

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Вычислительный практикум»
для студентов направления подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Ставрополь 2026 г

Содержание

Лабораторная работа 1.....	3
Лабораторная работа 2.....	7
Лабораторная работа 3.....	11
Лабораторная работа 4.....	16
Лабораторная работа 5.....	20
Лабораторная работа 6.....	25
Лабораторная работа 7.....	28
Лабораторная работа 8.....	31
Лабораторная работа 9.....	34
Лабораторная работа 10.....	37
Лабораторная работа 11.....	40
Лабораторная работа 12.....	44
Лабораторная работа 13.....	48
Лабораторная работа 14.....	51
Лабораторная работа 15.....	56
Лабораторная работа 16.....	60
Лабораторная работа 17.....	64
Лабораторная работа 18.....	69
Перечень рекомендуемой литературы	74

Лабораторная работа 1

Линейные алгоритмы

Цель работы: усвоить методы разработки и программирования простых линейных алгоритмов, на основе формулировки математической и алгоритмической постановки, для вывода необходимых формул и разработки алгоритма.

Задание

Изучить теоретическую часть разработки простых линейных алгоритмов.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

1.1 (6 б.) Из градусов в радианы. Угол α задан в градусах, минутах и секундах. Найти его величину в радианах (с максимально возможной точностью).

Тестирование: рекомендуется проверить работоспособность программы для углов, больших развернутого, а также для отрицательных углов.

1.2 (7 б.) Из радианов в градусы. Решить задачу, обратную предыдущей, то есть перевести заданную величину угла из радианной меры в градусную.

1.3 (7 б.) Из дюймов в метры. Длина отрезка задана в дюймах (1 дюйм = 2,54 см). Перевести значение длины в метрическую систему, то есть выразить

ее в метрах, сантиметрах и миллиметрах. Так, например, 21 дюйм = 0м 53 см 3,4 мм.

1.4 (7 б.) Временной интервал. Заданы моменты начала и конца некоторого промежутка времени в часах, минутах и секундах (в пределах одних суток). Найти продолжительность этого промежутка в тех же единицах измерения.

1.5 (8 б.) Такси. В такси одновременно сели три пассажира. Когда вышел первый пассажир, на счетчике было p_1 рублей; когда вышел второй — p_2 рублей. Сколько должен был заплатить каждый пассажир, если по окончании поездки счетчик показал p_3 рублей? Плата за посадку составляет p_0 рублей.

Тестирование: общая сумма оплаты пассажирами должна совпадать с показанием счетчика по окончании поездки. Рассмотрим крайние ситуации. По справедливости, если все три пассажира вышли одновременно, они должны заплатить по $(p_0 + p_3)/3$ руб. Если же первый и второй пассажиры «передумали ехать», они платят по $p_0/3$ руб., а оставшаяся сумма ложится на счет третьего пассажира.

1.6 (7 б.) Коммерция. Коммерсант, имея стартовый капитал k рублей, занялся торговлей, которая ежемесячно увеличивает капитал на $p\%$. Через сколько лет он накопит суммус, достаточную для покупки собственного магазина?

1.7 (7 б.) Селекция. Селекционер вывел новый сорт зерновой культуры и снял с опытной делянки k кг семян. Посеяв 1 кг семян, можно за сезон собрать/? кг семян. Через сколько лет селекционер сможет засеять новой культурой поле площадью s га, если норма высева n кг/га?

1.8 (8 б.) Среднегодовая производительность труда. За

первый год производительность труда на предприятии возросла на p_1 %, за второй и третий — соответственно на p_2 и p_3 %. Найти среднегодовой прирост производительности (в процентах).

Тестирование, алгоритмизация: если ежегодный прирост постоянен, то и среднегодовой прирост p такой же: $p = p_1 = p_2 = p_3$. Общий прирост за 3 года в общем случае составит

$$p_{\Sigma} = \left[\left(1 + \frac{p_1}{100\%} \right) \left(1 + \frac{p_2}{100\%} \right) \left(1 + \frac{p_3}{100\%} \right) - 1 \right] * 100\%$$

Тот же результат можно получить при среднегодовом приросте p :

$$p_{\Sigma} = \left[\left(1 + \frac{p}{100\%} \right)^3 - 1 \right] * 100\%$$

Остается найти величину p .

1.9 (5 б.) Кубическое уравнение. Заданы три корня кубического уравнения: x_1, x_2, x_3 . Найти коэффициенты этого уравнения.

1.10 (5 б.) Квадратное уравнение. Найти корни квадратного уравнения, заданного своими коэффициентами, с положительным дискриминантом; подстановкой в уравнение убедиться в погрешности вычислений.

1.11 (5 б.) Комплексное число. Заданы действительная и мнимая части комплексного числа $z = x + iy$. Преобразовать его в тригонометрическую форму и напечатать в виде выражения: $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$.

Для справки: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\varphi = \arctg \frac{y}{x}$.

1.12 (8 б.) Экстремальные точки маятника. Заданы координаты точки подвески математического маятника $A(x_0, y_0, z_0)$ и координаты одной из точек его наивысшего подъема $B(x_1, y_1, z_1)$. Найти координаты самой низкой точки траектории и другой наивысшей точки подъема.

1.13 (6 б.) Пересекающиеся прямые. Заданы уравнения двух пересекающихся прямых на плоскости: $y = k_1 + b_1$; $y = k_2 + b_2$. Найти (в градусах и минутах) угол между

ними, используя формулу: $tg\varphi = \frac{(k_2 - k_1)}{(1 + k_1 k_2)}$.

1.14 (8 б.) Русские неметрические единицы длины: 1 верста = 500 сажень; 1 сажень = 3 аршина; 1 аршин = 16 вершков; 1 вершок = 44,45 мм. Длина некоторого отрезка составляет p метров. Перевести ее в русскую неметрическую систему.

1.15 (9 б.) «Косой» квадрат. У квадрата $ABCD$ на плоскости известны координаты двух противоположных вершин — точек A и C . Найти координаты точек B и D .

Примечание. Расположение квадрата произвольно; его стороны не обязательно параллельны координатным осям.

1.16 (5 б.) Стороны — по высоте. В равнобедренном прямоугольном треугольнике известна высота h , опущенная на гипотенузу. Найти стороны треугольника.

1.17 (5 б.) Длина высоты. Треугольник ABC задан длинами своих сторон. Найти длину высоты, опущенной из вершины A .

Экстремальные тесты: сумма двух сторон равна третьей; одна из сторон равна нулю.

1.18 (7 б.) Задача жестянщика. Из круга радиуса r вырезан прямоугольник, большая сторона которого равна a . Найти максимальный радиус круга, который можно вырезать из полученного прямоугольника?

Экстремальные тесты: $a = 2r$; $a = r\sqrt{2}$.

1.19 (5 б.) Вершина параболы. Найти координаты вершины параболы $y = ax^2 + bx + c$.

1.20 (5 6.) Приближение $\sin x$. Функция $y = \sin x$ на отрезке $[0; \pi/2]$ хорошо аппроксимируется разложением: $y = x - x^3/6 + x^5/120$. Для заданного значения аргумента x вычислить y по этой формуле и сравнить с точным значением, вычисленным с помощью стандартной функции Sin.

Лабораторная работа 2

Разветвляющиеся алгоритмы

Цель работы: научиться применять условные операторы. Разработать алгоритм без применения циклов и массивов, используя лишь операторы ветвления.

Задание

Изучить теоретическую часть разработки алгоритмов ветвления.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

2.1 (5 б.) Заданы три числа: a , b , c . Определить, могут ли они быть сторонами треугольника, и если да, то определить его тип: равносторонний, равнобедренный, разносторонний.

Замечание. Условия существования треугольника: $a \leq b + c$; $b \leq a + c$; $c \leq a + b$.

Нельзя исключать экстремальных случаев, когда одна (или несколько) сторон равны нулю либо когда одно из неравенств переходит в равенство (треугольник нулевой площади).

2.2 (6 б.) Треугольник задан длинами своих сторон: a , b , c . Определить, является ли он тупоугольным, прямоугольным или остроугольным.

Замечание. Достаточно, используя теорему косинусов, найти знаки косинусов внутренних углов треугольника, не вычисляя самих углов (они могут быть нулевыми или развернутыми).

2.3 (6 б.) Треугольник задан координатами своих вершин на плоскости: $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b), C(x_c, y_c)$. Определить, является ли он прямо-, остро- или тупоугольным.

Замечание. Не следует отбрасывать экстремальные случаи, когда вершины треугольника совпадают или лежат на одной прямой. Например, треугольник с нулевой стороной обладает свойством прямоугольного и имеет два прямых угла!

2.4 (7 б.) Числа a, b, c тогда и только тогда являются сторонами треугольника, когда существуют такие положительные x, y, z , что

$$\begin{cases} a = x + y \\ b = y + z \\ c = x + z \end{cases}$$

2.5 (8 б.) Четырехугольник $ABCD$ задан координатами своих вершин на плоскости: $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b), C(x_c, y_c), D(x_d, y_d)$. Проверить, является ли он выпуклым.

Замечание. Есть несколько способов проверки выпуклости: анализ линейных неравенств, задаваемых сторонами; разбиение четырехугольника на треугольники со сравнением сумм их площадей и другие.

2.6 (8 б.) Четырехугольник $ABCD$ задан координатами своих вершин на плоскости: $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b), C(x_c, y_c), D(x_d, y_d)$. Определить тип четырехугольника: прямоугольник, параллелограмм, трапеция, произвольный четырехугольник. Учесть погрешность вычислений.

Замечание. Для устранения дополнительных источников погрешности рекомендуется использовать аппарат векторной алгебры: коллинеарность, равенство и ортогональность векторов — сторон четырехугольника.

2.7 (6 б.) Треугольник и круги. Лежит ли заданный на плоскости треугольник ABC в области пересечения заданных кругов: $(x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 \leq r^2$; $(x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 \leq r^2$?

2.8 (7 б.) Кирпич. Пройдет ли кирпич со сторонами a , b и c сквозь прямоугольное отверстие со сторонами r и s ? Стороны отверстия должны быть параллельны граням кирпича.

2.9 (6 б.) Шар и ромб. Может ли шар радиуса r пройти через ромбообразное отверстие с диагоналями p и q ?

2.10 (7 б.) Посылка. Можно ли коробку размерами $a \times b \times c$ упаковать в посылку размерами $r \times s \times t$? «Углом» укладывать нельзя.

2.11 (8 б.) Задача жестянщика. Можно ли из круглой заготовки радиуса r вырезать две прямоугольные пластинки с размерами $a \times b$ и $c \times d$?

2.12 (8 б.) Планировка. Можно ли на прямоугольном участке застройки размером a на b метров разместить два дома размером в плане p на q и r на s метров? Дома можно располагать только параллельно сторонам участка.

2.13 (7 б.) Две окружности. Проверить, лежит ли окружность $(x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 = r_1^2$ целиком внутри окружности $(x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 = r_2^2$ или наоборот.

2.14 (7 б.) Треугольник и точка. Лежит ли точка $M(x_m, y_m)$ внутри треугольника, заданного координатами своих вершин $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, $C(x_c, y_c)$ на плоскости?

2.15 (10 б.) Общая точка. Два отрезка на плоскости заданы координатами своих концов. Определить, имеют ли эти отрезки общие точки.

Замечание. Необходимо рассмотреть различные случаи взаимной ориентации отрезков: на одной прямой, на параллельных или пересекающихся прямых.

Тестирование должно предусмотреть все такие ситуации.

2.16 (6 б.) Кратные пары. Среди заданных целых чисел k, l, m найти пары кратных.

2.17 (5 б.) Деление на 3. Как известно, число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3. Проверить этот признак на примере заданного трехзначного числа.

Замечание. Теоретическое утверждение о признаке делимости предлагается проверить на примере любого вводимого числа. Признак считается доказанным, но не будет лишним поиск для него контрпримеров.

2.18 (6 б.) Ориентация. Заданы координаты вершин треугольника ABC на плоскости. Вывести их в порядке обхода по часовой стрелке (для проверки достаточно рассмотреть знаки внутренних углов).

2.19 (7 б.) Привал. Путник двигался t_1 часов со скоростью v_1 , затем t_2 часов — со скоростью v_2 и t_3 часов — со скоростью v_3 . За какое время он одолел первую половину пути, после чего запланировал привал?

2.20 (7 б.) Как успеть подешевле? Можно ехать на такси со скоростью v_1 км/ч и оплатой p_1 р./км либо идти пешком со скоростью v_2 км/ч бесплатно. Как с наименьшими затратами преодолеть путь за время t , если это возможно? Каковы эти затраты?

Тестирование. Рекомендуется рассмотреть «запредельные» случаи: когда времени слишком мало, чтобы успеть даже на такси, либо слишком много, так что и пешком можно с запасом успеть до отхода поезда.

Лабораторная работа 3

Циклические и итерационные алгоритмы

Цель работы: изучить итерационные процессы и научиться применять циклические алгоритмы. Разработать алгоритмы, который учитывает погрешность и избегает заикливание.

Задание

Изучить теоретическую часть разработки циклических и итерационных алгоритмов.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

31 Четность функции. Численно убедиться, является ли заданная функция $y = f(x)$ четной или нечетной на заданном отрезке $-a < x < a$. Учесть погрешность вычислений и возможные точки разрыва функции. Проверить, например, для функций $y = x^4$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = e^x$ вычисляя их на отрезке $[-5; 5]$ с шагом 0,1.

32 (5 б.) Периодические функции. Утверждается, что функция $y = f(x)$ периодическая с периодом T . Проверить это численно, вычислив функцию с постоянным шагом на отрезке $[0; 5T]$. Учесть погрешность вычислений и

возможные точки разрыва функций. Проверить на примере функций: $y = \sin a$, $y = \operatorname{tg} a$ ($T = \pi$); $y = \frac{1}{x} \sin x$ ($T = 2\pi$).

А

33 (6 б.) **Точки внутри эллипса.** Для заданных a и b найти все точки с целочисленными координатами, находящиеся внутри эллипса $x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1$. Полезно, используя процедуру `GotoXY` в Паскале, вывести найденные координаты точек в форме эллипса.

34 (8 б.) **Площади прямоугольников.** Прямоугольник на плоскости $a \leq x \leq b$; $c \leq y \leq d$ задается четырьмя числами (его габаритами): a, b, c, d . Последовательно вводятся габариты n прямоугольников. В процессе ввода находить площадь их пересечения, не запоминая самих габаритов.

35 (7 б.) **Коммерция.** Предприниматель, начав дело, взял кредит размером k рублей под p процентов годовых и вложил его в свое дело. По прогнозам, его дело должно давать прибыль r рублей в год. Сможет ли он накопить сумму, достаточную для погашения кредита, и если да, то через сколько лет?

36 (8 б.) **Время обработки.** Каждая из деталей должна последовательно пройти обработку на каждом из трех станков. Продолжительности обработки каждой детали на каждом станке вводятся группами по 3 числа, до исчерпания ввода. Сколько времени займет обработка всех деталей?

37 (9 б.) **Время обслуживания.** Для каждого посетителя парикмахерской (с одним мастером) известны следующие величины: t — момент его прихода, ix — продолжительность его обслуживания. Сколько клиентов обслужит мастер за смену продолжительностью T ? Сколько рабочего времени он потратит на обслуживание?

38 (8 б.) Отскоки. Материальная точка бросается на горизонтальную плоскость под углом α к ней со скоростью v_0 . При каждом ударе о плоскость кинетическая энергия точки уменьшается в 3 раза. Найти абсциссы первых n точек касания. Сопротивлением воздуха пренебречь.

39 (7 б.) Голодная зима. Суточный рацион коровы составляет u кг сена, v кг силоса и w кг комбикорма. В хозяйстве, содержащем стадо из k голов, осталось s кг сена, t кг силоса и f кг комбикорма. В стаде ежедневно погибает $p\%$ коров; ежедневно $q\%$ оставшегося сена сгнивает; $r\%$ силоса разворовывается колхозниками; $t\%$ комбикорма распродает зав. фермой. Когда нельзя будет кормить всех оставшихся коров по полному рациону? Какой из видов кормов кончится раньше других?

310 (7 б.) Расписание. Известно время начала и окончания (например, 6:00 и 24:00) работы некоторого пригородного автобусного маршрута с одним автобусом на линии, а также протяженность маршрута в минутах (в один конец) и время отдыха на конечных остановках. Составить суточное расписание этого маршрута (моменты отправления с конечных пунктов) без учета времени на обед и пересменку.

311 (8 б.) Из миль в километры. Получить таблицу пересчета миль в километры и обратно ($1 \text{ миля} = 1,609344 \text{ км}$) для расстояний, не превышающих k км, в следующем виде:

мили	км
0,6214	1,0000
1,0000	1,6093
1,2428	2,0000
1,8641	3,0000
2,0000	3,2187

3.12 (9 б.) **Бином Ньютона.** Для заданных m и x вычислить *бином Ньютона* $(1 + x)^m$ непосредственно и по формуле разложения в ряд: $(1 + x)^m = \sum_{i=0}^m C_m^i x^i$.

Для вычисления C_m^i можно использовать рекуррентное соотношение:

$$C_m^{i+1} = C_m^i \frac{m-i}{i+1}; C_m^0 = 1,$$

либо классическую формулу $C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ Какой из

подходов эффективнее?

3.13 (5 б.) Проверить численно *первый замечательный предел* $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, задавая x значения $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$ до тех пор, пока левая часть равенства не будет отличаться от правой менее чем на заданную погрешность ε .

3.14 (5 б.) Проверить численно *второй замечательный предел*: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, задавая n значения $1, 2, 3, \dots$. При каком исследуемое выражение отличается от e менее чем на заданную погрешность ε ?

3.15 (9 б.) Сравнить *скорость сходимости* (число слагаемых для достижения заданной точности ε) следующих разложений числа π :

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots \right);$$

$$\pi = 3 + 4 \left(\frac{1}{2 * 3 * 4} - \frac{1}{4 * 5 * 6} + \frac{1}{6 * 7 * 8} - \dots \right);$$

$$\pi = \sqrt{6 \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right)}.$$

3.16 Сравнить скорость сходимости при вычислении числа e с помощью ряда и бесконечной дроби:

$$e = 2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots; \quad e = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{2 + \frac{1}{5 - \dots}}}}}$$

3.17 (8 б.) Сколько сомножителей надо взять в произведении: $\prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^k}{2k+1}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, чтобы равенство выполнялось до шестой значащей цифры, то есть с погрешностью не более 10^{-6} ?

3.18 (7 б.) Известно равенство: $\prod_{k=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{1}{2}$. Сколько сомножителей надо взять в произведении, чтобы равенство выполнялось до пятой значащей цифры, то есть с погрешностью не более 10^{-5} ?

3.19 (8 б.) Для заданных a и p вычислить $x = \sqrt[p]{a}$, используя рекуррентную формулу:

$$x_{n+1} = \frac{1}{p} \left[(p^2 - 1) + \frac{1}{2}(p + 1) \frac{a}{x_n^p} - \frac{1}{2}(p - 1) \frac{x_n^p}{a} \right].$$

Сколько итераций надо выполнить, чтобы для заданной погрешности ε было справедливо соотношение $|x_{n+1} - x_n| \leq \varepsilon$?

3.20 (7 б.) Для заданных a и p вычислить $x = \sqrt[p]{a}$ по рекуррентному соотношению Ньютона: |

$$x_{n+1} = \frac{1}{p} \left[(p - 1)x_n + \frac{a}{x_n^{p-1}} \right]; \quad x_0 = a.$$

Лабораторная работа 4

Простейшие операции над массивами

Цель работы: изучить механизм использования массивов переменной размерности и научиться применять данные контейнеры в программах.

Задание

Изучить теоретическую часть применения динамических массивов и операций, проводимых над ними.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

4.1 (5 б.) Разделение по знаку. В массиве $C(n)$ подсчитать количество отрицательных и сумму положительных элементов.

4.2 (5 б.) Из строки в матрицу. Элементы одномерного массива $A(n^2)$ построчно расположить в матрице $B(n, n)$

Среднее значение. В задачах 4.3-4.5 использованы элементы математической статистики.

4.3 (6 б.) Центрирование массива. От каждого из заданных m чисел $x_1, x_2, \dots, x_m$ отнять их *среднее арифметическое*:

$$x_{\text{cp}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i; \tilde{x}_i = x_i - x_{\text{cp}}, i = 1, 2, \dots, m.$$

Результаты разместить на месте исходных данных.

4.4 (6 б.) Дисперсия — 1. Вычислить *среднее значение* x и *дисперсию* d_x для заданного массива $X(k)$ наблюдений:

$$x_{\text{cp}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i; d_x = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (x_i - x_{\text{cp}})^2.$$

4.5 (6 б.) Дисперсия — 2. Вычислить среднее значение x_{cp} и дисперсию d_x для заданного массива $X(k)$ наблюдений более эффективным (по сравнению с предыдущей задачей) способом, за один проход массива:

$$s_1 = \sum_{i=1}^k x_i; s_2 = \sum_{i=1}^k x_i^2; x_{\text{cp}} = \frac{s_1}{k}; d_x = \frac{s_2}{k-1} - \frac{s_1^2}{k(k-1)}.$$

4.6 (6 б.) Угол между векторами. Найти угол между векторами $A(n)$ и $B(n)$ используя формулу: $\cos \varphi = \frac{(A,B)}{|A| \cdot |B|} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i b_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2}}$

Преобразование элементов матриц и векторов: задачи 4.7-4.10.

4.7 (6 б.) В матрице $Z(m, m)$ каждый элемент разделить на диагональный, стоящий в том же столбце.

4.8 (7 б.) В массиве $C(m)$ каждый третий элемент заменить полусуммой двух предыдущих, а стоящий перед ним — полусуммой соседних с ним элементов. Дополнительный (рабочий) массив не использовать.

4.9 (6 б.) В матрице $A(m, n)$ все ненулевые элементы заменить обратными по величине и противоположными по знаку.

4.10 (7 б.) Найти среднее арифметическое элементов каждой строки матрицы $Q(l, m)$ и вычесть его из элементов этой строки.

4.11 (6 б.) Задана матрица $A(k, l)$. Найти вектор $B(l)$, каждый элемент которого равен среднему арифметическому элементов соответствующего столбца матрицы A .

4.12 (6 б.) Все ненулевые элементы матрицы $D(k, l)$ расположить в начале массива $E(kl)$ и подсчитать их количество.

4.13 (7 б.) Дан массив $A(n)$. Все положительные его элементы поместить в начало массива $B(n)$, а отрицательные элементы — в начало массива $C(n)$. Подсчитать количество тех и других.

4.14 (6 б.) Элементы заданного массива $T(k)$ расположить в обратном порядке: $t_k, t_{k-1}, \dots, t_2, t_1$.

4.15 (7 б.) Заданы массивы $A(m)$ и $B(n)$. Получить массив $C(m+n)$, расположив в начале его элементы массива A , а затем — элементы массива B .

4.16 (6 б.) Все четные элементы целочисленного массива $K(n)$ поместить в массив $L(n)$, а нечетные — в массив $M(n)$. Подсчитать количество тех и других.

4.17 (6 б.) В массиве $A(n)$ найти и напечатать номера (индексы) локальных максимумов, то есть таких a_i , что $a_{i-1} < a_i > a_{i+1}$.

4.18 (7 б.) В массиве $Z(2n)$ каждый элемент с четным индексом поменять местами с предыдущим, то есть получить последовательность чисел $z_2, z_1, z_4, z_3, \dots, z_{2n}, z_{2n-1}$.

4.19 (8 б.) Многочлен $P_n(x)$ задан массивом своих коэффициентов $A(n+1)$. Найти массив коэффициентов производной этого многочлена

4.20 (8 б.) Многочлен $P_n(x)$ задан массивом своих коэффициентов $A(n+1)$. Вычислить значение многочлена для заданного значения x . Полезно

использовать *схему Горнера*, требующую всего n трудоемких операций умножения: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = ((\dots (a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots + a_1)x + a_0$.

Лабораторная работа 5

Векторы и матрицы

Цель работы: дать представление о хранении информации большого объема в оперативной памяти, вычислении индексных выражений и адресации элементов, а также о выборе типов данных, оценке занимаемого ими объема.

Задание

Изучить теоретическую часть обработки массивов и научиться применять их на практике.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

5.1 (7 б.) Строки матрицы $A(m, n)$ заполнены не полностью: в массиве $L(m)$ указано количество элементов в каждой строке. Переслать элементы матрицы построчно в начало одномерного массива $T(m \cdot n)$, подсчитать их количество.

5.2 (8 б.) **Улитка.** Матрицу $M(m, n)$ заполнить натуральными числами от 1 до $m \cdot n$ по спирали, начинающейся в левом верхнем углу и закрученной по часовой стрелке.

5.3 (7 б.) Для двух заданных матриц $A(n, n)$ и $B(n, n)$ проверить, можно ли получить вторую из первой применением конечного числа (не более

четырёх) операций транспонирования относительно главной и побочной диагоналей.

5.4 (7 б.) Куб состоит из n^3 прозрачных и непрозрачных элементарных кубиков. Имеется ли хотя бы один просвет по каждому из трех измерений? Если это так, вывести координаты каждого просвета.

Рекомендация. Для хранения кубика выделить трехмерный массив с базовым типом минимально возможного размера, так как значениями его будут только единицы или нули. При тестировании полезно использовать рандомизацию — случайным образом присвоить элементам 0 или 1, возможно, с указанием вероятности тех и других, с последующей послойной распечаткой.

5.5 (8 б.) Используя ту же структуру данных, что и в предыдущей задаче, построить полностью непрозрачный куб, используя ровно n^2 непрозрачных элементарных кубиков.

5.6 (8 б.) В матрице $A(m, n)$ каждый элемент a_{ij} заменить минимальным среди элементов подматрицы $A'(i, j)$, расположенной в левом верхнем углу матрицы A .

5.7 (8 б.) **Нарастающий итог.** Каждый элемент a_{ij} матрицы $A(m, n)$ заменить суммой элементов подматрицы $A'(i, j)$, расположенной в левом верхнем углу матрицы A .

5.8 (9 б.) Многочлены $P_m(x)$ и $Q_n(x)$ заданы массивами своих коэффициентов. Найти частное и остаток от деления $P_m(x)$ на $Q_n(x)$ (в виде массивов коэффициентов).

5.9 (8 б.) Ввод элементов матрицы $A(m, n)$ осуществляется в произвольном порядке тройками чисел $\langle i, j, a_{ij} \rangle$. Признаком конца ввода служат три нуля: $\langle 0, 0, 0 \rangle$. Проверить корректность такого ввода: все ли элементы введены, нет ли попытки повторного ввода или указания несуществующих координат i и j .

Указание. Разрешается выделить дополнительный (рабочего) массива такой же размерности, что и исходный массив, например, логического типа для хранения признаков «заполненности» элементов матрицы.

При попытке повторного ввода пользователю предоставляется выбор: оставить старое значение или заменить его новым. По завершении ввода матрица распечатывается; при этом невведенные элементы замещаются пробелами или другими символами.

5.10 (8 б.) Матрица A вводится извне (с клавиатуры, из файла) построчно; число строк велико и заранее неизвестно, но различных строк не более m . Расположить ее в выделенном массиве; при этом повторяющиеся строки включать единожды.

5.11 (8 б.) **Латинский квадрат.** Латинским квадратом порядка n называется квадратная таблица размером $n \times n$, каждая строка и каждый столбец которой содержат все числа от 1 до n . Проверить, является ли заданная целочисленная матрица латинским квадратом.

5.12 (8 б.) Матрицу $A(m, n)$ заполнить следующим образом. Для заданных k и l элементу a_{kl} присвоить значение 1; элементам, окаймляющим его (соседним с ним по вертикали, горизонтали и диагоналям) — значение 2; элементам следующего окаймления — значение 3 и так далее до заполнения всей матрицы.

Примечание. Алгоритм не изменится, если координаты элемента (несуществующего) k и l находятся за пределами матрицы.

5.13 (8 б.) **Работа комбайнера.** Матрицу $K(m, n)$ заполнить следующим образом. Элементом, находящимся на периферии (по периметру матрицы), присвоить значение 1; периметру оставшейся подматрицы — значение 2 и так далее до заполнения всей матрицы.

5.14 (9 б.) **Поворот матрицы.** Рассматривая результат предыдущей задачи как нумерацию слоев матрицы, сдвинуть элементы заданной матрицы в пределах каждого слоя на одну позицию по часовой стрелке.

5.15 (8 б.) **Сглаживание.** Каждый элемент вектора $A(n)$ (кроме двух крайних) заменить выражением:

$$a'_i = \frac{a'_{i-1} + 2a_i + a_{i+1}}{4}, i = 2, 3, \dots, n - 1, \text{ а крайние элементы – выражениями:}$$

$$a'_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}; a'_n = \frac{a_{n-1} + a_n}{2}.$$

5.16 (9 б.) **Замочная скважина.** Даны мозаичные изображения замочной скважины и ключа. Пройдет ли ключ в скважину? То есть даны матрицы $K(m_1 n_1)$ и $L(m_2 n_2)$, $m_1 > m_2, n_1 > n_2$ состоящие из нулей и единиц. Проверить, можно ли наложить матрицу L на матрицу K (без поворота, разрешается только сдвиг) так, чтобы каждой единице матрицы L соответствовал нуль в матрице K , и если можно, то как (на сколько и в каком направлении следует подвинуть матрицу L по матрице K до выполнения условия)?

(12 б.) **Развитие задачи.** «Ключ» разрешается поворачивать на угол, кратный 90° ; его можно также зеркально отображать.

5.17 (8 б.) В массиве $X(m, n)$ каждый элемент (кроме граничных) заменить суммой непосредственно примыкающих к нему элементов по вертикали, горизонтали и диагоналям.

5.18 (7 б.) Содержимое квадратной матрицы $A(n, n)$ повернуть на 90° по часовой стрелке, считая центром поворота центр симметрии матрицы.

5.19 (6 б.) В каждом столбце и каждой строке матрицы $P(n, n)$ содержится строго по одному нулевому элементу. Перестановкой строк добиться расположения всех нулей поглавной диагонали матрицы.

5.20 (7 б.) Удалить из массива $A(n)$ нулевые элементы, передвинув на их место следующие элементы без нарушения порядка их следования. В результате должен получиться массив меньшего размера, не содержащий нулей.

Лабораторная работа 6

Линейный поиск

Цель работы: дать представление о поиске информации, а точнее научиться находить в массиве элемент, группу элементов или фрагмент массива, которые отвечает заданным требованиям.

Задание

Изучить теоретическую часть метода линейного поиска, рассмотреть различные варианты применения в задачах, а также проанализировать задачи и подобрать, если возможно, наилучшее решение с применением других методов поиска.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

6.1 (7 б.) *Седловой* точкой в матрице называется элемент, являющийся одновременно наибольшим в столбце и наименьшим в строке: $a_{pq} = \max_i a_{iq} = \min_j a_{pj}$. Седловых точек может быть несколько (в этом случае они имеют равные значения). В матрице $A(m, n)$ найти седловую точку и ее координаты p, q либо установить, что такой точки нет.

6.2 (7 б.) В матрице $K(m, n)$ первый элемент каждой строки — шифр детали, остальные элементы — характеристики этой детали. Выявить,

распечатать и удалить из матрицы номера строк с совпадающими шифрами и несовпадающими характеристиками. Вывести также оставшуюся после резекции матрицу.

6.3 (9 б.) Задано n линейных функций: $y_1 = a_1x + b_1$; $y_2 = a_2x + b_2$; ...; $y_n = a_nx + b_n$. Найти минимум «верхней огибающей» этих функций, то есть кусочно-линейной функции $y(x) = \max(a_ix + b_i) \rightarrow \min$.

Указание. Можно от произвольной точки двигаться по точкам излома огибающей в сторону ее убывания.

6.4 (8 б.) Поле размером $m \times n$ заполнено прозрачными и непрозрачными кубиками. Найти все столбцы поля, все непрозрачные кубики которых невидимы для наблюдателя, расположенного слева.

6.5 (9 б.) Поле размером $m \times n$ заполнено прозрачными и непрозрачными кубиками. Удалить (сделать прозрачными) все непрозрачные кубики, видимые хотя бы с одной из четырех сторон (видимость анализируется до удаления какого-либо кубика).

6.6 (10 б.) В заданном массиве $A(n)$ найти i и j такие, что $\sum_{k=i}^j a_k$ максимально.

6.7 (8 б.) В массиве $A(l)$ все элементы которого различны, найти и удалить n наименьших элементов, «поджимая»

массив к началу и сохраняя порядок следования остальных элементов ($n < l$).

6.8 (7 б.) В массиве $T(k)$ найти первый и последний нулевые элементы.

6.9 (7 б.) В массиве $L(m)$ найти наиболее длинную цепочку, состоящую из одних нулей.

6.10 (10 б.) Матрица $L(n, k)$ состоит из нулей и единиц. Найти в ней самую длинную цепочку подряд стоящих нулей по горизонтали, вертикали или диагонали.

6.11 (9 б.) В целочисленном массиве $K(n)$ много повторяющихся элементов. Найти (в процентах) частоту появления каждого из m наиболее часто встречающихся элементов ($m \ll n$).

6.12 (8 б.) Даны два целочисленных массива $K(m)$ и $L(n)$. Найти наибольший элемент массива K , не имеющий себе равных в массиве L ,

6.13 (8 б.) Среди элементов массива Z найти k ($k \ll m$) наибольших. Поиск осуществить за один проход (просмотр) массива Z

6.14 (7 б.) В целочисленном массиве $L(n)$ найти наиболее длинную цепочку одинаковых подряд стоящих элементов.

6.15 (9 б.) В массиве $M(k)$ много совпадающих элементов. Найти количество различных элементов в нем (не упорядочивая массива).

6.16 (6 б.) Элементы массива $M(n)$ упорядочены по неубыванию (см. раздел 15). Для заданного x найти наименьшее k такое, что $m_k \leq x \leq m_{k+1}$, либо показать (выдать сообщение), что такового нет. Для поиска полезно применить метод дихотомии (метод деления отрезка пополам).

6.17 (5 б.) В каждой строке матрицы $A(p \times p)$ найти наибольший элемент и поменять его местами с соответствующим диагональным элементом.

6.18 (8 б.) Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_k$ называется *пилообразной*, если $a_1 < a_2 > a_3 < a_4 > \dots > a_k$ либо $a_1 > a_2 < a_3 > a_4 < \dots < a_k$. В массиве $A(m)$ найти самую длинную пилообразную последовательность.

6.19 (7 б.) Последовательность $a_1, a_2, \dots, a_k$ называется *монотонной*, если $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ или $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_k$. В массиве $A(m)$ найти самую длинную монотонную последовательность.

6.20 (6 б.) Утверждается, что массив $A(m)$ целиком (как последовательность) встречается в массиве $B(n)$, $n > m$. Найти место массива A в массиве B или показать, что его в массиве B нет.

Лабораторная работа 7

Арифметика

Цель работы: научиться переводить числа из одной системы счисления в другую и выполнять арифметические действия в любой системе

Задание

Изучить теоретическую часть арифметики r -ичных систем счисления и научиться решать задачи с их применением.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

7.1 (8 б.) Натуральное число в r -ичной системе счисления задано своими цифрами, хранящимися в массиве $K(n)$. Проверить корректность такого представления и перевести число в r -ичную систему (возможно, число слишком велико, чтобы получить его внутреннее представление; кроме того, $p \leq 10$, $p \leq 10$).

7.2 (6 б.) Для натуральных чисел, не превосходящих заданного k , проверить признак делимости на 9 (сумма цифр числа, делящегося на 9, также делится на 9). Распечатать m последних таких чисел ($m < k$).

7.3 (7 б.) Число делится на 11, если разность между суммой цифр, стоящих на нечетных местах, и суммой цифр, стоящих на четных местах,

кратна 11. Проверить этот признак для всех натуральных чисел, не превосходящих заданного m , и вывести числа, кратные 11.

7.4 (7 б.) В массиве $A(m)$ хранятся различные вещественные числа (как большие, так и меньшие единицы). Округлить их, оставив в каждом по 3 значащих цифры.

7.5 (6 б.) Для заданного m получить таблицу первых m простых чисел.

7.6 (6 б.) Своими цифрами в массивах $K(m)$ и $L(n)$ заданы два целых числа в p -ичной системе счисления ($p \leq 10$). Найти в таком же виде их сумму, не вычисляя самих чисел.

7.7 (8 б.) Возвести заданное вещественное число a в целую степень k , не пользуясь операцией возведения в степень и не производя $(k-1)$ умножений и многократного сложения (так как k велико).

Рекомендация. Сокращение числа умножений может быть достигнуто применением «индийского алгоритма» — по рекуррентной формуле:

$$x^n = \begin{cases} x, & \text{если } n = 1; \\ x^{n \bmod 2} (x^{n \div 2})^2, & \text{если } n > 1 \end{cases}$$

7.8 (6 б.) Среди заданных натуральных чисел найти такие, десятичная запись которых не содержит одинаковых цифр.

7.9 (6 б.) Найти все натуральные числа, не превосходящие заданного m , сумма цифр в десятичном представлении каждого из которых равна заданному k .

I

7.10 (7 б.) Пусть m натуральных чисел заданы своими цифрами в q -ичной системе счисления, хранящимися в строках матрицы $K(m, n)$. Найти сумму этих чисел в той же системе, не вычисляя самих чисел ($q \leq 10$).

7.11 (8 б.) Осуществить циклический сдвиг n -разрядного двоичного представления заданного числа k на m позиций вправо, не находя цифр самого двоичного представления и не пользуясь стандартной процедурой сдвига.

7.12 (6 б.) В массивах $K(n)$ и $L(n)$ заданы соответственно числители и знаменатели рациональных чисел вида $x_i = k_i/l_i, i = 1, 2, \dots, n$. Найти наибольшее из этих чисел, не пользуясь операцией деления.

7.13 (5 б.) Напечатать таблицу сложения одноразрядных чисел в p -ичной системе счисления, $p \leq 16$.

7.14. (8 б.) В заданном вещественном массиве $A(n)$ найти все числа, у которых старшая значащая десятичная цифра есть 9 (числа сильно различаются по величине).

7.15 (6 б.) Найти все натуральные числа, не превосходящие заданного m и содержащие хотя бы одну девятку в десятичном представлении.

7.16 (9 б.) Перевести заданное целое число в систему римского счета.

Указание. Римские цифры обозначаются следующими латинскими буквами:

1	I	500	D
5	V	1 000	M
10	X	5 000	$\bar{V}$
50	L	10 000	$\bar{X}$
100	C		

7.17 (7 б.) Найти минимальное натуральное t такое, что: $m = k^3 + l^3 = i^3 + j^3$ (k, l, i, j — различные натуральные числа).

7.18 (5 б.) Десятичное представление заданного натурального числа напечатать *вразрядку*, то есть вставить пробелы между цифрами.

7.19 (9 б.) Напечатать столбиком пример на умножение в десятичной системе счисления двух заданных натуральных чиселки l .

7.20 (10 б.) Напечатать столбиком пример на деление с остатком двух заданных натуральных чиселки l .

Лабораторная работа 8

Геометрия и теория множеств

Цель работы: научиться решать геометрические задачи с использованием графики и применением теории множеств.

Задание

Изучить теоретическую часть теории множеств и существующих графических библиотек.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

8.1(9 б.) Заяц, хаотично прыгая, оставил след в виде замкнутой самопересекающейся ломаной, охватывающей территорию его владения (отрезки ломаной заданы длиной прыжка и его направлением по азимуту). Найти площадь минимального по площади выпуклого многоугольника, описанного вокруг этой территории.

8.2 (8 б.) Задано множество точек на плоскости. Найти выпуклую оболочку этого множества, то есть выпуклый многоугольник с вершинами в некоторых точках этого множества, охватывающий все его точки.

8.3 (9 б.) Задано множество точек в трехмерном пространстве. Найти его выпуклую оболочку, то есть множество плоскостей — граней многогранника наименьшего объема, содержащего все заданные точки.

Указание. Каждая грань проходит как минимум через некоторые 3 точки заданного множества.

8.4 (9 б.) Из числового множества A мощности n выбрать все подмножества, сумма элементов каждого из которых лежит в пределах от a до b .

8.5 (8 б.) Найти расстояние от заданной точки до заданного треугольника на плоскости.

(12 б.) **Развитие задачи.** Расстояние между двумя треугольниками на плоскости. Взаимное расположение фигур произвольно (возможно пересечение).

8.6 (7 б.) **Перетекание массы.** На плоскости заданы n материальных точек. С некоторого момента точка с наименьшей массой исчезает, передавая свою массу ближайшей к ней точке. Так продолжается до тех пор, пока не останется одна точка. Реализовать этот процесс и найти оставшуюся точку.

8.7 (8 б.) Выпуклый многоугольник на плоскости задан своими вершинами, расположенными в произвольном порядке. Расположить вершины в порядке обхода по часовой стрелке.

8.8 (9 б.) Пусть n прямых на плоскости, заданных своими уравнениями, разбивают всю плоскость на многоугольники. Найти вершины наименьшего по площади (или по количеству вершин) многоугольника, содержащего заданную точку A .

8.9 (5 б.) Найти расстояние между двумя заданными множествами точек на плоскости.

8.10 (6 б.) Найти площадь многоугольника (не обязательно выпуклого), заданного координатами своих вершин на плоскости в порядке обхода по или против часовой стрелки.

8.11 (7 б.) Дано $3n$ точек на плоскости, причем никакие три из них не лежат на одной прямой. Построить множество n треугольников с вершинами в этих точках так, чтобы никакие два треугольника не пересекались и не содержали друг друга.

8.12 (11 б.) Задано n произвольных натуральных чисел. Найти все группы по чисел, сумма которых равна заданному числу m .

8.13 (8 б.) Найти координаты вершин многоугольника, заданного системой неравенств $a_i x + b_i y \leq c_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.

8.14 (8 б.) Выпуклый многоугольник на плоскости задан своими вершинами в порядке обхода по часовой стрелке. Изменит ли его вид неравенство $ax + by \leq c$, и если да, найти вершины нового многоугольника.

8.15 (6 б.) Найти центр тяжести выпуклого многоугольника, заданного своими вершинами в порядке обхода по часовой стрелке.

8.16 (7 б.) У выпуклого $2n$ -угольника, заданного координатами своих вершин на плоскости в порядке обхода по часовой стрелке, сократить вдвое число вершин, продолжив все нечетные стороны до пересечения.

8.17 (6 б.) Задано множество точек. Стянуть это множество к его центру тяжести, уменьшая расстояние между точками в $\alpha > 1$ раз. Центр тяжести должен оставаться неподвижным.

8.18 (7 б.) На плоскости задано n произвольно расположенных окружностей. Найти пару наименее удаленных из них.

8.19 (6 б.) Построить множество точек на плоскости, симметричных заданному множеству относительно заданной прямой $ax + by + c = 0$.

8.20 (6 б.) Из множества n -мерных векторов, заданных своими целочисленными координатами, найти пары ортогональных либо коллинеарных векторов.

Лабораторная работа 9

Линейная алгебра и сжатие информации

Цель работы: научиться применять простейшие алгоритмы сжатия при решении задач, созданных на основе законов линейной алгебры.

Задание

Изучить различные алгоритмы упаковки (сжатия) информации, сжимающие без потерь информации занимаемый объем в несколько раз, а также еще более эффективные алгоритмы с несущественными потерями информации.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

9.1 (5 б.) Выполнить операцию транспонирования прямоугольной матрицы $A(m, n)$, $m \neq n$, не выделяя дополнительного массива для хранения результата.

9.2 (6 б.) Некоторые из столбцов матрицы $K(m, n)$ являются собственными векторами матрицы $L(n, n)$. Найти эти столбцы и соответствующие им собственные числа.

9.3 (7 б.) Найти произведение матриц $A(m, n)$ и $B(n, k)$: $C(m, k) = A * B$. Матрицы A , B и C описать как одномерные массивы, используя приведенные индексы.

9.4 (8 б.) В матрице $A(m, n)$ выбран произвольный ненулевой минор k -го порядка ($k < m, k < n$): $M_{IJ}^k = (a_{ij}, i \in I, j \in J)$. Для задания минора M_{IJ}^k достаточно указать множество I номеров строк и множество J номеров столбцов входящих в него элементов (оба множества мощности k). Распечатать (не вычисляя) все возможные миноры $(k+1)$ -го порядка, окаймляющие данный минор.

9.5 (7 б.) Матрицу $A(n, n)$ разложить на слагаемые: $A = B + C + D$, где B — строго нижнетреугольная, C — диагональная, D — строго верхнетреугольная матрицы того же размера. Для экономии памяти матрицы B, C, D хранить в упакованном виде в одномерных массивах; распечатывать все треугольные матрицы в «треугольном» виде.

9.6 (8 б.) Решить задачу 9.5 для сильно разреженных упакованных матриц.

9.7 (7 б.) Найти определитель заданной матрицы n -го порядка методом Гаусса (в любой модификации).

9.8 (8 б.) Найти матрицу, обратную заданной $A(n, n)$, методом Гаусса (в любой модификации).

9.9 (7 б.) Привести матрицу $A(m, n)$ к трапециевидной, используя метод Гаусса; при этом не обязательно $m \leq n$.

9.10 (6 б.) Найти сумму двух сильно разреженных матриц $A(m, n)$ и $B(m, n)$, хранящихся в упакованном виде. Результат получить также в упакованном виде, а вывести — в обычном.

9.11 (7 б.) Как и в задаче 9.10, найти произведение двух сильно разреженных матриц, хранящихся в упакованном виде, не производя распаковку.

9.12 (7 б.) Матрица $A(n, n)$ системы линейных уравнений $AX = B$ приведена к верхнетреугольному виду и упакована в одномерный массив.

Найти вектор решения X последовательной подстановкой, не распаковывая A .

9.13 (8 б.) Решить задачу 9.12 для сильно разреженной упакованной матрицы A (то есть матрица A системы линейных уравнений сильно разрежена, приведена к верхнетреугольному виду и упакована).

9.14 (8 б.) Решить систему уравнений $AX = B$ с квадратной матрицей A методом Гаусса. Предусмотреть возможность отсутствия и неединственности решения.

9.15 (7 б.) Найти ранг прямоугольной матрицы $A(m, n)$ методом Гаусса.

9.16 (7 б.) Методом Гаусса найти общее решение системы уравнений $AX = B$, если известно, что она совместна и имеет неединственное решение.

9.17 (76.) Задано mn -мерных векторов. Выбрать из них максимальное количество линейно независимых.

9.18 (7 б.) Найти произведение двух симметричных матриц A и B . Матрицы хранятся в одномерных массивах, где построчно записаны элементы, стоящие не ниже главной диагонали.

9.19 (7 б.) Найти произведение двух верхнетреугольных матриц, хранящихся в упакованном виде в одномерных массивах.

9.20 (8 б.) В упакованной сильно разреженной матрице удалить нулевые строки и столбцы, не производя распаковки. Результат напечатать в распакованном виде (в виде матрицы).

Лабораторная работа 10

Комбинаторика и теория вероятностей

Цель работы: дать представление о способах решения задач, основанных на комбинаторике и теории вероятности. Так же научиться использовать библиотеки псевдослучайных чисел при решении данных задач

Задание

Изучить теоретическую часть применения детерминированных алгоритмов псевдослучайных чисел при решении комбинаторных и вероятностных задач.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

10.1.(7 б.) Из массива $A(n)$ выбрать случайным образом m различных элементов и поместить их в массив $B(m)$. Рассмотреть случаи: а) $m \ll n$; б) $m \approx n$.

10.2.(8 б.) «Перемешать» массив $T(m)$, переставив его элементы случайным образом. В массиве $K(m)$ запомнить позиции элементов до перемешивания.

10.3. (7 б.) «Перемешать» матрицу $Z(w,n)$, переставив все ее элементы случайным образом.

10.4.(8 б.) Переставить все строки и столбцы матрицы $F(m, n)$ случайным образом. В массивах $K(m)$ и $L(n)$ запомнить места, которые каждая строка и каждый столбец занимали до перестановки.

10.5.(9 б.) Задан массив $K(m)$ попарно различных целых чисел. Получить все перестановки этих чисел.

10.6.(9 б.) Для заданного n получить все возможные перестановки чисел $1, 2, \dots, n$.

10.7.(8 б.) Для выборки случайных чисел, содержащейся в массиве $A(n)$, построить гистограмму распределения, содержащую m интервалов.

Для справки. Гистограммой (или *диаграммой*) *распределения* называется массив из m элементов, значение каждого из которых равно количеству (или доле из общего числа) чисел из A , попавших в соответствующий интервал. Ширина интервала определяется как $(a_{\max} - a_{\min})/m$.

10.8.(7 б.) Массив $Z(n)$ разбить на m фрагментов случайной длины. Фрагменты записать в матрицу A , содержащую m строк.

10.9.(9 б.) Массив $X(n)$ разбит на m фрагментов. Длины фрагментов собраны в массиве $K(m)$. Переставить фрагменты случайным образом и преобразовать соответственно массивы X и K .

10.10 (8 б.) На плоскости заданы своими целочисленными координатами n точек. Найти всевозможные группы по 3, 4, ... точки, лежащие на одной прямой.

10.11 (7 б.) Задан список n абитуриентов. Сформировать из них случайным образом $m = \text{ent}\left(\frac{n}{25} + 0,999\right)$

групп так, чтобы количество абитуриентов в разных группах отличалось не более чем на 1 и не превышало 25. Вместо фамилий можно использовать шифры.

10.12 (9 б.) Детерминированная задача о раскрое. Стержень длиной l_0 нужно разрезать на стержни длиной $l_1, l_2, \dots, l_k$. Количество отрезков каждого типа не ограничено. Найти все способы раскроя и вычислить неиспользованный остаток в каждом способе.

10.13 (9 б.) Вероятностная задача о раскрое. Как и в задаче 10.12, найти m различных случайно выбранных способов раскроя.

10.14 (9 б.) Для заданных m и n найти все сочетания по m из чисел $1, 2, \dots, n$.

10.15 (14 б.) Задача о ранце. Известен вес $p_1, p_2, \dots, p_n$ каждого из n предметов. Как разместить их в наименьшем числе, если грузоподъемность каждого рюкзака равна q ? Например: рюкзаков $q = 9$; $P = (4; 4; 3; 3; 2; 2)$.

10.16 (6 б.) Матрицу $A(m, n)$ случайным образом заполнить разными целыми числами от 1 до $m \cdot n$.

10.17 (6 б.) Латинский квадрат. Заполнить квадратную матрицу $K(n, n)$ случайным образом числами $1, 2, \dots, n$ так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце не было одинаковых чисел.

10.18 (5 б.) Расположить на шахматной доске случайным образом $m \leq 8$ слонов так, чтобы они не угрожали друг другу (слон бьет по диагонали).

10.19 (9 б.) **Морской бой.** Напечатать заготовку для игры в «морской бой», то есть расположить случайным образом 15 «линейных» кораблей (1 — 5-клеточный, 2 — 4-клеточных, 3 — 3-клеточных, 4 — 2-клеточных, 5 — 1-клеточных) на поле размером 10×10 так, чтобы они не касались друг друга.

10.20 (6 б.) Из массива $A(n)$ удалить m наудачу (случайно) выбранных элементов. Порядок следования оставшихся элементов сохранить.

Лабораторная работа 11

Элементы численного анализа

Цель работы: научиться реализовать заданные численные методы, экспериментально исследовать условия и скорость сходимости методов.

Задание

Изучить обоснование и условия использования метода в предложенной задаче в соответствии с вариантом.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

11.1 (5 б.) **Метод простой итерации.** Решить методом итераций уравнение вида $x = \varphi(x)$. Очередное приближение корня находится по формуле $x_n = \varphi(x_{n-1})$; начальное приближение x_0 задается произвольно. Обратите внимание, что метод сходится, если только $|\varphi'(x)| < 1$.

11.2 (56.) **Метод Ньютона.** Решить методом Ньютона уравнение $f(x) = 0$. Очередное приближение корня находится по формуле: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x)}$.

11.3 (6 б.) **Метод Эйткена-Стеффенсона** (развитие метода простой итерации). Найти решение уравнения $x = \varphi(x)$ методом Эйткена-Стеффенсона, в

котором от заданного начального x_0 три очередных приближения находятся по формулам: $x_{n+1} = \varphi(x_n)$; $x_{n+2} = \varphi(x_{n+1})$; $x_{n+3} = \frac{x_n x_{n+2} - x_{n+1}^2}{x_n - 2x_{n+1} + x_{n+2}}$.

Процесс продолжается до достижения одного из условий: $|x_{n+3} - x_{n+2}| < \varepsilon$ или $x_n - 2x_{n+1} + x_{n+2} = 0$.

11.4 (56.) Метод дихотомии. Решить уравнение $f(x) = 0$ методом деления отрезка пополам (методом дихотомии). На каждой итерации отрезок $[a, b]$ делится пополам и выбирается та из половин, на концах которой функция $f(x)$ имеет значения разных знаков.

11.5 (5 б.) Метод хорд. Найти решение уравнения $f(x) = 0$ на заданном отрезке $a \leq x \leq b$ методом хорд, в котором очередное приближение находится по формуле: $x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$.

В задачах на численное интегрирование (задачи 11.6-11.8) определенный интеграл требуется найти с заданной точностью, для чего вычисление по формуле метода рекомендуется проводить многократно, каждый раз уменьшая шаг интегрирования в 2 раза, пока разница между соседними приближениями не станет меньше заданной погрешности.

11.6 (5 б.) Метод прямоугольников. Вычислить определенный интеграл $I = \int_a^b f(x) dx$ методом прямоугольников:

$$I \approx \frac{b-a}{n} (y_0 + y_1 + \dots + y_n), \text{ где } n \text{ — количество отрезков}$$

разбиения; $y_0, y_1, \dots, y_n$ — значения функции на концах отрезков.

11.7. (5 б.) Метод трапеций. Вычислить определенный интеграл $I = \int_a^b f(x) dx$ методом трапеций: $I \approx \frac{b-a}{n} (y_0 + 2y_1 + \dots + 2y_{n-1} + y_n)$, где n — количество отрезков разбиения; $y_0, y_1, \dots, y_n$ — значения функции на концах отрезков.

11.8 (66.) **Метод Симпсона.** Вычислить определенный интеграл $I = \int_a^b f(x)dx$ по формуле Симпсона: $I \approx \frac{b-a}{n}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 4y_{2n-1} + y_{2n})$, где $2n$ — количество отрезков разбиения; $y_0, y_1, \dots, y_{2n}$ — значения функции $f(x)$ на концах отрезков.

11.9 (7 б.) **Метод Эйлера.** Найти приближенное решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $y'' = f(x, y, y')$ с заданными начальными условиями $y(a) = y_0$ и $y'(0) = p_0$ методом Эйлера на отрезке $[a, b]$ с постоянным шагом h . Значения функции $y(x)$ и ее производной $p(x) = y'$ в узловых точках вычисляются по формулам: $y_{i+1} = y_i + hp_i$; $p_{i+1} = p_i + hf(x_i, y_i, p_i)$, $i = 1, 2, \dots$

11.10 (8 б.) **Метод Ньютона.** Составить таблицу значений функции $y(x)$, которая задана неявно уравнением $F(x, y) = 0$. При фиксированном x уравнение $F(x, y) = 0$ можно решить методом Ньютона (см. задачу 11.2). (5 б.)

11.11 **Линейная интерполяция.** Функция $y = f(x)$ задана таблично в массиве $Y(n)$ при соответствующих значениях аргумента, хранящихся в неупорядоченном массиве $X(n)$, не содержащем одинаковых значений. Используя формулу линейной интерполяции:

$$y = y_{i-1} + \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(y_i - y_{i-1}), i = 2, 3, \dots, n,$$

построить таблицу значений функции на отрезке, содержащем все заданные значения аргумента, с постоянным заданным шагом h . Можно упорядочить пару массивов $\langle X(n), Y(n) \rangle$ по возрастанию x .

11.12 (6 б.) **Интерполяционный многочлен Лагранжа.** Значения функции $y = f(x)$ заданы таблично в массиве $Y(n)$ при соответствующих значениях аргумента в упорядоченном массиве $X(n)$. Найти значение функции в произвольной точке x по формуле Лагранжа:

$$y = L_n(x) = \sum_{i=1}^n y_i \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

11.13 (7 б.) **Метод Рунге-Кутты.** Найти приближенное решение обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y), y(a) = y_0$ методом Рунге-Кутты пятого порядка на отрезке $[a, b]$ с заданным постоянным шагом h . Значения функции $y(x)$ в узловых точках вычисляются по формуле: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), i = 0, 1, 2, \dots$,

$$\text{где } k_1 = f(x_i, y_i); k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1\right); k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2\right); k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3)$$

11.14 (7 б.) **Метод золотого сечения.** Найти минимум заданной функции $y = f(x)$ на заданном отрезке $[a, b]$ методом золотого сечения. Для этого на отрезке $[a, b]$ находятся две точки: $x_1 = a + (1-\tau)(b-a)$ и $x_2 = a + \tau(b-a)$, где $\tau = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = 0,6180339$.

Если $f(x_1) > f(x_2)$, отбрасывается интервал $[a, x_1]$, иначе — $[x_2, b]$; процесс продолжается до достижения заданной точности.

11.15 (6 б.) **Метод парабол.** Найти минимум заданной функции $y = f(x)$, двигаясь от заданной точки x_0 по методу парабол: $x_{i+1} = x_i - \frac{h}{2} \frac{f(x_i+h) - f(x_i-h)}{f(x_i+h) - 2f(x_i) + f(x_i-h)}, i = 0, 1, \dots$, пока не будет достигнута заданная точность.

11.16 (8 б.) Для заданной матрицы $A(n, n)$ найти обратную A^{-1} используя итерационную формулу:

$A_k^{-1} = A_{k-1}^{-1}(2E - A * A_{k-1}^{-1})$, где E — единичная матрица; $A_0^{-1} = E$. Итерационный процесс заканчивается, если для заданной погрешности ε справедливо $|\det(A * A_k^{-1}) - 1| \leq \varepsilon$.

Лабораторная работа 12

Алгоритмы обработки символьной информации

Цель работы: дать представление о работе с текстовой информацией. Изучить существующие библиотеки при работе с текстом и с их помощью научиться обрабатывать информацию.

Задание

Изучить теоретическую часть анализа и обработки текстовой информации, а также существующих методов при работе с текстом.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

12.1 (7 б.) Текст записан одной длинной строкой. Признаком красной строки служит символ \$. Переформатировать текст в 60-символьные строки, формируя абзацы.

12.2 (8 б.) Текст, сформированный построчно, выравнивать по правому краю так, чтобы каждая строка заканчивалась знаком препинания или одним пробелом. Выравнивание осуществить, вставляя дополнительные пробелы между словами (равномерно по всей строке).

12.3 (8 б.) Дан текст программы на каком-либо алгоритмическом языке и словарь зарезервированных слов этого языка (в английской транскрипции).

Преобразовать текст, записав все зарезервированные слова прописными буквами, а остальные конструкции (имена и так далее) — строчными. Русские буквы (имена, литералы) не заменять.

12.4 (7 б.) Программа, записанная 80-байтовыми строками, в последних 8 байтах содержит номер строки. Строки упорядочены по номерам, но не обязательно с шагом 1. Поступает изменение к программе в таком же виде. Вставить новые строки взамен имеющихся старых или между ними.

12.5 (8 б.) Текст записан 60-символьными строками, содержит следующие знаки корректуры: \$ — сделать красную строку; # — удалить следующее слово; @ — удалить следующую фразу. Произвести указанную корректировку, переформатируя строки в пределах абзаца.

12.6 (8 б.) Часто встречающаяся ошибка начинающих наборщиков — дважды записанное слово. Обнаружить и исправить такие ошибки в тексте, записанном 80-символьными строками; переформатировать строки в пределах абзаца.

12.7 (6 б.) Стихотворный текст (в строке не более 80 символов) имеет четырехстрочную строфу. Записать его «лесенкой» (по одному слову в строке), вставляя пустую строку после каждого четверостишья.

12.8 (76.) **Поздравления.** По заданному списку фамилий напечатать каждому упомянутому в списке поздравление к определенному празднику. Чтобы избежать шаблона, перечень желаемых благ выбирать как случайное подмножество из заготовленного списка (например, здоровья, счастья, продвижения по службе, долголетия и т. д.). Можно сделать переменным и название праздника — для универсальности программы.

12.9 (76.) Имеется список членов коллектива с указанием принадлежности каждого к различным общественным организациям (профком, ученый совет, общество книголюбов, федерация пентикса и т. д.). Напечатать приглашение

приглашение всем членам на очередное заседание указанной организации. Задается только вид организации, место и время сбора.

12.10 (7 б.) Заданный список русских фамилий (вместе с именами и отчествами) упорядочить по алфавиту. Проверить (и исправить, если нужно) написание собственных имен с прописных букв.

12.11 (8 б.) В заданном тексте подсчитать частоту использования каждого буквосочетания, слова и словосочетания из заданного списка.

12.12 (10 б.) В заданном тексте найти самое длинное слово и самую длинную фразу.

12.13 (7 б.) **Морзянка.** Вводимый с клавиатуры или из файла текст перевести в последовательность точек и тире с помощью азбуки Морзе. Результат можно иллюстрировать звуком.

Для справки — азбука Морзе:

А, А	.-	Б, В	-...	В, W	.-.	Г, G	--.	Д, D	-..
Е, Ё, Е	.	Ж, V	...-	З, Z	--..	И, I	..	Й, J	
К, К	-..	Л, L	.-..	М, М	--	Н, N	-..	О, O	---
П, Р	..-	Р, R	.-.	С, S	...	Т, T	-	У, U	..-
Ф, F	...-	Х, H		Ц, C	-..	Ч	----	Ш	----
Щ, Q	---.	Ъ	...-.	Ы, Y	-.--	Ь, X	-.--	Э	...---
Ю	..--	Я	.-.-	1		2	..---	3	...--
4	-	5		6	-....	7	--...	8	---..
9	-----	0	-----	.		,	---.	:	---...
?	..---	`,'		-	-	/	-.--	,	-.---

12.14 (6 б.) Обнаружено, что в тексте пропущены некоторые слова и словосочетания. Эти слова и словосочетания представлены отдельным списком в том порядке, в каком должны быть вставлены. Места вставки отмечены в тексте символом \$. Откорректировать текст.

12.15 (6 б.) Текст не содержит собственных имен и сокращений, набран с использованием прописных и строчных русских букв. Проверить то, что все

фразы (и только они) начинаются с прописной буквы; при необходимости откорректировать текст.

12.16 (6 б.) Текст, не содержащий собственных имен и сокращений, набран полностью прописными русскими буквами. Заменить все прописные буквы, кроме букв, стоящих после точки, строчными буквами.

12.17 (6 б.) Имеется большой словарь русских слов. Найти в нем *слова-палиндромы* («перевертыши»), одинаково читающиеся как слева направо, так и справа налево, например, АННА, ШАЛАШ и так далее.

(10 б.) **Развитие задачи.** В словаре встречаются не только слова-палиндромы, но и фразы-палиндромы, например: «А роза упала на лапу Азора». Найти и их.

12.18 (8 б.) В имеющемся словаре найти слова, которые могут быть полностью составлены из других слов с помощью конкатенации, например: «БАЛКОН» = «БАЛ» + «КОН»; «БАРСУК» = «БАР» + «СУК».

12.19 (8 б.) В имеющемся словаре найти группы слов, записанных одними и теми же буквами и отличающиеся

только их порядком, то есть перестановкой, например, (КОМАР, КОРМА).

12.20 (5 б.) В имеющемся словаре найти пары слов (*анаграммы*), при прочтении каждого из которых в обратном направлении образуется другое слово пары, например, (ПОЛК, КЛОП); (БАР, РАБ).

Лабораторная работа 13

Элементарная машинная графика

Цель работы: научиться строить статическое (неподвижное) изображение на экране дисплея, предусматривая масштабирование для эффективного использования площади экрана.

Задание

Изучить теоретическую часть современных методов для построения статического изображения на дисплее.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

13.1 (6 б.) **Почтовый индекс.** Заданное шестиразрядное десятичное натуральное число изобразить цифрами по 9-сегментному шаблону, используемому при почтовой индексации.

13.2 (6 б.) Изобразить произвольный домик (деревянный или кирпичный), отобразив материал стен (бревна, кирпичи) и крыши (шифер, черепица и т. п.). Размеры домика, кирпичей, окон и т. д. задаются вводом.

13.3 (56.) Распределение скорости ветра по каждому из восьми направлений задано массивом из восьми чисел. Построить «розу ветров» с указанием направлений.

13.4 (6 б.) Для некоторой функции $y = f(x, a)$ построить семейство графиков для различных значений параметра a .

13.5 (6 б.) В декартовых координатах построить семейство кривых по параметрическим уравнениям вида $x = \varphi(t, a)$; $y = \psi(t, a)$ при различных значениях параметра a .

13.6 (6 б.) Построить семейство кривых, заданных следующим уравнением в полярных координатах: $\rho = f(\varphi, a)$, при различных значениях параметра a .

13.7 (9 б.) Уравнение кривой $F(x, y) = 0$ не удалось представить в явном виде. Построить такую кривую.

13.8 (5 б.) Изобразить на экране шахматную доску (вместе с буквенно-цифровым обозначением горизонталей и вертикалей) и случайным образом расставленные на ней шашки.

13.9 (7 б.) Разработать и получить на экране рисунок обложки какого-либо учебника вместе с названием, фамилиями авторов, рисунками, отражающими суть предмета, и так далее.

13.10 (7 б.) **Паркет.** Заполнить экран рисунком паркета «елочка» из прямоугольных дощечек заданного размера.

13.11 (6 б.) Построить *фигуру Лиссажу*: $x = \alpha \sin(\omega_x t + \varphi_x)$; $y = \beta \sin \omega_y t + \varphi_y$). Параметры α , β , ω_x , ω_y , φ_x , φ_y задаются вводом.

13.12 (6 б.) По правилам черчения изобразить проекцию какого-либо тела и проставить размеры.

13.13 (8 б.) Для заданного n построить (разместить на экране) все n -конечные звезды. Например, для $n = 13$ насчитывается 5 различных звезд.

13.14 (6 б.) Функция $y = f(x)$ задана таблично в виде массивов $X(n)$ и $Y(n)$. Шаг по x непостоянен; массив X упорядочен по возрастанию. Построить график функции, используя линейную интерполяцию между точками.

13.15 (7 б.) Задан массив $K(n)$ распределения населения по профессиям (название профессии и соответствующее ей количество человек). Изобразить распределение в виде круговой (секторной) диаграммы с необходимыми надписями.

13.16 (8 б.) **Кубик Рубика.** Получить в аксонометрии или диметрии кубик Рубика в любом разобранном виде. Цвета элементарных кубиков можно изобразить разной штриховкой или полутонами.

13.17 (8 б.) **Перспектива.** Изобразить уходящую вдаль улицу, состоящую из двух рядов однотипных домов. Учесть невидимые части зданий.

13.18 (7 б.) Заполнить экран кругами заданного радиуса, расположив их как можно плотнее, симметрично относительно границ экрана.

13.19 (8 б.) **Алгебра и гармония.** Разработать орнамент на основе каких-либо математических кривых и заполнить ими экран.

13.20 (7 б.) **Паутина.** Получить на экране рисунок паутины с центром в произвольной (заданной) точке, с произвольным числом лучей. Паутина образована лучами и многоугольниками.

Лабораторная работа 14

Элементы компьютерной мультипликации

Цель работы: научиться строить динамическое изображение, получающееся последовательным формированием кадров мультипликации.

Задание

Изучить теоретическую часть современных методов для построения динамического изображения на дисплее.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

14.1 (9 б.) Круги на воде. Экран изображает бассейн с водой, в который бросили камень (в заданных координатах). От камня пошли круги, которые, дойдя до стенок бассейна, отражаются от них. Реализовать эту динамическую картину.

(13 б.) Развитие задачи. Эффект «блинчиков» — отскоков камня от поверхности воды с последующими падениями.

14.2 (8 б.) Открытка. Разработать и реализовать на экране поздравительную открытку к празднику (Новый год, день рождения и так далее) с динамическими элементами (мигающая гирлянда, салют, горящие свечи, мигающие надписи и так далее).

14.3 (8 б.) **Плакат.** Разработать и реализовать на экране политический или экологический плакат с динамическими (движущимися или мигающими) эффектами.

14.4 (8 б.) **Телезаставка.** Разработать и реализовать на экране заставку к одной из популярных телепрограмм («Поле чудес», «КВН» и так далее).

14.5 (8 б.) **Ветряная мельница.** Изобразить на экране работающую ветряную мельницу. Плоскость вращения крыльев не обязательно параллельна плоскости экрана.

14.6 (8 б.) **Электронные часы.** Изобразить на экране работающие электронные часы с цифровым индикатором (каждая цифра изображается на 7-сегментном шаблоне). При недоступности встроенного таймера ЭВМ реализовать его с помощью настроенных циклов, задавая стартовое время при запуске программы.

(10 б.) Развитие задачи. Индикация даты, дня недели.

14.7 (7 б.) **Стрелочные часы.** Изобразить на экране работающие часы со стрелочным индикатором (3 стрелки). При отсутствии таймера — имитировать его, как в задаче 14.6.

(9 б.) Развитие задачи. Индикация в окне даты и дня недели.

14.8 (8 б.) **Песочные часы.** Изобразить на экране действующие песочные часы. Учесть законы физики: количество песка, вытекающего из верхней колбы в единицу времени, постоянно и равно количеству песка, притекающего в нижнюю колбу. Установка времени перетекания песка производится при запуске программы.

14.9 (8 б.) **Бильярд.** На экране — изображение бильярдного стола с одним шаром. Задается направление и начальная скорость шара после удара кием. Реализовать движение шара после удара до попадания его в лузу или до прерывания с клавиатуры.

(12 б.) **Развитие задачи.** Учет сил трения. Можно высвечивать след (траекторию) шара.

14.10 (8 б.) **Футбольный мяч.** Изобразить движение футбольного мяча после удара (задается начальное положение мяча и вектор скорости). В процессе полета мяч ударяется о пол, потолок и стены, теряя при каждом ударе часть энергии.

(12 б.) **Развитие задачи.** Учет сопротивления воздуха. Можно высвечивать траекторию мяча.

1

14.11 (6 б.) **Броуновское движение.** Частица (от заданной начальной точки) совершает хаотичное движение, двигаясь в случайном направлении на случайное расстояние (в пределах экрана). Получить на экране траекторию движения частицы до прерывания с клавиатуры.

(10 б.) **Развитие задачи,** *n* частиц совершают хаотичное движение в пространстве, ограниченном размерами экрана (на каждом шаге — в случайном направлении на случайное расстояние). Удары частиц друг о друга (при пересечении траекторий) и о стенки экрана считать абсолютно упругими. Построить траектории движения частиц (для каждой частицы — свой цвет).

14.12 (6 б.) **Пьяница.** В случайных точках местности расположены несколько столбов, некоторые из них соединены заборами. Пьяница с равной вероятностью делает шаг вперед, назад, вперед — вправо или вперед — влево (под 45°). Натолкнувшись на столб или забор, он падает (на некоторое время). Изобразить траекторию его движения.

14.13 (6 б.) **Морзянка.** Заданный текст (вводимый с клавиатуры или из файла) представить последовательностью точек и тире с помощью азбуки Морзе (азбука Морзе приведена в задаче 12.13). Если возможно, сопровождать вывод звуковой индикацией.

14.14 (7 б.) Изобразить в действии кривошипно-шатунный механизм парового двигателя или двигателя внутреннего сгорания.

14.15 (7 б.) **Орнамент из квадратов.** Построить квадрат заданного размера. Каждую сторону разделить в заданном отношении $m:n$; полученные точки суть вершины нового квадрата. И так далее до заполнения внутренности квадрата. Заполнить такими квадратами весь экран.

14.16 (7 б.) **Орнамент из треугольников.** Как в задаче 14.15, заполнить экран орнаментом из правильных треугольников.

14.17 (6 б.) **Конвейер.** Изобразить действующий конвейер, транспортирующий какие-либо однотипные предметы.

14.18 (8 б.) **Кипящая жидкость.** Экран — сосуд с кипящей жидкостью. На дне в случайной точке образуется пузырек; при движении вверх он растет, а дойдя до поверхности — лопается. Если два пузырька соприкасаются, они сливаются в один. Реализовать этот процесс.

14.19 (8 б.) **Брошенная палка.** Известна угловая скорость вращения и вектор начальной линейной скорости брошенной палки. Изобразить ее в движении до падения.

(13 б.) **Развитие задачи.** Учесть сопротивление воздуха и отскоки от границ экрана.

14.20 (9 б.) **Кривая дракона.** Для заданного n построить кривую дракона порядка n . Описание кривой можно найти, например, в книге: *Абрамов С. Л. и др. «Задачи по программированию»*. — М.: Наука, 1988, с. 174. Кривая состоит из единичных отрезков, соединенных под прямым углом по следующему правилу. Каждой кривой порядка n ставится в соответствие последовательность из нулей и единиц (назовем ее двоичной формулой), где единица соответствует повороту налево, а ноль — повороту направо. Кривая первого порядка имеет формулу «1». Для получения формулы кривой каждого следующего порядка

следует к формуле предыдущего порядка справа приписать единицу, после чего справа приписать формулу предыдущего порядка, в которой средняя единица заменена нулем. Получаем для второго порядка формулу «НО», для третьего — «1101100», для четвертого - «110110011100100» и т. д.

Лабораторная работа 15

Сортировка и слияние массивов

Цель работы: дать представление о различных методах сортировки и слиянию информационной структуры.

Задание

Изучить теоретическую часть существующих методов сортировки и слияния массивов.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

15.1 (4 б.) Пузырьковая сортировка. Упорядочить заданный массив $A(n)$ по неубыванию, многократно переставляя каждые два соседних элемента, нарушающие порядок. Процесс завершается по достижении упорядоченности массива.

15.2 (6 б.) Сортировка выбором. Упорядочить массив $P(m)$ по неубыванию, меняя местами каждый элемент с минимальным среди следующих за ним, то есть используя метод:

$$p'_i = \min\{p_j, j = i, i + 1, \dots, m\} \quad i = 1, \dots, m - 1.$$

15.3 (6 б.) Сортировка простыми вставками. Упорядочить массив $R(l)$ по невозрастанию, используя следующий подход: для $i = 2, 3, \dots, l$ каждый

элемент r_i вставлять в нужное место среди упорядоченных ранее элементов $r_1, r_2, \dots, r_{i-1}$, раздвигая их за счет удаления r_i .

15.4 (7 б.) **Сортировка бинарными вставками.** Как в предыдущей задаче, каждый из элементов r_i вставлять в нужное место ранее упорядоченной цепочки $r_1, r_2, \dots, r_{i-1}$, используя для поиска места метод дихотомии (метод деления отрезка пополам).

15.5 (9 б.) Сортировка слиянием. Упорядочить по неубыванию массив $A(n)$, разбивая его на группы по 1, 2, 4, 8, ... элементов и проводя попарное слияние соседних групп (число n не обязательно равно степени 2). Разрешается выделить дополнительный рабочий массив $B(n)$ и проводить слияние поочередно из A в B , затем — из B в A и так далее.

15.6 (8 б.) В неупорядоченном массиве $K(m)$ есть совпадающие элементы. Из каждой группы одинаковых элементов оставить только один, удалив остальные и поджав массив к его началу.

15.7 (6 б.) Турнирная таблица представлена квадратной матрицей $A(n, n)$, каждый элемент a_{ij} , которой есть число голов, забитых i -й командой в ворота j -й команды. По диагонали расположить место каждой команды (по числу побед за вычетом числа поражений; в случае равенства — по суммарной разности забитых и пропущенных голов).

15.8 (7 б.) В турнирной таблице, полученной в предыдущей задаче, переставить команды (то есть соответствующие строки и столбцы таблицы) в соответствии с занятым местом, указанным на диагонали.

15.9 (8 б.) Упорядоченный по невозрастанию массив $B(n)$ преобразовать в упорядоченный по возрастанию, оставив по одному в каждой группе совпадающих элементов.

15.10 (6 б.) Даны два упорядоченных по возрастанию массива $A(m)$ и $B(n)$. Получить из них путем слияния упорядоченный по возрастанию массив

C ; совпадающие элементы вставлять единожды. Подсчитать количество элементов в массиве C .

15.11 (7 б.) Из двух упорядоченных по невозрастанию массивов $A(m)$ и $B(n)$ получить путем слияния упорядоченный по убыванию массив C ; удаляемые элементы собрать в массиве D . Подсчитать количество элементов в массивах C и D).

15.12 (7 б.) Произвести слияние упорядоченного по возрастанию $A(m)$ и неупорядоченного $B(n)$ массивов ($n \ll m$) в упорядоченный по неубыванию массив C .

15.13 (7 б.) Путем слияния из возрастающего $A(m)$ и невозрастающего $B(n)$ массивов получить возрастающий массив C (с удалением совпадающих элементов). Подсчитать количество элементов в массиве C .

15.14 (8 б.) Упорядочить строки матрицы $A(m, n)$ лексикографически по убыванию.

15.15 (7 б.) Упорядочить строки матрицы $B(m, n)$ по неубыванию элементов ее k -го столбца.

15.16 (8 б.) Упорядочить строки матрицы $D(m, n)$ лексикографически по неубыванию первых k элементов строки.

15.17 (8 б.) Провести построчное слияние двух матриц $A(m, n)$ и $B(k, n)$, строки которых лексикографически упорядочены по неубыванию первых l элементов каждой строки.

15.18 (7 б.) Произвести построчное слияние двух матриц $A(m, n)$ и $B(k, n)$, упорядоченных по неубыванию элементов первого столбца.

15.19 (7 б.) Матрица $K(m, n)$ упорядочена по возрастанию элементов первого столбца. С внешнего устройства (с клавиатуры, из файла и так далее) поступают дополнительные строки. Вставлять их в нужное место, раздвигая остальные, с сохранением упорядоченности. При невозможности такой вставки

(первые элементы строк совпадают, а остальные — нет) вводимую строку вывести на печать с сообщением о невозможности вставки. Результат - пополненная матрица.

15.20 (8 б.) Упорядочить по неубыванию каждую строку матрицы $A(m, n)$, а после этого перестановкой строк упорядочить всю матрицу по неубыванию элементов первого столбца.

Лабораторная работа 16

Поиск с возвратом. Задачи на графах

Цель работы: научиться решать задачи с олимпиадным уклоном, а также сформировать представления о применении дискретной математики в алгоритмизации.

Задание

Изучить теоретическую часть дискретной математики, частности теории графов.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

16.1 (15 б.) Граф, заданный матрицей смежности, проверить на связность; в случае несвязности вывести подмножества вершин каждого связного подграфа.

16.2 (15 б.) Заданный орграф проверить на наличие циклов и при их наличии вывести каждый цикл в виде последовательности вершин циклического пути.

16.3 (20 б.) В орграфе без циклов, заданном матрицей смежности с весами (длинами) дуг, найти *критический путь*, то есть путь наибольшей длины, идущий из первой вершины до последней.

16.4 (7 б.) В орграфе найти все *стоки*, то есть вершины, в которые только входят дуги, и *истоки*, из которых только выходят дуги.

16.5 (15 б.) В заданном неориентированном графе найти кратчайший путь, связывающий две заданные вершины.

16.6 (12 б.) Матрицу смежности несвязного графа *перенумерацией вершин* (перестановкой строк и столбцов) превратить в блочную, состоящую из нескольких подматриц, расположенных на главной диагонали. При этом каждая подматрица будет задавать связный подграф.

16.7 (10 б.) Известно, что плоская фигура может быть обведена за один прием, «не отрывая карандаша от бумаги», если она содержит две или ни одной точки, в которой сходится нечетное число линий. Фигура задана множеством пар номеров вершин $\langle i, j \rangle$, соединенных линиями. Найти путь обхода фигуры или показать, что его не существует.

16.8 (15 б.) **Касса.** Массив $K(n)$ содержит значения (номиналы) денежных знаков (купюр и монет) некоторой валютной системы; $L(n)$ — количество знаков каждого достоинства в кассе. Массив $S(m)$ — ведомость выдачи зарплат; известно, что $\sum_{i=1}^m s_i \leq \sum_{j=1}^n k_j l_j$, то есть касса платежеспособна. Реализовать выдачу зарплаты, то есть найти количество знаков каждого достоинства для каждого работника или показать, что без сдачи это сделать невозможно.

16.9 (20 б.) **Задача о ранце.** Из n предметов, обладающих каждый весом v_i и стоимостью p_i , $i = 1, 2, \dots, n$, выбрать такие, что при суммарном весе не более V их суммарная стоимость максимальна.

16.10 (15 б.) Пусть n красных и n синих точек на плоскости заданы своими координатами. Построить n отрезков с разноцветными концами, суммарная длина которых минимальна (каждая точка является концом только одного отрезка).

16.11 (12 б.) **Минимальное дерево-остов.** На плоскости своими координатами задано n точек. Построить связный граф с вершинами во всех этих точках так, чтобы суммарная длина его ребер была наименьшей.

Указание. Для решения задачи достаточно начиная с любой точки на каждом шаге присоединять к связной части графа ближайшую к ней несвязную точку.

16.12 (15 б.) В массиве $Z(n)$ найти наибольшую по количеству элементов арифметическую прогрессию (элементы прогрессии стоят в массиве в произвольном порядке).

16.13 (186.) **Задача о раскрое.** Из прямоугольника размером $a \times b$ требуется вырезать возможно большее число прямоугольников размером $c \times d$. Найти оптимальный вариант раскроя (возможно, таких вариантов несколько).

16.14 (15 б.) Из элементов массива $A(2n)$ сформировать два «почти ортогональных» массива $B(n)$ и $C(n)$, то есть таких, чтобы модуль скалярного произведения их был минимален.

16.15 (17 б.) Для каждого жителя города задано множество (возможно, пустое) имен его детей; каждый житель города имеет уникальное имя. Жители x и y называются родственниками, если либо x — ребенок y , либо y — ребенок x , либо существует некий z , такой, что x является родственником z , а z — родственником y . Получить все подмножества родственников. Вместо имен можно использовать шифры (номера) жителей.

16.16 (19 б.) В условиях предыдущей задачи найти жителя, имеющего наибольшее количество потомков (детей, внуков и так далее). В терминах теории графов это значит, что нужно в несвязном графе найти связный подграф с наибольшим числом вершин. Вывести также весь найденный родовой клан.

16.17 (156.) Найти все вершины графа, к которым существует путь заданной длины (не обязательно кратчайший) от его первой вершины.

16.18 (18 б.) Крестики-нолики. Клеточное поле размером $m \times n$ есть результат игры в крестики-нолики на «бесконечном» (неограниченном) поле. Проверить, является ли конфигурация предвыигрышной для одного из игроков, то есть нельзя ли за один ход достичь победы. Считается, что, например, «крестики» выиграли, если на поле найдется по горизонтали, вертикали или диагонали цепочка, состоящая из пяти крестиков.

16.19 (15 б.) В заданном орграфе перенумеровать вершины так, чтобы всякая дуга вела от вершины с меньшим номером к вершине с большим номером или показать, что это невозможно.

16.20 (15 б.) Определить, является ли заданный граф двудольным, то есть можно ли разбить множество его вершин так, чтобы каждое ребро соединяло вершины двух разных подмножеств.

Лабораторная работа 17

Разработка простейших АРМ и ИПС

Цель работы: дать представление о разработке программного обеспечения, такого как автоматизированного рабочего места (АРМ) специалиста и информационно-поисковой системы (ИПС).

Задание

Изучить информационную и терминологическую среды потенциального пользователя, выяснить какую должность этот пользователь может занимать (кому нужно это информационное обеспечение), определить какая информация и для чего используется. Также структурировать имеющуюся информацию и на ее основе построить базу данных.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

17.1 Личная библиотека. Картотека домашней библиотеки: выходные данные книги (авторы, название, издательство и так далее), раздел библиотеки (специальная литература, хобби, домашнее хозяйство, беллетристика и так далее), происхождение и наличие книги в данный момент, субъективная оценка книги. Выбор книг по произвольному запросу; инвентаризация библиотеки.

17.2 Картотека Интерпола. Данные по каждому зарегистрированному преступнику: фамилия, имя, кличка, рост, цвет волос и глаз, особые приметы, гражданство, место и дата рождения, последнее место жительства, знание языков, преступная профессия, последнее дело и так далее. Преступные и мафиозные группировки (данные о подельщиках). Выборка по любому подмножеству признаков. Перенос «завязавших» в архив; удаление — только после смерти.

17.3 Бюро знакомств.База потенциальных женихов и невест: пол, регистрационный номер, дата регистрации, сведения о себе, требования к партнеру. Выбор подмножества подходящих кандидатур, подготовка встреч (формирование приглашения для знакомства). Перенос в архив пар, решивших свои семейные проблемы, удаление клиентов, отказавшихся от услуг.

17.4 Биржа труда. База безработных: анкетные данные, профессия, образование, место и должность последней работы, причина увольнения, семейное положение, жилищные условия, контактные координаты, требования к будущей работе. База вакансий: фирма, должность, условия труда и оплаты, жилищные условия, требования к специалисту. Поиск и регистрация вариантов с той и другой стороны; формирование объявлений для печати, удаление в архив после трудоустройства, полное удаление при отказе от услуг.

17.5 Записная книжка. Анкетные данные, адреса, телефоны, место работы или учебы, должность знакомых, коллег и родственников, характер знакомства, деловые качества и так далее. Автоматическое формирование поздравления с днем рождения (по текущей дате). Упорядочение по алфавиту и по дате последней корректировки. Поиск по произвольному шаблону.

17.6 Касса аэрофлота. Расписание: номер рейса, маршрут, пункты промежуточной посадки, время отправления, дни полета. Количество свободных мест на каждом рейсе. Выбор ближайшего рейса до заданного пункта (при наличии свободных мест), оформление заданного числа билетов по

согласованию с пассажиром (с уменьшением числа свободных мест), оформление посадочной ведомости.

17.7 Справочник потребителя (служба быта). База предприятий бытового обслуживания города: название, разряд, адреси телефоны, специализация, перечень оказываемых услуг, форма собственности, часы и дни работы. Поиск предприятий по заданной услуге и другим признакам.

17.8 Справочник покупателя. База торговых точек города: название, адрес и телефоны, специализация, форма собственности, время работы. Выбор магазинов по произвольному шаблону.

17.9 Магазин с одним продавцом. Компьютер вместо кассового аппарата. База наличия товаров: наименование, единица измерения, цена единицы, количество, дата последнего завоза. Регистрация поступления товара (как старых, так и новых наименований). Оформление покупки: выписка чека, корректировка базы. Проблема уценки и списания. Инвентаризация остатков товара с вычислением суммарной стоимости.

17.10 Отдел кадров. База данных о сотрудниках фирмы: паспортные данные, образование, специальность, подразделение, должность, оклад, даты поступления в фирму и последнего назначения и т. д. Выбор по произвольному шаблону. Сокращение штатов: выбор для увольнения лиц пенсионного и предпенсионного возраста, подготовка приказа.

17.11 Генеалогическое дерево. Паспортные данные членов некоторого родового клана; ссылки на детей (или на родителей). Поиск всех потомков или всех предков для указанного лица.

17.12 Склад. База товаров, хранящихся на складе: наименование, единица измерения, цена единицы, количество, дата последнего завоза. Регистрация поступления товара (формирование приходной накладной) и отгрузки (расходная накладная). Вывод инвентарной ведомости.

17.13 Касса автовокзала. Расписание автобусов: номер рейса, конечный и промежуточные пункты, время отправления. Количество свободных мест на каждом рейсе. Выбор ближайшего рейса до заданного пункта (при наличии свободных мест), оформление билетов, оформление посадочной ведомости. Предварительная продажа, возврат билетов.

17.14 Администратор гостиницы. Список номеров: класс, число мест. Список гостей: паспортные данные, даты приезда и отъезда, номер. Поселение гостей: выбор подходящего номера (при наличии свободных мест), регистрация, оформление квитанции. Отъезд: выбор всех постояльцев, отъезжающих сегодня, освобождение места или оформление задержки с выпиской дополнительной квитанции. Возможность досрочного отъезда с перерасчетом. Поиск гостя по произвольному признаку.

17.15 Справочник меломана. База групп и исполнителей; база песен; база дисков с перечнем песен (в виде ссылок). Выбор всех песен заданной группы; всех дисков, где встречается заданная песня.

17.16 Ежедневник. База намечаемых мероприятий — дата, время и продолжительность, место проведения. Автоматическое напоминание ближайшего дела: по текущей дате и времени; удаление вчерашних дел либо перенос на будущее. Анализ «накладок» — пересечений планируемых дел. Просмотр дел на завтра, послезавтра и так далее.

17.17 Терминология. База определений какой-либо науки: вводимый термин, его толкование (определение), ссылки на используемые термины. Возможность просмотра всей цепочки от заданного термина до первичных понятий.

17.18 Шеф-повар. База рецептов блюд: раскладка, рецепт приготовления. База продуктов на складе: наименование, цена, количество. Формирование меню на день (на заданное число персон); званый ужин. Проверка

достаточности запасов; формирование расходной накладной на склад, корректировка запасов.

17.19 Справочник лекаря. База болезней: название, симптомы, процедуры, перечень рекомендуемых лекарств с указанием требуемого количества. База медикаментов на складе: название, количество, взаимозаменяемость. Формирование рецепта после осмотра больного, проверка наличия лекарств, корректировка запасов.

17.20 Зачисление абитуриентов. База абитуриентов: анкетные данные, совокупность оценок на вступительных экзаменах, готовность учиться на договорной основе. Выбор для зачисления заданного количества абитуриентов; формирование для собеседования списка тех, кто набрал предельный проходной балл, но не может платить за образование.

Лабораторная работа 18

Электронные таблицы

Цель работы: научиться решать задачи с использованием таких средств, как электронные таблицы SuperCalc, Excel.

Задание

Изучить документацию, используемой электронной таблицы, для решения выбранного задания.

В соответствии с выбранным заданием изучить материал, сформировать математическую модель, разработать алгоритм решения задачи.

На языке программирования высокого уровня написать разработанный алгоритм.

Оформить результаты проделанной работы.

Сделать выводы по проделанной работе.

Защитить работу.

Варианты индивидуальных заданий

18.1 Турнирная таблица. В клетки квадратной матрицы — турнирной таблицы — вносится счет очередного матча. На диагонали матрицы рассчитывается разность числа забитых и пропущенных голов.

Развитие задачи. Подсчитывать текущее место каждой команды в чемпионате или даже пересортировывать таблицу в соответствии с местами.

18.2 Расписание автобусов. Известны следующие параметры: список остановок некоторого городского или пригородного автобусного маршрута, время проезда автобусом каждого перегона между остановками и время на посадку. Задаются моменты отправления каждого рейса с конечной остановки.

Рассчитать маршрутную таблицу для всех заданных рейсов (в прямом и обратном направлениях).

18.3 Расписание электричек. Известны список остановок некоторого направления движения электропоездов, время проезда каждого перегона между остановками и время на остановку. Задаются моменты отправления каждого поезда с конечной станции. Рассчитать таблицу суточного расписания движения электропоездов в прямом и обратном направлениях.

Развитие задачи. Протяженность маршрутов различна (конечная станция у каждого поезда своя).

18.4 Жордановы исключения. Реализовать вычисление обратной матрицы методом Гаусса (в любой модификации; удобнее всего использовать жордановы исключения) с разрешающим элементом по диагонали.

Развитие задачи. Выбор разрешающего элемента вручную или автоматически.

18.5 Ранг матрицы. Используя метод Гаусса (в любой модификации), определить ранг заданной прямоугольной матрицы.

18.6 Стипендиальная ведомость. Реализовать расчет стипендии на студенческую группу. Учесть дифференцированный характер стипендии, компенсацию на детей, плату за общежитие, профсоюзные взносы и другие доплаты и удержания.

18.7 Сбербанк. Реализовать расчет карточки лицевого счета «до востребования». Годовой банковский процент фиксирован; начисления производятся при каждой операции пропорционально времени между операциями (с использованием «сложных процентов»). Реализовать операции поступления и снятия произвольной суммы.

18.8 Экзаменационная ведомость. В сводную ведомость с заготовленными фамилиями студентов вносятся результаты сессии. По

результатам определить размер дифференцированной стипендии каждого студента и итоговую сумму, количество оценок каждого вида по группе по каждому экзамену и по всем экзаменам. При пересдаче экзамена новая оценка вносится прямо в ведомость.

18.9 Званный ужин. Справочная информация содержит закладку продуктов на 1 порцию (рецептуру) для приготовления определенного набора блюд и стоимость единицы каждого продукта. Из них требуется сформировать меню званого ужина на заданное число персон с подсчетом требуемого количества продуктов и общей стоимости с учетом затрат на приготовление.

Развитие задачи. Ограниченные запасы некоторых продуктов; ограниченные финансовые возможности заказчика.

18.10 План производства. Справочная информация содержит расходные коэффициенты различных сырьевых компонентов на выпуск единицы продукции каждого наименования (например количество древесной плиты, древесины, шпона, лака на 1 тумбочку); стоимость единицы каждого вида сырья, трудоемкость, энергоемкость каждого изделия и его отпускная цена. Требуется рассчитать производственный план (например, месячный) с подсчетом затрат каждого вида сырья, общей трудоемкости, прибыли за каждый вид продукции и итогов.

18.11 День здоровья. Известны данные о результатах лыжного забега: фамилии и инициалы участников, возраст, время старта, время финиша. По возрасту выделены 3 возрастных категории, заданные диапазонами. Найти чемпиона по каждой возрастной категории.

18.12 Штанга. Результаты чемпионата тяжелоатлетов (например в толчке) представлены следующими данными: фамилия и инициалы, команда, собственный вес, результат в каждой из трех попыток. Найти чемпиона в каждой весовой категории, выделяемой с шагом 5 кг.

18.13 Метод Эйлера. Найти приближенное решение обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка $y'' = f(x, y, y')$ с заданными начальными условиями $y(a) = y_0$ и $y'(a) = p_0$ на отрезке $[a, b]$ методом Эйлера с постоянным шагом h . Значения функции $y(x)$ и ее производной $p(x) = y'$ в узловых точках вычисляются по формулам: $y_{i+1} = y_i + hp_i$; $p_{i+1} = p_i + hf(x_i, y_i, p_i)$, $i = 1, 2, \dots$

18.14 Метод Ньютона. Составить таблицу значений функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $F(x, y) = 0$. Уравнение $F(x, y) = 0$ при фиксированном x решать методом Ньютона (см. задачу 11.2).

18.15 Метод Рунге-Кутты. Найти приближенное решение обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, $y(a) = y_0$ методом Рунге-Кутты пятого порядка на отрезке $[a, b]$ с заданным постоянным шагом h . Значения функции $y(x)$ в узловых точках вычисляются по формуле:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4); i = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\text{где } k_1 = f(x_i, y_i); k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1\right);$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2\right); k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3).$$

В задачах 18.16-18.20 конкретные числовые данные вместе с известным результатом можно найти в сборниках задач по численным методам, методам оптимизации и исследованию операций.

18.16 Решить систему нелинейных (алгебраических или трансцендентных) уравнений: $f_i(x) = a_i$, $i = 1, \dots, n$, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

18.17 Решить задачу линейного программирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max; \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m; \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \end{array} \right.$$

18.18 Решить задачу выпуклого программирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = f(x) \rightarrow \max; \\ \varphi_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m. \end{array} \right.$$

Здесь $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — векторный аргумент.

18.19 Решить транспортную задачу:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, m; \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n; \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \end{array} \right.$$

18.20 Решить задачу о назначениях (в Булевых — двоичных — переменных):

$$\left\{ \begin{array}{l} z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij} \rightarrow \min; \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n; \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, \dots, m; \\ x_{ij} \in \{0; 1\}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \end{array} \right.$$

Перечень рекомендуемой литературы

1. *Абрамов С. А., Анттипов И. Я.* Основы программирования на алголе. 2-е изд., перераб. — М.: Наука, 1982. 172 с.
2. *Абрамов С. Л., Гнездилова Г. Г., Капустина Е. Я., Селюн М. И.* Задачи по программированию. — М.: Наука, 1988. 224 с.
3. *Абрамов С. Л., Зима Е. В.* Начала информатики. — М.: Наука, 1989. 256 с.
4. *Брудно А. Л., Каплан Л. И.* Олимпиады по программированию для школьников/Под ред. *Б. И. Наумова*. — М.: Наука, 1985. 96 с.
5. *Бухтияров А. М., Фролов Г. Д.* Практикум по программированию на Фортране (ОС ЕС ЭВМ). — М.: Наука, 1979. 304 с.
6. *Бухтияров А. М., Фролов Г. Д.* Сборник задач по программированию на алгоритмических языках. — М.: Наука, 1974. 240 с.
7. *Ван Тассел Д.* Стил, разработка, эффективность и испытание программ/Пер. с англ. — М.: Мир, 1981. 320 с.
8. *Гарднер М.* Математические досуги/Пер. с англ. — М.: Мир, 1972. 496 с.
9. *Гарднер М.* Математические новеллы/Пер. с англ. — М.: Мир, 1974. 456 с.
10. *Григас Г.* Начала программирования. — М.: Просвещение, 1987. 112 с.
11. *Гудман С., Хидешниemi С.* Введение в разработку и анализ алгоритмов/Пер. с англ. — М.: Мир, 1981. 368 с.
12. *Двайтн Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1966.

13. *Дрейфус М., Ганглоер К.* Практика программирования на Фортране: Упражнения с комментариями. — М.: Мир, 1978. 224 с.
14. *Джонс Ж., Харроу К.* Решение задач в системе Турбо Паскаль. — М.: Финансы и статистика, 1991. 720 с.
15. *Джонстон Г.* Учись программировать. — М.: Финансы и статистика, 1989. 368 с.
16. *Дробушевич Г. А.* Сборник задач по программированию: Учеб. пособие. — Мн.: Высш. школа, 1983. 324 с.
17. *Дьяконов В. Я.* Справочник по алгоритмам и программам на языке бейсик для персональных ЭВМ. — М.: Наука, 1987. 240 с.
18. *Золотова С. И.* Практикум по Access. — М.: Финансы и статистика, 2000. 144 с.
19. *Касьянов В. Я., Сабельфельд В. К.* Сборник упражнений по практикуму на ЭВМ: Учебное пособие для вузов. — М.: Наука, 1986. 272 с.
20. *Кнут Д.* Искусство программирования на ЭВМ. Т.1. Основные алгоритмы. — М.: Мир, 1976. 736 с.
21. *Кнут Д.* Искусство программирования на ЭВМ. Т. 3. Сортировка и поиск. — М.: Мир, 1978. 846 с.
22. *Котов Ю. В.* Как рисует машина. — М.: Наука, 1988. 224 с.
23. *Кушниренко А. Г., Лебедев Г. В.* Программирование для математиков. — М.: Наука, 1988. 384 с.
24. *Летин-Дмитрюков Г. Л., Овчареико Е. К.* Сборник задач по программированию на языке ПЛ/1. — М.: Сов. радио, 1980. 304 с.

25. Основы информатики и вычислительной техники. Ч. 2/ Под ред. А. Я. Ершова, Б. М. Монахова. — М.: Просвещение, 1986. 143 с.
26. Офицеров Д. В Долгий А. Б., Старых В. Л. Программирование на персональных ЭВМ: Практикум: Учеб. пособие. — Мн.: Высш. шк., 1993. 256 с.
27. Пильщиков В. Я. Сборник упражнений по языку Паскаль. - М.: Наука, 1989. 160 с.
28. Сборник задач по базовой компьютерной подготовке: Учеб. пособ. В. С. Зубов, Я. Я Котарова, О. Г. Архипов и др.; Под редакцией Я. Я Котаровой. — М.: Издательство МЭИ, 1998. 178 с.
29. Светозарова Г. Я, Мельников А. Л., Козловский Л. В. Практикум по программированию на языке Бейсик: Учеб. пособие для вузов. — М.: Наука, 1988. 368 с.
30. Светозарова Г. Я, Сигитов Е. В., Козловский А. В. Практикум по программированию на алгоритмических языках. - М.: Наука, 1980. 320 с.
31. Ставровский Л. Б. Турбо Паскаль 7.0: Учебник. — К.: Издательская группа BHV, 2000. 400 с.
32. Трифонов Я П. Сборник упражнений по алголу. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1978. 208 с.
33. Уэзерелл Ч. Этюды для программистов. — М.: Мир, 1982. 288 с.
34. Шураков В. В Морозов В. П. Задачник по основам алгоритмизации, алгоязыкам и машинной обработке: Учебное пособие. — М.: Статистика, 1978. 198 с.

35. *Юркин Л. Г.* Практикум по программированию: Учебное пособие для студентов естественнонаучных специальностей вузов. 2-е изд. переработанное и дополненное. Изд-во Алт. ун-та: Барнаул, 1999. 127 с

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методические рекомендации
по организации самостоятельной работы
по дисциплине
Вычислительный практикум
для студентов направления подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

Учебный процесс в высшем учебном заведении в значительной степени строится на самостоятельной работе студентов, без которой трудно в полной мере овладеть сложным программным материалом и научиться в дальнейшем постоянно совершенствовать приобретенные знания и умения. Самостоятельная работа является внеаудиторной и предназначена для самостоятельного ознакомления студента с определенными разделами курса по рекомендованным педагогом материалам и подготовки к выполнению индивидуальных заданий по курсу. Целью самостоятельной работы студентов является:

- научить студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свою квалификацию.

- закрепление, расширение и углубление знаний, умений и навыков, полученных студентами на аудиторных занятиях под руководством преподавателей;

- изучение студентами дополнительных материалов по изучаемым дисциплинам и умение выбирать необходимый материал из различных источников; воспитание у студентов самостоятельности, организованности, самодисциплины, творческой активности, потребности развития познавательных способностей и упорства в достижении поставленных целей.

Предлагаемый подход к освоению материала усиливает мотивацию к аудиторной и внеаудиторной активности, что обеспечивает необходимый уровень знаний по изучаемым дисциплинам и позволяет повысить готовность студентов к сдаче экзаменов.

Приступая к изучению новой учебной дисциплины, студенты должны ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке, получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками. В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. В ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой. Подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на семинар. Готовясь к докладу или реферативному сообщению, обращаться за методической помощью к преподавателю. Составить план-конспект своего выступления. Принимать активное участие в обсуждении учебных вопросов: выступать с докладами, рефератами, обзорами научных статей, отдельных публикаций периодической печати, касающихся содержания темы занятия. В ходе своего выступления использовать технические средства обучения, доску и мел. С целью более глубокого усвоения изучаемого материала задавать вопросы преподавателю. После подведения итогов семинара устранить недостатки, отмеченные преподавателем. При подготовке к экзамену (в конце семестра) повторять пройденный материал в строгом соответствии с учебной программой, примерным перечнем учебных вопросов, выносящихся на зачет и содержащихся в данной программе. Использовать конспект лекций и литературу,

рекомендованную преподавателем. Обратить особое внимание на темы учебных занятий, пропущенных студентом по разным причинам. При необходимости обратиться за консультацией и методической помощью к преподавателю.

1. Методические рекомендации для студентов по отдельным формам самостоятельной работы

Система вузовского обучения подразумевает значительно большую самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению («когда будет нужно – выучу!»), а когда приходит пора экзаменов, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

2. Правила и приемы конспектирования лекций

- Записывать информацию необходимо в соответствии с пунктами плана лекции, разбивая весь текст на логические блоки. Стоит использовать нумерацию, чтобы четко понимать последовательность изложения. Не будет лишним предусматривать в конспекте красную строку;

- Сокращайте ключевые термины до заглавной буквы, предварительно выделив их еще на этапе написания заголовка. К примеру, фраза «нематериальные ресурсы в структуре активов» может быть записана как «НР в структуре А». Если какие-то обозначения совпадают, имеет смысл пометить их кружком или любым другим опознавательным знаком;

- Стержневые понятия, которые используются при изучении какой-то дисциплины достаточно часто, можно заменять специальными сокращениями, которые будут актуальны в пределах конкретного конспекта. Если думаете, что забудете обозначения, то не стоит лениться записать их в конце тетради;

- Сокращение длинных распространенных слов позволяет ускорить процесс конспектирования. К примеру, слово «государство» можно заменить сокращенным «гос-во» и т.п.

- **Быстрое конспектирование** не обходится без использования ваших собственных значков важности. Придумайте их сами или возьмите на вооружение следующие:

- «!» — важно;
- «?» — под вопросом;
- «У» — смотреть учебник;
- «ЗВ» — например;
- «R» — перепроверить.

- Обозначения основных понятий имеет смысл записывать отдельным абзацем, при этом выделяя его любым способом. Подчеркивание цветным маркером облегчает процесс запоминания;

- Скоростное конспектирование требует использования математических обозначений. Очевидно, что писать «+» вместо «плюс» и « Σ » вместо «сумма» в разы продуктивнее;

- Не стоит пренебрегать общепринятыми аббревиатурами. Заменять термин типа «система управления базами данных» на «СУБД» является обязательным;

- Периодизации и классификации лучше записывать в виде диаграмм и схем;

Эти навыки помогут сделать ваши записи более понятными, а время на фиксацию информации сократить в разы.

Эти умения могут использоваться не только в вузе, но и при посещении курсов дополнительного профессионального образования, семинаров, тренингов и разного рода конференций. Зная, как правильно конспектировать, вы сможете легко освоить большой объем информации, сделав ее сжатой, простой и понятной.

Вы можете находить все более продуктивные методы фиксирования информации сами. Запомните, конспект является собой сжатую запись письменного или устного текста, которая создается с целью последующего личного использования. По этой причине одинаковых конспектов у разных людей быть не может. Не стоит полностью перенимать чьи-то методы, надо создавать свой уникальный.

3. Работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги. Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода). При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

4. Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;
2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;
3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;
4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;
5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

6. Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

7. Приступая к работе, каждый студент должен принимать во внимание следующие положения.

Дисциплина (модуль) построена по тематическому принципу, каждая тема представляет собой логически заверченный раздел.

Лекционный материал посвящен рассмотрению ключевых, базовых положений курсов и разъяснению учебных заданий, выносимых на самостоятельную работу студентов.

Лабораторные работы проводятся с целью закрепления усвоенной информации, приобретения навыков ее применения при решении практических задач в соответствующей предметной области.

Самостоятельная работа студентов направлена на самостоятельное изучение дополнительного материала, подготовку к практическим занятиям, а также выполнения всех видов самостоятельной работы.

Для успешного освоения дисциплины, необходимо выполнить все виды самостоятельной работы, используя рекомендуемые источники информации.