^n \cdot P_{x-n}} = 132$ ; г)  $C_{2x+3}^{2(x-1)} = 4A_{2(x+1)}^3$ .

3. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} A_x^y = 10A_x^{y-1}, \\ C_x^y = \frac{5}{3}C_x^{y-1}. \end{cases}$$

4. В комнате имеется 7 стульев. Сколькими способами можно разместить на них 7 гостей? 3 гостя? *Ответ: 5 040, 210.*

5. Сколькими способами можно переставить буквы в словах: а) «математика», 2) «абракадабра», чтобы получились всевозможные различные наборы букв? *Ответ: 151 200, 83 160.*

6. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходимо набрать пароль из 4 цифр. Оператор забыл или не знает необходимого кода. Сколько всевозможных комбинаций он может составить для набора пароля: а) если цифры в пароле не повторяются; б) если повторяются?

*Ответ: а) 5 040, б) 10 000*

7. Группа туристов из 12 юношей и 7 девушек выбирает по жребию 5 человек для приготовления ужина. Сколько существует способов выбора, при которых в эту «пятерку» попадут: а) одни девушки; б) 3 юноши и 2 девушки; в) 1 юноша и 4 девушки; г) 5 юношей?

*Ответ: а) 21, б) 4620, в) 420, г) 792.*

8. На вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них четыре пары для танца? *Ответ: 16 216 200.*

9. В магазине имеется 7 видов тортов. Сколькими способами можно составить набор, содержащий 3 торта? А если имеются 3 вида тортов, а нужен набор из 7 тортов? *Ответ: 84, 36.*

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

**Практическое занятие. Бином Ньютона.**  
**Основные тождества с биномиальными коэффициентами.**

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний в области комбинаторных вычислений.

**Теоретическая часть.**

Рассмотреть основные понятия и определения: бином Ньютона, биномиальные коэффициенты и их свойства, формула включений и исключений.

**Практические задания для аудиторной работы**

1. Записать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить его:  $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^8$ .
2. Найти в биномиальном разложении  $(a^2 + b^3)^{13}$  восьмой член. (Ответ:  $1716a^{26}12^5$ )
3. Найти тот член разложения бинома  $\left(z\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt[3]{z}}\right)^n$ , который после упрощения содержит  $z^5$ , если сумма биномиальных коэффициентов этого разложения равна 128. (Ответ:  $35z^5$ )
4. Найти в биномиальном разложении  $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{16}$  член, не содержащий  $x$ . Ответ: 1820
5. Найти средний член разложения бинома  $\left(\frac{a}{x} - x^{\frac{1}{2}}\right)^{16}$ .
6. Определить номер того члена разложения бинома  $\left(\frac{3}{4}\sqrt[3]{a^2} + \frac{2}{3}\sqrt{a}\right)^{12}$ , который содержит  $a^7$ .
7. Найти номер того члена разложения бинома  $\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$ , который содержит  $a$  и  $b$  в одинаковых степенях.
8. Найти 13-й член разложения  $\left(9x - \frac{1}{\sqrt{3x}}\right)^m$ , если биномиальный коэффициент 3-го члена разложения равен 105.

**9.** Решить задачи, используя метод включений и исключений.

А) При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читает журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журналы А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В и С. Сколько студентов: 1) не читает ни один из журналов; 2) читает в точности два журнала; 3) читает не менее двух журналов?

Б) На одной из кафедр университета работают 13 человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Десять человек знают английский, семеро – немецкий, шестеро – французский. Пятеро знают английский и немецкий, четверо – английский и французский, трое – немецкий и французский. Сколько человек: 1) знают все три языка; 2) знают ровно два языка; 3) знают только английский язык?

### **Задания для самостоятельной работы**

1. Записать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить его:  $(4 + \sqrt{15})^8$ .

2. Найти в биномиальном разложении  $(a^2 + 2b^3)^9$  пятый член.

3. Найти тот член разложения бинома  $\left(z\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt[3]{z}}\right)^n$ , который после упрощения содержит  $z^5$ , если сумма биномиальных коэффициентов этого разложения равна 128.

4. Найти в биномиальном разложении  $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{15}$  член, не содержащий  $x$ .

5. В классе 35 учащихся, из них 20 посещают курсы английского языка, а 11 – курсы немецкого, 10 учеников не посещают ни один из выше названных курсов. Сколько учеников посещают оба курса? Сколько учеников посещают только курсы английского языка?

6. Сколько существует перестановок из 7 различных предметов, при которых на своих первоначальных местах окажутся ровно 3 или 5 предметов?

### **Перечень основной литературы:**

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический универ-

ситет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарти ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Контрольное занятие по теме 2**

**Цель занятия.** Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 2.

#### **Вариант 1**

1. На железнодорожной станции имеется 5 путей. Сколькими способами можно расставить на них 3 состава?

2. Во многих странах водительское удостоверение имеет шифр, состоящий из 6 цифр. Сколько существует всех возможных номеров удостоверений, если:

- а) цифры в шифре не повторяются
- б) повторяются.

3. Найти член разложения  $(\sqrt{a} + b)^9$ , содержащий  $a^3$ .

4. Найти член разложения  $(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[5]{x^2})^{12}$ , содержащий  $x^{\frac{20}{3}}$ .

5. Решить уравнение  $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$

### Вариант 2

1. Девять запечатанных пакетов с предложениями цены на аренду участков для бурения нефтяных скважин поступили утром в специальное агентство утренней почтой. Сколько существует различных способов очередности вскрытия конвертов с предложениями цены?

2. Четыре автора должны написать книгу из 17 глав, причем первый и третий должны написать по 5 глав, второй- 4, а четвертый- 3 главы книги. Сколькими способами можно распределить главы между авторами?

3. Найти член разложения  $(\sqrt{a} + \sqrt[4]{a})^{20}$ , содержащий  $a^7$ .

4. Найти член разложения  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ , не содержащий  $a$ .

5. Решить уравнение  $\frac{A_{x+1}^{n+1} \cdot P_{x-n}}{P_{x-1}} = 90$

### Вариант 3

1. Сколькими способами можно из 20 человек назначить:

- а) двух дежурных с одинаковыми обязанностями;
- б) двух дежурных, из которых один старший?

2. Сколькими способами можно упаковать 9 различных книг в трех бандеролях соответственно по две, три, по четыре книги в каждой бандероли?

3. Найти член разложения  $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{b} + \frac{b}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$ , содержащий  $x^{-1}$ .

4. Найти член разложения  $\left(\sqrt[9]{\frac{1}{z^8}} + \sqrt[3]{z^2}\right)^7$ , не содержащий  $z$ .

5. Решить уравнение  $12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2$

### Перечень основной литературы:

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в

кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### ТЕМА 3. ТЕОРИЯ ГРАФОВ

#### Практическое занятие. Основные понятия и задачи теории графов

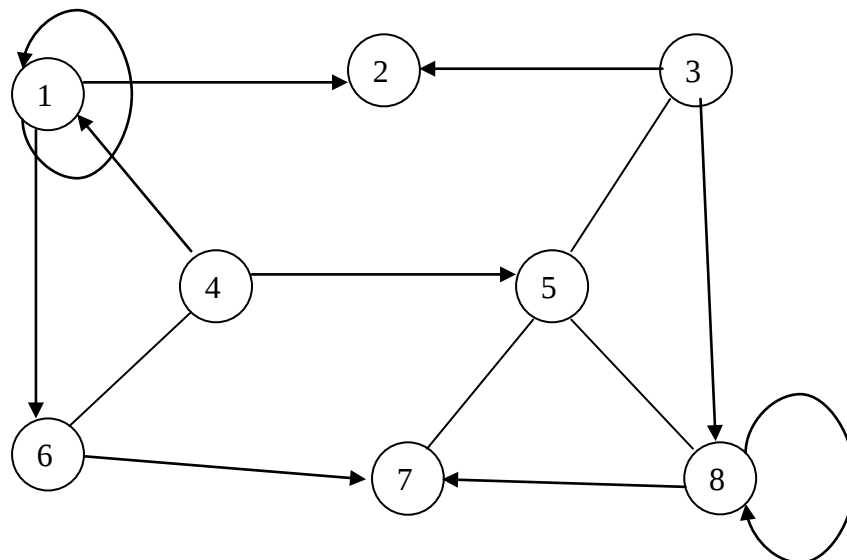
**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах представления графа для решения практических задач.

#### Теоретическая часть.

Рассмотреть основные определения теории графов: граф, смежные вершины, инцидентные вершина и ребро, петля, кратные ребра, простой граф, мультиграф, эйлеров цикл, полуэйлеров граф, гамильтонов граф, маршрут, цепь, путь, диаметр, центр, радиус графа, способы представления графа.

#### Практические задания для аудиторной работы

1. Задан граф:



Построить все способы представления графов

2. Задан граф:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 |   |   |   |   |   |   |   |
|   | 0 | 4 | 5 |   |   |   |   |   |
|   |   | 0 |   |   | 6 |   |   |   |
| 2 |   |   | 0 | 4 |   |   |   |   |
|   | 3 | 2 |   | 0 | 4 |   |   |   |
|   |   |   |   |   | 0 |   | 5 | 5 |
|   |   |   | 1 | 3 |   | 0 |   |   |
|   |   |   |   | 2 |   | 4 | 0 |   |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

|  |  |  |  |  |  |  |   |   |
|--|--|--|--|--|--|--|---|---|
|  |  |  |  |  |  |  | 1 | 0 |
|--|--|--|--|--|--|--|---|---|

Построить остальные виды описаний графа.

3. Построить эйлеров цикл

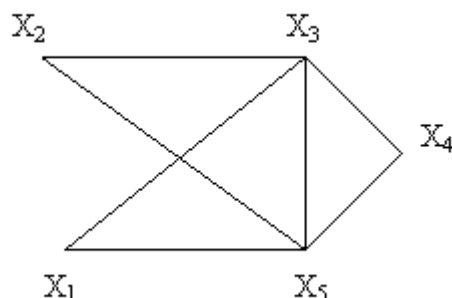
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 |   | 1 |   |   |   |   |   |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |   |   |   |   |
|   | 1 | 0 |   |   | 1 |   |   |   |
| 1 | 1 |   | 0 | 1 |   | 1 |   |   |
|   | 1 |   | 1 | 0 | 1 |   | 1 |   |
|   |   | 1 |   | 1 | 0 |   | 1 | 1 |
|   |   |   | 1 |   |   | 0 | 1 |   |
|   |   |   |   | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
|   |   |   |   |   | 1 |   | 1 | 0 |

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

4. Начиная с вершины 2 постройте эйлеров цикл.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

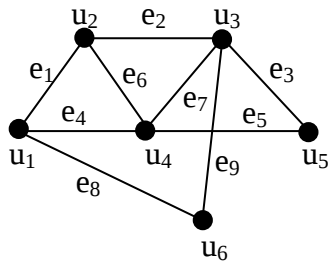
5. Определить цикломатическое число графа.



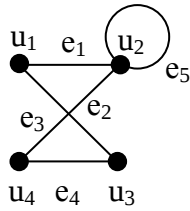
### Задания для самостоятельной работы

1. Построить граф для решения задачи. Перевозчику (П) нужно переправить через реку волка (В), козу (К) и мешок с капустой (М). Лодка так мала, что кроме перевозчика может взять только один из этих объектов. Кроме того,

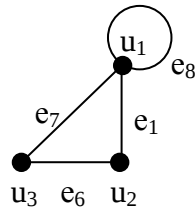
капусту нельзя оставлять вместе с козой, а козу с волком. Как можно осуществить переправу?



2. Найти сумму степеней всех вершин для графа  $G$ . Построить матрицы смежности и инцидентности.



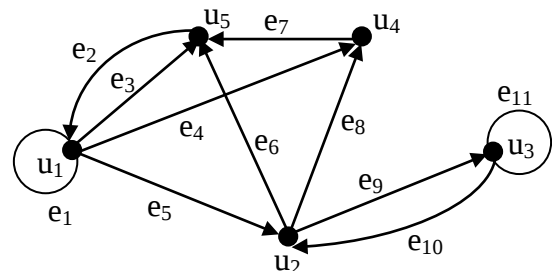
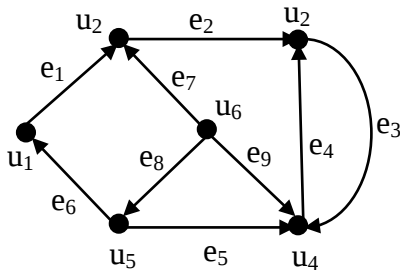
граф  $G_1$



граф  $G_2$

3. Даны графы  $G_1$  и  $G_2$ . Найти  $G_1 \cup G_2$ ,  $G_1 \cap G_2$ ,  $G_1 \oplus G_2$ . Для графа  $G_1 \cup G_2$  найти матрицы смежности и инцидентности.

4. Для данных орграфов составить матрицы смежности и инцидентности.



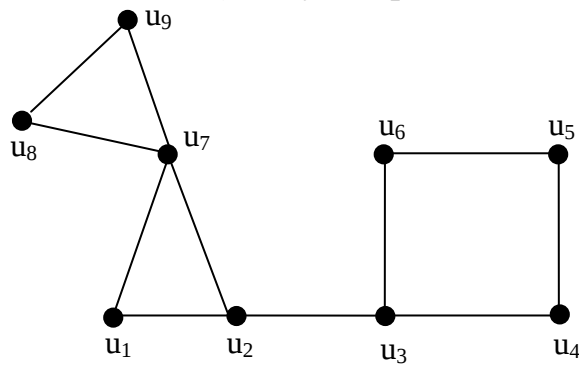
5. Дана матрица 
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
. Построить орграф, для которого данная матрица является матрицей смежности. Найти его матрицу инцидентности.

6. По заданной матрице инцидентности построить граф (орграф):

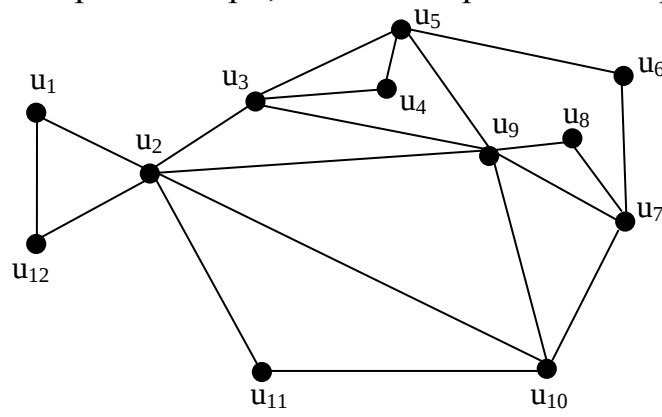
a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

б) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Выяснить, является ли изображенный граф  $G$ :
- эйлеровым;
  - полуэйлеровым?



8. Используя алгоритм Флери, найти эйлеров цикл в графе, изображенном на рисунке.



9. Приведите пример:
- эйлерова графа, не являющегося гамильтоновым;
  - гамильтонова графа, не являющегося эйлеровым.

### Перечень основной литературы:

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### Перечень дополнительной литературы:

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>
2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2
3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### Практическое занятие. Связность графа

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения связности графа для решения практических задач.

#### Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и определения: связности вершин, метод поиска в глубину, метод поиска в ширину, метод построения дерева путей, построение минимального покрывающего дерева.

### Практические задания

1. Определить связность заданной начальной вершины S с остальными вершинами графа методами:
  - поиска в глубину;
  - поиска в ширину;
  - построения дерева путей.

|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1  |   | 1 |   |   | 1 |   |   | 1 |   |    |    |    |
| 2  | 1 |   |   |   | 1 |   |   |   |   |    |    |    |
| 3  |   | 1 |   |   |   | 1 |   |   |   |    |    |    |
| 4  |   |   | 1 |   |   |   |   |   |   | 1  |    |    |
| 5  | 1 |   |   |   |   |   |   | 1 |   |    |    |    |
| 6  |   |   |   |   | 1 |   |   |   | 1 |    |    |    |
| 7  |   |   |   |   |   | 1 |   |   |   | 1  |    |    |
| 8  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    | 1  |
| 9  |   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   |    |    | 1  |
| 10 |   |   |   | 1 |   |   | 1 |   |   |    |    |    |
| 11 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |    |    |
| 12 |   |   |   |   | 1 |   |   |   | 1 |    |    |    |

Задание 1: S=1

Задание 2:  $S=4$

Задание 3:  $S=11$

Задание 4. Построить минимальное покрывающее дерево для графа.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 | 1 | 4 | 6 | 3 | 7 | 6 | 8 |
|   | 0 | 4 | 5 | 4 | 6 | 3 | 7 | 5 |
|   |   | 0 | 2 | 3 | 6 | 5 | 8 | 6 |
|   |   |   | 0 | 4 | 2 | 4 | 5 | 7 |
|   |   |   |   | 0 | 4 | 3 | 6 | 6 |
|   |   |   |   |   | 0 | 1 | 5 | 5 |
|   |   |   |   |   |   | 0 | 4 | 5 |
|   |   |   |   |   |   |   | 0 | 3 |
|   |   |   |   |   |   |   |   | 0 |

1      2      3

4      5      6

7      8      9

Задание 5. Построить минимальное покрывающее дерево для графа.

|    |               |                    |           |                |               |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
|----|---------------|--------------------|-----------|----------------|---------------|---------------|-------------|-----------|------------|---------------|------------------|-----------------|----------------|--------------------|
| 1  | 1. Ставрополь |                    |           |                |               |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 2  | 99            | 2. Александровское |           |                |               |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 3  | 262           | 309                | 3. Арзгир |                |               |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 4  | 145           | 75                 | 87        | 4. Благодарный |               |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 5  | 290           | 106                | 74        | 74             | 5. Буденновск |               |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 6  | 209           | 98                 | 185       | 185            | 111           | 6. Георгиевск |             |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 7  | 34            | 81                 | 228       | 111            | 185           | 236           | 7. Грачевка |           |            |               |                  |                 |                |                    |
| 8  | 167           | 214                | 95        | 164            | 169           | 280           | 133         | 8. Дивное |            |               |                  |                 |                |                    |
| 9  | 55            | 154                | 317       | 200            | 345           | 264           | 89          | 222       | 9. Донское |               |                  |                 |                |                    |
| 10 | 206           | 95                 | 257       | 170            | 166           | 73            | 176         | 309       | 261        | 10. Ессентуки |                  |                 |                |                    |
| 11 | 187           | 76                 | 215       | 223            | 149           | 54            | 157         | 290       | 242        | 24            | 11. Железноводск |                 |                |                    |
| 12 | 241           | 130                | 135       | 135            | 61            | 50            | 211         | 225       | 296        | 105           | 88               | 12. Зеленокумск |                |                    |
| 13 | 56            | 129                | 318       | 201            | 275           | 227           | 90          | 223       | 23         | 250           | 243              | 382             | 13. Изобильный |                    |
| 14 | 124           | 171                | 138       | 121            | 195           | 306           | 90          | 43        | 179        | 219           | 247              | 301             | 180            | 14. Ипатово        |
| 15 | 231           | 120                | 259       | 267            | 193           | 82            | 201         | 334       | 286        | 42            | 56               | 132             | 287            | 291 15. Кисловодск |

### Перечень основной литературы:

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### Перечень дополнительной литературы:

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>
2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2
3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### Практическое занятие. Определение кратчайших маршрутов на графах сетей

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения кратчайших путей в графе для решения практических задач.

#### Теоретическая часть.

Рассмотреть основные понятия и сущность методов: кратчайший путь, метод Форда-Беллмана, метод Дейкстры.

#### Практические задания

1. Определить кратчайшие пути между заданными вершинами S и T для графа методами
  - Форда-Беллмана;
  - Дейкстры.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 |   | 2 |   |   |   |   |   |
|   | 0 | 4 | 5 |   |   |   |   |   |
|   |   | 0 |   | 2 | 6 |   |   |   |
| 2 |   |   | 0 | 4 |   | 1 |   |   |
|   | 3 | 2 |   | 0 | 4 |   |   |   |
|   |   |   |   |   | 0 |   | 5 | 5 |
|   |   |   | 1 | 3 |   | 0 | 4 |   |
|   |   |   |   | 2 |   | 4 | 0 | 1 |
|   |   |   |   |   |   |   | 1 | 0 |

1      2      3  
  
4      5      6  
  
7      8      9

Задание 1: S = 1; T = 9.

Задание 2: S = 9; T = 1.

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Практическое занятие. Определение максимального потока в сети**

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о способах определения максимального потока в графе для решения практических задач.

#### **Теоретическая часть.**

Рассмотреть основные понятия: поток в графе, в дуге; дивергенция потока в вершине, в разрезе; определение пока в графе; теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе; алгоритм наращивания потока.

## Практические задания

**1. Определить максимальный поток между заданными вершинами S=1 и T=9 для графа**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 |   |   |   |   |   |   |   |
|   | 0 | 4 | 5 |   |   |   |   |   |
|   |   | 0 |   |   | 6 |   |   |   |
| 2 |   |   | 0 | 4 |   |   |   |   |
|   | 3 | 2 |   | 0 | 4 |   |   |   |
|   |   |   |   |   | 0 |   | 5 | 5 |
|   |   |   | 1 | 3 |   | 0 |   |   |
|   |   |   |   | 2 |   | 4 | 0 |   |
|   |   |   |   |   |   |   | 1 | 0 |

1            2            3

4            5            6

7            8            9

Величина пропускной способности для всех дуг одинакова и равняется  $c_{ij}=9$

**2. Определить максимальный поток между заданными вершинами S=1 и T=8 для графа**

|   |    |    |   |    |    |   |    |
|---|----|----|---|----|----|---|----|
| 0 |    | 11 |   |    |    |   |    |
| 1 | 0  |    |   | 13 |    |   |    |
|   | 12 | 0  |   |    |    |   |    |
|   | 2  |    | 0 |    | 10 |   |    |
|   |    | 1  | 5 | 0  |    | 8 |    |
|   |    |    | 7 | 1  | 0  | 3 |    |
|   |    |    |   |    |    | 0 | 11 |
|   |    |    |   |    | 1  |   | 0  |

2                      4                      6

1 8

3            5            7

Величина пропускной способности для всех дуг одинакова и равняется  $c_{ij}=16$

### Перечень основной литературы:

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран

10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Практическое занятие. Алгоритмы раскраски графов**

**Цель занятия.** Получить практические навыки и умения в использовании теоретических знаний о алгоритмах раскраски графов для решения практических задач.

#### **Теоретическая часть.**

Рассмотреть основные понятия и определения: правильная раскраска графов; хроматическое число графа; определение хроматического числа графа; 1-хроматичность; 2-хроматичность; независимое множество вершин; максимальное независимое множество вершин.

#### **Практические задания**

Дан граф.

Задание 1. Раскрасить граф с использованием независимых множеств вершин.

Задание 2. Раскрасить граф с учетом степени вершин.

Задание 3. Определить хроматическое число графа.

|    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  |   | 1 |   |   | 1 |   |   | 1 |   |    | 1  |    |    |    |    |    |    |
| 2  | 1 |   | 1 |   | 1 |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 3  |   | 1 |   | 1 | 1 | 1 |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 4  |   |   | 1 |   |   | 1 | 1 |   |   | 1  |    |    |    |    |    |    |    |
| 5  | 1 | 1 | 1 |   |   | 1 |   | 1 | 1 |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 6  |   |   | 1 | 1 | 1 |   | 1 |   | 1 | 1  |    |    |    |    |    |    |    |
| 7  |   |   |   | 1 |   | 1 |   |   |   | 1  |    |    |    | 1  |    |    |    |
| 8  | 1 |   |   |   | 1 |   |   |   | 1 |    | 1  | 1  |    |    | 1  |    |    |
| 9  |   |   |   |   | 1 | 1 |   | 1 |   |    |    | 1  | 1  |    |    | 1  |    |
| 10 |   |   |   | 1 |   | 1 | 1 |   |   |    |    |    | 1  | 1  |    |    | 1  |
| 11 | 1 |   |   |   |   |   |   | 1 |   |    |    | 1  |    |    | 1  |    |    |
| 12 |   |   |   |   | 1 |   |   | 1 | 1 |    | 1  |    | 1  |    | 1  | 1  |    |
| 13 |   |   |   |   |   | 1 |   |   | 1 | 1  |    | 1  |    |    |    | 1  | 1  |
| 14 |   |   |   |   |   |   | 1 |   |   | 1  |    |    |    |    |    |    | 1  |
| 15 |   |   |   |   |   |   |   | 1 |   |    | 1  | 1  |    |    |    | 1  |    |
| 16 |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 |    |    | 1  | 1  |    | 1  |    | 1  |
| 17 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1  |    |    | 1  | 1  |    | 1  |    |

### Перечень основной литературы:

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### Перечень дополнительной литературы:

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Контрольное занятие по теме 3**

**Цель занятия.** Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 3.

Граф задан матрицей смежности и задана начальная вершина  $v_0$ . Требуется:

1. Построить геометрическое изображение графа.
2. Найти матрицу инцидентности заданного графа.
3. Записать списочное представление графа.
4. Методами поиска в глубину и в ширину найти все вершины, с которыми связана начальная вершина  $v_0$ .
5. Получить результаты обхода графа методом поиска в глубину на компьютере.

**Вариант 1**    а)  $v_0 = 2$ ;    б)  $v_0 = 3$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2                | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 3                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 5                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 6                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7                | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

**Вариант 2**    а)  $v_0 = 4$ ;    б)  $v_0 = 6$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2                | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3                | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

**Вариант 3** а)  $v_0 = 5$ ; б)  $v_0 = 7$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 2                | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 3                | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5                | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |

**Вариант 4** а)  $v_0 = 4$ ; б)  $v_0 = 6$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2                | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3                | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 4                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

**Вариант 5** а)  $v_0 = 2$ ; б)  $v_0 = 4$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2                | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 4                | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5                | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 6                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Вариант 6** а)  $v_0 = 1$ ; б)  $v_0 = 5$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2                | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3                | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 4                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 6                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Вариант 7** а)  $v_0 = 3$ ; б)  $v_0 = 5$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4                | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Вариант 8**    а)  $v_0 = 5$ ;            б)  $v_0 = 7$

| Номера<br>вершин | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| 1                | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2                | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3                | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4                | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5                | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6                | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 7                | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## ТЕМА 4. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

### Практическое занятие. Способы задания логических функций

**Цель занятия.** Рассмотреть основные способы задания логических функций, основные функции одной и двух переменных.

#### Практические задания

1. Представить различными способами логическую функцию трёх переменных которая принимает значение 1 на тех наборах, в которых число 1 равно 2, значение 0 на тех наборах, в которых число 0 равно 2, на остальных наборах значение функции не определено.

2. Представить различными способами логическую функцию, описывающую работу схемы, которая запрещает поступление на вход системы управления тетрад двоично-десятичного кода, у которых количество единиц в тетрадах больше двух.

#### *Формализация словесного задания*

3. В моменты поступления тетрад на выходе схемы должен формироваться сигнал равный 1, который запрещает прохождение этой тетрады на вход системы управления в случаях, если в тетраде содержится количество единиц больше двух или равно двум, во всех остальных случаях – выходной сигнал должен быть равен 0.

4. Функции представлены в числовой форме:

$$f_1(x, y, z) = \sum_0(3,5,7)$$

$$f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,4,6,9,11,14,15) + \sum_\delta(3,5,10,13)$$

Представить остальными способами.

#### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран

10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

#### **Практическое занятие. Преобразование логических функций**

**Цель занятия.** Рассмотреть основные понятия и определения: ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ

#### **Практические задания**

Преобразовать двумя способами:

- 1) с помощью тождественных преобразований (используя законы и аксиомы алгебры логики);
- 2) с помощью таблиц истинности.

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (\overline{x} \rightarrow y)yz \rightarrow (\overline{xy} \vee z)$$

2. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee \overline{y} \vee \overline{xy}) \rightarrow (\overline{x \rightarrow x}) \vee y\overline{z}$$

3. Преобразовать логическую функцию в СДНФ, СКНФ

$$f(x, y, z) = (\overline{xy} \rightarrow \overline{x}) \wedge (\overline{xy} \rightarrow \overline{y}) \wedge \overline{z}$$

#### **Перечень основной литературы:**

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Ми-

нистерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарти ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## **Практическое занятие. Минимизация логических функций методом Квайна**

**Цель занятия.** Рассмотреть порядок минимизации логических функций методом Квайна

### **Практические задания**

Минимизировать методом Квайна

1.  $f_1(x, y, z) = \sum_0(3,5,6,7)$

2.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,3,4,6,7,11,14,15) + \sum_{\delta}(12,13)$

3.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(0,1,3,5,9,10,11,12,21,23,24,29,31)$

4.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,4,6,9,11,14,15) + \sum_{\delta}(3,5,10,13)$

**Этапы минимизации логической функции:**

1. Представление логической формулы в виде СКНФ или СДНФ.
2. Получение сокращенной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы.
3. Нахождение всех возможных тупиковых дизъюнктивных (конъюнктивных) нормальных форм.
4. Выбор из полученных тупиковых форм минимальной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы.

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики:учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## Практическое занятие. Минимизация логических функций методом карт Карно

**Цель занятия.** Рассмотреть порядок минимизации логических функций методом карт Карно

1. Применение карт Карно для минимизации ЛФ.
2. Минимизация НОФ.
3. Минимизация совокупности функций.

### Практические задания

Минимизировать с помощью карт Карно.

1.

| $x$ | $y$ | $z$ | $f$ |
|-----|-----|-----|-----|
| 0   | 0   | 0   | 1   |
| 0   | 0   | 1   | 1   |
| 0   | 1   | 0   | 0   |
| 0   | 1   | 1   | 0   |
| 1   | 0   | 0   | 1   |
| 1   | 0   | 1   | 0   |
| 1   | 1   | 0   | 1   |
| 1   | 1   | 1   | 0   |

2.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,4,6,7,11,14,15)$

3.  $f(x, y, z, v) = \sum_\delta(1,5,6,7,8,9,10,11,14,15)$

4.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,3,4,6,7,11,14,15) + \sum_\delta(12,13)$

5.  $f(x, y, z, v) = \sum_0(1,2,4,6,9,11,14) + \sum_\delta(3,5,10,13)$

6.  $f(x, y, z, v, w) = \sum_0(0,3,4,6,7,10,15,19,22,23,25,26,27,28,30,31)$

7.  $f_1(x, y, z) = \sum_0(3,5,7)$

$f_2(x, y, z) = \sum_0(0,3,5,7)$

$f_3(x, y, z) = \sum_0(2,3,5,7,6)$

$f_4(x, y, z) = \sum_0(1,3,5,7)$

### **Перечень основной литературы:**

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики:учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### **Практическое занятие. Построение комбинационных схем ПФ**

**Цель занятия.** Рассмотреть порядок синтеза комбинационных схем.

### **Практические задания**

Построить комбинационные схемы ПФ.

## 7. Проверка правильности работы схема.

Формализация словесного задания сводится к выяснению наборов переменных, на которых функция равна 1 или 0.

После этого стандартным способом записывается таблица истинности. В том случае, если функция на некоторых наборах не определена, то процесс ее доопределения решается в процессе минимизации функции, как это рассматривалось ранее. Выполнение операций третьего этапа основано на использовании правил составления СДНФ и СКНФ.

Обоснование выбора ФП логических элементов определяется наличием элементов. Первоначально следует реализовать ЛФ в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Даже проводится минимизация одним из рассмотренных методов.

Построение КС по заданной ЛФ включает в себя выполнение всех логических операций, указанных в выражении функции.

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### Контрольное занятие по теме 4

**Цель занятия.** Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 4.

#### **Вариант 1**

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = \overline{(x + y)}yz \rightarrow (xy + z)$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_0 (0, 1, 2, 5, 7, 8, 11, 12, 15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_0 (0, 1, 2, 5, 7, 8, 11, 12, 15) + \sum_\delta (3, 4)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций

$$\{x \vee y, x(y \oplus z) \oplus (y|z)\}$$

#### **Вариант 2**

1. Преобразовать логическую функцию в СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee \bar{y} \vee xy) \rightarrow \overline{(x \rightarrow x)} \vee y\bar{z}$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \prod_0 (0, 1, 2, 5, 6, 11, 13)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \prod_0 (0, 1, 2, 5, 6, 11, 13) + \prod_\delta (14, 15)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций

$$\{x, xy \vee z(x \oplus y)\}$$

#### **Вариант 3**

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = \overline{(xy \rightarrow x)} \wedge \overline{(xy \rightarrow y)} \wedge \bar{z}$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_0 (2, 3, 4, 5, 11, 13, 14, 15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (2, 3, 4, 5, 11, 13, 14, 15) + \sum_\delta (0, 1)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций  
 $\{x \approx y, (x \rightarrow y)(y \rightarrow x) \oplus z\}$

#### Вариант 4

1. Преобразовать логическую функцию в СКНФ

$$f(x, y, z) = (x \vee zy) \wedge (y \rightarrow \overline{xz})$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \prod_o (1, 3, 4, 5, 11, 12, 14)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \prod_o (1, 3, 4, 5, 11, 12, 14) + \prod_\delta (6, 7)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций  
 $\{x \rightarrow y, x(y|z)\}$

#### Вариант 5

1. Преобразовать логическую функцию в СДНФ

$$f(x, y, z) = (\overline{xz} \vee y) \rightarrow (y \vee \overline{xz})$$

2. Минимизировать ЛФ методом Квайна

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 15)$$

3. Построить комбинационную схему логической функции

$$f(x, y, z, v) = \sum_o (0, 1, 2, 5, 7, 8, 11, 12, 15) + \sum_\delta (3, 4)$$

Минимизацию провести методом карт Карно.

4. Выяснить полна ли система функций  
 $\{x \approx y, (x \rightarrow (y \vee z)) \oplus 1\}$

#### Перечень основной литературы:

1. Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в

кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## ТЕМА 5. КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ

### Практическое занятие. Способы задания конечных автоматов

**Цель занятия:** закрепить основные понятия теории конечных автоматов, изучить различные способы их задания (табличный, графический, аналитический); научиться переходить от одного способа задания к другому; приобрести первичные навыки установления эквивалентности состояний автомата, а также установления эквивалентности и изоморфизма двух автоматов склеиванием эквивалентных состояний.

#### Практические задания

1. Накопительный счетчик, на вход которого подаются двоичные цифры 0 и 1, подсчитывает по модулю 3 общее число поступивших на вход единиц.
  - а) Перечислить входной и выходной алфавиты такого автомата, а также определить множество состояний.
  - б) Записать таблицу переходов соответствующего конечного автомата.
  - в) Построить граф автомата.
  - г) Определить тип автомата (полный, частичный, Мили, Мура, комбинационная схема).
  - д) Записать матрицу соединения автомата.

#### 2. Автомат задан таблицей переходов

| A \ Q | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|---|---|---|---|
| 0     | 3 | 2 | 1 | 3 |
| 1     | 3 | 2 | 1 | 3 |
| 2     | 3 | 2 | 2 | 3 |
| 3     | 3 | 0 | 0 | 1 |

- а) Перечислить входной и выходной алфавит, а также определить множество состояний.
  - б) Построить граф автомата и определить тип этого автомата.
  - в) Записать матрицу соединения автомата.
3. Русский текст, составленный из 32 букв алфавита и пробелом между словами, анализируется с целью подсчета слов, начинающихся с буквы **а** и оканчивающихся на **ия** (например, ария, анатомия). Все буквы, кроме **а**, **и**, **я**, обозначим через  $\alpha$ , а пробел – через  $\beta$ . Входной алфавит  $A$ , выходной алфавит  $V$  и множество состояний  $Q$  определяются следующим образом:  $A=\{a, и, я, \alpha, \beta\}$ ;  $V=\{\text{считать, не считать}\}$ ;  $Q=\{\text{новое слово, появление } a..., \text{появление } a...и, \text{появление } a...ия, \text{ожидание нового слова}\}$ 
  - а) Охарактеризовать эту систему как конечный автомат; записать таблицу переходов и матрицу соединения; построить граф автомата.

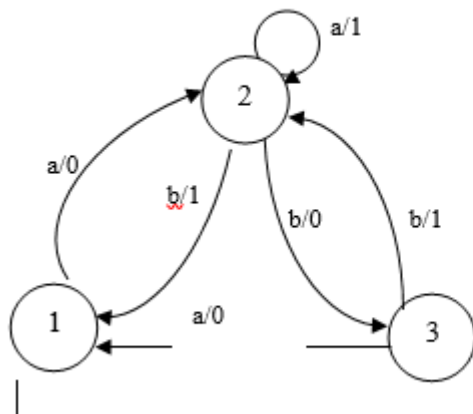
б) Определить выходную последовательность и последовательность состояний автомата, если на вход при начальном состоянии «новое слово» подаются слова: армия, ария, анатомия.

в) Решить задачу при условии, что анализ текста осуществляется с целью подсчета слов, которые оканчиваются на **тор**.

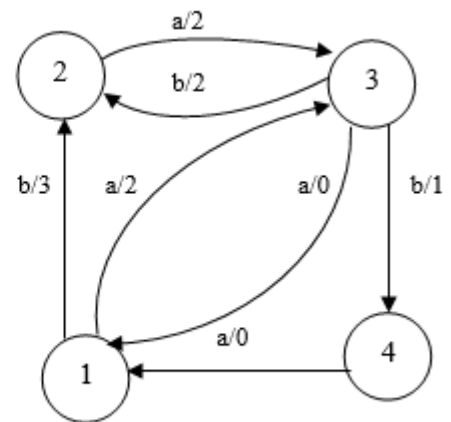
4. Автомат задан графом из задачи 1.2. На основании этого графа определить выходную последовательность и смену состояний автомата при начальном состоянии 3 и входной последовательности: а)  $\langle 01233012 \rangle$ ; б)  $\langle 20132002 \rangle$ ; в)  $\langle 3100230211 \rangle$ .

5. Построить таблицы переходов и матрицы соединений для автоматов, представленных следующими графами:

а)



б)



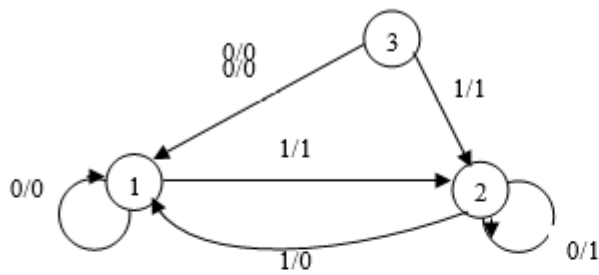
6. Автомат S задан матрицей соединений

| Q | 1        | 2   | 3        | 4   | 5   | 6        | 7 | 8   |
|---|----------|-----|----------|-----|-----|----------|---|-----|
| 1 | 0/1, 1/0 |     |          |     |     |          |   |     |
| 2 |          | 0/0 |          | 1/1 |     |          |   |     |
| 3 |          |     | 0/1, 1/1 |     |     |          |   |     |
| 4 |          |     | 0/1      |     | 1/0 |          |   |     |
| 5 |          |     | 0/1      |     |     |          |   | 1/1 |
| 6 |          |     |          |     |     | 0/1, 1/0 |   |     |
| 7 |          |     |          |     | 1/0 |          |   | 0/1 |
| 8 |          |     |          |     |     | 0/0, 1/1 |   |     |

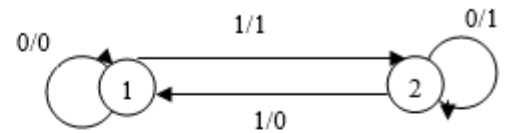
а) Определить множество состояний и перечислить входной и выходной алфавиты.

б) Определить преходящий, изолированный и тупиковый подавтоматы автомата S.

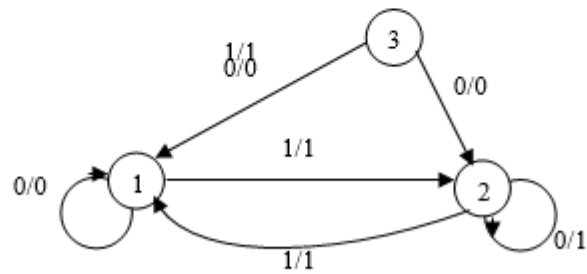
7. Какие из автоматов, представленных графами а), б), в) являются эквивалентными?



а)



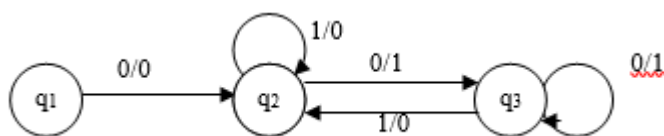
б)



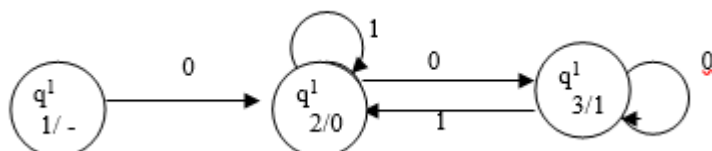
в)

8. На входы одноразрядного сумматора подаются разряды двух слагаемых в двоичном коде (0 или 1), а выходом является соответствующий разряд суммы по модулю 2. Сумматор имеет два состояния, определяемые значениями переноса (0 и 1).

а) Показать, что такой сумматор можно представить как автомат Мили, граф которого имеет вид



либо как автомат Мура с графом



б) Определить выходную последовательность и смену состояний автомата при суммировании чисел 35 и 17.

в) Показать, что автомат Мура можно преобразовать в эквивалентный ему автомат Мили.

Указание. В основе решения задачи лежит теорема: для каждого автомата Мили  $S_m$  существует единственный с точностью до изоморфизма эквивалентный ему минимальный автомат Мура. Он может быть эффективно построен, является сокращенным и каждый эквивалентный автомату  $S_m$  автомат Мура может быть гомоморфно отображен на минимальный автомат Мура.

И далее: для каждого автомата Мили  $S = \langle A, Q, V, \delta, \lambda \rangle$  можно задать равносильный ему автомат Мура с не более чем  $|Q| + |V|$  состояниями. При этом если  $S$  - сокращенный автомат Мили, то и  $S_m$  будет сокращенным автоматом Мура.

#### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарти ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2.е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

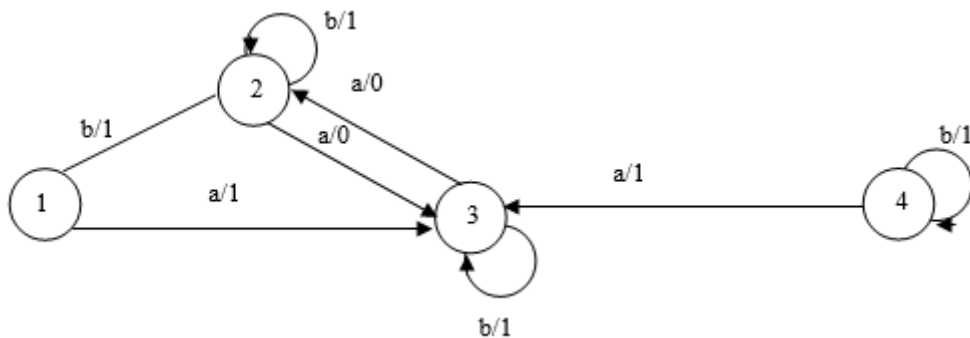
3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

## Практическое занятие. Минимизация автоматов

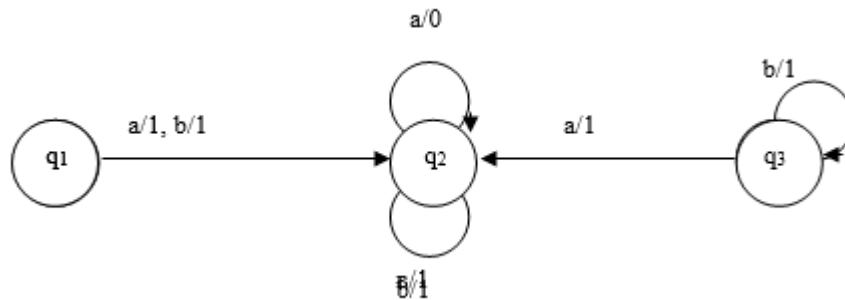
**Цель занятия:** закрепить алгоритмы минимизации полных и частичных автоматов Мили и Мура склеиванием эквивалентных состояний, а также методы доопределения частичного автомата до полного автомата. Указать на важную роль минимизации автоматов для описания анализа и синтеза различных технических устройств и автоматизированных систем управления

### Практические задания

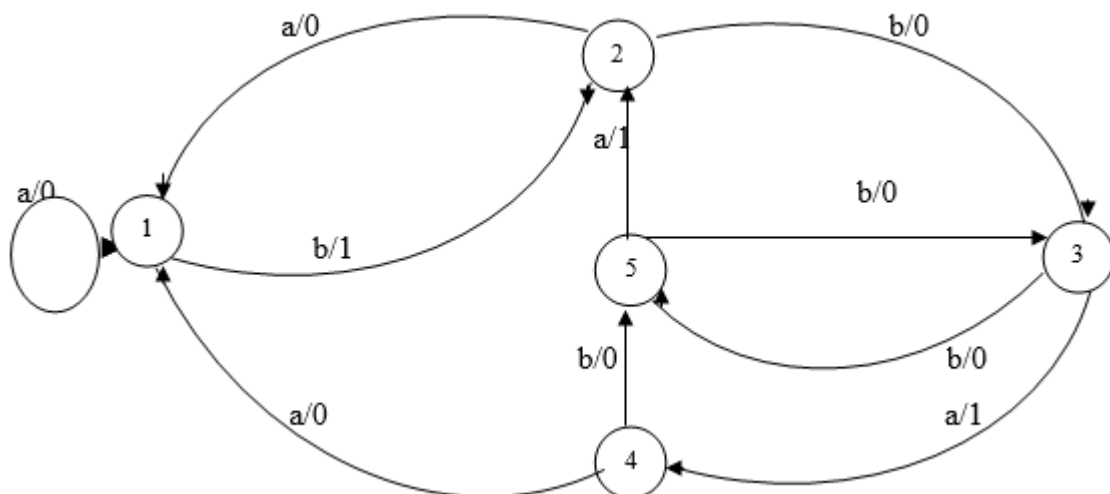
1. Показать, что конечный автомат, заданный графом



преобразуется в минимальную форму



2. Найти минимальную форму автомата, представленного следующим графом:



3. Построить автомат для сложения двоичных чисел, который получает на вход последовательность, в которой цифры слагаемых записаны попеременно.

4. По аналогии с задачей 3 построить частичный автомат Мили с входным алфавитом  $\{0,1\}$ , вычисляющий максимум (или минимум) двух положительных целых двоичных чисел  $m$  и  $n$ .

Указание. Вход автомата формируется следующим образом: числа приводятся к виду, когда они имеют одинаковое число разрядов (добавлением перед числом количества нулей), и после этого, начиная со старшего разряда, «впережку» (как в задаче 2.1) вводятся в автомат. Последовательность выходов в такты должна представлять максимум (или минимум) данных чисел. Далее следует попытаться уменьшить до минимума число состояний.

### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И.Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

### Контрольное занятие по теме 5

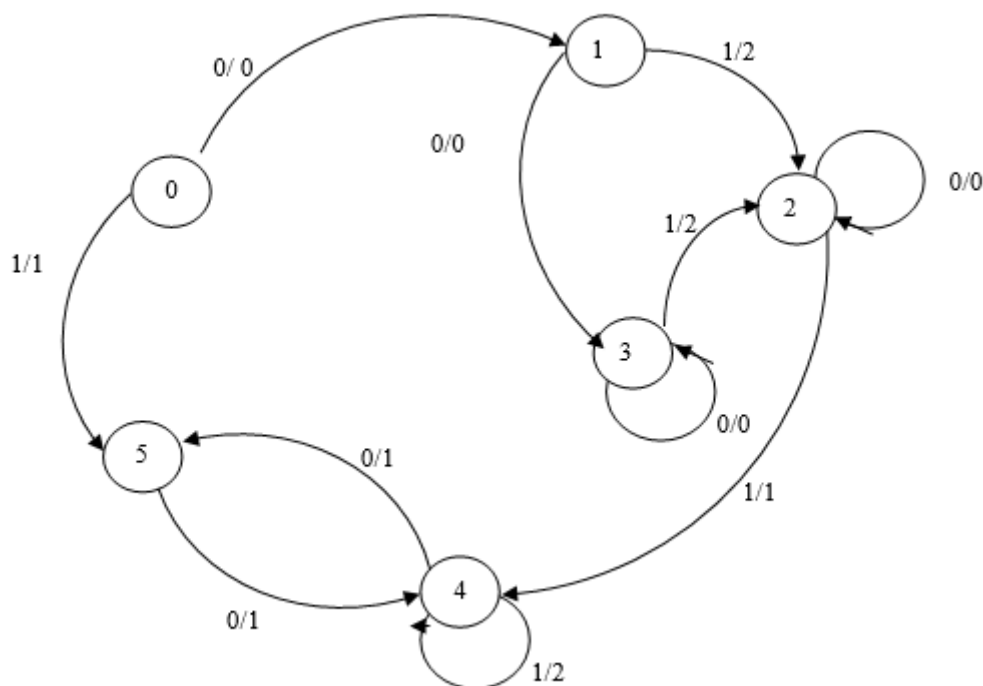
**Цель занятия.** Закрепить практические навыки и умения в решении практических задач по разделу 5.

Конечный автомат задан своим графом. Указать:

- 1) входной и выходной алфавиты и определить множество состояний;
- 2) записать таблицу переходов и матрицу соединения данного автомата;
- 3) определить тип автомата;
- 4) на основе графа автомата определить выходную последовательность и смену состояний автомата при заданном начальном состоянии;
- 5) проверить наличие эквивалентных состояний у заданного автомата.
- 6) описать алгоритм минимизации конечного автомата и минимизировать автомат своего варианта.

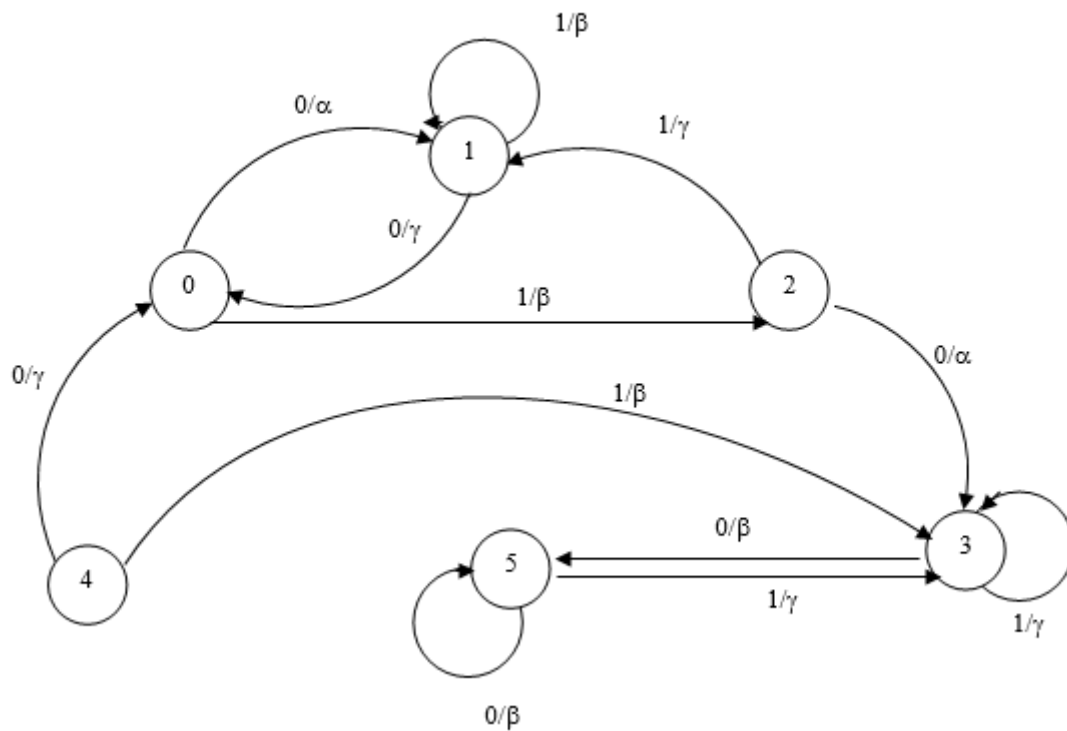
#### **Вариант 1.**

Начальное состояние - 1; входная последовательность 01011001.



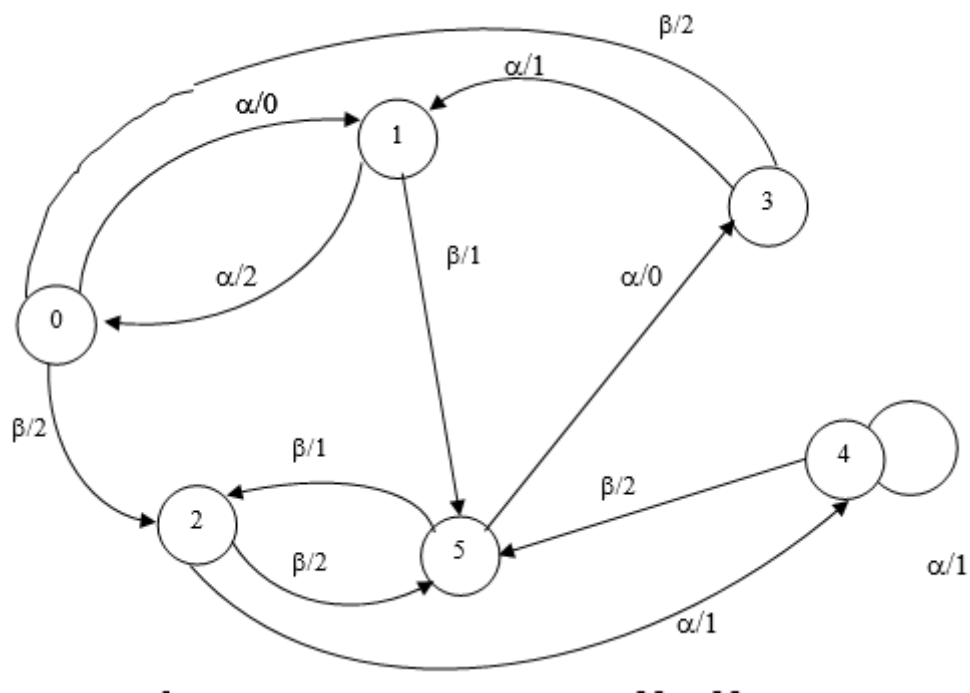
### Вариант 2.

Начальное состояние - 2; входная последовательность 11001010.



### Вариант 3.

Начальное состояние - 3; входная последовательность  $\alpha\beta\beta\alpha\alpha\beta\beta$ .



### Перечень основной литературы:

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Ми-

нистерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие / Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-7996-1199-6

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
по организации и проведению самостоятельной работы  
по дисциплине «Дискретная математика»  
для студентов направления подготовки  
**02.03.01 «Математика и компьютерные науки»**  
направленность (профиль)  
«Анализ данных и искусственный интеллект»

Ставрополь

## **Методические указания по изучению дисциплины для студентов**

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

При подготовке к занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции – один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти ее содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных и дискуссионных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендуемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь за помощью к преподавателю на консультации или ближайшей лекции. Регулярно отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Как слушать лекцию.

1. Выделяйте основные положения. Нельзя понять и запомнить все, что говорит лектор, однако можно выделить основные моменты. Для этого необходимо обращать внимание на вводные слова, словосочетания, фразы, которые используются, как правило, для перехода к новым положениям, выводам и обобщениям.

2. Старайтесь поэтапно (в момент завершения вопроса, подвопроса, тезиса и т.п.) анализировать и обобщать материал. Это готовит базу для его экономной, свернутой записи.

3. Старайтесь опережать речь лектора, предугадать дальнейшее содержание. С каждым случаем удачи улучшается понимание и запоминание отдельных положений лекции. Даже при неудачах качество восприятия лекции повышается, т.к. вы имеете возможность сравнить ваши предложения и утверждения лектора.

4. Будьте постоянно готовы слушать лекцию до конца, не поддавайтесь соблазну «отдохнуть» на длинной лекции.

Как правильно записывать лекцию.

1. Подготовьте специальную тетрадь для записи лекций: оставьте поля (для вопросов, мелких пометок и рисунков, собственных замечаний и т.д.), оставляйте при записи между строчками интервал (для дополнений, подчеркиваний и т.п.).

2. Не пишите лекцию дословно, подробно записывайте основную информацию, а дополнительные и вспомогательные сведения - очень кратко.

3. Применяйте систему условных сокращений:

а) сокращение общепринятых вспомогательных слов: так как, например (т.к., напр.), так далее (т.д.), таким образом, главным образом (т.о., гл.обр.), смотри (см), может быть (м.б.), так называемый (т.н.), какой-либо (к-л.), который (кт. или ктр.), несколько (неск.), чтобы (чбы.) и т.д.

б) аббревиатуры для ключевых слов курса, например, теория и методика развития математических представлений у детей дошкольного возраста (ТМРМП), формирование математических представлений (ФМП) и другие.

4. При записи и работе над конспектом лекции используйте условные знаки:

I - прочитать ещё раз, Y – важно, Z - законспектировать ! – смело, ? – непонятно, S – слишком сложно, .... A – согласен, N - ново и др.

Как работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. Первичное - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача вторичного чтения - полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987.С. 325).

- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).

- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

• Естественным, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

• Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

• Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

• «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

• Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)

2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)

3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)

4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

2. просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

2. Выделите главное, составьте план;

3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Как готовиться к практическим занятиям

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

#### Самопроверка

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

#### Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

#### Как готовиться к экзаменам и зачетам

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и

упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими нельзя. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уве-

ренно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения, и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Самостоятельная работа включает в себя:

- ✓ подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- ✓ самостоятельную работу над отдельными модулями (темами) дисциплины в соответствии с рабочей программой;
- ✓ написание рефератов, докладов;
- ✓ подготовку к практическим занятиям и выполнение предусмотренных ими заданий;
- ✓ подготовку ко всем видам аттестаций;
- ✓ подготовку презентаций по темам (части темы).

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;  
б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменной дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является утреннее время (с 8 до 14 часов), причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем послеобеденное - (с 16 до 19 часов) и вечернее (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать учению 9-10 часов в день (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома). Любой предмет нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это явля-

ется тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

### **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### **Перечень основной литературы:**

1.Зайцева О.Н. Математические методы в приложениях. Дискретная математика: учебное пособие / О.Н. Зайцева, А.Н. Нуриев, П.В. Малов; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». - Казань: Издательство КНИТУ, 2014. - 173 с: табл., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7882-1570-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428299>

2.Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике: учебное пособие / Окулов С. М. - 4-е изд. - Москва: Лаборатория знаний, 2020. - 425 с. Систем. требования: Adobe Reader XI; экран 10". (Педагогическое образование) - ISBN 978-5-00101-684-7. - Текст: электронный // ЭБС "Консультант студента": [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785001016847>.

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1.Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов; пер. с англ. А.А. Ковалева, В.А. Головешкина, М.В. Ульянова. - изд. 2-е, испр. - Москва: РИЦ "Техносфера", 2012. - 400 с: табл., схем. - (Мир программирования). - ISBN 978-5-94836-303-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024>

2. Основы дискретной математики: учебное пособие/Дехтярь М. И. Издатель: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016 - 184 с. ISBN 978-5-8265-1074-2 URL: [https://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=428981&sr=1](https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=428981&sr=1)

3. Дискретная математика: учебное пособие / Б.М. Веретенников, В.И. Белоусова - Екатеринбург, Изд-во Урал. ун-та, - 2014, Ч.1. - 132с. ISBN 978-5-

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.

<http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.

<http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.

<http://www.mathedu.ru/> Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания. Включает [популярные книги и пособия](#), [методические руководства](#), [учебники](#), [журналы](#), [исторические работы](#), [авторефераты](#), [диафильмы](#).

<http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

<http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).

<http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

<http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).

<http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.