

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «**Численные методы**»
для студентов направления подготовки
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»
направленность (профиль)
«Анализ данных и искусственный интеллект»

Содержание

Лабораторная работа № 1	3
Лабораторная работа № 2	8
Лабораторная работа № 3	10
Лабораторная работа № 4	13
Лабораторная работа № 5	15
Лабораторная работа № 6	20
Лабораторная работа № 7	25
Лабораторная работа № 8	28
Лабораторная работа № 9	30
Лабораторная работа № 10	32
Лабораторная работа № 11	35
Лабораторная работа № 12	38
Лабораторная работа № 13	40
Лабораторная работа № 14	42
Лабораторная работа №15	44
Перечень рекомендуемой литературы..	Ошибка! Закладка не определена.

Лабораторная работа № 1

Тема: Введение в элементарную теорию погрешностей

Контрольные вопросы и задачи:

1. Дать определение абсолютной погрешности приближенного числа.
2. Дать определение относительной погрешности приближенного числа.
3. Укажите связь абсолютной и относительной погрешностей.
4. Что означает запись : $a=2.52(\pm 0.01)$?
5. Верна ли запись : $a= 3.47((\pm 0.033))$?
6. Укажите верные знаки в широком смысле приближенного числа, если $v=1.345(\pm 0.052)$.
7. Укажите верные знаки в узком смысле приближенного числа, если $v=2.3345(\pm 0.0052)$.
8. Найдите абсолютную погрешность суммы чисел a^* и v^* , если $\Delta(a^*)=0.01$, $\Delta(v^*)=0.02$.
9. Найдите абсолютную погрешность произведения чисел a^* и v^* , если $a^*=3.14$, $v^*=2.72$, $\Delta(a^*)=0.01$, $\Delta(v^*)=0.02$.
10. Найдите абсолютную погрешность частного чисел a^* и v^* , если $a^*=3.14$, $v^*=2.72$, $\Delta(a^*)=0.01$, $\Delta(v^*)=0.02$.
11. Найдите относительную погрешность произведения чисел a^* и v^* , если $a^*=3.14$, $v^*=2.72$, $\Delta(a^*)=0.01$, $\Delta(v^*)=0.02$.
12. Найдите относительную погрешность частного чисел a^* и v^* , если $a^*=3.14$, $v^*=2.72$, $\Delta(a^*)=0.01$, $\Delta(v^*)=0.02$.
13. Найдите абсолютную погрешность вычисления значения функции $y = \sin x$, если $x^*=0.547$ (все знаки верные в широком смысле).
14. Найдите абсолютную погрешность вычисления значения функции $z = \sin (x \cdot y)$, если $x^*=0.547$, $y^*=0.825$ (все знаки верные в широком смысле).

I. Задание.

- 1) Определить, какое равенство точнее.
- 2) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки:
 - а) в узком смысле;
 - б) в широком смысле.Определить абсолютную погрешность результата.
- 3) Найти предельные абсолютные и относительные погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: а) в узком смысле; б) в широком смысле.

Вариант №1	Вариант №16
1) $\sqrt{44} = 6,63$; $19/41 = 0,463$, 2) а) $22,553 (\pm 0.016)$; б) $2,8546$; $\delta = 0.3\%$	1) $5/3 = 1,667$; $\sqrt{38} = 6,16$ 2) а) $3,7542$; $\delta = 0,32\%$

3) а) 0,2387; б) 42,884.	б) 0,98351 ($\pm 0,00042$) 3) а) 62,74; б) 0,389.
Вариант №2 1) $7/15 = 0,467$; $\sqrt{30} = 5,48$ 2) а) 17,2834; $\delta = 0,3\%$ б) 6,4257 ($\pm 0,0024$) 3) а) 3,751; б) 0,537.	Вариант №17 1) $49/13 = 3,77$; $\sqrt{14} = 3,74$. 2) а) 83,736; $\delta = 0,085\%$; б) 5,6483 ($\pm 0,0017$). 3) а) 5,6432; б) 0,00858.
Вариант №3 1) $\sqrt{10,5} = 3,24$; $4/17 = 0,235$. 2) а) 34,834; $\delta = 0,1\%$ б) 0,5748 ($\pm 0,0034$) 3) а) 11,445; б) 2,043	Вариант №18 1) $13/7 = 1,857$; $\sqrt{7} = 2,64$ 2) а) 2,8867; $\delta = 0,43\%$ б) 32,7486 ($\pm 0,0012$) 3) а) 0,0384; б) 63,745.
Вариант №4 1) $15/7 = 2,14$; $\sqrt{10} = 3,16$ 2) а) 2,3485 ($\pm 0,0042$) б) 0,34484; $\delta = 0,4\%$ 3) а) 2,3445; б) 0,745.	Вариант №19 1) $19/12 = 1,58$; $\sqrt{12} = 3,46$ 2) а) 4,88445 ($\pm 0,00052$) б) 0,096835; $\delta = 0,32\%$ 3) а) 12,688; б) 4,636.
Вариант №5 1) $6/7 = 0,857$; $\sqrt{4,8} = 2,19$ 2) а) 5,435 ($\pm 0,0028$) б) 10,8441; $\delta = 0,05\%$ 3) а) 8,345; б) 0,288	Вариант №20 1) $51/11 = 4,64$; $\sqrt{7} = 5,91$ 2) а) 38,4258 ($\pm 0,0014$) б) 0,66385; $\delta = 0,34\%$. 3) а) 6,743; б) 0,543
Вариант №6 1) $12/11 = 1,091$; $\sqrt{6,8} = 2,61$ 2) а) 8,24163; $\delta = 0,2\%$ б) 0,12356 ($\pm 0,00036$) 3) а) 12,45; б) 3,4453.	Вариант №21 1) $18/7 = 2,57$; $\sqrt{22} = 4,69$ 2) а) 0,39642 ($\pm 0,00022$) б) 46,453; $\delta = 0,15\%$ 3) а) 15,644; б) 6,125.
Вариант №7 1) $2/21 = 0,095$; $\sqrt{22} = 4,69$ 2) а) 2,4543 ($\pm 0,0032$); б) 24,5643; $\delta = 0,1\%$ 3) а) 0,374; б) 4,348.	Вариант №22 1) $17/9 = 2,11$; $\sqrt{17} = 4,12$. 2) а) 5,8425; $\delta = 0,23\%$; б) 0,66385 ($\pm 0,00042$). 3) а) 0,3825; б) 24,6.
Вариант №8 1) $23/15 = 1,53$; $\sqrt{9,8} = 3,13$. 2) а) 23,574; $\delta = 0,2\%$ б) 8,3445 ($\pm 0,0022$). 3) а) 20,43; б) 0,576.	Вариант №23 1) а) $16/7 = 2,28$; $\sqrt{11} = 3,32$. 2) а) 24,3872; $\delta = 0,34\%$; б) 0,75244 ($\pm 0,00013$). 3) а) 16,383; б) 5,734.
Вариант №9 1) $6/11 = 0,545$; $\sqrt{83} = 9,11$ 2) а) 21,68563; $\delta = 0,3\%$; б) 3,7834 ($\pm 0,0041$).	Вариант №24 1) $21/13 = 1,54$; $\sqrt{63} = 7,94$. 2) а) 2,3684 ($\pm 0,0017$); б) 45,7832; $\delta = 0,18\%$.

3) а) 41,73; б) 0,678.	3) а) 0,573; б) 3,6761.
Вариант №10 1) $17/19 = 0,889$; $\sqrt{52} = 7,21$; 2) а) $13,537 (\pm 0,0026)$; б) $7,521$; $\delta = 0,12\%$. 3) а) $5,634$; б) $0,0748$	Вариант №25 1) $12/7 = 1,71$; $\sqrt{47} = 6,86$; 2) а) $72,354$; $\delta = 0,24\%$; б) $0,38725 (\pm 0,00112)$. 3) а) $18,275$; б) $0,00644$.
Вариант №11 1) $21/29 = 0,723$; $\sqrt{44} = 6,63$ 2) а) $0,3567$; $\delta = 0,042\%$ б) $13,6253 (\pm 0,0021)$. 3) а) $18,357$ б) $2,16$.	Вариант №26 1) $6/7 = 0,857$; $\sqrt{41} = 6,40$ 2) а) $0,36127 (\pm 0,00034)$; б) $46,7843$; $\delta = 0,32\%$. 3) а) $3,425$; б) $7,38$.
Вариант №12 1) $50/19 = 2,63$; $\sqrt{27} = 5,19$ 2) а) $1,784 (\pm 0,0063)$; б) $0,85637$; $\delta = 0,21\%$ 3) а) $0,5746$; б) $236,58$.	Вариант №27 1) $23/9 = 2,56$; $\sqrt{87} = 9,33$ 2) а) $23,7564$; $\delta = 0,44\%$; б) $4,57633 (\pm 0,00042)$. 3) а) $3,75$; б) $6,8343$.
Вариант №13 1) $13/17 = 0,764$; $\sqrt{31} = 5,56$. 2) а) $3,6878 (\pm 0,0013)$; б) $15,873$; $\delta = 0,42\%$. 3) а) $14,8624$; б) $8,73$	Вариант №28 1) $27/31 = 0,872$; $\sqrt{42} = 6,48$ 2) а) $15,8372 (\pm 0,0026)$ б) $0,088748$; $\delta = 0,56\%$. 3) а) $3,643$; б) $72,385$.
Вариант №14 1) $7/22 = 0,318$; $\sqrt{13} = 3,60$. 2) а) $27,1548 (\pm 0,0016)$ б) $0,3945$; $\delta = 0,16\%$ 3) а) $0,3648$; б) $21,7$	Вариант №29 1) $7/3 = 2,33$; $\sqrt{58} = 7,61$; 2) а) $3,87683$; $\delta = 0,33\%$ б) $13,5726 (\pm 0,0072)$. 3) а) $26,3$; б) $4,8556$.
Вариант №15 1) $17/11 = 1,545$; $\sqrt{18} = 4,243$. 2) а) $0,8647 (\pm 0,0013)$ б) $24,3618$; $\delta = 0,22\%$ 3) а) $2,4516$; б) $0,863$.	Вариант №30 1) $14/17 = 0,823$; $\sqrt{53} = 7,28$ 2) а) $0,66835 (\pm 0,00115)$; б) $23,3748$; $\delta = 0,27\%$; 3) а) $43,813$; б) $0,645$.

II. Задание.

Вычислить значение выражения. Найти абсолютную и относительную погрешности функции. В результате y^* оставить верные цифры в узком смысле.

Варианты.

$$1. \quad y = \frac{a^2 b^3}{6\sqrt{c}}; \quad a = 2.32, \quad b = 7.325, \quad c = 12.923.$$

$$2. \quad y = 6a^2 + 2 \cdot \frac{a \cdot b^3}{\sqrt{c}}; \quad a = 3.23, \quad b = 9.128, \quad c = 10.72.$$

$$3. \quad y = \frac{h^3 \sqrt{l}}{3a^3}; \quad h = 3.81, \quad l = 11.85, \quad a = 2.728.$$

$$4. \quad y = \frac{\sqrt{r} \cdot s^2}{3t^3}; \quad r = 15.824, \quad s = 2.82, \quad t = 1.374.$$

$$5. \quad y = \frac{\sqrt{t} \cdot s^2}{2h^2}; \quad t = 0.984, \quad s = 2.185, \quad h = 1.37.$$

$$6. \quad y = \frac{2\sqrt{b} \cdot a^3}{c^2}; \quad a = 2.1, \quad b = 8.175, \quad c = 1.1415.$$

$$7. \quad y = \frac{4\sqrt{a} \cdot b^2}{h^3}; \quad a = 3.4, \quad b = 8.171, \quad h = 1.08.$$

$$8. \quad y = \frac{\sqrt{st}}{3h^2}; \quad h = 4.245, \quad s = 1.8, \quad t = 1.91.$$

$$9. \quad y = 3\sqrt{sa^2} + 2sb^3; \quad a = 8.71, \quad b = 1.93, \quad s = 2.255.$$

$$10. \quad y = \frac{4s\sqrt{s} \cdot b^2}{t^2}; \quad b = 9.25, \quad s = 11.91, \quad t = 2.08.$$

$$11. \quad y = \frac{\sqrt{a} \cdot b^2}{2c^3} + \sqrt{ab}; \quad a = 3.84, \quad b = 9.1, \quad c = 10.1.$$

$$12. \quad y = \frac{h^2 \cdot s^2}{\sqrt{t}} + h \cdot s; \quad h = 0.25, \quad s = 3.725, \quad t = 0.528.$$

$$13. \quad y = \frac{\sqrt{n} \cdot m^2}{\sqrt{m}} + mn; \quad m = 15.34, \quad n = 17.01.$$

$$14. \quad y = \frac{\sqrt{q} \cdot p^2}{2t^2} + \sqrt{ptq}; \quad p = 0.25, \quad t = 1.272, \quad q = 4.82.$$

$$15. \quad y = \frac{\sqrt{b} \cdot a^3}{s^2} + \sqrt{as}; \quad a = 13.1, \quad b = 15.42, \quad s = 4.25.$$

$$16. \quad y = \frac{\sqrt{rs}}{2t} + s\sqrt{t}; \quad r = 0.47, \quad s = 2.425, \quad t = 3.72.$$

$$17. \quad y = \frac{\sqrt{abc}}{m}; \quad a = 1.2, \quad b = 3.52, \quad c = 8.4, \quad m = 1.24.$$

$$18. \quad y = 5r^3 + 2 \cdot \frac{r^2 \sqrt{s}}{t^2}; \quad r = 1.32, \quad s = 2.41, \quad t = 3.2.$$

$$19. \quad y = \frac{3h^2 \sqrt{l}}{2a^3}; \quad a = 2.1, \quad h = 1.47, \quad l = 1.41.$$

$$20. \quad y = \frac{s^3 t^2}{2\sqrt{h}}; \quad s = 1.71, \quad t = 1.1, \quad h = 2.44.$$

$$21. \quad y = \frac{3\sqrt{b} \cdot a^3}{c^2}; \quad a = 2.6, \quad b = 1.45, \quad c = 2.7.$$

$$22. y = \frac{4\sqrt{a} \cdot b^2}{h^3}; \quad a = 1.6, \quad b = 1.11, \quad h = 0.28.$$

$$23. y = \frac{\sqrt{r} \cdot s^2}{3h^2}; \quad r = 3.44, \quad s = 2.1, \quad h = 2.3.$$

$$24. y = 3\sqrt{s}a^3 + \frac{2s}{b^2}; \quad a = 2.1, \quad s = 4.1, \quad b = 1.41.$$

$$25. y = \frac{3\sqrt{t} \cdot b^3}{r^2}; \quad b = 1.1, \quad t = 4.12, \quad r = 1.2.$$

$$26. y = \frac{a^2 b^2}{2\sqrt{c}}; \quad a = 2.51, \quad b = 8.325, \quad c = 12.723.$$

$$27. y = 6\ln(a^2) + 2 \cdot \frac{a b^2}{\sqrt{c}}; \quad a = 3.23, \quad b = 9.128, \quad c = 10.72.$$

$$28. y = \frac{h^2 \sqrt{l}}{3t^3}; \quad h = 4.81, \quad l = 1.85, \quad t = 2.748.$$

$$29. y = \frac{\ln(r^2) \cdot s^2}{t^3}; \quad r = 15.824, \quad s = 2.82, \quad t = 1.374.$$

$$30. y = \frac{2\sqrt{t} \cdot s^2}{\ln(h^2)}; \quad t = 3.52, \quad s = 1.1, \quad h = 3.1.$$

Лабораторная работа № 2

Тема: Интерполирование по неравноотстоящим узлам

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Какой многочлен называется интерполяционным?
2. Что называется узлами интерполяции?
3. Сколько интерполяционных многочленов можно построить для данной функции и данной системы узлов?
4. В чем состоит геометрический смысл интерполяции?
5. Что представляет собой график интерполяционного многочлена при следующих данных:

а) $(x_0, y_0), (x_1, y_1)$;

б) $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$.

6. Выпишите формулы погрешности (остаточного члена) интерполяции и оценки погрешности интерполяции.
7. Построить интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона для функции, заданной таблично:

x	1	2	3	5
y	1	5	17	89

Сделать проверку.

8. Функция $f(x)$ задана таблично:

x	0	1	2	6
y	-1	-3	3	1187

Пользуясь интерполяционными многочленами Лагранжа и Ньютона, найти ее значение при $x = 4$.

9. Интерполяционный многочлен Лагранжа задан в виде:

$$P_n(x) = \varphi_0(x) \cdot y_0 + \varphi_1(x) \cdot y_1 + \dots + \varphi_n(x) \cdot y_n,$$

$$\text{где } \varphi_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}.$$

Доказать, что $\varphi_0(x) + \varphi_1(x) + \dots + \varphi_n(x) = 1$.

10. Докажите теорему: Разделенные разности n -го порядка от полинома степени n постоянны.
11. Используя таблицу значений функции $y = e^x$, по формулам интерполяции Лагранжа и Ньютона вычислить $e^{3.62}$ и оценить погрешность результата.

x	3.60	3.65	3.70
y	35.598	38.475	40.447

12. Функция $f(x)$ задана таблицей

x	10	15	17	20
$f(x)$	3	7	11	17

Найти значение x , для которого $f(x) = 10$.

I. Задание.

Найти промежуточное значение функции в точке x^* по таблице ее значений, приняв за узлы интерполяции точки $x_i, i=0,1,2,3$, методом интерполяции по Лагранжу и Ньютону. Оценить погрешность полученного результата.

II. Варианты.

Вариант	$f(x)$	x_0	x_1	x_2	x_3	x^*
1	$\sin x$	0.16	0.18	0.20	0.25	0.187
2	$\sin x$	0.20	0.23	0.25	0.27	0.225
3	$\cos x$	0.15	0.16	0.18	0.20	0.173
4	$\sin x$	0.30	0.32	0.34	0.35	0.337
5	$\cos x$	0.21	0.22	0.24	0.25	0.215
6	$\cos x$	0.31	0.32	0.34	0.35	0.322
7	$\sin x$	0.40	0.41	0.43	0.44	0.421
8	e^x	0.15	0.16	0.18	0.20	0.167
9	e^x	0.20	0.21	0.23	0.24	0.215
10	e^x	0.30	0.31	0.32	0.34	0.315
11	$\sin x$	0.21	0.23	0.24	0.25	0.233
12	$\cos x$	0.16	0.18	0.19	0.22	0.165
13	$\ln x$	0.20	0.22	0.23	0.25	0.223
14	$\ln x$	0.15	0.17	0.18	0.20	0.171
15	$\ln x$	0.30	0.32	0.33	0.35	0.325
16	$\ln x$	1.12	1.13	1.15	1.16	1.135
17	$\sqrt{x}$	0.10	0.11	0.12	0.14	0.105
18	$\sqrt{x}$	0.15	0.16	0.18	0.20	0.154
19	$\sqrt{x}$	0.20	0.21	0.23	0.24	0.214
20	$\ln x$	1.21	1.22	1.24	1.25	1.225
21	$\sin x$	0.12	0.13	0.15	0.16	0.134
22	$\sqrt{x}$	0.22	0.23	0.25	0.26	0.234
23	$\sin x$	0.10	0.30	0.40	0.60	0.116
24	$\ln x$	1.20	1.21	1.23	1.25	1.125
25	$\cos x$	0.15	0.16	0.18	0.20	0.156
26	$\sqrt{x}$	1.10	1.11	1.13	1.15	0.106

Лабораторная работа № 3

Тема: Интерполирование алгебраическими полиномами по равноотстоящим узлам

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Определение конечных разностей различного порядка.
2. Выражение конечных разностей любого порядка через значения функции. Привести примеры.
3. Выпишите интерполяционные формулы Ньютона и их остаточные члены.
4. Выражение производных через конечные разности.
5. Остаточные члены интерполяционных формул Ньютона без использования производных соответствующего порядка.
6. Оценить, с какой точностью можно вычислить по формулам Ньютона $\ln 100.5$ и $\ln 102.6$, если известны значения: $\ln 100$, $\ln 101$, $\ln 102$, $\ln 103$.
7. Доказать, что конечные разности порядка n от многочлена степени n равны постоянной величине.
8. Просуммировать конечные ряды:

1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2$; Ответ: $\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)$.

2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3$; Ответ: $\left(\frac{n^2(n+1)^2}{4} \right)$.

3) $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2$; Ответ: $\left(\frac{n(4n^2-1)}{3} \right)$.

4) $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$. Ответ: $n^2(2n^2-1)$.

II. Задание.

Для функции, заданной таблично, найти ее значения в точках t_1 , t_2 , t_3 . Результаты получить с той точностью, которую допускает табличное задание функции.

Функция А

x	f(x)	x	f(x)
0.0	0.946083	0.5	1.324684
0.1	1.028685	0.6	1.389181
0.2	1.108047	0.7	1.449592
0.3	1.183958	0.8	1.505817
0.4	1.256227	0.9	1.557775

Точки интерполяции

№	t ₁	t ₂	t ₃	a
1	0.175418	0.715878	0.464331	1.344273
2	0.090566	0.826611	0.395142	1.534355
3	0.157369	0.826216	0.445135	1.273228
4	0.053526	0.866027	0.610308	1.435993
5	0.109658	0.710092	0.468515	1.026087
6	0.094189	0.755627	0.343888	1.058530
7	0.132747	0.755108	0.447232	1.390474
8	0.058421	0.731564	0.429815	1.417970
9	0.063946	0.907395	0.455020	1.373809
10	0.182461	0.717093	0.525286	1.197522
11	0.173762	0.759231	0.482714	1.470054
12	0.129140	0.766507	0.238812	1.183944

Функция В

x	f(x)	x	f(x)
0.0	0.962852	0.5	1.337904
0.1	1.044824	0.6	1.401593
0.2	1.123512	0.7	1.461175
0.3	1.198709	0.8	1.516552
0.4	1.270228	0.9	1.567650

Точки интерполяции

№	t ₁	t ₂	t ₃	a
13	0.052914	0.882964	0.391986	1.189116
14	0.147327	0.721404	0.355038	1.564167
15	0.148489	0.822272	0.544808	1.573997
16	0.070926	0.901307	0.213966	1.547732
17	0.124548	0.769617	0.303341	1.504725
18	0.009510	0.944211	0.417157	1.994108
19	0.087996	0.778350	0.546174	1.110465
20	0.051598	0.709740	0.542017	1.404176
21	0.083288	0.887929	0.517459	1.484642
22	0.174607	0.902430	0.240569	1.275640
23	0.172537	0.819656	0.698720	1.331830
24	0.160270	0.851787	0.463563	1.307859

Функция С

x	f(x)	x	f(x)
0.0	0.979498	0.5	1.350965
0.1	1.060831	0.6	1.413842
0.2	1.138837	0.7	1.472590

0.3	1.213312	0.8	1.527116
0.4	1.284076	0.9	1.577351

Точки интерполяции

№	t ₁	t ₂	t ₃	a
25	0.047475	0.805753	0.653213	1.423549
26	0.104834	0.865748	0.634411	1.361976
27	0.095092	0.861356	0.490247	1.314712
28	0.133412	0.879781	0.473981	1.472912
29	0.069174	0.793965	0.465591	1.498836
30	0.076449	0.702410	0.552699	1.580131
31	0.086081	0.711768	0.446462	1.479177
32	0.045216	0.721249	0.670968	1.429159
33	0.182628	0.729050	0.433820	1.097459
34	0.155091	0.892695	0.403838	0.981061
35	0.118535	0.884719	0.589080	1.399221
36	0.041623	0.839124	0.294268	1.048028

Функция D

x	f(x)	x	f(x)
0.0	0.996021	0.5	1.363865
0.1	1.076705	0.6	1.425925
0.2	1.154020	0.7	1.483835
0.3	1.227768	0.8	1.537508
0.4	1.297768	0.9	1.586879

Точки интерполяции

№	t ₁	t ₂	t ₃	a
37	0.143689	0.915777	0.599657	1.018375
38	0.042666	0.825305	0.584323	1.262410
39	0.165626	0.705625	0.456150	1.445709
40	0.126742	0.748197	0.450881	1.467961
41	0.096649	0.891334	0.692973	1.342491
42	0.064256	0.843814	0.373073	1.362658
43	0.071993	0.742732	0.474374	1.567605
44	0.105362	0.711920	0.524242	1.585812
45	0.159355	0.819366	0.337411	1.427805
46	0.161147	0.900531	0.252948	1.146269
47	0.104874	0.852465	0.470731	1.033643
48	0.175694	0.779153	0.306156	1.551797

Лабораторная работа № 4

Тема: Интерполирование кубическими сплайнами

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Дайте определение сплайна. Линейный сплайн.
2. Дайте определение кубического сплайна.
3. Виды граничных условий при построении сплайнов.
4. Для таблично заданных функций

a)

x	-1	0	1	2
y	3	2	5	1

b)

x	1	2	4	5
y	3	4	6	5

построить линейный и параболический сплайны.

5. Приведите оценки погрешности интерполяции кубическими сплайнами для функции $f(x)$ и ее производных $f'(x)$ и $f''(x)$.

II. Задание.

Для функции, заданной таблицей, найти ее значение в точках z_1, z_2, z_3 , используя сплайновую интерполяцию с условием $S_3''(a) = S_3''(b) = 0$, $a = x_0$, $b = x_5$.

III. Варианты.

№	$f(x)$	$x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$	z_1, z_2, z_3
1	$\sin x$	0.16, 0.18, 0.20, 0.23, 0.25, 0.28	0.165, 0.121, 0.252
2		0.20, 0.23, 0.25, 0.27, 0.28, 0.30	0.201, 0.245, 0.203
3		0.30, 0.32, 0.34, 0.35, 0.37, 0.38	0.315, 0.342, 0.371
4		0.40, 0.41, 0.43, 0.44, 0.46, 0.47	0.407, 0.437, 0.465
5		0.21, 0.23, 0.24, 0.25, 0.27, 0.28	0.215, 0.253, 0.274
6		0.80, 0.83, 0.84, 0.85, 0.87, 0.88	0.806, 0.845, 0.876
7	$\cos x$	0.15, 0.16, 0.18, 0.20, 0.21, 0.22	0.155, 0.181, 0.214
8		0.21, 0.22, 0.24, 0.27, 0.28, 0.29	0.215, 0.246, 0.285
9		0.31, 0.32, 0.35, 0.37, 0.38, 0.40	0.315, 0.354, 0.856
10		0.16, 0.18, 0.19, 0.25, 0.27, 0.29	0.172, 0.195, 0.274
11	e^x	0.00, 0.25, 0.30, 0.40, 0.50, 0.55	0.155, 0.355, 0.530
12		0.20, 0.40, 0.45, 0.60, 0.70, 0.75	0.250, 0.442, 0.730
13		0.30, 0.40, 0.60, 0.65, 0.70, 0.80	0.350, 0.630, 0.740
14		0.70, 0.80, 0.95, 1.00, 1.10, 1.15	0.706, 0.905, 1.134
15		1.00, 1.11, 1.13, 1.23, 1.24, 1.34	1.02, 1.131, 1.128
16		0.23, 0.25, 0.40, 0.50, 0.65, 0.70	0.236, 0.457, 0.658

17	$\sqrt{x}$	0.10, 0.25, 0.45, 0.50, 0.70, 0.85	0.108, 0.456, 0.755
18		0.15, 0.26, 0.28, 0.30, 0.35, 0.45	0.154, 0.281, 0.386
19		0.20, 0.25, 0.35, 0.40, 0.55, 0.60	0.245, 0.355, 0.558
20		1.50, 1.65, 1.70, 1.75, 1.85, 1.90	1.154, 1.736, 1.855
21	$Ln x$	1.50, 1.65, 1.70, 1.85, 1.90, 1.95	1.502, 1.762, 1.923
22		1.20, 1.21, 1.23, 1.26, 1.28, 1.30	1.205, 1.232, 1.286
23		0.35, 0.45, 0.50, 0.60, 0.70, 0.85	0.368, 0.555, 0.775
24		0.90, 0.92, 0.95, 1.00, 1.10, 1.12	0.915, 0.955, 1.075
25		0.85, 0.95, 1.00, 1.20, 1.25, 1.27	0.875, 1.185, 1.252

Лабораторная работа № 5

Тема: Аппроксимация функций по методу наименьших квадратов

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Сформулируйте задачу приближения таблично заданной функции полиномом по методу наименьших квадратов.
2. В чем состоит отличие построения интерполяционного многочлена от построения многочлена по методу наименьших квадратов?
3. Приведите условие, при котором интерполяционный многочлен и многочлен, построенный по методу наименьших квадратов, совпадают.
4. Опишите способы выбора аппроксимирующей функции в методе наименьших квадратов.
5. Как от приближающей функции $F(a,m,x)=a \cdot \exp(m \cdot x)$, $a > 0$ перейти к приближающей функции вида $f(b_0,b_1,x)=b_0+b_1 \cdot x$?

II. Задание.

Задание 1.

- 1) Аппроксимировать таблично заданную функцию многочленом второй степени.
- 2) Сравнить исходные значения функции y_i с теми, которые получаются из построенного многочлена.
- 3) Найти среднеквадратическое отклонение по формуле:

$$S = \left[\sum_{i=0}^n (P_2(x_i) - y_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Задание 2 (для всех студентов).

Следующая таблица

t	14.5	30.0	64.5	74.5	86.7	94.5	98.9
k	0	0.004	0.018	0.029	0.051	0.073	0.090

дает значения удельной электропроводимости стекла в зависимости от температуры в градусах C .

Найти для функции

$$k = f(t),$$

заданной таблично, аппроксимирующую функцию вида

$$k = b \cdot e^{at}.$$

III. Варианты заданий.

Значения $x_i = i \cdot 0.1$, $i = 0, 2, \dots, 19$, одинаковые для всех вариантов.

i	Значения $y_i = y(x_i)$					
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4	Вариант 5	Вариант 6
0	2,05	2,09	2,02	1,99	2,23	2,07
1	1,94	2,05	1,98	2,03	2,29	2,17
2	1,92	2,19	1,67	2,20	2,27	2,21
3	1,87	2,18	1,65	2,39	2,62	2,31
4	1,77	2,17	1,57	2,19	2,72	2,10
5	1,88	2,27	1,42	2,61	2,82	2,09
6	1,71	2,58	1,37	2,35	3,13	2,12
7	1,60	2,73	1,07	2,60	3,49	1,63
8	1,56	2,82	0,85	2,55	3,82	1,78
9	1,40	3,04	0,48	2,49	3,95	1,52
10	1,50	3,03	0,35	2,50	4,22	1,16
11	1,26	3,45	-0,30	2,52	4,48	1,07
12	0,99	3,62	-0,61	2,44	5,06	0,85
13	0,97	3,85	-1,20	2,35	5,50	0,56
14	0,91	4,19	-1,39	2,26	5,68	0,10
15	0,71	4,45	-1,76	2,19	6,19	-0,25
16	0,43	4,89	-2,28	2,24	6,42	-0,65
17	0,54	5,06	-2,81	2,34	7,04	-1,06
18	0,19	5,63	-3,57	1,96	7,57	-1,66
19	0,01	5,91	-4,06	2,19	8,10	-2,01

i	Значения $y_i = y(x_i)$					
	Вариант 7	Вариант 8	Вариант 9	Вариант 10	Вариант 11	Вариант 12
0	2,18	-0,10	-0,16	2,09	2,15	0,10
1	2,43	-0,21	0,01	2,31	2,41	-0,01
2	2,40	0,01	0,10	2,72	2,58	-0,19
3	2,43	0,05	0,16	2,77	2,84	-0,11
4	2,65	-0,13	0,05	2,78	3,28	-0,31
5	2,75	-0,23	0,35	2,97	3,46	-0,78
6	2,67	-0,21	0,19	3,00	4,02	-0,64
7	2,66	-0,43	0,50	3,51	4,11	-0,85
8	2,63	-0,57	0,74	3,43	4,61	-1,18
9	2,75	-0,44	1,03	3,58	5,03	-1,39
10	2,41	-0,44	1,06	3,58	5,34	-1,79
11	2,24	-0,83	1,49	3,54	5,86	-2,02
12	2,12	-0,78	1,79	3,82	6,33	-2,48
13	1,74	-0,81	2,03	3,90	6,81	-2,93
14	1,57	-1,06	2,22	3,77	7,21	-3,26
15	1,17	-1,41	2,50	3,81	7,67	-3,91
16	0,96	-1,40	2,88	4,00	8,23	-4,41
17	0,63	-1,70	3,21	3,97	8,68	-4,91
18	0,25	-1,96	3,63	4,08	9,35	-5,30
19	-0,01	-1,91	3,90	4,08	9,93	-6,00

i	Значения $y_i = y(x_i)$					
	Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15	Вариант 16	Вариант 17	Вариант 18
0	0,17	0,80	0,04	0,08	-0,02	0,14
1	0,07	0,29	0,47	0,14	0,44	0,23
2	0,17	0,52	0,78	0,37	0,51	0,44
3	0,05	0,77	1,01	0,36	0,67	0,54
4	0,12	0,93	1,19	0,44	0,69	0,72
5	0,00	1,20	1,60	0,48	1,04	0,76
6	0,01	1,20	1,93	0,27	1,14	0,37
7	-0,05	1,35	2,22	0,39	1,37	0,64
8	-0,21	1,39	2,50	0,50	1,77	0,57
9	-0,50	1,48	3,01	0,48	2,00	0,44
10	-0,50	1,52	3,22	0,69	2,12	0,41
11	-0,86	1,71	3,71	0,50	2,47	0,30
12	-1,24	1,72	4,23	0,31	2,90	-0,01
13	-1,47	1,87	4,78	0,37	3,50	-0,03
14	-1,79	1,86	5,27	0,43	3,99	-0,47
15	-2,25	1,89	5,75	0,33	4,06	-0,68
16	-2,55	2,04	6,16	0,31	4,54	-0,93
17	-3,18	1,73	6,76	0,09	4,99	-1,28
18	-3,60	2,04	7,30	0,08	5,36	-1,53
19	-3,93	2,03	8,00	0,03	5,99	-1,93

i	Значения $y_i = y(x_i)$					
	Вариант 19	Вариант 20	Вариант 21	Вариант 22	Вариант 23	Вариант 24
0	-1,86	-1,65	-1,89	-1,84	-1,92	-1,90
1	-1,95	-2,00	-2,07	-1,98	-1,60	-1,80
2	-2,12	-1,87	-2,30	-1,72	-1,57	-1,82
3	-2,06	-1,89	-2,26	-1,58	-1,41	-1,86
4	-2,15	-1,75	-2,34	-1,59	-1,36	-1,83
5	-2,00	-1,59	-2,66	-1,59	-0,97	-2,02
6	-2,12	-1,44	-2,88	-1,58	-0,59	-2,01
7	-2,31	-1,51	-2,85	-1,64	-0,71	-2,05
8	-2,29	-1,00	-3,16	-1,55	-0,15	-2,46
9	-2,57	-1,17	-3,49	-1,35	0,01	-2,68
10	-2,56	-0,87	-3,88	-1,33	0,22	-2,85
11	-2,86	-0,47	-4,22	-1,47	0,63	-2,98
12	-2,85	-0,33	-4,45	-1,50	1,07	-3,30
13	-3,03	-0,00	-4,99	-1,65	1,42	-3,40
14	-3,25	0,34	-5,36	-1,62	1,68	-3,90
15	-3,08	0,49	-5,71	-1,87	2,49	-4,37
16	-3,29	0,81	-6,51	-1,61	2,57	-4,65
17	-3,67	1,37	-6,76	-1,86	3,09	-5,00
18	-3,70	1,72	-7,35	-1,84	3,40	-5,42
19	-3,85	2,03	-8,02	-1,91	4,00	-6,13

Лабораторная работа № 6

Тема: Численное дифференцирование

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Сформулируйте задачу численного дифференцирования.
2. Приведите простейшие формулы численного дифференцирования.
3. Опишите известные способы построения формул численного дифференцирования.
4. Докажите представление

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h} - \frac{h}{2} \cdot f''(\xi), \xi \in (x_i, x_{i+1}), h > 0.$$

5. Докажите представление

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2 \cdot h} - \frac{h^2}{6} \cdot f'''(\xi), \xi \in (x_i - h, x_i + h), h > 0.$$

6. Докажите представление

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i - h) - 2 \cdot f(x_i) + f(x_i + h))}{h^2} - \frac{h^2}{12} \cdot f^{IV}(\xi), \xi \in (x_i - h, x_i + h), h > 0.$$

7. В чем заключается некорректность задачи численного дифференцирования?
8. Покажите, что алгоритм

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$$

вычисления приближенного значения производной в точке x_i некорректен.

9. Покажите, что алгоритм

$$f'(x) \approx \frac{f(x + h) - f(x - h)}{2 \cdot h}$$

вычисления приближенного значения производной в точке x_i некорректен.

10. Покажите, что алгоритм

$$f''(x) \approx \frac{f(x - h) - 2 \cdot f(x) + f(x + h))}{h^2}$$

вычисления приближенного значения производной в точке x_i некорректен.

11. Приведите определение понятия «оптимальный шаг формул численного дифференцирования».
12. Найдите оптимальные шаги h для вычисления приближенных значений производных в точке x по формулам, приведенным в задачах 8, 9, 10.
13. Приведите практические оценки погрешностей формул численного дифференцирования.
14. Найдите погрешность метода

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{h}, h > 0.$$

при помощи принципа Рунге.

15. Найдите погрешность метода

$$f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}, \quad h > 0.$$

при помощи принципа Рунге.

II. Задание.

Задание 1. Построить по данной информации интерполяционный многочлен $p_n(x)$, а затем положить $y'(x) \approx p'_n(x)$, $y''(x) \approx p''_n(x)$.

Задание 2. Дана таблица значений функции $y = f(x)$.

1. Составить таблицу значений производной $y'(x)$ в узлах сетки.
2. Составить таблицу значений второй производной $y''(x)$ в узлах сетки.
3. Составить компьютерную программу для вычисления $y'(x)$ и $y''(x)$ в узлах сетки.

Указание. В задании 2 используйте аппроксимации производных второго порядка точности.

<i>Таблица 1</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,05	1,05127
0,10	1,10517
0,15	1,16183
0,20	1,22140
0,25	1,28403
0,30	1,34986
0,35	1,41907
0,40	1,49182
0,45	1,56831
0,50	1,64872
<i>Таблица 4</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,45	1,56831
0,50	1,64872
0,55	1,73325
0,60	1,82212
0,65	1,91554

<i>Таблица 2</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,05	0,02119
0,10	0,04139
0,15	0,06070
0,20	0,07918
0,25	0,09691
0,30	0,11394
0,35	0,13033
0,40	0,14613
0,45	0,16137
0,50	0,17609
<i>Таблица 5</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,45	0,43497
0,50	0,47943
0,55	0,52269
0,60	0,56464
0,65	0,60519

<i>Таблица 3</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,05	0,99875
0,10	0,99500
0,15	0,98877
0,20	0,98007
0,25	0,96891
0,30	0,95534
0,35	0,93937
0,40	0,92106
0,45	0,90045
0,50	0,87758
<i>Таблица 6</i>	
<i>x</i>	<i>f(x)</i>
0,45	0,90045
0,50	0,87758
0,55	0,85252
0,60	0,82534
0,65	0,79608

0,70	2,01375
0,75	2,11700
0,80	2,22554
0,85	2,33965
0,9	2,45960
Таблица 7	
x	f(x)
1,05	2,85765
1,10	3,00417
1,15	3,15819
1,20	3,32012
1,25	3,49034
1,30	3,66930
1,35	3,85743
1,40	4,05520
1,45	4,26311
1,50	4,48169
Таблица 10	
x	f(x)
0,85	0,65998
0,90	0,62161
0,95	0,58168
1,00	0,54030
1,05	0,49757
1,10	0,45360
1,15	0,40849
1,20	0,36236
1,25	0,31532
1,30	0,26750
Таблица 13	
x	f(x)
1,20	3,32012
1,25	3,49034
1,30	3,66930
1,35	3,85743

0,70	0,64422
0,75	0,68164
0,80	0,71736
0,85	0,75128
0,90	0,78333
Таблица 8	
x	f(x)
1,05	0,86742
1,10	0,89121
1,15	0,91276
1,20	0,93204
1,25	0,94898
1,30	0,96356
1,35	0,97572
1,40	0,98545
1,45	0,99271
1,50	0,99749
Таблица 11	
x	f(x)
0,85	1,13833
0,90	1,26016
0,95	1,39838
1,00	1,55741
1,05	1,74332
1,10	1,96476
1,15	2,23450
1,20	2,57215
1,25	3,00957
1,30	3,60210
Таблица 14	
x	f(x)
1,20	0,93204
1,25	0,94898
1,30	0,96356
1,35	0,97572

0,70	0,76484
0,75	0,73169
0,80	0,69671
0,85	0,65998
0,90	0,62161
Таблица 9	
x	f(x)
1,05	0,49757
1,10	0,45360
1,15	0,40849
1,20	0,36236
1,25	0,31532
1,30	0,26750
1,35	0,21901
1,40	0,16997
1,45	0,12050
1,50	0,07074
Таблица 12	
x	f(x)
0,85	0,75128
0,90	0,78333
0,95	0,81342
1,00	0,84147
1,05	0,86742
1,10	0,89121
1,15	0,91276
1,20	0,93204
1,25	0,94898
1,30	0,96356
Таблица 15	
x	f(x)
1,20	1,07292
1,25	1,05376
1,30	1,03782
1,35	1,02488

1,40	4,05520
1,45	4,26311
1,50	4,48169
1,55	4,71147
1,60	4,95303
1,65	5,20698
Таблица 16	
x	f(x)
2,10	0,86321
2,15	0,83690
2,20	0,80850
2,25	0,77807
2,30	0,74571
2,35	0,71147
2,40	0,67546
2,45	0,63776
2,50	0,59847
2,55	0,55768
Таблица 19	
x	f(x)
1,40	0,16997
1,45	0,12050
1,50	0,07074
1,55	0,02079
1,60	0,02920
1,65	0,07912
1,70	0,12884
1,75	0,17825
1,80	0,22720
1,85	0,27559
Таблица 22	
x	f(x)
0,25	0,24740
0,30	0,29552
0,35	0,34290

1,40	0,98545
1,45	0,99271
1,50	0,99749
1,55	0,99978
1,60	0,99957
1,65	0,99687
Таблица 17	
x	f(x)
2,10	0,58485
2,15	0,65403
2,20	0,72790
2,25	0,80735
2,30	0,89348
2,35	0,98769
2,40	1,09169
2,45	1,20770
2,50	1,33865
2,55	1,48839
Таблица 20	
x	f(x)
1,40	4,05520
1,45	4,26311
1,50	4,48169
1,55	4,71147
1,60	4,95303
1,65	5,20698
1,70	5,47395
1,75	5,75460
1,80	6,04965
1,85	6,35982
Таблица 23	
x	f(x)
0,25	0,96891
0,30	0,95534
0,35	0,93937

1,40	1,01477
1,45	1,00734
1,50	1,00251
1,55	1,00022
1,60	1,00043
1,65	1,00314
Таблица 18	
x	f(x)
2,10	0,50485
2,15	0,54736
2,20	0,58850
2,25	0,62817
2,30	0,66628
2,35	0,70271
2,40	0,73739
2,45	0,77023
2,50	0,80114
2,55	0,83005
Таблица 21	
x	f(x)
1,40	0,98545
1,45	0,99271
1,50	0,99749
1,55	0,99978
1,60	0,99957
1,65	0,99687
1,70	0,99166
1,75	0,98399
1,80	0,97385
1,85	0,96128
Таблица 24	
x	f(x)
0,25	0,60206
0,30	0,52288
0,35	0,45593

0,40	0,38942
0,45	0,43497
0,50	0,47943
0,55	0,52269
0,60	0,56464
0,65	0,60519
0,70	0,64422
Таблица 25	
x	f(x)
1,25	0,09691
1,30	0,11394
1,35	0,13033
1,40	0,14613
1,45	0,16137
1,50	0,17609
1,55	0,19033
1,60	0,20412
1,65	0,21748
1,70	0,23045

0,40	0,92106
0,45	0,90045
0,50	0,87758
0,55	0,85252
0,60	0,82534
0,65	0,79608
0,70	0,76484
Таблица 26	
x	f(x)
1,25	0,22314
1,30	0,26236
1,35	0,30010
1,40	0,33647
1,45	0,37156
1,50	0,40547
1,55	0,43825
1,60	0,47000
1,65	0,50078
1,70	0,53063

0,40	0,39794
0,45	0,34679
0,50	0,30103
0,55	0,25964
0,60	0,22185
0,65	0,18709
0,70	0,15490
Таблица 27	
x	f(x)
1,25	0,31532
1,30	0,26750
1,35	0,21901
1,40	0,16997
1,45	0,12050
1,50	0,07074
1,55	0,02079
1,60	0,02920
1,65	0,07912
1,70	0,12884

Лабораторная работа № 7

Тема: Численное интегрирование

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Изложите кратко постановку задачи численного интегрирования.
2. Приведите определения основных понятий: квадратурная сумма, квадратурная формула, узлы и коэффициенты квадратурной формулы, погрешность квадратурной формулы.
3. Кратко изложите сущность метода прямоугольников.
4. Кратко изложите сущность метода трапеций.
5. Кратко изложите сущность метода Симпсона.
6. Выпишите составные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
7. Выпишите погрешности и их оценки составных формул прямоугольников, трапеций, Симпсона.
8. Кратко изложите способы выбора шага интегрирования.
9. Приведите практические оценки погрешностей формул численного интегрирования (принцип Рунге).
10. Кратко изложите сущность формул Ньютона-Котеса.
11. Кратко изложите сущность формул типа Гаусса.
12. Приведите важнейшие свойства полиномов Лежандра.
13. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

по формуле трапеций при $n = 10$ и оценить остаточный член.

14. Вычислить интеграл

$$\int_4^5 \ln x dx$$

по формуле Симпсона при $n = 10$ и оценить остаточный член.

15. Вычислить интеграл

$$\int_0^{0.8} f(x) dx$$

по формуле Симпсона и оценить остаточный член, если подынтегральная функция задана таблицей:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	1.0000	0.9950	0.9801	0.9553	0.9211	0.8756	0.8553	0.7648	0.6967

16. Найдите шаг h интегрирования для вычисления определенного интеграла

$$\int_2^3 \ln x dx$$

по формуле трапеций с точностью 0.001.

17. Найдите шаг h интегрирования для вычисления определенного интеграла

$$\int_2^3 \ln x dx$$

по формуле Симпсона с точностью 0.0001.

II. Задание.

1. Вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников и трапеций при $n = 10$. Оценить погрешность результата, составив таблицу конечных разностей.
2. Вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона при $n = 10$. Оценить погрешность результата, составив таблицу конечных разностей.
3. Разработать компьютерные программы реализации методов трапеций и Симпсона.

III. Варианты.

1) а) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

2) а) $\int_{1.2}^{2.7} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3.2}}$

3) а) $\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

4) а) $\int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1.2}}$

5) а) $\int_{2.2}^{2.6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0.5}}$

6) а) $\int_{1.4}^{2.2} \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$

7) а) $\int_{0.8}^{1.8} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4}}$

8) а) $\int_{1.6}^{2.2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2.5}}$

б) $\int_{1.2}^2 \frac{\ln(x+2)}{x} dx$

б) $\int_{1.6}^{2.4} (x+1) \cdot \sin x dx$

б) $\int_{1.2}^2 \frac{\ln(x+2)}{x} dx$

б) $\int_{1.2}^2 \frac{\ln(x^2 + 3)}{2x} dx$

б) $\int_{1.4}^3 x^2 \ln x dx$

б) $\int_{1.4}^{2.2} \frac{\ln(x^2 + 2)}{x+1} dx$

б) $\int_{0.4}^{1.2} \frac{\cos(x^2)}{x+1} dx$

б) $\int_{0.8}^{1.6} (x^2 + 1) \sin(x - 0.5) dx$

$$9) \quad a) \int_{0.6}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0.8}}$$

$$10) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1.2}}$$

$$11) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 0.7}}$$

$$12) \quad a) \int_{3.2}^4 \frac{dx}{\sqrt{0.5x^2 + 1}}$$

$$13) \quad a) \int_{0.8}^{1.7} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 0.3}}$$

$$14) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{0.5x^2 + 1.5}}$$

$$15) \quad a) \int_{2.1}^{3.6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$16) \quad a) \int_{1.3}^{2.5} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2 + 1}}$$

$$17) \quad a) \int_{0.6}^{1.4} \frac{dx}{\sqrt{1.2x^2 + 0.5}}$$

$$18) \quad a) \int_{1.6}^{2.2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0.5}}$$

$$19) \quad a) \int_{0.6}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2 + 2.5}}$$

$$20) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 5.2}}$$

$$21) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 0.7}}$$

$$22) \quad a) \int_{3.2}^4 \frac{dx}{\sqrt{0.1x^2 + 2.5}}$$

$$23) \quad a) \int_{0.8}^{1.7} \frac{dx}{\sqrt{0.2x^2 + 3}}$$

$$24) \quad a) \int_{1.2}^2 \frac{dx}{\sqrt{1.5x^2 + 0.5}}$$

$$25) \quad a) \int_{2.1}^{3.6} \frac{dx}{\sqrt{0.3x^2 + 1.3}}$$

$$b) \int_{0.6}^{1.4} x^2 \cos x dx$$

$$b) \int_{1.2}^2 \frac{\ln(x^2 + 3)}{2x} dx$$

$$b) \int_{2.5}^{3.3} \frac{\ln(x^2 + 0.8)}{x-1} dx$$

$$b) \int_{0.5}^{1.2} \frac{tg(x^2)}{x+1} dx$$

$$b) \int_{1.3}^{2.2} \frac{\sin(x^2 - 1)}{2\sqrt{x}} dx$$

$$b) \int_{0.2}^{1.0} (x+1) \cos(x^2) dx$$

$$b) \int_{0.8}^{1.2} \frac{\sin(x^2 - 0.4)}{x+2} dx$$

$$b) \int_{0.15}^{0.63} \sqrt{x+1} \ln(x+3) dx$$

$$b) \int_{1.2}^{2.8} \frac{\ln(x^2 + 1)}{2x+1} dx$$

$$b) \int_{0.8}^{1.6} (x^2 + 1.6) \cos(x - 0.5) dx$$

$$b) \int_{0.6}^{1.4} x^2 \sin(x) dx$$

$$b) \int_{1.2}^2 \frac{\ln(x^2 + 0.3)}{2x+1} dx$$

$$b) \int_{2.5}^{3.3} \frac{\ln(x^2 + 0.8)}{x+1} dx$$

$$b) \int_{0.5}^{1.2} \frac{tg(x^2)}{x+1} dx$$

$$b) \int_{1.3}^{2.2} \frac{\sin(x^2 + 1)}{\sqrt{x}} dx$$

$$b) \int_{0.2}^{1.0} (x+2) \cos(x^2 - 1) dx$$

$$b) \int_{0.8}^{1.2} \frac{\sin(x^2 + 0.4)}{2\sqrt{x}} dx$$

Лабораторная работа № 8

Тема: Решение нелинейных скалярных уравнений.

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Является ли число 3 корнем уравнения $2x^4 - 3x^3 - 5x^2 - 6x - 18 = 0$?
2. Является ли число 2 корнем уравнения $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 1 = 0$?
3. Определить графически между какими целыми числами заключены корни уравнения $x^3 - 3x - 1 = 0$.
4. Имеет ли уравнение $x^3 + x - 1 = 0$ корни на отрезке $[0; 1]$?
5. Имеет ли уравнение $x^3 + x + 2 = 0$ корни на отрезке $[0; 1]$?
6. Сколько корней уравнения $x^3 + 2x - 5 = 0$ содержится на отрезке $[1; 5]$?
7. Уравнение $x^3 + x - 3 = 0$ содержит единственный корень на отрезке $[1; 2]$. Сколько итераций надо совершить, чтобы методом половинного деления получить приближенное значение корня с точностью до $\varepsilon = 0.001$?
8. Для решения уравнения $x^3 + x - 3 = 0$, содержащего единственный корень на отрезке $[1; 2]$, построен итерационный процесс:
$$x_{n+1} = 3 - x_n^3, \quad x_0 = 1.5.$$
Обоснуйте сходимость (расходимость) этого процесса.
9. Уравнение $5x - e^x = 0$ имеет один корень на отрезке $[0; 1]$. Вычислите методом итераций первое и второе приближения корня, положив $x_0 = 0.5$. Оцените величину $|\xi - x_2|$, где ξ - точное значение корня.
10. Уравнение $5x - e^x = 0$ имеет один корень на отрезке $[0; 1]$. Вычислите методом Ньютона первое и второе приближения корня. Оцените величину $|\xi - x_2|$, где ξ - точное значение корня.

II. Задание.

1. Отделить корни данных уравнений графически или аналитически.
2. Уточнить один из корней
 - а). методом половинного деления с точностью до $\varepsilon = 0.01$;
 - б). методом итераций с точностью до $\varepsilon = 0.001$;
 - в). методом Ньютона с точностью до $\varepsilon = 0.000001$.
3. Составить программы отделения корней и уточнения любого отделенного корня уравнения с заданной точностью ε указанными выше методами.
4. Решить данные уравнения, используя ПО компьютера для решения математических задач.

III. Варианты.

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------|
| 1. а). $0.1 \sin 0.3x - 0.1x = 1$; | б). $e^{-0.1x} - x = 0$. |
| 2. а). $0.3 \sin 0.1x + 0.15x = 1$; | б). $10x - e^x = 0$. |
| 3. а). $0.4 \sin 0.2x - 0.25x = 1$; | б). $e^{0.5x} - 16x = 0$. |

4. a). $0.3 \cos 0.2x - 0.4x = 0$;
5. a). $0.2 \cos 0.1x - 0.24x = 0$;
6. a). $0.2 \cos 0.2x + 0.1x = 0$;
7. a). $0.5 \sin x - 0.8x + 1 = 0$;
8. a). $2 \sin 2x + 8.2x - 1 = 0$;
9. a). $1.2 \sin 0.5x - 1.5x + 1 = 0$;
10. a). $2.4x - 1.2 \cos 0.3x = 0$;
11. a). $0.3x + 0.5 \cos 0.1x = 0$;
12. a). $5x - \cos x - 1 = 0$;
13. a). $3x + \cos 0.2x - 2 = 0$;
14. a). $2.1x - \sin 0.1x = 0.25$;
15. a). $2.5x - \sin 0.3x = 3.2$;
16. a). $0.1x + 0.5 \cos 0.1x = 0.3$;
17. a). $\cos x - 3x - 1 = 0$;
18. a). $\sin x - 3x + 1 = 0$;
19. a). $4x - \sin 2x - 1.2 = 0$;
20. a). $1 - 2.5x - \sin x = 0$;
21. a). $\sin x - 3.2x - 1 = 0$;
22. a). $\cos x + 1.8x - 1.2 = 0$;
23. a). $0.8 - 2.5x + \cos x = 0$;
24. a). $0.5 - \sin x + 2.9x = 0$;
25. a). $2.8x - \sin x = 1.2$;

- б). $11x - e^x = 0$.
- б). $e^{0.2x} - 5x = 0$.
- б). $4x - e^{0.1x} = 0$.
- б). $e^{0.1x} - 4.5x = 0$.
- б). $e^{0.3x} - 4x = 0$.
- б). $e^{0.2x} - 5.1x = 0$.
- б). $e^{0.3x} - 7.2x = 0$.
- б). $6x - e^{0.1x} = 0$.
- б). $5.8x - e^{0.2x} = 0$.
- б). $e^{0.6x} - 12x = 0$.
- б). $e^{0.5x} - 9.8x = 0$.
- б). $e^{0.4x} - 12.2x = 0$.
- б). $9.8x - e^{0.6x} = 0$.
- б). $e^{0.7x} - 13.2x = 0$.
- б). $10.2x - e^x = 0$.
- б). $e^{0.9x} - 10.4x = 0$.
- б). $e^x - 11.4x = 0$.
- б). $e^{-0.2x} - 1.2x = 0$.
- б). $10x - e^x = 0$.
- б). $e^{1.1x} - 12.2x = 0$.
- б). $8.2x - e^{0.8x} = 0$.
- б). $5.6x - e^{0.6x} = 0$.

Лабораторная работа № 9

Тема: Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Является ли вектор $[1; 1; 1]^T$ решением системы $A \cdot X = F$, где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} ?$$

2. Является ли вектор $[1; 1; 1]^T$ решением системы $A \cdot X = F$, где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 23 \end{bmatrix} ?$$

3. К какому типу методов - прямым (точным) или итерационным - относится метод Гаусса?
4. Кратко изложите сущность метода Гаусса.
5. В чем заключается прямой и обратный ход в методе Гаусса?
6. Изложите сущность схемы Халецкого.
7. Изложите сущность метода квадратных корней.
8. Изложите сущность метода прогонки.
9. Пусть дана система уравнений $A \cdot X = F$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}.$$

Найти: 1). Все нормы вектора F ;

2). $\|A\|_1, \|A\|_2$.

10. Дана система уравнений

$$\begin{cases} 4x_1 + 0.24x_2 - 0.08x_3 = 8, \\ 0.09x_1 + 3x_2 - 0.15x_3 = 9, \\ 0.04x_1 - 0.08x_2 + 4x_3 = 20. \end{cases}$$

Для решения этой системы постройте итерационный процесс. Выполняются ли условия сходимости процесса итераций?

11. Систему из задания 9 решите методом итераций с точностью $\varepsilon = 0.0001$. Найдите критерий окончания итерационного процесса.
12. Систему из задания 9 решите методом итераций с точностью $\varepsilon = 0.001$. Оцените число необходимых итераций (шагов).
13. Укажите, чем отличается метод Зейделя от метода простой итерации?

II. Задание.

1. Систему

$$\begin{pmatrix} 2+\alpha & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 6.1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 2.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 3.4 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 7.1+\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.6 \\ 7.0 \\ 4.1 \\ 4.5 \\ 6.9 \end{pmatrix}$$

$\alpha = 0.02 \cdot n$, $\beta = 0.01 \cdot n$, n - номер варианта, решить методом прогонки.

2. Дана система линейных уравнений $A \cdot X = B$, где

$$A = \begin{bmatrix} 9.8 + \alpha & 1.02 & 0.75 & 0.5 \\ 1.05 & 8.9 & 0.45 & 1.22 \\ 0.73 & 0.55 & 9.95 & 0.51 \\ 0.35 & 0.45 & 1.18 & 9.75 + \alpha \end{bmatrix}$$

$$B = [15.655; 22.705; 25.805; 23.480 - \beta]^T$$

$$\alpha = 0.02 \cdot n, \beta = 0.01 \cdot n$$

n - номер варианта.

Данную систему решить методом простой итерации и методом Зейделя. Итерации продолжать до выполнения неравенства

$$\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\| < 0.0001.$$

Оценить погрешность полученных результатов.

3. Систему

$$\begin{bmatrix} 12.72 + \alpha & 2.45 & 0.35 & 1.54 \\ 3.44 & 15.82 & 1.84 & 0.35 \\ 4.55 & 0.78 & 20.75 + \alpha & 0.85 \\ 3.44 & 0.55 & 0.35 & 20.75 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.755 \\ 25.455 \\ 18.470 + \beta \\ 19.680 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 0.02 \cdot n$, $\beta = 0.01 \cdot n$, n - номер варианта, решить методом простой итерации и методом Зейделя с погрешностью $\varepsilon = 0.0001$.

4. Систему

$$\begin{bmatrix} 10.25 + \alpha & 1.85 & 0.35 \\ 2.22 & 12.54 & 1.48 \\ 3.08 & 2.44 & 15.85 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.445 + \alpha \\ 15.550 \\ 18.445 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 0.02 \cdot n$, n - номер варианта, решить методом простой итерации и методом Зейделя, выполнив 5 итераций. Оценить погрешности полученных результатов.

5. Подсчитать число шагов, необходимое для решения системы из задания 3 с погрешностью $\varepsilon = 0.0001$.

5. Системы из всех заданий решите с помощью ПО компьютера.

6. **Замечание.** Для решения систем уравнений разработайте соответствующие компьютерные программы.

Лабораторная работа № 10

Тема: Численное решение систем нелинейных уравнений

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Является пара чисел $(1,1)$ решением системы уравнений

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 2, \\ xy &= 1? \end{aligned}$$

2. Является пара чисел $(1,0)$ решением системы уравнений

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1, \\ 2x + \sin y &= 1? \end{aligned}$$

- ### 3. Систему

$$\begin{aligned} \sin(x+y) + 2x &= 0.5, \\ \cos(2x+y) + 5y &= 0.1 \end{aligned}$$

привести к виду

$$\begin{aligned}x &= f(x, y), \\ y &= g(x, y).\end{aligned}$$

4. Найти область определения решений системы

$$\begin{aligned} \sin(x+y) + 2x &= 0.5, \\ \cos(2x+y) + 5y &= 0.1. \end{aligned}$$

5. Система нелинейных уравнений, приведенная к виду

$$\begin{aligned} X_1 &= f_1(X_1, X_2, \dots, X_n), \\ X_2 &= f_2(X_1, X_2, \dots, X_n), \\ &\dots\dots\dots \\ X_n &= f_n(X_1, X_2, \dots, X_n), \end{aligned}$$

решается методом итераций. Сформулируйте условия сходимости этого метода.

6. Дано отображение вида

$$x = f(x), \quad \text{где } x, f \text{ — } n\text{-мерные векторы.}$$

Приведите условие, при котором это отображение является сжимающим.

- ## 7. Приблизить функции

$$\begin{aligned} f_1(x,y) &= \sin(x+y) + 2x - 0.5, \\ f_2(x,y) &= \cos(2x+y) + 5y - 0.1 \end{aligned}$$

полиномами Тейлора 1-го порядка в окрестности точки $(0, 0)$.

II. Задание.

1. Используя метод итераций, решить систему нелинейных уравнений с точностью до $\varepsilon = 0.001$.
2. Используя метод Ньютона, решить систему нелинейных уравнений с точностью до $\varepsilon = 0.001$.
3. Для решения систем нелинейных уравнений методами итераций и Ньютона составить соответствующие программы.
4. Данные системы в задании решить с помощью ПО компьютера.

III. Варианты.

- | | |
|--|--|
| 1. а). $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.4) = x^2; \\ 0.6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0. \end{cases}$ |
| 2. а). $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5; \\ x - \cos y = 3. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.6x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, y > 0. \end{cases}$ |
| 3. а). $\begin{cases} \sin x + 2y = 2; \\ \cos(y-1) + x = 0.7. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.1) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 4. а). $\begin{cases} \cos x + y = 1.5; \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.2x = 0.2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 5. а). $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.3) = x^2; \\ 0.9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 6. а). $\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0.8; \\ \sin y - 2x = 1.6. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.3x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 7. а). $\begin{cases} \sin(x-1) = 1.3 - y; \\ x - \sin(y+1) = 0.8. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2; \\ 0.8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 8. а). $\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0; \\ x + \sin y = -0.4. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.5x = 0.1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 9. а). $\begin{cases} \cos(x+0.5) - y = 2; \\ \sin y - 2x = 1. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2; \\ 0.7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 10. а). $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1.5; \\ x + \cos(y-2) = 0.5. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.2x = 0.1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 11. а). $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.2; \\ 2y + \cos x = 2. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.2) = x^2; \\ 0.6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 12. а). $\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.5; \\ y - \cos x = 3. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) = 1.5x - 0.1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 13. а). $\begin{cases} \sin y + 2x = 2; \\ \cos(x-1) + y = 0.7. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy + 0.4) = x^2; \\ 0.8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 14. а). $\begin{cases} \cos y + x = 1.5; \\ 2y - \sin(x-0.5) = 1. \end{cases}$ | б). $\begin{cases} \sin(x+y) = 1.2x - 0.1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |

- | | | | | |
|-----|-----|--|-----|--|
| 15. | a). | $\begin{cases} \sin(y+0.5) - x = 1; \\ \cos(x-2) + y = 0. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0.1) = x^2; \\ 0.9x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 16. | a). | $\begin{cases} \cos(y+0.5) + x = 0.8; \\ \sin x - 2y = 1.6. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.4x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 17. | a). | $\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1.3; \\ y - \sin(x+1) = 0.8. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0.1) = x^2; \\ 0.5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 18. | a). | $\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0; \\ y + \sin x = -0.4. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \sin(x+y) = 1.1x - 0.1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 19. | a). | $\begin{cases} \cos(y+0.5) - x = 2; \\ \sin x - 2y = 1. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}(x-y) - xy = 0; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 20. | a). | $\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1.5; \\ y + \cos(x-2) = 0.5. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \sin(x-y) - xy = -1; \\ x^2 - y^2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$ |
| 21. | a). | $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1; \\ 2x + \cos y = 2. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0.2) = x^2; \\ x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 22. | a). | $\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.8; \\ x - \cos y = 2. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \sin(x+y) - 1.5x = 0; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 23. | a). | $\begin{cases} \sin x + 2y = 1.6; \\ \cos(y-1) + x = 1. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}xy = x^2; \\ 0.5x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 24. | a). | $\begin{cases} \cos x + y = 1.2; \\ 2x - \sin(y-0.5) = 2. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \sin(x+y) = 1.2x - 0.2; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$ |
| 25. | a). | $\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1.2; \\ \cos(y-2) + x = 0. \end{cases}$ | б). | $\begin{cases} \operatorname{tg}(xy+0.1) = x^2; \\ 0.7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$ |

Лабораторная работа № 11

Тема: Численное решение задачи Коши

I. Контрольные вопросы и задачи.

1. Является ли функция $\exp(x)$ решением дифференциального уравнения $y'(x) = y(x)$?
2. Является ли функция $\exp(x)$ решением дифференциального уравнения $y'(x) = 2y(x)$?
3. Сформулируйте задачу Коши для ОДУ. Приведите пример.
4. Укажите методы решения задачи Коши для ОДУ.
5. Изложите сущность численного решения задачи Коши для ОДУ.
6. Решите задачу Коши для ДУ
 $y'(x) = y(x), y(0) = 1$
методом рядов.
7. Запишите решение задачи Коши для ДУ
 $y'(x) = f(x, y), y(x_0) = y_0$
в интегральной форме.
8. Приведите формулу метода Эйлера решения задачи Коши
 $y'(x) = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
9. Найдите решение задачи Коши для ДУ
 $y'(x) = y(x), y(0) = 1$
методом Эйлера с шагом 0.1 на отрезке $[0, 0.5]$. Сравните полученное решение с аналитическим. Укажите погрешности в каждой точке сетки.
10. Приведите формулы метода Рунге – Кутты четвертого порядка для решения задачи Коши
 $y'(x) = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
11. Приведите приближенную формулу погрешности в каждой точке сетки для методов Рунге – Кутты.
12. Найдите решение задачи Коши для ДУ
 $y'(x) = y(x), y(0) = 1$
13. Решите методом Рунге- Кутты второго порядка задачу Коши для ДУ
 $y'(x) = y(x), y(0) = 1$
с шагом 0.1 на отрезке $[0, 0.5]$. Сравните полученное решение с аналитическим. Укажите погрешности в каждой точке сетки.
14. Сформулируйте идею построения методов Адамса.
15. Опишите преимущества и недостатки методов Адамса в сравнении с методами Рунге – Кутты.

II. Задание.

Используя методы Эйлера, Рунге - Кутта и Адамса, решить данное дифференциальное уравнение $u' = f(x, u)$ с начальным условием $u(x_0) = u_0$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 0.001$.

1. Для решения данной задачи разработать соответствующие компьютерные программы.
2. Для решения данной задачи воспользоваться ПО компьютера.

III. Варианты.

- | | | | |
|-----|---------------------------------------|-------------------|---------------------|
| 1. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{5}},$ | $u_0(1.8) = 2.6,$ | $x \in [1.8; 2.8].$ |
| 2. | $u' = x + \cos \frac{u}{3},$ | $u_0(1.6) = 4.6,$ | $x \in [1.6; 2.6].$ |
| 3. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{10}},$ | $u_0(0.6) = 0.8,$ | $x \in [0.6; 1.6].$ |
| 4. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{7}},$ | $u_0(0.5) = 0.6,$ | $x \in [0.5; 1.5].$ |
| 5. | $u' = x + \cos \frac{u}{\pi},$ | $u_0(1.7) = 5.3,$ | $x \in [1.7; 2.7].$ |
| 6. | $u' = x + \cos \frac{u}{2.25},$ | $u_0(1.4) = 2.2,$ | $x \in [1.4; 2.4].$ |
| 7. | $u' = x + \cos \frac{u}{e},$ | $u_0(1.4) = 2.5,$ | $x \in [1.4; 2.4].$ |
| 8. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{2}},$ | $u_0(0.8) = 1.4,$ | $x \in [0.8; 1.8].$ |
| 9. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{3}},$ | $u_0(1.2) = 2.1,$ | $x \in [1.2; 2.2].$ |
| 10. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{11}},$ | $u_0(2.1) = 2.5,$ | $x \in [2.1; 3.1].$ |
| 11. | $u' = x + \cos \frac{u}{1.25},$ | $u_0(0.4) = 0.8,$ | $x \in [0.4; 1.4].$ |
| 12. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{15}},$ | $u_0(0.3) = 0.9,$ | $x \in [0.3; 1.3].$ |
| 13. | $u' = x + \cos \frac{u}{\sqrt{0.3}},$ | $u_0(0.7) = 2.1,$ | $x \in [0.7; 1.7].$ |
| 14. | $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{5}},$ | $u_0(1.8) = 2.6,$ | $x \in [1.8; 2.8].$ |
| 15. | $u' = x + \sin \frac{u}{3},$ | $u_0(1.6) = 4.6,$ | $x \in [1.6; 2.6].$ |
| 16. | $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{10}},$ | $u_0(0.6) = 0.8,$ | $x \in [0.6; 1.6].$ |
| 17. | $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{7}},$ | $u_0(0.5) = 0.6,$ | $x \in [0.5; 1.5].$ |
| 18. | $u' = x + \sin \frac{u}{\pi},$ | $u_0(1.7) = 5.3,$ | $x \in [1.7; 2.7].$ |
| 19. | $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{2.8}},$ | $u_0(1.4) = 2.2,$ | $x \in [1.4; 2.4].$ |

20. $u' = x + \sin \frac{u}{e},$ $u_0(1.4) = 2.5,$ $x \in [1.4; 2.4].$
21. $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{2}},$ $u_0(0.8) = 1.3,$ $x \in [0.8; 1.8].$
22. $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{3}},$ $u_0(1.1) = 1.5,$ $x \in [1.1; 2.1].$
23. $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{11}},$ $u_0(0.6) = 1.2,$ $x \in [0.6; 1.6].$
24. $u' = x + \sin \frac{u}{1.25},$ $u_0(0.5) = 1.8,$ $x \in [0.5; 1.5].$
25. $u' = x + \sin \frac{u}{\sqrt{15}},$ $u_0(0.3) = 0.9,$ $x \in [0.3; 1.3].$

Лабораторная работа № 12

Тема: Численное решение краевых задач для ОДУ

I. Задание.

Найти решение краевой задачи методом конечных разностей и методом прогонки на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 0.001$.

1. Для решения данной задачи разработать соответствующие компьютерные программы.
2. Для решения данной задачи воспользоваться ПО компьютера.

II. Варианты.

1.
$$y'' + \frac{y'}{x} + 2y = x,$$
$$\begin{cases} y(0.7) = 0.5, \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1.2. \end{cases}$$

2.
$$y'' - xy' + 2y = x + 1,$$
$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2, \\ y(1.2) = 1. \end{cases}$$

3.
$$y'' + xy' + y = x + 1,$$
$$\begin{cases} y(0.5) + 2y'(0.5) = 1, \\ y'(0.8) = 1.2. \end{cases}$$

4.
$$y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3,$$
$$\begin{cases} y(0.2) = 2, \\ 0.5y(0.5) - y'(0.5) = 1. \end{cases}$$

5.
$$y'' + 2y' - xy = x^2,$$
$$\begin{cases} y'(0.6) = 0.7, \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1. \end{cases}$$

6.
$$y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4,$$
$$\begin{cases} y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2, \\ y'(1.4) = 4. \end{cases}$$

7.
$$y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1,$$
$$\begin{cases} y(0.4) = 2, \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7. \end{cases}$$

8.
$$y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1,$$
$$\begin{cases} y'(1.2) = 1, \\ 2y(1.5) - y'(1.5) = 0.5. \end{cases}$$

9.
$$y'' - \frac{y'}{2} + 3y = 2x^2,$$
$$\begin{cases} y(1) + 2y'(1) = 0.6, \\ y(1.3) = 1. \end{cases}$$

10.
$$y'' + 1.5y' - xy = 0.5,$$
$$\begin{cases} 2y(1.3) - y'(1.3) = 1, \\ y(1.6) = 3. \end{cases}$$

11.
$$y'' + 2xy' - y = 0.4,$$
$$\begin{cases} 2y(0.3) + y'(0.3) = 1, \\ y'(0.6) = 2. \end{cases}$$

12.
$$y'' - 0.5xy' + y = 2,$$
$$\begin{cases} y(0.4) = 1.2, \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4. \end{cases}$$

$$13. \quad \begin{cases} y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2, \\ y'(0.8) = 1.5, \\ 2y(1.1) + y'(1.1) = 3. \end{cases}$$

$$14. \quad \begin{cases} y'' + 2x^2 y' + y = x, \\ 2y(0.5) - y'(0.5) = 1, \\ y(0.8) = 3. \end{cases}$$

$$15. \quad \begin{cases} y'' - 3xy' + 2y = 1.5, \\ y'(0.7) = 1.3, \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2. \end{cases}$$

$$16. \quad \begin{cases} y'' + 2xy' - 2y = 0.6, \\ y'(2) = 1, \\ 0.4y(2.3) - y'(2.3) = 1. \end{cases}$$

$$17. \quad \begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} - 0.4y = 2x, \\ y(0.6) - 0.3y'(0.6) = 0.6, \\ y'(0.9) = 1.7. \end{cases}$$

$$18. \quad \begin{cases} y'' - \frac{y'}{2x} + 0.8y = x, \\ y(1.7) + 1.2y'(1.7) = 2, \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

$$19. \quad \begin{cases} y'' - \frac{y'}{3} + xy = 2, \\ y(0.8) = 1.6, \\ 3y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 1. \end{cases}$$

$$20. \quad \begin{cases} y'' + 0.8y' - xy = 1.4, \\ y(1.8) = 0.5, \\ 2y(2.1) + y'(2.1) = 1.7. \end{cases}$$

$$21. \quad \begin{cases} y'' + 2y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}, \\ 0.5y(0.9) + y'(0.9) = 1, \\ y(1.2) = 0.8. \end{cases}$$

$$22. \quad \begin{cases} y'' - \frac{y'}{4} + \frac{2y}{x} = \frac{x}{2}, \\ 1.5y(1.3) - y'(1.3) = 0.6, \\ 2y(1.6) = 0.3. \end{cases}$$

$$23. \quad \begin{cases} y'' - 0.5y' + 0.5xy = 2x, \\ y'(1) = 0.5, \\ 2y(1.3) - y'(1.3) = 2. \end{cases}$$

$$24. \quad \begin{cases} y'' - 0.5x^2 y' + 2y = x^2, \\ y(1.6) + 0.7y'(1.6) = 2, \\ y(1.9) = 0.8. \end{cases}$$

$$25. \quad \begin{cases} y'' + \frac{y'}{2x} - y = \frac{2}{x}, \\ y(0.6) = 1.3, \\ 0.5y(0.9) - 1.2y'(0.9) = 1. \end{cases}$$

Лабораторная работа № 13

Тема: Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток

I. Задание.

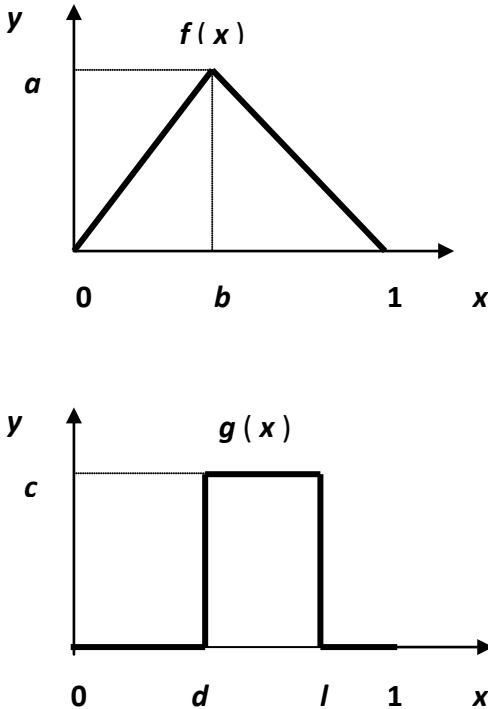
Решить смешанную задачу для волнового уравнения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ с начальными

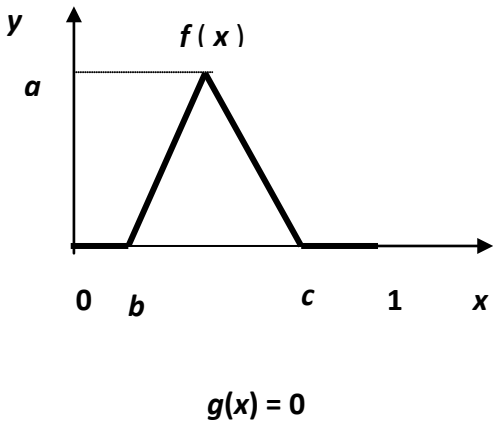
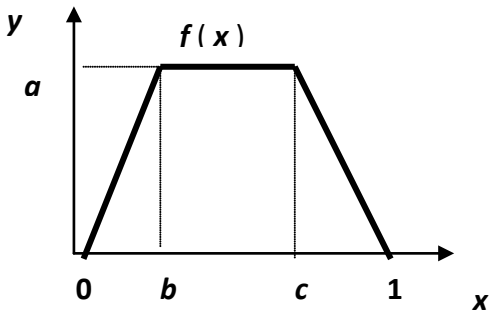
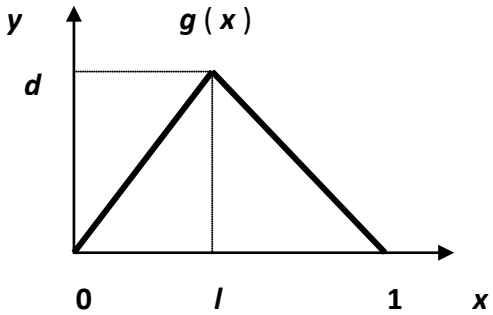
$u(x,0) = f(x), \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), 0 \leq x \leq 1$, и нулевыми краевыми условиями

$u(0, t) = u(1, t) = 0$.

3. Для решения данной задачи разработать соответствующие компьютерные программы.
4. Для решения данной задачи воспользоваться ПО компьютера.

II. Варианты.

Номер Вариант a	$f(x)$ $g(x)$	a	b	c	d	l
1		1.0	0.05	1.5	0.05	0.45
2		2.0	0.10	1.6	0.10	0.50
3		3.0	0.15	1.7	0.15	0.55
4		4.0	0.20	1.8	0.20	0.60
5		5.0	0.25	1.9	0.25	0.65
6		6.0	0.30	-2.0	0.30	0.70
7		7.0	0.35	-2.1	0.35	0.75
8		8.0	0.40	-2.2	0.40	0.80

9	 $g(x) = 0$	1.0	0.05	0.45		
10		2.0	0.10	0.50		
11		3.0	0.15	0.55		
12		4.0	0.20	0.60		
13		5.0	0.25	0.65		
14		6.0	0.30	0.70		
15		7.0	0.35	0.75		
16		8.0	0.40	0.80		
17	 	1.0	0.10	0.20	-1.0	0.10
18		2.0	0.15	0.30	-3.0	0.20
19		3.0	0.20	0.40	-4.0	0.30
20		4.0	0.30	0.50	-5.0	0.40
21		5.0	0.40	0.60	-1.0	0.50
22		6.0	0.50	0.70	1.0	0.60
23		7.0	0.60	0.80	2.0	0.70
24		8.0	0.70	0.90	2.5	0.80
25		9.0	0.80	0.95	3.0	0.90

Лабораторная работа № 14

Тема: Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток

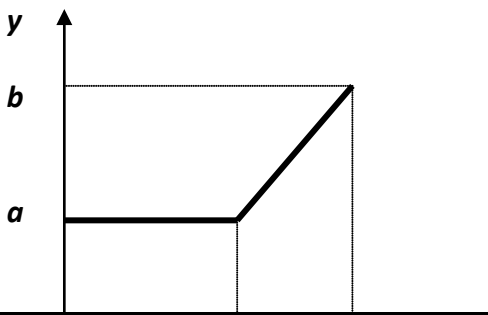
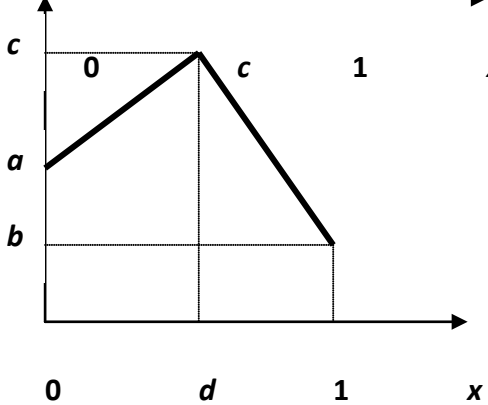
I. Задание.

Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ с

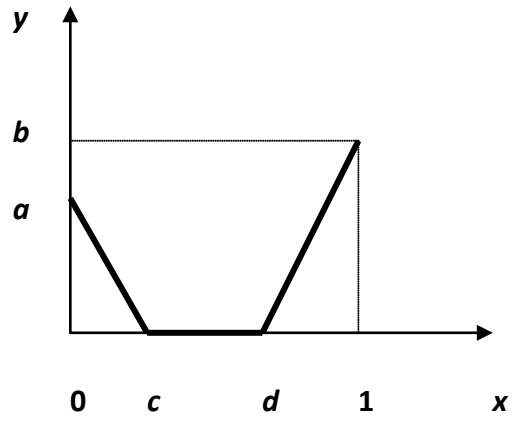
начальным условием $u(x, 0) = f(x)$ и граничными условиями $u(0, t) = a$, $u(1, t) = b$.

5. Для решения данной задачи разработать соответствующие компьютерные программы.
6. Для решения данной задачи воспользоваться ПО компьютера.

II. Варианты.

Номер варианта	$f(x)$	a	b	c	d
1		1.1	3.0	0.05	
2		1.2	3.5	0.15	
3		1.3	4.0	0.25	
4		1.4	4.5	0.35	
5		1.5	5.0	0.45	
6		1.6	5.5	0.55	
7		1.7	6.0	0.65	
8		1.8	6.5	0.75	
9		8.0	3.0	20.0	0.15
10		9.0	4.0	0	0.05
11		10.0	5.0	21.0	0.25
12		11.0	6.0	0	0.35
13		12.0	7.0	22.0	0.45
14		13.0	8.0	0	0.55
15		14.0	9.0	23.0	0.65
16		15.0	10.0	0	0.75
				24.0	
				0	
				25.0	
				0	
				26.0	
				0	
				27.0	
				0	

17
18
19
20
21
22
23
24
25



10.0	14.0	0.05	0.30
11.0	14.5	0.10	0.35
8.0	15.0	0.15	0.40
7.0	15.5	0.20	0.45
6.0	16.0	0.25	0.50
5.0	17.0	0.30	0.55
4.0	17.5	0.35	0.60
3.0	18.0	0.40	0.65
2.0	19.0	0.45	0.70

Лабораторная работа №15

Тема: Решение задачи Дирихле для уравнения эллиптического типа методом сеток

I. Задание.

Найти решение задачи Дирихле в квадрате со стороной 1 для уравнения

Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ с краевыми условиями вида $u(0, y) = f_1(y)$, $u(1, y) = f_2(y)$,

$0 \leq y \leq 1$, $u(x, 0) = f_3(x)$, $u(x, 1) = f_4(x)$, $0 \leq x \leq 1$.

7. Для решения данной задачи разработать соответствующие компьютерные программы.

8. Для решения данной задачи воспользоваться ПО компьютера.

II. Варианты.

Номер варианта	$f_1(y)$	$f_2(y)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	y^2	$\cos y + (2 -$	x^3	$x + 1$
2	$e^y - e y^2$	$\cos 1)y$	$-x^3 + 1$	x^2
3	$-y^2 + 1$	y	$\sin x -$	x
4	0	y	$(1 + \sin 1)x^3 + 1$	x
5	$e^y + (1 - e)y^2 -$	y	$\sin x - x^3 \sin 1$	x
6	1	y	0	$2x + 1$
7	y^2	$\cos y + (3 -$	x^3	x^2
8	0	$\cos 1)y$	$\sin x - x^3 \sin 1$	$x - 2$
9	$2ey - (1 +$	y	$-x^3 + 1$	$9x^2 - 15x - 12$
10	$2e)y^2 - 1$	$-y$	$9x^2 + 7x + 6$	$6x^2 - 12x - 9$
11	$-10y^2 - 8y + 6$	$-10y^2 - 30y +$	$6x^2 + 4x + 3$	$4x^2 - 24x - 21$
12	$-7y^2 - 5y + 3$	22	$4x^2 + 2x + 1$	$18x^2 - 24x - 21$
13	$-5y^2 - 3y + 1$	$-7y^2 - 21y + 13$	$18x^2 + 16x + 15$	$3x^2 - 9x - 6$
14	$-19y^2 - 17y +$	$-5y^2 - 15y + 7$	$3x^2 + x$	$x + 1$
15	15	$-19y^2 - 57y +$	1	$x^2 + 1$
16	$-2y - 4y^2$	49	1	e^x
	1	$4 - 12y - 4y^2$	1	
	1	$y + 1$		
	1	$y + 1$		
		e^y		

17	$-y^3$	$1 - y^3$	x^2	$x^2 - 1$
18	$5y - y^2$	$4 - y^2 + 5y$	$x^2 + 3x$	$x^2 + 3x + 4$
19	$3 - 7y$	$7 - 6y$	$4x + 3$	$5x - 4$
20	y^2	$(1 - y)^2$	x^2	$(x - 1)^2$
21	y^2	$y^2 + 2y$	$x^2 - x$	$x^2 + x + 1$
22	y	$y + e$	e^x	$e^x + 1$
23	0	$\operatorname{tg} y$	0	$\operatorname{tg} x$
24	0	$\sin y$	0	$\sin x$
25	1	$1 + \cos y$	x	$x + \cos x$

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Перечень основной литературы:

1. Зенков А.В. Численные методы: учеб. пособие / А.В. Зенков. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 124 с.
2. Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н.Н. Калиткин ; под ред. А.А. Самарского. – 2-е изд. – СПб. : БХВ-Петербург, 2014. – 586 с. : ил. – (Учебная литература для вузов). – Гриф.: Рек. Научно-методическим советом. – Библиогр.: с. 575-581 (129 назв.). – Предм. указ.: с. 582-586. (10 экз.): [Электронный ресурс].

Перечень дополнительной литературы:

1. Киреев В. И. Численные методы в примерах и задачах: [учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика»] / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – 4-е изд., испр. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2015. – 448 с.
2. Пирумов У. Г. Численные методы : теория и практика : учеб. пособие для бакалавров / У. Г. Пирумов ; Моск. авиац. ин-т (нац. исслед. ун-т). – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2012. – 421 с. – (Бакалавр. Базовый курс). – Гриф: Доп. МО. – Библиогр.: с. 416.
3. Срочко В. А. Численные методы: курс лекций: [для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 «Прикладная математика и информатика» и по направлению 510200 «Прикладная математика и информатика»] / В. А. Срочко .– Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016 .– 208 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Баженова И.Ю. Введение в программирование [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Ю. Баженова, В.А. Сухомлин. – Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. – 327 с. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/67397.html>
2. Иванов А.П., Позняк Л.Т. Практикум по численным методам. Вычисление функций. URL: <http://www.apmath.spbu.ru/ru/structure/depts/is/task1-2013.pdf>.
3. Пименов В.Г. Численные методы: в 2 ч. Ч. 2: [учебное пособие] / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников; [науч. ред. Ю.А. Меленцова] ; Мн-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 106 с. – URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/31219/1/978-5-7996-1342-6_2014.pdf.
4. Численные методы. Ч. 1. URL: <https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-1>

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации и проведению самостоятельной работы
по дисциплине «**Численные методы**»
для студентов направления подготовки
02.03.01 «Математика и компьютерные науки»
направленность (профиль)
«**Анализ данных и искусственный интеллект**»

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Численные методы» включена в программу подготовки бакалавров по направлению 02.03.01 – «Математика и компьютерные науки» и относится к обязательной части блока дисциплин.

В рамках данной дисциплины предполагается изучение возможностей применения математического аппарата для решения прикладных задач, аппроксимации функций, возможностей решения дифференциальных уравнений с краевыми или граничными условиями, численного вычисления определенных интегралов и производных. Для закрепления изученного материала предполагается выполнение практических заданий с использованием современных информационных технологий.

Целью данной дисциплины является обеспечение выполнения требований Государственного образовательного стандарта «Математика и компьютерные науки», в соответствии с которыми бакалавр должен обладать способностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности.

Для закрепления изученного материала предполагается выполнение практических заданий с использованием современных математических пакетов, MathCad, Maple, MatLab.

Данная дисциплина призвана содействовать фундаментализации образования, укреплению математических знаний и развитию системного мышления студентов, изучению теоретических, методологических и практических проблем формирования, функционирования и развития информационных систем.

1 Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Индекс	Формулировка:
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности

2 Организационно-методические рекомендации по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов является важнейшим условием формирования научного способа познания. Она проводится накануне каждого практического и лабораторного занятия и включает выполнение конкретного задания.

Подготовленный материал, практическое задание оформляются в конспекте.

Самостоятельные занятия (СЗ) являются одной из активных форм обучения.

Самостоятельные занятия по дисциплине «Численные методы» имеют целью:

- закрепить и углубить знания, полученные студентами на лекциях, на лабораторных занятиях;
- привить практические навыки по работе с современными информационными технологиями.

Самостоятельные занятия проводятся в специализированных аудиториях, оборудованных средствами вычислительной техники и возможностью пользования Интернет-ресурсами и библиотечными ресурсами.

Предлагаемые методические рекомендации содержат информацию для студентов, необходимую при подготовке и проведении лабораторных занятий по дисциплине «Численные методы», а также могут быть полезны должностным лицам, в обязанности которых входит работа с организационно-распорядительными документами (ОРД).

ГОСТ Р 51141-08 определяет ОРД, как вид письменного документа, в котором фиксируют решение административных и организационных

вопросов, а также вопросов управления, взаимодействия, обеспечения и регулирования деятельности органов власти, учреждений, предприятий, организаций, их подразделений и должностных лиц.

Согласно общероссийскому классификатору управленческой документации (ОКУД) ОРД классифицированы на четыре группы:

- организационно-правовая документация (уставы, положения, правила, штатное расписание, инструкции);
- распорядительная документация (приказы, распоряжения, постановления, решения, указания);
- информационно-справочная документация (письма, телеграммы, факсы, акты, протоколы, докладные и служебные записки и др.);
- документы по личному составу (заявления, личные карточки, приказы по личному составу и др.).

Оформление ОРД осуществляется в соответствии с требованиями ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

Настоящий стандарт устанавливает: состав реквизитов документов; требования к оформлению реквизитов документов; требования к бланкам документов.

3 Методические указания по выполнению самостоятельной работы студентов

Методические указания включают следующие разделы:

- цель работы;
- задание, которое должно быть выполнено студентом в результате проведения самостоятельной работы;
- варианты заданий;
- основные теоретические положения, необходимые для выполнения задания, они должны быть краткими и содержать ссылки на литературу, в которой эти положения изложены в объеме, достаточном для выполнения самостоятельной работы;
- этапы выполнения задания с указанием конкретных сроков выполнения каждого из этапов и всего задания в целом;
- требования к оформлению графической и текстовой части самостоятельной работы;
- пример выполнения одного из вариантов задания и оформления отчета;
- библиографический список использованных источников.

Для помощи студентам и контроля самостоятельной работы применяются консультации преподавателя.

Консультации являются одной из форм работы кафедры по оказанию педагогически целесообразной помощи студентам в их самостоятельной работе.

Консультации должны носить индивидуальный характер. В случае необходимости разъяснения общих вопросов нескольким студентам проводятся групповые консультации.

Консультации проводятся с целью:

- разъяснения вопросов, возникающих у студентов при самостоятельном изучении учебного материала и выполнении домашних заданий;
- углубления и закрепления знаний по отдельным вопросам и темам дисциплины;
- оказания методической помощи в выборе методов самостоятельной работы.

Посещение консультаций студентов добровольное. Однако преподаватель может организовывать вызовы на собеседование тех студентов, которые в процессе обучения не показывают твердых знаний и не пользуются консультациями по своей инициативе.

На консультации преподаватель объясняет непонятные студентам наиболее сложные вопросы, и указывают литературу, в которой они освещаются.

Консультируя студентов, преподаватель обязан знакомиться с тем, как они изучают рекомендованную литературу, давать указания и советы о методах работы над учебным материалом, способствующие более глубокому и прочному его усвоению

Консультации не должны являться дополнительными занятиями или подменять их. На них запрещается выполнять за студентов или совместно с ними домашние задания. Консультации не должны превращаться в форму натаскивания студентов перед зачетами и экзаменами.

Если в процессе консультации выясняется, что непонимание студентом вопроса связано с недостаточным изучением каких-либо разделов программы, то консультирующий обязан порекомендовать студенту изучить их и проконтролировать степень усвоения этих вопросов.

Консультации не являются проверкой знаний. Знания учебной дисциплины, показанные слушателем на консультации, не должны влиять на оценку знаний на экзаменах и зачетах.

4 Организация контроля знаний студентов. Формы контроля знаний студентов

Контроль и оценка знаний, умений и навыков студентов осуществляется на лабораторных занятиях, консультациях, при приеме экзамена. В ходе контроля знаний преподаватель оценивает понимание студентом содержания дисциплины «Численные методы», его способность применять методы управления при решении конкретных задач.

Контроль знаний студентов может осуществляться в следующих формах:

- текущий контроль знаний;

- промежуточный контроль знаний.

Текущий контроль знаний студентов имеет целью:

- дать оценку работы каждого студента по усвоению им учебного материала, выявить недостатки в его подготовке и оказать практическую помощь в их устранении;

Основными формами текущего контроля знаний студентов являются:

- устный контрольный опрос;
- письменный контрольный блиц-опрос;
- защита лабораторной работы;
- промежуточное тестирование;
- проверка конспектов лекций.

Устный контрольный опрос студентов проводится на лекциях (и лабораторных занятиях). По его результатам преподаватель оценивает качество подготовки студента к занятию.

Письменный контрольный блиц-опрос студентов проводится в течение запланированного преподавателем времени на лекциях и лабораторных занятиях путем письменного ответа их на поставленные вопросы, заданные преподавателем. Результаты его проведения отмечаются в журнале. На лабораторных занятиях знания и практические навыки студентов оцениваются по 4-балльной системе. Полученные оценки выставляются в журнале.

При проверке конспектов лекций дается анализ качества их ведения. Отмечаются допущенные ошибки, в рецензии преподавателя оценивается качество конспектирования учебного материала, даются рекомендации по улучшению качества конспектирования лекционного материала.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется в форме зачета и зачета с оценкой.

5 Рекомендации по работе с литературой и источниками

Изучение литературы и источников необходимо начинать с прочтения соответствующих глав учебных изданий, учебных пособий или литературы, рекомендованной в качестве основной или дополнительной по дисциплине «Инструментальные средства информационных систем», которые прямо или косвенно относятся к отрабатываемой теме.

Изучая литературу и источники, студенту рекомендуется вести краткий конспект. Однако не следует переписывать все содержание изучаемой темы, нужно выписывать лишь основные идеи и главные на ваш взгляд мысли. В отдельных случаях, когда встречаются важные определения, понятия, необходимый фактический материал и примеры, статистическая информация, имеющие отношение к изучаемой теме, студенту следует выписать их в виде цитат с полным указанием библиографических источников.

Конспектирование рекомендуемой литературы и источников необходимо вести с распределением собранных материалов по отдельным

главам и параграфам согласно учебно-тематическому плану. Необходимо выписывать все выходные данные по используемой литературе и источникам.

Важным этапом при работе с рекомендуемой литературой и источниками является изучение законодательных и нормативных актов федерального, регионального, местного и ведомственного уровней. При изучении Указов Президента РФ, Законов и Кодексов РФ, постановлений, положений, рекомендаций и т.д., студент должен выяснить все изменения и дополнения, которые могли быть внесены после их выхода в свет.

Основой технологии интенсификации обучения на платформе цифровых образовательных технологий являются учебно-иллюстрационные материалы (опорный конспект) по дисциплине «Инструментальные средства информационных систем».

Работа с учебно-иллюстрационными материалами имеет следующие этапы.

1. Изучение теоретических основ учебного материала в аудитории: изложение преподавателем изучаемого материала студентам с объяснением по опорному конспекту;
2. Самостоятельная работа: индивидуальная работа студентов по опорному конспекту; фронтальное закрепление по блокам опорного конспекта.
3. Первое повторение - воспроизведение содержания заданной темы опорного конспекта по памяти.
4. Устное проговаривание материала опорного конспекта – необходимый этап внешнеречевой деятельности при усвоении учебного материала.
5. Второе повторение – взаимопрос и взаимопомощь студентов друг другу.

Применение учебно-иллюстрационных материалов позволяет обобщить сложный по содержанию материал, активизировать мыслительную деятельность студентов.

Необходимо помнить, что главное для студента в самостоятельной работе с рекомендуемой литературой и источниками – это формирование своего индивидуального стиля, который может стать основой в будущей профессиональной деятельности.

6 Перечень рекомендуемой литературы

Перечень основной литературы:

1. Зенков А.В. Численные методы: учеб. пособие / А.В. Зенков. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 124 с.

3. Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н.Н. Калиткин ; под ред. А.А. Самарского. – 2-е изд. – СПб. : БХВ-Петербург, 2014. – 586 с. : ил. – (Учебная литература для вузов). – Гриф.: Рек. Научно-методическим

советом. – Библиогр.: с. 575-581 (129 назв.). – Предм. указ.: с. 582-586. (10 экз.): [Электронный ресурс].

Перечень дополнительной литературы:

1. Киреев В. И. Численные методы в примерах и задачах: [учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика»] / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – 4-е изд., испр. – Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2015. – 448 с.

2. Пирумов У. Г. Численные методы : теория и практика : учеб. пособие для бакалавров / У. Г. Пирумов ; Моск. авиац. ин-т (нац. исслед. ун-т). – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2012. – 421 с. – (Бакалавр. Базовый курс). – Гриф: Доп. МО. – Библиогр.: с. 416.

3. Срочко В. А. Численные методы: курс лекций: [для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 «Прикладная математика и информатика» и по направлению 510200 «Прикладная математика и информатика»] / В. А. Срочко. – Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2016. – 208 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Баженова И.Ю. Введение в программирование [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Ю. Баженова, В.А. Сухомлин. – Электрон. текстовые данные. — Москва, Саратов: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Вузовское образование, 2017. – 327 с. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/67397.html>

2. Иванов А.П., Позняк Л.Т. Практикум по численным методам. Вычисление функций. URL: <http://www.apmath.spbu.ru/ru/structure/depts/is/task1-2013.pdf>.

3. Пименов В.Г. Численные методы: в 2 ч. Ч. 2: [учебное пособие] / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников; [науч. ред. Ю.А. Меленцова] ; Мн-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 106 с. – URL: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/31219/1/978-5-7996-1342-6_2014.pdf.

4. Численные методы. Ч. 1. URL: <https://teach-in.ru/course/numerical-methods-part-1>