

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по выполнению практических работ**  
по дисциплине  
**Практикум по методике обучения математике**

Направление подготовки  
Направленность (профиль)  
Форма обучения  
Год начала обучения  
Реализуется в 1 семестре

**44.04.01 Педагогическое образование**  
**Математическое образование**  
**очная**  
**2026**

Ставрополь

## Введение

Цель освоения дисциплины «Практикум по методике обучения математике» – это формирование профессиональных компетенций будущего магистра по направлению подготовки 44.04.01 - Педагогическое образование.

Задачи дисциплины:

- раскрыть теоретические основы технологии обучения математике, позволяющие конструировать различные варианты обучения с учетом возможностей учителя и учащихся и специфики предмета изучения;

- сформировать у студентов дидактические, методические и диагностические умения и навыки;

- способствовать формированию у будущих учителей умений и навыков самостоятельного анализа процесса обучения и творческого подхода к решению проблем преподавания.

Обучение в онлайн режиме реализуется на основе ст. 16 ФЗ-273 «Об образовании в РФ». Специфика заключается в использовании дистанционных образовательных технологий (ДОТ) и электронного обучения (ЭО), которые обеспечивают освоение образовательной программы в полном объеме независимо от места нахождения обучающихся.

Специфика онлайн-обучения в рамках дисциплины заключается в переносе центра тяжести на управляемую самостоятельную работу магистранта в ЭИОС вуза. Взаимодействие выстраивается через сочетание синхронных вебинаров и асинхронного освоения интерактивного контента, при этом контроль успеваемости осуществляется через цифровую среду с фиксацией образовательного следа

Организация учебного процесса в онлайн режиме влечет трансформацию традиционных видов занятий:

- Лекции: представлены в виде потоковых трансляций (вебинаров).
- Семинары и практикумы: проводятся в системе совместной работы.
- Нагрузка на самостоятельную работу (СРС) возрастает.

Реализация дисциплины с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий осуществляется с использованием электронной информационно-образовательной среды СКФУ, к которой обеспечен доступ обучающихся через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет», или с использованием ресурсов иных организаций, в том числе платформ, предоставляющих сервисы для проведения видеоконференций, онлайн-встреч и дистанционного обучения (МТС-Линк), а также с использованием возможностей социальных сетей для осуществления коммуникации обучающихся и преподавателей.

Дисциплина «Практикум по методике обучения математике» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений.

### **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие
-------------------------------	------------------------------	--

		этапы формирования компетенций, индикаторов
<b>ПК-2.</b> Способен разрабатывать методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам	<b>ПК-2 И-1.</b> Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания фундаментальных математических разделов и методических теорий.	Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания теоретических основ технологии обучения математике, позволяющих конструировать различные варианты обучения с учетом возможностей учителя и учащихся и специфики предмета изучения
	<b>ПК-2 И-2.</b> Разрабатывает методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса с учетом классических и современных тенденций развития математического образования.	Разрабатывает методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса с учетом общих принципов методики преподавания математики
	<b>ПК-2 И-3.</b> Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам.	Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания теоретических аспектов методики преподавания математики

Целью данных методических указаний является оказание учебно-методической помощи магистранту в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта. Магистрант в ходе освоения курса приобретает навыки научного анализа, активизации мыслительной деятельности и накопления знаний по данной дисциплине.

Методические рекомендации предназначены для подготовки магистрантов к практическим (семинарским) занятиям. В процессе подготовки к семинарским занятиям необходимо ознакомиться с планом предстоящего семинара, основным и дополнительным списком рекомендуемой литературы по данной теме, внимательно изучить методические рекомендации по проведению занятия, выписать и освоить незнакомые термины и понятия, тезисно или развернуто подготовиться к занятию по пунктам плана.

## Практическое занятие № 1. Предмет методики преподавания математики.

### Содержание практического занятия:

- Содержание, цели, задачи.
- История развития и современное состояние методики преподавания математики как научной дисциплины.
- Особенности преподавания математики и ее методики.
- Цели обучения математике в современной школе.
- Стандарт среднего математического образования.
- Развитие мышления, пространственных представлений и воображения, памяти, познавательных интересов учащихся в процессе обучения их математике. Развитие творческого мышления учащихся старших классов и продолжение его развития у студентов вуза.

Освоение математики происходит в результате организованной обучающим деятельности обучаемого. Деятельность обучаемого, в свою очередь, включает каждое учебное действие.

Исходя из процессного подхода к обучению ученые в области теории и методики обучения математике как науки разрабатывают цели обучения математике на каждой из ступеней (для чего следует обучать), содержание обучения математике (чему следует обучать), методы и формы обучения математике (как возможно обучать) с учетом объекта обучения (кого обучаем) и средств обучения, которые могут быть задействованы на данном конкретном этапе развития общества (рис. 1).



Рис. 1

Для решения возникающих в области теории и методики обучения математике проблем учеными и творчески работающими педагогами используются следующие **методы**:

- изучение и использование истории развития математики и математического образования;
- изучение и использование отечественного и зарубежного опыта обучения учащихся математике, анкетирование, беседы с педагогами и обучаемыми; анализ, синтез, моделирование, ранжирование, шкалирование (и т.д.);
- дидактическая обработка и перенос идей, методов и языка математики;
- проектирование;
- эксперимент.

***Взаимосвязь методики преподавания математики с другими***

## *науками*

Методика преподавания математики как наука тесно связана с другими науками, прежде всего с *математикой*, - ее базовой наукой.

Цель теории и методики – отобрать основные данные математической науки и, дидактически обработав и адаптировав их, включить в содержание курсов математики.

**Философия** разрабатывает методы познания, которые используются в педагогических исследованиях и в обучении математике; философские законы; диалектический метод познания.

Такие понятия, как выражение, теорема, доказательство, уравнение, правило вывода, являются логическими понятиями. Доказательства математических утверждений базируются на логических действиях. Математические понятия формируются на основе логических законов. Поэтому теория и методика обучения математике связана с *логикой*, наукой, исследующей законы «правильного мышления».

Как известно, **педагогика** также определяет цели воспитания, методы обучения, методы научного исследования. Теория и методика, взяв за основу эти методы и цели из педагогики и, в частности, из ее раздела – дидактики, вносит в учебный процесс и научные исследования особенности, обусловленные конкретным математическим содержанием учебного материала.

Теория и методика обучения математике ориентируется на особенности учащихся определенных возрастных групп, используя закономерности особенностей обучаемых в определенном возрасте (память, мышление, внимание и т.д.). Влияние **психологии** на теорию и методику обучения математике усиливается в связи с внедрением личностно-ориентированного образования, характеризующегося вниманием к ученику, его саморазвитию, самопознанию, к воспитанию умения искать и находить свое место в жизни.

На основе результатов психолого-педагогических исследований успешно разрабатывается и реализуется деятельностный подход в обучении математике.

В последние годы наиболее продуктивно влияние современных информационных технологий на разрешение научных теоретико- методических проблем. Информационные компьютерные технологии часто позволяют обучение математике проводить более эффективно.

А так как проблемы получения, хранения, переработки, передачи и использования являются предметом исследования науки **информатики**, то теория и методика обучения математики с ней тесно взаимосвязана.

Теория и методика обучения математике не может не учитывать данных **физиологии**, особенно при разработке опорных сигналов, так как рефлексy, которые связаны с сигналами, поступающими как от материальных предметов и явлений, так и от слов, символов, знаков, изучаются в науке физиологии.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный //

Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>

2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 2. Принципы и методы обучения математике

### Содержание практического занятия:

1. Проблема методов обучения. Классификация методов обучения.
2. Объяснительно-иллюстративный метод.
3. Репродуктивный метод.
4. Проблемное изложение.
5. Частично-поисковый (эвристический) метод.
6. Исследовательский метод.
7. Математические методы познания

### Методические рекомендации

#### **Проблема методов обучения. Классификация методов обучения.**

*Приступая к изучению методов обучения математике, полезно актуализировать знания о методах обучения из курса дидактики. Система методов обучения математике состоит из общих методов обучения, разработанных дидактикой, адаптированных к обучению математике, и из частных (специальных) методов обучения математике, отражающих основные методы познания, используемые математикой.*

Из курса дидактики вам знакомо понятие метода. Термин метод происходит от греческого слова «methodos», что означает исследование, путь продвижения к истине, этимологически он связан с тем значением, которое имеет методология или методика исследования, поиска истины.

Под методом обучения в дидактике понимают упорядоченные способы взаимосвязанной деятельности учителя и учащихся, направленные на достижение учебно-воспитательных задач. «Метод обучения – это апробированная и систематически функционирующая структура деятельности учителей и учащихся, сознательно реализуемая с целью осуществления запрограммированных изменений в личности учащихся».

Любой метод обучения предполагает цель, систему действий, средства обучения и намеченный результат. Объектом и субъектам метода обучения является ученик. Обычно преподаватель сочетает различные методы обучения. Ценность метода зависит от того, в какой степени он вызывает и вызывает ли вообще познавательную, эмоциональную и практическую активность самих учащихся, так необходимую в исследовании действительности и воздействии на нее.

Метод обучения — историческая категория. На протяжении всей истории педагогики проблема методов обучения разрешалась с различных точек зрения: через формы деятельности; через логические структуры и функции форм деятельности; через характер познавательной деятельности. Сегодня существуют разные подходы к современной теории методов обучения. Проблема понимания метода обучения сложна и она очень упрощается во всех классификациях методов. Классификация методов обучения проводится по различным основаниям.

По компонентам деятельности:

- организационно-действенные — методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности;
- стимулирующие — методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности;
- контрольно-оценочные — методы контроля и самоконтроля эффективности учебно-познавательной деятельности.

По источникам передачи знаний:

- словесные (рассказ, лекция, беседа, инструктаж, дискуссия);
- наглядные (демонстрация, иллюстрация, схема, показ материала, график);
- практические: практические работы (построения, измерения, изготовление наглядных пособий), письменные упражнения, лабораторные работы, практикумы.

По дидактическим целям:

- методы изучения новых знаний;
- методы закрепления знаний;
- методы контроля.

По способам изложения учебного материала:

- монологические — информационно-сообщающие (рассказ, лекция, объяснение);
- диалогические (проблемное изложение, беседа, диспут).

По уровням познавательной активности учащихся:

- репродуктивные (основная роль учителя): лекция, рассказ, беседа и др.;
- продуктивные или проблемный метод: исследовательский метод, эвристический метод, метод проблемного изложения;
- самостоятельная работа учащихся (обучающая или контролирующая).

Все указанные классификации рассматриваются в общедидактическом аспекте, предметное содержание математики учитывается здесь в недостаточной мере. Идеальной классификации, которая бы отражала метод как динамичный процесс формирования человека, основанный на постоянном выборе содержания, способов деятельности учителя и учащегося, а также на таком подборе условий, чтобы воспитанник переживал обучение как процесс, в котором он принимает личное участие, который приносит ему самому удовлетворение и доставляет удовольствие при его реализации, до сих пор не создано.

Выбор методов обучения — дело творческое, однако оно основано на знании теории обучения. Методы обучения невозможно разделить, универсализировать или рассматривать изолированно. Кроме того, один и тот же метод обучения может оказаться эффективным или неэффективным в зависимости от условий его применения. Только комбинируя различные методы, учитель может добиться серьезных успехов в своей работе. А для этого нужно хорошо представлять достоинства и недостатки каждого метода, условия его применимости.

Более подробно рассмотрим классификацию методов обучения «на основе анализа видов содержания образования и способов их усвоения» [4, с.193], которая предложена в «Дидактике средней школы» [4]: объяснительно-иллюстративный метод, репродуктивный метод, проблемное изложение, частично-поисковый (эвристический) метод, исследовательский метод.

### **Объяснительно-иллюстративный метод**

*Сущность объяснительно-иллюстративного метода состоит в том, что учитель сообщает готовую информацию разными средствами, а учащиеся воспринимают, осознают и фиксируют в памяти эту информацию.*

Сообщение информации учитель осуществляет с помощью устного слова (рассказ, лекция, объяснение), печатного слова (учебник, учебно-методические пособия), наглядных средств (схемы, графики, модели, кинофильмы и т.д.), практического показа способов деятельности (способа решения задачи, доказательства теоремы и т.д.).

Дадим краткую характеристику некоторым из перечисленных методов.

**Рассказ** – это словесный метод обучения, который:

- предполагает устное повествовательное, целеустремленное изложение учебного материала;
- применяется при изложении учебного материала, носящего ознакомительный характер;
- не прерывается вопросами учащихся;
- позволяет при минимальных затратах времени сообщить максимум сведений;
- предполагает использование таких методических приемов, как изложение информации, активизация внимания, ускорение запоминания, а также логических приемов сравнения, сопоставления, выделения главного, резюмирования;
- характеризуется недостаточной долей самостоятельного познания учащихся, ограниченностью элементов поисковой деятельности;
- затрудняет обратную связь, учитель не получает достаточной информации о качестве усвоения знаний, не может учесть индивидуальные особенности всех учащихся.

Существует несколько видов рассказа: рассказ-вступление, рассказ-изложение, рассказ-заключение. Условия эффективного применения рассказа: тщательная продуманность плана, выбор наиболее рациональной последовательности раскрытия темы, удачный подбор примеров и иллюстраций, поддержание должного эмоционального тона изложения. Продолжительность рассказа при хорошем понимании учащихся 8-9 классов не более 15-20 минут.

**Лекция** - метод словесного изложения и объяснения готовых знаний, который характеризуется связанностью, полнотой, систематичностью и логической последовательностью ее построения и относительной законченностью излагаемого вопроса или целой темы. Активное участие в лекции требует от учащихся значительных усилий, сосредоточенного внимания и развитого мышления. Как метод обучения школьная лекция используется обычно в старших классах средних учебных заведений. Восприятие конспектируемой лекции значительно эффективнее, чем не конспектируемой. Поскольку конспектирование на начальном этапе дается учащимся с большим трудом, учителю нужно этому уделять внимание (давать план лекции, вначале читать более медленно, выделять наиболее важные моменты и т.д.). Школьные лекции по математике могут использоваться при систематизации и обобщении различных тем, при подготовке к экзаменам, например, по теме «Нахождение углов и расстояний в пространстве».

**Объяснение** – словесный метод, который часто осуществляется в виде беседы. Беседа – разговор учителя с учащимися. С точки зрения дидактической роли, которую может играть метод беседы, различают три вида его применения: вступительная беседа; беседа, представляющая новую информацию; закрепляющая беседа.

Вступительная беседа должна подготовить учащихся к работе. С одной стороны, ее цель заключается в актуализации знаний, необходимых для понимания нового материала. С другой стороны, целью беседы является организация класса для новой работы, определение темы и целей урока, постановка задач для всего класса или групп учащихся при групповой работе, обсуждение метода работы и способа ее выполнения.

Беседа, дающая новую информацию, носит характер разговора учителя с учащимися, в котором речь идет о такой их активности, чтобы новое содержание, передаваемое им учителем или их одноклассниками, было всем понятно, связывалось с ранее изученным, усваивалось для дальнейшего применения.

Закрепляющая беседа основана на работе с материалом, усвоенном ранее, но требующим противопоставления и интеграции в рамках больших тем, разделов, курсов. Мышление основано здесь на переходе к более широкому обобщению через сопоставление между собой

многих фактов и обобщений, на формирование структур, включающих большие разделы, в которых имеется место как для ранее приобретенных знаний, так и для только что полученных с помощью новой информации.

Эффективность беседы зависит от умелого подбора вопросов, которые направляют беседу (вопросов не должно быть много, они не должны быть слишком просты, между вопросами следует выдерживать паузы достаточной длины). Полезно учебный материал разбивать на смысловые части.

Беседа позволяет активизировать мыслительную деятельность учащихся, повысить их интерес, способствует хорошему усвоению материала, развитию мышления и способностей учащихся. С другой стороны, она требует большей, чем при рассказе, затраты времени. При беседе сильно сказываются индивидуальные различия учащихся, многие из них не успевают отвечать на вопросы учителя. Активное участие в беседе часто принимают лишь отдельные ученики, другие – пассивны.

Источником знаний учащихся может не только живое слово учителя, но и печатное слово. Учебники, пособия, научно-популярная литература и журналы являются не только источниками новой информации, но и дают учащимся возможность закрепления, расширения и углубления приобретенных на уроках знаний. Работа с книгой увлекает учащихся в овладение методами самообразования, которые должны способствовать развитию дарованной от природы каждому ребёнку склонности к познанию, исследованию окружающего мира.

Наглядные методы обучения иногда подразделяют на метод иллюстраций и метод демонстраций. Метод иллюстраций предполагает показ учащимся различных иллюстративных пособий: плакатов, таблиц, схем, рисунков из учебника, зарисовок и записей на доске, моделей геометрических фигур, натуральных предметов и т. д. Метод демонстраций обычно связан с демонстрацией приборов, опытов, показом кинофильмов, диафильмов, слайдов, использованием учебного телевидения, магнитофонных записей и т. д.

Существует несколько методических условий успешного применения наглядных средств обучения: 1) хорошее обозрение наглядного пособия; 2) постановка учебной цели, четкое выделение главного при демонстрации пособия; 3) умелое сочетание слова и показа средства наглядности; осуществление ориентации действий учащихся на достижение учебной цели с помощью средства наглядности; 4) привлечение учащихся к нахождению желаемой информации (с помощью наглядного пособия), постановка перед ними проблемных заданий.

Практический показ способов деятельности при обучении математике применяется, когда учитель демонстрирует способ решения задачи, доказательства теоремы, образец выполнения какого-либо задания, например, деления многочлена на многочлен, и т.д.

Иногда подразделяют методы обучения на «новые» и «старые», традиционные. При этом проводится мысль, что традиционные методы якобы изжили себя, а «новые» методы активно рекламируются. Под «старыми» понимаются объяснительно-иллюстративные методы. Традиционные методы обучения разрабатывались в свое время наиболее опытными педагогами, формировались в результате длительной практики обучения. Учитывая все большее сокращение времени на обучение математике в школе, необходимо максимально использовать этот бесценный опыт. Опираясь на психологические закономерности и используя ряд приемов обучения, можно добиться того, чтобы при использовании объяснительно-иллюстративных методов максимально активизировалась мыслительная деятельность учащихся.

### **Репродуктивный метод**

Для приобретения учащимися навыков и умений на основании знаний, полученных в результате объяснительно-иллюстративного метода, и для достижения более высокого уровня знаний используется репродуктивный метод. Учитель системой заданий организует деятельность школьников по неоднократному воспроизведению сообщенных им знаний и показанных способов деятельности. Учитель предлагает задания, а учащиеся выполняют их, используя знания в знакомой ситуации по образцу. Примером может служить выполнение учащимися простейших упражнений на применение полученной формулы. При их выполнении деятельность учащихся носит форму возобновления изученного. Таким образом, главным признаком репродуктивного метода являются воспроизведение и повторение учениками способа деятельности по заданиям учителя.

Существенную роль при осуществлении репродуктивного метода в обучении математике играет алгоритмизация. Под алгоритмом понимается точное общепонятное предписание о выполнении в определенной последовательности операций для решения любой из задач. Применение алгоритмов в обучении представляет одну из форм предъявления учащимся ориентиров для осуществления четко обозначенной деятельности, например, алгоритм решения квадратного уравнения. Использование учащимися известного им алгоритма по заданию учителя характеризует прием репродуктивного метода.

Повышению эффективности репродуктивного метода служит использование программированных материалов, которые обеспечивают обратную связь и самоконтроль.

Программированное обучение — это такое обучение, когда решение задачи представлено в виде строгой последовательности элементарных операций, в обучающих программах изучаемый материал подается в форме строгой последовательности кадров, каждый из которых содержит, как правило, дозу нового материала и контрольный вопрос или задание.

Программированное обучение предусматривает:

- правильный отбор и разбивку учебного материала на небольшие дозы;
- частый контроль знаний;
- переход к следующей дозе учебного материала лишь после ознакомления учащегося с правильным ответом или характером допущенной им ошибки;
- обеспечение возможности каждому ученику работать со свойственной ему, индивидуальной скоростью усвоения, что является необходимым условием активной самостоятельной деятельности ученика по усвоению учебного материала.

В эпоху компьютеризации программированное обучение осуществляется с помощью обучающих программ, которые определяют не только содержание, но и процесс обучения. Существуют две различные системы программирования учебного материала — линейная и разветвленная программы с элементами циклической, отличающиеся друг от друга некоторыми важными исходными предпосылками и структурой. Сравнивая две системы программирования учебного материала, можно отметить, что при линейном программировании ученик самостоятельно формулирует ответы на контрольные вопросы, при разветвленном он лишь выбирает один из нескольких готовых ответов. В этом преимущество линейной программы.

Программированное обучение перспективно в осуществлении принципа индивидуального подхода, своевременной обратной связи. Оно может осуществляться с применением обучающих машин или в виде безмашинного обучения, использующего программированные учебники. Практика показала, что программированное обучение полезно и может применяться в широкой практике школьного обучения.

В качестве преимуществ программированного обучения можно отметить: дозированность учебного материала, который усваивается безошибочно, что ведет к высоким результатам обучения; индивидуальное усвоение; постоянный контроль усвоения; возможность использования технических автоматизированных устройств обучения.

Существенные недостатки применения этого метода: не всякий учебный материал поддается программированной обработке; метод ограничивает умственное развитие учащихся репродуктивными операциями; при его использовании наблюдается дефицит общения учителя с учащимися; отсутствует эмоционально-чувственная компонента обучения.

Таким образом, репродуктивный метод может приобретать разные формы и осуществляться различными средствами. Во всех случаях речь идет об упражнениях, то есть неоднократном повторении сходных действий. При выполнении ряда заданий присутствуют элементы творчества, но в целом деятельность учащихся является репродуктивной.

### **Проблемное изложение**

Если учитель не излагает готовые научные истины (формулировки теорем, их доказательства и т.п.), а в какой-то мере воспроизводит путь открытия этих знаний, то такой метод называют проблемным изложением. При проблемном изложении материала учитель демонстрирует учащимся процесс движения индивидуального сознания в решении проблемы, рассуждая вслух. При этом знания предъясняются не в законченном виде, а учитель ищет ответы на возникающие и подчеркиваемые вопросы на глазах у обучаемых, показывая образцы мыслительного поиска, раскрывая противоречия процесса мышления. По существу учитель раскрывает перед учащимися путь исследования, поиска и открытия новых знаний, готовя их тем самым к самостоятельному поиску в дальнейшем.

Принципы организации проблемного изложения и проблемной беседы (эвристический метод) одни и те же. Но при проблемном изложении основную проблему и подпроблемы ставит и решает учитель, а в проблемной беседе к выявлению основной проблемы и подпроблем и к их решению привлекаются учащиеся.

При организации проблемного изложения и проблемной беседы полезно объяснение нового материала начинается с интересной практической или исторической задачи, позволяющей создать исходную проблемную ситуацию, мотивирующую изучение нового. Использование таких задач стимулирует проявление познавательного интереса. Исходная проблемная ситуация вызывает необходимость построения математической модели реальной ситуации. В результате разрешения исходной проблемной ситуации намечается цель действия.

Основная проблема, выдвинутая в ходе анализа исходной проблемной ситуации, разбивается на ряд подпроблем, каждая из которых порождает свою проблемную ситуацию. Проблемное изложение, проблемная беседа могут содержать от двух и более проблемных ситуаций. Эти ситуации связаны с поиском решения основной проблемы, способа достижения выдвинутой цели, возможного применения полученного знания, распространением полученной закономерности на частные случаи.

Реальный процесс выхода из проблемной ситуации, разрешение проблемы возможно, как правило, в нескольких направлениях, опираясь на различную теоретическую базу. Поэтому и в процессе разрешения проблемной ситуации на уроке должно иметь место несколько способов решения. Возможно, в целях экономии времени не каждой путь будет доведен до логического конца, но возможность различных путей должна быть обозначена, доведена до сознания

обучаемых. При подготовке к уроку необходимо предусмотреть различные пути решения каждой подпроблемы.

Разрешение проблемных ситуаций имитирует реальный процесс мышления - открытие нового знания. А реальный процесс мышления, решение проблем - не накатанная дорога. В нем имеют место тупиковые ситуации, когда очередная гипотеза приводит либо к очевидному противоречию, либо к невозможности продолжать решение в данном направлении ввиду отсутствия необходимой базы. Такие ситуации должны иметь место и в процессе обучения. Они возникают естественным образом, когда учащимся предлагается неверный или неподходящий путь решения. Неверные шаги могут быть инициированы учителем. Ложные предположения не отвергаются, а подвергаются анализу. Если учащиеся попали в тупиковую ситуацию, необходим поиск ошибки. Тупиковые ситуации заставляют учащихся вернуться на исходные позиции и продолжить поиск, выдвигая новые гипотезы.

В процессе обучения возможны два пути предъявления материала, две схемы - историческая и логическая. Логическая - более краткая, отражающая результат исследования, историческая - более естественная, отражающая реальный процесс решения проблемы человеком. Вся история развития научного знания внутренне проблематична. Привлечение исторического материала для поисков решения проблемы при организации проблемного изложения, проблемной беседы обогащает ученика знакомством с реальными путями выхода человеческой мысли из проблемной ситуации и способствует повышению познавательного интереса. Использование исторического материала на уроке позволяет усилить его проблемность.

#### **Частично-поисковый (эвристический) метод**

Частично-поисковый (эвристический) метод сочетает изложение учителем учебного материала и творческий поиск учащихся.

В целях постепенного приближения учащихся к самостоятельному решению проблем необходимо их учить выполнению отдельных этапов исследования. Частично-поисковый или эвристический метод заключается в том, что ученики не решают проблемную задачу целиком, учитель планирует шаги поиска, расчленяет проблемную задачу на подзадачи, а учащиеся осуществляют эти шаги под руководством учителя.

С этой целью материал темы существенно переструктурируется учителем таким образом, что предполагается не гладкое последовательное предъявление материала от простого к сложному, с предупреждением возможных трудностей, а преодоление трудностей, как это бывает в реальной жизни. Учащиеся становятся очевидцами возникновения проблем, участниками их постановки и разрешения, соавторами создающихся небольших теорий, исследователями полученных закономерностей. Структура темы, предъявляемой учебниками, становится более понятной ученикам. Само изучение темы, как и положено, при проблемном подходе, проходит в форме решения интересных практических и познавательных задач. А использованный исторический материал приобретает живую окраску.

Основной форма частично-поискового метода является эвристическая беседа, центральное место в которой занимают проблемные вопросы, ответы на которые должны найти ученики. Существенное увеличение времени на подготовку урока оправдано возрастанием интереса учащихся к предмету.

Таким образом, в основе метода проблемного изложения и частично-поискового (эвристического) метода лежат общие принципы, оба они относятся к проблемно-поисковым

методам, но отличаются степенью самостоятельности учащихся в разрешении учебных проблем.

### **Исследовательский метод**

Исследовательский метод высший уровень проблемного подхода. Проблемное изложение и проблемная беседа являются подготовкой учащихся к нему. Исследовательский метод в обучении заключается в самостоятельном решении обучаемыми проблем, трудных задач познавательного и практического характера. При исследовательской деятельности учащиеся отыскивают не только способы решения поставленных проблем, но и побуждаются к самостоятельной их постановке, к выдвижению целей своей деятельности.

Исследовательский метод является имитацией творческого поиска исследователя. Учащиеся открывают новое, но это субъективно новое, известное науке, но неизвестное ученику. При этом ученик проходит те же этапы творческого процесса, что и настоящий исследователь: анализирует ситуации, выдвигает гипотезы относительно целей и методов исследования, проверяет их, отказывается от них, если они приводят в тупик, к противоречию, составляет план исследования, формулирует результат, проверяет пригодность результата для различных крайних, частных случаев, пытается перенести полученный результат на новые ситуации - установить следствия полученной закономерности.

В организации исследовательской деятельности учащихся имеют место определенные трудности. Как и всякий другой метод обучения, исследовательский метод не является универсальным методом обучения. В младших и средних классах школы в деятельности учащихся могут включаться лишь отдельные элементы исследований. Это является подготовкой для применения в старших классах исследовательского метода в более развитой и сложной форме.

Какие формы работы, какие задания помогут организовать исследовательскую деятельность? На начальном этапе это может быть самостоятельное составление учеником задач, упражнений, аналогичных решенным, обратных решенным. На более поздних этапах такими формами могут быть: самостоятельное составление задач на заданную тему, на определенный метод решения; решение задач с неполным условием, когда появляется возможность получения последовательности задач; это получение задач из практических ситуаций с последующим их решением; самостоятельный поиск закономерностей и их доказательств; это распространение полученной закономерности на частные и предельные случаи; это исследование, в каких случаях решение возможно, а в каких - нет; это определение количества возможных решений.

Отличительной чертой исследовательского метода является не просто поиск пути достижения определенной цели в определенных условиях, но поиск самой цели, поиск условий, их взаимосвязей, уточнение того и другого. Исследовательская деятельность имеет место при самостоятельном решении любой нестандартной задачи, условие которой не ориентируется на способ решения, а в имеющемся опыте нет готовых схем решения для нее.

Построение процесса обучения подобно исследованию требует чрезмерно большого времени, хотя этот недостаток исследовательского метода окупается эффективностью развития творческого мышления учащихся. Однако в условиях дефицита времени, естественно ограничиться применением исследовательского метода к отдельным темам, наиболее подходящим для этой цели. При изучении других вопросов даже репродуктивными методами

умелая организация учителя поможет школьникам рассматривать изученный материал как результат некоторых исследований, проведенных другими.

### **Контрольные вопросы:**

1. Раскройте понятие метод обучения. Охарактеризуйте классификацию методов обучения математике. Какие классификации методов обучения вам известны?
2. Дайте краткую характеристику объяснительно- иллюстративного метода.
3. Приведите примеры, показывающие целесообразность использования рассказа при изучении математики. Разработайте фрагмент урока, где основным методом изложения будет рассказ.
4. Предложите тему школьной лекции, разработай ее план.
5. Дайте самостоятельно характеристику беседы по аналогии с рассказом.
6. Приведите примеры заданий для самостоятельной работы школьников с учебными пособиями, журналами, научно-популярной литературой.
7. Приведите примеры целесообразности использования наглядных пособий на уроках математики. На примере одного пособия поясните, при изучении какого материала и как им можно воспользоваться. Продумайте, как использование средств наглядности будет сочетаться со словом учителя, учащихся. Как сообщить учащимся учебную цель (что наблюдать, анализировать, сравнивать, стремиться обнаружить и т. д.)?
8. Проиллюстрируйте на примерах применение алгоритмических предписаний при формировании у учащихся навыков применения теоретических положений при решении задач.
9. Разработайте проблемное изложение или проблемную беседу при изучении одной из теорем школьного курса математики.
10. Приведите примеры заданий, решение которых может носить исследовательский характер.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>
2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

**1.** Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**3.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 3. **Формы мышления в процессе обучения математике.**

### **Содержание практического занятия:**

- Математические методы познания.
- Математическое моделирование.
- Аксиоматический метод.
- Формы мышления в процессе обучения математике.
- Роль мышления в обучении математике.
- Математическое мышление.
- Качества научного мышления.

### **Математические методы познания**

Математические методы познания отражают методы самой математики и имеют наибольшее влияние на формирование и развитие математического мышления учащихся (то есть мышления, стиль, структура которого специфичны для математики).

Одним из наиболее плодотворных методов математического познания действительности является *метод построения математических моделей* изучаемых реальных объектов или объектов, уже описанных в других областях знаний, с целью их глубокого изучения и решения всех возникающих в этих реальных ситуациях задач с помощью математического аппарата.

Математическая модель — это приближенное описание какого-либо класса явлений, выраженное на языке математической теории (с помощью алгебраических функций или их систем, дифференциальных или интегральных уравнений или неравенств, системы геометрических предложений или других математических объектов).

Математическое моделирование — мощный метод познания внешнего мира, а также прогнозирования и управления. Метод математического моделирования, сводящий исследование явлений внешнего мира к математическим задачам, занимает ведущее место среди других методов исследования.

Метод математического моделирования состоит из этапов:

1. Поиск языка и средств для перевода задачи в математическую, то есть построение математической модели;

2. Изучение математической модели, ее исследование. Если полученная конкретная модель принадлежит уже изученному в математике классу моделей, то математическая задача решается уже известными методами. Если же полученная модель не укладывается ни в один из известных классов моделей, то возникает внутриматематическая проблема исследования нового класса моделей, что приводит к дальнейшему развитию одной из существующих математических теорий или к появлению новой.

3. Это развитие математической теории находит затем применение к изучению той области знаний, в которой возникла исходная задача, а также и других объектов реального мира, приводящих к математическим моделям того же класса.

Процесс обучения математике должен в какой-то мере имитировать процесс исследования в самой математике, раскрывать ее связи с реальным миром, с другими областями знаний, в которых она находит все новые приложения.

Обучение, как правило, должно начинаться с рассмотрения реальных ситуаций и возникающих в них задач, с поиска средств для их математического описания, построения соответствующих моделей. Затем объектом изучения должны стать уже сами эти модели, их

исследование, приводящее к расширению теоретических знаний учащихся. После того, как соответствующая теория построена (с участием самих учащихся), ее аппарат применяется к решению исходной задачи. А также других задач, связанных с другими областями знаний, но приводящих к моделям этого же класса.

К методу математического моделирования в учебном процессе приходится прибегать при решении любой задачи с практическим содержанием. Чтобы решить такую задачу математическими средствами, ее необходимо вначале перевести на язык математики (построить математическую модель). В процессе математического моделирования широко используются абстракции отождествления, осуществимости, идеализация. Понятия числа, геометрической фигуры, уравнения, неравенства, функции, производной являются примерами математических моделей.

Методом математического моделирования решаются многие задачи межпредметного характера. С помощью метода математического моделирования раскрывается двойная связь математики с реальным миром. С одной стороны, математика служит практике по изучению и освоению объектов окружающего нас реального мира, с другой - сама жизнь, практика способствует дальнейшему развитию математики и направляет это развитие.

*Аксиоматический метод* также относится к числу наиболее характерных методов математики. Аксиоматический метод можно рассматривать как метод построения теорий, как научный метод познания, как метод обучения математике.

Метод установления истинности предложений, получивший название «аксиоматический метод», заключается в следующем: некоторые предложения принимаются за исходные (их называют аксиомами), истинность же других предложений, не входящих в список аксиом (называемых теоремами), устанавливается с помощью логического доказательства, в котором (обычно неявно) используются правила логического следования (вывода), гарантирующие истинность заключения при истинности посылок. Явное использование этих правил вывода (дедукции) превращает таким образом построенную математическую теорию в дедуктивную (аксиоматическую) систему.

В математике аксиоматический метод – широко применяемый метод построения математических теорий.

Аксиоматический метод, как метод построения математических теорий, может быть использован в качестве метода обучения, если в процессе обучения привлекать самих учащихся к построению «маленьких теорий», постепенно расширяющих изучаемую теорию, в которую они включаются.

Аксиоматический метод как метод обучения служит для систематизации знаний учащихся, выяснения того, «что из чего следует», для установления истинности предложений специфическим для математики способом, для вывода новых знаний из имеющихся.

## **Рекомендуемая литература**

### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>

**2.** Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL:

<https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**3.** Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

**1.** Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**3.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 4. Методика изучения математических понятий.

### Содержание практического занятия:

- Математическое понятие и его характеристики.
- Определение понятия.
- Виды определений.
- Классификация понятий.
- Методика введения математических понятий.

*Всякое явление, любой процесс представляет собой единство содержания и формы. Структуру отдельных мыслей и их особых сочетаний называют формами мышления. Основными формами мышления являются понятия, суждения, умозаключения. Понятия — одна из главных составляющих содержания любого предмета, в том числе и предметов математического цикла. Термин "понятие" обычно применяется для обозначения мысленного образа некоторого класса вещей, процессов, отношений объективной реальности или нашего сознания. Математические понятия отражают в нашем мышлении определенные формы и отношения действительности, абстрагированные от реальных ситуаций.*

### **Формирование математических понятий**

Формирование понятий - сложный психологический процесс, начинающийся с образования простейших форм познания - ощущений - и протекающий часто по следующей схеме: ощущения - восприятие - представление - понятие.

Обычно разделяют этот процесс на две ступени: чувственную, состоящую в образовании ощущений, восприятия и представления, и логическую, заключающуюся в переходе от представления к понятию с помощью обобщения и абстрагирования.

Чувственная ступень в процессе формирования понятий соответствует первому этапу пути познания вообще, то есть "живому созерцанию", и поэтому ее осуществление требует широкого применения наглядности. Если ученику никогда не показывали модель куба или предметы, имеющие форму куба, то у него не может образоваться представления, а следовательно, и понятия куба.

Процесс формирования понятий будет эффективным, если он ориентирует учащихся на обобщение и абстрагирование существенных признаков (характеристического свойства) формируемого понятия.

Рассмотрим процесс формирования понятий на примере понятия куба.

Детям (6-7 лет) показывают много предметов, отличающихся формой, размерами, окраской, материалом, из которого они сделаны, причем таких, что одни из них имеют форму куба, а другие нет. Дети, после того как им показывают на одно из этих тел и говорят, что это куб, безошибочно отбирают все те тела, которые имеют такую же форму, пренебрегая различиями, касающимися размера, окраски, материала. Здесь выделение из класса предметов подкласса, отождествление тел производится по одному еще недостаточно проанализированному признаку - внешней форме. Дети еще не знают свойств куба, они распознают его только по форме.

Дальнейшая работа по формированию понятия куба состоит в анализе этой формы с целью выяснения ее свойств. Учащимся предлагают путем наблюдения найти, что есть общего у всех

отобранных тел, имеющих форму куба, чем они отличаются от остальных. Устанавливается, что у каждого куба 8 вершин, 6 граней. Но у некоторых тел, которые мы не отнесли к кубам, тоже 8 вершин и 6 граней. Оказывается, у куба все грани - квадраты (эта работа обычно проводится после аналогичной работы по выделению класса квадратов из множества плоских фигур).

Остается один шаг к образованию понятия куба - переход от представления к понятию путем абстрагирования, то есть отделения общих свойств от прочих, несущественных. Разумеется, на начальном этапе обучения нельзя еще говорить о полном абстрагировании этих свойств, у детей еще не образовывается понятие куба в чистом виде, они еще не определяют куб и противопоставляют его прямоугольному параллелепипеду с различными измерениями. В дальнейшем же, когда будет сконструирована логически упорядоченная система геометрических понятий (в рамках систематического курса геометрии), учащиеся узнают, что куб - это вид прямоугольного параллелепипеда. В этом - диалектика развития понятий.

Приведенный пример показывает, что процесс формирования понятий, как правило, длительный процесс, способствующий развитию обобщающей и абстрагирующей деятельности учащихся.

Однако формирование математических понятий не всегда протекает по приведенной выше схеме, начинающейся с ощущений. В частности, когда формируемое понятие связано, в той или иной форме, с категорией бесконечности (как, например, понятия прямой, плоскости, плотности множества рациональных чисел, предела и др.), то чувственная ступень играет меньшую роль, так как мы не в состоянии воспринимать бесконечное (ни в какой форме), и наглядность из средства, способствующего формированию понятия, иногда становится тормозящим фактором.

Например, бесконечность множества рациональных чисел, лежащих между любыми двумя рациональными числами, не подкрепляется, а, наоборот, "опровергается" конкретным восприятием конечного отрезка, содержащего это множество. Свойство плотности множества рациональных чисел нельзя обнаружить опытным путем, оно не подтверждается наглядными геометрическими представлениями, а устанавливается логически. Этот и другие многочисленные примеры подтверждают выводы психологов о том, что восприятие наглядного материала в силу объективных особенностей этого материала может играть не только положительную, но и отрицательную роль.

### **Пропедевтика понятий**

Пропедевтика (гр. *proaideuo*- обучаю предварительно) – введение в какую-либо науку. Следовательно, речь идет о предварительной подготовке учащихся к формированию математических понятий.

Математические понятия – важнейшая неотъемлемая часть науки и учебного предмета математики. Каждая математическая наука и учебная дисциплина начинается с первичных, основных неопределяемых понятий. Все другие определяются и называются определяемыми, выводными или производными. Это можно сделать в систематических курсах математических дисциплин, т.е. на определенном уровне развития учащихся.

На начальной ступени обучения учащиеся знакомятся с большинством математических понятий наглядно, путем созерцания конкретных примеров или практического оперирования ими, например, при счете их. При этом учитель опирается на жизненный опыт учащихся.

Способы введения мат. понятий на начальном этапе изучения математики:

1) первое знакомство с математическими понятиями в начальных классах школы фиксируется с помощью термина и символа, без описания или определения понятия. Например, фигуры треугольник, квадрат, прямоугольник - еще в детском саду. Термин «меньше» и символ  $2 < 9$ ; термин «сложение» и символ «+» и т.д.;

2) появляются первые определения (2 кл.) – «Сложение одинаковых слагаемых называется умножением»;

3) некоторые понятия вводятся только с помощью термина (например, год, неделя, час, минута и др.);

4) описательное введение понятий (нумерация в пределах тысячи, меры длины);

5) некоторые понятия определяются генетически (окружность,  $1 \text{ м}^2$  - это квадрат со стороной 1 м).

Велика роль пропедевтики алгебраического и геометрического материала, особенно в 5-6 классах, где наряду с систематическим курсом арифметики изучаются начала алгебры и геометрии. Например, в учебнике Латотина Л.А., Чеботаревского Б.Д. «Математика 4»: геометрические понятия – окружность, круг, угол, смежные и вертикальные углы, прямоугольный параллелепипед, объем; алгебраические понятия - уравнение, выражение и его значение.

Таким образом, в курсе математики ведется подготовка к изучению курсов алгебры и геометрии. Но не только на уроках математики, возможна пропедевтика и в других курсах, например, физики – понятие производной (мгновенная скорость), черчения – изображение пространственных фигур в стереометрии и др.

В отдельных случаях, когда изучение понятия представляет собой существенные трудности, период первоначального ознакомления с понятием растягивается во времени, на протяжении которого учащиеся многократно сталкиваются с понятием, постепенно расширяя круг представлений о нем. Например, одно из важнейших понятий современного школьного курса математики - *функция*. Усвоение этого понятия возможно лишь при условии перехода от статического к диалектическому мышлению, что совершается не вдруг. Само понятие функция вводится в седьмом классе. Но в пятом и шестом классах сознание учащихся готовится к восприятию этого понятия. В качестве пропедевтики понятия функция в учебниках пятого и шестого классов рассматриваются различные упражнения. Функция как зависимость, закон соответствия, соответствие между отдельными элементами некоторых множеств проявляют себя в таких упражнениях, как составление выражений, отыскание значений выражения в зависимости от значений параметров, входящих в него. Функциональной пропедевтикой является изучение темы «Координатная плоскость».

#### **Методика введения математических понятий**

Организация введения понятий может быть реализована в рамках различных методов обучения: объяснительно-иллюстративного, когда учитель сам вводит новое понятие, и в рамках частично-поискового, когда учащиеся привлекаются к поиску нового определения. Эти методы получили названия соответственно абстрактно-дедуктивного и конкретно-индуктивного.

Схема применения *конкретно-индуктивного* метода:

- анализируется эмпирический материал (при этом, кроме индукции, привлекаются и другие логические методы: анализ, сравнение, абстрагирование, обобщение);
- выясняются общие признаки понятия, которые его характеризуют;
- формулируется определение;
- определение закрепляется путем приведения примеров и контрпримеров;
- дальнейшее усвоение понятия и его определения происходит в процессе их применения.

Схема применения *абстрактно-дедуктивного* метода:

- формулируется определение понятия;
- приводятся примеры и контрпримеры;

- дальнейшее усвоение понятия и его определения происходит в процессе их применения.

Абстрактно-дедуктивный метод применяется обычно в тех случаях, когда введение понятия хорошо подготовлено предшествующим обучением. Например, после введения понятия параллелограмма вводится понятие прямоугольника.

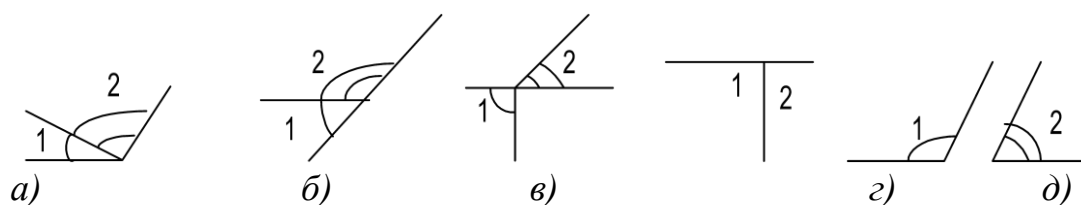
При том и другом методах содержанием обучения является выделение существенных свойств понятия и отделение их от несущественных. Конкретно-индуктивный метод требует больше учебного времени при своем использовании на уроке, но обеспечивает большую активность учащихся и обратную связь, на основании которой учитель делает выводы об эффективности работы по изучению понятий.

Введению определения на уроке предшествует работа учителя по выделению существенных и несущественных свойств понятия, определение которого подлежит изучению, анализу логической структуры этого определения, подбору примеров и контрпримеров для закрепления и возможностей их вариации, анализу ситуаций, в которых наиболее часто встречается вводимое понятие. Анализ заканчивается выбором метода введения определения.

Рассмотрим пример подготовки учителя к уроку по теме «Смежные углы». Определение смежных углов имеет два существенных свойства: наличие у обоих углов общей стороны и то, что вторые стороны этих углов являются дополнительными полупрямыми. Эти свойства связаны между собой конъюнктивно. Объект подпадает под понятие, если имеет место каждое свойство. Это значит, что контрпримеров этому понятию можно привести три: когда отсутствует первое или второе или оба свойства сразу. Какими несущественными свойствами обладает это понятие, то есть какие свойства допускают вариации? Это соотношения между величинами углов, произвольность расположения на плоскости. В методике Н.Н. Кабановой-Меллер предлагается вместе с учащимися выделять и проговаривать не только существенные свойства, но и несущественные. Такая работа позволяет учащимся легче узнавать объекты в наиболее часто встречающихся задачных ситуациях, в которых участвуют смежные углы. Такими ситуациями для смежных углов являются ситуации, когда две прямые пересечены третьей прямой, в треугольниках, в разных видах четырехугольников.

Поскольку вводимое понятие смежных углов не очень сложное, то учитель может предпочесть частично-поисковый метод введения понятия. При этом цель урока может быть сформулирована по-разному: получить определение смежных углов с помощью учащихся, научить учащихся его формулировать, узнавать смежные углы в различных ситуациях, подводить под определение понятия смежных углов, исправлять ошибочные определения.

Рассмотрим фрагмент урока по введению понятия смежные углы. Классу представлены следующие рисунки:



Далее процесс восприятия и осознания направляется вопросами учителя к предложенным рисункам:

- назовите рисунки, на которых изображены два угла, имеющие одну общую сторону;

- назовите рисунки, на которых сторона одного угла является дополнительной полупрямой для стороны другого угла;
- на каких рисунках изображены углы, которые одновременно удовлетворяют двум предъявленным требованиям?

В беседе роль учащихся может быть усилена, а вопросы можно поставить так, что уровень самостоятельности учащихся повысится:

- что общего на рисунках а), б) и г)?
- что общего на рисунках б), в) и г)?
- назовите рисунки, изображения на которых удовлетворяют двум выделенным требованиям.

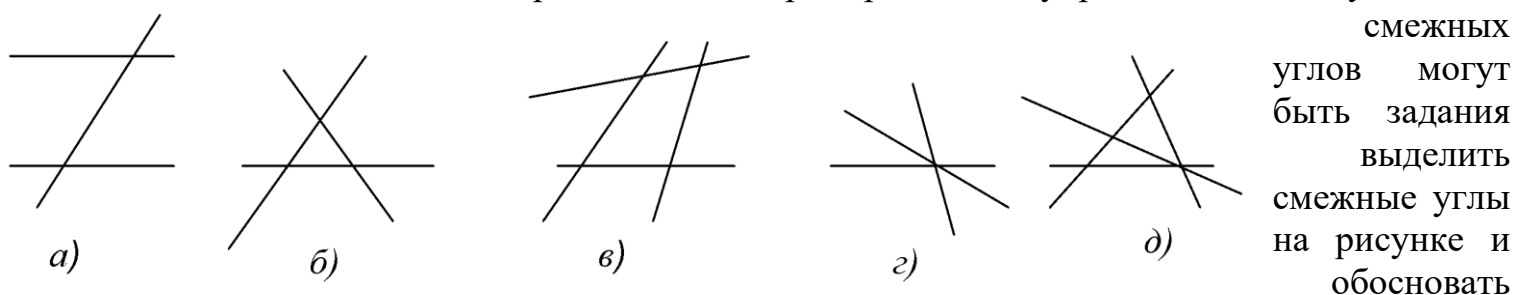
Далее учитель сообщает термин «смежные углы» и просит учеников сформулировать соответствующее определение. Для закрепления выделенных существенных свойств учитель дает задание обосновать, почему углы на рисунках а), в) и д) не являются смежными. Далее рассматривается, чем различаются смежные углы на рисунках б) и г) и чем вообще могут отличаться друг от друга пары смежных углов.

Психологи (В.И. Зыкова, М.А. Холодная) считают, что при изучении всякого понятия должно быть установлено соответствие нового знания личному интеллектуальному опыту учащихся, в котором могут содержаться противоречия с новыми знаниями. С отношением «быть смежными» учащиеся сталкивались в быту: смежные - соседние участки земли, помещения. Необходимо подчеркнуть сходство и различие вновь вводимого понятия с имеющимися.

Интересным для учащихся может оказаться перевод на русский язык различных математических терминов: *радиус* - спица колеса, *хорда* - струна, *диаметр* - поперечник (*с греч.*) и т. д., что раскрывает первоначальный смысл понятий, их происхождение и связь математики с окружающей действительностью.

*Применению* всякого понятия на практике при решении задач предшествует узнавание его в некоторой конкретной ситуации, где оно может быть представлено в более или менее скрытой форме. За этим при решении задач следуют обоснование узнавания (подведение под понятие) и выведение следствий (использование понятия).

В методике преподавания математики принято в качестве первых упражнений на закрепление вновь вводимых понятий предлагать упражнения на узнавание объектов с дальнейшим подведением под определение. Например, такими упражнениями на узнавание



свои утверждения.

Это же понятие смежных углов может быть введено по-другому.

Например, учитель просит учащихся построить в тетради и на доске любой угол, а затем продолжить одну из его сторон - построить дополнительную полупрямую. Далее с помощью учащихся выясняется, какими существенными свойствами обладают два полученных угла, рассматриваются различные чертежи из тетрадей учеников в качестве вариаций несущественных свойств, затем рассматриваются контрпримеры.

Дальнейшее усвоение понятия «смежные углы» проходит на этапе применения понятия.

### Применение понятий и их определений

Знание определения еще не гарантирует усвоения понятия. Один из аспектов формализма в математических знаниях состоит именно в том, что некоторые учащиеся, зная точную формулировку определения, не распознают определяемый объект в различных ситуациях, где он встречается. Поэтому методика обучения должна разрабатывать систему работы с определениями, чтобы преодолеть возможный формализм в их усвоении.

В практике решения задач при оперировании понятиями и их определениями актуальными являются умения: 1) подведение под определение; 2) подведение под понятие; 3) выделение «зоны поиска»; 4) выведение следствий из определения.

Названные умения можно формировать в рамках *приемов умственной деятельности* - совокупности мыслительных операций, направленных на решение задач определенного типа.

Структура *приема подведения под определение* зависит от логического строения определения, то есть от того, каким образом, конъюнктивно или дизъюнктивно, связаны существенные свойства в определении.

Рассмотрим несколько определений.

1. Целым выражением называется выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля.

2. Целые и дробные выражения называются рациональными.

3. Треугольником называется фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков, соединяющих эти точки.

4. Трапецией называется четырехугольник, две стороны которого параллельны, а две другие - нет.

5. Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$ , называется неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .

6. Два вектора называются коллинеарными, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой.

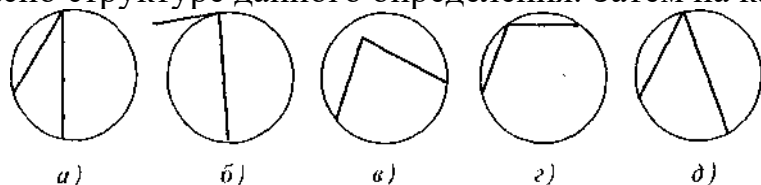
Чем различаются действия подведения под определение в случаях 1, 2 и 6 от аналогичных действий в случаях 3, 4, 5?

При подведении под определение, в котором существенные свойства связаны конъюнктивно (примеры 3,4,5), для отнесения некоторого объекта к множеству объектов, названных определенным термином, необходимо проверить наличие всех существенных свойств. Например, чтобы некоторое число  $b$  было арифметическим квадратным корнем из числа  $a$ , требуется выполнение двух условий:  $b \geq 0, b^2 = a$ .

Если существенные свойства связаны между собой дизъюнктивно, то для отнесения объекта к множеству объектов, подпадающих под это понятие, достаточно выполнения отдельных существенных свойств. Например, чтобы некоторое выражение можно было назвать рациональным, достаточно, чтобы оно было целым или дробным. Причем союз «или», который подразумевается в дизъюнктивно построенных определениях, обладает неразделительным смыслом. Например, чтобы выражение назвать целым, требуется, чтобы оно было построено с помощью любых действий, перечисленных в определении 1.

Рассмотрим, как могут выглядеть рассуждения при подведении под определение, например, вписанного угла.

Вначале необходимо вспомнить определение: вписанным углом называется угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность. Затем выделяются существенные свойства определения: 1) угол; 2) вершина лежит на окружности; 3) стороны пересекают окружность. Выясняется, что необходимо проверить наличие каждого свойства согласно структуре данного определения. Затем на каждом из рисунков



проверяется наличие перечисленных свойств и формулируются соответствующие выводы.

Иногда применение приема подведения объекта под определение затруднено в силу того, что определение дано в форме, которой трудно воспользоваться и которая требует предварительного анализа и переформулирования. Рассмотрим, например, определение квадратного уравнения с одной переменной. Квадратным называется уравнение вида:

$ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a \neq 0$ . Чтобы ответить на вопрос, являются ли, например, равенства (\*) квадратными уравнениями с одной переменной, следует самостоятельно выделить существенные свойства понятия, а именно: что это уравнение, что оно содержит одну переменную, что оно содержит в качестве одного из слагаемых вторую степень переменной со своим коэффициентом и не содержит степени переменной выше второй.

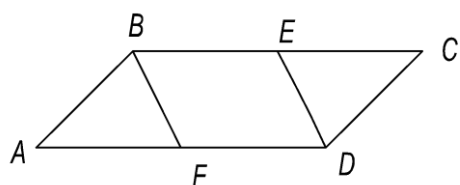
$$y - 2x^2 = 0; \quad 3x^2 + 5; \quad 2x^3 + x^2 - 5 = 0; \quad 7x^2 - 6 = 0 \quad (*)$$

Следовательно, чтобы подвести некоторый объект под понятие согласно его определению, учащиеся должны вспомнить определение, выявить его существенные свойства, установить связи между ними, например, с помощью вопроса, все ли существенные свойства должны выполняться, затем проделать операции, адекватные логическому строению определения, - проверить наличие требуемых свойств в рассматриваемом объекте и сделать вывод относительно принадлежности рассматриваемого объекта к понятию: если существенные свойства связаны конъюнктивно, то для отнесения объекта к понятию необходимо выполнение всех свойств, а если дизъюнктивно - то некоторых.

Опыт показывает, что выполнение нескольких упражнений на подведение под определение способствует не только осознанию определения, но и его произвольному запоминанию.

Несколько сложнее выглядит прием подведения под понятие. Как известно, чтобы отнести некоторый объект под какое-либо понятие, необязательно пользоваться определением. Можно подводить под признаки понятия. Чем воспользоваться: определением или признаком, которым признаком из имеющихся - все это диктуется условиями конкретной задачи.

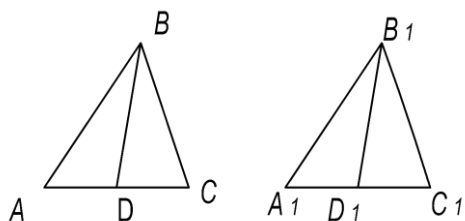
Рассмотрим, например, задачу «В параллелограмме  $ABCD$  точка  $E$  - середина стороны  $BC$ , а  $F$  - середина стороны  $AD$ . Докажите, что четырехугольник  $BEDF$  - параллелограмм». Доказательство требуемого факта может быть основано на определении параллелограмма. Тогда предстоит доказывать параллельность  $BF$  и  $ED$ . Но доказательство можно построить на одном из признаков параллелограмма. И тогда предстоит доказывать, что либо диагонали  $BD$  и  $FE$  точкой пересечения делятся пополам, либо стороны  $BE$  и  $FD$  равны и параллельны, либо противоположные стороны этого четырехугольника попарно равны.



Все операции: актуализация определения и признаков, выбор из них необходимого средства, подведение под определение или выбранный признак и составляет из себя прием подведения под понятие.

Тесно связан с названными еще один прием - *выделение «зоны поиска» некоторого понятия*. «Зона поиска» это и есть совокупность определения и различных признаков. Этот прием можно эффективно использовать в начале систематического курса геометрии, доказывая равенство отрезков и углов. Например, учащиеся в ходе изучения курса начинают систематизировать достаточные условия равенства отрезков. По мере изучения геометрического материала этот список дополняется. Список полезно вести всем учащимся, например, на последней странице тетради. Приведем в качестве примера «зону поиска» равных отрезков. Итак, равные отрезки можно искать в следующих ситуациях: 1) два отрезка имеют равную длину; 2) два отрезка являются соответствующими сторонами равных треугольников; 3) два отрезка являются боковыми сторонами равнобедренного треугольника; 4) два отрезка являются противоположными сторонами параллелограмма, любыми сторонами ромба; 5) один отрезок получен из другого некоторым движением; 6) отрезки являются половинами или равными частями равных отрезков и т. д.

Последний из рассматриваемых приемов - *прием получения следствий* - заключается в том, что при решении задачи перечисляются следствия из наличия какого-либо понятия, то есть выделяются все свойства этого понятия, содержащиеся в определении и полученные с помощью доказательств. Этот прием облегчает организацию обучения решению задач в начальном курсе геометрии, когда для учащихся характерна жалоба: «Я не умею начинать решать задачу». Он составляет основной смысл решения задачи синтетическим методом, движения мысли от условия к заключению.



Рассмотрим пример. Доказать, что в равных треугольниках соответственные медианы равны. Прием получения следствий в применении к данной задаче заключается в том, что перебираются все данные условия и из каждого из них делаются возможные выводы.

При этом приходится отвечать на вопросы: 1) что значит, что треугольники равны; 2) что значит, что  $BD$  и  $B_1D_1$  - медианы?

Рассмотрением перечисленных приемов мы переходим от понятий и их определений к процессу решения задач, в ходе которого формируется понятие.

В изучении любого учебного предмета, и особенно математики, важен этап *систематизации* материала, когда выясняется место данного понятия в системе других понятий. Это достигается следующими путями:

- установление связей между отдельными понятиями, теоремами;
- разноплановой систематизацией материала по различным основаниям;
- обобщением понятия; конкретизацией понятия.

#### **Некоторые особенности усвоения математических понятий и их определений учащимся**

В большинстве случаев в школьном преподавании применяется конкретно-индуктивный способ введения нового понятия, когда начинают с рассматривания конкретных примеров и путем мыслительных операций (анализа, сравнения, абстрагирования, обобщения, синтеза) приводят учащихся к образованию новых понятий. При умелом, продуманном

проведении этого процесса учащиеся почти всегда способны сами сформулировать определение нового понятия.

Конкретно-индуктивным методом вводятся понятия в пропедевтических циклах начал алгебры и геометрии в 1-6 классах, причем многие определяемые понятия там были введены без определений, описательно.

Приступая к изучению систематических курсов в 7 классе, пользуются всеми этими понятиями как известными. Так уже на первых уроках геометрии в 7 классе употребляются понятия «точка», «прямая», «плоскость», «расстояние» и выясняется, что они будут первичными геометрическими понятиями, принимаемыми без определения, остальным понятиям даются определения.

Здесь же выясняется абстрактный характер геометрических понятий (точка не имеет размеров, прямая не ограничена, бесконечна и т. п.), мотивируется необходимость подобного абстрагирования, показывается логическое строение геометрии, роль аксиом и теорем.

Чтобы оценить правильность явных определений, надо знать правила определения понятий. Так как большинство определений в средней школе – определения через род и видовое отличие, то рассмотрим правила этих определений.

Требования к определению понятий:

1). Определяемое и определяющее понятия должны быть соизмеримы (т.е. совокупности, охватываемых ими предметов, должны совпадать). Нарушение этого требования приводит к ошибкам:

а) ошибка «слишком широкого определения», при которой объем определяющего понятия становится шире объема определяемого. Например, параллелограмм – это многоугольник, противоположные стороны которого параллельны. Контрпример – шестиугольник, противоположные стороны которого параллельны. Например, ромб – четырехугольник с взаимно перпендикулярными диагоналями (контрпример – ромбоид).

б) ошибка «слишком узкого определения», при этом в качестве видового понятия берется отличительный признак не вида, а подвида. Объем определяющего понятия оказывается уже объема определяемого. Например, параллелограмм – это четырехугольник с равными сторонами. Исправление ошибки – пример параллелограмма, который не подпадает под это определение. Например, ромб – четырехугольник с прямыми углами и взаимно перпендикулярными диагоналями. Нарисовать ромб, но не квадрат.

Так как профилактика всегда лучше лечения, то соответствующую работу следует проводить непосредственно в процессе изучения данного понятия.

2). Запрещается порочный круг. Нарушение этого требования приводит к ошибкам:

а) определение понятия через само себя (тавтология), то есть определяемое содержится (явно или неявно) в определяющем. Например, «решение уравнения – это то число, которое является его решением». «Подобными называются фигуры, которые между собой подобны». «Геометрия – это наука о геометрических фигурах». Учителю следует разъяснять смысл и назначение определения;

б) круг в определении, то есть при определении используется другое понятие, которое в свою очередь определяется с помощью первого. Например, «Угол называется прямым, если его стороны взаимно перпендикулярны» и «Две прямые взаимно перпендикулярны, если они образуют прямой угол». «Умножением чисел называется действие, при помощи которого находят произведение этих чисел» и «Произведением чисел называется результат умножения этих чисел». В подобных случаях надо сопоставить оба определения, разъяснить суть ошибок.

3). Отсутствие в определении избыточности. Это означает, что в определении не должно быть указано лишних свойств, вытекающих из других свойств, также включенных в определение понятий. Например, «Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны и равны». Требование равенства противоположных сторон четырехугольника – избыточно. Это свойство параллелограмма, которое доказывается учащимися.

4). Необходимо, чтобы определяемый объект существовал. Например, «Тупоугольный треугольник – это треугольник, у которого все углы – тупые».

Важно обучать школьников отысканию лишних слов в определении.

Имеет смысл давать задания: отыскать лишние слова, например, в определении «Диаметром окружности называется отрезок, проходящий через ее центр, соединяющий две ее точки и делящий окружность пополам».

Полезны упражнения по сокращению определения путем использования термина (см. предыдущее определение).

Полезно давать задания на сравнение двух одинаково правильных и одинаково кратких определений с точки зрения того, какое из них легче проверить (подвести конкретный случай под определение).

Например, 1) диаметром окружности называется хорда, проходящая через центр;

2) диаметром окружности называется ее наибольшая хорда.

Одна из существенных рекомендаций психологов при усвоении понятий состоит в необходимости варьирования несущественных признаков понятия (принцип варьирования) как при конкретно-индуктивном, так и при абстрактно-дедуктивном методе.

Отсутствие необходимых вариаций часто приводит к формированию неправильных представлений о понятиях.

Например, при построении прямой, перпендикулярной данной прямой  $a$  и проходящей через данную точку  $A$  с помощью линейки и треугольника (математика 6 кл.) все прямые  $a$  выбирались горизонтально. Если потом предложить учащимся построить прямую  $b$ , перпендикулярную к прямой  $a$ , которая расположена не горизонтально, то почти у всех школьников прямая  $b$  все равно оказывается вертикальной.

Серьезным недостатком преподавания является неправильная методика исправления ошибок в определениях, даваемых учащимися. Если ученик неправильно дает определение понятия, то нельзя вызывать второго, третьего и т.д. ученика, пока кто-то не даст правильное определение, не выясняя, в чем ошибка (ее причина, сущность) и, следовательно, не предупреждая повторения ее другими учениками.

Важно требовать полных ответов учащихся. Они часто теряют определяющее слово. Например,

- Какие многоугольники называются подобными?
- Это, если углы одного равны углам другого.

Можно сделать выводы.

1. При введении математических понятий учащиеся должны понимать, что существуют различные их определения. В учебнике выбирается одно из них из методических соображений.

2. Не обязательно сразу давать учащимся определение в законченной форме. Полезна деятельность школьников по отысканию правильной формулировки, ее уточнению, отбрасыванию лишних слов.

3. При повторении определения на последующих уроках следует на примерах показывать ошибочность определений учащихся, либо подтверждать приемлемость определений.

4. Необходимо вести систематическую работу по выработке навыков подведения под определение.

Что значит, что понятие и его определение усвоено учащимся, какие уровни усвоения понятий возможны?

*Уровни усвоения учащимися понятий* можно представить в виде следующей последовательности. Учащийся:

- узнает понятия;
- знает формулировку определения;
- понимает значение каждого слова, каждой составной части определения, отделяет существенные свойства от несущественных;
- может привести собственные примеры объектов, подходящих под определение;
- может доказать, почему некоторый объект подходит под определение, а другой - нет;
- может использовать понятия в явных ситуациях при решении задач;
- может использовать понятия в неявных ситуациях, при решении нестандартных задач.

Перечисленные уровни - конкретные дидактические цели изучения понятий.

Какие цели развития учащихся может ставить учитель при изучении определений? Это - учить правильно формулировать определения, отделять существенные свойства от несущественных, понимать зависимость между существенными свойствами в определении, осознавать приемы, которые используются при решении задач: подводить под определения, классифицировать, устанавливать связи между понятиями. Эти умения относятся к общим интеллектуальным умениям, так как используются в различных науках и школьных предметах. Эти умения являются умениями развитого понятийного логического мышления.

#### **Задания для самостоятельной работы**

1. Охарактеризуйте главные логические характеристики понятия, содержания понятия, объема понятия. Приведите пример понятия и выделите его содержание и объем. Проиллюстрируйте на примерах зависимость между содержанием и объемом понятия.

2. Укажите, что называется определением понятия. Как решается вопрос о существовании понятий? Приведите примеры определений: через род и видовое отличие, генетического,

индуктивного, аксиоматического. Приведите примеры определений, видовые отличия которых связаны конъюнктивно, дизъюнктивно.

3. Охарактеризуйте виды классификации понятий и требования, предъявляемые к правильной классификации. Приведите примеры дихотомической классификации и классификации по видоизмененному признаку.

4. Укажите, из каких этапов состоит организация усвоения понятия и его определения. Сравните два метода введения определений понятий: конкретно-индуктивный и абстрактно-дедуктивный.

5. Приведите примеры различных логических ошибок в определениях. Продумайте методику исправления ошибок с учащимися.

6. Охарактеризуйте уровни усвоения учащимися понятий. Приведите примеры.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>

2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR

SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 5. Методика обучения учащихся теоремам и их доказательствам.

### Содержание практического занятия:

- Методические задачи, решаемые при изучении теорем.
- Воспитание у учащихся потребности в доказательствах
- Методика работы над теоремой.
- Методы доказательства теорем.
- Подготовка учителя к доказательству теорем на уроке

### Методические рекомендации

#### **Методические задачи, решаемые при изучении теорем. Воспитание у учащихся потребности в доказательствах**

*Доказывать, обосновывать свою точку зрения необходимо уметь каждому культурному человеку не только в математике, но и в жизни вообще. При обучении учащихся доказывать ту или другую теорему учителем ставятся цели развития учащихся (общие учебные задачи) - развитие творческого мышления (обучение поиску доказательства) и развитие логического мышления.*

При доказательстве теорем решаются следующие методические задачи:

- знакомство с содержанием теоремы и ее доказательством вооружает учащихся материалом, который используется при изложении дальнейшего теоретического материала и решении разнообразных задач;
- доказательство развивает навыки логических рассуждений (неосознанного использования законов логики и правил вывода, умения различать прямую и обратную теорему, свойства и признаки понятий, необходимые и достаточные условия, формулировать предложения в различных формах и т.д.);
- доказательство приучает учащихся обосновывать свои суждения, использовать аналитико-синтетический метод в рассуждениях, рационально записывать ход рассуждений;
- доказательство теорем дает возможность осознать дедуктивный характер математики;
- в ходе доказательств теорем у учащихся развиваются умения проводить доказательство вообще, выделять тезис-требование и условия, в которых оно доказывается, расчленять рассуждения на отдельные логические шаги и обосновывать каждый шаг, получать следствия, анализировать формулировку теоремы, умения, связанные с поиском доказательства, с исследованием математических ситуаций и др.

Таким образом, умение проводить доказательства теорем способствует сознательному и глубокому изучению учащимися математики на протяжении всего периода обучения.

Было время, когда учителя и методисты спорили о том, способны ли учащиеся 12-13 лет воспринимать логические доказательства, понимать их необходимость. Практика отечественной школы дала на этот вопрос положительный ответ. Пониманию необходимости доказательств способствуют проведение самих доказательств, приучение к требованию проведения строгого доказательства, неоднократное возвращение к вопросу о принципах построения дедуктивного курса.

Приобщением учащихся к доказательствам необходимо заниматься до начала изучения систематических математических курсов, в курсе математики 5-6 классов. Отдельные

методисты предлагают ввести в 5-6 классах специальные дополнительные упражнения нематематического содержания на доказательство.

**ПРИМЕР.** В одном из месяцев года первое и последнее число месяца пришлось на одинаковый день недели. Сколько дней было в году?

Однако само содержание курса математики предоставляет большие возможности для постановки задач на доказательство. Приведем примеры.

1. Доказать, что  $10 \cdot 3 = 30$ .
2. Объяснить, почему  $35 - 20 = 15$ .
3. Доказать, что  $\frac{3}{4}$  от числа 120 находится действием умножения 120 на дробь.
4. Доказать, что число,  $\frac{3}{4}$  которого равно 120, находится делением 120 на дробь  $\frac{3}{4}$ .
5. Указать, в какой зависимости находятся величины скорости и времени при постоянном пути. Обоснуйте ответ.
6. Указать, в какой зависимости находятся величины времени и пути при неизменной скорости.
7. Доказать, что при сложении дробей с различными знаменателями нельзя складывать отдельно числители и отдельно знаменатели и т. д.

При понимании необходимости решения проблемы развития логического мышления, при внимательном рассмотрении материала учитель сам найдет немало возможностей создания небольших упражнений на доказательство. Докажи, что неизвестное уменьшаемое находится сложением вычитаемого и разности, что данная задача решается нахождением дроби от числа, что данная задача решается с помощью составления пропорции - вопросы, доступные пониманию значительной части учащихся. Первые доказательства должны касаться неочевидных вещей. Роль учителя - пробудить сомнения в доказательстве со ссылкой на очевидность. Необходимо подчеркнуть требование точности и общности доказательств: если тридцать учеников класса при построении равнобедренного треугольника получили равные углы при основании треугольника, то это еще не говорит о том, что в тридцать первом случае при основании равнобедренного треугольника получатся равные углы, а все равнобедренные треугольники по отдельности рассмотреть невозможно.

Чтобы убедить учащихся, что на основании экспериментов, даже многочисленных, нельзя делать общих выводов, достаточно рассмотреть, например, следующую ситуацию.

Утверждается, что формула  $n^3 + n^2 + 17$  является формулой простого числа. На самом деле, при изменении  $n$  от 1 до 15 выражение  $n^3 + n^2 + 17$  является простым числом, однако при  $n = 16$  - это число составное.

Воспитание у учащихся потребности в доказательстве предусматривает формирование убеждений в ограниченности опытно-индуктивных обоснований. Учащиеся должны усвоить, что при доказательстве теорем нельзя пользоваться тем, что видно из рисунка, или получено в результате измерений углов, отрезков на чертеже. Эти результаты могут служить только выдвижению предположений, гипотез, которые должны обосновываться или опровергаться на основании использования аксиом или ранее доказанных теорем.

## **Методика обучения учащихся теоремам и их доказательствам**

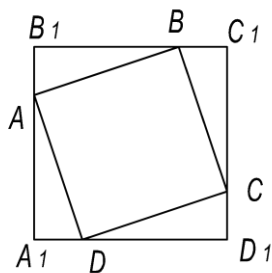
Принципы подхода к обучению учащихся теоремам и их доказательствам следуют из двух соображений. Во-первых, теорема – это новый материал, подлежащий изучению, и с этой точки зрения в изучении теоремы можно выделить *следующие этапы*: подготовка к изучению нового (пропедевтика), мотивация изучения нового материала, введение нового – организация его восприятия, понимания, закрепление, применение. Во-вторых, теорема является задачей на доказательство, выражающей некоторое важное отношение, свойство, и поэтому на методику изучения теорем распространяются рекомендации, относящиеся к различным этапам решения задач, таким как обучение поиску закономерности, идеи доказательства, обучение анализу условия и исследованию полученного решения.

При обучении учащихся теоремам могут иметь место различные методы: объяснительно-иллюстративный, эвристический, исследовательский. Выбор метода обучения диктуется содержанием теоремы, методом ее доказательства, конкретными возможностями учащихся. Выбор метода осуществляется при логико-математическом анализе материала, подлежащего изучению. Как при объяснении нового материала учителем, так и при организации поисковой деятельности учащихся имеют место все перечисленные ранее этапы изучения нового материала, которые далее будут рассмотрены на конкретных примерах.

*Пропедевтика* заключается в актуализации необходимых знаний. Например, перед доказательством формулы площади параллелограмма целесообразно вспомнить основные свойства площадей простых фигур, формулу для нахождения площади прямоугольника, признаки равенства треугольников. Пропедевтика также заключается в снятии определенных трудностей – вынесении некоторых моментов доказательства в самостоятельные задачи, которые можно решить до изучения основного материала, до доказательства теоремы. Возможные трудности определяются учителем в результате анализа самого доказательства.

Аргументом в пользу привлечения пропедевтических упражнений является наличие таких ситуаций, когда трудные моменты доказательства поглощают все внимание ученика, заставляя забыть, что доказываемая. При этом оказывается, что учащиеся попадают в облегченные условия, когда трудности не преодолеваются, а предупреждаются, что является контраргументом в использовании пропедевтических упражнений.

Если теорема Пифагора доказывается методом «штангов», то перед ее изучением можно предложить доказать, что если фигура  $A_1B_1C_1D_1$  - квадрат,  $AB_1 = BC_1 = CD_1 = DA_1$  то  $ABCD$  – тоже квадрат (см. рисунок).



Другой пример. Для того чтобы выяснить положение центра вписанной в правильную пирамиду сферы, полезно предварительно доказать, что любая точка высоты правильной пирамиды одинаково удалена от всех боковых граней пирамиды.

Для того чтобы повысить интерес к изучаемой теореме, чтобы ее изучение стало лично значимой целью (*мотивация изучения нового материала*), полезно перед изучением теоремы предъявлять интересные задачи, желательно практического содержания, которые для своего решения требуют изучения нового материала. Отсутствие необходимых знаний побуждает к поиску.

Пример: как построить медиану равнобедренного треугольника, проведенную к его основанию, если вершина треугольника недоступна - задание, предъявляемое перед изучением соответствующего свойства равнобедренного треугольника.

Очень часто приходится встречаться с таким фактом, когда учащиеся заучивают формулировки теорем, не осознавая полностью их смысла. Если ученик сам находит закономерность, сам формулирует теорему, то это позволяет избавиться от формализма в знании формулировок. Для *самостоятельного получения формулировок теорем* учащиеся могут использовать различные построения, вычисления, измерения, модели.

Приведем примеры.

1. Перед изучением теоремы Фалеса учащихся просят построить произвольный угол, отложить на одной стороне угла равные отрезки, через их концы провести параллельные прямые и измерить получившиеся отрезки на другой стороне угла. Сопоставление результатов, полученных разными учениками, приводит к гипотезе о существовании определенного отношения.

2. Перед изучением свойств арифметического квадратного корня можно предложить провести следующие вычисления:  $\sqrt{81 \cdot 25}$  и  $\sqrt{81} \cdot \sqrt{25}$ , затем сравнить результаты.

Аналогично с помощью выполнения измерений, вычислений, использования наглядных пособий можно привести учащихся к самостоятельному формулированию любой теоремы. После того как закономерность учащимися выявлена, необходимо скорректировать формулировку, привлекая к этому учеников и аргументируя эту корректировку. Можно также предложить учащимся проанализировать формулировку теоремы, содержащую ошибку. Ошибки в формулировках теорем выявляются с помощью приведения контрпримеров. Эту работу можно отнести к этапу закрепления формулировки теоремы.

Например, если учащимся предлагается следующая формулировка теоремы: «Против большего угла лежит и большая сторона», то можно предложить рассмотреть в качестве контрпримера два неравных треугольника, для которых сформулированное предложение неверно.

Для *понимания формулировки и доказательства теоремы*, для снятия трудностей в ее использовании необходимо выделять в формулировке условие и заключение, данные и требование. Это выполнить труднее, если теорема сформулирована в категоричной, а не условной форме. Поэтому категоричную форму полезно переделывать в условную и наоборот, что не всегда легко осуществляется. Задания для учащихся при этом могут выглядеть следующим образом:

1. Сформулировать в условной форме: а) теорему Пифагора; б) теорему о сумме углов треугольника; в) теорему Виета; г) теорему о средней линии трапеции.

2. Сформулировать в категоричной форме: а) признаки равенства треугольников; б) признаки параллельности прямых и т. д.

При формулировании теоремы учащиеся часто вместо требуемой теоремы произносят ей обратную. Этой логической ошибки можно избежать, изучая вопрос об обратных теоремах, формируя умения различать свойства и признаки понятий. Поэтому понятие об обратной теореме рассматривается в начале курса геометрии. При этом необходимо научить ученика строить предложение, обратное данной теореме, и определять его истинность. Рассмотрение ситуаций, когда предложение, обратное некоторой теореме, не является верным, способствует разграничению двух понятий: прямой и обратной теоремы и правильному их использованию.

При конструировании формулировок обратных теорем могут возникнуть трудности, например, для теорем: а) в ромбе диагонали перпендикулярны; б) в параллелограмме диагонали, пересекаясь, делятся пополам.

Для выхода из этой ситуации было предложено выделять в формулировке теоремы разъяснительную часть, которая остается инвариантной в формулировках как прямой, так и обратной теорем. Для последнего примера это будет выглядеть следующим образом: если четырехугольник является параллелограммом, то его диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Термин четырехугольник составляет разъяснительную часть условия теоремы.

Переходим к вопросу о *краткой записи формулировки теоремы*. Переход от правильной формулировки к правильной схематической записи условия и заключения является работой, требующей достаточно развитого логического мышления. В начале систематического курса геометрии возникает вопрос, насколько подробно следует записывать условие и заключение теорем. Записи условия и заключения теоремы должны быть настолько подробными, чтобы по записи можно было полностью восстановить текст формулировки теоремы. И в то же время запись условия не должна содержать ничего лишнего.

*Доказательство теоремы* учащиеся могут получить с большой долей самостоятельности, если это доказательство предъявлено ученикам в виде последовательности задач, доступных для самостоятельного решения. Например, чтобы доказать свойство вписанного в окружность угла, достаточно предъявить учащимся три задачи с конкретными числовыми данными на нахождение числового значения величины вписанного угла по значению величины центрального угла в случаях, когда центр окружности лежит на стороне вписанного угла, внутри и вне угла.

По поводу оформления доказательств можно высказать ряд соображений. Оформление доказательств с выделением утверждений и их обоснований, фактов и аргументов необходимо для понимания доказательства, для понимания построения всего дедуктивного курса геометрии, для воспитания потребности в доказательстве. Краткой записи полученных доказательств учащимся необходимо обучать специально. Следует также обучать записи доказательств, представленных в учебнике. Это специальная, трудная и необходимая работа. В алгебраических доказательствах, при различных алгебраических преобразованиях используется запись аргументов над знаками равенства.

После получения и осуществления идеи доказательства теоремы, после записи доказательства теоремы необходим *этап закрепления полученного доказательства*. Этот этап является закреплением самого доказательства и предшествует закреплению и применению формулировки теоремы. На уроках этот этап иногда неоправданно не находит своего места.

Этап закрепления доказательства в изучении теоремы предполагает работу по выявлению, поняты ли идея, метод доказательства и отдельные его шаги. Вопросы: «Понятно ли доказательство?», «Кто не понял доказательства?» дают мало или вообще не дают информации учителю, насколько доказательство теоремы оказалось усвоенным учащимися. При осуществлении этапа закрепления полученного доказательства можно с помощью вопросов, обращенных к учащимся, снова «пройтись» по всему доказательству, можно попросить объяснить отдельные шаги доказательства, перечислить все аксиомы, теоремы и определения, которые используются в доказательстве, выяснить, где используется какое-либо данное, все ли условия оказались использованными, какое и почему дополнительное построение оказалось полезным при поиске доказательства, в чем заключается основная идея доказательства, что оказалось несущественным для доказательства и что может быть изменено, нет ли других

способов доказательства рассматриваемой теоремы, всегда ли полученное доказательство имеет смысл.

Повторение доказательства приобретает большую ценность, если оно варьирует обозначения на неизменном чертеже, а также сам чертеж.

Например, если теорема о сумме углов треугольника изучается по чертежу, представленному на рис. а, то закрепление полезно провести по другому чертежу (рис. б).

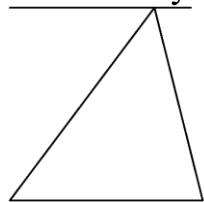


Рис. а

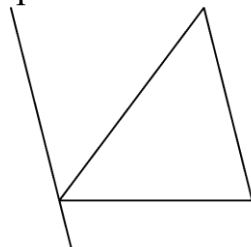
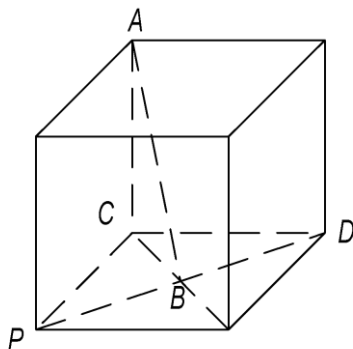


Рис. б

Все рассмотренные этапы изучения теоремы имеют место при любом методе изучения, как при частично-поисковом, так и при объяснительно-иллюстративном. Разница – в уровне активности и самостоятельности учащихся при получении доказательства теоремы.

Следующий этап изучения теоремы – *закрепление и применение формулировки теоремы*. На этапе закрепления теоремы возможна работа над формулировкой теоремы, над ее запоминанием, обучением узнаванию изученной теоремы в различных ситуациях и применением в простейших случаях и в различных комбинациях.

Поэлементной отработке каждого слова формулировки и ее запоминанию способствует компактный метод, когда формулировка теоремы, как и ранее рассмотренные формулировки определений, разбиваются на составные части и произносятся вслух и используются по частям. Такая работа способствует и осознанию, и запоминанию теорем. Рассмотрим, как может проходить закрепление формулировки теоремы компактным методом на примере теоремы о трех перпендикулярах.



Учитель вместе с учащимися разбивает формулировку теоремы на составные части и отмечает наличие каждой части в рассматриваемой ситуации (см. рисунок):

- 1) прямая, лежащая в плоскости (показывает прямую  $PD$ );
- 2) перпендикулярная проекция наклонной (показывает проекцию и наклонную  $AB$ );
- 3) проведенная через основание наклонной (показывает точку  $B$  – основание наклонной);
- 4) перпендикулярна и самой наклонной (показывает прямой угол  $ABD$ ).

На этапе закрепления формулировки теоремы о трех перпендикулярах можно выяснить, является ли обязательным требование прохождения прямой, лежащей в плоскости, через основание наклонной и принадлежности плоскости  $PCD$ . Получается более широкая формулировка теоремы.

Узнавание теоремы о трех перпендикулярах в различных ситуациях может быть организовано на задачах:

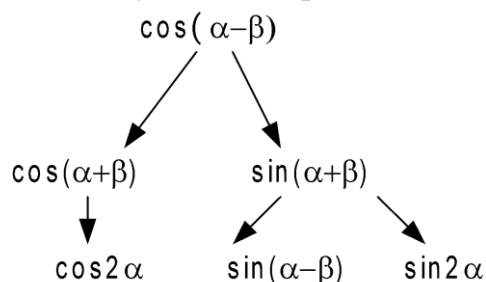
1.  $SABC$ - пирамида с высотой  $SO$ .  $OD$  – перпендикуляр к  $AC$ . Доказать, что  $SD$  – высота боковой грани.

2. К плоскости треугольника  $ABC$  из центра  $O$  вписанной окружности проведен перпендикуляр  $OK$ . Окружность касается сторон  $AC$ ,  $BC$  и  $AB$  соответственно в точках  $D$ ,  $E$ ,  $F$ . Определить взаимное положение прямых  $KD$  и  $AC$ ,  $BC$  и  $KE$ ,  $AB$  и  $KF$ .

3. На изображении куба построить несколько прямых, перпендикулярных диагонали куба.

Узнаванию теорем в практических ситуациях, в частности теоремы о трех перпендикулярах, будет способствовать выполнение задания: выяснить, какие условия несущественны для применения теоремы, что можно варьировать в условиях задач, решаемых с помощью рассматриваемой теоремы.

Еще один этап, рассматриваемый нами как этап изучения теоремы, - *этап систематизации знаний*. Известно, что никакой факт нельзя считать усвоенным, пока он не занял определенного места в имеющейся системе знаний. Понимая взаимосвязи между теоремами, ученик может восстановить самостоятельно забытые формулировки теорем, формулы. Для систематизации теорем важно выяснить место теоремы в системе других сведений: признаком или свойством некоторого понятия является теорема, следствием каких теорем она является и что является ее следствиями. Например, нельзя считать знание теоремы косинусов систематизированным, если учащиеся не понимают, что теорема Пифагора – частный случай этой теоремы. Для выяснения взаимосвязей между теоремами, для запоминания способов доказательства теорем полезно строить генеалогические деревья зависимостей между теоремами, например, для теоремы о косинусе разности двух углов такая зависимость может выглядеть следующим образом:



Такая работа, особенно на начальных этапах обучения геометрии, способствует пониманию дедуктивного характера построения самой геометрии.

Наличие всех рассмотренных этапов при обучении каждой теореме требует большого расхода времени. И в полном, развернутом виде все этапы могут быть представлены лишь в отдельных, удобных для этого случаях. А в различных конкретных ситуациях на первый план выдвигается то один, то другой этап, предпочтение отдается то поиску формулировки, то обучению записи полученного доказательства, то поиску идеи доказательства, то исследованию – в зависимости от требований ситуации.

Трудности и ошибки учащихся при применении теорем те же, что и при решении задач. Очень распространенной ошибкой являются смешивание определений и теорем, признаков и свойств понятий; использование вместо прямой теоремы обратной и наоборот; использование в доказательстве теоремы, которую предстоит доказать; доказательство того, что дано в теореме; использование недоказанных утверждений и другие.

Все эти ошибки одного порядка – непонимание логики построения курса, логических взаимосвязей между элементами теории. В этих условиях особое значение приобретают выполнение заданий на систематизацию понятий и теорем, выяснение логики построения формулировки и доказательства теорем. При исправлении логических ошибок учащихся необходимо учесть следующую рекомендацию: замене неверных ответов на верные должны

предшествовать совместный анализ учителем и учащимися неверных ответов и выявление допущенных ошибок. Обучение доказательству, выявление допущенных при доказательстве ошибок – составная часть важнейшей задачи развития логического мышления.

Выделим возможные уровни усвоения учащимися теорем. Учащийся: 1) правильно формулирует теорему, понимает каждое слово в формулировке; 2) может привести свой пример на применение формулировки; 3) может повторить доказательство; 4) понимает идею и план доказательства, может варьировать обозначения, чертеж, метод доказательства; 5) узнает и применяет теорему в знакомой ситуации; 6) узнает и применяет теорему в незнакомой ситуации.

Приведенные уровни усвоения теоремы являются перечислением дидактических целей – целей обучения, которые учитель ставит на отдельных уроках по изучению той или иной теоремы. В соответствии с выделенными целями строится урок – выбираются методы и формы работы, строятся системы упражнений.

### **Подготовка учителя к доказательству теорем на уроке**

Приведем перечень основных действий, выполнение которых поможет учителю при подготовке к доказательству теорем на уроке.

1. Анализ формулировки теоремы. Выделение условия и заключения теоремы. Выяснение сущности каждого элемента формулировки.

2. Выяснение проблемы, приводящей к необходимости доказательства теоремы, значения теоремы в системе теорем раздела и всего курса.

3. Применение аналитико-синтетического метода при доказательстве теоремы. Подготовка аналитического рассуждения, позволяющего учащимся уяснить особенности и последовательность доказательства, необходимость тех или иных дополнительных построений.

4. Выяснение метода, идеи, приема и других особенностей доказательства.

5. Исследование математической ситуации, возникающей при доказательстве теоремы.

6. Выявление других возможных способов доказательства.

7. Расчленение доказательства теоремы на отдельные части, на отдельные логические шаги. Составление плана доказательства. Рациональная запись доказательства.

8. Выявление понятий, предложений, на которых основано доказательство теоремы. Выделение предложений, требующих повторения.

9. Составление содержания подготовительной работы к доказательству теоремы, подбор упражнений и заданий, подготавливающих учащихся к ее восприятию.

10. Подбор упражнений, закрепляющих изученную теорему, выявляющих ее связь с другими предложениями.

В результате анализа теоремы и ее доказательства необходимо сделать вывод о методике изучения рассматриваемой теоремы на уроке, о целесообразности применения тех или иных методов обучения.

### **Контрольные вопросы:**

1. Поясните, что такое суждение, умозаключение. Приведите примеры. Укажите, что такое теорема, аксиома.

2. Поясните, что означают требования непротиворечивости, независимости и полноты системы аксиом.

3. Составьте теорему обратную, противоположную, обратную противоположной к теореме, выражающей свойство равнобедренного треугольника. Придумайте примеры теорем, обратные предложения к которым не верны.

4. Приведите примеры доказательства теоремы синтетическим методом. Докажите эту же теорему с использованием аналитического метода.

5. Проведите доказательство теоремы о свойстве хорд окружности, проходящих через одну точку, методом восходящего анализа.

6. Придумайте пропедевтические задания и задания для осуществления мотивации при изучении теорем: признаков равенства треугольников; теоремы о сумме углов треугольника; теоремы Пифагора; теоремы косинусов; признака перпендикулярности прямой и плоскости

7. Придумайте задания, выполнение которых организует деятельность учащихся на получение формулировок теорем.

8. Приведите примеры оформления полученного доказательства выбранной вами теоремы.

## **Рекомендуемая литература**

### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>

2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 6. Современный урок математики с учетом требований ФГОС

### Содержание практического занятия:

- Проектирование урока.
- Системно – деятельностный подход как основа ФГОС.
- Классификация универсальных учебных действий.
- Оргдеятельностные методы обучения.
- Целеполагание и рефлексия на уроке.

### Методические рекомендации

Обучение, согласно ФГОС, больше не заключается в том, что ученик получает от учителя некую информацию и осваивает ее. Сегодня ученик сам строит свое знание. Но для математиков так было всегда. Такое обучение встроено в наш предмет. Чем лучше мы учим детей решать конкретные уравнения, чем больше даем им технических умений, тем труднее им решать задачи нестандартные и новые. Ученики пасуют перед новым. Эту проблему можно решить, если формировать универсальные учебные действия (УУД). Если у ученика сформирована «стратегия поиска ошибок», он сможет разобраться в любой жизненной ситуации, он сможет критично оценить свои действия, самостоятельно расставить приоритеты и определить цели. В настоящее время все более актуальным в образовательном процессе становится использование в обучении приемов и методов, которые формируют умения самостоятельно добывать знания, собирать необходимую информацию, выдвигать гипотезы, делать выводы и умозаключения. Все это ученик может научиться на уроке.

Концепция развития универсальных учебных действий разработана на основе системно-деятельностного подхода группой авторов под руководством А.Г. Асмолова: А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салмина, С.В. Молчанов.

В составе основных видов универсальных учебных действий, соответствующих ключевым целям общего образования, можно выделить четыре блока: 1) *личностный*; 2) *регулятивный* (включающий также действия саморегуляции); 3) *познавательный*; 4) *коммуникативный*.

### Классификация УУД

**Личностные действия** обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся (знание моральных норм, умение соотносить поступки и события с принятыми этическими принципами, умение выделить нравственный аспект поведения) и ориентацию в социальных ролях и межличностных отношениях. Применительно к учебной деятельности следует выделить *три вида личностных действий*:

- *самоопределение* личностное, профессиональное, жизненное;
- *смыслообразование*, т.е. установление учащимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом, другими словами, между результатом учения и тем, что побуждает деятельность,

ради чего она осуществляется. Ученик должен задаваться вопросом: какое значение и какой смысл имеет для меня учение? - и уметь на него отвечать;

- **нравственно-этическая ориентация**, в том числе и оценивание усваиваемого содержания (исходя из социальных и личностных ценностей), обеспечивающее личностный моральный выбор.

**Регулятивные действия** обеспечивают учащимся организацию их учебной деятельности. К ним относятся:

- **целеполагание** как постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимся, и того, что еще неизвестно;

- **планирование** - определение последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата; составление плана и последовательности действий;

- **прогнозирование** - предвосхищение результата и уровня усвоения знаний, его временных характеристик;

- **контроль** в форме сличения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона;

- **коррекция** - внесение необходимых дополнений и корректив в план действия в случае расхождения эталона, реального действия и его результата;

- **оценка** — выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что, еще нужно усвоить, осознание качества и уровня усвоения;

- **саморегуляция** как способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию (к выбору в ситуации мотивационного конфликта) и к преодолению препятствий.

**Познавательные универсальные действия:** *общеучебные, логические, постановка и решение проблемы.*

► **Общеучебные действия:**

- самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;

- поиск и выделение необходимой информации;

- применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;

- структурирование знаний;

- осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме;

- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;

- рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;

- смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели;

- извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров;

- определение основной и второстепенной информации;

- свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического и официально-делового стилей;

- понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации.

- **знаково-символические действия** составляют особую группу общеучебных универсальных действий:

- моделирование - преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-

символическая);

- преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.

► *Логические универсальные действия:*

- анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);
- синтез - составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов;
- выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов;
- подведение под понятие, выведение следствия;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- доказательство;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

► *Постановка и решение проблемы:*

- постановка и формулирование проблемы;
- самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера.

**Коммуникативные действия** обеспечивают социальную компетентность. К коммуникативным действиям относятся:

- *умение слушать и вступать в диалог;*
- *учет позиции других людей, партнеров по общению или деятельности;*
- *планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками - определение цели, функций участников, способов взаимодействия;*
- *постановка вопросов — инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;*
- *строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми;*
- *разрешение конфликтов - выявление, идентификация проблемы, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта, принятие решения и его реализация;*
- *управление поведением партнера - контроль, коррекция, оценка его действий;*
- *умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации;*
- *владение монологической и диалогической формами речи в соответствии с грамматическими и синтаксическими нормами родного языка.*

## Проектирование урока

**Проектирование** - деятельность, под которой в предельно сжатой характеристике понимается промышление того, что должно быть. Под проектированием урока будем предполагать деятельность учителя по созданию проекта урока, которая включает в себя создание плана урока, а также технологии его проведения, механизмов, позволяющих организовать деятельность учеников подчиненную цели урока.

**Цель урока** в современной школе должна отличаться конкретностью, с указанием средств ее достижения и ее переводом в конкретные дидактические задачи.

### Требования к современному уроку

- Самостоятельная работа учащихся на всех этапах урока.
- Учитель выступает в роли организатора, а не информатора.

- Обязательная рефлексия учащихся на уроке.
- Высокая степень речевой активности учащихся.

**Современный урок** строится на основе использования технических средств с применением как традиционных, так и инновационных педагогических технологий.

Используя современные технологии, работая в технологии моделирования у школьников формируется умение самостоятельно добывать новые знания, собирать необходимую информацию, делать выводы, умозаключения, т.е. развиваются у школьников умения и навыки самостоятельности и саморазвития.

### **Деятельностные методы и приемы обучения**

При проектировании урока учителем, планируется прежде всего *деятельность учащихся*; эта деятельность должна быть *разнообразной, соответствующей уровню возможностей школьников и направленной на формирование элементарных компетенций, общеучебных умений*. 80% урока должен работать и говорить не учитель, а школьники. Учитель – организатор, дирижёр урока, чем меньше его заметно, тем лучше.

Современный урок отличается использованием деятельностных методов и приемов обучения таких, как учебная дискуссия, диалог, видеообсуждение, деловые и ролевые игры, открытые вопросы, мозговой штурм и т.д.

Эффективным является решение компетентностно- ориентированных задания (КОЗ) или ситуационных заданий. КОЗ позволяют представить как полученные знания и умения можно применить в практической деятельности, в новой ситуации.

Развитию компетенций на уроке способствует применение современных педагогических технологий. Технологий, обеспечивающих формирование компетенций на уроке достаточно много: технология критического мышления, проектная деятельность, исследовательская работа, дискуссионная технология, коллективная и индивидуальная мыследеятельность, ИКТ. Важно, чтобы учитель не искажал технологию, беря из нее только отдельные приемы. Такой подход является педагогически не верным.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>
2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический

университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

**Перечень дополнительной литературы:**

**1.** Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**2.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

**3.** Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 7. Системно – деятельностный подход как основа ФГОС

### Содержание практического занятия:

- положения системно-деятельностного подхода.
- Оргдеятельностные методы обучения.
- Целеполагание и рефлексия на уроке.
- Методы ученического целеполагания.
- Рефлексивное пространство урока.

### Методические рекомендации:

В ФГОС в качестве основополагающего определен **системно-деятельностный подход**, который предполагает:

- воспитание и развитие качеств личности, отвечающих требованиям информационного общества;
- переход к стратегии социального проектирования и конструирования в системе образования на основе разработки содержания и технологий образования;
- ориентацию на результаты образования (развитие личности обучающегося на основе УУД);
- признание решающей роли содержания образования, способов организации образовательной деятельности и взаимодействия участников образовательного процесса;
- учет возрастных, психологических и физиологических особенностей учащихся, роли и значения видов деятельности и форм общения для определения целей образования и путей их достижения;
- обеспечение преемственности дошкольного, начального общего, основного и среднего (полного) общего образования;
- разнообразие организационных форм и учет индивидуальных особенностей каждого обучающегося (включая одаренных детей и детей с ограниченными возможностями здоровья), обеспечивающих рост творческого потенциала, познавательных мотивов;
- гарантированность достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы начального общего образования, что создает основу для самостоятельного успешного усвоения обучающимися знаний, умений, компетенций, видов, способов деятельности.

Концептуальной базой для реализации системно-деятельностного подхода выступают:

<b>Положение системно-деятельностного подхода</b>	<b>Реализация</b>
Формирование умения учиться	УУД, метапредметная деятельность, общеучебные компетенции. Как важнейшие: навыки целеполагания и рефлексии.

Целенаправленная организация учебной деятельности	Соответствующие типы заданий, эвристический подход как концепция рождения знаний в деятельности, оргдеятельностные технологии, проектная деятельность.
Содержание обучения через значимые жизненные задачи	Компетентностный подход, обращение к личности ученика, его личным целям и проблемам.
Важная роль сотрудничества	Развитие коммуникативных компетентностей, групповая работа, проектная деятельность, включая публичную защиту проекта.

В настоящее время все более актуальным в образовательном процессе становится использование в обучении приемов и методов, которые формируют умения самостоятельно добывать знания, собирать необходимую информацию, выдвигать гипотезы, делать выводы и умозаключения.

### **Оргдеятельностные методы обучения. Целеполагание и рефлексия на уроке**

#### **Методы ученического целеполагания**

Выбор учениками целей из предложенного учителем набора; классификация составленных детьми целей с последующей детализацией; обсуждение ученических целей на реалистичность, их достижимость; конструирование учениками целей с помощью заданных алгоритмов; формулирование целей на основе результатов рефлексии; соотношение индивидуальных и коллективных целей, целей ученика, учителя, школы; разработка ценностных норм и положений в школе.

#### **Методы ученического планирования**

Школьникам предлагается спланировать свою образовательную деятельность на определенный период – урок, день, неделю, или – на тему, раздел, творческую работу. План может быть устный или письменный, простой или сложный, главное, чтобы он обозначал основные этапы и виды деятельности ученика по реализации его цели. В ходе работы план может меняться, дополняться или заменяться; ученик фиксирует изменения, выясняет их причины, а в конце работы осуществляет рефлексию планирования.

#### **Методы создания образовательных программ учеников**

Создание индивидуальных образовательных программ требует от учеников владения комплексом методов: смысловым видением предмета своих занятий; установлением главных целей и направлений деятельности; отбором изучаемых вопросов и тем, методом самоопределения в их многообразии; методом планирования; методом определения условий для достижения своих целей; методом адекватной самооценки и рефлексии.

### **Методы нормотворчества**

Разработка учениками норм индивидуальной и коллективной деятельности – эвристический процесс, который требует применения методологических методов: рефлексии деятельности, определения ее элементов, установление субъектов деятельности и их функциональных прав, задание организационных и тематических рамок, формулирование правил и законов.

Примеры заданий, развивающих методологические, педагогические, рефлексивные способности в процессе нормотворчества. Составить инструкции: «Как решать задачу», «Как наблюдать явление», и др.

### **Методы самоорганизации обучения**

работа с учебником, первоисточниками, приборами, реальными объектами; решение задач, выполнение упражнений; изготовление моделей, поделок; творческие исследования и др. Становятся значимыми также методы самоорганизации учащихся по осуществлению индивидуальных образовательных программ: методы разработки программ, их координации с другими программами (учителя, учеников), коррекции программ, методов оценки результатов и др.

### **Методы взаимообучения**

Учащиеся в парах, группах или в коллективных занятиях с целым классом выполняют функции учителя, применяя доступный им набор педагогических методов.

### **Метод рецензий**

Умение критически взглянуть на образовательный продукт товарища, его устный ответ, на материал учебника, просмотренный видеофильм, проанализировать их содержание, выделить главные моменты – необходимые условия самоопределения учащихся. Введению метода рецензий в обучение предшествует подготовительная работа. Первые рецензии составляются с помощью специальных опорных схем. Оценки и суждения учеников поощряются, закрепляется положительное отношение к рецензиям.

Рецензии учащихся оцениваются наравне с другими продуктами их творческой деятельности. Анализ ученических рецензий позволяет установить обратную связь с учениками, осуществить диагностику их знаний, скорректировать дальнейшее обучение

### **Методы контроля**

Личностно-ориентированное обучение меняет критерии оценки образовательной деятельности. В традиционном обучении образовательный проект ученика оценивается по степени его приближения к заданному образцу, то есть более точно и полно воспроизводит ученик заданное содержание, тем выше оценки его образовательной деятельности. В личностно-ориентированном обучении образовательный продукт ученика оценивается по степени отличия от заданного, то есть чем большего научно- и культурно-значимого отличия от известного продукта удастся добиться ученику, тем выше оценка продуктивности его образования.

### **Методы рефлексии**

Образовательным результатом обучения является только тот, который осознан учеником. Если же ученик не понимает, что он делал и чему научился, не может вразумительно сформулировать способы своей деятельности, возникающие проблемы, пути их решения и полученные результаты, то его образовательный результат находится в скрытом, неявном виде, что не позволяет использовать его в целях дальнейшего образования.

Организация осознания учениками собственной деятельности имеет два основных вида: 1) текущая рефлексия, осуществляемая по ходу учебного процесса; 2) итоговая рефлексия, завершающая логически или тематически замкнутый период деятельности.

### **Методы самооценки**

Самооценка ученика вытекает из итоговой рефлексии и завершает образовательный цикл. Самооценка носит качественный и количественный характер: качественные параметры формулируются на основе ученической образовательной программы или задаются учителем; количественные – отражают полноту достижения учеником целей. Качественная и количественная самооценки деятельности ученика – его образовательный продукт, который сопоставляется с культурно-историческими аналогами в виде оценок учителя, одноклассников, независимых экспертов.

### **Рефлексивное пространство урока**

Используя рефлексия, учитель имеет возможность отслеживать в процессе урока уровень понимания учениками учебного материала, особенности их психологического состояния (степень усталости, утомляемости, заинтересованности), отношение к изучаемому материалу и уроку в целом с помощью обратной связи. Рефлексия помогает создать условия для самовыражения учащихся, инициирует разнообразные виды деятельности. Как же развивать рефлексивные способности? Можно задавать традиционный вопрос о том, чему учащиеся научились на уроке, что нового узнали. Но это уже давно никого не устраивает, ни меня как учителя, ни детей.

Исходя из того, что рефлексия по форме бывает вербальной (устной и письменной), образной (цвет, рисунок, символ), можно использовать следующее:

#### **1.Рефлексивный тест:**

- Я узнал(а) много нового.
- Мне это пригодится в жизни.
- На уроке было над чем подумать.
- На все вопросы, возникающие в ходе урока, я получил(а) ответы.
- На уроке я работал(а) добросовестно и цели урока достиг(ла)

По окончании прошу поднять руки тех, кто поставил пять плюсов, затем тех, у кого получилось четыре и три плюса. Это именно те оценки, которые они поставили за урок мне (знания самих учащихся не оцениваются на таком уроке).

#### **2.Рефлексия в цвете:**

а) учащиеся могут написать тот цвет, который они выбирают для описания своего состояния,  
б) группам раздаются конверты с разноцветными лепесточками. Ребята приклеивают лепесточек с выбранным цветом к середине альбомного листа (который тоже выдается группе).

#### **3. Определить, на каком уровне вы находитесь:**

- знаю и объясню другому
- знаю
- сомневаюсь, что знаю
- не знаю

#### **4. Вербальная форма – методика незаконченного предложения (устная или письменная):**

- Сегодня на уроке я ...
- Самым полезным интересным для меня было ...
- Я встретился с трудностью при ...
- Мне это необходимо для ...

- У меня хорошо получилось ...
- Строки самому себе ...
- Скажи комплимент новой теме ...

### **5. Кодированный диктант:**

Вместо слова «да» ставим 1.

Вместо слова «нет» ставим 0.

### **6. Ребята, оцените свое состояние после урока:**

: «Выберите из каждой пары состояний то, которое наиболее соответствует Вашему состоянию после урока и подчеркните.

*весело – грустно (чувствую вдохновение – чувствую подавленность)*

*интересно – не интересно*

*не волнуюсь – волнуюсь (уверен в себе – не уверен в себе)*

*не устал – устал*

*старался – не старался (пассивен – активен)*

*доволен собой – не доволен собой (успешен – неуспешен)*

*не раздражаюсь – раздражаюсь (терплю – не хватает терпения)*

### **7. Рефлексия «Классическая»**

1. Каковы были Ваши цели перед занятием и насколько их удалось реализовать?
2. Перечислите трудности, с которыми Вы столкнулись: а) при изучении темы (раздела); б) при ответе на открытые задания.
3. Каким образом Вы преодолевали трудности? За счет чего?
4. Каков главный результат для Вас лично при изучении темы?
5. Чему Вы научились лучше всего?
6. Что Вам удалось больше всего при изучении темы и почему?
7. Что не получилось и почему?
8. Опишите динамику Ваших чувств и настроений при изучении темы.

### **8. "Дневник открытий"**

Заполните страничку Вашего дневника открытий, который Вы начнете вести с сегодняшнего дня. В нем зафиксируйте все Ваши открытия, которые Вы сделали во время изучения темы, выполнения заданий. В особенности, проанализируйте открытия для Вашей будущей планируемой деятельности. Благодаря чему Вам это удалось? Дайте в каждом случае оценку сделанному Вами открытию с позиции его важности: а) для вас; б) для науки; в) для всех остальных (одноклассников, учителей и др.).

### **9. Рефлексия «Трактат»:**

Представьте, что у Вас есть возможность написать трактат будущим школьникам. В трактате опишите ваши основные достижения и результаты, дайте наставления, «советы бывалого»..., попытайтесь определить способы и виды деятельности, благодаря которым Вам удалось решить проблемы и достигнуть своих результатов. Какое из заданий застало Вас врасплох? Почему? Что я понял(а), чему научился (лась)? Посоветуйте, как избежать Ваших

ошибок. Какие знания Вы добыли во время обучения? Какие рекомендации и пожелания по добыче знаний Вы дадите будущим ученикам?

## **Рекомендуемая литература**

### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>
2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 8. Организация обучения решению математических задач.

### Содержание практического занятия:

- Задачи как средство обучения математике.
- Виды задач и их функции.
- Основные компоненты задачи.
- Этапы решения задачи.
- Организация обучения решению математических задач.
- Индивидуальное решение задач.

### Методические рекомендации

*В настоящее время первостепенной является задача интеллектуального развития, включающего способность человека к усвоению новых знаний, к самостоятельному поиску и усвоению новой информации. Поэтому использование учебных задач является важнейшим средством формирования знаний, умений и навыков, ведущей формой учебной деятельности в процессе изучения математики.*

#### **Основные этапы в решении задачи. Общие умения по решению задач**

Процесс решения учебной задачи можно разделить на 4 основные этапы: осмысление условия задачи (анализ условия), поиск и составление плана решения, осуществление плана решения, изучение (исследование) найденного решения.

#### **Осмысление условия задачи (1 этап).**

- Осознание условия и требования задачи, усвоение и разработка элементов условия (или элементов цели).
- Поиск необходимой информации в сложной системе памяти.
- Соотнесение условия и заключения задачи с имеющимися знаниями и опытом.

#### **Составление плана решения задачи (2-й этап).**

- Целенаправленные пробы различных сочетаний из данных и искомых.
- Попытки подвести задачу под известный тип.
- Выбор наиболее приемлемого в данных условиях метода решения (из известных).
- Выбор стратегии решения, поиск плана решения и его корректировка на основе предварительной апробации, соотнесения с условием задачи и интуитивными соображениями, фиксирование определенного плана решения задачи и т.д.

#### **Осуществление плана решения задачи (3-й этап).**

- Проводится практическая реализация плана решения во всех его деталях с одновременной корректировкой через соотнесение с условием и выбранным базисом, выбор способа оформления решения, запись результата и т.д.

#### **Изучение найденного решения задачи (4-й этап).**

- Фиксация конечного результата решения.
- Критический анализ результата (взгляд назад), поиск путей рационализации решения, исследование особых и частных случаев, выявление существенного (потенциально полезного), систематизация новых знаний и опыта и т.д.

Умение самостоятельно решать задачи - важное умение не только для тех, кто будет в дальнейшей жизни заниматься математикой, но и для всех учащихся. Человеку в повседневной жизни приходится постоянно решать задачи и даже ставить их, правда, они несколько

отличаются от школьных задач, иногда своей неопределенностью, иногда неразрешимостью. Умение организовать поиск - черта активной, самостоятельной личности. Умение самостоятельно решать задачи является показателем высокого интеллектуального развития. К сожалению, в школьной практике довольно часто можно наблюдать отсутствие этого умения.

Из каких составляющих, из каких отдельных умений складывается *общее умение решать задачи*?

Это: умение проводить анализ условия задачи; умение применять изученную теорию (определение, теорему, правило) на практике; это умение предполагает узнавание возможности применения теории и собственно применение, поэтому теорема, определение, правило принимают в сознании вид алгоритма или предписания, по которому совершается действие; умение выделять основную идею в решении отдельной задачи, находить общее в решении нескольких задач и переносить эту идею, это общее на новую задачу; умения по самооценке своей деятельности, самоконтролю.

### ***Осмысление условия задачи (1 этап).***

Как можно формировать умение анализировать условие задачи? Анализ условия задачи следует обучать во всех разделах школьного курса математики: в арифметике, алгебре, геометрии. Как уже было отмечено, анализ условия задачи состоит в выделении данных и искомого, в выяснении значения каждого слова, в выяснении структуры задачи: какая и сколько ситуаций, объектов рассматриваются, какие величины входят в рассмотрение, каково соотношение между величинами в данной задаче, какая информация имеется в условии задачи в скрытом виде.

При решении каждой задачи, способ решения которой неизвестен, используются синтетический и аналитический методы - происходит встречный процесс от данных к требованию (синтез) и от требований к данным (анализ). На каком-то шаге устанавливается связь этих двух процессов - находится недостающий элемент, отношение - задача решена.

К какому бы разделу математики задача ни относилась, при ее решении происходит получение следствий из условия, какие-то условия заменяются эквивалентными, переформулируются, приобретают более удобный для операций вид, какие-то условия связываются. Установление связей между данными происходит не хаотично, а после выяснения отношений между данными под воздействием промежуточных и окончательных целей. Нахождение новых величин, отношений носит целенаправленный характер.

В процессе *осмысления условия задачи* можно выделить:

#### 1). Умение анализировать требование задачи.

Под анализом требования задачи понимается выяснение возможных путей ответа на вопрос задачи. Одним из важнейших компонентов умения анализировать требование задачи является умение преобразовывать требование задачи в ему равносильное.

Например, докажем, что четырехугольник  $ABCD$  – квадрат, если докажем, что он поворотом на  $90^\circ$  отображается на себя.

Формирование этого умения связано с вооружением учащихся как можно большим числом признаков и свойств понятий;

#### 2). Умение анализировать условие задачи.

Под анализом условия задачи можно понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему.

Вся информация может быть разделена на три вида: а) информация, непосредственно заданная в условии; б) информация, полученная непосредственно из условия; в) информация, полученная уже из новой, то есть выведенной ранее, информации.

Информация первого вида фиксируется чертежом и специальной записью под названием «дано».

Информация второго и третьего видов может быть получена следующими способами: а) получение следствий из непосредственно заданной информации; б) переосмысливания некоторых объектов (фигур, отношений между ними) в плане других понятий (например,  $AP$  – высота треугольника  $ABC$ , значит,  $AP \perp BC$ ; задан правильный треугольник, значит, можно найти радиус вписанной и радиус описанной окружности и т.п.); в) замена термина его определением; г) перечисление характеристических свойств понятий; д) интерпретация символических записей; е) перевод содержания задачи на язык специальной теории и наоборот (например, векторной).

Часто внимание учащихся на информации второго и третьего вида не обращается, поэтому дальше выполнения рисунка и записей «дано» и «требуется доказать» самостоятельное решение не движется.

Нужно учить школьников получать информацию второго и третьего вида. Полезны упражнения вида: 1) в треугольнике  $ABC$  двух сумма углов  $90^\circ$ . Что вы скажете о треугольнике  $ABC$ ?; 2)  $ABCD$  – трапеция. Назовите несколько свойств этой фигуры; 3) Можно ли прямоугольник определить следующим образом: прямоугольником называется параллелограмм, имеющий прямую, содержащую середины его противоположных сторон, своей осью симметрии?

Очень важно на уроках выполнять анализ условия задачи всем классом.

Для того чтобы научиться решать задачи, надо приобрести опыт их решения. Редкие ученики самостоятельно приобретают такой опыт. Долг учителя - помочь учащимся приобрести опыт решения задач, научить их решать задачи. Однако помощь учителя не должна быть чрезмерной. Учитель должен помогать ученику путем советов, как решать задачу, или вопросов, отвечая на которые ученик успешнее решит задачу. Иногда учитель разыгрывает решение задачи, сам задавая вопросы и сам же отвечая на них. Ученики подражают ему в этом, постепенно приучаясь решать задачи. Но такой вариант обучения требует большей затраты времени и не всегда приводит к хорошим результатам. Можно сказать, что механическое подражание не метод обучения решению задач. Нужны вопросы и советы учителя ученику, вызывающие развивающие мыслительную деятельность школьников, помогающие развивать творческий подход к решению задач.

Такие вопросы и советы должны обладать общностью для различных задач, иначе ученики не научатся решать многие задачи, а будут учиться решать каждую конкретную задачу в отдельности. В то же время вопросы и советы должны быть естественны и просты, должны иметь своим источником простой здравый смысл. Они должны оказывать ученику действенную, но не назойливую помощь.

*Вопросы и советы для осмысления условия задачи (1-й этап).*

Нельзя приступать к решению задачи, не уяснив четко, в чем заключается задание, т. е. не установив, каковы данные и искомые или посылки и заключения.

Первый совет учителя: не спешить начинать решать задачу. Этот совет не означает, что задачу надо решать как можно медленней. Он означает, что решению задачи должна предшествовать подготовка, заключающаяся в следующем: а) сначала следует ознакомиться с

задачей, внимательно прочитав ее содержание. При этом схватывается общая ситуация, описанная в задаче; б) ознакомившись с задачей, необходимо вникнуть в ее содержание. При этом нужно следовать такому совету: выделить в задаче данные и искомые, а в задаче на доказательство - посылки и заключения; в) если задача геометрическая или связана с геометрическими фигурами, полезно сделать чертеж к задаче и обозначить на чертеже данные и искомые (это тоже совет, которому должен следовать ученик); г) в том случае, когда данные (или искомые) в задаче не обозначены, надо ввести подходящие обозначения. При решении текстовых задач алгебры и начал анализа вводят обозначения искомых или других переменных, принятых за искомые; д) уже на первой стадии решения задачи, стадии понимания задания, полезно попытаться ответить на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?" Не всегда сразу удастся ответить на этот вопрос, но иногда это можно сделать.

Отвечая на вопрос: "Возможно ли удовлетворить условию?", полезно выяснить, однозначно ли сформулирована задача, не содержит ли она избыточных или противоречивых данных. Одновременно выясняется, достаточно ли данных для решения задачи.

Обучение краткой записи условия задачи - это обучение анализу условия. *Краткая запись* - это модель текста задачи, материализованная форма проведения действия анализа условия.

Построение модели задачи имеет несколько целей:

а) для фиксации результатов анализа задачи и тем самым для организации самого анализа, поэтому построение модели задачи в этом случае проводится в процессе анализа и по мере его выполнения;

б) для взгляда на задачу с разных точек зрения. Построение модели задачи позволяет осуществить процесс переформулирования задачи;

в) построение модели задачи является подготовительным этапом для построения решающей математической модели задачи.

Модель задачи может быть самой различной: схематической, табличной, структурной, графической и т. д. выбор вида модели задачи зависит как от характера задачи, так и от особенностей решающего субъекта, от его умений и навыков, привычного для него способа анализа и построения модели задачи. При построении модели ученик опирается, с одной стороны, на данный ему текст задачи, а с другой - на приобретенные в результате жизненного опыта и школьного обучения знания о предметном содержании количественных соотношений, встречающихся в задачах, и на способы описания этих соотношений.

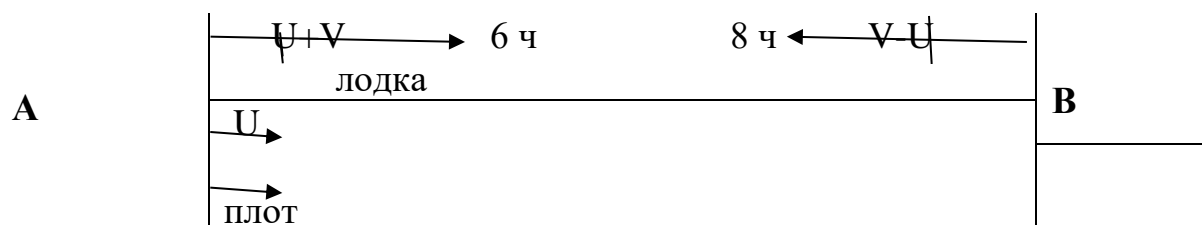
Например, рассмотрим две модели для задачи «Моторная лодка прошла расстояние между двумя пристанями  $A$  и  $B$  по течению реки за 6 часов, а обратный путь она свершила за 8 часов. За сколько времени пройдет расстояние между этими пристанями плот, пущенный по течению реки?»

Табличная модель имеет следующий вид:

<b>Объекты</b>	<b>Движение</b>	<b>Путь</b>	<b>Собственная скорость</b>	<b>Скорость течения</b>	<b>Фактическая скорость</b>	<b>Время движения</b>
Моторная лодка	по течению	$S$	$V$	$U$	$V+U$	6 ч
	против течения	$S$	$V$	$U$	$V-U$	8 ч

Плот	по течению	S	-	U	-	?
------	------------	---	---	---	---	---

Графическая модель этой задачи имеет такой вид:



Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято. Самоконтролем на этом этапе являются пересказ условия, подсчет данных и требования, проверка схем.

При осуществлении поиска основной идеи задачи продолжается выявление скрытых отношений, структуры задачи: рассматриваются под удобным углом зрения данные и требования, происходит сопоставление решаемой задачи с ранее решенными, конструируется модель задачи в соответствии с выдвигаемой гипотезой, осуществляется мысленный эксперимент, привлекаются различные эвристики.

При этом самоконтроль осуществляется при пересказе текста задачи своими словами для выяснения, не забыто ли какое-либо данное, каждое ли слово в тексте понято. Если условие задачи моделируется с помощью чертежа, таблицы, то необходимо проверить, каждому ли данному нашлось место в этой модели. Для того чтобы проверить, правильно ли понято условие, можно рекомендовать восстановить текст задачи по краткой записи, модели, чертежу.

**Составление плана решения задачи (2-й этап)**, пожалуй, является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Но составление плана может оказаться сложным и длительным процессом. Поэтому крайне необходимо предлагать ученику ненавязчивые вопросы, советы, помогающие ему лучше и быстрее составить план решения задачи, "открыть" идею ее решения:

1). Известна ли решающему какая-либо родственная задача? Аналогичная задача? Если такая или родственная задача известна, то составление плана решения задачи не будет затруднительным. Но далеко не всегда известна задача, родственная решаемой. В этом случае может помочь в составлении плана решения совет.

2). Подумайте, известна ли вам задача, к которой можно свести решаемую. Если такая задача известна решающему, то путь составления плана решения данной задачи очевиден: свести решаемую задачу к решенной ранее. Может оказаться, что родственная задача неизвестна решающему и он не может свести данную задачу к какой-либо известной. План же сразу составить не удастся.

3). Стоит воспользоваться советом: "Попытайтесь сформулировать задачу иначе". Иными словами, попытайтесь перефразировать задачу, не меняя ее математического содержания.

При переформулировании задачи пользуются либо определениями данных в ней математических понятий (заменяют термины их определениями), либо их признаками (точнее сказать, достаточными условиями). Надо отметить, что способность учащегося переформулировать текст задачи является показателем понимания математического содержания задачи.

Некоторые авторы относят к переформулировке задачи и перевод ее на язык математики, то есть язык алгебры, геометрии или анализа. Это, скорее, формализация задачи, "математизация" ее. К такому приему и приходится часто прибегать при решении многих текстовых задач.

4). Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе (или решающему задачу ученику) вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.

5). При составлении плана решения задачи иногда бывает полезно следовать совету: "Попытайтесь преобразовать искомые или данные". Часто преобразование искомого или данных способствует более быстрому составлению плана решения. При этом искомые преобразуют так, чтобы они приблизились к данным, а данные - так, чтобы они приблизились к искомым. Так, при каждом случае тождественных преобразований данные преобразуются, постепенно приближаясь к результату (искомому). Аналогично уравнение, систему уравнений, неравенство или систему неравенств преобразуют в равносильные, чтобы найти их корни или множество решений.

6). Нередко случается так, что, следуя указанным выше советам, решающий задачу все же не может составить план ее решения. Тогда может помочь еще один совет: "Попробуйте решить лишь часть задачи", т. е. попробуйте сначала удовлетворить лишь части условий, с тем чтобы далее искать способ удовлетворить оставшимся условиям задачи.

7). Нередко в составлении плана решения задачи помогает ответ на вопрос: "Для какого частного случая возможно достаточно быстро решить эту задачу?" Обнаружив такой частный случай, решающий ставит перед собой новую цель - воспользоваться решением задачи в найденном частном случае для более общего (но, может быть, не самого общего) случая. Так можно поступить, постепенно обобщая задачу до исходной, решаемой задачи. Предполагаемый вариант рассуждений - явное применение полной индукции. Итак, совет: "Рассмотрите частные случаи задачной ситуации, решите задачу для какого-нибудь частного случая, примените индуктивные рассуждения".

При выдвижении гипотезы относительно возможного решения самоконтроль заключается в том, что решающему необходимо доказать себе, что выбор пути сделан правильно: что с помощью выбранной теоремы, правила, приема, определения можно довести решение задачи до логического конца; что задача подходит под определенный тип, предписание для которого имеется; что выбранная эвристика позволяет наметить ход решения задачи. Если ситуацию нельзя подвести под известный прием, если использованная эвристика заводит в тупик, если использованная теория не позволяет довести решение задачи до конца, необходимо отказаться от намеченного плана и продолжить анализ условия и привлечение новых идей.

План указывает лишь общий контур решения задачи.

**При реализации плана (3-й этап)** решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Деятельность решающего состоит в применении выделенных эвристик, приемов, правил,

определений, и при этом самоконтроль проявляет себя как пошаговый, пооперационный самоконтроль. Пошаговому контролю ученик обучается в рамках формирования различных приемов учебной работы и умственных действий, при обучении использованию определений, правил, теорем.

При этом ученику (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:

1). Проверьте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершен правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.

2). Обратить внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.

*Изучение найденного решения задачи (4-й этап)* является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения.

Таким образом, после оформления решения необходимо выявление идей (главной мысли), положенных в основу решения. Решение задачи несколькими способами является одним из путей проверки правильности полученного результата. Важно сопоставление найденных решений, выделение более рациональных и поучительных. Это путь воспитания гибкости математического мышления и находчивости.

На ранее перечисленных этапах решения задачи самоконтроль проявляет себя как естественная неотрывная составляющая поисковой деятельности, которая может и не осознаваться решающим.

Последнему этапу решения задачи - ***проверке и исследованию полученного решения (4 этап)*** присвоен особый статус этапа, на котором осуществляется самоконтроль.

В методике преподавания математике выделены различные формы самоконтроля, проводимые после завершения этапа реализации намеченного плана. Приведем примеры таких форм.

1. Проверка с помощью частного случая. Например, если при решении неравенства получен некоторый числовой промежуток, то можно проверить некоторые конкретные значения переменной из этого промежутка.

2. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км/ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км).

3. Проверка симметричности ответа, если в условии задачи какие-то данные симметричны. Например, если уравнения, входящие в систему, симметричны относительно переменных, то и найденные значения различных переменных должны быть равны.

4. Проверка ответа по здравому смыслу. Например, скорость пешехода не может быть равной 15 км/ч, количество рабочих не может быть дробным и т. д.

5. Проверка с помощью грубой прикидки. При этом данные грубо округляются и выясняется порядок возможного результата.

6. Проверка с помощью обратной задачи или с помощью другого способа решения.

7. Проверка текстовых задач, решенных с помощью составления уравнения, по смыслу. При этом необходимо, чтобы все промежуточные величины, зависящие от  $x$ , которые появляются в ходе решения задачи, имели бы смысл при полученном значении переменной.

Приведенные формы проверки, кроме 6, не дают полной гарантии правильно найденного и выполненного решения, но, тем не менее, с ними полезно ознакомить учащихся.

Изложенные выше советы для решения задач позволяют решать многие задачи, но, разумеется, не могут служить рецептом для решения любой задачи. Эти советы, многие из которых сформулировал Д. Пойа, правильно ориентируют решающего задачи на поиск решения, сокращают время решения многих задач, повышают вероятность отыскания верного и рационального способа решения задач. Единого же рецепта для решения любых

### **Организация обучения решению математических задач**

**Фронтальное решение задач.** Под фронтальным решением задач обычно понимают решение одной и той же задачи всеми учениками класса в одно и то же время. Организация фронтального решения задач может быть различной.

*Устное фронтальное решение задач* наиболее распространено в IV-VII классах, несколько реже, хотя и находит применение, в старших классах средней школы. Это прежде всего выполняемые устно упражнения в вычислениях или тождественных преобразованиях и задачи-вопросы, истинность ответов на которые подтверждается устными доказательствами. В настоящее время учителя математики IV-VII классов почти на каждом уроке проводят "пятиминутки" устных упражнений. К сожалению, часто этим и ограничивается выполнение устных упражнений. А надо отметить, что одной из задач обучения математике является обучение быстрым устным вычислениям. Решения этой задачи надо добиваться на всех этапах обучения, поэтому там, где это возможно (а не только на "пятиминутках" устного счета), вычисления следует выполнять устно. Если ученики научатся устно выполнять вычисления и несложные преобразования, то на уроках математики, физики, химии освободится значительная часть времени, которое сейчас расходуется на нерациональное выполнение вычислений и выкладок.

При организации устных фронтальных упражнений следует учесть, что использование табличек, таблиц, кодоскопа и других средств представления учащимся устной задачи значительно экономит время устных упражнений и оживляет уроки математики.

Таблички изготавливает обычно учитель или отдельные ученики по его заданию. Например, таблички с заданиями для устных вычислений при изучении умножения дробных и целых чисел (удобные размеры табличек 300 x 150мм).

Таблицы для устных упражнений могут иметь различную форму и применяются неоднократно с различными заданиями.

Как таблички, так и таблицы могут быть изображены на пленке и спроецированы на экран или доску через кодоскоп. Изготовление табличек и таблиц - более трудоемкое дело, чем кодопозитивов, а результаты использования практически равноценны.

*Письменное решение задач с записью на классной доске.* В практике обучения немало таких ситуаций, в которых удобнее, чтобы одну и ту же задачу решали все ученики класса одновременно с решением этой же задачи на доске. При этом задачу на доске может решать либо учитель, либо ученик по указанию учителя.

Наиболее часто такую организацию решения задач на уроках математики применяют: а) при решении первых после показа учителем задач по ознакомлению с новыми понятиями и методами; б) при решении задач, самостоятельно с которыми могут справиться не все ученики класса; в) при рассмотрении различных вариантов решения одной и той же задачи - для сравнения и выбора лучшего варианта; г) при разборе ошибок, допущенных несколькими учениками класса при самостоятельном решении задачи и т.д. Во всех этих случаях бывает полезно и коллективное решение (или коллективный разбор решения задач).

Рассмотрим подробнее, как можно провести сравнение различных вариантов решения задачи. Учитель может при фронтальном устном анализе условия задачи наметить вместе с учениками несколько вариантов решения задачи. Некоторые из них как нерациональные могут быть сразу отвергнуты. Другие же не отвергнутые варианты для лучшего рассмотрения, оценки и сравнения стоит записать на доске. В этих целях можно сразу вызвать двух-трех учеников к доске для одновременного решения задачи разными способами (если позволяют размеры доски). Надо только учесть, что руководство решением задачи в этом случае требует некоторого мастерства от учителя: необходимо правильно распределить свое внимание между учащимися, решающими задачу у доски, и остальными учениками класса. Нужно также предусмотреть, чтобы внимание учащихся класса, решающих задачу, не рассеивалось действиями учеников у доски. Можно варианты решения воспроизводить на доске поочередно, но это займет больше времени. Для ускорения работы учитель может сам быстро выполнить на доске необходимые записи некоторых вариантов решения. Возможно также использовать кодоскоп, с помощью которого можно воспроизводить заготовленные заранее записи других решений задачи.

**Письменное самостоятельное решение задач.** Наиболее эффективной является такая организация решения математических задач, при которой ученики обучаются творчески думать, самостоятельно разбираться в различных вопросах теории и приложений математики. Самостоятельное решение учащимися задач на уроках математики имеет многие преимущества.

Во-первых, оно значительно повышает учебную активность учащихся, возбуждает их интерес к решению задач, стимулирует творческую инициативу. Таким образом, повышается эффективность урока. Самостоятельное решение задач развивает мыслительную деятельность учащихся, а в этом заключается одно из основных назначений задач и упражнений на уроках математики.

Во-вторых, не имея возможности копировать решение задачи с доски, ученик вынужден сам разбираться в решении задачи, а потому и лучше готовится к урокам математики.

В-третьих, самостоятельное решение математических задач часто сокращает время, необходимое для опроса учащихся на уроках математики, так как оценивать успехи учащихся в некоторых случаях можно и по итогам самостоятельного решения задач.

В-четвертых, учитель получает возможность направлять индивидуальную работу учеников по решению задачи, предотвращать ошибки, указывать пути их исправления.

**Допустимы различные формы организации самостоятельного решения задач учащимися.**

Некоторые учителя так организуют самостоятельные работы по решению задач на уроках математики: учитель подбирает задачи; в процессе работы учитель помогает некоторым ученикам советом, как лучше их решить, другим он советует обратиться к учебнику, третьи

справляются с работой без помощи учителя. Учитель все время наблюдает за работой учеников, отмечая, кому из учеников и в чем он помог. Затем самостоятельная работа проверяется и оценивается с учетом степени самостоятельности ученика. При такой организации самостоятельной работы осуществляется и обучение, и контроль знаний по изучаемому разделу математики. Чаще всего учитель заранее предопределяет цели самостоятельных работ по решению задач. Такие работы могут быть обучающими новым знаниям, умениям и навыкам, могут быть предназначены для закрепления изученного и тренировки в применении теоретических сведений, могут быть предложены с целью проверки подготовленности учащихся по изученным вопросам. На обучающих самостоятельных работах по решению математических задач учитель может оказывать помощь отдельным учащимся, а может предложить самостоятельное решение задачи после предварительного ее анализа и составления плана решения.

Существуют и такие формы самостоятельных обучающих работ по математике, при выполнении которых учащиеся самостоятельно изучают небольшой теоретический материал, разбирают образцы решения задач, предложенные учителем, самостоятельно решают аналогичные задачи.

Для лучшего проведения самостоятельных работ учащихся по решению математических задач полезно перед началом такой работы проводить инструктаж, в котором четко указать, что должны выполнить учащиеся в такой работе, каков порядок ее выполнения, сроки и пр. Желательно после проверки правильности самостоятельных решений проанализировать с учащимися результаты такой работы. Это возможно на следующих уроках или на консультациях.

**Комментирование решения математических задач.** Комментирование решения задач заключается в следующем: все ученики самостоятельно решают одну и ту же задачу, а один из них последовательно поясняет (комментирует) решение. Некоторые учителя превращают комментирование в запись под диктовку: один ученик воспроизводит голосом все, что он записывает в тетрадь (без каких-либо пояснений), а все остальные поспешно записывают сказанное им. Ясно, что такое применение комментирования не приносит должной пользы.

Комментирование обозначает объяснение, толкование чего-нибудь. Именно так и следует понимать комментирование при решении математических задач. Ученик-комментатор объясняет, на каком основании он выполняет то или иное преобразование, проводит то или иное рассуждение, построение. При этом каждый шаг в решении задачи должен быть оправдан ссылкой на известные математические предложения. Вот пример комментирования: "Доказать, что сумма трех последовательных натуральных чисел не может быть простым числом."

Обозначим первое из этих чисел буквой  $n$ . Тогда два следующих за ним числа запишутся  $n+1$ ,  $n+2$ , так как второе на 1, а третье на 2 больше первого числа. Запишем сумму этих трех чисел и преобразуем ее. Сначала раскрываем скобки, применяя сочетательный закон сложения. Затем приводим подобные члены. Вынося общий множитель (по распределительному закону), получаем результат. Полученное выражение есть произведение двух множителей 3 и  $n+1$ , а потому оно не может быть простым числом ни при каких натуральных значениях  $n$ .

Такое комментирование приносит явную пользу при решении задач. Учащиеся, даже недостаточно подготовленные по математике, услышав объяснение следующего этапа в задаче, постараются выполнить его самостоятельно. Правда, такое объяснение требует от учеников не

только формального решения задачи, но, что очень важно, и понимания существа выполняемого преобразования, активной работы мысли. Но ведь этого и следует добиваться при решении задач.

### **Индивидуальное решение задач.**

*Необходимость индивидуального подхода при организации обучения решению задач.* Фронтальное решение учебных математических задач не всегда приводит к желаемым результатам в обучении математике. При фронтальной работе все ученики класса решают одну и ту же задачу. Для одних учащихся эта задача может оказаться очень легкой, и они при решении такой задачи практически не почерпнут ничего нового. У других, наоборот, задача может вызвать серьезное затруднение. Поэтому необходим учет индивидуальных особенностей учащихся и в связи с этим индивидуальный подбор задач. Задачи следует подбирать и систематизировать так, чтобы, с одной стороны, учитывались возможности и способности ученика, с другой стороны, его способности развивались бы.

Задача учителя заключается, следовательно, в том, чтобы выяснить подготовку, возможности и способности к изучению математики каждого ученика класса и в соответствии с этим организовать решение математических задач. Важна индивидуализация учебных математических задач по силам и возможностям учащихся. Это позволяет овладеть необходимыми умениями и навыками слабым ученикам и в значительной степени совершенствоваться более сильным.

*Индивидуализация самостоятельных работ учащихся по решению задач.* В условиях, когда все ученики самостоятельно решают одну и ту же задачу, учитель может учитывать индивидуальные особенности учащихся лишь при оказании им помощи в решении задачи, при проверке выполненной работы. При этом не полностью учитываются возможности учащихся. Для более полного учета способностей и математической подготовки учащихся, использования их возможностей необходимо предлагать для самостоятельного решения учащихся не одинаковые, а различные задачи с учетом индивидуальных особенностей ученика. Но поскольку в классе есть примерно равные по успехам в математике ученики, то можно подбирать задачи не для каждого ученика в отдельности (это было бы затруднительно для учителя), а для отдельных групп школьников класса. В этих целях полезно использовать издающиеся теперь "Дидактические материалы по алгебре", "Дидактические материалы по геометрии" для различных классов. При такой постановке обучения слабые ученики, справившись самостоятельно или при помощи учителя с простейшими задачами, обретают веру в свои силы. Сильные же учащиеся имеют возможность совершенствовать свои способности и познания в математике. Разумеется, подбор индивидуальных заданий преследует цель для каждой выбранной учителем группы учащихся составить систему задач. Эти группы не должны иметь постоянного состава: по мере овладения необходимыми знаниями учащиеся "переводятся" из группы для менее подготовленных в другую - для более подготовленных.

*Индивидуализация самостоятельных работ учащихся по устранению пробелов в знаниях математики.* Исключительное значение приобретают самостоятельные работы учеников по устранению пробелов в знаниях математики. Такие пробелы могут быть выявлены с помощью проверочных и контрольных работ, а также при решении задач на уроке или дома. Ученикам, работающим над устранением пробелов в своих знаниях по математике, надо указать в тетради допущенные ошибки. При этом сильным ученикам достаточно подчеркнуть неверный

результат, а ошибку такой ученик найдет сам. Одним ученикам полезно подчеркнуть допущенные ошибки, а некоторым, наиболее слабо подготовленным, исправить. В тетрадях указываются разделы учебника, которые ученик обязан восстановить в своей памяти, и выписываются задачи (можно указать номера задач из задачников или учебников), которые надлежит ученику решить, чтобы восполнить имеющийся пробел в знаниях и умениях. Конечно, задачи подбираются с учетом причин, вызвавших ошибку. Дело в том, что одна и та же ошибка может быть допущена по различным причинам и устранять надо не ошибку, а причину, ее породившую. Такая организация решения задач по ликвидации пробелов в знаниях школьников приносит большую пользу, чем фронтальные работы над ошибками. При этом учитываются как индивидуальные особенности учащихся, так и характер изучаемого материала.

*Домашнее решение задач учащимися.* Содержание задач и упражнений, предлагаемых для домашней работы учащихся, должно быть подготовлено предшествующей работой на уроке. Это не означает, что для домашнего решения должны предлагаться лишь задачи, аналогичные решенным в классе. Такие домашние задания мало помогают усвоению математики. Решая домашние задачи "как в классе", ученики в лучшем случае прибегают к аналогии, а одной аналогии для обучения решению задач недостаточно. При такой работе ученики, как правило, сначала решают задачи (выполняют письменное задание), а затем читают учебник по математике. Порядок же должен быть иной: сначала повторение по учебнику теоретических сведений, затем решение задач.

Домашнее задание имеет целью не только повторение изученного на уроке, но и дальнейшее совершенствование математических знаний, умений и навыков. С учетом этого оно и должно быть составлено. Учитель дает необходимые указания по решению домашних задач, однако не устраняет всех трудностей, которые должны преодолеть учащиеся в процессе решения домашних задач. Ученики, решая задачи самостоятельно дома, обязаны проявлять свою инициативу, смекалку и настойчивость, мобилизовать для решения задач свои знания. Домашние задания по решению задач целесообразно связывать с углублением и уточнением изученного, с открытием каких-то новых его сторон.

Поскольку ученики обычно имеют индивидуальные особенности, различную подготовку по математике, следует индивидуализировать домашние задания по решению математических задач. При этом надо учитывать многие факторы: ученики при решении домашних задач должны устранить пробелы в знаниях (у кого они имеются), закрепить приобретенные на уроке знания, совершенствовать их. Через индивидуальные домашние задания (параллельно с работой на уроке) можно выявить наклонности отдельных учащихся, воспитывать у них увлечение математикой. Посильные же задания для слабых и отстающих учащихся помогут им преодолеть многие трудности в обучении решению задач. Надо заметить, что ученики с особым желанием решают задачи, предложенные им в индивидуальном порядке. Такие задания можно заготовить на специальных карточках.

## **Рекомендуемая литература**

### **Перечень основной литературы:**

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный //

Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>

2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

## Практическое занятие № 9. Организация контроля знаний в процессе обучения математике.

### Вопросы к практическому занятию:

- Проблема контроля знаний учащихся в теории и практике школы.
- Подходы к образовательному процессу на современном этапе
- Педагогические требования к организации контроля за учебной деятельностью
- Организация контроля за учебной деятельностью учащихся
- Особенности контроля знаний учащихся на современном этапе
- Формы, методы и средства контроля знаний учащихся
- Системы и технологии контроля знаний учащихся, используемые в практике школы

### Методические рекомендации

Контроль и учет знаний, умений и навыков учащихся – необходимый компонент учебного процесса. Он нужен учителю для того, чтобы иметь точное представление о том, насколько учащиеся продвинулись в выполнении программы, как они усвоили языковой материал, как овладели умениями устной речи, чтения и письма.

В педагогической и методической науке нет еще установившегося подхода к определению понятий « контроль», « проверка», « оценка», « учет» и других с ними связанных. Нередко они смешиваются, взаимозамещаются, употребляются то в одинаковом, то в различном значении.

Общим родовым понятием выступает « контроль», означающий выявление, измерение и оценивание знаний, умений обучаемых. В дальнейшем я буду придерживаться определения данного В. А. Сластениным « *Контроль – это определенная система проверки эффективности функционирования учебного процесса*».

Выявление и измерение навыков и умений называют проверкой. Поэтому проверка – составной компонент контроля. Кроме проверки контроль содержит в себе оценивание ( как процесс) и оценку ( как результат) проверки. Необходимо учесть, что основой для оценивания успеваемости учащегося являются итоги ( результаты) контроля. Учитываются при этом как качественные, так и количественные показатели работы учащихся. Количественные показатели фиксируются преимущественно в баллах или процентах, а качественные – в оценочных суждениях типа « хорошо, удовлетворительно». Что касается функций оценки, то они не ограничиваются только констатацией уровня обученности. Оценка – это одно из средств, в распоряжении педагога, стимулирования учения, положительной мотивации, влияния на личность. Именно под влиянием оценивания у школьников создается адекватная самооценка, критичное отношение к своим успехам. С этой точки зрения ныне существующая система оценивания знаний, умений требует пересмотра с целью повышения ее диагностической значимости и объективности. При существующей системе контроля подросток приучается оценивать вероятность тех или иных действий, мотивов учения. Начинаются подкаски, списывания, возникают стрессовые состояния при проверке, доминирует мотив – учение ради оценки. Все эти явления чужды сущности процесса обучения, при нормальной его организации они не должны возникать. Возможно, они будут преодолены, если проверка знаний станет ежедневной, привычным делом для каждого ребенка, если он сам сможет прогнозировать результаты такой проверки. Создание этих условий – важнейшая задача педагогического контроля.

**Наиболее распространенными методами контроля на сегодняшний день являются**

:

- устный контроль ( индивидуальный и фронтальный опросы);
- письменный контроль ( контрольные работы, сочинения, изложения, диктанты и др);
- машинный контроль ( использование ТСО на уроках);
- самоконтроль учащихся ( умение самостоятельно находить допущенные ошибки, неточности).

**Важнейшими принципами контролирования обученности учащихся являются : систематичность, последовательность, доступность, наглядность.**

Рационально поставленный контроль обеспечивает учителю возможность анализировать свою деятельность, своевременно замечать упущения, при подготовке к очередному уроку намечать пути исправления допущенных учащимися ошибок.

О качестве знаний учащихся школа заботилась всегда, заботится неизменно и сейчас. И вместе с тем повышение качества знаний остается постоянной проблемой. Что же представляет собой качество знаний учащихся? *Качество знаний учащихся – это показатель усвоения учащимися содержания обучения.*

К числу качеств полноценных знаний учащегося относят : полноту и глубину, оперативность и гибкость, конкретность и обобщенность, систематичность и системность, осознанность и прочность. Между всеми качествами знаний имеется определенная связь. Каждое качество придает знаниям специфические черты, дополняющие друг друга. Так, на оперативность знаний влияет глубина и полнота, так как чем больше знаний связей между ними усвоит человек, тем больше ситуаций, к которым он может эти знания применить.

Большое значение для достижения высокого качества знаний учащихся имеет правильное тематическое планирование, которое помогает определить функцию каждого урока в достижении целей всего курса или его раздела.

**Выделяют 3 уровня качества знаний учащихся:**

**1. Низкий уровень качества знаний учащихся.** Учащиеся испытывают серьезные отставания в процессе своей учебной деятельности, что очень часто приводит к неуспеваемости. Эти учащиеся не обладают наличием требуемых знаний, их глубиной, обобщенностью, осознанностью и другими качествами, что наиболее характерно проявляется в речемыслительной деятельности. Для того, чтобы этого не случилось надо вовремя обнаружить отставания школьника. Наиболее эффективным способом выявления отставания является контроль. Результаты выявления знаний и умений получают в этом случае официальную отметку.

**2. Средний уровень качества знаний учащихся.** Показатель усвоения учащимися содержания обучения более высок по сравнению с низким уровнем, но не отвечает всем требованиям к качеству знаний. Учащимися усвоена основная совокупность понятий при изучении предмета. Тем самым характеризуется такое качество знаний как полнота. Но при этом учащиеся затрудняются в выделении всех существенных признаков, отличающих одно понятие от другого. Поэтому глубина усвоения понятия сформулировано не полностью. Число ситуаций, в которых ученик может заведомо применить то или иное значение не велико.

**3. Высокий уровень качества знаний учащихся.** Характеризуется достаточно высоким показателем усвоения учащимися содержания обучения. Ученик владеет в какой-либо области или в нескольких областях знаний всеми видами названных качеств на высоком уровне. Такие

учащиеся могут помогать учителю при проведении зачетов, игр, викторин, очень часто участвуют в олимпиадах. Проверку учителя стараются сочетать с самопроверкой. Таким путем они получают ясное представление о своих успехах, видят свое продвижение в усвоении знаний. Такие знания учащихся можно назвать полноценными.

Об эффективности работы учителей и школ можно говорить в том случае, когда достаточно заданы требуемые качества знаний, уровни их сформированности.

**Контроль знаний учащихся является одним из способов повышения качества обучения. Знание о том, как учащиеся « продвигаются» по учебному материалу, как усваивают различные элементы содержания, позволяет учителю рационально организовать весь учебный процесс и добиться высокого качества знаний. Вместе с тем контроль знаний может и должен стать частью самого процесса обучения.**

## Рекомендуемая литература

### Перечень основной литературы:

1. Берсенева О. В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Технологический аспект: учебно-методическое пособие / О. В. Берсенева, О. В. Тумашева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 99 с. - ISBN 978-5-4486-0054-8. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70272.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/70272>
2. Галибина Н. А. Активные и интерактивные технологии обучения математике в высшей школе: учебно-методическое пособие / Н. А. Галибина. - Макеевка: Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ЭБС АСВ, 2021. - 126 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/120020.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов / Э. Х. Галямова. - Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2016. - 116 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/64633.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/64633>

### Перечень дополнительной литературы:

1. Кучугурова Н. Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики: учебное пособие / Н. Д. Кучугурова. - Москва: Московский педагогический государственный университет, 2014. - 152 с. - ISBN 978-5-4263-0169-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70123.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 1: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2015. - 66 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70636.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.
3. Васильева Г. Н. Методика обучения математике. Часть 2: учебно-методическое пособие / Г. Н. Васильева. - Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. - 75 с. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR

SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/70637.html>. - Режим доступа: для авторизир. пользователей.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Методические указания по организации и проведению самостоятельной работы  
по дисциплине**

**Практикум по методике обучения математике**

Направление подготовки  
Направленность (профиль)  
Форма обучения  
Год начала обучения  
Реализуется в 1 семестре

**44.04.01 Педагогическое образование**  
**Математическое образование**  
**очная**  
**2026**

Ставрополь

## Введение

Цель освоения дисциплины «Практикум по методике обучения математике» – это формирование профессиональных компетенций будущего магистра по направлению подготовки 44.04.01 - Педагогическое образование.

Задачи дисциплины:

- раскрыть теоретические основы технологии обучения математике, позволяющие конструировать различные варианты обучения с учетом возможностей учителя и учащихся и специфики предмета изучения;
- сформировать у студентов дидактические, методические и диагностические умения и навыки;
- способствовать формированию у будущих учителей умений и навыков самостоятельного анализа процесса обучения и творческого подхода к решению проблем преподавания.

### Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
<b>ПК-2.</b> Способен разрабатывать методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам	<b>ПК-2 И-1.</b> Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания фундаментальных математических разделов и методических теорий.	Определяет содержание методических материалов для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания теоретических основ технологии обучения математике, позволяющих конструировать различные варианты обучения с учетом возможностей учителя и учащихся и специфики предмета изучения
	<b>ПК-2 И-2.</b> Разрабатывает методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса с учетом классических и современных тенденций развития математического образования.	Разрабатывает методические материалы для организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса с учетом общих принципов методики преподавания математики
	<b>ПК-2 И-3.</b> Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам.	Осуществляет экспертную оценку методического обеспечения организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по математическим дисциплинам на основе знания теоретических аспектов методики преподавания математики

### Технологическая карта самостоятельной работы обучающегося

Коды реализуемых компетенций, индикатора(ов)	Вид деятельности студентов	Средства и технологии оценки	Объем часов, в том числе		
			СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
<b>1 семестр</b>					
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Подготовка к коллоквиуму	Коллоквиум	15.68	0.83	16.50
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Подготовка к практическому занятию	Собеседование	14.25	0.75	15.00
ПК-2 И-1 ПК-2 И-2 ПК-2 И-3	Самостоятельное изучение литературы	Собеседование	34.20	1.80	36.00
<b>Итого за 1 семестр</b>			<b>64.13</b>	<b>3.38</b>	<b>67.50</b>
<b>Итого</b>			<b>64.13</b>	<b>3.38</b>	<b>67.50</b>

#### Примерный перечень вопросов для самостоятельной работы:

1. Роль и место повторения в обучении математике учащихся средней школы.
2. Функции и принципы повторения в обучении математике учащихся средней школы.
3. Психологические основы повторения.
4. Повторение как комплекс взаимосвязанных компонентов. Этапы повторения в обучении математике учащихся средней школы.
5. Формирование содержания повторения на различных его этапах.
6. Технологические особенности организации предваряющего и предупреждающего повторения.
7. Технологические особенности организации обобщающе-систематизирующего повторения.
8. Обобщающе-систематизирующие таблицы, схемы, опорные конспекты, методика их конструирования и использования на уроках повторения.

9. Методические особенности подбора и использования задач на уроках повторения в обучении математике учащихся средней школы.
10. Роль и место домашних заданий в обучении математике как одной из форм организации повторения. Функции домашней учебной работы школьников по математике.
11. Принципы использования домашних заданий в обучении математике учащихся средней школы.
12. Формы и методы проверки домашних заданий.
13. Классификация типов домашнего задания.
14. Дифференцированные домашние задания.
15. Методические особенности организации предваряющего и предупреждающего повторения в курсе математики 5-6 классов.
16. Методические особенности организации обобщающе-систематизирующего повторения в курсе математики 5-6 классов.
17. Методические особенности организации предваряющего и предупреждающего повторения в курсе алгебры 7-9 классов.
18. Методические особенности организации предваряющего и предупреждающего повторения в курсе геометрии 7-9 классов.
19. Методические особенности организации обобщающе-систематизирующего повторения в курсе алгебры 7-9 классов.
20. Методические особенности организации обобщающе-систематизирующего повторения в курсе геометрии 7-9 классов.
21. Методические особенности организации повторения в курсе алгебры и начал анализа.
22. Повторение планиметрии на уроках стереометрии.
23. Методические особенности организации повторения в стереометрии.
24. Система подготовки к ЕГЭ.

#### **Задания для самостоятельной работы**

1. Выделите на каждом из этапов повторения его цели, наиболее эффективные приёмы и способы их организации, принципы отбора учебного материала.

2. Охарактеризуйте роль и функции домашней учебной работы школьников по математике.
3. Перечислите основные принципы работы учителя с домашними заданиями по математике. В чём суть каждого?
4. Проклассифицируйте типы домашних заданий по любому выбранному вами основанию?
5. Задания каких видов обеспечивают развивающий характер домашней учебной работы учащихся по математике? Приведите примеры.
6. Какими временными нормами должен руководствоваться учитель при формировании системы домашних заданий?
7. Как учитель может реализовать принцип дифференциации домашних заданий? Приведите примеры.
8. Составить дифференцированное домашнее задание по теме: а) "Положительные и отрицательные числа " на заключительном этапе изучения; б) "Сумма углов треугольника"; в) "Решение квадратных уравнений".
9. Рассмотреть методику проведения математического диктанта. Осветить вопросы: цель проведения, способы проведения и проверки результатов, оценивание работы учащихся. В каких случаях целесообразно использовать этот метод проверки? Составить математический диктант для проверки знаний по указанной преподавателем теме.
10. Составить вопросы для устной проверки выполнения домашнего задания учащимися (тему выберите самостоятельно). При составлении вопросника предусмотреть проверку знаний учащихся с точки зрения осмысленности, глубины, прочности и сознательности усвоения, а также проверку устной математической речи и памяти учащихся.
11. Подготовить материалы для тестовой проверки вычислительных навыков учащихся 6-ого класса, разработать соответствующие тесты, используя различные виды вопросов. Описать достоинства и недостатки тестовой проверки знаний.
12. Разработать долговременное домашнее задание к уроку обобщения и систематизации знаний по теме: а) "Действия с десятичными дробями"; б) "Подобие треугольников".
13. Осуществить перспективное планирование системы домашних заданий в рамках выбранной вами темы.

14. Раскрыть методические особенности составления и использования опорных конспектов при организации повторения. Разработать опорные конспекты по темам: "Действия с обыкновенными дробями", "Квадратичная функция", "Движение", "Многогранники", "Решение иррациональных уравнений".

15. Разработать систематизирующие таблицы или схемы по темам: "Квадратные уравнения", "Четырехугольники", "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве".

### **Рекомендации по работе с электронными учебниками, видеоматериалами, базами данных**

#### **Электронные учебники**

- Используйте интерактивный инструментарий: выделяйте важные фрагменты текста цветом, добавляйте закладки и создавайте личные примечания прямо в системе.
- Поиск и навигация: применяйте полнотекстовый поиск по ключевым словам для быстрого нахождения определений и формул, что значительно экономит время по сравнению с бумажными версиями.
- Гиперссылки: переходите по встроенным ссылкам для получения дополнительных разъяснений или связи с другими разделами курса, превращая учебник в единую систему знаний.
- Проверка знаний: используйте встроенные тренажеры и тестирующие системы для немедленного контроля усвоения материала.

#### **Видеоматериалы**

- Управление восприятием: используйте возможность повтора сложных фрагментов или замедления скорости воспроизведения для детального разбора процессов (особенно в физике или химии).
- Визуализация абстракций: применяйте видео для наблюдения за экспериментами и процессами, которые невозможно увидеть в реальности.
- Параллельное конспектирование: останавливайте видео для фиксации ключевых тезисов или создания скриншотов важных схем и таблиц.

#### **Базы данных и электронные библиотеки (ЭБС)**

- Фильтрация и отбор: задействуйте расширенные фильтры поиска по автору, году издания или уровню образования для точного подбора литературы.
- Персонализация: создавайте виртуальные «книжные полки» в личном кабинете для хранения часто используемых документов.
- Интеграция ресурсов: используйте мультимедийные каталоги, где видеоролики и чертежи привязаны к конкретным темам учебной программы.
- Легальность и доступ: пользуйтесь официальными платформами (например, «Юрайт», «Лань», Znanium), которые обеспечивают качественный и проверенный контент.

Для эффективной работы стоит разделить инструменты на платформы с контентом и сервисы для обработки информации.

#### **Популярные образовательные платформы**

- ЭБС «Юрайт» и «Лань»: Стандарт для студентов и преподавателей. Здесь удобно то, что учебники разбиты на модули, есть встроенные тесты и видео-курсы.
- Stepiк: Платформа с интерактивными уроками. Главный плюс — вы сразу применяете теорию на практике (решаете задачи, пишете код).
- ПостНаука и Arzamas: Лучшие ресурсы для работы с видеоматериалами. Темы раскрыты глубоко, а к видео часто прилагаются списки литературы и конспекты.
- КиберЛенинка: Бесплатная база научных статей. Идеальна для поиска актуальных исследований и правильного оформления цитат.

### **Приемы эффективного конспектирования**

Чтобы информация из видео и цифровых книг не «вылетала из головы», попробуйте эти техники:

- **Метод Корнелла (для видео и лекций):**  
Разделите лист на три части: узкая колонка слева — для ключевых слов и вопросов, широкая справа — для самого конспекта, нижняя полоса — для резюме (2-3 предложения о самом главном).
- **Метод «Тайм-кодов»:**  
При просмотре видео делайте заметки с указанием времени (например, 05:20 — формула ускорения). Это позволит мгновенно вернуться к нужному моменту при повторении.
- **Интеллект-карты (Mind Maps):**  
Если тема сложная и объемная (из базы данных или главы учебника), рисуйте схему связей. В центре — главная тема, от неё — ветви с подробностями. Это «включает» визуальную память.
- **Инструменты для цифровых заметок:**
  - o Notion / Obsidian: Позволяют собирать всё в одном месте: текст, ссылки на базы данных, встроенные видео и скриншоты из учебников.
  - o Zotero: Незаменимая вещь для работы с базами данных. Она сама сохраняет библиографические данные статьи или книги и помогает в один клик вставить ссылку в ваш реферат или диплом.

### **Методические указания по изучению дисциплины для студентов**

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

При подготовке к занятиям студент должен просмотреть конспекты лекций, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы.

Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции – один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти ее содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции имеют в основном обзорный характер и нацелены на освещение наиболее трудных и дискуссионных вопросов, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемым программой.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендуемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь за помощью к преподавателю на консультации или ближайшей лекции. Регулярно отводите время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Как слушать лекцию.

1. Выделяйте основные положения. Нельзя понять и запомнить все, что говорит лектор, однако можно выделить основные моменты. Для этого необходимо обращать внимание на вводные слова, словосочетания, фразы, которые используются, как правило, для перехода к новым положениям, выводам и обобщениям.

2. Старайтесь поэтапно (в момент завершения вопроса, подвопроса, тезиса и т.п.) анализировать и обобщать материал. Это готовит базу для его экономной, свернутой записи.

3. Старайтесь опережать речь лектора, предугадать дальнейшее содержание. С каждым случаем удачи улучшается понимание и запоминание отдельных положений лекции. Даже при неудачах качество восприятия лекции повышается, т.к. вы имеете возможность сравнить ваши предложения и утверждения лектора.

4. Будьте постоянно готовы слушать лекцию до конца, не поддавайтесь соблазну «отдохнуть» на длинной лекции.

Как правильно записывать лекцию.

1. Подготовьте специальную тетрадь для записи лекций: оставьте поля (для вопросов, мелких пометок и рисунков, собственных замечаний и т.д.), оставляйте при записи между строчками интервал (для дополнений, подчеркиваний и т.п.).

2. Не пишите лекцию дословно, подробно записывайте основную информацию, а дополнительные и вспомогательные сведения - очень кратко.

3. Применяйте систему условных сокращений:

а) сокращение общепринятых вспомогательных слов: так как, например (т.к., напр.), так далее (т.д.), таким образом, главным образом (т.о., гл.обр.), смотри (см), может быть (м.б.), так называемый (т.н.), какой-либо (к-л.), который (кт. или ктр.), несколько (неск.), чтобы (чбы.) и т.д.

б) аббревиатуры для ключевых слов курса, например, теория и методика развития математических представлений у детей дошкольного возраста (ТМРМП), формирование математических представлений (ФМП) и другие.

4. При записи и работе над конспектом лекции используйте условные знаки:

I - прочитать ещё раз, Y – важно, Z - законспектировать ! – смело, ? – непонятно, S – слишком сложно, .... A – согласен, N - ново и др.

Как работа с книгой

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Для подбора литературы в библиотеке используются алфавитный и систематический каталоги.

Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой - это всегда большая экономия времени и сил.

Правильный подбор учебников рекомендуется преподавателем, читающим лекционный курс. Необходимая литература может быть также указана в методических разработках по данному курсу.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего, описывая на бумаге все выкладки и вычисления (в том числе те, которые в учебнике опущены или на лекции даны для самостоятельного вывода).

При изучении любой дисциплины большую и важную роль играет самостоятельная индивидуальная работа.

Особое внимание следует обратить на определение основных понятий курса. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Нужно добиваться точного представления о том, что изучаешь. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем.

Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Опыт показывает, что многим студентам помогает составление листа опорных сигналов, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы и понятия. Такой лист помогает запомнить формулы, основные положения лекции, а также может служить постоянным справочником для студента.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. Первичное - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача вторичного чтения - полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Правила самостоятельной работы с литературой.

Как уже отмечалось, самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования у себя научного способа познания. Основные советы здесь можно свести к следующим:

- Составить перечень книг, с которыми Вам следует познакомиться; «не старайтесь запомнить все, что вам в ближайшее время не понадобится, – советует студенту и молодому ученому Г. Селье, – запомните только, где это можно отыскать» (Селье, 1987. С. 325).

- Сам такой перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и дипломных работ, а что Вас интересует за рамками официальной учебной деятельности, то есть что может расширить Вашу общую культуру...).

- Обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит очень сэкономить время).

- Разобраться для себя, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть.

- При составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями (или даже с более подготовленными и эрудированными сокурсниками), которые помогут Вам лучше сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время...

- Естественно, все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц).

- Если книга – Ваша собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные для Вас мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора (это очень хороший совет, позволяющий экономить время и быстро находить «избранные» места в самых разных книгах).

- Если Вы раньше мало работали с научной литературой, то следует выработать в себе способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда Вам понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать), и это может занять немалое время (у кого-то – до нескольких недель и даже месяцев); опыт показывает, что после этого студент каким-то «чудом» начинает буквально заглатывать книги и чуть ли не видеть «сквозь обложку», стоящая это работа или нет...

- «Либо читайте, либо перелистывайте материал, но не пытайтесь читать быстро... Если текст меня интересует, то чтение, размышление и даже фантазирование по этому поводу сливаются в единый процесс, в то время как вынужденное скорочтение не только не способствует качеству чтения, но и не приносит чувства удовлетворения, которое мы получаем, размышляя о прочитанном», – советует Г. Селье (Селье, 1987. – С. 325-326).

- Есть еще один эффективный способ оптимизировать знакомство с научной литературой – следует увлечься какой-то идеей и все книги просматривать с точки зрения данной идеи. В этом случае студент (или молодой ученый) будет как бы искать аргументы «за» или «против» интересующей его идеи, и одновременно он будет как бы общаться с авторами этих книг по поводу своих идей и размышлений... Проблема лишь в том, как найти «свою» идею...

Чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации. От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

1. информационно-поисковый (задача – найти, выделить искомую информацию)
2. усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить как сами сведения излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений)
3. аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему)
4. творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

1. библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

2. просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

3. ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

4. изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

5. аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач. Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

1. Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения;

2. Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала;

3. Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала;

4. Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора;

5. Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Как готовиться к практическим занятиям

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических

занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения проблемных ситуаций, задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Решения при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Полезно также (если возможно) решать несколькими способами и сравнить полученные результаты. Решение задач данного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

#### Самопроверка

После изучения определенной темы по записям в конспекте и учебнику, а также решения достаточного количества соответствующих задач на практических занятиях и самостоятельно студенту рекомендуется, используя лист опорных сигналов, воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки основных положений и доказательств.

В случае необходимости нужно еще раз внимательно разобраться в материале.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный материал. Важный критерий усвоения теоретического материала - умение решать задачи или пройти тестирование по пройденному материалу. Однако следует помнить, что правильное решение задачи может получиться в результате применения механически заученных формул без понимания сущности теоретических положений.

#### Консультации

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения. За консультацией следует обращаться и в случае, если возникнут сомнения в правильности ответов на вопросы самопроверки.

#### Как готовиться к экзаменам и зачетам

Изучение многих общепрофессиональных и специальных дисциплин завершается экзаменом. Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и обобщению знаний, получаемых, в процессе обучения, а также применению их к решению практических задач. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, углубляет, систематизирует и упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует то, что он приобрел в процессе обучения по конкретной учебной дисциплине.

Экзаменационная сессия - это серия экзаменов, установленных учебным планом. Между экзаменами интервал 3-4 дня. Не следует думать, что 3-4 дня достаточно для успешной подготовки к экзаменам.

В эти 3-4 дня нужно систематизировать уже имеющиеся знания. На консультации перед экзаменом студентов познакомят с основными требованиями, ответят на возникшие у них вопросы. Поэтому посещение консультаций обязательно.

Требования к организации подготовки к экзаменам те же, что и при занятиях в течение семестра, но соблюдаться они должны более строго. Во-первых, очень важно соблюдение режима дня; сон не менее 8 часов в сутки, занятия заканчиваются не позднее, чем за 2-3 часа до сна. Оптимальное время занятий, особенно по математике - утренние и дневные часы. В перерывах между занятиями рекомендуются прогулки на свежем воздухе, неустойчивые занятия спортом. Во-вторых, наличие хороших собственных конспектов лекций. Даже в том случае, если была пропущена какая-либо лекция, необходимо во время ее восстановить (переписать ее на кафедре), обдумать, снять возникшие вопросы для того, чтобы запоминание материала было осознанным. В-третьих, при подготовке к экзаменам у студента должен быть хороший учебник или конспект литературы, прочитанной по указанию преподавателя в течение семестра. Здесь можно эффективно использовать листы опорных сигналов.

Вначале следует просмотреть весь материал по сдаваемой дисциплине, отметить для себя трудные вопросы. Обязательно в них разобраться. В заключение еще раз целесообразно повторить основные положения, используя при этом листы опорных сигналов.

Систематическая подготовка к занятиям в течение семестра позволит использовать время экзаменационной сессии для систематизации знаний.

Правила подготовки к зачетам и экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам (или вопросам, обсуждаемым на семинарах), эта работа может занять много времени, но все остальное – это уже технические детали (главное – это ориентировка в материале!).

- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.

- Готовить «шпаргалки» полезно, но пользоваться ими нельзя. Главный смысл подготовки «шпаргалок» – это систематизация и оптимизация знаний по данному предмету, что само по себе прекрасно – это очень сложная и важная для студента работа, более сложная и важная, чем простое поглощение массы учебной информации. Если студент самостоятельно подготовил такие «шпаргалки», то, скорее всего, он и экзамены сдавать будет более уверенно, так как у него уже сформирована общая ориентировка в сложном материале.

- Как это ни парадоксально, но использование «шпаргалок» часто позволяет отвечающему студенту лучше демонстрировать свои познания (точнее – ориентировку в знаниях, что намного важнее знания «запомненного» и «тут же забытого» после сдачи экзамена).

- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения, и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами СРС являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Самостоятельная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными модулями (темами) дисциплины в соответствии с рабочей программой;
- написание рефератов, докладов;
- подготовку к практическим занятиям и выполнение предусмотренных ими заданий;
- подготовку ко всем видам аттестаций;
- подготовку презентаций по темам (части темы).

Основной формой самостоятельной работы студента является изучение конспекта лекций, их дополнение, рекомендованной литературы, активное участие на практических и семинарских занятиях. Но для успешной учебной деятельности, ее интенсификации, необходимо учитывать следующие субъективные факторы:

1. Знание школьного программного материала, наличие прочной системы знаний, необходимой для усвоения основных вузовских курсов. Это особенно важно для математических дисциплин. Необходимо отличать пробелы в знаниях, затрудняющие усвоение

нового материала, от малых способностей. Затратив силы на преодоление этих пробелов, студент обеспечит себе нормальную успеваемость и поверит в свои способности.

2. Наличие умений, навыков умственного труда:

а) умение конспектировать на лекции и при работе с книгой;

б) владение логическими операциями: сравнение, анализ, синтез, обобщение, определение понятий, правила систематизации и классификации.

3. Специфика познавательных психических процессов: внимание, память, речь, наблюдательность, интеллект и мышление. Слабое развитие каждого из них становится серьезным препятствием в учебе.

4. Хорошая работоспособность, которая обеспечивается нормальным физическим состоянием. Ведь серьезное учение - это большой многосторонний и разнообразный труд. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием у себя способности к дальнейшему самостоятельному образованию.

5. Соответствие избранной деятельности, профессии индивидуальным способностям. Необходимо выработать у себя умение саморегулировать свое эмоциональное состояние и устранять обстоятельства, нарушающие деловой настрой, мешающие намеченной работе.

6. Овладение оптимальным стилем работы, обеспечивающим успех в деятельности. Чередование труда и пауз в работе, периоды отдыха, индивидуально обоснованная норма продолжительности сна, предпочтение вечерних или утренних занятий, стрессоустойчивость на экзаменах и особенности подготовки к ним,

7. Уровень требований к себе, определяемый сложившейся самооценкой.

Адекватная оценка знаний, достоинств, недостатков - важная составляющая самоорганизации человека, без нее невозможна успешная работа по управлению своим поведением, деятельностью.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность - способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой переменой дела. В течение дня работоспособность изменяется. Наиболее плодотворным является утреннее время (с 8 до 14 часов), причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем послеобеденное - (с 16 до 19 часов) и вечернее (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха. Через 1-1,5 часа нужны перерывы по 10 - 15 мин, через 3 - 4 часа работы отдых должен быть продолжительным - около часа.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать учению 9-10 часов в день (из них 6 часов в вузе и 3 - 4 часа дома). Любому предмету нельзя изучить за несколько дней перед экзаменом. Если студент в году работает систематически, то он быстро все вспомнит,

восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них - это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая - внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию, на этих же занятиях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы, необходимо заниматься по 3 - 5 часов ежедневно. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе - это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер (теоретический курс, практические занятия, графические работы, чтение), перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

При однообразной работе человек утомляется больше, чем при работе разного характера. Однако не всегда целесообразно заниматься многими учебными дисциплинами в один и тот же день, так как при каждом переходе нужно вновь сосредоточить внимание, что может привести к потере времени. Наиболее целесообразно ежедневно работать не более чем над двумя-тремя дисциплинами.

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе. И напоследок оставить легкую часть, требующую не столько больших интеллектуальных усилий, сколько определенных моторных действий (черчение, построение графиков и т.п.).

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо проделывать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5-10 минут - перерыв; после 3 часов работы перерыв - 20-25 минут. Иначе нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.