

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Грובה Татьяна Антоновна

Должность: и.о. декана факультета математики и компьютерных наук имени
профессора Н.И. Червякова

Дата подписания: 16.06.2026 16:50:10

Уникальный программный ключ:

bd39d4208aa94cf4422feb787c81619d42de79a7

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета математики
и компьютерных наук имени
профессора. Н.И. Червякова,
канд. физ.-мат. наук, доцент
Грובה Т.А.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ Вариационное исчисление и методы оптимизации

Направление подготовки
Направленность (профиль)
Год начала обучения
Форма обучения
Реализуется в семестре

02.03.01 Математика и компьютерные науки
Анализ данных и искусственный интеллект
2026
очная
5

Разработано

доцент кафедры
математического моделирования,
канд. физ.-мат. наук, доцент
Редькина Т.В.

Ставрополь 2026 г.

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Вариационное исчисление и методы оптимизации» является формирование профессиональной компетенции (ПК-1) у будущего бакалавра по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Задачи освоения дисциплины

- познакомиться с основными понятиями и определениями вариационного исчисления;
- изучить методы вариационного исчисления и методы оптимизации;
- приобрести практические навыки применения математического аппарата вариационного исчисления и методов оптимизации в задачах вычислительной математики и компьютерных наук.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Вариационное исчисление и методы оптимизации» относится к блоку дисциплин части, формируемой участниками образовательных отношений.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код, формулировка компетенции	Код, формулировка индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, индикаторов
ПК-1.Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ИД-1 _{ПК-1} демонстрирует знания математических и естественных наук в профессиональной деятельности	Демонстрирует знания вариационного исчисления в профессиональной деятельности
	ИД-2 _{ПК-1} применяет информационные технологии и среды программирования для решения профессиональных задач	Применяет методы оптимизации для решения профессиональных задач

4. Объем учебной дисциплины и формы контроля *

Объем занятий: всего: 3з.е. 108академ.ч.	ОФО, в акад. часах
Контактная работа:	54.00
Лекции/из них практическая подготовка	18.00/0.00
Лабораторных работ/из них практическая подготовка	0
Практических занятий/из них практическая подготовка	36.00/0.00
Самостоятельная работа	54.00
Формы контроля	-
Экзамен	-
Зачет5 семестр	-
Зачет с оценкой	-
Курсовая работа	нет

* Дисциплина предусматривает применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием количества часов и видов занятий

№	Раздел (тема) дисциплины и краткое содержание	Формируемые компетенции, индикаторы	Очная форма			Самостоятельная работа, часов	Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа обучающихся с преподавателем/из них в форме практической подготовки, часов				
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы		
1.	Введение в теорию вариационного исчисления и методов оптимизации. 1. Основные понятия и определения теории вариационного исчисления. 2. Примеры функционалов и вариационных задач, применяемых в прикладных областях.	ИД-1ПК-1 ИД-2 ПК-1	2.00	-	-	6.00	Индивидуальное задание Собеседование
2.	Простейшие задачи вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. 1. Простейшая задача вариационного исчисления. 2. Вариация для функционала $J(y) = \int_a^b F(x, y, y')dx$. 3. Уравнение Эйлера. 4. Примеры решения вариационных задач. 5. Основные понятия и определения функционального анализа, применимые в теории вариационного исчисления. 6. Основная лемма вариационного исчисления.	ИД-1ПК-1 ИД-2 ПК-1	4.00	6.00	-	12.00	Индивидуальное задание Собеседование
3.	Некоторые обобщения простейшей вариационной задачи. 1. Вариационная задача для функционала	ИД-1ПК-1 ИД-2 ПК-1	2.00	8.00	-	6.00	Индивидуальное задание Собеседование

	$J(\bar{y}) = \int_a^b F(x, \bar{y}, \bar{y}') dx .$ 2. Вариационная задача для функционала $J(y) = \int_a^b F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) dx .$ 3. Задачи с подвижными границами.						
4.	Задачи на условный экстремум. 1. Формулировка задачи. Основные определения и теоремы. 2. Задача на условный экстремум для функционала $J(\bar{y}) = \int_a^b F(x, y_1, \dots, y_n, y_1', \dots, y_n') dx .$ 3. Вариационная задача Лагранжа. 4. Пример решения изопериметрической задачи.	ИД-1ПК-1 ИД-2 ПК-1	2.00	8.00	-	6.00	Индивидуальное задание Собеседование
5.	Прямые методы вариационного исчисления. 1. Метод численного решения интегрального уравнения на основе вариационного подхода. 2. Пример численного решения интегрального уравнения. 3. Метод наискорейшего спуска. 4. Пример численного решения интегрального уравнения. 5. Прямые методы для квадратичных функционалов в гильбертовом пространстве: метод Галеркина. 6. Пример численного решения оптимизационной задачи методом Галеркина. 7. Прямые методы для квадратичных функционалов в гильбертовом пространстве: метод Ритца. 8. Пример численного решения оптимизационной задачи методом Ритца.	ИД-1ПК-1 ИД-2 ПК-1	8.00	14.00	-	24.00	Индивидуальное задание Собеседование
	ИТОГО за 5 семестр		18.00/0	36.00/0	-	54.00	
	ИТОГО		18.00/0	36.00/0	-	54.00	

6. Фонд оценочных средств по дисциплине

Фонд оценочных средств (ФОС) по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации» базируется на перечне осваиваемых компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины. ФОС обеспечивает объективный контроль достижения запланированных результатов обучения. ФОС включает в себя:

- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и уровня овладения формируемыми компетенциями в процессе освоения дисциплины.

ФОС является приложением к данной программе дисциплины.

7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Приступая к работе, каждый студент должен принимать во внимание следующие положения.

Дисциплина «Вариационное исчисление и методы оптимизации» построена по тематическому принципу, каждая тема представляет собой логически завершённый раздел.

Лекционный материал посвящён рассмотрению ключевых, базовых положений курсов и разъяснению учебных заданий, выносимых на самостоятельную работу студентов.

Практические занятия проводятся с целью закрепления усвоенной информации, приобретения навыков ее применения при решении практических задач в соответствующей предметной области.

Самостоятельная работа студентов направлена на самостоятельное изучение дополнительного материала, подготовку к практическим и лабораторным занятиям, а также выполнения всех видов самостоятельной работы.

Для успешного освоения дисциплины, необходимо выполнить все виды самостоятельной работы, используя рекомендуемые источники информации.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

8.1.1. Перечень основной литературы:

1. Лебедев К.А. Вариационное исчисление: учебное пособие / Лебедев К.А. - Москва, Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. - 220 с. - ISBN 978-5-9729-1224-7. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/133042.html>

2. Бренерман М.Х. Вариационное исчисление: учебное пособие / Бренерман М.Х., Жихарев В.А. - Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2017. - 148 с. - ISBN 978-5-7882-2198-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/79275.html>

8.1.2. Перечень дополнительной литературы:

1. Кочегурова Е. А. Теория и методы оптимизации Электронный ресурс: Учебное пособие / Е. А. Кочегурова. - Томск: Томский политехнический университет, 2013. - 134 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-4387-0237-5

2. Моклячук М. П. Вариационное исчисление. Экстремальные задачи: учебник / М. П. Моклячук. - Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. - 428 с. - ISBN 978-5-4344-0695-6. - Текст: электронный //

Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. -

URL: <https://www.iprbookshop.ru/91913.html>

3. Розова В. Н. Методы оптимизации Электронный ресурс: Учебное пособие / В. Н. Розова, И. С. Максимова. - Москва: Российский университет дружбы народов, 2010. - 112 с. - Книга находится в премиум-версии ЭБС IPR BOOKS. - ISBN 978-5-209-03872-6

4. Киселёв В. Ю. Вариационное исчисление и теория оптимального управления: учебное пособие / В. Ю. Киселёв, Т. Ф. Калугина. - Москва, Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. - 132 с. - ISBN 978-5-9729-1416-6. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/132988.html>

5. Полякова Н. С. Вариационное исчисление: методические указания к выполнению домашнего задания по дисциплине «Методы оптимизации» / Н. С. Полякова. - Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2015. - 40 с. - ISBN 978-5-7038-4216-4. - Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. - URL: <https://www.iprbookshop.ru/135295.html>

8.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы

1. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации». Ставрополь, СКФУ, 2025.

2. Методические указания по организации и проведению самостоятельной работы по дисциплине «Вариационное исчисление и методы оптимизации». Ставрополь, СКФУ, 2025.

8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://www.allmath.ru/> Вся математика – высшая математика, прикладная математика, математические методы в экономике, финансовая математика.

<http://www.exponenta.ru/> Образовательный математический сайт.

<http://www.math.ru/> Ресурс содержит книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, отдельные истории из жизни ученых и др.

<http://www.mathedu.ru/> Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания. Включает [популярные книги и пособия](#), [методические руководства](#), [учебники](#), [журналы](#), [исторические работы](#), [авторефераты](#), [диафильмы](#).

<http://www.Math-Net.ru/> Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

<http://www.mathtest.ru/> Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике on-line).

<http://www.mccme.ru/> Московский центр непрерывного математического образования.

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

При чтении лекций используется компьютерная техника, демонстрации презентационных мультимедийных материалов. На практических занятиях студенты представляют презентации, подготовленные ими в часы самостоятельной работы.

Информационные справочные системы:

Информационно-справочные и информационно-правовые системы, используемые при изучении дисциплины:

1	http://www.Math-Net.ru/ Общероссийский математический портал представляет собой современную информационную систему, представляющую российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
2	http://www.mathedu.ru/ Электронная библиотека по математике и вопросам ее преподавания. Включает популярные книги и пособия, методические руководства, учебники, журналы, исторические работы, авторефераты, диафильмы.

Программное обеспечение:

1	Альт Рабочая станция 10
2	Альт Рабочая станция К
3	Альт «Сервер»
4	Пакет офисных программ - Р7-Офис

10. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия	Учебная аудитория для проведения учебных занятий, оснащенная мультимедийным оборудованием и техническими средствами обучения.
Практические занятия	Учебная аудитория для проведения учебных занятий, оснащенная мультимедийным оборудованием и техническими средствами обучения.
Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и возможностью доступа к электронной информационно-образовательной среде университета

11. Особенности освоения дисциплины лицами с ограниченными возможностями здоровья

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, услуги ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано совместно с другими обучающимися, а также в отдельных группах.

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья.

В целях доступности получения высшего образования по образовательной программе лицами с ограниченными возможностями здоровья при освоении дисциплины обеспечивается:

1) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:

- присутствие ассистента, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе, записывая под диктовку),
- письменные задания, а также инструкции о порядке их выполнения оформляются увеличенным шрифтом,
- специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы (имеющие крупный шрифт или аудиофайлы),
- индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс,

- при необходимости студенту для выполнения задания предоставляется увеличивающее устройство;

2) для лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:

- присутствие ассистента, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе, записывая под диктовку),

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости обучающемуся предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- обеспечивается надлежащими звуковыми средствами воспроизведения информации;

3) для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата (в том числе с тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента задания могут выполняться в устной форме.

12. Особенности реализации дисциплины с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения

Согласно части 1 статьи 16 Федерального закона от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» под *электронным обучением* понимается организация образовательной деятельности с применением содержащейся в базах данных и используемой при реализации образовательных программ информации и обеспечивающих ее обработку информационных технологий, технических средств, а также информационно-телекоммуникационных сетей, обеспечивающих передачу по линиям связи указанной информации, взаимодействие обучающихся и педагогических работников. Под *дистанционными образовательными технологиями* понимаются образовательные технологии, реализуемые в основном с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников.

Реализация дисциплины может быть осуществлена с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения полностью или частично. Компоненты УМК дисциплины (рабочая программа дисциплины, оценочные и методические материалы, формы аттестации), реализуемой с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения, содержат указание на их использование.

При организации образовательной деятельности с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения могут предусматриваться асинхронный и синхронный способы осуществления взаимодействия участников образовательных отношений посредством информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

При применении дистанционных образовательных технологий и электронного обучения в расписании по дисциплине указываются: способы осуществления взаимодействия участников образовательных отношений посредством информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (ВКС-видеоконференцсвязь, ЭТ – электронное тестирование); ссылки на электронную информационно-образовательную среду СКФУ, на образовательные платформы и ресурсы иных организаций, к которым предоставляется открытый доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет»; для синхронного обучения - время проведения онлайн-занятий и преподаватели; для асинхронного обучения - авторы онлайн-курсов.

При организации промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения используются Методические рекоменда-

дации по применению технических средств, обеспечивающих объективность результатов при проведении промежуточной и государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры с применением дистанционных образовательных технологий (Письмо Минобрнауки России от 07.12.2020 г. № МН-19/1573-АН "О направлении методических рекомендаций").

Реализация дисциплины с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий осуществляется с использованием электронной информационно-образовательной среды СКФУ, к которой обеспечен доступ обучающихся через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет», или с использованием ресурсов иных организаций, в том числе платформ, предоставляющих сервисы для проведения видеоконференций, онлайн-встреч и дистанционного обучения (МТС-Линк), а также с использованием возможностей социальных сетей для осуществления коммуникации обучающихся и преподавателей.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины, реализуемой с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, включает представленные в электронном виде рабочую программу, учебно-методические пособия или курс лекций, методические указания к выполнению различных видов учебной деятельности обучающихся, предусмотренных дисциплиной, и прочие учебно-методические материалы, размещенные в информационно-образовательной среде СКФУ.